Акад. Н. Н. ПАВЛОВСКИЙ

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК

ОНТИ · 1937

Акад. Н. Н. ПАВЛОВСКИЙ

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК

ОНТИ · НКТП · СССР
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
ЛЕНИНГРАД 1937 МОСКВА

ЭГ — 15 — 5—5
ТКК № 16

„Гидравлический Справочник", составленный акад. Н. Н. Павловским, предназначается как для инженеров-гидротехников, так и для студентов гидротехнических специальностей. По мысли автора, книга эта должна являться не курсом Гидравлики, а пособием для гидравлических расчетов, написанным в связной и систематической форме.

В главах I—III дается краткое изложение тех теоретических основных положений гидравлики, которые служат базой для практических приложений. Значительно большая часть книги и посвящена этим последним, каковы: приложения гидростатики (часть главы I), равномерное движение в открытых руслах и напорных трубопроводах (главы IV—VI), истечение через отверстия (глава VII), истечение через водосливы (глава VIII), неравномерное движение воды в каналах и естественных водотоках (глава IX), гидравлический прыжок и сопряжение бьефов (глава X). В книге уделено подобающее место для расчетных таблиц и графиков и решен ряд примеров, содержание которых весьма тесно связано с основным текстом книги.

По сравнению с „Гидравлическим Справочником" (того же автора), изданным в 1924 г., предлагаемая книга значительно расширена, полностью переработана и во многом заново написана.

[illegible] Л. К. Сытов. Техн. редактор Е. А. М
[illegible] № 1[illegible] [illegible] в набор 25—35 г. Подписано к печати 13/
[illegible] [illegible] Формат бумаги
[illegible] Зак. № [illegible] Тираж 10 000
[illegible] Правда", Ленинград, Социалистическая, 14.

ПРЕДИСЛОВИЕ.

Предлагаемый „Гидравлический Справочник" предназначается как для инженеров, работающих в области гидротехнического проектирования и строительства, так и для студентов гидротехнических ВТУЗов и факультетов. Запросам той и другой категории читателей, как я полагаю, может ответить лишь связное и по возможности систематическое изложение необходимых расчетных приемов и формул Гидравлики, сопровождаемое достаточными пояснениями, а иногда — и краткими выводами некоторых зависимостей. Только такое (а отнюдь не „узко рецептурное") изложение материала в „Справочнике", по моему мнению, может сделать последний полезным как при непосредственном приложении в производстве, так и при изучении Гидравлики в высшей школе. Отмечу однако, что, так как настоящая книга, по моей мысли, должна являться пособием для гидравлических расчетов, а не курсом Гидравлики, то выводы различных гидравлических зависимостей здесь даны далеко не по всем вопросам и ограничены лишь теми случаями, когда я считал краткие выводы существенно необходимыми в целях более полной и ясной характеристики излагаемых расчетных приемов и формул.

Для двух вышеназванных категорий читателей я считал полезным привести в этой книге (часть главы I и главы II—III) краткое изложение тех теоретических основных положений Гидравлики, которые должны служить базой для практических приложений. Этим последним и посвящена значительно бо́льшая часть книги: приложения гидростатики (часть главы I), равномерное движение в открытых руслах и напорных трубопроводах (главы IV—VI), истечение через отверстия (глава VII), истечение через водосливы (глава VIII), неравномерное движение воды в каналах и естественных водотоках, гидравлический прыжок и сопряжение бьефов (глава X). Более подробно состав книги ясен из прилагаемого обстоятельного оглавления. Что касается гидравлики грунтовых вод и неустановившегося движения, то эти разделы не могли быть включены в „Гидравлический Справочник", так как и без них объем книги значительно превзошел первоначальные предположения, дальнейшее же его расширение уже́ не представлялось возможным.

В книге уделено подобающее место для расчетных таблиц и графиков, причем более „громоздкие" таблицы и графики помещены в конце книги, чтобы не отвлекать внимания читателя при ознакомлении с основным текстом. Указания о пользовании этими вспомогательными материалами, значительно облегчающими расчетную работу, даются при изложении соответствующих вопросов. Что касается разного рода графиков, то я старался придать им возможно более четкий вид и достаточный масштаб; однако, в ряде случаев, когда желательна бо́льшая точность при расчетах, на графики следует смотреть, как на средство предварительного расчета, после которого окончательные решения уже́ легче и увереннее получаются по соответствующим формулам путем вычисления. В отношении таблиц я хотел бы отметить, что, приводя здесь некоторые специальные математические таблицы (напр., для гиперболических и эллиптических функций), я имел в виду, что такие таблицы постепенно проникают в различные гидравлические и гидротехнические расчеты, хотя не все эти таблицы непосредственно необходимы для тех расчетов, которые рассматриваются в предлагаемой книге. Укажу еще, что в тех случаях, когда я считал желательным более конкретно иллюстрировать

некоторые расчетные способы и формулы, в книге дан ряд примеров, содержание коих весьма тесно связано с основным текстом книги; должен, впрочем, отметить, что число таких примеров следовало бы несколько увеличить, чего я, к сожалению, не имел возможности сделать в той мере, как мне хотелось бы.

По объему предлагаемый „Гидравлический Справочник" весьма значительно превышает мой „Справочник", изданный в 1924 г., и является, в сущности, не вторым изданием, а полностью переработанной и во многом заново написанной книгой. Объем ее не должен смущать читателя, который обратится к этой книге при производстве гидравлических расчетов: ознакомившись с расположением материала, читатель, как я надеюсь, легко убедится в том, что нужные ему места отыскиваются в книге без особого труда.

Должен отметить, что разработка „Гидравлического Справочника" в том расширенном виде, в каком он ныне передается мною для издания, потребовала от меня весьма значительной затраты времени и труда. При составлении предлагаемой книги ни один из иностранных справочников по Гидравлике не служил мне образцом ни по самому материалу, ни по его расположению. Книга эта, от начала до конца написанная мною лично, составлена на основе моего изучения Гидравлики, моего педагогического, проектного и консультационного опыта и некоторых моих научно-исследовательских работ по ряду гидравлических вопросов. Я старался возможно лучше ответить на ожидаемые запросы читателей, но, конечно, не могу судить, насколько мне удалось справиться со своей задачей, и обращаюсь к читателям с просьбой — сообщать мне [1]) о всех их пожеланиях, замечаниях, поправках и разных соображениях, которые могут быть предложены при ближайшем ознакомлении с этой книгой, в особенности при применении ее в области гидротехнического проектирования.

О тех более существенных новых предложениях, которые содержатся в этом „Справочнике", во время составления книги и подготовки ее к печати мною было сделано два доклада в Ленинградском Доме Ученых: первый доклад (по главам IV, V и VI)—в июне 1933 г. и второй доклад (по главам VII, VIII и X)—23 апр. 1934 г. на первом собрании Гидротехнической группы Дома Ученых. В этом последнем докладе я остановился, главным образом, на основах вопроса о сопряжении бьефов в гидротехнических сооружениях (глубинный критерий, определение высоты водобойного уступа, определение высоты затопленных и незатопленных водобойных стенок).

В заключение должен сказать, что на приводимые здесь способы расчета и разного рода расчетные цифры, вообще говоря, следует смотреть не как на какие-либо „нормы", а лишь как на некоторые предложения и рекомендации, которые я стараюсь осветить и, по возможности, мотивировать. Попутно хотелось бы отметить здесь, что по ряду вопросов Гидравлики ныне уже можно было бы разработать и достаточно обоснованные расчетные нормы, чего до настоящего времени, к сожалению, не сделано. Я был бы вполне удовлетворен, если бы настоящая книга дала некоторый импульс к тому, чтобы вопрос о составлении гидравлических норм получил, наконец, реальную, разумную и достаточно серьезную постановку.

Детское Село, 30 апр. 1934 г.

Н. Павловский.

---

[1]) По адресу: Ленинград, 21, дорога в Сосновку, 1/3, Научно-Исслед. Институт Гидротехники

В начале 1935 г. в Гидроэлектропроекте, по инициативе его главного инженера проф. В. А. Чичинадзе, была начата в Бюро типового проектирования работа по вопросу о построении кривых свободной поверхности в естественных водотоках. Работа эта была поручена мне, и я вскоре пришел к убеждению, что и в „Гидравлическом Справочнике" следовало бы поместить ряд более подробных указаний по названному вопросу. Это и осуществлено в настоящей книге в виде раздела *B*[1]) в главе IX, благодаря любезному разрешению, полученному мною от проф. В. А. Чичинадзе на включение в „Справочник" некоторых частей[2]) еще не опубликованной моей работы для Гидроэлектропроекта по вопросу о построении кривых подпора в естественных водотоках, за что приношу проф. В. А. Чичинадзе мою искреннюю признательность.

Характер изложения в разделе *B* главы IX (как и в разделе *B* главы X) несколько отличается от изложения в остальных частях книги, так как в названных разделах я считал необходимым дать более подробные пояснения. К тому же нельзя не признать, что в указанных разделах дать более сжатое изложение и некоторые упрощения было бы возможно лишь после известного опыта практического применения рассматриваемых и предлагаемых зависимостей и способов.

Считаю нужным указать, что в различных главах предлагаемой книги литература цитируется по наличию ее на то время, когда составлялся текст[3]) соответствующей главы; при чтении корректур я не вводил каких-либо дополнений в цитируемую литературу. В связи с этим отмечу, что, после окончания мною текста главы X (апрель 1934 г.,—см. выше), опубликован ряд работ различных авторов по вопросу о сопряжении бьефов (1934—35 гг.); работы эти уже не могли быть рассмотрены в настоящей книге, а потому в ней и не упоминаются.

Наличие довольно большого числа ныне опубликованных работ по вопросам сопряжения бьефов, как я полагаю, делает весьма желательным подведение некоторых итогов в этой области, что, между прочим, и составляет одну из задач той комиссии, которая, по моему предложению, в октябре с. г. образована Ученым Советом Научно-Исслед. Института Гидротехники (НИИГ) по вопросу о сопряжении бьефов. Эта же комиссия, намечающаяся с широким участием авторов соответствующих работ и представителей производства, конечно, выяснит и то значение, которое имели или имеют работы различных авторов в деле изучения проблемы сопряжения бьефов. Пользуюсь случаем, чтобы осведомить читателей об образовании названной комиссии.

Некоторые средства на окончание работ по подготовке книги к печати были предоставлены мне по Технической Группе Академии Наук СССР, за что и выражаю здесь большую признательность председателю Технической Группы академику С. А. Чаплыгину. Приношу благодарность также директору Научно-Исслед. Института Гидротехники (НИИГ) инж. П. Н. Проворову за оплату некоторых работ при корректуре книги.

Из сотрудников моих, помогавших[4]) мне при решении примеров, при вычислительных и графических работах и при чтении корректур, особенную

[1]) В рукописи, законченной мною в 1934 г., этот раздел был представлен лишь весьма кратко.

[2]) См. соответствующие сноски в разделе *B* главы IX.

[3]) Главы I—VIII, IX (A) и X написаны в период времени с половины 1932 г. по апрель 1934 г., глава IX (B)—в первой половине 1935 г.

[4]) В тексте книги отмечена и работа других сотрудников по подготовке книги к изданию.

благодарность выражаю кандидату наук Р. Р. Чугаеву и кандидату наук А. Н. Патрашеву за выполненную им большую работу; кроме того, приношу благодарность инж. П. И. Тугаринову и М. А. Городскому, а также доц. В. И. Аравину, доц. А. И. Шварц и инж. Е. О. Ильдюг.

Н. Павловский.

Ленинград, 19 окт. 1935 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

Предисловие . . . . . .
Оглавление . . . . . .

ВВЕДЕНИЕ.

Важнейшие физические свойства жидкостей и справочные данные общего значения.

§ 1. Плотность, сжимаемость и температурное расширение .
§ 2. Расчетные значения веса единицы объема различных жид.
§ 3. Коэфициент вязкости . . . . . .
§ 4. Численные значения коэфициента вязкости . . . . . .
1°. Вода . . . . . .
2°. Нефтяные продукты . . . . . .
3°. Некоторые другие жидкости . . . . . .
§ 5. Дополнительные замечания о коэфициенте вязкости . . . . .
§ 6. Некоторые справочные данные общего значения . . . . . .

ГЛАВА I.

Гидростатика.

§ 7. Основные понятия 33
§ 8. Гидростатическое давление в данной точке для тяжелой покоящейся жидкости 34
§ 9. Пьезометрическая высота. Вакуум 37
§ 10. Напор 39
§ 11. Равновесие жидкостей в сообщающихся сосудах 42
§ 12. Равновесие жидкости во вращающихся сосудах 44
§ 13. Давление на плоские фигуры 45
§ 14. Простейшие случаи давления на прямоугольные фигуры; эпюры давления 48
§ 15. Расчет спицевых затворов. Размещение ригелей в плоских щитах 52
§ 16. Графо-аналитический способ определения давления на цилиндрические поверхности 56
§ 17. Аналитический способ определения давления на поверхности круговых цилиндров 61
§ 18. Некоторые простейшие случаи давления на криволинейные поверхности 63
§ 19. Общий графо-аналитический способ определения давления на криволинейные поверхности 65

ГЛАВА II.

Основы гидродинамики.

§ 20. Дифференциальные уравнения движения совершенной жидкости. 70
§ 21. Уравнение Бернулли для элементарной струйки совершенной жидкости 72

Стр.

еометрическая интерпретация 73
изическая интерпретация 75
еханическая интерпретация 76
не Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости
идравлическое уравнение неразрывности для элементарной струйки 77
изменяющееся движение. Живое сечение, расход, скорость 80
аспределении давления при медленно изменяющемся
лемма о трех интегралах 83
ая лемма 83
рач лемма 84
е Бернулли для целого потока реальной жидкости . . 85

ГЛАВА III.

авлических сопротивлениях и потерях напора при движении жидкости.

Предварительные указания 90
1) Неравномерное и равномерное движение 90
2) Напорное и безнапорное движение 91
3) Гидравлические элементы живого сечения 93
§ 27. Основное уравнение равномерного движения 94
§ 28. Ньютоновы законы внутреннего трения в жидкостях. Коэффициент вязкости 95
§ 29. Два режима при движении жидкости. Критерий Рейнольдса; число Рейнольдса 98
§ 30. Осредненная скорость и пульсация при турбулентном режиме. 103
§ 31. Основная особенность распределения скоростей при турбулентном режиме и основная идея Прандтля 106
§ 32. Вывод зависимости для удельного сопротивления при турбулентном движении 109
§ 33. Формула Шези и ее главнейшие следствия 112
§ 34. Местные потери напора. Теорема Борда. Формула Вейсбаха . . 114

ГЛАВА IV.

Главнейшие расчетные формулы для определения коэффициента Шези.

§ 35. Общие замечания. Старые формулы: Дарси—Базена и Куттера. 120
§ 36. Формула Гангилье — Куттера 121
§ 37. Формула Базена 128
§ 38. Общие сведения о показательных формулах 133
§ 39. Формулы Маннинга и Форхгеймера 137
§ 40. Формула Павловского 140
§ 41. „Универсальная формула“ Биля 149

ГЛАВА V.

Равномерное движение в открытых руслах.

§ 42. Расчетные формулы для каналов 153
§ 43. Продолжение 157
§ 44. Коэфициенты шероховатости для каналов 160

1°. Земляные каналы . . . . . .
2°. Каналы в скальных грунтах . . . . . .
3°. Бетонированные каналы . . . . . .
4°. Кирпичные и каменные каналы . . . . . .
5°. Облицовки из чистого цемента и цементного ра
6°. Деревянные лотки и желоба . . . . . .
7°. Металлические желоба . . . . . .

§ 45. Гидравлические элементы каналов трапецоидального
ного и прямоугольного профиля . . . . . .
§ 46. Гидравлические элементы для каналов некоторых
филей . . . . . .

1°. Полигональные профиля . . . . . .
2°. Параболические профиля . . . . . .
3°. Круговой профиль . . . . . .
4°. Несимметричные профиля . . . . . .
5°. Составные профиля . . . . . .
6°. Общая зависимость для ширины по верху . . . . . .

§ 47. Гидравлически наивыгоднейшее сечение каналов . . . . . .
§ 48. Основные задачи при гидравлическом расчете каналов . . . .

1°. Первая основная задача . . . . . .
2°. Вторая основная задача . . . . . 17.
3°. Третья основная задача 178

§ 49. Дополнительные указания о задачах при гидравлическом расчете
каналов 183

1°. Другой способ решения третьей основной задачи 183
2°. Некоторые другие задачи 184
3°. Определение высоты перепадов на канале 188
4°. Основные гидравлические расчеты для „составного се-
чения“ 191

§ 50. Применение графиков для расчета каналов 192
1°. Графики для гидравлических элементов сечения каналов . 192
2°. Номограммы для расчета каналов с полуторными отко-
сами по формуле Павловского 194
3°. Графики для расчета каналов по формуле Гангилье —
Куттера (при $n = 0{,}025$) 203
4°. Логарифмический график по формуле Базена (при $m = 1{,}5$
и $\gamma = 1{,}30$) 206

§ 51. Формула для равномерного движения в каналах с неоднород-
ными стенками 208
§ 52. Некоторые замечания о применении формул равномерного дви-
жения к естественным руслам 213
§ 53. Предварительные указания к гидравлическому расчету канализа-
ционных труб 222
§ 54. Гидравлический расчет канализационных труб 228
§ 55. Гидравлический расчет дренажных труб 233
1°. Гончарные дрены 233
2°. Деревянные дрены 238
3°. „Кротовый“ дренаж 240

§ 56. Замечания о гидравлическом расчете безнапорных туннелей . . 242

Стр.

ГЛАВА VI.

...ние жидкости в напорных трубопроводах.

...ительные указания 247
...е формулы для чугунных водопроводных труб средних ...их диаметров 248
...рмула Куттера 248
...омула Маннинга 250
...мула Дарси 251
...Хэзен — Вильямса 254
...ля деревянных, бетонных и железо-бетонных, железных труб 262
1°. Деревянные клепочные трубы 263
2°. Бетонные и железо-бетонные трубопроводы 264
3°. Железные и стальные трубопроводы 269

Формулы для потери напора в трубопроводах некоторых специальных видов 276
1°. Этернитовые трубы 277
2°. Свинцовые, латунные, медные и т. п. трубы (по Хэзен — Вильямсу) 277
3°. Гибкие рукава 277

§ 62. Простейшие задачи по напорному движению в трубах и применение таблиц и графиков для расчета 278
1°. Применение квадратичных формул 278
2°. Применение показательных формул 282

§ 63. Опытно-гидромеханические формулы для потери напора в трубах 285
1°. Формула Блазиуса для гладких труб 285
2°. Формула Ланга 286
3°. Формула Мизеса 286
4°. Формула Прандтля 288

§ 64. Формулы для потери напора в трубах при движении жидкостей, отличных от воды 288
1°. Ламинарный режим 289
2°. Турбулентный режим 289

§ 65. Местные потери напора 293
1°. Внезапное расширение 293
2°. Внезапное сужение 293
3°. Вход в трубу 294
4°. Выход из трубы 294
5°. Потери в решетках 295
6°. Для диафрагмы в трубе постоянного сечения 296
7°. Для внезапного сужения с диафрагмой 296
8°. Для переходных конусов 297
9°. Резкий поворот на трубе 298
10°. Для колена (плавного закругления) 298
11°. Для фасонных частей труб 301

С.

§ 66. Продолжение (о местных потерях напора) 3
12°. При задвижке в круглой трубе 3
13°. Кран в круглой трубе 3
14°. В поворотном (горловом) клапане 3
15°. Для откидного шарнирного клапана 3
16°. Для конического вентиля 3
17°. Для входа в заборную трубу 3
18°. Дополнительные замечания о сопротивлении затворов . 3
19°. Средние эскизные данные для местных потерь напора . 3

§ 67. Сложение потерь напора 3
§ 68. Простой водопровод 3
§ 69. Формулы для простого водопровода постоянного диаметра и их практические приложения 3
1°. Расчет одиночной трубы, работающей под напором . . . 3
2°. Расчет сифонов 3

§ 70. Некоторые случаи сложного водопровода 3
а) Задача о трех резервуарах 3
б) Случай разветвления труб 3

§ 71. Непрерывный расход. Правило Дюпюи 3
§ 72. Краткие указания о гидравлическом расчете частей водопроводной сети 3
§ 73. Замечания о расчете различных напорных водоводов 3

ГЛАВА VII.

Истечение жидкости через отверстия.

§ 74. Малые отверстия в тонкой стенке 3
§ 75. Большие отверстия в тонкой стенке 3
§ 76. Опытные данные о коэфициенте расхода при истечении через отверстия 3
§ 77. Предварительные расчетные формулы 3
§ 78. Полузатопленные отверстия 3
§ 79. Истечение через насадки 3
1°. Насадок Вентури 3
2°. Насадок Борда 3
3°. Конические насадки 3
4°. Коноидальный насадок 3

§ 80. Истечение при переменном напоре 3
§ 81. Практические приложения к случаям сосудов и резервуаров правильной формы 3
§ 82. Опорожнение и наполнение водохранилищ 3
а) Способ трапеций 3
б) Приложение формулы Симпсона 3
в) Способ автора 3

ГЛАВА VIII.

Водосливы.

§ 83. Терминология и классификация 3
§ 84. Основная формула водослива 3

Стр.

A. Водосливы с тонкой стенкой

§ 85. Незатопленный водослив с тонкой стенкой 376
1°. Формула Базена 376
2°. Формула Эгли 377
3°. Формула швейцарских инженеров и формула Ребока . . 378
§ 86. Затопленный водослив с тонкой стенкой 379

B. Водосливы практических профилей.

§ 87. Общие указания 383
§ 88. Влияние скорости подхода и бокового сжатия 384
§ 89. Коэфициенты расхода для незатопленных водосливов прямоугольных профилей (группа I) 388
§ 90. Коэфициенты расхода для незатопленных водосливов трапецоидальных профилей (группа II) 390
§ 91. Коэфициенты расхода для незатопленных водосливов полигональных профилей (группа III) 392
§ 92. Коэфициенты расхода для незатопленных водосливов криволинейных профилей (группа IV) 394
§ 93. Затопленные водосливы практических профилей 398
1°. Старая формула Дюбюа 400
2°. Формула Базена 401
3°. Способ американских инженеров 401

C. Водослив с широким порогом.

§ 94. Незатопленный водослив с широким порогом 403
а) Постулат Беланже 404
б) Способ Буссинеска — Бахметева 404
§ 95. Затопленный водослив с широким порогом 409

D. Дополнительные сведения по водосливам.

§ 96. Треугольный водослив с тонкой стенкой 412
§ 97. Трапецоидальные водосливы 420
1°. Основная формула 420
2°. Водослив Чипполетти 421
3°. Щелевой водослив 422
§ 98. Круговые и параболические водосливы 424
1°. Круговой водослив 424
2°. Параболический водослив 426
§ 99. Косые, боковые, ломаные и криволинейные в плане водосливы 429
§ 100. Водосливы с переменным напором 434

E. Приложение теории водосливов.

§ 101. Предварительные замечания к гидравлическому расчету плотин 439
1°. Сводка расчетных формул 440
2°. Формулы для предварительных расчетов 442
3°. Вспомогательные материалы для расчета 443

Стр.

§ 103. Простейшие основные задачи при гидравлическом расчете плотин 449
1°. Основные схемы 449
2°. Основные задачи с учетом скорости подхода и бокового сжатия 454

§ 104. Более сложные основные задачи при гидравлическом расчете плотин 456
Задача А. Определение пропускной способности плотины 457
Задача В. Расчет отверстий плотины 461

§ 105. Продолжение 466
Задача С. Определение подпорного горизонта у плотины 466

§ 106. К вопросу о построении профилей водосливных плотин 472
1°. Способ Кригера 472
2°. Приближенный способ 472
3°. Дополнительные замечания 475

§ 106. Общие указания к определению отверстий малых мостов и безнапорных труб 475

§ 107. Схематические задачи (пять основных задач) 482

§ 108. Расчет отверстий малых мостов и безнапорных труб 485
I случай: незатопленный водослив 486
II случай: затопленный водослив 489

§ 109. Гидравлический расчет напорных труб под насыпями 494
1°—2°. Гидравлический расчет круглых напорных труб . . 495
3°. Замечания о гидравлическом расчете прямоугольных труб 498

ГЛАВА IX.

Неравномерное движение воды в открытых руслах.

§ 110. Предварительные указания 500
1°. Нормальная глубина 501
2°. Критическая глубина 501
3°. Критический уклон 505

А. Неравномерное движение воды в призматических руслах.

§ 111. Формы свободной поверхности водотоков при прямом уклоне дна ($i > 0$) 505

§ 112. Интегрирование дифференциального уравнения неравномерного движения при прямом уклоне дна водотока по способу Бахметева 507

§ 113. Дополнительные указания к уравнению неравномерного движения при прямом уклоне дна 512
1°. Определение численного значения гидравлического показателя x 512
2°. О численных значениях функций $\varphi(\eta)$ 517

§ 114. Основные задачи при $i > 0$ 520

§ 115. Типовые примеры на применение уравнения неравномерного движения в случае прямого уклона дна 523

Стр.

§ 116. Неравномерное движение в водотоках с горизонтальным дном 534
§ 117. Неравномерное движение при обратном уклоне дна водотока 543
§ 118. Старые способы интегрирования дифференциального уравнения неравномерного движения 550

1°. Способ Бресса 551
2°. Способ Дюпюн — Рюльманна 551
3°. Способ Толькмитта 552

§ 119. Способ Павловского для интегрирования дифференциального уравнения неравномерного движения 553

1°. Случай прямого уклона дна водотока 553
2°. Случай горизонтального русла 556
3°. Случай обратного уклона дна водотока 559

§ 120. Способ приближенного интегрирования дифференциального уравнения неравномерного движения путем суммирования 561

а) Случай прямого уклона дна водотока 561
б) Случай горизонтального дна водотока 563
в) Случай обратного уклона дна водотока 565

§ 121. Способ непосредственного применения уравнения Бернулли . . 566

В. Неравномерное движение в естественных водотоках.

§ 122. Предварительные указания 57

§ 123. Определение численных значений величин $\frac{l}{K^2}$ 57

1°. Первый прием 57
2°. Второй прием 578
3°. Третий прием 58
4°. Дополнительные замечания 58

§ 124. Построение кривых свободной поверхности по I методу 58
1°. Общий способ 58

2°. Постулат инварнантности величины $\frac{l}{K^2}$ 590

3°. Способ $\frac{\Delta}{Q^2}$ 59

§ 125. Построение кривых свободной поверхности по II методу . . . 59
1°. Способ, основанный на „показательном законе“ 595

§ 126. Продолжение о II методе 601

2°. Способ Тольмана 601
3°. Способ графического осреднения 607

§ 127. Предложения автора по I методу построения кривых свободной поверхности в естественных водотоках 608

1°. Графический способ 609
2°. Графо-аналитический способ 611
3°. Практические указания 613
4°. О построении кривых свободной поверхности в руслах с поймами 619

Стр.

§ 128. Предложения автора по II методу построения кривых свободной поверхности в естественных водотоках 621
1°. Приведение к треугольному руслу 622
2°. Приведение к несимметричному параболическому руслу 624
3°. Замечания о выборе типа приведенного русла 625
4°. О приведении к степенному руслу 626

§ 129. Дополнительные указания по вопросам построения кривых свободной поверхности в естественных водотоках 629
1°. Об определении коэфициентов шероховатости по данным гидрометрических наблюдений 629
2°. Об интерполяции и экстраполяции коэфициентов шероховатости 633

§ 130. Продолжение 635
3°. Интерполяция и экстраполяция естественных уровней водотока 635
4°. О лимитных кривых свободной поверхности 641
5°. Заключительные замечания 643

ГЛАВА X.

Гидравлический прыжок и сопряжение бьефов.

A. Гидравлический прыжок.

§ 131. Гидравлический прыжок в призматическом (цилиндрическом) русле 644
1°. Основное уравнение 644
2°. Замечания к построению графика прыжковой функции . . 646

§ 132. Гидравлический прыжок в прямоугольном русле 649
1°. Основное уравнение прыжка 650
2°. Определение взаимных глубин 650
3°. Простейшая форма уравнения прыжка в прямоугольном русле 654
4°. Потеря энергии в прыжке 655

§ 133. О длине гидравлического прыжка в прямоугольном русле . . . 661
§ 134. Гидравлический прыжок как водомер 669
1°. Прямоугольное измерительное русло 666
2°. Треугольное и параболическое измерительное русло . . . 671
3°. Дополнительные замечания 672

B. Основы теории сопряжения бьефов.

§ 135. Сопряжение бьефов для случая водосливных плотин 673
1°. Основные зависимости 675
2°. Типы сопряжения ниспадающей струи с нижним бьефом 676
3°. Характеристическое уравнение сопряжения бьефов . . . 677
4°. Общий ход расчетов по сопряжению бьефов 679

§ 136. Определение глубины колодца с водобойным уступом 686
§ 137. Определение глубины колодца с одиночной водобойной стенкой 692
1°. Затопленная водобойная стенка 693
2°. Незатопленная водобойная стенка 699

Стр.

§ 138. Случай нескольких водобойных стенок; сводные замечания . . 701
1°. Несколько водобойных стенок 701
2°. Общий ход расчета высоты водобойных стенок 703

§ 139. Водобойные колодцы смешанного типа 706
1°. Колодец наименьшего заглубления 707
2°. Колодец с данной высотой уступа 709
3°. Колодец с данной высотой стенки 710

§ 140. Дополнительные указания о сопряжении бьефов 712
1°. Некоторые иллюстрации 712
2°. Одноступенчатые перепады 712
3°. Донное отверстие II рода 715
4°. Об условиях затопления отверстий и водосливов 718
5°. К вопросу о численных значениях коэфициента скорости φ_c 720

§ 141. Определение дальности падения струи 722
а) Две основные схемы 722
б) Другие случаи водосливов 725
в) Другие случаи отверстий 731
г) Дополнительные замечания 732

§ 142. Определение длины водобойных колодцев 735
1°. Трехчленная формула 736
2°. Двучленная формула 739
3°. Заключительные замечания об определении длины водобойных колодцев 741
4°. О длине водобойной части гидротехнических сооружений без водобойных колодцев 742

ТАБЛИЦЫ, ПОМЕЩЕННЫЕ В КОНЦЕ КНИГИ.

Таблица I. Удельные веса жидкостей 745
„ II. Важнейшие числовые величины 746
„ III. Взаимный перевод метрических и английских мер . . 747
„ IV. Мантиссы десятичных логарифмов 749
„ V. Антилогарифмы чисел (десятичные) 751
„ VI. Натуральные логарифмы 753
„ VII. Значения тригонометрических функций 758
„ VIII. Перевод градусов в радианы 762
„ IX. Значения показательной функции e^x 764
„ X. Значения показательной функции e^{-x} 768
„ XI. Значения гиперболического синуса $\mathrm{Sh}\,x$ 772
„ XII. Значения гиперболического косинуса $\mathrm{Ch}\,x$ 774
„ XIII. Значения гиперболического тангенса $\mathrm{Th}\,x$ 776
„ XIV. Значения гиперболического котангенса $\mathrm{Cth}\,x$ 777
„ XV. Полные эллиптические интегралы первого и второго рода 778
„ XVI. Эллиптические интегралы первого рода 780
„ XVII. Эллиптические интегралы второго рода 784

Стр.

Таблица XVIII. Таблица Бюзинга для расчета круглых канализационных труб по формуле Гангилье — Куттера при $n = 0{,}013$ 788
» XIX. Таблица для расчета круглых канализационных труб, по формуле Маннинга при $n = 0{,}013$ 792
» XX. Таблица для расчета круглых канализационных труб, диаметром $d = 0{,}15$ *м*, по формулам Гангилье — Куттера и Маннинга при $n = 0{,}013$ 796
» XXI. Таблица Бюзинга для расчета овоидальных канализационных труб („нормального" типа 3 : 2) по формуле Гангилье—Куттера при $n = 0{,}013$ 797
» XXII. Таблица для расчета водопроводных труб по формуле Куттера при $k = 0{,}25$ 802
» XXIII. Таблица для расчета водопроводных труб по формуле Маннинга при $n = 0{,}012$ 806
» XXIV. Данные о весе водопроводных чугунных труб 810
» XXV. Значения функции $\varphi(\eta)$ для построения кривых свободной поверхности водотока при прямом уклоне дна ($i > 0$) по способу проф. Бахметева 814
XXVI. Значения функции $\varphi_0(\eta)$ для построения кривых свободной поверхности водотока при горизонтальном уклоне дна ($i = 0$) 834
» XXVII. Значения функции $\psi(\zeta)$ для построения кривых свободной поверхности водотока при обратном уклоне дна ($i < 0$) 854
» XXVIII Таблица Бресса для построения кривых свободной поверхности водотока при $\eta > 1$ 876
» XXIX. Таблица Бресса для построения кривых свободной поверхности водотока при $\eta < 1$ 880
» XXX. Таблица Дюпюи — Рюльманна для построения кривых подпора 882
» XXXI. Таблицы Толькмитта для построения кривых подпора и спада 884
» XXXII. Таблица для построения кривых свободной поверхности водотока по способу Павловского при прямом уклоне дна 885
» XXXIII. Таблица для построения кривых свободной поверхности в водотоках с горизонтальным дном по способу Павловского 887
» XXXIV. Таблица для построения кривых свободной поверхности водотока при обратном уклоне дна по способу Павловского 889

ГРАФИКИ, ПОМЕЩЕННЫЕ В КОНЦЕ КНИГИ.

График I. График для расчета размещения ригелей в плоских щитах.
» II. График для определения коэфициента C по формуле Гангилье—Куттера.
» III. Номограмма для формулы

$$V = C\sqrt{RJ},$$

где C—по формуле Базена.
» IV. График для определения коэфициента C по формуле Павловского

График V. Номограммы для формулы

$$V = C\sqrt{RJ},$$

при коэфициенте C по Павловскому (для $n = 0{,}013$; $0{,}017$; $0{,}020$).

„ VI. Номограммы для формулы

$$V = C\sqrt{RJ},$$

при коэфициенте C по Павловскому (для $n = 0{,}025$; $0{,}030$, $0{,}035$).

„ VII. Номограмма для расчета каналов по формуле Павловского при $m = 1{,}5$ и $n = 0{,}020$.

„ VIII. Номограмма для расчета каналов по формуле Павловского при $m = 1{,}5$ и $n = 0{,}0225$.

„ IX. Номограмма для расчета каналов по формуле Павловского при $m = 1{,}5$ и $n = 0{,}025$.

„ X. Номограмма для расчета каналов по формуле Павловского при $m = 1{,}5$ и $n = 0{,}030$.

„ XI. Номограмма к расчету каналов для формулы

$$Q = \omega V = h\,(b + mh)\,V, \text{ где } m = 1{,}5.$$

„ XII. График Spöttle для определения диаметров гончарных дренажных труб.

„ XIII. График для расчета полузатопленных отверстий.

„ XIV. График для предварительного гидравлического расчета круглых напорных труб под насыпями.

„ XV. График Рахманова для определения критических глубин в трапецоидальных руслах.

ВВЕДЕНИЕ.

ВАЖНЕЙШИЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ И НЕКОТОРЫЕ СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ ОБЩЕГО ЗНАЧЕНИЯ.

§ 1. Плотность, сжимаемость и температурное расширение воды.

Из физических свойств воды и других жидкостей для гидравлических расчетов наиболее важны плотность и вязкость; кроме того (впрочем, в довольно редких случаях), может потребоваться знание коэфициентов объемного сжатия и температурного расширения.

Остановимся прежде всего для чистой воды на относительной плотности (по сравнению с величиной наибольшей плотности при температуре $T = 4^\circ$ C) или, что все равно, на удельном [1]) весе δ. При атмосферном давлении изменение величины δ в зависимости от температуры T происходит, как указано в таблице 1.

ТАБЛИЦА 1 [2]).

T	δ	T	δ	T	δ	T	δ
0°	0,99987	10°	0,99975	25°	0,99712	60°	0,98338
+ 3°	0,99999	12°	0,99955	30°	0,99576	70°	0,97794
4°	1,00000	14°	0,99930	35°	0,99413	80°	0,97194
5°	0,99999	16°	0,99900	40°	0,99235	90°	0,96556
6°	0,99997	18°	0,99865	45°	0,99037	100°	0,95865
8°	0,99989	20°	0,99826	50°	0,98820		

При температуре T вес единицы объема (объемный вес) воды γ_T и плотность ρ_T (абсолютная) найдутся по зависимостям:

$$\gamma_T = \delta_T \gamma_4; \quad \rho_T = \delta_T \rho_4, \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

где γ_4 и ρ_4 — вес единицы объема и плотность воды при $T = 4^\circ$ C.

Коэфициент объемного сжатия для воды при давлениях до 25 атм. и обыкновенной температуре (от 0 до 20°) можно по Amagat и Quincke считать равным

$$\beta_v = 0{,}0000525 - 0{,}0000475 = (\text{кругло}) \frac{1}{20000}.$$

Модуль нормальной упругости для воды

$$E = 20700 \ кг/см^2.$$

---

[1]) Под удельным весом будем разуметь относительный удельный вес (число отвлеченное); вес единицы объема жидкости (γ) будем называть объемным весом (число именованное).

[2]) Таблицы в тексте нумеруются арабскими цифрами, отдельные же таблицы (помещенные в конце книги) — римскими.

Коэфициент температурного расширения воды β_T по Amagat может быть выражен такой табличкой (в миллионных долях):

ТАБЛИЦА 2.

Давление в атмосферах	При температуре T				
	0 — 10°	10 — 20°	40 — 50°	60 — 70°	90 — 100°
1	14	150	422	556	719
100	43	165	422	548	—

§ 2. Расчетные значения веса единицы объема различных жидкостей.

Мы будем во всем дальнейшем иметь в виду только капельные (т. е. несжимаемые) жидкости. Для таких жидкостей в обычных условиях при гидравлических расчетах вообще совершенно достаточно принимать постоянные значения для плотности и веса единицы объема, не учитывая изменений температуры и давления.

В различных мерах расчетный вес единицы объема γ [1]) для воды выражается таким соотношением:

$$\left.\begin{array}{l}\gamma = 1\ г/см^3 = 1\ кг/л = 0{,}001\ кг/см^3 = 1\ т/м^3 = \\ = 62{,}4 \text{ англ. фунт. в куб. фут.} = 1{,}73 \text{ пуд. в куб. фут.} = \\ = 69{,}1 \text{ русск. фунт. в куб. фут.} = 592{,}9 \text{ пуд. в куб. саж.}\end{array}\right\} \quad . \ . \ . \ (2)$$

Для других жидкостей, с удельным весом δ, объемный вес их γ получается умножением чисел соотношения (2) на величины δ для этих жидкостей. Расчетные значения δ для различных жидкостей даны в Табл. I (в конце книги). На эти значения следует смотреть как на средние, так как здесь не может быть той определенности, которую мы имеем для воды.

Отметим, что для соленой воды $\delta = 1{,}02 — 1{,}03$. Для льда $\delta = 0{,}917 — 0{,}920$ (при $T = 0°$ до $— 20°$).

Для нефтяных продуктов в указанной таблице приведены средние данные, отнесенные к температуре 15°. При другой температуре T можно пользоваться зависимостью:

$$\delta = \frac{\delta_{15}}{1 + \beta_T (T - 15°)}, \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (3)$$

где для коэфициента β_T по Менделееву имеем:

δ =	0,7	0,8	0,85	0,90	0,92
β_T =	0,00082	0,00077	0,00072	0,00064	0,0006;

в Америке часто берут среднее значение $\beta_T = 0{,}0007$.

Для определения удельного веса δ бакинских нефтяных продуктов при различной температуре следует пользоваться, на основании

[1]) В дальнейшем мы вообще не сохраним обозначений δ_T, γ_T, β_T и заменим их через δ, γ, β.

Общесоюзного стандарта ОСТ № 5 (изд. 1930 г.), таблицей 3, в которой даны удельные веса δ при $T = 15^\circ$ и поправка на 1°С. Обозначая эту поправку через α, имеем:

$$\delta = \delta_{15} + \alpha(15^\circ - T), \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

где T — температура, отличная от 15°.

ТАБЛИЦА 3.

Относительный удельный вес нефтепродуктов при $T = 15°$С		Поправка на 1°С	Относительный удельный вес нефтепродуктов при $T = 15°$С		Поправка на 1°С
от	до		от	до	
—	0,710	0,000397	0,840	0,850	0,000705
0,710	0,720	883	0,850	0,860	694
0,720	0,740	851	0,860	0,870	678
0,740	0,760	820	0,870	0,880	662
0,760	0,780	790	0,880	0,890	651
0,780	0,800	759	0,890	0,900	632
0,800	0,820	739	0,900	0,905	630
0,820	0,830	727	0,905	0,910	620
0,830	0,840	0,000712	0,910	0,920	0,000600

Приведем здесь также формулу для изменения удельного веса ртути в зависимости от температуры:

$$\delta = \frac{\delta_0}{1 + 0{,}0001815\,T}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

где δ_0 — удельный вес ртути при 0°, равный 13,596.

§ 3. Коэфициент вязкости.

То свойство жидкости, в силу которого в ней при движении проявляется сила трения, называется вязкостью. Коэфициент вязкости μ выражает ту силу трения, которая приходится на одну квадратную единицу поверхности S соприкасания двух скользящих один по другому слоев жидкости при условии, что градиент скорости по нормали к S равен единице (т. е. при условии, что на единицу длины этой нормали скорость движения жидкости изменяется на единицу). Для идеальной жидкости $\mu = 0$. Размерность коэфициента вязкости μ такова:

$$\text{разм. } [\mu] = \frac{M}{LT} = ML^{-1}T^{-1}. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

В дальнейшем мы встретимся также с так называемым „кинематическим коэфициентом вязкости“, который представляет собой коэфициент вязкости μ, деленный на плотность жидкости ρ, и обозначается через ν:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Введением этого коэфициента нередко несколько упрощается внешний вид различных формул; иногда величина ν называется также короче — кинематической вязкостью. Размерность этого коэфициента получим непосредственно по (7), припоминая, что размерность плотности ρ есть ML^{-3}, а именно:

$$\text{разм. } [\nu] = \text{разм. } [\mu] : \text{разм. } [\rho] = L^2 T^{-1}, \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

т. е. коэфициент кинематической вязкости при системе с. g. s. выражается в $см^2$ $сек$ и не зависит от единицы массы.

Чтобы яснее подчеркнуть различие между коэфициентами μ и ν, первый из них (μ) иногда именуется коэфициентом абсолютной вязкости или также динамическим коэфициентом вязкости.

Как видим из (6), при системе с. g. s. единицей коэфициента вязкости μ является $1 \cdot см^{-1} \cdot сек^{-1}$ (причем имеется в виду грамм-масса); эта единица получила за последнее время название пуаза (один пуаз), в честь Пуазейля (Poiseuille), которому принадлежит первое точное исследование величины коэфициента вязкости воды. При 20° С вязкость воды по Пуазейлю равна почти 0,01 пуаза, т. е. одному сантипуазу; при системе с. g. s. в сантипуазах весьма удобно выражать величины коэфициента μ для малосвязких жидкостей. Если коэфициент вязкости μ, выражаемый в пуазах, обозначить через μ_p, а в сантипуазах — через $\mu_{c \cdot p}$, то

$$\mu_{c \cdot p} = 100\,\mu_p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Для мер: сантиметр, секунда, грамм-сила единицей коэфициента вязкости μ является $\frac{1 \cdot сек}{см^2}$, причем

$$\mu\left(\frac{1 \cdot сек}{см^2}\right) = \frac{1}{981}\mu_p = \sim \frac{1}{10^3}\mu_p; \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

для мер: сантиметр, секунда, килограмм-сила

$$\mu\left(\frac{кг \cdot сек}{см^2}\right) = \frac{1}{981 \cdot 10^3}\mu_p = \sim \frac{1}{10^6}\mu_p. \quad \ldots\ldots\ldots (11)$$

В технических мерах (килограмм, метр, секунда) имеем:

$$\mu\left(\frac{кг \cdot сек}{м^2}\right) = \frac{1}{98{,}1}\mu_p = \sim \frac{1}{100}\mu_p \quad \ldots\ldots\ldots (12)$$

Для кинематического коэфициента вязкости, выражаемого в технических мерах, следует пользоваться зависимостью:

$$\nu\left(\frac{м^2}{сек}\right) = \frac{1}{10^4}\nu\left(\frac{см^2}{сек}\right) = \frac{1}{10^4} \cdot \frac{\mu_p}{\delta}, \quad \ldots\ldots\ldots (13)$$

где δ — относительный удельный вес (относительная плотность) жидкости.

На практике коэфициент вязкости определяется при помощи особых приборов, называемых вискозиметрами, причем в СССР одним из наиболее распространенных приборов этого рода является вискозиметр Энглера (Engler). В этом приборе определяется время t истечения 200 $куб.\ см$ испытуемой жидкости при данной температуре из цилиндрического сосуда, имеющегося в приборе, после чего находят отношение времени t ко вре-

мени t_s, где t_s есть время истечения из того же сосуда 200 *куб. см* воды при 20° С. Вязкостью по Энглеру (в градусах Энглера) называется отношение $\frac{t}{t_s}$, обозначаемое через $^\circ E$, т. е.

$$^\circ E = \frac{t}{t_s}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

причем нормально $t_s = 50—52$ сек.

Для перехода от вязкости в градусах Энглера к кинематической вязкости ($см/сек^2$) может служить известная эмпирическая формула Уббелоде (Ubbelhode):

$$\nu\,(см^2/сек) = 0{,}0731\,^\circ E - \frac{0{,}0631}{^\circ E} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

или новая формула [1]) по данным ГИНИ (Москва):

$$\nu\,(см^2/сек) = 0{,}0740\,^\circ E - \frac{0{,}135}{^\circ E} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

§ 4. Численные значения коэфициента вязкости.

Скажем теперь о численных значениях коэфициента вязкости. Предварительно следует особенно подчеркнуть, что значение μ изменяется не только для различных жидкостей, но и для одной и той же жидкости при разных ее температурах, а именно—с повышением температуры коэфициент вязкости уменьшается и притом весьма значительно.

1°. Вода. Наиболее подробно изучены значения коэфициента вязкости для воды. В этом отношении классическими по точности и обстоятельности являются опыты французского профессора-медика Пуазейля (Poiseuille), по которым можно непосредственно вывести такое выражение для кинематического коэфициента вязкости воды в системе c. g. s.:

$$\frac{\mu}{\rho} = \nu = \frac{0{,}0178}{1 + 0{,}0337\,T + 0{,}000221\,T^2}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

где T—температура по С. Так как, однако, при обычных температурах ρ весьма близко к единице, ибо даже при 50° плотность $\rho \cong 0{,}99\,г/см^3$, то и для коэфициента вязкости μ можно сохранить эмпирическую формулу (17), т. е. по Пуазейлю:

$$\mu = \frac{0{,}0178}{1 + 0{,}0337\,T + 0{,}000221\,T^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17')$$

При более высоких температурах μ определяется из (17) подстановкой соответствующих значений для плотности ρ воды на основании таблицы 1. Численные значения ν ($см^2/сек$) приводятся в таблице 4.

---

[1]) Подробнее о вискозиметрах см., например:

Проф. Л. С. Лейбензон, „Руководство по нефтепромысловой механике", ч. I, „Гидравлика", ГНТИ, 1931 г., стр. 253—284.

Проф. Л. С. Лейбензон, Д. С. Вилькер, П. П. Шумилов и В. С. Яблонский, „Гидравлика", Нефт. Изд., 1932, стр. 251—262.

ТАБЛИЦА 4.

T	ν	T	ν	T	ν
0°	0,0178	12°	0,0124	30°	0,0081
5°	0,0152	15°	0,0114	40°	0,0066
10°	0,0131	20°	0,0101	50°	0,0055

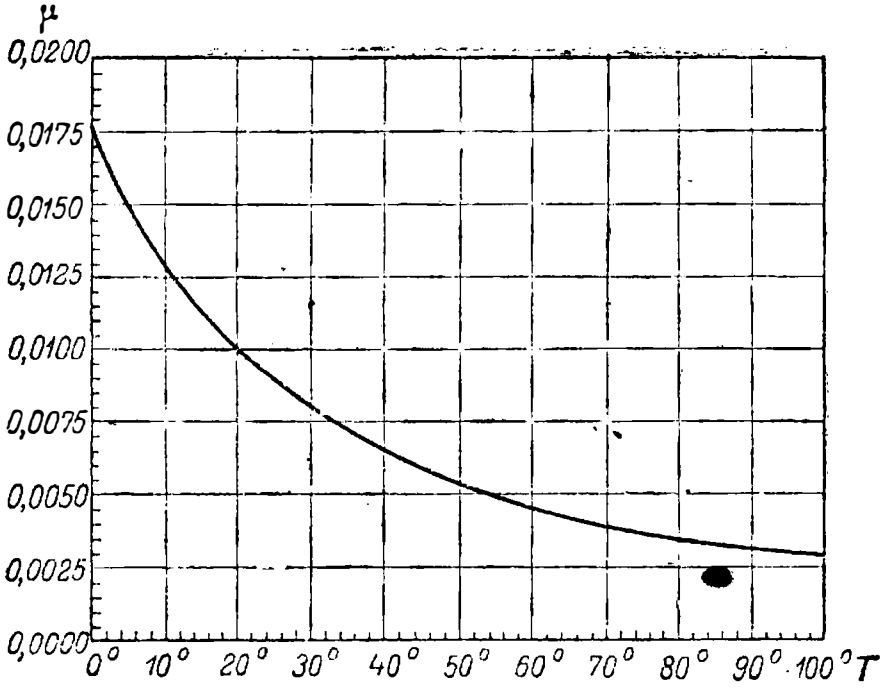
При грубых подсчетах можно приблизительно полагать:

$$\nu = \mu = \sim \frac{1}{100} \text{ (см}^2\text{/сек)},$$

что соответствует температуре воды $T = 20°$. При наиболее обычной температуре воды ($T = 10°$), можно считать:

$$\nu = \mu = 0{,}013 = \sim \frac{1}{75} \text{ (см}^2\text{/сек)}.$$

Коэфициент вязкости для воды неоднократно определялся и позднейшими исследователями, которые получили почти те же значения коэфициента μ, что и Пуазейль, т. е. вполне подтвердили формулу (17). При этом в некото-



Фиг. 1.

рых опытах температура воды доводилась почти до 100°, тогда как у Пуазейля она не превышала 45°. На фиг. 1 представлена кривая изменения μ в пуазах для воды в зависимости от температуры на основании опытов Тсорпа и Роджера (Thorpe and Rodger), причем наглядно видно,

ТАБЛИЦА 5.

Коэфициент вязкости воды μ (в сантипуазах).
(Тсорп и Роджер, Бингэм и Джексон).

Температура °C	Тсорп и Роджер	Бингэм и Джексон	Температура °C	Тсорп и Роджер	Бингэм и Джексон	Температура °C	Тсорп и Роджер	Бингэм и Джексон
0°	1,7766	1,7921	35°	0,7190	0,7225	70°	0,4048	0,4061
1		1,7313	36		0,7085	71		0,4006
2		1,6728	37		0,6947	72		0,3952
3		1,6191	38		0,6814	73		0,3900
4		1,5674	39		0,6685	74		0,3849
5	1,5083	1,5188	40	0,6525	0,6560	75	0,3782	0,3799
6		1,4728	41		0,6439	76		0,3750
7		1,4284	42		0,6321	77		0,3702
8		1,3860	43		0,6207	78		0,3655
9		1,3452	44		0,6097	79		0,3610
10	1,3014	1,3077	45	0,5959	0,5988	80	0,3547	0,3565
11		1,2713	46		0,5883	81		0,3521
12		1,2363	47		0,5782	82		0,3478
13		1,2028	48		0,5683	83		0,3436
14		1,1709	49		0,5588	84		0,3395
15	1,1324	1,1404	50	0,5464	0,5494	85	0,3336	0,3355
16		1,1111	51		0,5404	86		0,3315
17		1,0828	52		0,5315	87		0,3276
18		1,0559	53		0,5229	88		0,3239
19		1,0299	54		0,5146	89		0,3202
20	1,0005	1,0050	55	0,5044	0,5064	90	0,3140	0,3165
21		0,9810	56		0,4985	91		0,3130
22		0,9579	57		0,4907	92		0,3095
23		0,9358	58		0,4832	93		0,3060
24		0,9142	59		0,4759	94		0,3027
25	0,8900	0,8937	60		0,4688	95	0,2970	0,2994
26		0,8737	61		0,4618	96		0,2962
27		0,8545	62		0,4550	97		0,2930
28		0,8360	63		0,4483	98		0,2899
29		0,8180	64		0,4418	99		0,2868
30	0,7965	0,8007	65	0,4343	0,4355	100		0,2838
31		0,7840	66		0,4293			
32		0,7679	67		0,4233			
33		0,7523	68		0,4174			
34		0,7371	69		0,4117			

сколь сильно падает вязкость воды при уменьшении температуры: так, например, при 20° вязкость составляет около 57% от вязкости при 0°, при 50°—31%, при 70°—22% и при 90°—12%.

В табл. 5 приведены значения коэфициента вязкости воды μ в сантипуазах, через 5° по данным Тсорпа и Роджера и через 1° по Бингэму и Джексону (Bingham and Jackson).

Величина

$$\varphi = \frac{1}{\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

носит название коэфициента текучести или просто текучести. Для воды текучесть при разных температурах дается в таблице 6 (в системе c. g. s.).

ТАБЛИЦА 6.

T	φ	T	φ	T	φ
0°	56,20	12°	80,60	30°	123,60
5°	65,75	15°	87,70	40°	151,60
10°	76,30	20°	99,00	50°	181,90

2°. Нефтяные продукты. Для предварительных соображений при гидравлических расчетах с нефтепродуктами можно пользоваться следующими значениями коэфициента вязкости нефтяных продуктов при $T = 15°$ в пуазах:

Бензин	($\delta = 0{,}70 - 0{,}72$),	$\mu = \sim 0{,}0060 - 0{,}0065$,
Керосин	($\delta = 0{,}82 - 0{,}83$),	$\mu = \sim 0{,}020 - 0{,}025$,
Нефть	($\delta = 0{,}86$),	$\mu = \sim 0{,}07 - 0{,}08$,
Нефть	($\delta = 0{,}88$),	$\mu = \sim 0{,}25 - 0{,}30$,
Нефть	($\delta = 0{,}89$),	$\mu = \sim 0{,}50 - 0{,}60$,
Нефть	($\delta = 0{,}90$),	$\mu = \sim 1{,}30 - 1{,}40$.

Для вязкости нефтяных продуктов, на случай отсутствия прямых опытных данных, проф. Е. Ю. Пистолькорс предлагает приближенную формулу[1]):

$$\log_{10} \mu_p = -3 + \frac{0{,}211}{0{,}968 - \delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

где удельный вес можно взять по Таблице I, с переводом, если нужно, к требуемой температуре по формуле (3) или (4).

Приведенные данные представляют лишь приблизительные „осредненные" значения коэфициента μ для нефтепродуктов. Значения этих коэфициентов вообще сильно изменяются для различных сортов нефти, как видим уже из приведенных цифр; поэтому более точные данные следует получать или из специальных отчетов об испытании вязкости рассматриваемого сорта нефти, или на основании производства опытов путем применения вискозиметров. Для примера, по данным технической лаборатории Азнефти, приводим таблицу 7, содержащую значения кинематического коэфициента вязкости ν для некоторых нефтей ($см^3/сек$).

[1]) Журнал „Нефтяное и Сланцевое Хозяйство", № 9—12, 1920 г. Эта формула, повидимому, вообще удовлетворительная для бакинских продуктов, иногда при тяжелых сортах ($\delta > 0{,}92$) дает расходящиеся с опытами цифры.

ТАБЛИЦА 7.

Район	Удельный вес при 15°С	Смолистость по акцизной пробе в процентах	Кинематический коэф. вязкости ($см^2/сек$) при T по Цельсию			
			0°	10°	20°	50°
Сураханы	0,8573	8	0,3795	0,1935	0,1251	—
Сураханы	0,8611	6	—	0,3069	0,1564	—
Биби-Эйбат	0,8673	20,5	0,2120	0,1386	0,1000	—
Раманы	0,8677	10,5	0,4672	0,2580	0,1709	—
Сабунчи	0,8725	13	0,4385	0,2661	0,1730	—
Балаханы	0,8760	14	0,5740	0,3358	0,2120	—
Биби-Эйбат	0,8780	22	0,3853	0,2291	0,1534	—
Балаханы	0,8800	12	—	0,4565	0,2750	—
Биби-Эйбат	0,8871	24,5	0,5462	0,3358	0,2061	—
Биби-Эйбат	0,8909	27	0,7400	0,4155	0,2580	—
Балаханы	0,9050	25	—	—	0,8000	0,2089
Сабунчи	0,9102	22	—	0,9920	0,5015	—
Балаханы	0,9105	26	—	—	0,9540	0,2220
Бинагады	0,9250	30	—	—	1,020	0,2378
Бинагады	0,9340	30	—	—	1,114	0,2349

Изменение коэфициента вязкости нефтепродуктов с изменением их температуры может быть учтено „интерполяционной формулой" вида:

$$\mu_T = \frac{\mu_0}{1 + \alpha T + \beta T^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (20)$$

где μ_0 — вязкость при $T = 0°$; α и β — эмпирические коэфициенты [1]). Для практических целей нередко могут быть достаточны и несколько более простые интерполяционные формулы; так, например, полагая для кинематического коэфициента вязкости

$$\nu = \frac{a}{(T - b)^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

имеем по проф. Ф. П. Товстолесу [2]) следующие эмпирические коэфициенты a и b для двух сортов турбинных масел Нефтесиндиката марки „Л" и „М":

Масло марки „Л" . . . . . $a = 0{,}0675$; $b = 4{,}0$;
Масло марки „М" . . . . . $a = 0{,}089$; $b = 3{,}0$,

причем коэфициент ν выражается в $м^2/сек$.

---

[1]) См., например: Л. С. Блох и А. Ф. Добрянский, „Вязкость нефтяных продуктов", Москва — Ленинград, 1927 г. В книге имеются некоторые графики зависимости коэфициента вязкости от температуры.

[2]) „Гидравлика и насосы", ч. I, Энергоиздат, 1933, стр. 134.

3°. **Некоторые другие жидкости.** Приведем собранные нами по различным источникам (по Koch'y, Biel'ю, О. Д. Хвольсону и др.) данные для следующих жидкостей (в пуазах):

ТАБЛИЦА 8.

Для глицерина:					
T	2°.8	5°	10°	20°	26°,5
μ	42,2	35,25	22,5	8,0	4,9
Для репного масла:					
T	0°	5°	10°	20°	30°
μ	25,2	6,27	3,7	1,8	1,0
Для ртути:					
T	21°,4	0°	100°	200°	340°
μ	0,0185	0,0170	0,0122	0,0102	0,00905

Для некоторых масел органического происхождения по проф. Н. П. Петрову имеем значения μ (в пуазах):

ТАБЛИЦА 9.

Температура	20°	30°	40°	50°	60°	70°	Удельный вес
1. Спермацетовое масло	0,35	0,24	0,175	0,13	0,10	0,08	$\delta = 0{,}88$
2. Оливковое масло	0,83	0,53	0,35	0,25	0,185	0,14	$\delta = 0.915$
3. Сурепное масло	0,92	0,595	0,40	0,285	0,21	0,16	$\delta = 0.915$
4. Касторовое масло	9,72	4,55	2,28	1,28	0,78	0,485	$\delta = 0{,}96$

Укажем, наконец, еще следующие отдельные цифры для μ в сантипуазах (при $T = 20°$, за исключением оговорок):

Алкоголь ($T = 18°$)	1,31	Метиловый спирт	0,59
Ангидрид уксусный	0,90	Пропиловый спирт	2,25
Анилин ($T = 18°$)	4,61	Сероуглерод	0,37
Бром	0,99	Хлористый этилен	0,83
Бромистый этил	0,39	Хлороформ	0,56
Бутиловый спирт	2,95	Этиловый спирт	1,19
Иодистый этил	0,58	Эфир	0,26
Кислота уксусная	1,22		

§ 5. Дополнительные замечания о коэфициенте вязкости.

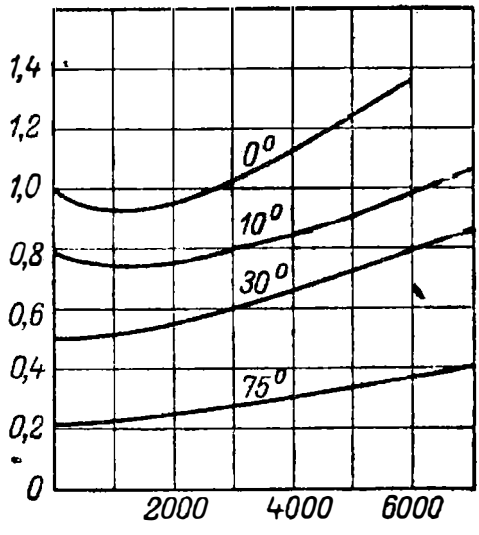
Что касается зависимости вязкости от давления, то вообще вязкость возрастает с увеличением давления, но это влияние давления, в практически интересных пределах (от 1 до 200 атм.), сказывается сравнительно весьма незначительно.

Для нефтей при давлении до 100 атм. можно принимать увеличение вязкости равным $\frac{1}{500}$ ее первоначального значения на каждую атмосферу увеличения давления. Для некоторых других жидкостей приведем по проф. И. Г. Есьману [1]) следующие цифры (в пуазах):

[1]) „Нефтяная Гидравлика", 1932, стр. 33—34.

Давления	1 атм.	50 атм.	100 атм.
Цилиндровое масло	3,24	3,53	3,85
Машинное марки „А"	0,39	0,45	0,51
Веретенное	0,15	0,16	0,17

В отношении зависимости вязкости от давления вода представляет аномалию, как ясно из приводимого на фиг. 2 графика [1]) Бридгмэна (Bridgman), где по оси абсцисс отложены давления в атмосферах, а по оси ординат — вязкость воды, причем вязкость ее при атмосферном давлении и температуре равной 0° принята за единицу. Как видим из этого графика, в практически важных для гидравлики и гидротехники пределах давлений, вязкость воды в зависимости от давления изменяется чрезвычайно незначительно. График Бридгмэна имеет приближенный характер, особенно для $T = 75°$.



Фиг. 2.

Укажем теперь некоторые цифровые данные для вязкости растворов, вязкости жидких смесей и вязкости смолистых веществ [2]).

Для характеристики вязкости некоторых растворов может служить таблица 10, в которой (по Герцу и Мартину) приведены коэфициенты вязкости μ (в сантипуазах):

ТАБЛИЦА 10.

Вязкость некоторых растворов в сантипуазах.

Количество растворённого вещества в граммах на 100 $см^3$	NaCl 25,695	Na_2SO_4 11,120	K_2SO_4 10,962	Щавелевая кислота 8,552
Температура (C) . . . . . 20°	1,835	1,410	1,136	1,193
„ . . . . . 30°	1,471	1,124	0 934	0,951
„ . . . . . 40°	1,211	0,922	0,771	0,780
„ . . . . . 50°	1 020	0,772	0,648	0,654
„ . . . . . 60°	0,877	0,659	0,571	0,561
„ . . . . . 70°	0,767	0,735	0,501	0,489
„ . . . . . 80°	0,681	—	—	0,430
„ . . . . . 90°	0,634	—	0,403	0,382

[1]) Гатчек. „Вязкость жидкостей", Техн.-Теор. Изд., 1932 (перевод с английского), стр. 84.

[2]) По материалам, приводимым у Гатчека (см. предыдущую сноску). Книгу Гатчека вообще можно рекомендовать желающим ближе ознакомиться с вязкостью жидкостей.

Из области **жидких смесей** помещаем в сантипуазах данные **Мюллера** для коэфициента вязкости μ смеси глицерина с водой (табл. 11).

ТАБЛИЦА 11.

Вязкость смеси глицерин — вода в сантипуазах.

Температура (С)	Проценты глицерина по весу					
	99,14	81,98	61,44	39,31	20,29	0
17	—	100,7	—	—	—	—
18	1393,0	—	—	3,89	2,03	—
20	—	72,6	12,27	—	1,90	1,029
30	570,8	40,3	8,57	2,84	1,58	0,817
40	267,5	25,5	5,75	2,11	1,19	0,672
50	175,2	15,1	4,19	1,69	0,97	0,550
60	124,1	12,2	3,23	1,37	0,86	0,455
70	53,3	8,61	2,56	1,16	0,72	0,403
80	32,8	5,68	2,04	1,01	0,64	0,351
90	17,9	5,01	1,69	0,88	0,55	0,317

Наконец, **для смолы** приводим в пуазах таблицу 12 по **Покеттино** (Pochettino), из которой видны чрезвычайно большие значения коэфициента μ:

ТАБЛИЦА 12.

Вязкость смолы.

Температура (С)	μ (в пуазах)	Температура (С)	μ (в пуазах)
9,0°	$2{,}35 \cdot 10^{10}$	45,1°	$1{,}64 \cdot 10^{5}$
13,3	$5{,}02 \cdot 10^{9}$	50,1	$4{,}91 \cdot 10^{4}$
15,1	$2{,}57 \cdot 10^{9}$	59,0	$1{,}26 \cdot 10^{4}$
17,9	$6{,}33 \cdot 10^{8}$	65,1	$5{,}77 \cdot 10^{3}$
19,0	$4{,}52 \cdot 10^{8}$	70,2	$3{,}10 \cdot 10^{3}$
20,1	$3{,}30 \cdot 10^{8}$	75,4	$1{,}65 \cdot 10^{3}$
25,2	$3{,}49 \cdot 10^{7}$	80,3	$9{,}23 \cdot 10^{2}$
29,8	$7{,}30 \cdot 10^{6}$	86,2	$4{,}89 \cdot 10^{2}$
34,8	$1{,}75 \cdot 10^{6}$	92,8	$2{,}30 \cdot 10^{2}$
39,4	$6{,}17 \cdot 10^{5}$	99,9	$1{,}19 \cdot 10^{2}$

В заключение остановимся на понятии **относительной вязкости** жидкостей.

Для сравнения вязкости воды при различных температурах, а также вязкости разных жидкостей между собою, весьма удобно пользоваться понятием **относительной вязкости**, которую можно обозначить через Z, причем:

$$Z = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

где μ_0 — коэфициент вязкости воды при $T=0^\circ$ ($\mu_0 = 0{,}0178 \cong 0{,}018$ пуаза), а μ — коэфициент вязкости данной жидкости или воды при некоторой температуре, отличной от нуля. Грубо можно принять, что:

$$Z \cong 50\,\mu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22')$$

Иногда Z выражается также в процентах, причем вязкость воды при 0° считается за 100%. В таблице 13 приводятся некоторые данные о коэфициенте Z для воды, глицерина и репного масла.

ТАБЛИЦА 13.

Наименование жидкости	$T=5^\circ$		$T=10^\circ$		$T=20^\circ$		$T=30^\circ$	
	Z	$Z^0/_0$	Z	$Z^0/_0$	Z	$Z^0/_0$	Z	$Z^0/_0$
Вода	0,854	85,4	0,737	73,7	0,567	56,7	0,455	45,5
Глицерин	1980	—	1265	—	450	—	264	—
Репное масло . .	352	—	208	—	101	—	56,2	—

К весьма вязким жидкостям принадлежит патока, — особенно при некоторых примесях к ней; есть примеры, когда для патоки получается коэфициент вязкости $\mu \cong 600$ (пуазы), чему отвечает $Z \cong 30\,000$, т. е. для такой патоки вязкость примерно в 30 000 раз больше вязкости воды при 0° и в 60 000 раз больше вязкости воды при 20°. Глицерин и патоку можно применять при лабораторных опытах, когда нужно иметь особенно вязкую жидкость.

§ 6. Некоторые справочные данные общего значения.

Из цифровых справочных данных общего значения считаем полезным привести следующие (все нижепоименованные таблицы см. в конце книги):

Таблица II: Важнейшие числовые величины.
" III: Взаимный перевод метрических и английских мер.
" IV: Мантиссы десятичных логарифмов.
" V: Антилогарифмы чисел (десятичные).
" VI: Натуральные логарифмы.
" VII: Значения тригонометрических функций.
" VIII: Длина дуг круга в частях радиуса (перевод градусов в радианы).
" IX: Значения e^x.
" X: Значения e^{-x}.
" XI: Значения гиперболического синуса (Sh x).
" XII: Значения гиперболического косинуса (Ch x).
" XIII: Значения гиперболического тангенса (Th x).

Таблица XIV: Значения гиперболического котангенса (Cth x).
„ XV: Полные эллиптические интегралы первого и второго рода.
„ XVI: Эллиптические интегралы первого рода.
„ XVII: Эллиптические интегралы второго рода.

Отметим, что Таблица V приводится по проф. С. П. Глазенапу[1]). Таблицы XV—XVII даем по Jahnke-Emde[2]). Прочие таблицы приводятся в ряде математических сочинений и справочников, откуда и заимствованы нами; при этом Таблицы XIII—XIV нами несколько дополнены (для $x > 2{,}3$) по сравнению с их обычным объемом.

На случай, если иногда при расчетах понадобятся более подробные таблицы, укажем, что по гиперболическим функциям такие таблицы дал Ligowski („Tafeln der Hyperbelfunktionen") и Keiichi Hayashi. Менее подробные (но все же достаточно удобные) таблицы гиперболических функций находим в книге В. С. Софронова[3]). По эллиптическим интегралам наиболее подробными являются таблицы Legendre'a[4]) с девятью десятичными знаками; в недавнее время в СССР Гос. Гидрологическим Институтом составлены и изданы весьма удобные таблицы эллиптических интегралов с шестью десятичными знаками[5]). Наконец, говоря о более подробных таблицах, отметим книгу Potin'a по круговым, гиперболическим и эллиптическим функциям[6]).

Приведем здесь наиболее часто применяемые для обозначений буквы греческого алфавита и их названия:

α — альфа	ϑ, θ — тэта	σ — сигма
β — бэта	$\varkappa$ — каппа	τ — тау
γ — гамма	λ — ламбда	φ — фи
δ — дэльта	μ — мю	χ — хи
ε — эпсилон	ν — ню	ξ — кси
ζ — дзэта	π — пи	ψ — пси
η — эта	ρ — ро	ω — омега.

Из больших букв чаще употребляются:

Γ — гамма	Σ — сигма
Δ — дэльта	Φ — фи
Θ — тэта	Ψ — пси
Λ — ламбда	Ω — омега.

---

[1]) „Матем. и астрон. таблицы", Ленингр., изд. Ак. Наук, 1932 г.

[2]) „Funktionentafeln mit Formeln und Kurven", Leipzig und Berlin, 1909 (см. также след. изд. той же книги). — Значения $F(\varphi, \theta)$ для $\theta = 87°$ взяты нами из упомянутых таблиц С. П. Глазенапа.

[3]) „Круговые и гиперболические функции комплексн. переменного", Гос. Инст. Сооружений, 1931, сообщение 30.

[4]) Legendre, „Exercices de calcul intégral", t. III, Paris, 1816.

[5]) Записки Гос. Гидролог. Инст., том VI, 1932.

[6]) L. Potin, „Formules et tables numériques relatives aux fonctions circulaires, hyperboliques, elliptiques," Paris, 1925. В этой книге воспроизведены таблицы Legendre'a.

ГЛАВА I.

ГИДРОСТАТИКА.

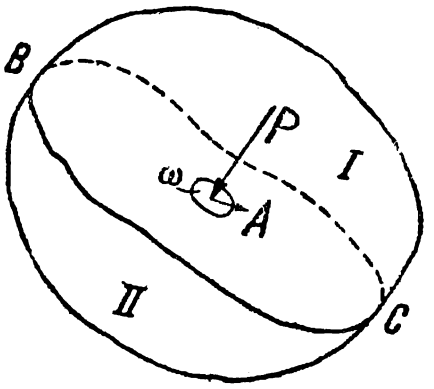
§ 7. Основные понятия.

Если в жидком теле провести, например, плоскость $B-A-C$ (фиг. 3), то по этой плоскости со стороны части I передается действие сил на часть II. При этом сила P, приходящаяся на площадку ω (фиг. 3), называется суммарным гидростатическим давлением на эту площадь, отношение $P:\omega$ — средним единичным гидростатическим давлением (или средним напряжением его). Если, наконец, будем приближать величину площадки ω (площадки действия) к нулю, но так, чтобы точка A оставалась внутри площадки, то, как предел отношения $P:\omega$, получим напряжение гидростатического давления (или единичное гидростатическое давление) в данной точке A, обозначаемое через p:

$$p = \lim \left(\frac{P}{\omega}\right)_{\omega=0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (23)$$

Для краткости условимся в следующих названиях:

P — суммарное давление,
$P:\omega$ — среднее гидростатическое давление,
p — гидростатическое давление в данной точке.



Фиг. 3.

Основные свойства гидростатического давления p в данной точке таковы:

1) Гидростатическое давление нормально к площадке действия и притом направлено по нормали внутренней.

2) Гидростатическое давление в данной точке не зависит от ориентировки, т. е. от угла наклона площадки действия, или иными словами — в данной точке оно будет одинаково, как бы ни была ориентирована эта площадка.

Если жидкость плотности ρ подвержена действию массовых сил, проекции коих, рассчитанные на единицу массы, суть X, Y и Z (соответственно на оси x-ов, y-ов и z-ов), то дифференциальные уравнения равновесия этой жидкости, как найдено Эйлером (Leonard Euler, 1755 г.), суть:

$$\left.\begin{aligned} X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}&=0\\ Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}&=0\\ Z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}&=0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (24)$$

Общие условия, при которых возможно равновесие жидкости, можно выразить так: а) действующие массовые силы должны иметь потенциал, т. е. должна существовать функция $W(x, y, z)$, для которой

$$\frac{\partial W}{\partial x} = X;\ \frac{\partial W}{\partial y} = Y;\ \frac{\partial W}{\partial z} = Z, \qquad \ldots\ldots\ldots (25)$$

и б) плотность ρ при однородной жидкости должна зависеть лишь от давления, т. е. $\rho = f(p)$; в частности, для капельной (несжимаемой) однородной жидкости, которую мы единственно и имеем здесь в виду, $\rho = \text{const}$.

Для такой жидкости по (24) и (25) можно получить выражение:

$$p - p_0 = \rho(W - W_0), \qquad \ldots\ldots\ldots (26)$$

где W_0 есть значение потенциальной функции в определенной точке, в которой давление $= p_0$.

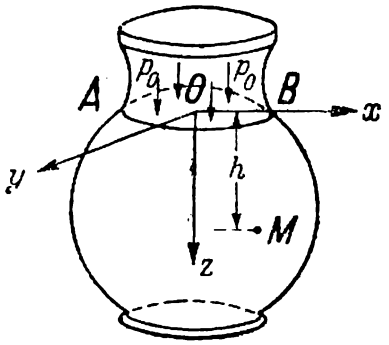
Для тяжелой покоящейся жидкости, беря начало координат на свободной поверхности, направляя ось z-ов вертикально вниз или вверх и имея в виду, что при этом $W = \pm gz$ и что на свободной поверхности $W_0 = 0$ (причем $z = 0$ и $p = p_0$), получим:

$$p = p_0 \pm \gamma z \qquad \ldots\ldots\ldots (26')$$

§ 8. Гидростатическое давление в данной точке для тяжелой покоящейся жидкости.

Для этого наиболее практически важного случая вместо z в зависимости (26′) введем h, понимая под таким обозначением глубину погружения данной точки, в которой ищется давление, причем получим (фиг. 4):

$$p = p_0 + \gamma h \qquad \ldots\ldots\ldots (27)$$



Фиг. 4.

Здесь можно назвать p — полным гидростатическим давлением в данной точке, p_0 — гидростатическим давлением на свободной поверхности и γh — избыточным гидростатическим давлением. Если нас интересует только это последнее, то будем писать:

$$p' = \gamma h, \qquad \ldots\ldots\ldots (28)$$

так что по (27) будет:

$$p = p_0 + p' \qquad \ldots\ldots\ldots (29)$$

При всяких численных подсчетах величины гидростатического давления по этим формулам, необходимо предварительно выбирать определенную единицу длины и единицу веса и только в этих единицах выражать γ, h, p_0, p и p'. Так, например, выбирая за единицу длины метр, а за единицу веса — килограмм, мы должны помнить, что γ есть вес 1 *куб. м*, выраженный в *кг* (т. е. $\gamma = 1000$ *кг*/*м*^{3}), причем гидростатическое давление получим в *кг*/*м*^{2}; если единица длины есть метр, а единица веса — тонна, то $\gamma = 1$ *т*/*м*^{3} и т. д.

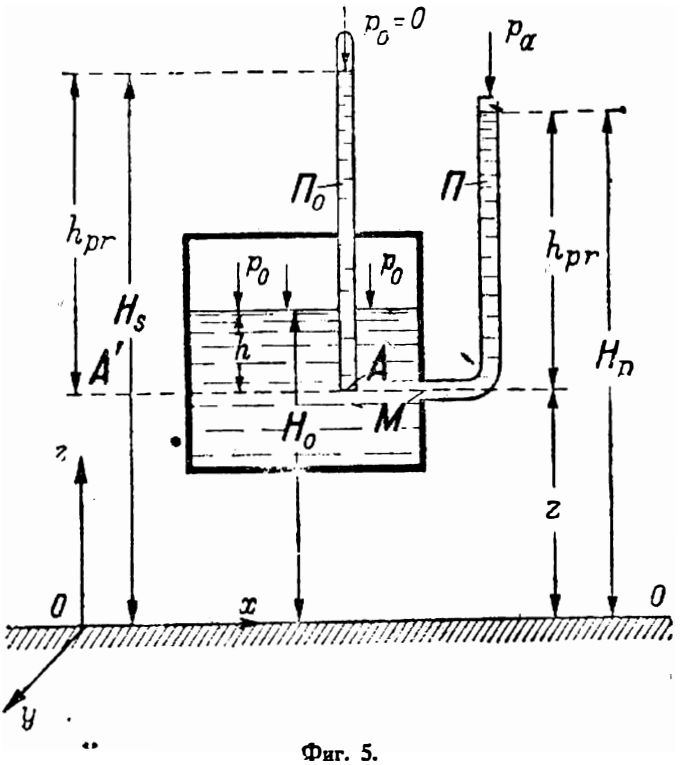
Только что сказанное — весьма просто, и мы обращаем на это внимание лишь с целью предостеречь от возможных при расчетах ошибок. В видах наглядности приводим для воды таблицу, понятную без дальнейших пояснений.

ТАБЛИЦА 14.

Единица длины	Единица веса	γ [1])	Соотв. выражение для ф-лы $p' = \gamma h$	В каких мерах выражается гидростатическое давление
Сантим.	Килогр.	0,001	$p' = 0{,}001\, h$	*кг/см²*
Метр	„	1000	$p' = 1000\, h$	*кг/м²*
„	Тонна	1	$p' = h$	*т/м²*
Фут (*ft*)	Англ. фунт (*lbs*)	62,4	$p' = 62{,}4\, h$	*lbs/ft²*

Гидростатическое давление (как сила, считаемая на единицу площади), конечно, может быть выражено в любых единицах силы на единицу площади; применяя метрические меры, обычно считают гидростатическое давление в *кг/см²* или в тоннах на *м²*. Однако, есть еще и другие способы для числового выражения этого давления, к которым и обратимся.

Прежде всего из (28) видим, что о давлении p' легко судить, если знаем h, т. е. глубину погружения точки, в которой ищем давление; иначе говоря, h есть высота того вертикального столба жидкости, который оказывает давление на единичную площадь, построенную при данной точке. Этой высотой и можно измерять давление p', вместо измерения его в единицах силы на единицу площади.



Фиг. 5.

Но нетрудно видеть, что такой же способ измерения возможен и для давления p по (27). В самом деле, возьмем какую-либо точку A (фиг. 5), находящуюся на глубине h под уровнем жидкости с поверхностным давлением $= p_0$, и представим себе, что непосредственно над этой точкой установлена закрытая сверху трубка Π_0, в верхней части коей давление $p_0 = 0$, т. е. мы имеем здесь полное разрежение давления (Торричеллиева пустота). В этой трубке жидкость поднимается на некоторую высоту, которую обозначим через h_{or} (после увидим, почему

[1]) Для других жидкостей, понятно, следует числа этого столбца умножить на относительный удельный вес жидкости (Табл. I в конце книги).

мы вводим такое обозначение). Гидростатическое давление в точке A, передаваемое со стороны жидкости в трубке, будет равно $0+\gamma h_{pr}=\gamma h_{pr}$; в виду равновесия жидкости, эта величина должна быть равна гидростатическому давлению p в той же точке, передаваемому со стороны жидкости в сосуде, т. е.

$$p=\gamma h_{pr} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (30)$$

Отсюда мы и видим, что не только **избыточное, но и полное гидростатическое давление можно выражать (измерять) высотой соответствующего столба жидкости** h_{pr}: зная эту высоту, положим, по непосредственному наблюдению, мы тем самым по (30) знаем и давление p. Если же, наоборот, мы знаем p, то можем найти на основании (30) величину h_{pr}:

$$h_{pr}=\frac{p}{\gamma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (30')$$

Высоту h_{pr} можно назвать **„приведенной высотой давления“**, или короче „высотой давления“ [1]); из изложенного понятно, что это есть такая высота жидкости в трубке Π_0 (фиг. 5), которая в рассматриваемой точке способна создать то же самое давление p, какое в этой точке производит налитая в сосуд жидкость. Из самого определения следует, что h_{pr} имеет размерность длины, что легко получаем и из ф-лы (30′), подставляя соответствующие выражения размерности для величин p и γ, а именно: для p — размерность силы, приходящейся на единицу площади, а для γ — размерность силы на куб. единицу, причем и будет:

$$\text{разм. } [h_{pr}]=\frac{MLT^{-2}}{L^2}:\frac{MLT^{-2}}{L^3}=L.$$

Вместо (30′), подставляя выражение для p по (27), можем написать:

$$h_{pr}=\frac{p_0+\gamma h}{\gamma}=h+\frac{p_0}{\gamma}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (31)$$

для избыточного давления, очевидно, $h_{pr}=h$.

По (30′) мы можем найти, какая „приведенная высота давления“ соответствует для воды гидростатическому давлению в 1 $кг/см^2$; при этом, желая получить h_{pr} в сантиметрах, согласно таблице 14 следует подставить $\gamma=0{,}001$, так что получим:

$$h_{pr}=\frac{1}{0{,}001}=1000\ см=10\ м,$$

т. е. **давление воды в 1** $кг/см^2$ **отвечает высоте давления в 10** $м$. Полезно также запомнить, что давление в 1 $т/м^2$ отвечает высоте давления в 1 $м$, что прямо следует из (30′) при подстановке $\gamma=1$, иными словами: **каждый метр погружения в воду дает давление в одну тонну на** $м^2$.

Измерение давления высотой столба жидкости весьма удобно и применяется не только в гидравлике, но и вообще в технике. Здесь уместно напомнить еще один (общетехнический) способ измерения давления, также применяемый иногда в гидравлике, а именно—**в атмосферах**. При этом одна „новая“

[1]) В соответствии с этим и вводим обозначение h_{pr}: значок „pr“ отвечает первым двум буквам французского слова „pression“ (давление).

(или „техническая“) атмосфера, как известно, отвечает давлению в 1 $кг/см^2$ ($= 10\ т/м^2$) или высоте столба воды в 10 $м$, в отличие от „старой“, соответствующей высоте столба воды в 10,33 $м$; для ртути (уд. вес $= 13{,}59$ при 0°) „новая“ атмосфера отвечает высоте столба в 0,7358 $м$, а „старая“ (физическая) — высоте в 0,76 $м = 76\ см = 760\ мм$.

Итак, мы имеем три способа для числового выражения величины гидростатического давления:

1) в единицах силы на единицу площади,
2) в единицах высоты столба жидкости,
3) в атмосферах.

Понятно, что и давление p_0 на свободной поверхности может быть выражено по любому из этих способов.

Пример 1. Для воды, при атмосферном давлении на свободной поверхности ($p_0 = 1$ атм.), на глубине $h = 2$ $м$ получим полное гидростатическое давление:

$$p = p_0 + \gamma h = 1 + 0{,}001 \cdot 200 = 1{,}2\ кг/см^2 = 1{,}2\ \text{атм.} = 12\ м \text{ водяного столба.}$$

Избыточное давление на той же глубине будет:

$$p' = \gamma h = 0{,}001 \cdot 200 = 0{,}2\ кг/см^2 = 0{,}2\ \text{атм.} = 2\ м \text{ водяного столба.}$$

При расчете в тоннах на $м^2$ следует писать (так как $p_0 = 1$ атм. $= 10\ т/м^2$):

$$p = 10 + 1 \cdot 2 = 12\ т/м^2; \qquad p' = \gamma h = 1 \cdot 2 = 2\ т/м^2.$$

Пример 2. В баке с нефтью при относительном удельном весе ее равном 0,9 и при давлении на свободной поверхности $p_0 = 2$ атм., давление p на глубине $h = 3$ $м$ будет:

$$p = 2 + 0{,}001 \cdot 0{,}9 \cdot 300 = 2{,}27\ кг/см^2 = 2{,}27\ \text{атм.} = 22{,}7\ м \text{ водяного столба.}$$

Избыточное давление на глубине в 2 $м$ при расчете в тоннах на $м^2$ равно:

$$p' = 1 \cdot 0{,}9 \cdot 2 = 1{,}8\ т/м^2 = 0.18\ \text{атм.} = 18\ м \text{ водяного столба} = \frac{1{,}8}{0{,}9} = 2{,}0\ м \text{ нефтяного столба.}$$

§ 9. Пьезометрическая высота. Вакуум.

Помимо „приведенной высоты давления“, другим весьма важным понятием гидростатики тяжелой жидкости является „пьезометрическая высота“, причем оба эти понятия весьма близки между собой.

Обращаясь к прежней фиг. 5, возьмем в сосуде у стенки точку M и приставим к ней трубку $П$, отличающуюся от рассмотренной раньше трубки $П_0$ тем, что эта новая трубка сверху открыта, и поэтому на поверхности жидкости в ней давление равно не нулю, но некоторой величине p_a, т. е. давлению в той среде, куда открывается верхний конец трубки $П$; чаще всего на практике это давление равно атмосферному. В этой трубке жидкость поднимается на некоторую высоту h_p, которая и называется пьезометрической.

Величина h_p связана с гидростатическим давлением p весьма простой зависимостью:

$$p = p_a + \gamma h_p, \qquad \ldots \qquad (32)$$

откуда

$$h_p = \frac{p - p_a}{\gamma} \qquad \ldots \qquad (32')$$

Как ясно из последней зависимости, h_p характеризует не абсолютное давление p, а лишь разность двух давлений: в данной точке и в той среде (например, в атмосферном воздухе), куда выходит верхний открытый конец трубки $П$. Самая трубка называется „пьезометриче-

ской трубкой" или „пьезометром". Ясно по (32), что мы можем определить давление p в данной точке, если по непосредственному наблюдению измерим h_p и если, кроме того, будем знать давление p_a в верхнем конце пьезометра; наоборот, зная p и p_a, легко найдем h_p по (32').

Как видим, величина h_p по своему смыслу весьма близка к тому, какое имеет h_{pr}, и самый способ измерения давления при помощи h_p по существу не отличается от измерения при помощи h_{pr}. Для лабораторных и практических целей пользуются пьезометрическими открытыми трубками, трубка же Π_0 является лишь весьма наглядной теоретической схемой, так как высота жидкости в ней непосредственно дает представление о величине гидростатического давления p.

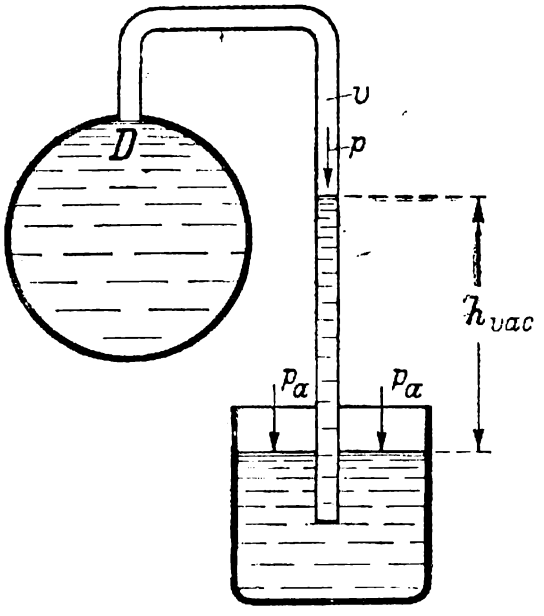
Подставляя в (32') выражение для p по (27), получим:

$$h_p = h + \frac{p_0 - p_a}{\gamma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (32'')$$

Если $p_0 = p_a$ [1]) (т. е., например, если оба эти давления, как весьма часто бывает, равны атмосферному), то

$$h_p = h, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (33)$$

т. е. в этом случае пьезометрическая высота просто равна глубине погружения данной точки под уровень жидкости, что ясно и непосредственно (в виду равновесия жидкости).



Фиг. 6.

Обратимся теперь к случаю, когда измеряемое давление меньше атмосферного, положив для наглядности, что такое давление установилось, например, в области D (фиг. 6). В этом случае говорят, что в области D имеется вакуум, т. е. разрежение давления (по сравнению с атмосферным). Для измерения величины p такого давления применяется обратный пьезометр v, иначе называемый вакуумметром и представляющий собой трубку, одним концом соединенную с областью, где измеряется давление, а другим опущенную во вспомогательный сосуд с жидкостью, на поверхность коей действует атмосферное давление p_a.

Под влиянием атмосферного давления жидкость из этого сосуда поднимается по трубке v на некоторую высоту h_{vac}, причем

$$p = p_a - \gamma h_{vac} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (34)$$

$$h_{vac} = \frac{p_a - p}{\gamma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (34')$$

[1]) В дальнейшем через p_a мы и будем обозначать только атмосферное давление.

Здесь величина h_{vac} измеряет, как ясно из (34′), **абсолютное давление в области** D, **а разность двух давлений**: атмосферного (p_a) и того, которое устанавливается в области D (т. е. p). Эта **разность давлений** (а не самое давление p) **и называется вакуумом** в данной области; иными словами, **вакуум есть недостаток давления до атмосферного**.

Как разность двух давлений, вакуум можно выражать при числовых расчетах теми же тремя способами, как и всякое гидростатическое давление, т. е.: 1) в единицах силы на единицу площади (например, в *кг/см*²) [1]; 2) в единицах высоты столба жидкости; 3) в атмосферах, точнее сказать в данном случае—в долях атмосферы (так как **вакуум не может быть больше одной атмосферы** по самому его определению). Кроме того, существует еще и **четвертый способ** выражения величины вакуума — **в процентах**, если одну атмосферу считать за 100%. В гидравлике чаще всего вакуум считается в метрах жидкого столба.

Как видим из (34′), разность давлений p_a и p, т. е. вакуум, непосредственно и представляется высотой h_{vac} жидкости в вакуумметре (фиг. 6), почему, обозначая величину вакуума через Vac, вместо (34′) можем писать:

$$Vac = \frac{p_a - p}{\gamma}, \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (35)$$

причем

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} - Vac \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (35')$$

Пример 3. Если $h_{vac} = 4$ *м* водяного столба, то можно сказать (фиг. 6), что в области D вакуум = 0,4 *кг/см*² = 4 *м* = 0,4 атм. = 40%.

При этом абсолютное давление в D будет на основании (35′) = 0,6 *кг/см*² = 6 *м* водяного столба = 0,6 атм.

§ 10. Напор.

Нам остается выяснить еще одно весьма важное понятие гидростатики тяжелой жидкости, — понятие о напоре, причем будем пользоваться фиг. 5.

Гидростатическим напором H_s [2] в данной точке жидкости (положим, A) по отношению к какой-либо горизонтальной плоскости (плоскости сравнения) $O-O$ **называется сумма двух линейных величин: соответствующей приведенной высоты давления** h_{pr} **и координаты** z (или „отметки") **этой точки, при направлении оси** z**-ов вертикально вверх и при любом положении плоскости** $O-O$, т. е.

$$H_s = h_{pr} + z, \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (36)$$

или в виду (30′)

$$H_s = \frac{p}{\gamma} + z \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (36')$$

Поясним это понятие с **физической** (энергетической) точки зрения. Если, взяв некоторое количество жидкости весом G, представим себе его

[1] Этот способ выражения, впрочем, практически для вакуума мало встречается.

[2] В обозначении H_s значок „s" есть первая буква французского слова „statique" (статический).

сосредоточенным в данной точке A (фиг. 5) и затем установим над этой точкой трубку $П_0$, то взятое нами количество жидкости под влиянием давления p может подняться по трубке на высоту h_{pr} над горизонтальной плоскостью $A'—A$ и на высоту $H_s = h_{pr} + z$ над плоскостью $O—O$ (координатная плоскость Oxy); эта последняя плоскость, от которой мы ведем отсчет „отметок" z, и называется обычно **плоскостью сравнения**. Таким образом, по отношению к плоскости сравнения взятое количество жидкости весом G обладает потенциальной энергией $= G \cdot H_s$, что дает на единицу веса

$$\frac{G \cdot H_s}{G} = H_s = h_{pr} + z = \frac{p}{\gamma} + z,$$

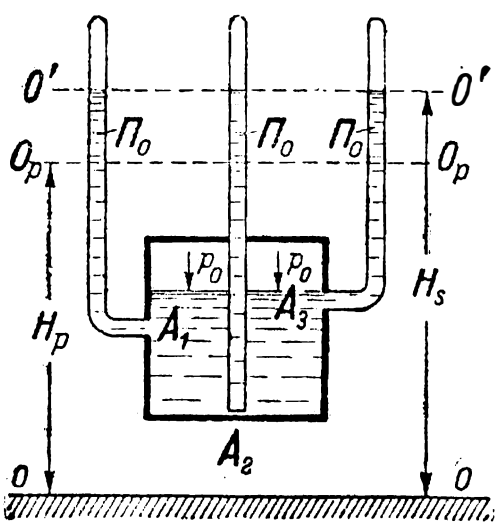
т. е. величина H_s служит мерой потенциальной энергии жидкости по расчету на единицу веса, или, как говорят для краткости, **мерой потенциальной удельной энергии жидкости**,—казалось бы нужным прибавить: в данной точке A, но мы сейчас увидим, что это прибавление излишне.

В самом деле, заменяя в (36′) величину p по (27), имеем:

$$H_s = \frac{p}{\gamma} + z = \frac{p_0 + \gamma h}{\gamma} + z = \frac{p_0}{\gamma} + (h + z),$$

где для **любой точки жидкости** в сосуде (как ясно из чертежа) $h + z = H_0$, причем H_0 есть расстояние от свободной поверхности жидкости до плоскости сравнения. Поэтому для H_s получим:

$$H_s = \frac{p_0}{\gamma} + H_0 = \text{const.}, \quad . \quad . \quad (37)$$



Фиг. 7.

так как и давление p_0, как и H_0, не связано, конечно, с отметкой z той точки (например, A), для которой мы находим гидростатический напор H_s. Формулу (37) можно писать и в виде:

$$\frac{p}{\gamma} + z = \frac{p_0}{\gamma} + H_0 = \text{const.} \quad . \quad (37')$$

Итак, мы можем сказать, что **величина гидростатического напора** H_s (или сумма приведенной высоты давления $\frac{p}{\gamma}$ и отметки z) **для всех точек покоящейся тяжелой жидкости есть величина постоянная**. Таким образом, если в различных точках $A_1, A_2, A_3 \ldots$ (фиг. 7) установим трубки $П_0$, то во всех этих трубках жидкость поднимется до одного и того же уровня, т. е. **вершины приведенных высот давления будут лежать в одной горизонтальной плоскости** $O′—O′$, которую можно назвать плоскостью гидростатического напора (короче — **напорной плоскостью**).

С физической точки зрения поэтому и величина **удельной потенциальной энергии** во всех точках покоящейся тяжелой жидкости **постоянна**. Так как $H_s = \frac{p}{\gamma} + z$, то с энергетической стороны можно ска-

зать, что удельная потенциальная энергия жидкости состоит из двух частей: первая $\left(\frac{p}{\gamma}\right)$ может быть названа удельной энергией давления (так как она зависит от давления p в данной точке), вторая (z)— удельной энергией положения (так как зависит от отметки z, т. е. положения данной точки жидкости над плоскостью сравнения).

Если вместо трубки $П_0$ в данной точке A (фиг. 5) установим открытый пьезометр $П$, то в нем жидкость поднимется, как мы знаем из предыдущего параграфа, не на высоту h_{pr}, но лишь на высоту h_p, и при этом мы должны уже говорить не о прежнем напоре H_s, но о соответствующем напоре H_p, причем

$$H_p = h_p + z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (38)$$

Этот напор должен быть назван пьезометрическим. Подставляя h_p по (32′), получим вместо (38):

$$H_p = \left(\frac{p}{\gamma} + z\right) - \frac{p_a}{\gamma} = H_s - \frac{p_a}{\gamma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (39)$$

Так как $\frac{p_a}{\gamma}$ не зависит от положения рассматриваемой точки в жидкости, то, в виду (37), можем по (39) написать, что и

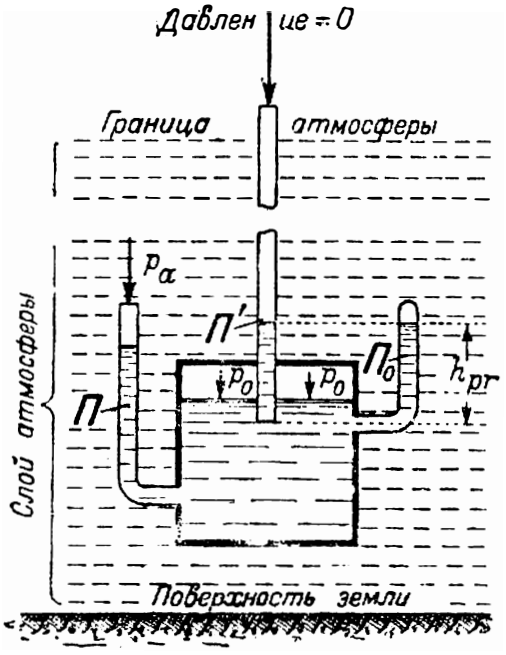
$$H_p = h_p + z = \text{const.}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

а потому и вершины пьезометрических высот лежат в одной и той же горизонтальной плоскости $O_p - O_p$, которая может быть названа плоскостью пьезометрического напора (фиг. 7).

Из сказанного выше относительно H_s понятно, что физически и H_p измеряет удельную потенциальную энергию в тяжелой покоящейся жидкости, но при условии противодавления атмосферы: из фиг. 5 очевидно, что давление p_a в верхних (открытых) концах трубок $П$ действует именно как противодавление, понижая уровень жидкости в открытых пьезометрах по сравнению с тем уровнем, который установился бы в таких же трубках, если бы они были сверху закрыты ($p_a = 0$). Соответствующее этому противодавлению уменьшение удельной энергии, как видно из (39), выражается величиной $\frac{p_a}{\gamma}$. Так как почти во всех практических случаях атмосферное давление влияет в только что указанном смысле, то мы можем сказать, что пьезометрический напор H_p (и определяемая им величина соответствующей удельной потенциальной энергии) имеет даже более реальное значение, чем гидростатический напор H_s, почему для практики зависимость (38) важнее, нежели (36)—(36′).

Закончив выяснение понятия напора, предостережем от смешения этого понятия с понятием приведенной высоты давления и пьезометрической высоты, что, к сожалению, иногда допускается в практике гидравлических расчетов и ведет, разумеется, к грубым ошибкам. Различие этих понятий усматривается из всего сказанного в § 9—10, но важнейшим отличием их является то обстоятельство, что величину напора мы можем определить только по отношению к некоторой плоскости сравнения, между тем как для приведенной высоты давления и пьезометрической высоты плоскость сравнения не имеет никакого значения, и мы даже вовсе можем ее не намечать.

В заключение сделаем одну оговорку, которая касается двух важнейших понятий гидростатики, близких, но не тождественных между собой,—приведенной высоты давления h_{pr} и пьезометрической высоты h_p. Обычно применяется только второй из этих терминов, но притом для обоих указанных понятий; иногда это, пожалуй, может повести за собой некоторые неясности, но в общем и мы не видим оснований в дальнейшем резко проводить обособленную терминологию для h_{pr} и h_p и полагаем, что можно примирить различный смысл понятий h_{pr} и h_p с их общим наименованием. Для этого предложим трубку Π_0 (фиг. 5) именовать пьезометром в широком смысле, между тем как за трубкой Π оставим прежнее название просто пьезометра (или открытого пьезометра). Такое наименование трубки Π может быть оправдано тем соображением, что закрытую трубку Π_0 (с Торричеллиевой пустотой в верхней части) можно, без всякого по существу нарушения ее роли, мысленно заменить трубкой открытой, но уходящей верхним концом в безвоздушное пространство, т. е. в область, где давление равно нулю, как и в верхней части закрытой трубки Π_0. Тогда такая новая трубка Π' будет работать, как показано на фиг. 8, т. е. как и трубка Π_0. Следует, конечно, когда это требуется для ясности, делать оговорки, в каком смысле (более широком или обычном) мы говорим о пьезометрической высоте.



Фиг. 8.

§ 11. Равновесие жидкостей в сообщающихся сосудах.

Представим себе (фиг. 9) два сосуда, наполненные двумя различными, не смешивающимися между собой жидкостями, вес единицы объема коих равен соответственно γ_1 и γ_2. Система находится в равновесии. Каждый из сосудов закрыт сверху крышкой; давления на свободные поверхности вообще отличны от атмосферного и не равны между собой. Обозначим их через $(p_0)_1$ и $(p_0)_2$. Положим, что A—B есть поверхность раздела (соприкасания) жидкостей, находящаяся соответственно на глубине h_1 и h_2 под свободными поверхностями первого и второго сосудов.

Разность давлений в областях D_1 и D_2 будет:

$$(p_0)_2 - (p_0)_1 = \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

Здесь можно различать следующие частные случаи:

1) В обоих сосудах налита одна и та же жидкость, так что $\gamma_1 = \gamma_2 = $(положим) γ, но давления в области D_1 и D_2 различны. При этом вместо (41) будет:

$$(p_0)_2 - (p_0)_1 = \gamma(h_1 - h_2) = \gamma h, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

т. е. разностью уровней в сосудах **измеряется** непосредственно **разность давлений в областях** D_1 и D_2. Примером для этого случая может служить открытая сверху пьезометрическая трубка (см. фиг. 5, трубка $П$).

2) **Жидкости различны, но давления в области** D_1 и D_2 **одинаковы**, т. е. $(p_0)_1 = (p_0)_2$. При этом по (41) получим: $\gamma_2 h_2 = \gamma_1 h_1$, откуда

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

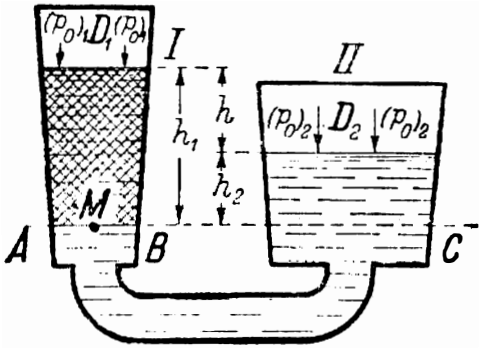
т. е. высоты жидкостей, считая над плоскостью раздела, **обратно пропорциональны весам единицы объема** или, что все равно, плотностям этих жидкостей.

3) **В обоих сосудах налита одна жидкость и давления в областях** D_1 и D_2 **одинаковы**: $\gamma_1 = \gamma_2$; $(p_0)_1 = (p_0)_2$. При этом по (41)

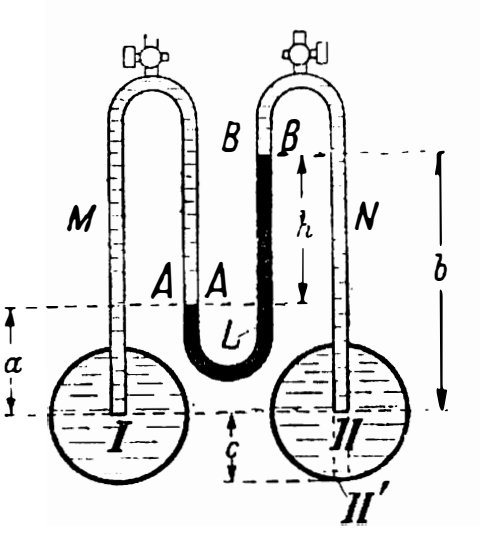
$$h_1 = h_2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

т. е. в этом наиболее простом случае жидкость в обоих сосудах **устанавливается на одном уровне**.

В связи с изложенным рассмотрим здесь **схему дифференциального пьезометра** (фиг. 10), служащего для измерения разности давлений в областях I и II, при помощи средней U-образной трубки L, заполняемой какой-либо достаточно тяжелой жидкостью (например, ртутью) и соединяемой с указанными областями посредством трубок M и N; в областях I и II находится, положим, вода (весом γ в единице объема).



Фиг. 9.



Фиг. 10.

Для определения искомой **разности давлений** имеем:

$$p_I - p_{II} = (\gamma' - \gamma)h, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (45)$$

где γ' — вес единицы объема ртути; h читается по шкале пьезометра. При расчете давления в $к/см^2$ (или в атмосферах) для воды $\gamma = 0{,}001$, для ртути $\gamma' = 0{,}0136$; поэтому по (45) находим:

$$p_I - p_{II} = 0{,}0126h, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (46)$$

где h выражено в $см$.

Если же определяется разность давлений в двух точках, лежащих не на одном уровне, каковы, например, точки I и II′, из коих вторая расположена ниже первой на величину равную c, то вместо (45) найдем:

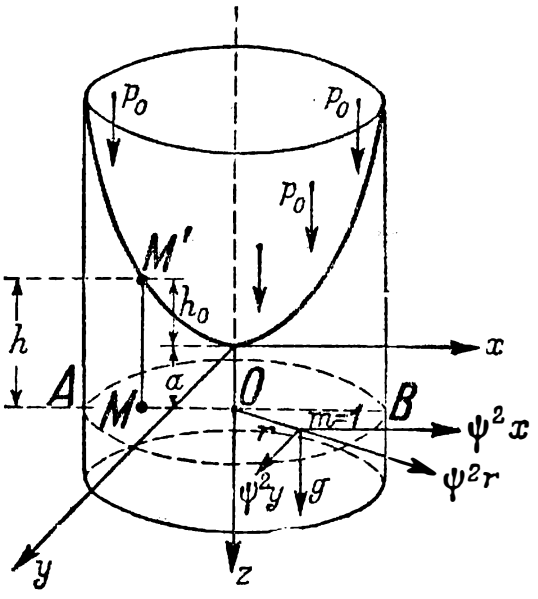
$$p_I - p_{II'} = (\gamma' - \gamma) h + \gamma c \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (45')$$

Наконец, если бы точка II′ лежала выше точки I на величину c', то

$$p_I - p_{II'} = (\gamma' - \gamma) h - \gamma c' \quad \ldots \ldots \ldots \quad (45'')$$

§ 12. Равновесие жидкости во вращающихся сосудах.

Когда на жидкость действуют, кроме силы тяжести, также и некоторые другие массовые силы, то нахождение гидростатического давления сравнительно усложняется. Рассмотрим здесь следующий случай: тяжелая жидкость (фиг. 11) наполняет открытый сверху сосуд, вращающийся вокруг вертикальной оси равномерно, т. е. с постоянной угловой скоростью ψ; при этом вследствие трения сосуд увлекает заполняющую его жидкость, которая и начинает вращаться вместе с ним, с тою же угловой скоростью. Таким образом, жидкость находится в покое относительно сосуда, почему и можно к рассмотрению этого случая применить уравнения равновесия, разумеется, учитывая все имеющиеся здесь объемные силы. Возьмем начало координат на свободной поверхности, направляя ось z-ов вниз.



Фиг. 11.

В данном случае имеем две категории объемных сил: 1) силу тяжести, 2) центробежную силу, действующую перпендикулярно к оси вращения. Вопрос о величине давления в любой точке нашей жидкости решается зависимостью:

$$p = p_0 + \gamma z + \frac{\rho\psi^2}{2}(x^2 + y^2) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (47)$$

Из (47) можем найти уравнение поверхностей равного давления. Положим, мы ищем такую поверхность, во всех точках которой давление p имеет данное значение p_i; подставляя $p = p_i$ в (47), мы и получим:

$$\gamma z + \frac{\rho\psi^2}{2}(x^2 + y^2) = p_i - p_0, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (48)$$

где величина $p_i - p_0$ известна. Таким образом, поверхность равного давления образует параболоид вращения (вокруг вертикальной оси).

В частности, и свободная поверхность образует параболоид вращения, уравнение которого есть

$$\gamma z + \frac{\rho\psi^2}{2}(x^2 + y^2) = 0, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (49)$$

что, принимая во внимание зависимость $x^2+y^2=r^2$, может быть приведено и к более простому виду:

$$\gamma z+\frac{\rho\psi^2}{2}r^2=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (49')$$

Отсюда можем получить величину возвышений („отметок") h_0 точек свободной поверхности над горизонтальной координатной плоскостью (см. для примера точку M'):

$$h_0=\frac{\psi^2}{2g}r^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (50)$$

Распределение давления по какой-либо горизонтальной плоскости AB, проходящей на величину a ниже начала координат, найдем по (47), полагая $z=a$,

$$p=p_0+\gamma\left(a+\frac{\psi^2}{2g}r^2\right), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (51)$$

где смысл последнего члена в скобках вполне ясен по (50): это есть „отметка" h_0 точки свободной поверхности, лежащей на том же расстоянии (r) от вертикальной оси вращения, на каком и взятая точка (положим, M) плоскости AB, т. е. та точка, для которой мы желаем определить давление p; понятно, что такими двумя точками являются точки, лежащие на одной вертикали (M и M') [1].

Таким образом, (51) можем написать в виде:

$$p=p_0+\gamma(a+h_0),$$

а так как (см. фиг. 11) $a+h_0=h$, то

$$p=p_0+\gamma h \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (52)$$

Следовательно, в рассмотренном случае гидростатическое давление выражается зависимостью того же вида, что и для случая тяжелой покоящейся жидкости, если под h понимать глубину погружения данной точки под криволинейной свободной поверхностью.

§ 13. Давление на плоские фигуры.

До сих пор мы рассматривали напряжение гидростатического давления, т. е. величину давления, приходящуюся на единицу площади. Обратимся теперь к нахождению суммарного давления, т. е. давления, приходящегося на всю данную поверхность. Начнем с поверхностей плоских, а в дальнейшем перейдем к криволинейным.

Пусть давление жидкости действует на некоторую плоскость, перпендикулярную к плоскости нашего чертежа (фиг. 12) и наклоненную под углом θ к горизонту; координатные оси $O\xi$, $O\eta$ и $O\zeta$ возьмем, как указано на том же чертеже (ось $O\eta$ перпендикулярна к плоскости чертежа). В плоскости $O\eta\zeta$ расположена некоторая фигура, которая на чертеже проектируется в виде прямой, обозначенной жирной линией; справа показана рассматриваемая фигура в совмещении с плоскостью $O\xi\zeta$.

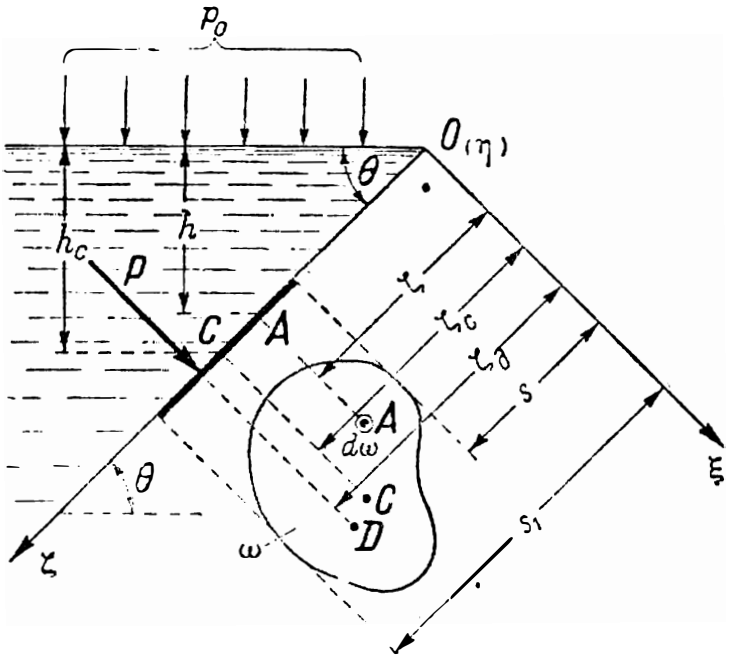
Суммарное давление P на эту фигуру выражается зависимостью.

$$P=\omega\,(p_0+\gamma\,h_c) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (53)$$

[1] Для упрощения чертежа мы взяли точку M в вертикальной плоскости Oxz.

Здесь двучлен в скобках есть гидростатическое давление в центре тяжести фигуры. Поэтому можем дать зависимости (53) такую формулировку: суммарное давление на плоскую фигуру равно площади этой фигуры, умноженной на гидростатическое давление в центре тяжести ее.

Раскрывая скобки в (53), имеем $P = p_0 \cdot \omega + \gamma h_c \cdot \omega$; таким образом, как и гидростатическое давление в данной точке, суммарное давление состоит из двух частей: первая зависит от давления на свободную поверхность



Фиг. 12.

жидкости, вторая — от давления самой жидкости непосредственно на данную фигуру. Обозначив

$$P_0 = p_0 \cdot \omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (54)$$

и

$$P' = \gamma h_c \cdot \omega, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55)$$

укажем, что P' может быть названо избыточным суммарным давлением; при этом для ясности величину P можно назвать полным суммарным давлением. Вместо (53) можно написать:

$$P = P_0 + P' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (56)$$

Точка приложения силы P на плоскости фигуры называется центром давления; для нее координату ζ будем обозначать через ζ_∂. Удобнее отдельно рассматривать центры давления для сил P' и P_0, обозначая их соответственно через ζ_∂' и $(\zeta_\partial)_0$. Зная эти две координаты и величины сил P_0 и P', по правилу сложения параллельных сил легко найдем и ζ_∂. Так как давление P_0 равномерно передается на все точки фигуры (закон Паскаля), то, очевидно,

$(\zeta_d)_0 = \zeta_c$, и нам необходимо лишь найти координату ζ'_d для избыточного суммарного давления P'.

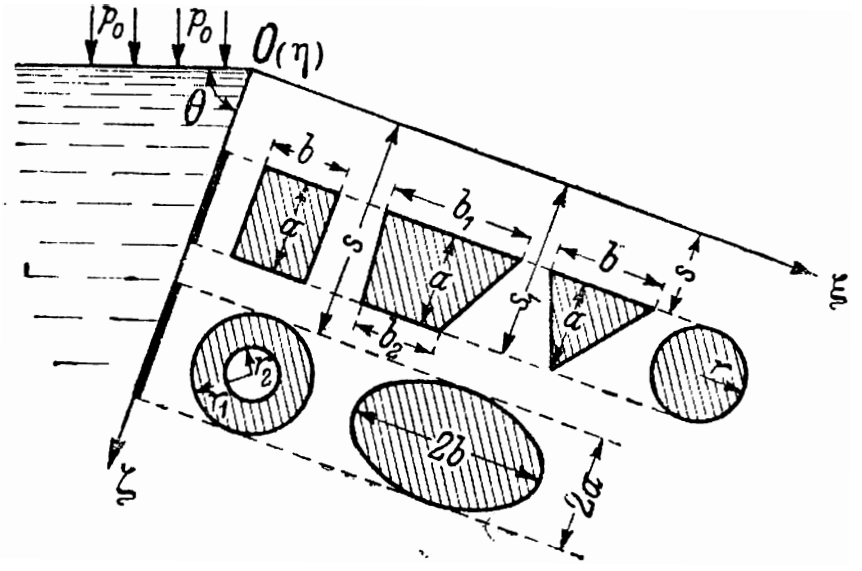
Эта координата определяется формулой:

$$\zeta'_d = \zeta_c + \frac{I_c}{\omega \zeta_c} = \zeta_c + \frac{r_c^2}{\zeta_c}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (57)$$

где I_c — центральный момент инерции фигуры относительно горизонтальной оси, r_c — соответствующий радиус инерции.

Отсюда ясно, что центр давления лежит всегда ниже центра тяжести фигуры, а именно — на величину $\frac{r_c^2}{\zeta_c}$, считая по направлению оси $O\zeta$ [1]).

В частных случаях имеем следующее (значение s и s_1 ясно для всех случаев из фиг. 13: прочие обозначения оговариваются попутно).



Фиг. 13.

1°. Прямоугольник, коего верхнее основание $= b$ и расположено горизонтально, высота $= a$:

$$P' = \frac{1}{2} \gamma b a \, (a + 2s) \sin\theta, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (58)$$

$$\zeta'_d = s + \frac{a}{3} \frac{2a + 3s}{a + 2s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (59)$$

2°. Другая форма выражения для того же прямоугольника:

$$P' = \frac{1}{2} \gamma b (s_1^2 - s^2) \sin\theta, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (60)$$

$$\zeta'_d = \frac{2}{3} \frac{s_1^3 - s^3}{s_1^2 - s^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (61)$$

[1]) Ясно, кроме того, что центр давления лежит на линии, соединяющей середины тех элементарных полосок, на которые можно разбить данную фигуру горизонтальными линиями.

3°. Для параллелограма с основанием b и высотой a остаются в силе эти же четыре формулы.

4°. Треугольник с основанием b, расположенным горизонтально, и высотою a (треугольник обращен вершиной вниз):

$$P' = \frac{1}{6}\gamma ba\ (a+3s)\ \sin\theta, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (62)$$

$$\zeta'_\partial = s + \frac{a}{2}\,\frac{a+2s}{a+3s} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (63)$$

5°. Круг радиуса r:

$$P' = \gamma\pi r^2\ (r+s)\sin\theta, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (64)$$

$$\zeta'_\partial = r + s + \frac{r^2}{4(r+s)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (65)$$

6°. Круговое кольцо с внешним радиусом $= r_1$, внутренним радиусом $= r_2$:

$$P' = \gamma\pi\ (r_1^2 - r_2^2)\ (r_1+s)\ \sin\theta, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (66)$$

$$\zeta'_\partial = r_1 + s + \frac{r_1^2 + r_2^2}{4(r_1+s)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (67)$$

7°. Эллипс, коего горизонтальная ось $= 2b$, другая ось $= 2a$:

$$P' = \gamma\pi ab\ (a+s)\ \sin\theta, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (68)$$

$$\zeta'_\partial = a + s + \frac{a^2}{4(a+s)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (69)$$

8°. Трапеция, коей верхнее основание $= b_1$, нижнее $= b_2$ (основания расположены горизонтально), высота $= a$:

$$P' = \frac{\gamma a \sin\theta}{6}\left[(b_1+b_2)\ (a+3s) + ab_2\right], \quad \ldots\ldots \quad (70)$$

$$\zeta'_\partial = s + \frac{a}{2}\,\frac{(b_1+2b_2)\ (2s+a) + ab_2}{(b_1+b_2)\ (3s+a) + ab_2} \quad \ldots\ldots \quad (71)$$

§ 14. Простейшие случаи давления на прямоугольные фигуры; эпюры давления.

В весьма многих случаях практики приходится находить давление жидкости на прямоугольники, верхние основания которых (b) лежат на свободной поверхности; сюда относится определение давления воды на вертикальные и наклонные плоские щиты, на земляные и каменные плотины, на подпорные стены и пр. В виду практической важности этого вопроса, рассмотрим его подробнее, выделив пять основных случаев, причем в последнем случае верхнее основание прямоугольника лежит ниже уровня воды.

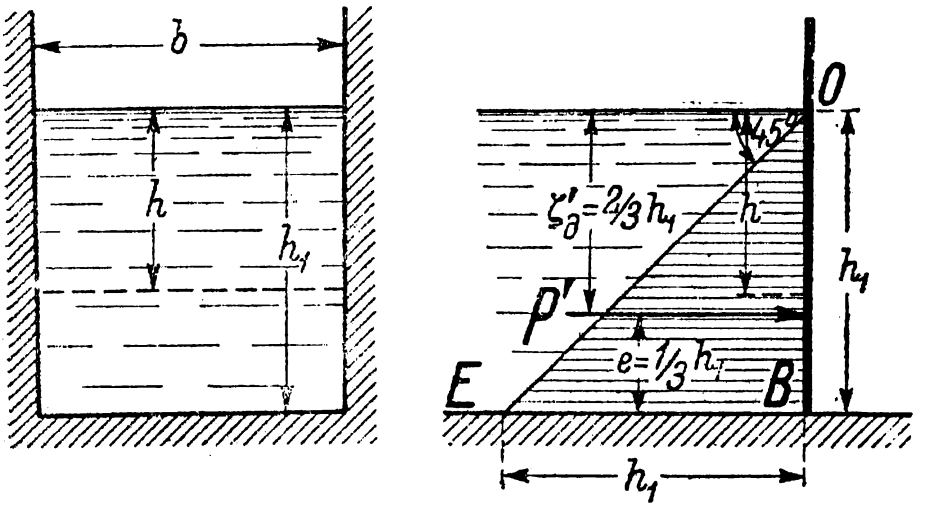
I случай: вертикальный прямоугольник при одностороннем давлении (фиг. 14). Для суммарного избыточного давления P' здесь имеем:

$$P' = \frac{1}{2}\gamma h_1^2 b \quad \ldots\ldots\ldots \quad (72)$$

Координата центра давления может быть найдена по формуле (57), которая дает

$$\zeta'_0 = \frac{2}{3} h_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (73)$$

Часто может быть полезен графический прием определения суммарного давления P' и точки его приложения. Избыточное гидростатическое давление в какой-либо точке равно $p' = \gamma h$, где h — глубина погружения точки (фиг. 14), т. е. по высоте прямоугольника давление p' изменяется по закону прямой линии, причем оно направлено нормально к плоскости прямоугольника; в точке O оно равно нулю, в точке B оно равно $p' = \gamma h_1$. Отложив перпендикулярно к OB линию $EB = h_1$ и соединив точки O и E прямою,



Фиг. 14.

мы и получим графическое изображение распределения давления p' в виде треугольника OBE, который может быть назван эпюрой давления. Если всю площадь тр-ка OBE обозначить через F, то

$$P' = \gamma b \cdot F \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (74)$$

Таким образом, избыточное суммарное давление на рассмотренную прямоугольную фигуру равно площади эпюры давления, умноженной на вес единицы объема жидкости и на ширину прямоугольника. При графическом способе определения давления часто удобнее отсчитывать положение центра давления не от верхнего, а от нижнего основания прямоугольника, указывая соответствующую величину e (фиг. 14), которую можно назвать плечом давления относительно точки B. Очевидно, что в данном случае

$$e = \frac{h_1}{3} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (75)$$

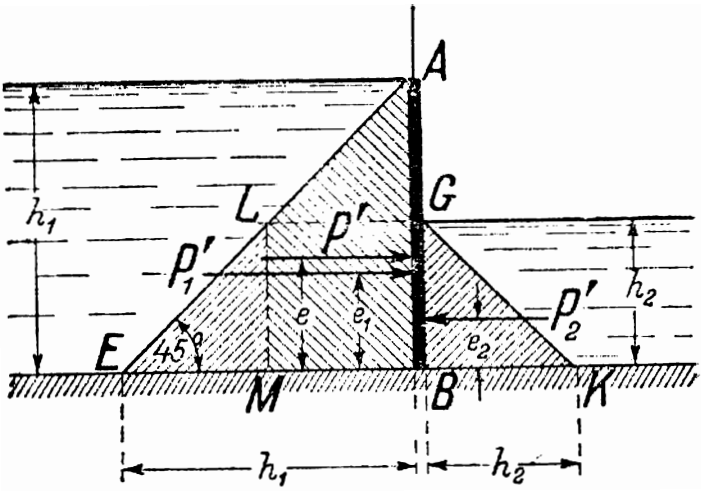
II случай: вертикальный прямоугольник при двустороннем давлении (фиг. 15). Каждая из сил P'_1 и P'_2 может быть определена отдельно по предыдущему случаю; их равнодействующая P', очевидно, будет:

$$P' = P'_1 - P'_2 = \frac{1}{2} \gamma (h_1^2 - h_2^2)\, b \quad \ldots \ldots \ldots \quad (76)$$

Плечо давления равно

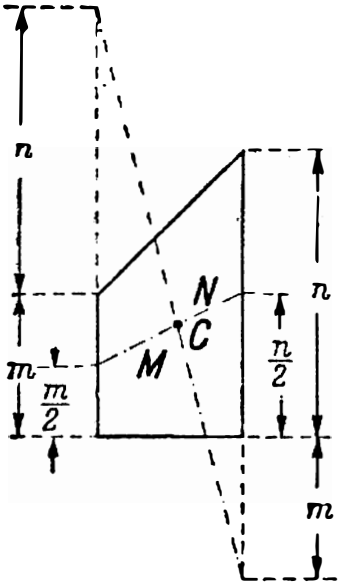
$$e = \frac{h_1^3 - h_2^3}{3(h_1^2 - h_2^2)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (77)$$

Эпюрой давления для силы P_1' служит тр-к ABE, а для силы P_2' — тр-к GBK. Проведя $GL \parallel EK$, получим точку L; опуская из нее $\perp$ на EK,



Фиг. 15

имеем тр-к LME, равный тр-ку GBK. Графически эпюра давления для силы P', как равной разности сил P_1' и P_2', должна выразиться разностью площадей эпюр для этих последних, т. е. разностью площадей тр-ков ABE и GBK или, что все равно, тр-ков ABE и LME. Так как тр-к ABE — тр-к LME = трапеции $ABML$, то последняя и служит в данном случае результирующей эпюрой давления для равнодействующей силы P' [1]).



Фиг. 16.

Центр давления для силы P' найдем, проведя перпендикуляр к AB через центр тяжести трапеции $ABML$, чем и определится длина плеча e (фиг. 15), которая выше уже найдена аналитически по (77). Полезно здесь напомнить правило нахождения центра тяжести трапеции с основаниями m и n: центр тяжести лежит на медиане и делит последнюю на части M и N, причем (фиг. 16)

$$\frac{M}{N} = \frac{m + 2n}{2m + n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (78)$$

Графически центр тяжести трапеции весьма просто получаем так: продолжим основание m на длину n в одну сторону, а основание n на длину m — в другую сторону и соединим концы полученных отрезков прямой линией. На пересечении ее с медианой и лежит центр тяжести.

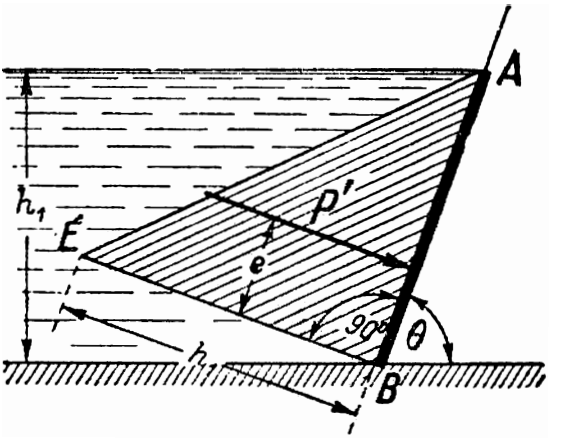
[1]) Формула (74) и здесь сохраняет свое значение, как и в других простейших случаях давления на прямоугольные фигуры, если под величиной F в этой формуле понимать площадь результирующей эпюры.

III случай: наклонный прямоугольник при одностороннем давлении (фиг. 17); плоскость его $A-B$ нормальна к плоскости чертежа и наклонена под углом θ к горизонту. При этом

$$P' = \frac{1}{2}\frac{\gamma h_1^2}{\sin\theta}\cdot b \quad \ldots \quad (79)$$

Так как гидростатическое давление нормально к плоскости AB, то в данном случае эпюрой давления будет служить тр-к ABE, в котором $EB \perp AB$, причем $EB = h_1$. Отсюда ясно, что плечо давления

$$e = \frac{h_1}{3\sin\theta} \quad \ldots \quad (80)$$



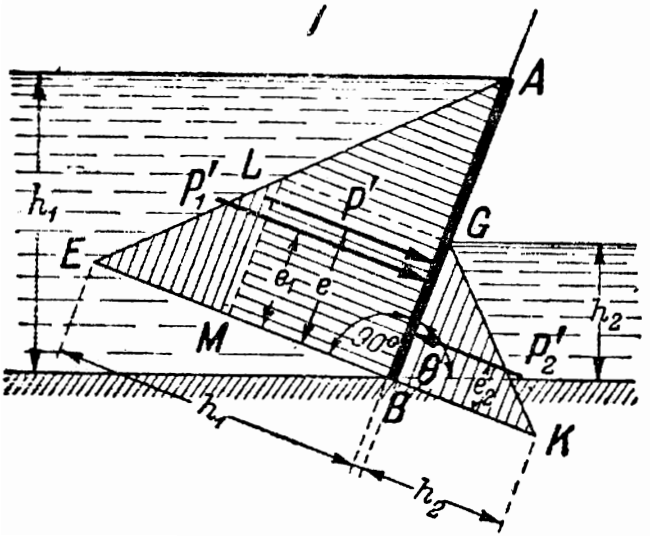
Фиг. 17.

IV случай: наклонный прямоугольник при двустороннем давлении (фиг. 18). Здесь $P' = P'_1 - P'_2$, где P'_1 и P'_2 определяются отдельно по предыдущему случаю, а потому

$$P' = P'_1 - P'_2 = \frac{1}{2}\,\frac{\gamma(h_1^2 - h_2^2)}{\sin\theta}\cdot b \quad \ldots \quad (81)$$

Плечо давления

$$e = \frac{h_1^3 - h_2^3}{3\sin\theta\,(h_1^2 - h_2^2)} \quad \ldots \quad (82)$$



Фиг. 18.

Результирующей эпюрой давления является трапеция $ABML$, которая строится, как для случая II: $EB = h_1$; $BK = h_2$; $EK \perp AB$; тр-к LME = тр-ку GBK.

V случай: в заключение этого параграфа остановимся на построении эпюры давления для случая наклонного прямоугольника CB (фигура 19), верхнее основание которого лежит ниже уровня воды, будучи горизонтальным.

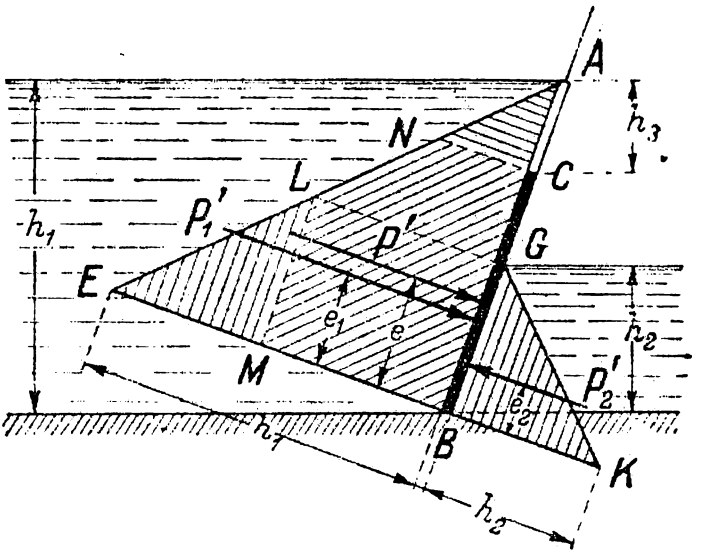
Прямоугольник BC расположен в плоскости $A-B$; ширина основания его равна b; прочие об значения ясны из чертежа. Давление воды слева предст вится, очевидно, трапецией $NCBE$, как разностью треугольников ABE и ACN, да ление же справа — треугольником GBK. Строя, как и ранее, треугольник LME (равный тр-ку GBK), найдем, что результирующая эпюра давления

для равнодействующей P' представится пятиугольником $CBMLN$. Найдя центр тяжести его, определим тем самым и величину плеча давления e.

Аналитически имеем:

$$P' = P_1' - P_3' = \frac{1}{2}\frac{\gamma(h_1^2 - h_2^2 - h_3^2)}{\sin\theta} \cdot b; \quad \ldots\ldots\ldots (83)$$

$$e = \frac{h_1^3 - h_2^3 - h_3^2\ (3h_1 - 2h_3)}{3\sin\theta\ (h_1^2 - h_2^2 - h_3^2)}, \quad \ldots\ldots\ldots (84)$$



Фиг. 19.

где θ — угол наклона плоскости $A-B$ к горизонту; прочие обозначения ясны из фиг. 19.

§ 15. Расчет спицевых затворов. Размещение ригелей в плоских щитах.

Как дальнейшее развитие сказанного в предыдущем параграфе, рассмотрим теперь (весьма кратко) вопрос о расчете „спицевых затворов" и вопрос о размещении ригелей в плоских щитах.

1°. Расчет спицевых затворов. Спицу рассматриваем как балку, свободно лежащую на двух опорах A и B, нагруженную силами, нормальными к оси балки и распределенными по закону трапеции $CAA'D'$ (фиг. 20).

Обозначим размер спицы в направлении, нормальном плоскости чертежа, через b; остальные обозначения даны на фиг. 20. Суммарное давление воды на спицу будет:

$$P' = \frac{\gamma b}{2\sin\theta}(h_1^2 - h_2^2); \quad \ldots\ldots\ldots (85)$$

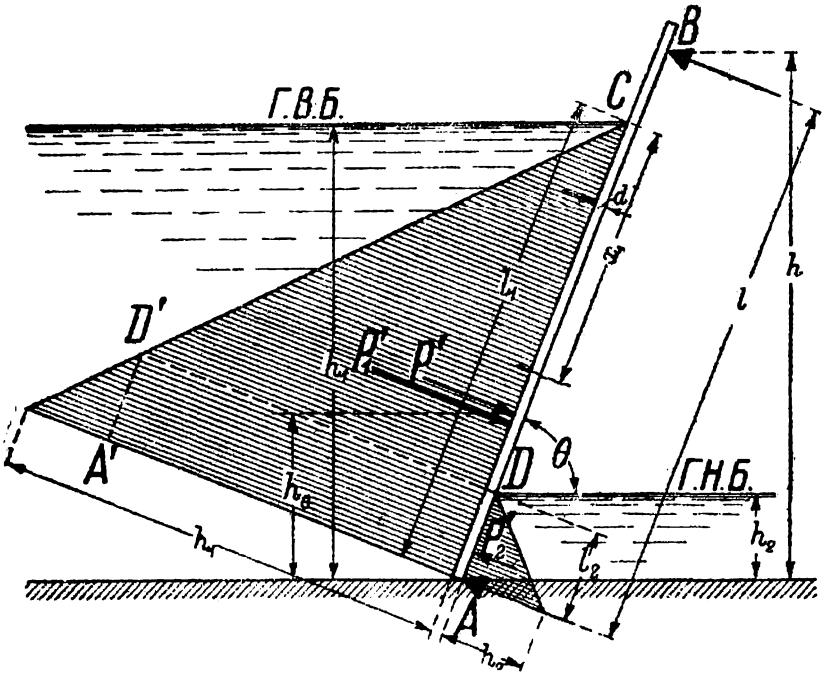
вертикальная проекция h_e плеча давления P' равна

$$h_e = \frac{h_1^3 - h_2^3}{3\ (h_1^2 - h_2^2)} \quad \ldots\ldots\ldots (86)$$

Сечение, в котором изгибающий момент достигает maximum'a, в зависимости от соотношения величин h_1 и h_2 может оказаться или выше точки D, ниже. В первом случае, при $h_1^2+h_1h_2+h_2^2<3h(h_1-h_2)$, расстояние x_1 от точки C до опасного сечения и величина $(M_{max})_1$ будут:

$$x_1=\sqrt{\frac{l_1^3-l_2^3}{3l}}=\frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{h_1^3-h_2^3}{3h}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (87)$$

$$(M_{max})_1=\frac{\gamma b}{2}x_1^2\left(h-h_1+\frac{2}{3}x_1\sin\theta\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (88)$$



Фиг. 20.

Во втором случае, при $h_1^2+h_1h_2+h_2^2>3h(h_1-h_2)$, имеем соответственно [1]):

$$x_2=\frac{1}{2}\left[l_1-l_2+\frac{l_1^2+l_1l_2+l_2^2}{3l}\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (89)$$

$$(M_{max})_2=\frac{\gamma b\sin\theta}{6}\left[\frac{l_1^3-l_2^3}{l}(x_2+l-l_1)-x_2^3+(x_2+l_2-l_1)^3\right] \quad \ldots \quad (90)$$

Если обозначить толщину спицы в плоскости чертежа через d, то момент сопротивления спицы

$$W=\frac{bd^2}{6},$$

[1]) Величина x_2 на фиг. 20 не показана.

и основное уравнение изгиба дает: $\frac{b d^2}{6}\sigma_{доп} = M_{max}$, откуда

$$d = \sqrt{\frac{6 M_{max}}{b \sigma_{доп}}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (91)$$

где $\sigma_{доп}$ — допускаемое напряжение материала на изгиб; величина M_{max} определяется по (88) либо по (90).

2. О размещении ригелей в плоских щитах. Плоские щиты гидротехнических сооружений состоят из балочной сети и обшивки. Нередко все горизонтальные балки (ригеля) берут одинакового сечения и размещают их, исходя из условия равенства нагрузки на каждую из них („по способу равновеликих трапеций"). При этом возможны два основных расчетных случая нагрузки на щит.

Обозначим (фиг. 21—22):

H — превышение горизонта воды над нижней кромкой щита;

a_k — расстояние от уровня воды до рассматриваемого ригеля ($k = 1, 2, 3 \ldots n$);

h_k — расстояние от уровня воды до нижнего основания трапеции давления, соответствующей рассматриваемому ригелю;

n — число ригелей;

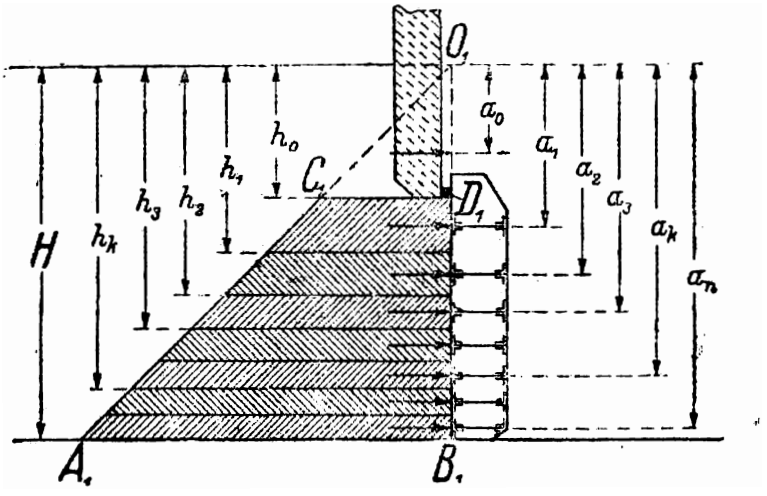
F_0 — площадь треугольника $O_1 C_1 D_1$;

F — площадь эпюры $A_1 B_1 D_1 C_1$;

k — порядковый номер ригеля, считая сверху;

$\beta = \frac{nF_0}{F}$ — величина постоянная для данных H, n и F_0.

А) Щит заглублен: эпюра давления—трапеция $C_1 D_1 B_1 A_1$ (фиг. 21).



Фиг. 21.

Из геометрического подобия и на основании теоремы о моменте равнодействующей имеем [1]) в данном случае:

$$h_k = H\sqrt{\frac{k+\beta}{n+\beta}}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (92)$$

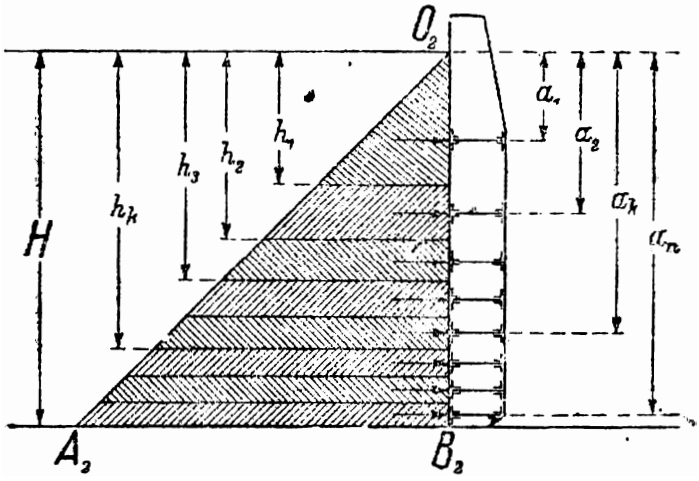
[1]) Подробнее см. в статье инж. П. М. Бобина: „О размещении ригелей", V том Известий Научно-Исслед. Института Гидротехники, 1932 г.

$$a_k = \frac{2}{3}\left[(k+\beta)\,h_k - (k+\beta-1)\,h_{k-1}\right], \quad \ldots\ldots \quad (93)$$

или, на основании (92) и (93),

$$a_k = \frac{2}{3}\frac{H}{\sqrt{n+\beta}}\left[(k+\beta)^{3/2} - (k+\beta-1)^{3/2}\right] \quad \ldots\ldots \quad (94)$$

Б) Щит выходит на поверхность воды; эпюра давления — треугольник $O_2A_2B_2$ (фиг. 22).



Фиг. 22.

В этом случае $F_0 = \beta = 0$. Поэтому вместо выражений (92), (93) и (94) получим соответственно:

$$h_k = H\sqrt{\frac{k}{n}}; \quad \ldots\ldots \quad (95)$$

$$a_k = \frac{2}{3}\left[k\,h_k - (k-1)\,h_{k-1}\right], \quad \ldots\ldots \quad (96)$$

или

$$a_k = \frac{2H}{3\sqrt{n}}\left[k^{3/2} - (k-1)^{3/2}\right] \quad \ldots\ldots \quad (97)$$

Отметим, что для обоих случаев нагрузки удобно при определении a_k воспользоваться графиком, находя a_k как произведение:

$$a_k = A \cdot f(k+\beta), \quad \ldots\ldots \quad (98)$$

где

$$A = \frac{H}{\sqrt{n+\beta}}, \quad \ldots\ldots \quad (99)$$

и

$$f(k+\beta) = \frac{2}{3}\left[(k+\beta)^{3/2} - (k+\beta-1)^{3/2}\right] \quad \ldots\ldots \quad (99')$$

График [1]) для $f(k+\beta)$ при взятом масштабе (см. График I в конце книги) дает достаточную для практических расчетов точность.

Пример 4. Для случая плоского щита по фиг. 22 требуется разместить горизонтальные ригеля по условию, чтобы на пог. метр длины каждого ригеля нагрузка не превышала величины $P_6 = 3{,}5\ т$, причем $H = 5{,}0\ м$.

Число ригелей [2])

$$n = \frac{\gamma H^2}{2P_6} = \frac{1 \cdot 5^2}{2 \cdot 3{,}5} \cong 4;$$

далее, по (95) имеем:

$$h_1 = 5\sqrt{\frac{1}{4}} = 2{,}50\ м;\quad h_2 = 5\sqrt{\frac{2}{4}} = 3{,}52\ м;$$

$$h_3 = 5\sqrt{\frac{3}{4}} = 4{,}33\ м;\quad h_4 = H = 5{,}0\ м$$

и по (96):

$$a_1 = \frac{2}{3}h_1 = 1{,}667\ м;\quad a_2 = \frac{2}{3}(2h_2 - h_1) = 3{,}026\ м;$$

$$a_3 = \frac{2}{3}(3h_3 - 2h_2) = 3{,}960\ м;\quad a_4 = \frac{2}{3}(4H - 3h_3) = 4{,}673\ м.$$

Можно также воспользоваться формулой (97), по которой, не определяя h_1, h_2, h_3, непосредственно получим:

$$a_1 = \frac{2}{3}\frac{H}{\sqrt{n}} = 1{,}667\ м \text{ и т. д.}$$

Пример 5. Для случая щита по фиг. 21 разместить горизонтальные ригеля так, чтобы нагрузка на пог. метр длины их не превышала величины $P_6 = 7{,}0\ т$, причем $H = 9{,}0\ м$, $h_0 = 5{,}0\ м$.

Площадь эпюры F_0 (треугольника $O_1C_1D_1$) равна

$$F_0 = \frac{1}{2}h_0^2 = 12{,}5\ м^2;$$

площадь эпюры $A_1B_1D_1C_1$ равна

$$F = \frac{1}{2}(H^2 - h_0^2) = 28{,}0\ м^2.$$

Число ригелей [3])

$$n = \frac{\gamma F}{P_6} = \frac{1 \cdot 28{,}0}{7{,}0} = 4;$$

постоянная β будет:

$$\beta = \frac{nF_0}{F} = 1{,}786.$$

Для определения величин a_k в данном случае удобнее обратиться к Графику I, находя сначала

$$A = \frac{H}{\sqrt{n+\beta}} = 3{,}74,$$

после чего имеем:

$$a_1 = 3{,}74 \cdot f(2{,}786) = 5{,}65\ м;\quad a_2 = 3{,}74 \cdot f(3{,}786) = 6{,}77\ м;$$
$$a_3 = 3{,}74 \cdot f(4{,}786) = 7{,}78\ м;\quad a_4 = 3{,}74 \cdot f(5{,}786) = 8{,}58\ м.$$

§ 16. Графо-аналитический способ определения давления на цилиндрические поверхности.

Вопрос о давлении на цилиндрические поверхности имеет весьма важное практическое значение (например, при расчете вальцовых и секторных затворов, водопроводных баков, мостовых понтонов и пр.). Мы рассмотрим

[1]) См. там же.

[2]) Особого чертежа для примера 4 (как и для примера 5) не приводим, ссылаясь лишь на схемы по фиг. 22 и 21.

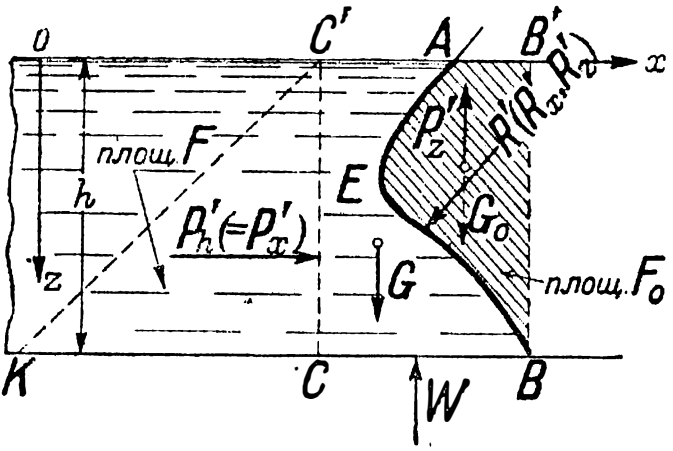
[3]) См. предыдущую сноску.

здесь прежде всего **графо-аналитический способ** определения давления на такие поверхности.

Представим себе подверженную давлению жидкости цилиндрическую поверхность AEB (фиг. 23), образующие которой горизонтальны и нормальны к плоскости чертежа. Проводя какую-либо вертикальную плоскость $C'C$, выделим при этом **отсек жидкости** $AC'CBEA$, на который действуют **следующие силы** (будем рассматривать здесь только избыточное давление):

1) горизонтальное давление жидкости по $C'C$ слева, которое обозначим через P'_h;

2) реакция со стороны дна CB, или, что не меняет дела, реакция со стороны нижней части жидкости, если в более общем случае KCB есть не плоскость дна, но просто горизонтальная плоскость в жидкости, проходящая



Фиг. 23.

через нижнюю точку B направляющей AB нашей цилиндрической поверхности; абсолютную величину этой реакции назовем W;

3) реакция R' со стороны рассматриваемой цилиндрической поверхности AEB, с составляющими R'_x и R'_z (их направления пока неизвестны);

4) вес G выделенного отсека жидкости.

Эти силы, при равновесии полученного отсека, должны давать равные нулю проекции на оси ox и oz, т. е.

$$P'_h + R'_x = 0; \qquad R'_z + G - W = 0, \quad \ldots\ldots\ldots (100)$$

откуда

$$R'_x = -P'_h; \qquad R'_z = W - G \quad \ldots\ldots\ldots (101)$$

Если составляющие искомого суммарного избыточного давления P' на цилиндрическую поверхность суть P'_x и P'_z, то, конечно, $P' = -R'$; $P'_x = -R'_x$; $P'_z = -R'_z$, а потому по (101)

$$P'_x = P'_h; \qquad P'_z = -(W - G) \quad \ldots\ldots\ldots (102)$$

Остановимся теперь на смысле этих выражений. Как видим, **горизонтальная составляющая** P'_x равна давлению жидкости на вертикальную плоскость $C'C$, т. е. на **вертикальную проекцию** цилиндрической поверхности. Далее, **вертикальная составляющая** P'_z равна взятой со знаком „минус“ **разности** между реакцией W со стороны дна (или реак-

цией нижележащей части жидкости) и весом G выделенного отсека. Эту разность легко выразить проще, имея в виду, что W по численной величине равно давлению жидкости на пл. CB, т. е. весу столба жидкости в объеме $B'C'CB$, причем из чертежа ясно, что пл. $B'C'CB$ — пл. $AC'CBEA$ = пл. $B'AEB$; таким образом, разность $(W - G)$ может быть выражена как вес жидкости в объеме $B'AEB$ или как вес (воображаемого) жидкого тела с поперечным сечением $B'AEB$ и с длиною, равною длине образующих цилиндра (поперечное сечение этого тела заштриховано на фиг. 23).

Это жидкое тело, как ясно, заключено между данной цилиндрической поверхностью AEB (см. фиг. 23), вертикальной плоскостью BB', проведенной через нижнюю образующую поверхности AEB, и свободной поверхностью; для сокращения речи будем называть такое жидкое тело — телом давления. Введение этого понятия и является наиболее существенной чертой при рассмотрении вопроса о давлении на цилиндрические поверхности.

Таким образом, обозначая вес тела давления через G_0[1]), для рассматриваемого случая имеем:

$$W - G = G_0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (103)$$

и потому вместо (102) будет:

$$P'_x = P'_h; \qquad P'_z = -G_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (104)$$

Величину G_0 находим легко: называя через F_0 площадь поперечного сечения тела давления, определяемую по фиг. 23, а объем тела давления через V_0, очевидно, можем для вычисления G_0 написать:

$$G_0 = \gamma V_0 = \gamma F_0 b, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (105)$$

где b — длина тела давления, т. е. длина образующих нашей цилиндрической поверхности. Что же касается P'_h, то эту величину, как давление на плоскую фигуру (вертикальную плоскость CC'), находим просто по известным уже формулам (§ 14): либо по (72), либо по (74), пользуясь в последнем случае эпюрой давления $C'KC$ (площадь коей равна F), т. е.

$$P'_h = \frac{1}{2}\gamma h^2 b = \gamma F b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (106)$$

Итак, вместо (104) окончательно получаем следующие, расчетные формулы:

$$P'_x = \frac{1}{2}\gamma h^2 b = \gamma F b; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (107)$$

$$P'_z = -\gamma F_0 b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (107')$$

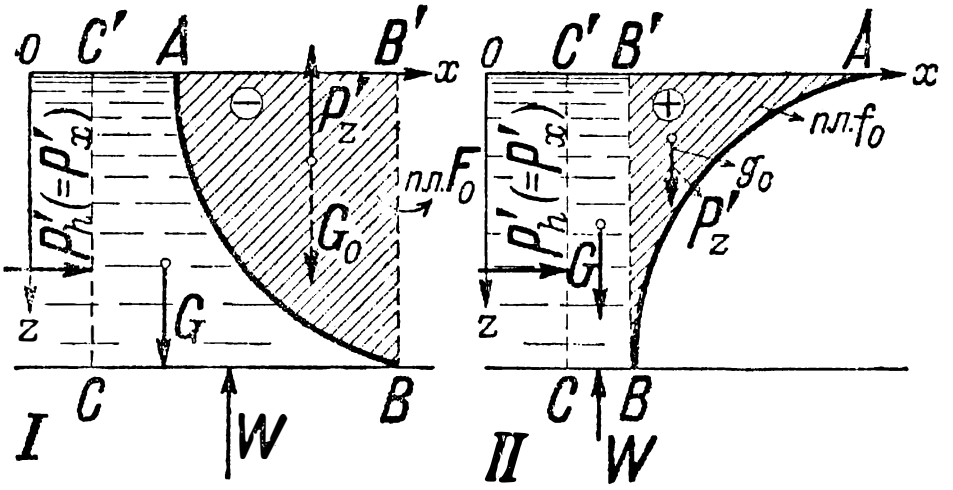
Отсюда, между прочим, видно, что положение вертикальной плоскости CC' совершенно безразлично, так как величины F и F_0 в последних формулах не изменяются при различных положениях линии CC'.

Первая из этих формул, как ясно из всего предыдущего рассмотрения, сохраняет свое значение для всякого вида цилиндрических поверхностей, вторая же требует дальнейших разъяснений, сущность коих должна быть ясна из следующего.

Прежде всего, знак „минус" не всегда обязателен в (107'); в самом деле, возьмем две простейшие цилиндрические поверхности AB, пока-

[1]) Никоим образом не следует смешивать величины G_0 и G.

занные на фиг. 24 (I и II). Для первой из них остается без изменения все, что сказано при рассмотрении более сложной поверхности *AEB* по фиг. 23: телом давления здесь является цилиндр с поперечным сечением *ABB'*, как легко видеть, выполняя прежние построения (характерные точки на фиг. 23 и 24 имеют одинаковые обозначения). Для второй поверхности (фиг. 24—II), производя указанные на этом чертеже построения, т. е. выделяя отсек *AC'CB*, мы придем, конечно, вновь к зависимости (102), но для получаемого при этом тела давления *ABB'* (весом, положим, g_0 и с площадью поперечного



Фиг. 24.

сечения f_0) изменится зависимость (103), а именно по фиг. 24—II легко видеть, что здесь

$$G - W = g_0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (108)$$

так что при этом от (102) мы придем к зависимостям:

$$P'_x = P'_h; \qquad P'_z = g_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (109)$$

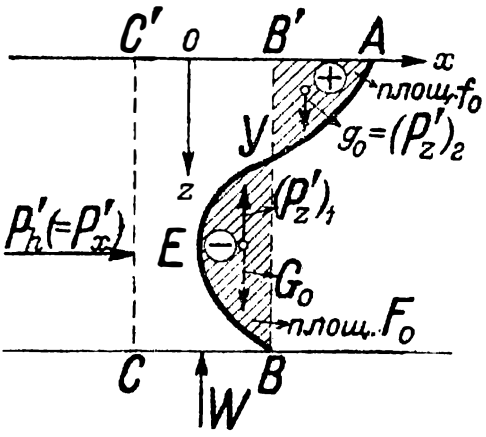
и, соответственно изменяя (107') при сохранении (107), находим:

$$\left.\begin{aligned} P'_x &= \frac{1}{2}\gamma h^2 b = \gamma bF; \\ P'_z &= \gamma f_0 b. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (110)$$

Таким образом, для P'_z получаем знак „плюс", вместо „минуса" в (104), что и понятно, так как на фиг. 24—II жидкость **надавливает сверху вниз** на поверхность *AB*, в то время как на фиг. 24—I (и на фиг. 23) жидкость **выпирает вверх** рассматриваемую поверхность.

Итак, **тело давления может быть двух видов**: выпирающее (весом *G*) и надавливающее (весом g_0); первое можем условно назвать „**отрицательным**", второе „**положительным**". Весьма просто можно определить каждый раз заранее, какой из этих двух видов мы получим (см. фиг. 24): положительное тело давления лежит в области **действительно давящей жидкости** (фиг. 24—II), отрицательное же — в области **жидкости воображаемой** (ибо справа от *AB* по фиг. 24—I жидкости нет).

Другое пояснение, которое мы хотели бы дать по поводу формулы (107'), касается практически нередко встречающегося случая, когда приходится одновременно получать как положительное, так и отрицательное тело давления. Рассматривая цилиндрическую поверхность с направляющей AEB, представленную на фиг. 25, сделаем знакомые уже нам построения, которые, в конце концов, сводятся лишь к проведению вертикали BB', так как положение вертикали CC' произвольно. Мы видим при этом, что линия BB' пересекает кривую AEB в точке Y, и замкнутый контур $AEBB'A$ имеет „узловую точку" Y. В этом случае в верхней части имеем положительное тело давления $AB'Y$ весом $= g_0$ при площади сечения его $= f_0$, в нижней же части — отрицательное тело давления BYE весом $= G_0$ при площади сечения $= F_0$.



Фиг. 25.

Вместо (104) и (109) здесь поэтому получим

$$P'_x = P'_h; \qquad P'_z = g_0 - G_0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (111)$$

и, следовательно, вместо (107), (107') и (110) будет:

$$\left.\begin{aligned} P'_z &= -\gamma F_0 b + \gamma f_0 b = \gamma b (f_0 - F_0); \\ P'_x &= \frac{1}{2}\gamma h^2 b = \gamma b F. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (112)$$

Нередко в таких случаях удобнее иметь отдельно вертикальные составляющие для давления на нижнюю и верхнюю части цилиндрической поверхности, каковые на фиг. 25 обозначены через $(P'_z)_1$ и $(P'_z)_2$; понятно, что первая из них (для нижней части) определится как P'_z из (104) или по (107'), а вторая (для верхней части) — как P'_z из (109) или (110).

Найдя таким образом составляющие давления P'_x и P'_z, определим и их равнодействующую, которая в данном случае сводится только к одной силе P', без пары сил, так как силы P'_x и P'_z лежат в одной плоскости (вертикальной); как известно,

$$P' = \sqrt{(P'_x)^2 + (P'_z)^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (113)$$

причем

$$\cos(P',x) = \frac{P'_x}{P'}; \cos(P',z) = \frac{P'_z}{P'} \quad \ldots\ldots\ldots (114)$$

Впрочем, в определении самой равнодействующей практически не всегда имеется надобность: нередко достаточно знать лишь P'_x и P'_z. Понятно из сказанного выше, что линия действия горизонтальной силы проходит через центр тяжести соответствующей эпюры давления, а линия действия вертикальной силы P'_z — через центр тяжести площади сечения F_0 или f_0 соответствующего тела давления, или же линия действия силы P'_z (для случая двух тел давления, фиг. 25) определится по правилу сложения параллельных сил $(P'_z)_1$ и $(P'_z)_2$.

Все сказанное выше можно вкратце формулировать следующим образом: при определении избыточного суммарного давления на цилиндрические поверхности находим составляющие его P'_x и P'_z, из коих горизонтальная составляющая равна давлению на вертикальную проекцию данной поверхности, а вертикальную составляющую получим по (111) или (112) как разность весов $(g_0 - G_0)$ двух тел давления — положительного и отрицательного, причем в сравнительно простых случаях один из членов этой разности обращается в нуль.

Тот способ рассмотрения вопроса, который мы только что изложили, может быть распространен также и на тот случай, когда данная цилиндрическая поверхность не доходит до свободной поверхности (т. е. точка A лежит ниже уровня жидкости, а не на этом уровне, как было на фиг. 23—25), а также и на тот случай, когда желательно определить не только избыточное, но и полное суммарное давление. Построения, выделяющие некоторое тело давления, по существу останутся без изменения, но мы не имеем возможности входить в дальнейшие пояснения по этому вопросу, да в этом и нет здесь особой надобности после достаточно подробных указаний, сделанных выше относительно основных случаев.

§ 17. Аналитический способ определения давления на поверхности круговых цилиндров.

Представим себе часть поверхности какого-либо кругового цилиндра с направляющей в виде дуги AB (фиг. 26) при радиусе ее r. Возьмем на этой дуге точку M, с декартовыми координатами x и z, чему отвечают полярные координаты: радиус-вектор r и полярный угол $= \theta$; точка M находится на глубине h под уровнем свободной поверхности. При этой точке берем элемент дуги ds, каковому на поверхности цилиндра соответствует поверхностный элемент dS (фиг. 26, справа), идущий по всей длине цилиндра b. С точностью до бесконечно малых 1-го порядка можем считать, что в пределах элемента dS гидростатическое давление p или p' не изменяется, определяясь лишь глубиной погружения h. Имея в виду пока лишь избыточное давление, обозначим через dP' величину того суммарного давления, которое приходится на элемент dS, при составляющих его dP'_x и dP'_z.

Не приводя здесь формальных выкладок[1]) и обозначая через P'_x и P'_z составляющие суммарного избыточного давления P' на всю данную цилиндрическую поверхность AB, дадим окончательное выражение для P'_x и P'_z при указанном на фиг. 27 расположении координатных осей:

$$P'_x = -\frac{\gamma r^2}{2}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)^2 b; \quad \ldots\ldots\ldots (115)$$

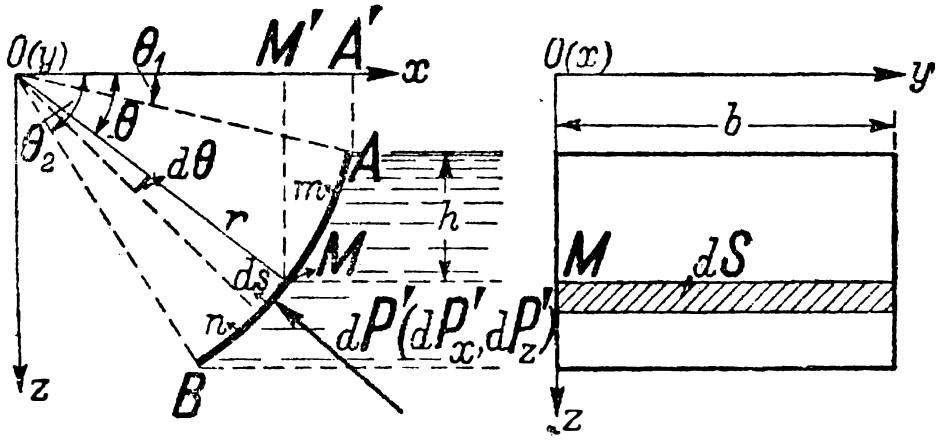
$$P'_z = -\frac{\gamma r^2}{2}\left\{(\theta_2 - \theta_1) - \frac{1}{2}(\sin 2\theta_2 + \sin 2\theta_1) + 2\sin\theta_1 \cos\theta_2\right\} b \ldots (116)$$

По формулам (115) и (116) мы и находим искомые составляющие давления P'_x и P'_z, после чего легко можем определить, если нужно, величину самого давления $P' = \sqrt{(P'_x)^2 + (P'_z)^2}$; углы его наклонения к осям координат определим по указанным уже в § 16 зависимостям (114). Полезно иметь в виду, что линия действия (направление) давления P' обязательно проходит

[1]) См.: Н. Н. Павловский, „Гидравлика", ч. I, Ленинград, 1928, стр. 77—80.

через центр окружности или круговой дуги основания рассматриваемого цилиндра; в самом деле, каждое элементарное давление dP' нормально к соответствующей элементарной поверхности dS, или в плоскости чертежа (черт. 26) dP' нормально к элементу дуги ds, т. е. каждая сила dP' направлена по радиусу и проходит через центр круговой дуги AB, почему и равнодействующая этих сил P' должна проходить через тот же центр.

Если бы потребовалось определить давление P' на часть цилиндрической поверхности с направляющей $m-n$ (черт. 26), причем точка m не находится на свободной поверхности, но погружена на некоторую глубину под уровень жидкости, то рассматриваем дугу $m-n$, как разность дуг $A-n$ и $A-m$, каждая из коих начинается на свободной поверхности, почему для каждой из них справедливы зависимости (115) и (116); таким



Фиг. 26.

образом, для поверхностей $A-n$ и $A-m$ находим составляющие P'_x и P'_z, после чего разности соответствующих величин дадут значения P'_x и P'_z для поверхности $m-n$.

Отсюда ясно, что если бы на свободной поверхности существовало какое-либо давление p_0, вообще отличное от атмосферного, то следовало бы, вместо этой свободной поверхности, представить себе новую свободную поверхность, доходящую до напорной плоскости, т. е. представить соответственно и новые глубины погружения рассматриваемого цилиндра, для которых и решить задачу, как только что указано.

Пример 6. Найти давление на сегментный затвор, поперечное сечение коего схематически дано на черт. 27 (затвор вращается вокруг шарнира O), при следующих данных: $r = 6$ *м*, $\theta_1 = 3°$, $\theta_2 = 52°$, $b = 5$ *м*.

Выражая θ_1 и θ_2 в радианах, имеем:

$$\theta_1 = \frac{\pi}{180}\,3 = 0{,}052; \qquad \theta_2 = \frac{\pi}{180}\,52 = 0{,}905.$$

После этого по (115) и (116) находим:

$$P'_x = -\frac{\gamma r^2}{2}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)^2 b = -\frac{1\cdot 6^2}{2}(0{,}78801 - 0{,}05234)^2\cdot 5 = -48{,}60\ т;$$

$$P'_z = -\frac{\gamma r^2}{2}\left[(\theta_2 - \theta_1) - \frac{1}{2}(\sin 2\theta_2 + \sin 2\theta_1) + 2\sin\theta_1\cos\theta_2\right]b =$$

$$= -\frac{1\cdot 6}{2}\left[(0{,}905 - 0{,}052) - \frac{1}{2}(2\cdot 0{,}788\cdot 0{,}616 + 2\cdot 0{,}052\cdot 0{,}999) + 2\cdot 0{,}052\cdot 0{,}616\right]5 =$$

$$= -34{,}20\ т.$$

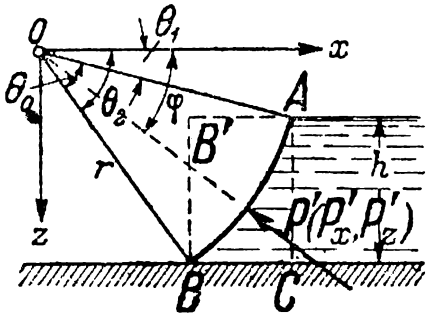
Далее, величина $P' = \sqrt{(-48{,}60)^2 + (-34{,}20)^2} = 59{,}43$ *т*; затем находим

$$\cos(P', P'_x) = \frac{P'_x}{P'} = -\frac{48{,}60}{59{,}43} = -0{,}818,$$

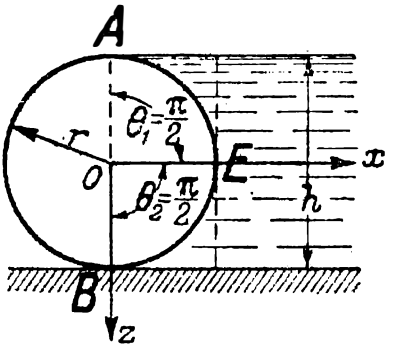
чему соответствует угол 144°53′, а угол $\varphi = 35°7'$ (черт. 27); под этим углом к оси *x*-ов и можем провести через шарнир *O* направление силы P'.

Весьма полезно для сравнения решить задачу графо-аналитически, строя **тело давления** с сечением $AB'B$.

Пример 7. Найти составляющие давления P' для цилиндрического (вальцового) затвора без кожуха, схема сечения которого показана на черт. 28, при следующих данных: $b = 25$ *м*, $h = 2$ *м* (следовательно $r = 1$ *м*).



Фиг. 27.



Фиг. 28.

В данном случае (см. чертеж) имеем:

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2}, \quad \theta_1 = -\frac{\pi}{2},$$

а потому по (115) и (116) будет

$$P'_x = -\frac{1 \cdot 1^2}{2}(1+1)^2 \cdot 25 = -2 \cdot 25 = -50 \text{ т},$$

$$P'_z = -\frac{1 \cdot 1^2}{2}\left[\pi - \frac{1}{2}(0+0) + 0\right] \cdot 25 = -\frac{\pi \cdot 25}{2} = -39{,}25 \text{ т}.$$

Знаки указывают направление составляющих при взятых осях координат. Заметим, что при графо-аналитическом способе решения той же задачи **телом давления** будет полуцилиндр с сечением AEB (черт. 28).

§ 18. Некоторые простейшие случаи давления на криволинейные поверхности.

Для некоторых частных случаев давления жидкости на **криволинейные поверхности**, в виду особой простоты имеющихся условий, могут быть даны решения в виде весьма **несложных формул**, пригодных для применения. Дать в подобных случаях такие окончательные решения тем более естественно, что эти случаи (как бы лишь некоторые „технические элементы“) обычно весьма типичны и крайне часто встречаются на практике в самых различных отраслях инженерного дела. Здесь остановимся на трех таких примерах.

1) **Круглая труба** (фиг. 29) внутренним диаметром *D* и длиною *l*, в которой **жидкость находится под давлением** p_m за вычетом атмосферного (p_m называют „манометрическим давлением“).

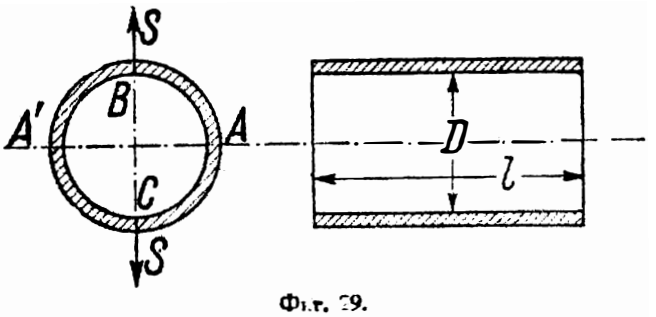
Под влиянием внутреннего давления труба испытывает действие разрывающего усилия, стремящегося оторвать один полуцилиндр трубы от другого

(например, $A'BA$ от $A'CA$). Это усилие, приходящееся на каждую половину (полуцилиндр) трубы, если пренебречь собственным весом жидкости, имеем в виде:

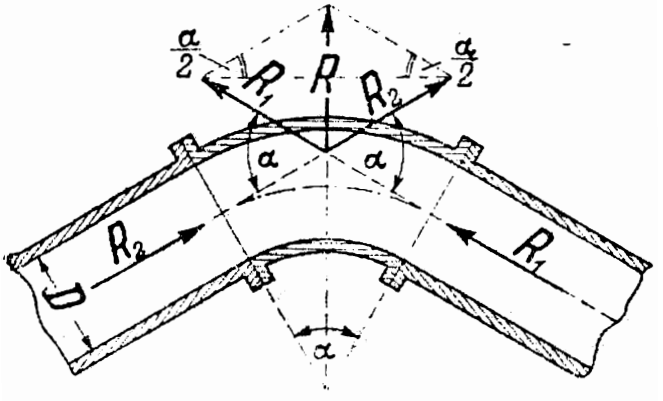
$$S = p_m \cdot l \cdot D \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (117)$$

Здесь lD есть площадь диаметрального сечения трубы, а потому можем сказать, что разрывающее усилие в данном случае равно давлению на диаметральное сечение.

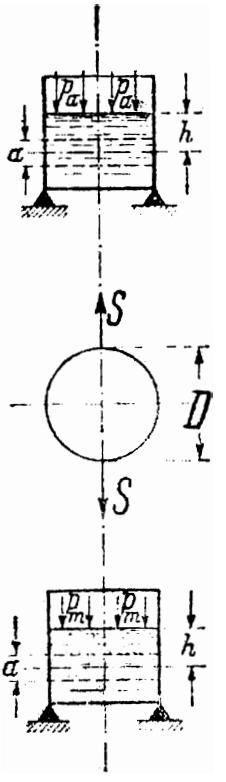
Зная разрывающее усилие, можем определить и прочные размеры трубы по формулам сопротивления материалов. Аналогичными соображениями можно



Фиг. 29.



Фиг. 31.



Фиг. 30.

пользоваться также при расчете труб, подверженных внешнему равномерному давлению жидкости и в других подобных случаях.

2) Простой цилиндрический бак или резервуар с круговым основанием, имеющим внутренний диаметр D (фиг. 30).

Выделяя при глубине h часть цилиндрической поверхности с небольшою высотою a, как показано на фиг. 30, при атмосферном давлении на свободной поверхности получим соответствующее разрывающее усилие для этой части бака в виде:

$$S = \gamma haD \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (118)$$

Если в закрытом баке гидростатическое давление на свободной поверхности, за вычетом атмосферного, равно p_m („манометрическое

давление"), то для разрывающего усилия S вместо (118) имеем (см. фиг. 30, внизу)

$$S = (p_m + \gamma h) aD \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (118')$$

3) Колено (закругление) на трубе (фиг. 31) в месте ее поворота, так что ось трубы отклоняется от первоначального направления на угол α, причем жидкость в трубе находится под манометрическим давлением p_m.

Выделим отсек жидкости, заключающийся только в колене; на этот отсек действуют силы: 1) давления R_1 и R_2 со стороны остальной массы жидкости; 2) реакция со стороны стенок, образующих колено; 3) вес отсека, каковым можно пренебречь по сравнению с обычно весьма значительными силами R_1 и R_2.

Итак, из активных сил остаются лишь силы R_1 и R_2; равнодействующая же их R, стремящаяся выпереть колено во внешнюю сторону (по направлению от центра закругления), как видно из построенного ромба сил, будет равна

$$R = 2R_1 \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi D^2}{2} p_m \sin\frac{\alpha}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (119)$$

Эта сила уравновешивается с реакциями со стороны стенок и представляет давление воды на криволинейную внутреннюю поверхность колена трубы.

Рассмотренный случай находит приложения при проектировании трубопроводов с большим внутренним давлением, главным образом, при сравнительно больших поперечных размерах труб (каковы, например, напорные трубопроводы гидроэлектрических установок, магистральные водопроводные линии и т. д.).

§ 19. Общий графо-аналитический способ определения давления на криволинейные поверхности [1]).

Возьмем криволинейную поверхность S и приложим к ней графо-аналитический способ определения давления, причем самое изображение как взятой поверхности, так и необходимых построений будем делать на чертежах в упрощенной, несколько условной форме (фиг. 32 и 33), что, конечно, нисколько не отразится на получаемых результатах.

Мы будем искать лишь составляющую P'_ξ по направлению оси $o\xi$ для суммарного избыточного давления P', так как ясно, что аналогичные построения можно сделать и вообще для всякого заданного направления. Располагая координатные оси, как показано на чертежах, будем проектировать поверхность S на плоскость, нормальную к оси $o\xi$ (или, как иногда говорят, заключать эту поверхность в проектирующий цилиндр, образующие коего параллельны оси $o\xi$), причем из жидкости вырезается некоторый отсек, равновесие коего и следует рассмотреть, учитывая все действующие на него силы. Указанную плоскость проекций, как и самое направление оси $o\xi$, будем выбирать различно (вообще так, что площадь проекций может и не совпадать с координатной плоскостью $o\eta\zeta$, в соответствии с чем и получаются четыре возможных случая.

Случай I: плоскость проекций $N-N$ расположена со стороны жидкости; заданное направление $o\xi$ встречает сна-

[1]) Аналитический способ изложен в книге: Н. Н. Павловский, „Гидравлика", ч. I, Ленинград, 1928, стр. 49; там же см. подробнее о графо-аналитическом способе, стр. 53—59.

чала плоскость проекций, а затем поверхность S (фиг. 32, сплошная ось $o\xi$).

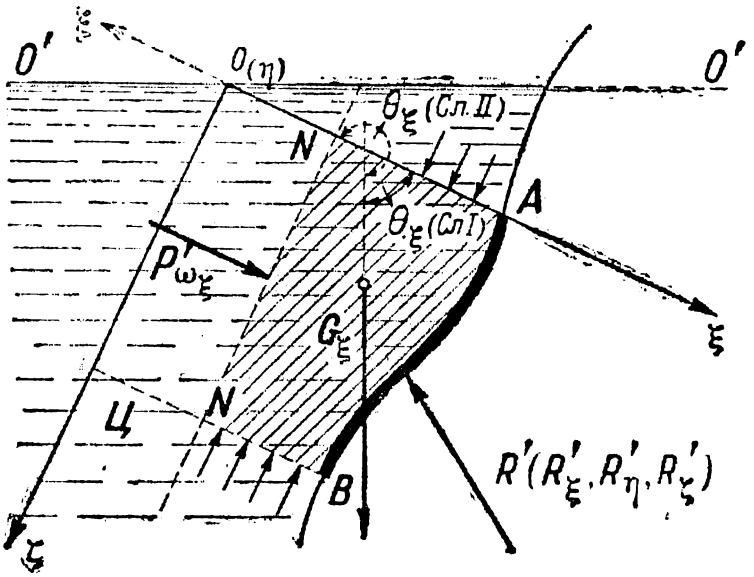
На получаемый при проведении проектирующей цилиндрической поверхности $Ц$ отсек жидкости, заштрихованный на чертеже, действуют следующие силы:

1) вес отсека, абсолютная величина коего равна G_ξ;

2) давление жидкости на площадь ω_ξ, т. е. на проекцию поверхности S на плоскость $N—N$; абсолютная величина этого давления равна P'_{ω_ξ};

3) давления на боковую поверхность отсека, проекции которых на ось $o\xi$ равны нулю;

4) реакция R' (с составляющими R'_ξ, R'_η, R'_ζ) со стороны поверхности S, причем под R' будем понимать алгебраическую величину реакции (как



Фиг. 32.

и для составляющих ее), так что направление неизвестной пока составляющей R'_ξ этой реакции определится знаком после решения соответствующего ур-ния.

Проектируя эти силы на ось $o\xi$, имеем:

$$P'_{\omega_\xi} + G_\xi \cdot \cos\theta_\xi + R'_\xi = 0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (120)$$

откуда и находим R'_ξ, а так как, очевидно, давление жидкости на нашу поверхность $P' = -R'$ и, следовательно, $P'_\xi = R'_\xi$, то при этом из (120) получим:

$$P'_\xi = G_\xi \cdot \cos\theta_\xi + P'_{\omega_\xi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (121)$$

Случай II: плоскость проекций $N—N$ расположена попрежнему со стороны жидкости, но зададим обратное направление для оси $o\xi$, так что, идя по этому направлению, сначала встречаем поверхность S, а затем плоскость проекций (фиг. 32, пунктирная ось $o\xi$).

Не повторяя только что сделанных рассуждений, напишем прямо ур-ние проекций на новую ось $o\xi$ всех сил, действующих на заштрихованный отсек

(угол θ_ξ соответственно изменился; см. фиг. 32),

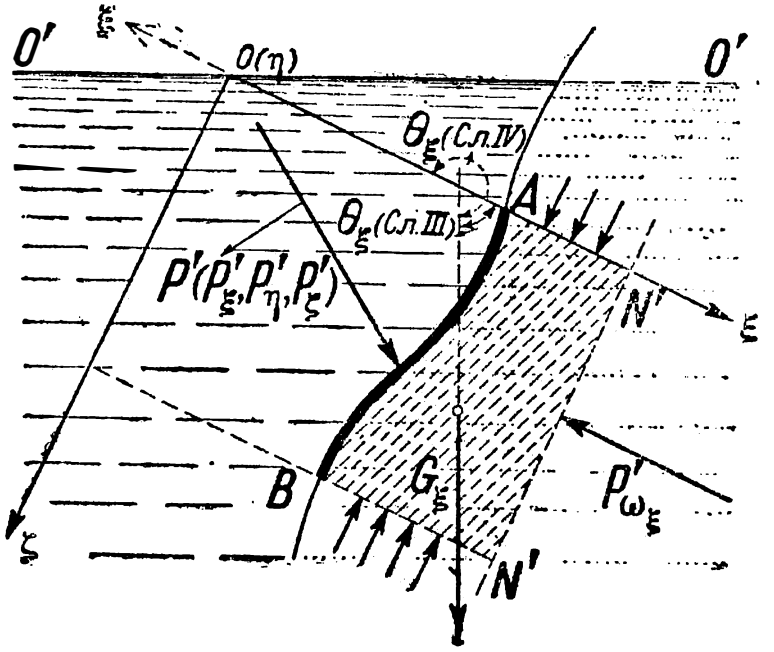
$$-P'_{\omega_\xi} + G_\xi \cdot \cos\theta_\xi + R'_\xi = 0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (122)$$

откуда, так как $P'_\xi = -R'_\xi$, найдем:

$$P'_\xi = G_\xi \cdot \cos\theta_\xi - P'_{\omega_\xi}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (123)$$

т. е. перемена направления оси влечет за собой перемену знака при P'_{ω_ξ} по сравнению с (121).

Случай III: плоскость проекции $N'—N'$ расположена вне давящей жидкости; заданное направление $o\xi$ встречает сначала поверхность S, а затем плоскость проекций (фиг. 33, сплошная ось $o\xi$).



Фиг. 33.

Вообразим, как показано пунктиром, что жидкость расположена не так как она расположена в действительности, а с противоположной стороны от поверхности S, при прежнем уровне жидкости. Тогда ясно, что давление этой воображаемой жидкости на поверхность S будет равно и прямо противоположно действительному давлению P' и что та реакция, которой поверхность S отвечает давлению воображаемой жидкости, тождественна по величине и знаку с действительным давлением P'. Следовательно, для заштрихованного пунктиром отсека получаем ур-ние проекций на ось $o\xi$:

$$-P'_{\omega_\xi} + G_\xi \cdot \cos\theta_\xi + P'_\xi = 0, \quad \ldots\ldots\ldots (124)$$

откуда

$$P'_\xi = -G_\xi \cdot \cos\theta_\xi + P'_{\omega_\xi}, \quad \ldots\ldots\ldots (125)$$

т. е. вынесение плоскости проекций из пределов давящей жидкости (по другую сторону от поверхности) меняет знак при проекции веса G_ξ по сравнению с (121).

Случай IV: плоскость проекций расположена, как в предыдущем случае, но направление оси $o\xi$ изменено на обратное, так что, идя по этому направлению, сначала встречаем плоскость проекций, затем поверхность S, чем этот случай и отличается от предыдущего (см. фиг. 33, пунктирная ось $o\xi$); угол θ_ξ получает новое значение.

Имеем ур-ние проекций сил на ось $o\xi$:

$$P'_{\omega_\xi} + G_\xi \cdot \cos\theta_\xi + P'_\xi = 0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (126)$$

напоминая, что P'_ξ есть алгебраическая, а не абсолютная величина проекции P' на ось $o\xi$. Из (126) находим:

$$P'_\xi = -G_\xi \cdot \cos\theta_\xi - P'_{\omega_\xi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (127)$$

До сих пор мы имели в виду лишь избыточное суммарное давление P', но так как под давлением p_0, когда оно имеется на свободной поверхности, жидкость поднимается в пьезометрах Π_0 (фиг. 5) до уровня напорной плоскости, то, рассматривая плоскость $O'-O'$ (фиг. 32, 33), как напорную, мы тем самым уже учитываем влияние величины p_0 и имеем право все вышеуказанные формулы для P'_ξ распространить без изменения и на P_ξ, причем лишь во всех этих формулах P'_ξ заменится через P_ξ, P'_{ω_ξ} — через P_{ω_ξ}.

Резюмируя все сказанное и рассматривая окончательные формулы для четырех вышеприведенных случаев, можем формулировать следующую теорему о давлении на криволинейную поверхность, выделяя в теореме три пункта:

1°. Если плоскость проекций расположена со стороны давящей на поверхность S жидкости, то составляющая P_ξ (или P'_ξ) суммарного давления P (или P') на эту криволинейную поверхность по заданному направлению $o\xi$ равна проекции на то же направление веса G_ξ жидкости, находящейся между данной поверхностью, поверхностью проектирующего цилиндра и плоскостью проекций, плюс или минус давление P_{ω_ξ} (или P'_{ω_ξ}) на площадь ω_ξ, являющуюся проекцией поверхности S на нормальную к оси $o\xi$ плоскость, причем знак „плюс" относится к случаю, когда, идя по заданному направлению $o\xi$, встречаем сначала плоскость проекций, а затем поверхность S, знак же „минус" — к обратному случаю (иллюстрация: I и II случаи, рассмотренные выше).

Таким образом, для трех составляющих по координатным осям, исходя из (121) и (123) и пользуясь соответствующими, легко понимаемыми обозначениями, имеем:

$$\left.\begin{aligned} P_\xi &= G_\xi \cdot \cos\theta_\xi \pm P_{\omega_\xi} \\ P_\eta &= G_\eta \cdot \cos\theta_\eta \pm P_{\omega_\eta} \\ P_\zeta &= G_\zeta \cdot \cos\theta_\zeta \pm P_{\omega_\zeta} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (128)$$

2°. Если плоскость проекций расположена не со стороны давящей жидкости, но по другую сторону поверхности S, то при введении здесь воображаемой жидкости, проекции весов G_ξ, G_η, G_ζ и давления на соответствующие площади проекций ω_ξ, ω_η, ω_ζ получают обратные знаки по сравнению с п. 1°, т. е. при проекциях

весов G_ξ, G_η, G_ζ всегда будет знак „минус"; при давлениях P_{ω_ξ}, P_{ω_η}, P_{ω_ζ} будет знак „минус", если, идя по заданному направлению (например, $o\xi$), встречаем сначала плоскость проекций, а затем поверхность S, знак же „плюс" в обратном случае (иллюстрация: IV и III случаи, рассмотренные выше).

Таким образом, вместо (128) здесь будет:

$$\left.\begin{aligned} P_\xi &= -G_\xi \cdot \cos\theta_\xi \mp P_{\omega_\xi} \\ P_\eta &= -G_\eta \cdot \cos\theta_\eta \mp P_{\omega_\eta} \\ P_\zeta &= -G_\zeta \cdot \cos\theta_\zeta \mp P_{\omega_\zeta} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (129)$$

3°. По указанным зависимостям получаем либо полные суммарные давления, либо избыточные, смотря по тому, является ли плоскость $O'—O'$ (фиг. 32, 33) напорной плоскостью или же действительной свободной поверхностью.

Все сказанное о давлении на криволинейную поверхность можно зафиксировать в памяти следующей краткой, но чисто условной формулой: „проекция давления равна $\pm$ проекция веса отсека $\pm$ давление на проекцию" (причем знаки выбираются по пп. 1° и 2° приведенной теоремы).

Укажем еще, что, если поверхность S такова, что заданное направление пересекает ее не один, а несколько раз (со стороны давящей на нее жидкости и с обратной), то следует разбить поверхность на отдельные участки, из которых каждый только один раз пересекается данным направлением, и, вычислив составляющие давлений на эти участки, сложить эти составляющие алгебраически по каждой из осей.

Напомним теперь, что все четыре зависимости: (121), (123), (125) и (127), можно применить к определению давления на одну и ту же заданную криволинейную поверхность; в таком случае все четыре зависимости должны дать, конечно, один и тот же результат, несмотря на разный их вид [1]). Это понятно из того соображения, что давление на поверхность S зависит, конечно, только от ее формы и размеров, а также от положения в жидкости, но не от тех вспомогательных приемов и построений, которые мы применяем для нахождения этого давления.

---

[1]) Это, конечно, можно доказать и формально.

ГЛАВА II.

ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИКИ.

§ 20. Дифференциальные уравнения движения совершенной жидкости.

Хотя в гидравлике нас интересует лишь жидкость реальная, вязкая, но все же удобнее предварительно установить некоторые основы гидродинамики жидкости совершенной (идеальной) с тем, чтобы затем уже в полученные результаты внести те изменения, которые необходимо вызываются свойствами реальной жидкости, поскольку это возможно при гидравлической постановке вопросов.

Основная задача гидродинамики состоит в том, чтобы, зная, некоторые обстоятельства движения, найти остальные, т. е. дать аналитические выражения для них. Обычно из обстоятельств движения внешние силы, действующие на жидкое тело, известны, искомыми же величинами являются: 1) гидродинамическое давление и 2) скорость течения.

Относя давление, развивающееся при движении жидкости, к единице площади, мы придем к понятию о напряжении гидродинамического давления, подобно тому как при рассмотрении равновесия жидкости пришли к понятию о напряжении гидростатического давления (короче— о гидростатическом давлении). Напряжение гидродинамического давления будем обозначать через p (оно вообще, конечно, отлично от гидростатического); однако, как и в гидростатике, вместо термина „напряжение давления", пользуются выражением: „гидродинамическое давление p" или даже просто „давление p". Скорость течения жидких частиц обозначим через U, а составляющие ее по осям координат — через u, v, w.

Названные величины, т. е. p, u, v, w, вообще различны в каждой точке движущегося жидкого тела и, кроме того, изменяются в зависимости от времени; поэтому они должны быть найдены, как функции от времени t и координат движущейся точки жидкости x, y, z, т. е. основная задача гидродинамики сводится к отысканию функций:

$$\left.\begin{aligned} p = F(t,\ x,\ y,\ z);\quad u = F_1(t,\ x,\ y,\ z);\\ v = F_2(t,\ x,\ y,\ z);\quad w = F_3(t,\ x,\ y,\ z). \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (130)$$

К числу искомых обстоятельств движения при изучении движения сжимаемой жидкости должна быть отнесена также ее плотность ρ, как функция от t, x, y, z, но для практической гидравлики существенно важно лишь рассмотрение жидкости капельной (несжимаемой), а потому мы в дальнейшем, имея в виду только несжимаемую жидкость, будем для нее считать плотность величиной данной, причем $\rho = \text{const}$.

После этих предварительных замечаний приведем дифференциальные уравнения движения совершенной жидкости, на которую действуют некоторые массовые силы, составляющие коих по осям координат, отнесенные

к единице массы жидкости, обозначим через X, Y, Z (эти величины являются функциями от t, x, y, z):

$$\left.\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x};\\ \frac{dv}{dt} &= Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y};\\ \frac{dw}{dt} &= Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (131)$$

Развертывая подробно левые части написанных уравнений, получаем:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} &= X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x};\\ \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} &= Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y};\\ \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} &= Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (132)$$

Таковы три уравнения движения. Четвертым уравнением для капельной (несжимаемой) жидкости является уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (133)$$

Полученные зависимости (132) и (133) представляют систему совокупных дифференциальных ур-ний в частных производных 1-го порядка; интегрируя их, мы и должны, теоретически говоря, решать основную задачу гидродинамики, а именно — находить в конечном виде общие выражения для давления p и компонентов скоростей u, v и w, как функций времени t и координат движущейся точки x, y, z, причем в эти выражения должны войти некоторые „произвольные постоянные интегрирования". Для нахождения этих последних, т. е. для определенности задачи, необходимо иметь пограничные и начальные условия движения. Пограничные условия, как показывает самое название, дают нам значения давлений и скоростей на границах рассматриваемого нами жидкого потока; начальные же условия определяют значения этих функций в тот момент времени $t = t_0$, с которого мы начинаем рассмотрение движения.

Так именно ставится задача о движении жидкости в гидромеханике, но при такой постановке она решена пока лишь для небольшого числа случаев, вследствие возникающих при этом математических затруднений, которые еще более увеличиваются, если рассматривать диференциальные ур-ния не совершенной, а реальной (вязкой) жидкости [1].

Во всяком случае практическая гидравлика здесь принуждена пока итти более простыми путями — частью теоретическими, частью эмпирическими. При этом важнейшими аналитическими средствами гидравлики являются: 1) уравнение Бернулли (Bernoulli), которое может быть получено из диференциальных ур-ний движения (131) или (132), и как бы заменяет в гидравлике эти последние, являясь, так сказать, „гидравлическим ур-нием движения", и 2) более простое ур-ние неразрывности,

[1]) Мы не приводим этих ур-ний, так как в полном виде они не понадобятся нам в „Гидравлическом Справочнике".

которое заменяет дифференциальное ур-ние (133) и представляет поэтому „гидравлическое ур-ние неразрывности".

Мы рассмотрим в дальнейшем эти два важнейшие орудия гидравлики лишь для так называемого установившегося движения, которое в практике и является наиболее важным для большинства гидравлических расчетов [1]), и притом сначала будем иметь в виду лишь элементарную струйку, а затем уже распространим наши выводы на целый поток. Напомним, что установившимся движением называется такое, все обстоятельства которого (давления, скорости, ускорения) не зависят явно от времени.

§ 21. Уравнение Бернулли для элементарной струйки совершенной жидкости.

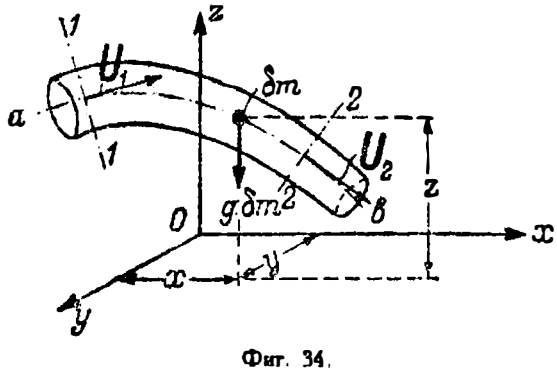
Для элементарной струйки $a-b$ (фиг. 34) с переменным сечением $d\omega$, при указанном на фигуре расположении оси Oz, уравнение Бернулли будет (U — скорость течения струйки):

$$\frac{U_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\gamma}+z_1=\frac{U_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\gamma}+z_2=\text{и т. д.}, \quad \ldots\ldots (134)$$

причем значки „1" и „2" указывают то сечение, к которому относятся входящие в уравнение величины, или иначе для любого сечения:

$$\frac{U^2}{2g}+\frac{p}{\gamma}+z=\text{const}. \quad \ldots\ldots (134')$$

Ур-ние Бернулли дает связь между скоростью U, давлением p и координатой z для жидкой частицы, движущейся по некоторой линии тока или — говоря более наглядно — для отдельной элементарной струйки. В связи с этим считаем особенно важным подчеркнуть следующее: лишь для данной элементарной струйки сумма трех входящих в ур-ние Бернулли величин равна определенной постоянной; для всякой другой элементарной струйки эта постоянная вообще будет уже иная. Поэтому ур-ния (134) и (134') ко всей массе жидкого потока в целом непосредственно неприменимы.



Фиг. 34.

Ур-ние Бернулли имеет чрезвычайно важное значение в гидравлике, позволяя по двум известным элементам из трех (U, p, z) определить третий. Нередко это ур-ние является наиболее действительным средством как для исследования различных теоретических вопросов гидравлики, так и для решения многих практических задач, выдвигаемых инженерной практикой, и потому его можно считать фундаментальным для гидравлики ур-нием движения.

[1]) Вопросы движения неустановившегося вообще не рассматриваются в этой книге.

В виду этого необходимо остановиться на выяснении смысла этого уравнения, что совершенно необходимо, чтобы не только понимать это ур-ние, но и уметь применять его в различных случаях. Необходимо предварительно выяснить **гидравлическое значение тех трех слагаемых**, которые входят в ур-ние Бернулли, отдельно для каждого из них, т. е. для z, $\frac{p}{\gamma}$ и $\frac{U^2}{2g}$.

а) Начнем с **координаты** z. Она измеряет высоту расположения движущейся частицы жидкости над горизонтальной плоскостью Oxy (фиг. 34) и, конечно, имеет **размерность длины**. Эту координату можно назвать „отметкой" движущейся точки, считая над плоскостью Oxy, а самую плоскость эту — **плоскостью сравнения**. Будем обозначать ее через $O—O$.

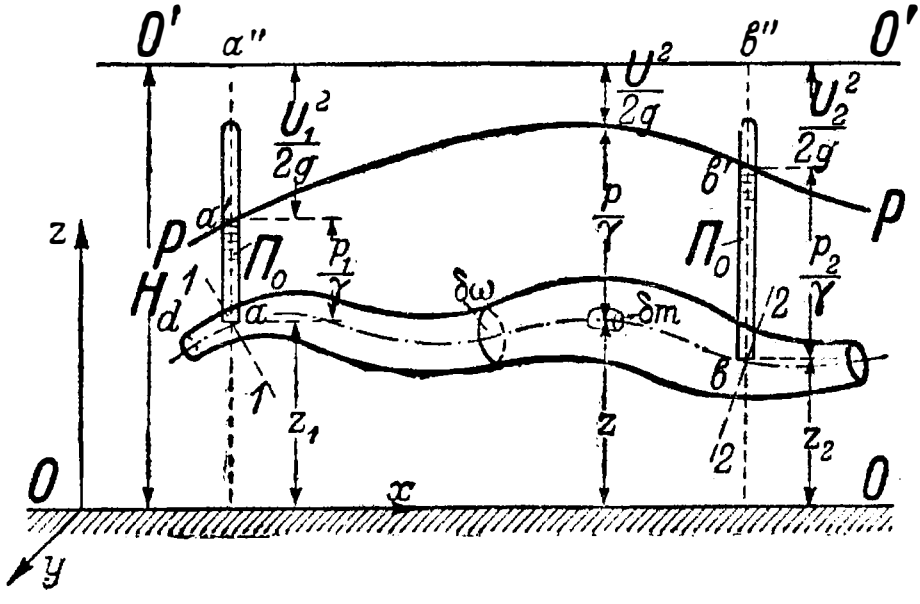
б) Член $\frac{p}{\gamma}$, как и в гидростатике, можно назвать „приведенной высотой давления", имея в виду в данном случае давление **гидродинамическое**. Из сказанного раньше в § 8 ясно, что и здесь $\frac{p}{\gamma}$ представляет высоту такого столба жидкости, который в данной точке произвел бы давление, равное действительно существующему здесь давлению p; таким образом $\frac{p}{\gamma}$, как некоторая высота, имеет **размерность длины**. Хотя название „приведенная высота давления" для члена $\frac{p}{\gamma}$ является вполне правильным, однако оно, как и в гидростатике, не получило распространения и в гидродинамике, и этот член часто называется „**пьезометрической высотой**". Это название примем здесь и мы, оговариваясь, что при этом вообще, как указано в § 10, надо иметь в виду закрытый пьезометр $П_0$ (см., например, фиг. 35), с Торричеллиевой пустотой в верхней части, или, что все равно, следует представить себе открытый пьезометр, уходящий верхним концом в безвоздушное пространство (как на фиг. 8).

в) Наконец, **член** $\frac{U^2}{2g}$ мы также можем представить себе, как некоторую высоту, ибо и он имеет **размерность длины** (что и должно быть для сохранения общей размерности членов ур-ния Бернулли). Член $\frac{U^2}{2g}$ может быть назван высотой, соответствующей скорости U, или короче — „высотой скорости", но в гидравлике он гораздо чаще называется „**скоростным напором**"; этот термин мы и примем во всем дальнейшем.

Выяснив теперь общий гидравлический смысл величин z, $\frac{p}{\gamma}$ и $\frac{U^2}{2g}$, переходим к **геометрической, физической и механической интерпретациям ур-ния Бернулли** для элементарной струйки совершенной жидкости (при установившемся движении), обращаясь к фиг. 35, где указаны как те обозначения, которые уже были введены ранее, так и те, которые поясняются дальше.

1) Геометрическая интерпретация. Возьмем элементарную струйку с осью $a—b$ (фиг. 35). Пусть точки a и b этой оси лежат соответственно в сечениях 1—1 и 2—2 и имеют отметки z_1 и z_2 над некоторою плоскостью сравнения $O—O$. Отложим от точки a вертикально вверх отрезок aa', равный пьезометрической высоте $\frac{p_1}{\gamma}$, и затем от точки a' отрезок $a'a''$,

равный скоростному напору $\frac{U_1^2}{2g}$, как показано на чертеже. Такое же построение сделаем для точки b в сечении 2—2, а затем и для любого числа других сечений струйки. Так как по (134′) сумма трех членов $\frac{U^2}{2g}$, $\frac{p}{\gamma}$ и z вдоль всей струйки постоянна, то, следовательно, вершины полученных нами вертикальных отрезков a'', b'' и т. д. должны находиться на одинаковом расстоянии от плоскости сравнения, иначе говоря — должны лежать в одной горизонтальной плоскости ($O'—O'$ на фиг. 35). Эта плоскость в гидродинамике носит название напор-



Фиг. 35.

ной плоскости, как и соответствующая плоскость в гидростатике. Геометрическое место вершин указанных вертикальных отрезков может быть названо напорной линией.

Отсюда ясно, что ур-ние Бернулли для элементарной струйки совершенной жидкости можно короче всего геометрически интерпретировать так: напорная плоскость горизонтальна.

В связи с геометрической характеристикой ур-ния Бернулли укажем, что, соединяя плавной кривой верхние концы пьезометрических высот (фиг. 35), получим кривую $P—P$, называемую пьезометрической линией. Падение этой линии на единицу длины струйки называется пьезометрическим уклоном; обозначая этот уклон буквою J', на основании самого определения можем написать:

$$J' = -\frac{d\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)}{ds}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (135)$$

где ds — элемент длины по оси струйки, знак же „минус“ указывает, что падение будет положительным (т. е. действительным понижением

пьезометрической линии) тогда, когда двучлен $\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)$ получает отрицательное приращение $d\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)$ на протяжении элемента длины ds.

Ясно, что подобно тому, как при установке отдельного пьезометра $П_0$ в данной точке мы получаем наглядное представление о пьезометрической высоте в этой точке, так точно установка ряда пьезометров $П_0$ вдоль рассматриваемой элементарной струйки (в точках a, b и т. д. фиг. 35) дает картину пьезометрической линии: вершины столбиков жидкости в этих пьезометрах, так сказать, наглядно прочерчивают в пространстве положение линии $P—P$, и мы видим при этом, что пьезометрическая линия есть геометрическое место вершин таких столбиков.

Введем сокращенные обозначения для пьезометрической высоты и скоростного напора [1]):

$$h_p=\frac{p}{\gamma};\qquad h_u=\frac{U^2}{2g},\ldots\ldots\ldots\ldots(136)$$

причем ур-ние (134′) получит вид

$$h_u+h_p+z=\text{const}.\ldots\ldots\ldots\ldots(137)$$

Сумма трех высот: h_u, h_p и z, может быть обозначена (фиг. 35) через H_d, и эту последнюю величину можно назвать гидродинамическим (или полным) напором. Пользуясь этим понятием, ур-ние Бернулли для элементарной струйки совершенной жидкости, в связи с его геометрической интерпретацией, можем представить в кратчайшей форме:

$$H_d=\text{const}.\ldots\ldots\ldots\ldots(138)$$

2) Физическая интерпретация. Пусть жидкая частица с массой δm движется по линии тока $a—b$ (фиг. 35) или, говоря нагляднее, внутри показанной на чертеже элементарной трубки тока; частица показана в промежуточном положении между сечениями 1—1 и 2—2. Подсчитав величину полной (т. е. кинетической+потенциальной) энергии, которую имела эта частица в сечении 1—1, а затем — величину ее энергии по приходе в сечение 2—2 и узнав соответствующую полную удельную энергию, т. е. энергию, которая приходится на единицу веса протекающей жидкости, для сечения 1—1 получим [2]):

$$e_1=\frac{U_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\gamma}+z_1;\ldots\ldots\ldots\ldots(139)$$

для удельной энергии в сечении 2—2

$$e_2=\frac{U_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\gamma}+z_2,\ldots\ldots\ldots\ldots(139')$$

и вообще

$$e=\frac{U^2}{2g}+\frac{p}{\gamma}+z\ldots\ldots\ldots\ldots(139'')$$

---

[1]) Такие сокращенные обозначения этих величин нередко применяются американскими гидравликами.

[2]) Доказательство см., например, в нашем „Курсе Гидравлики", ч. I, Ленинград, 1930 и 1933, изд. Кубуч, стр. 86—88.

Как видим из ур-ния Бернулли (134), выражения для e_1 и e_2 должны быть равны между собою, т. е. $e_1 = e_2$. Так как сечения 1—1 и 2—2 взяты произвольно по длине струйки, то и для всех сечений ее можно написать:

$$e = \frac{U^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z = \text{const.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (140)$$

Таким образом, полная удельная энергия, несомая элементарной струйкой, вдоль всей струйки для совершенной жидкости постоянна.

Подчеркнем здесь, что эта энергия состоит из трех частей:

1) удельной кинетической энергии, мерой которой является скоростной напор $\frac{U^2}{2g}$;

2) удельной энергии давления, для которой мерой служит пьезометрическая высота $\frac{p}{\gamma}$;

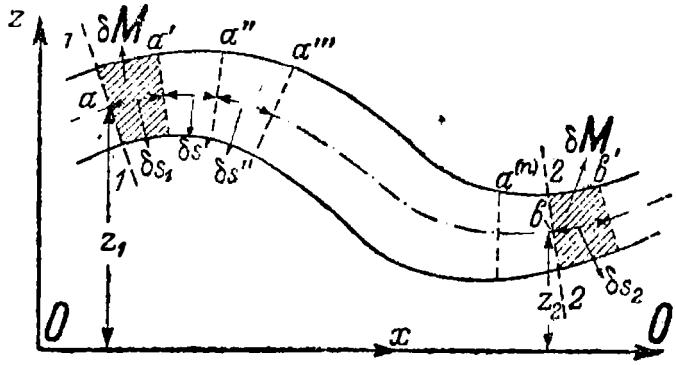
3) удельной энергией положения, измеряемой отметкой z над плоскостью сравнения.

Такова физическая интерпретация ур-ния Бернулли, причем мы получаем, как видим, частный случай общего закона сохранения энергии в природе.

3) Механическая интерпретация. Перепишем ур-ние Бернулли (134) в виде:

$$\frac{U_2^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g} = z_1 - z_2 + \left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (141)$$

и, взяв элементарную струйку с осью $a-b$ (фиг. 36), проведем в ней сечения 1—1 и 2—2. При точке a выделим элементарный отсек $1-a'$ длиной δs_1, как показано на чертеже (заштриховано), и массу этого отсека обозначим через δM. Отсек движется вдоль элементарной трубки, последовательно занимая положения $1-a'$, $a'-a''$, $a''-a'''$ и, наконец, $2-b'$, постепенно при этом деформируясь, причем, по неразрывности жидкости, объем отсека остается без изменения.



Фиг. 36.

Применяя к указанному перемещению отсека закон живых сил теоретической механики, гласящий, что приращение живой силы данного тела за некоторый промежуток времени равно сумме работ всех сил, действовавших на тело за тот же промежуток времени, можно доказать[1]), что с механической точки зрения ур-ние Бернулли (134) или (141) есть специальное выражение закона живых сил

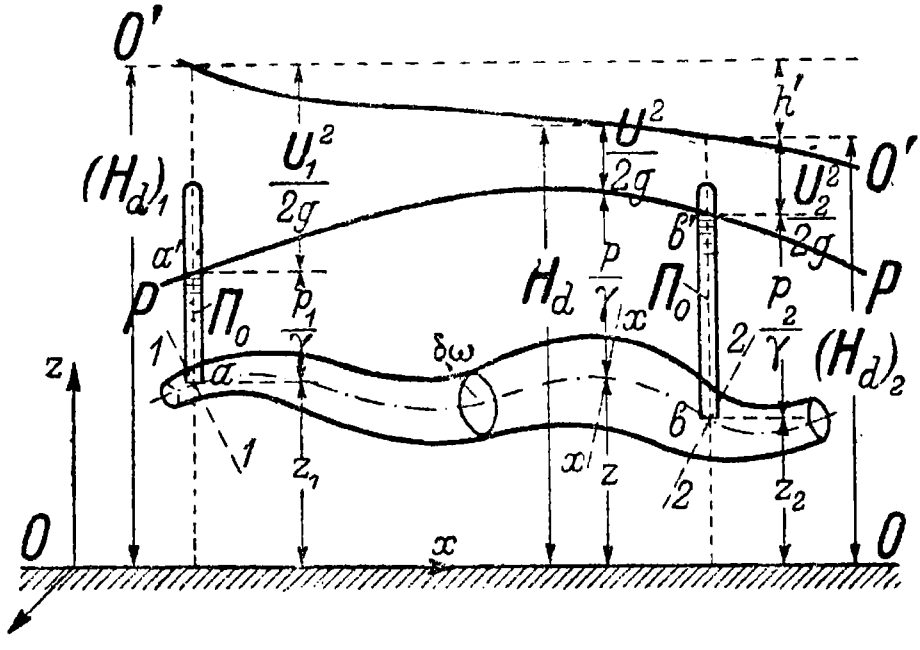
[1]) См., напр.: Н. Н. Павловский, „Курс Гидравлики", ч. I, Ленинград, 1930 и 1933, стр. 92—95.

для случая установившегося движения элементарной струйки совершенной жидкости.

При этом в ур-нии (141), при расчете на единицу веса протекающей жидкости, левая часть есть приращение живой силы, в правой же части величина $z_1 - z_2$ представляет работу силы тяжести, а величина $\left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma}\right)$ — работу давлений на основания рассматриваемого отсека жидкости (т. е. его крайние поперечные сечения).

§ 22. Ур-ние Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости. Гидравлическое ур-ние неразрывности для элементарной струйки.

Посмотрим теперь, как изменится полученное нами ур-ние Бернулли для элементарной струйки, если рассматривать не совершенную, а реальную жидкость, которая и должна, главным образом, интересовать нас в практических приложениях (фиг. 37), причем возьмем для реальной жидкости ту



Фиг. 37.

же по форме струйку, которую мы имели раньше (фиг. 35) для жидкости совершенной.

Если в совершенной жидкости удельная энергия для всех сечений струйки постоянна (в частности — для сечений 1—1 и 2—2), то в реальной жидкости это уже невозможно: здесь на пути движения жидких частиц, положим, от сечения 1—1 до сечения 2—2, естественно, развиваются силы сопротивления этому движению, которые поглощают часть запаса энергии, имеющегося в сечении 1—1. Поэтому названные жидкие частицы придут в сечение 2—2, имея уже меньшую энергию, — иначе сказать, и

удельная энергия e_2 будет меньше удельной энергии e_1, т. е. $e_1 > e_2$, или по (139)—(139′)

$$\frac{U_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\gamma}+z_1 > \frac{U_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\gamma}+z_2, \quad \ldots\ldots\ldots (142)$$

что можно иначе выразить неравенством $e \neq \text{const}$. (удельная энергия не постоянна вдоль струйки).

Вместо (142) получим:

$$(H_d)_1 > (H_d)_2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (142')$$

т. е. на пути от 1 до 2 сечения существует некоторая потеря напора, выраженная, очевидно, разностью $(H_d)_1 - (H_d)_2$, и потому, обозначая потерю напора для элементарной струйки через h', для сечений 1 и 2 имеем:

$$(H_d)_1 - (H_d)_2 = h'. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (143)$$

Вместо (143) более подробно можем написать:

$$\left(\frac{U_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\gamma}+z_1\right)-\left(\frac{U_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\gamma}+z_2\right)=h',$$

откуда

$$\frac{U_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\gamma}+z_1=\frac{U_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\gamma}+z_2+h' \quad \ldots\ldots\ldots (144)$$

Это и есть ур-ние Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости.

Что касается его интерпретации, то, после сказанного в § 21 по поводу ур-ния Бернулли для совершенной жидкости, нам здесь достаточно добавить лишь несколько замечаний в связи с появлением в (144) новой величины, а именно h'.

1) Производя (фиг. 37) для **геометрической характеристики** уравнения (144) те же построения, что и ранее, т. е. в каждом сечении откладывая по вертикали отметку z, пьезометрическую высоту $\frac{p}{\gamma}$ и, наконец, скоростной напор $\frac{U^2}{2g}$ и соединяя вершины полученных отрезков, мы в данном случае уже не получим горизонтальной линии $O'-O'$, как на фиг. 35, что совершенно ясно из неравенства (142): вместо горизонтальной прямой мы будем иметь здесь понижающуюся кривую $O'-O'$. Точки ее лежат в каждом сечении ниже горизонтальной (пунктирной) линии, проведенной на высоте $(H_d)_1$ для начального сечения 1—1, и получаемые понижения равны соответственным потерям напора h' при движении жидкости от начального до данного сечения.

Кривая $O'-O'$ называется напорной линией, почему уравнение (144) для элементарной струйки реальной жидкости со стороны геометрической можно интерпретировать так: напорная линия наклонна (понижается по течению).

Кривая $P-P$, конечно, попрежнему носит название пьезометрической линии, а падение ее на единицу длины струйки—пьезометрического уклона J', определяемого по (135). Падение напорной линии на единицу длины струйки называется гидравлическим уклоном, иногда—гидравлическим градиентом. Обозначая этот уклон через J'_e[1]),

[1]) В п. 2 настоящего параграфа мы поясним, почему мы вводим именно такое обозначение.

очевидно, имеем по самому определению:

$$J'_e = -\frac{d}{ds}\left(\frac{U^2}{2g}+\frac{p}{\gamma}+z\right), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (145)$$

где ds есть элемент длины по оси струйки, а знак „минус" поставлен по тем же соображениям, что и выше в зависимости (135) для пьезометрического уклона J'. Выражение (145) короче можно представить в форме:

$$J'_e = -\frac{d(H_d)}{ds}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (145')$$

но, так как в соответствии с (143) $H_d = (H_d)_1 - h'$, где $(H_d)_1$ — начальный (не зависящий от s) напор в сечении 1—1, то вместо (145) получим:

$$J'_e = \frac{dh'}{ds}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (145'')$$

т. е. аналитически гидравлический уклон есть производная от потери напора по соответствующему расстоянию, считаемому от начального сечения по оси струйки.

2) **С физической стороны** мы уже знаем (§ 21), что три члена левой части ур-ния (144) и три первые члена правой его части выражают величину полной удельной энергии струйки в сечении 1—1 и 2—2. При этом из (144) ясно, что с физической точки зрения и член h' должен служить мерой некоторой энергии, а именно удельной энергии, потерянной жидкостью на пути между двумя сечениями элементарной струйки.

С этой точки зрения, кривая $O'—O'$ (фиг. 37) может быть названа линией удельной энергии (или, короче, просто линией энергии, как иногда говорят американские гидравлики). При этом величина J'_e, для которой только что были даны зависимости (145)—(145''), выражает уменьшение удельной энергии на единицу длины струйки, или градиент потери энергии (почему мы и ставим при J'_e значок „e").

3) Обращаясь к **механической интерпретации** ур-ния Бернулли для реальной струйки, заметим, что здесь мы, конечно, должны ввести в рассмотрение работу сил сопротивления движению на пути от начального до конечного положения выделенного элементарного отсека с массой δM (см. выше фиг. 36).

Переписав ур-ние Бернулли (144) в форме:

$$\frac{U_2^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g} = z_1 - z_2 + \left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma}\right) - h', \quad \ldots\ldots \quad (146)$$

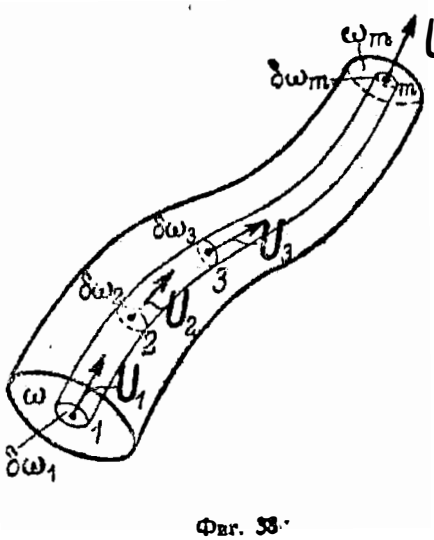
нетрудно видеть, что h' есть абсолютная величина работы сил сопротивления на пути между двумя сечениями, отнесенная к единице веса протекающей жидкости, или иначе — удельная работа сил сопротивления. Эта работа отрицательна, так как силы сопротивления действуют против направления движения жидкости.

Таким образом, с механической точки зрения величина h' в ур-нии Бернулли (144) служит мерой удельной работы сил сопротивления на данном участке струйки; величина J'_e, как ясно из (145''), служит выражением этой работы на единице длины струйки. Механическое значение прочих членов ур-ния в форме (146) нам уже известно.

Итак, ур-ние Бернулли и для струйки реальной жидкости с механической точки зрения есть специальное выражение закона живых сил, как мы имели это и для струйки совершенной жидкости.

В заключение укажем **гидравлическое уравнение неразрывности** для элементарной струйки (как совершенной, так и реальной жидкости).

Возьмем элементарную струйку (фиг. 38) и рассмотрим отсек между сечениями 1 и 2, обозначая соответствующие площади сечения через $\delta\omega_1$ и $\delta\omega_2$, а скорости течения — через U_1 и U_2. Нетрудно показать, что



Фиг. 38.

$$U_1\delta\omega_1 = U_2\delta\omega_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (147)$$

Так как сечения 1 и 2 взяты по длине струйки произвольно, то такие же соотношения можно написать и для других сечений, т. е.

$$U_1\delta\omega_1 = U_2\delta\omega_2 = U_3\delta\omega_3 = \\ = U_m\delta\omega_m = \text{const.}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (148)$$

что можно написать короче в виде:

$$U\cdot\delta\omega = \text{const (вдоль струйки)} \quad . \quad (149)$$

Это и есть гидравлическое ур-ние неразрывности для элементарной струйки. С физической стороны найденное ур-ние неразрывности выражает, что в единицу времени (или вообще в равные промежутки времени) через все сечения элементарной струйки протекает одинаковое количество (объем) жидкости.

Из (147) следует, что

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\delta\omega_2}{\delta\omega_1}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (150)$$

т. е. скорости обратно пропорциональны площадям сечений.

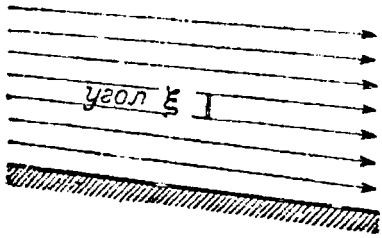
§ 23. Медленно изменяющееся движение. Живое сечение, расход, средняя скорость.

Получив в предыдущем параграфе ур-ние Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости, мы должны распространить это ур-ние на целый поток (конечно, также реальной жидкости).

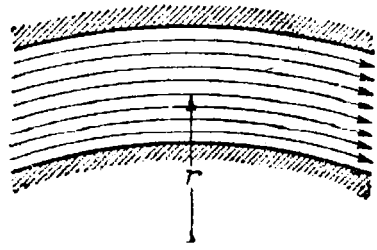
По существу главнейшее затруднение при этом состоит в том, что для целого потока скорости в различных точках его или, как говорят, „местные скорости“ течения не одинаковы в одном и том же поперечном сечении, даже при установившемся движении. Указав выше (§ 20), что гидравлика, с ее практическим подходом к решению различных вопросов, принуждена искать более простых путей, чем те, которые отвечали бы строгим (гидромеханическим) методам,—мы теперь, в частности, покажем, что и вопрос о скоростях в различных точках поперечного сечения потока в гидравлике может быть значительно упрощен следующим образом.

Разница в скоростях особенно заметно обнаруживается при крутых закруглениях, резких расширениях и сужениях водных потоков и т. д. Для

практики же наибольшее значение представляют в общем те случаи, где отдельные „струйки" движутся приблизительно параллельно между собою. Так, например, сюда можно отнести такие важные случаи: движение по водопроводной трубе постоянного диаметра; течение воды по искусственному каналу с постоянным или близким к таковому сечением, причем и самая глубина воды остается вдоль канала постоянной или меняется весьма медленно; движение воды по некоторому прямолинейному участку реки, с достаточно устойчивым, мало изменяющимся сечением, что может встретиться, конечно, лишь на известном протяжении реки, так что она последовательно может быть более или менее удачно разбита на ряд таких участков и т. д. Последнее соображение важно в том отношении, что даже тогда, когда в некотором водотоке на в с е м е г о протяжении течение не может быть признано близким к параллельно-струйному, все же можно попытаться наметить на таком водотоке о т д е л ь н ы е у ч а с т к и, хотя бы небольшие,



Фиг. 39.



Фиг. 40.

приблизительно параллельно-струйного характера. При этом мы приходим уже к случаю „местного", а не общего параллелизма струй.

Движение жидкости, достаточно близкое к параллельно-струйному, называется „м е д л е н н о и з м е н я ю щ и м с я"[1]). Более подробно это движение можно определить, как удовлетворяющее двум условиям:

1) У г о л р а с х о ж д е н и я ξ е г о с т р у е к (л и н и й т о к о в) в е с ь м а м а л, как показано, например, на фиг. 39, представляющей продольный разрез некоторого потока (реки, канала и т. д.)

2) К р и в и з н а с т р у е к (л и н и й т о к о в) в е с ь м а н е з н а ч и т е л ь н а, иными словами — радиус кривизны их весьма велик, так что можно считать их за прямолинейные (фиг. 40, представляющая план части какого-либо потока, — например, реки или канала).

Условия эти можно записать в таком виде:

$$\left.\begin{array}{l}\xi = 0 \text{ (или близко к нулю)}\\ r = \infty \text{ (или весьма велико)}\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (151)$$

Такова схема явления медленно изменяющегося движения или, как иногда говорят, „модель" его, т. е. построенное нами наглядное представление о нем. „Модель" эта имеет чрезвычайно важное значение в практической гидравлике.

Обратимся теперь к другим важнейшим понятиям гидравлики — ж и в о м у с е ч е н и ю, р а с х о д у ж и д к о с т и и с р е д н е й с к о р о с т и т е ч е н и я.

Если в потоке жидкости (в реке, канале, трубе и т. д.) проведем поверхность нормально к направлениям местных скоростей течения, то в пределах

[1]) Перевод немецкого термина „langsam veränderliche Strömung"; соответствующий наиболее обычный французский термин: „mouvement graduellement varié".

потока получим поверхность, называемую „живым сечением"; величину его обозначим через ω. Расходом жидкости Q называется объем жидкости, протекающий в единицу времени через данное живое сечение.

При условиях медленно изменяющегося движения живое сечение является поверхностью с весьма слабо выраженной криволинейностью, т. е. может быть принято за плоскость. Иными словами эта же мысль может быть выражена так: если, при условиях медленно изменяющегося движения, проведем в жидком потоке плоскость, нормальную к общему продольному направлению течения (к оси потока) на рассматриваемом участке, то такая плоскость будет весьма мало отличаться от живого сечения в строгом смысле, т. е. от секущей поверхности, ортогональной к линиям токов. Именно такие плоскости и понимаются в практической гидравлике под термином „живое сечение", при условиях медленно изменяющегося движения.

При этом для расхода элементарной струйки dQ и расхода всего потока Q можем написать:

$$dQ = U d\omega \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (152)$$

и

$$Q = \int_{\omega} U d\omega, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (153)$$

где U — скорость течения элементарной струйки; интегрирование распространяется на всю площадь живого сечения ω.

Сказанное относительно живых сечений при медленно изменяющемся движении позволяет определеннее выставить на вид механическую сущность уловий (151), а именно: поскольку при этих условиях вместо ортогональных к линиям токов секущих поверхностей мы берем плоские живые сечения, проводя их, как указано выше, — постольку же мы можем принять, что эти плоскости пересекаются линиями токов нормально (ортогонально), и, следовательно, можем пренебрегать составляющими скоростей и ускорений в плоскости таких живых сечений.

Для медленно изменяющегося движения чрезвычайно важно и полезно введение понятия „средней скорости потока", которую будем обозначать через V: средняя скорость в данном живом сечении есть такая скорость, с которой через это сечение должны были бы двигаться все частицы жидкости, чтобы расход ее был равен расходу, получаемому при действительных (неодинаковых между собою) скоростях тех же частиц. Средняя скорость является весьма простым средством для общей („суммарной") характеристики действительных скоростей в данном сечении. Величина V вообще меняется для сечений, взятых в различных местах по длине потока.

Вводя среднюю скорость потока, можем подобно (153) написать:

$$Q = \int_{\omega} V d\omega = V \int_{\omega} d\omega = V\omega,$$

т. е. получаем следующее простое соотношение между Q, V и ω:

$$Q = \omega V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (154)$$

Отсюда

$$V = \frac{Q}{\omega} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (155)$$

и

$$\omega = \frac{Q}{V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (156)$$

Аналитически среднюю скорость можно определить следующим образом. Подставляя в (154) вместо Q его выражение (153), имеем:

$$\int_{\omega} U d\omega = \omega V, \quad \ldots \quad (157)$$

откуда

$$V = \frac{\int_{\omega} U d\omega}{\omega} \quad \ldots \quad (158)$$

Итак, для средней скорости V имеем два выражения: (155) и (158). Первое из них — более просто, и им всегда следует пользоваться для определения V, когда только это возможно, т. е. когда Q и ω нам известны. Выражение (155), между прочим, применяется и при определении средних скоростей различных потоков в действительных условиях: имея перед собой такой поток (например, реку, канал, трубу), мы можем измерить площадь ω его живого сечения и найти путем непосредственного наблюдения его расход Q, после чего простым делением по (155) найдем и значение V.

Что касается второго выражения для средней скорости по ф-ле (158), то оно значительно сложнее; в такой форме этим выражением пользуются главным образом, при теоретическом рассмотрении гидравлических вопросов о движении потоков.

Введение кардинальных понятий: средней скорости V и расхода Q позволяет сейчас же написать гидравлическое ур-ние неразрывности для целого потока при установившемся движении, распространяя на такой поток выведенные ранее для элементарной струйки зависимости (147)—(150), а именно:

$$\omega_1 V_1 = \omega_2 V_2 = \omega_3 V_3 = \ldots = \text{const.}, \quad \ldots \quad (159)$$

что, в виду (154), может быть короче записано в виде

$$Q = \omega V = \text{const. (вдоль потока)} \quad \ldots \quad (159')$$

Такое гидравлическое ур-ние неразрывности для целого потока; это выражение иногда называется также ур-нием постоянства расхода. Оно показывает, что при установившемся движении, хотя средние скорости и живые сечения по длине потока изменяются, все же расходы в различных сечениях остаются одинаковыми.

Наконец, из (159) для целого потока легко находим выражение, соответствующее зависимости (150) для элементарной струйки, а именно:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad \ldots \quad (160)$$

т. е. средние скорости обратно пропорциональны площадям соответствующих живых сечений.

§ 24. Лемма о распределении давлений при медленно изменяющемся движении и лемма о трех интегралах.

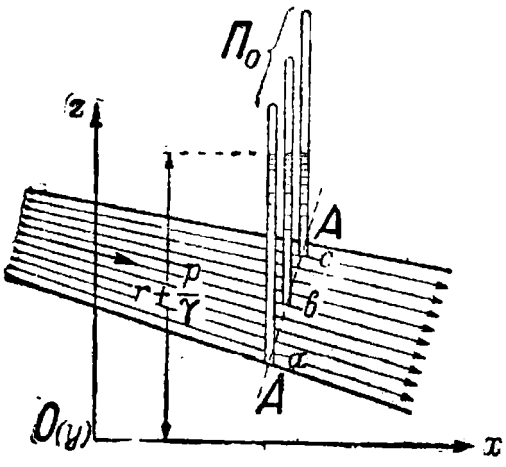
Прежде чем перейти к ур-нию Бернулли для целого потока реальной жидкости, мы должны доказать две вспомогательные теоремы (леммы), необходимые для дальнейшего изложения.

1°. **Первая лемма.** Первая лемма относится к вопросу о распределении давления при медленно изменяющемся движении. Такое

движение мы и представим себе (фиг. 41) для потока реальной жидкости, которая из массовых сил подвержена лишь действию силы тяжести. Можно доказать [1]), что при медленно изменяющемся движении реальной жидкости распределение давлений в плоскостях живых сечений следует гидростатическому закону.

Теперь мы и выразим этот закон в той форме, которая понадобится нам в дальнейшем. Мы знаем из гидростатики, что, при направлении оси z-ов вертикально вверх (§ 10), для давления p и координаты z существует зависимость $z+\frac{p}{\gamma}=\text{const}$. Но в только что рассмотренном случае движения в плоскостях живых сечений для давления справедливы законы гидростатики, а потому и здесь сохраняется эта же зависимость. Следовательно, при направлении оси z-ов вертикально вверх сумма отметки z и пьезометрической высоты $\frac{p}{\gamma}$ при медленно изменяющемся движении реальной жидкости для всех точек данного сечения остается одинаковой, хотя эта сумма, конечно, меняется для различных сечений, что аналитически и может быть выражено зависимостью:

$$z+\frac{p}{\gamma}=\text{const. (для данного живого сечения)} \quad . \quad . \quad . \quad (161)$$



Фиг. 41.

и иллюстрируется на фиг. 41, где для данного живого сечения $A-A$ в различных его точках (например, в точках a, b и c) показаны пьезометры Π_0, в которых уровень жидкости должен быть одинаков.

Таким образом, безразлично, в какой точке живого сечения мы берем сумму $z+\frac{p}{\gamma}$, важно указать лишь то сечение, к которому относится эта сумма. В такой редакции для дальнейшего нам удобнее всего читать I лемму.

Точку живого сечения, для которой мы берем сумму $z+\frac{p}{\gamma}$, будем называть „точкой отсчета". Такими точками на фиг. 41 являются точки a, b или c.

2°. **Вторая лемма.** Эта лемма касается следующих трех интегралов:

$$I_1=\int U d\omega; \qquad I_2=\int U^2 d\omega; \qquad I_3=\int U^3 d\omega.$$

Вторая лемма, или лемма о трех интегралах, кратко может быть выражена тремя такими зависимостями:

$$\left.\begin{aligned} &1) \ldots \int U d\omega = V\omega \\ &2) \ldots \int U^2 d\omega = \alpha_0 V^2 \omega \\ &3) \ldots \int U^3 d\omega = \alpha V^3 \omega \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (162)$$

[1]) См., например: Н. Н. Павловский, „Курс Гидравлики", ч. I, Ленинград, 1930 и 1933, стр. 106—109.

В этих зависимостях коэфициенты α_0 и α учитывают влияние неравномерности распределения скоростей по сечению или, так сказать, к о р р е к т и р у ю т (исправляют) те выражения, которые мы получили бы в указанных выше случаях, еслибы вместо действительных скоростей U пользовались просто значениями средней скорости V. В виду этого коэфициенты α_0 и α и могут именоваться к о р р е к т и в а м и [1]) на н е р а в н о м е р н о с т ь р а с п р е д е л е н и я с к о р о с т е й; в дальнейшем для краткости мы и будем нередко называть эти коэфициенты: „к о р р е к т и в α_0“ и „к о р р е к т и в α“.

В обыкновенных условиях большею частью принимают при р а в н о м е р н о м д в и ж е н и и в каналах и трубах следующие с р е д н и е з н а ч е н и я: $\alpha_0 = 1{,}037$; $\alpha = 1{,}11 = \frac{10}{9}$. Несколько „округляя“ эти цифры, можно взять более легкие для запоминания значения

$$\alpha_0 = 1{,}035; \qquad \alpha = 1{,}1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (163)$$

Как видим, α_0 немного отличается от единицы; в некоторых случаях для простоты полагают и $\alpha \cong 1$, так что у п р о щ е н н о иногда считают

$$\alpha_0 = 1; \quad \alpha = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (164)$$

Укажем, каково физическое, вернее — м е х а н и ч е с к о е з н а ч е н и е коэфициентов α_0 и α! В лемме о трех интегралах доказывается, что, если иметь в виду массу M жидкости, протекающую в единицу времени через данное живое сечение ω, то к о э ф и ц и е н т α_0 в ы р а ж а е т о т н о ш е н и е д е й с т в и т е л ь н о г о к о л и ч е с т в а д в и ж е н и я для м а с с ы M к к о л и ч е с т в у д в и ж е н и я, с о о т в е т с т в у ю щ е м у с р е д н е й с к о р о с т и. При этом

$$K \cdot Д = \alpha_0 (K \cdot Д)_{ср} = \alpha_0 \frac{\gamma}{g} \omega V^2, \quad \ldots\ldots\ldots (165)$$

т. е., зная коэфициент α_0, мы можем по средней скорости найти действительное количество движения для массы жидкости, протекающей в единицу времени через данное живое сечение.

Далее, к о э ф и ц и е н т α в ы р а ж а е т о т н о ш е н и е д е й с т в и т е л ь н о й ж и в о й с и л ы для м а с с ы M к ж и в о й с и л е, о т в е ч а ю щ е й с р е д н е й с к о р о с т и. При этом

$$Ж.\ С. = \alpha\,(Ж.\ С.)_{ср} = \frac{1}{2} \alpha \frac{\gamma}{g} \omega V^3, \quad \ldots\ldots\ldots (166)$$

т. е., зная коэфициент α, можем по средней скорости найти действительную живую силу для массы жидкости, протекающей в единицу времени через данное живое сечение.

§ 25. Уравнение Бернулли для целого потока реальной жидкости.

Распространим теперь ур-ние Бернулли на целый поток реальной жидкости, имея в виду наиболее важный практически случай — м е д л е н н о и з м е н я ю щ е г о с я д в и ж е н и я и притом лишь установившегося. Вывод ур-ния Бернулли при этом нагляднее всего получается при подходе к вопросу с физической стороны. Здесь мы наметим лишь общий ход такого вывода [2]).

[1]) Этот термин предложен проф. А. А. С а т к е в и ч е м.

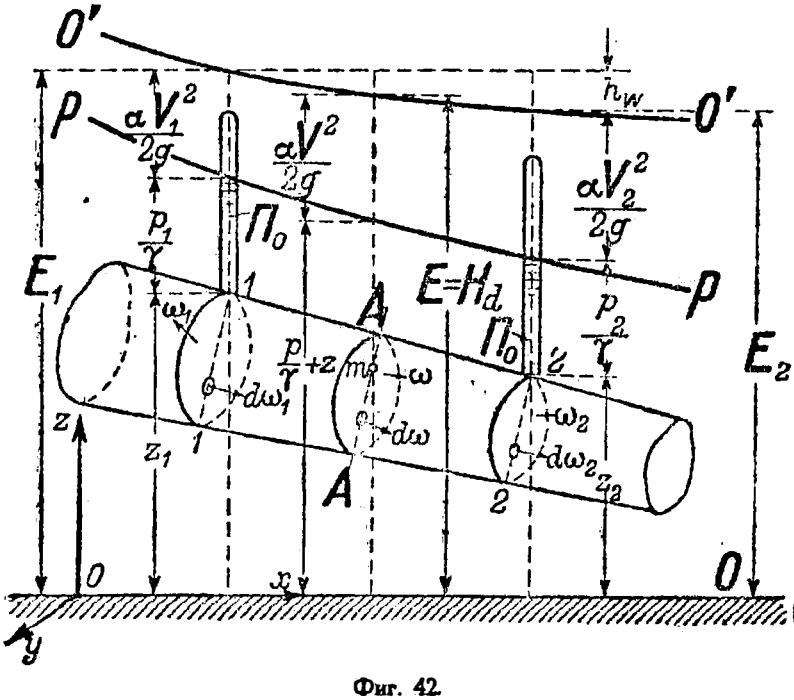
[2]) Самый вывод можно найти, например, в нашем „Курсе Гидравлики“, ч. I, 1930 и 1933, стр. 114 — 118.

Пользуясь I и II леммами (см. § 24), можно найти выражение для энергии E', проносимой потоком в единицу времени через данное живое сечение. Деля затем это выражение на вес жидкости, протекающей в единицу времени, определим, какая часть энергии E' в среднем приходится на каждую единицу веса протекающей жидкости; получаемую при таком делении величину будем называть удельной энергией потока, обозначая ее через E (в отличие от E').

При этом для удельной энергии потока в некотором живом сечении ω (фиг. 42) найдем:

$$E=\frac{\alpha V^2}{2g}+\left(\frac{p}{\gamma}+z\right), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (167)$$

где двучлен в скобках по I лемме может быть отнесен к любой точке живого сечения ω (напоминаем фиг. 41).



Фиг. 42.

На основании (167) для величин удельной энергии E_1 и E_2 в каких-либо двух сечениях потока 1—1 и 2—2 (см. фиг. 42), где средние скорости суть V_1 и V_2, можно написать:

$$E_1=\frac{\alpha V_1^2}{2g}+\left(\frac{p}{\gamma}+z\right)_1; \quad E_2=\frac{\alpha V_2^2}{2g}+\left(\frac{p}{\gamma}+z\right)_2, \quad \ldots\ldots \quad (168)$$

причем двучлены в скобках так же, как и в (167), могут быть по I лемме отнесены каждый к любой точке своего живого сечения.

При этом, вследствие гидравлических сопротивлений, конечно, $E_2 < E_1$. Среднюю потерю энергии на единицу веса протекающей жидкости, т. е. потерю удельной энергии потока, можем определить подобно тому, как найдено и самое выражение для E, получая для этой потери следующее теоретическое выражение:

$$\frac{\int_{\omega} h' \cdot U d\omega}{\omega V} = (\text{обозначим})\ h_{\omega}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (169)$$

где h' — потеря удельной энергии для элементарных струек сечением $d\omega$ на пути от сечения 1—1 до сечения 2—2 (фиг. 42).

По самому определению, потеря удельной энергии равна $E_1 - E_2$, а потому, приняв для этой потери обозначение h_w, можем написать:

$$E_1 - E_2 = h_w \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (170)$$

Подставляя сюда для E_1 и E_2 их выражения (168) и разнося члены, имеем

$$\frac{\alpha V_1^2}{2g} + \left(\frac{p}{\gamma} + z\right)_1 = \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \left(\frac{p}{\gamma} + z\right)_2 + h_w \quad \ldots\ldots \quad (171)$$

Таково ур-ние Бернулли для целого потока реальной жидкости, справедливое, конечно, для любых двух сечений при медленно изменяющемся движении в них. Чаще всего в этом ур-нии считают коррективом $\alpha = 1{,}1$ (см. § 24); при отступлении от этого значения мы будем делать в дальнейшем особые оговорки.

Для того, чтобы этим ур-нием можно было пользоваться при гидравлических расчетах, необходимо уметь находить численные значения величины h_w. В этом и состоит одна из крупнейших задач гидравлики, и о том, что сделано в этом отношении, мы будем говорить дальше, здесь же укажем, что теоретическая зависимость (169) важна преимущественно лишь для самого выяснения понятия о величине h_w, как о потере на единицу веса протекающей через живое сечение жидкости, т. е. как о некоторой средней потере: из (169) видно, что величина h_w вообще отличается от h', т. е. от потерь для отдельных элементарных струек, и лишь в том случае, когда значение h' одинаково для всех струек потока, в зависимости (169) можно вынести h' за знак интеграла, причем получим, что $h_w = h'$.

Дадим теперь интерпретацию полученного ур-ния Бернулли с точки зрения геометрической, физической и механической.

1) Подходя к ур-нию (171) со стороны геометрической, отметим прежде всего, что при этом величину h_w можно измерять в единицах длины, что легко видеть хотя бы из зависимости (169). Размерность длины имеют и остальные члены ур-ния (171), что для величин $\frac{p}{\gamma}$ и z показано уже ранее, при рассмотрении элементарной струйки (§ 21), члены же вида $\frac{\alpha V^2}{2g}$ отличаются от прежде полученных $\left(\text{вида } \frac{U^2}{2g}\right)$ только коррективом α, числом отвлеченным, почему ясно, что и члены $\frac{\alpha V^2}{2g}$ имеют размерность длины.

В виду этого ур-ние (171) можно геометрически интерпретировать, как и для элементарной струйки реальной жидкости (§ 22). Все показанные на фиг. 42 линии сохраняют уже известные нам названия, выясненные при рассмотрении ур-ния Бернулли для элементарной струйки: $P-P$ есть пьезометрическая линия, падение же ее на единицу длины равно пьезометрическому уклону, который для целого потока будем обозначать через J; $O'-O'$ есть напорная линия или линия энергии (или диссипативная линия), падение же ее на единицу длины равно гидравлическому уклону (или гидравлическому градиенту), который здесь будем называть J_e; выражения $\frac{\alpha V_1^2}{2g}$, $\frac{\alpha V_2^2}{2g}$ и (вообще) $\frac{\alpha V^2}{2g}$ могут быть названы скоростными напорами потока.

Для пьезометрического (J') и гидравлического уклона (J'_e) при движении элементарной струйки нами уже даны диференциальные выражения (135) и (145). Из тех же соображений для целого потока можем, очевидно, написать:

$$J = -\frac{d}{ds}\left(\frac{p}{\gamma} + z\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (172)$$

и

$$J_e = -\frac{d}{ds}\left(\frac{\alpha V^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z\right), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (173)$$

где ds — элемент длины потока.

В последнем выражении трехчлен в скобках, как и ранее, может быть назван гидродинамическим напором в данном сечении и попрежнему обозначен через H_d (см. фиг. 42), т. е.

$$H_d = \frac{\alpha V^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (174)$$

причем вместо (173) будет:

$$J_e = -\frac{d(H)}{ds}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (173')$$

но, подобно тому как для элементарной струйки мы перешли от (145') к (145''), так и здесь вместо (173') можем выразить J_e через потерю напора:

$$J_e = \frac{dh_w}{s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (173'')$$

Наконец, имея в виду (167), вместо (173) можем написать:

$$J_e = -\frac{dE}{ds} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (173''')$$

2) Физическая интерпретация. Выше мы получили выражение (167) для удельной энергии потока, и мы видим, что эта энергия состоит из трех частей, соответственно трем членам зависимости (167). При этом $\frac{p}{\gamma}$ выражает удельную энергию давления, z — удельную энергию положения, сумма же этих двух членов есть полная потенциальная удельная энергия потока. Член $\frac{\alpha V^2}{2g}$ дает удельную кинетическую энергию потока. Наконец, член h_w в ур-нии (171), как уже сказано при выводе зависимости (169), представляет с физической точки зрения потерю удельной энергии потока.

3) Механическая интерпретация. Переписав ур-ние Бернулли для целого потока (171) в виде:

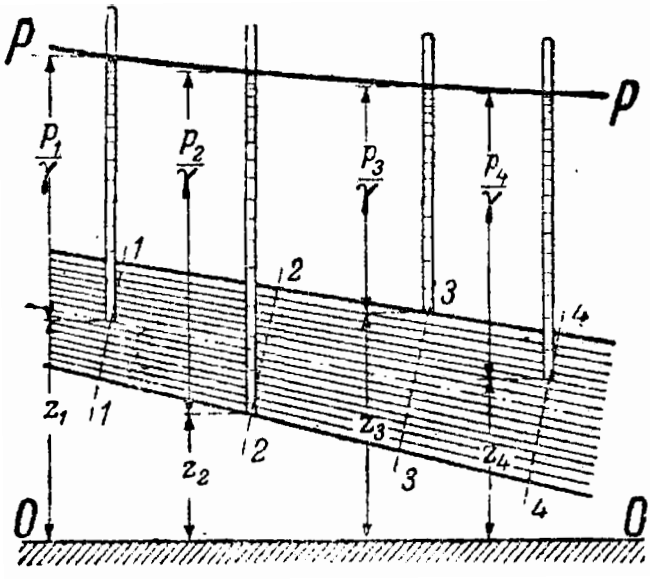
$$\frac{\alpha V_2^2}{2g} - \frac{\alpha V_1^2}{2g} = \left(z + \frac{p}{\gamma}\right)_1 - \left(z + \frac{p}{\gamma}\right)_2 - h_w \quad \ldots\ldots \quad (175)$$

и сравнивая его с ур-нием (145) для элементарной струйки, можем указать, что в (175) левая часть есть приращение удельной живой силы потока на пути сечения 1 — 1 до 2 — 2 (фиг. 42), в правой же части разность первых двух членов есть сумма удельных работ силы веса и гидродинамических давлений на названном пути и, наконец, h_w

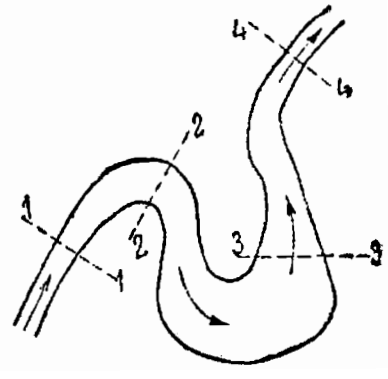
есть удельная работа сил гидравлических сопротивлений потока на том же пути. Таким образом, и ур-ние Бернулли для целого потока реальной жидкости с механической точки зрения выражает закон живых сил.

В заключение для ур-ния Бернулли по отношению к целому потоку реальной жидкости резюмируем здесь следующие два положения, весьма важные для правильного применения этого ур-ния и всех вытекающих из него следствий:

1) Давление p и отметки z, т. е. двучлены в скобках в ур-нии (171), мы имеем право относить, как мы уже указывали, к любой точке соответствующих живых сечений, для которых пишется уравнение Бернулли, но притом еще мы можем выбирать в обоих сечениях эти точки так, что они могут и не быть „соответственными", т. е. могут и не лежать на



Фиг. 43.



Фиг. 44.

одной общей линии тока, как и показано, например, на фиг. 43, где в сечении 1—1 величины p и z отнесены к центру тяжести, а в сечении 2—2—к нижней точке сечения; в следующем сечении 3—3 мы можем p и z взять в верхней его точке, а еще в каком-либо сечении 4—4 и вообще в произвольной точке: уравнение Бернулли для всех четырех сечений при этом будет справедливо. Часто на практике бывает удобно двучлен $\frac{p}{\gamma}+z$ относить к точке на поверхности жидкости или к центру тяжести, но это отнюдь не обязательно. Отсюда ясно, сколь важное значение действительно имеет лемма I.

2) Условия „медленной изменяемости" движения должны быть соблюдены лишь близ тех сечений, для которых пишется ур-ние Бернулли, но между этими сечениями названные условия могут и не быть выполнены. Обращаясь, например, к фиг. 44, видим, что ур-ние Бернулли для целого потока можно применить к сечениям 1—1 и 4—4, хотя между ними лежат такие сечения, как 2—2 (с большой сравнительно „кривизной" струй) и 3—3 (с резким „схождением" их); к таким сечениям ур-ние (171) неприменимо.

ГЛАВА III.

О ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СОПРОТИВЛЕНИЯХ И ПОТЕРЯХ НАПОРА ПРИ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ.

§ 26. Предварительные указания.

Обращаясь к вопросу о гидравлических сопротивлениях и потерях напора при движении жидкости, дадим предварительно некоторые весьма важные определения.

1) Неравномерное и равномерное движение. Установим сначала понятие о „соответственных" точках живых сечений, взятых в различных местах по длине потока. Если представить себе какой-либо поток (например, реку, канал, водопроводную трубу), то мысленно можно разбить такой поток на ряд элементарных струек; те точки живых сечений, в которых ось одной и той же струйки встречает эти сечения, и можно назвать „соответственными" в гидравлическом смысле.

Неравномерное движение есть такое, при котором: 1) либо по длине потока изменяется живое сечение его; 2) либо, при постоянном сечении, изменяется распределение скоростей и ускорений в „соответственных" точках разных живых сечений; 3) либо, наконец, имеется и то и другое.

Для пояснения укажем следующие соответствующие каждому случаю примеры: 1) длинная коническая труба или открытое русло (река, канал), в котором глубина либо увеличивается, либо уменьшается; 2) выходящая из бака цилиндрическая труба на небольшом участке ее, ближайшем к месту входа в нее жидкости из бака (на этом участке большие скорости сосредоточиваются, естественно, в центральной части живого сечения трубы, между тем как дальше скорости в различных точках сечения несколько, хотя и не вполне, выравниваются); 3) то же, что и 2, но при конической трубе.

Равномерное движение есть такое, при котором живые сечения одинаковы по всей длине данного участка потока и притом скорости в „соответственных" точках всех живых сечений также одинаковы. Примером может служить длинная цилиндрическая труба или канал с одинаковыми по всей длине живыми сечениями, почему и глубина его вдоль одинакова. Из только что сделанного определения равномерного движения ясно, что при нем и средние скорости V в различных сечениях данного участка должны быть одинаковы, т. е.

$$V = \text{const}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (176)$$

В связи с этим надо указать, что при равномерном движении пьезометрическая линия $P—P$ должна быть прямой, параллельной напорной линии $O'—O'$; это также можно выразить (фиг. 45) следующей краткой зависимостью:

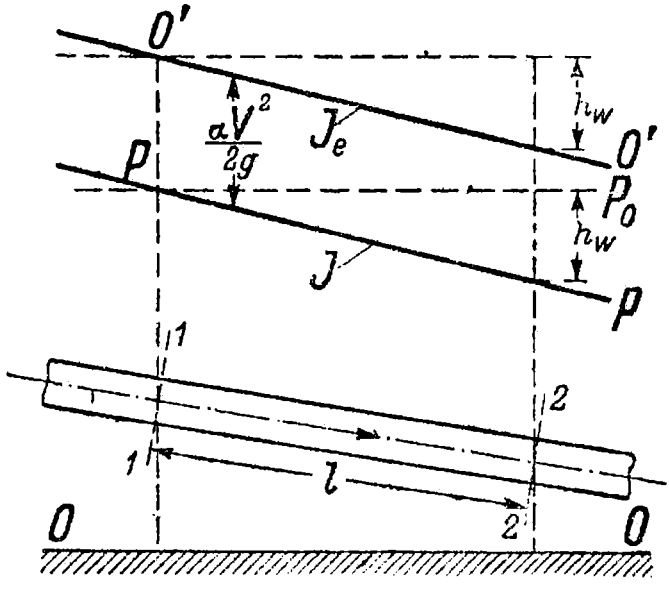
$$J = J_e = \text{const}. \text{ (для данного участка)}, \quad . \quad (177)$$

где J_e — гидравлический уклон (гидравлический градиент), J — пьезометрический уклон.

При таком свойстве линий $O'-O'$ и $P-P$ ясно, что, если потеря напора на длине потока l есть h_w, то потеря на единицу длины (т. е. величина J_e) будет равна $J_e = \frac{h_w}{l}$, а потому имеем:

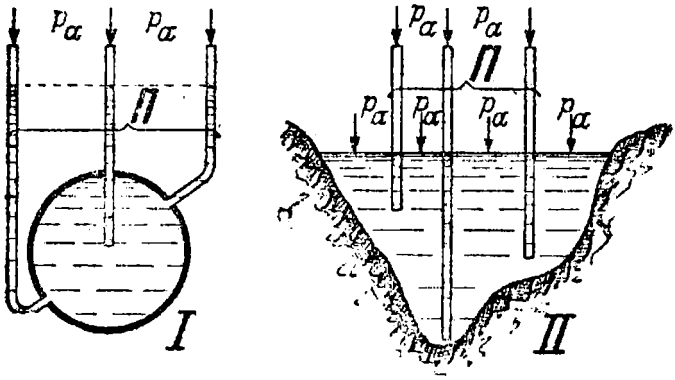
$$J_e = J = \frac{h_w}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (178)$$

т. е., иными словами, при равномерном движении потери напора могут измеряться также и отрезками вертикалей между пьезометрической линией $P-P$ и лежащей над ней пунктирной горизонтальной прямой $P-P_0$ (фиг. 45).



Фиг. 45.

2) Напорное и безнапорное движение. Напорным движением будем называть такое, при котором продольные, т. е. простирающиеся вдоль течения, границы потока состоят только из твердых стенок, внутри которых под давлением он и вынужден двигаться и на которые он оказывает притом во всех точках давление, отличное от атмосферного. Наглядно эти свойства напорного движения можно охарактеризовать, взяв поперечный разрез одного из таких потоков (как, например, на фиг. 46—I): поперечное сечение оболочки потока (например, трубы) сплошь заполнено жидкостью; в пьезометрах $П$, поставленных в разных точках живого сечения, жидкость поднимается на некоторую высоту над стенкой и притом, как мы знаем из § 24, до общего уровня. Наиболее типичным практическим случаем напорного движения является сплошь заполненная водопроводная труба, в которой вода течет под давлением, создаваемым водонапорным баком.

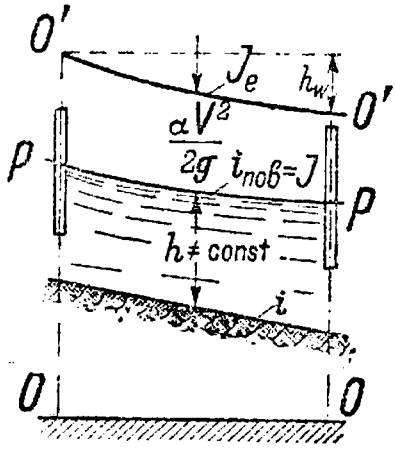


Фиг. 46.

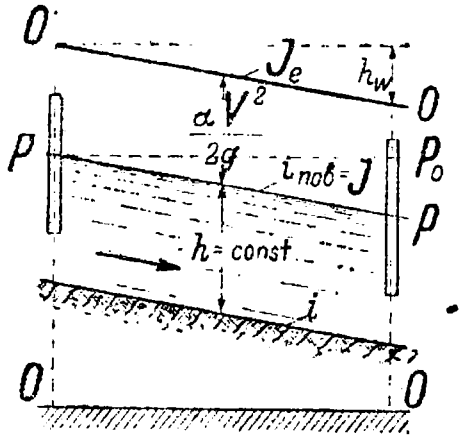
Безнапорным движением будем называть такое, при котором лишь часть продольной границы состоит из твердых стенок; остальная же часть представляет свободную поверхность, на которой

давление известно, т. е. имеет данную величину (почти всегда для практических случаев это давление равно атмосферному), что и можно наглядно представить себе, рассматривая поперечный разрез такого потока (как, например, на фиг. 46—II). Здесь имеем сечение, положим, некоторого речного русла: помимо твердых границ (земляное русло), поток ограничен сверху свободной поверхностью с давлением, равным p_a. Жидкость в пьезометрах $П$, установленных в различных точках живого сечения, конечно, может подняться в этих условиях только до свободной поверхности. Реки, как и каналы, представляют наиболее типичные практические случаи безнапорного движения.

Заметим, что самые термины: „напорное" и „безнапорное" движение несколько условны[1]), и мы, не настаивая именно на них, будем ими пользоваться лишь для сокращения речи. Встречается и иная терминология: безнапор-



Фиг. 47.



Фиг. 48.

ные потоки иногда называются „открытыми руслами", напорные же — „сплошь заполненными потоками". Термином „открытое русло", взамен термина „безнапорное движение", будем иногда пользоваться и мы.

Специфическая черта безнапорного движения открытого русла — наличие свободной поверхности — сейчас же влечет за собою важное замечание относительно пьезометрических линий и пьезометрического уклона их. Как мы уже указали (фиг. 46—II), в этом случае жидкость в пьезометрах $П$ поднимается только до уровня свободной поверхности, и в силу этого обстоятельства, рассматривая в продольном разрезе неравномерно (фиг. 47) и равномерно (фиг. 48) движущиеся безнапорные потоки, мы легко видим, что в них пьезометрические линии (по пьезометрам типа $П$) совпадают с кривой (или прямой) свободной поверхности; при равномерном движении, сверх того (фиг. 48), линия дна параллельна прямой свободной поверхности, ибо $h = const$. При этом, обозначая через i продольный уклон дна, т. е. падение этого дна на единицу длины, а через $i_{пов}$ — уклон свободной поверхности потока, и обращаясь к фиг. 47—48, понятным без дальнейших пояснений, можно написать для неравномерного безнапорного движения:

$$J_e \neq J = i_{пов} \neq i, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (179)$$

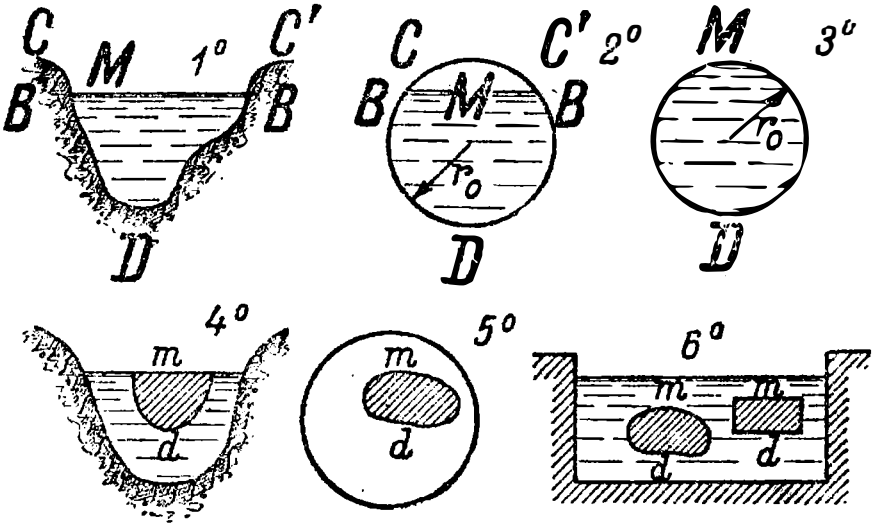
[1]) Как, впрочем, и некоторые другие термины, применяемые иногда взамен этих.

для равномерного же безнапорного движения:

$$J_e = J = i_{пов} = i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (180)$$

Итак, в безнапорных потоках мы вообще имеем четыре рода уклонов: J_e, J, $i_{пов}$, i; следует при этом основательно усвоить смысл соотношений (179) и (180).

3) Гидравлические элементы живого сечения. Перейдем теперь к гидравлическим элементам живого сечения, из которых один, а именно—площадь живого сечения, нам уже известен из предыдущего. Рассматривая ряд живых сечений, показанных на фиг. 49, укажем на два гидравлических элемента их: во всех случаях линия соприкасания жидкости со стен-



Фиг. 49.

кою потока на поперечном разрезе его называется „смоченным периметром", отношение же площади живого сечения к смоченному периметру—„гидравлическим радиусом".

Из самого определения видно, что при безнапорном движении (фиг 49,1°—2°) смоченный периметр BDB не совпадает с геометрическим периметром $BDBMB$ живого сечения, так как линия $B—B$, по которой жидкость соприкасается с воздухом, в длину смоченного периметра не входит; при закрытом, сплошь заполненном сечении (фиг. 49,3°) периметры смоченный и геометрический, конечно, совпадают. Укажем, что гидравлический радиус как отношение площади к смоченному периметру, т. е. к некоторой длине, есть величина линейная и показывает, какая часть площади живого сечения приходится на единицу длины смоченного периметра.

Для гидравлических элементов сечения примем следующие обозначения:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \text{площадь живого сечения} = \omega; \\ 2)\ \text{смоченный периметр} = \chi; \\ 3)\ \text{гидравлический радиус} = R = \dfrac{\omega}{\chi}. \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (181)$$

Понятия об основных гидравлических элементах: площади живого сечения, смоченном периметре и гидравлическом радиусе можно несколько

расширить, относя эти элементы не только к целому сечению, но и к некоторой части его, каковы, например, заштрихованные части $m—d$, показанные на фиг. 49 (схемы $4^0—6^0$), причем соответствующие гидравлические элементы могут быть названы „частичными", при следующих обозначениях:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \text{частичная площадь живого сечения} = \omega'; \\ 2)\ \text{частичный смоченный периметр} = \chi'; \\ 3)\ \text{частичный гидравлический радиус} = R' = \dfrac{\omega'}{\chi'}. \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots (181')$$

§ 27. Основное уравнение равномерного движения.

Рассмотрим случай прямолинейного равномерного движения и притом как для потока напорного (например, для водопроводной трубы), так и для открытого русла (река, канал). В обоих случаях живое сечение ω может быть произвольного вида, но, при равномерности движения, оно должно оставаться постоянным на всем рассматриваемом участке потока. При этом условии, а также в виду прямолинейности движения, на данном участке мы уже не можем предполагать каких-либо изменений сечений, поворотов и т. д., а потому вся потеря напора будет вызываться здесь лишь необходимостью преодоления гидравлических сопротивлений, равномерно распределенных по длине потока.

Такие сопротивления мы для краткости будем впредь именовать сопротивлениями по длине потока, а обусловливаемые ими потери напора — потерями напора по длине, обозначая величину последних через h_l (а не через h_w), имея в виду этим подчеркнуть, что величина h_w, входящая в ур-ние Бернулли для реальной жидкости, обозначает совокупность всякого рода потерь напора на данном участке, т. е. вообще может заключать в себе, помимо h_l, и другие потери, а именно те, которые имеются в местах резкого изменения конфигурации потока (например, в крутых поворотах потока и т. д.). В своем месте мы скажем и о таких потерях, называемых „местными", здесь же совершенно оставим их пока в стороне, имея в виду, что для рассматриваемого случая

$$h_w = h_l \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (182)$$

Заметим, что, вводя обозначение h_l по (182), мы вместо вышеуказанного выражения (178) для гидравлического и пьезометрического уклонов при равномерном движении будем впредь писать:

$$J_e = J = \frac{h_l}{l} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (183)$$

не пользуясь уже выражением (178).

Для более общего вывода основного ур-ния равномерного движения следует рассмотреть не весь поток между его начальным и конечным сечениями, находящимися друг от друга на расстоянии l, но лишь некоторый цилиндрический отсек длиною l, образующие которого параллельны направлению течения. Отсек этот мы для краткости будем называть „продольным жидким столбом"; для примера некоторые случаи поперечного сечения такого отсека показаны штриховкой на фиг. 50.

Составив уравнение движения для продольного жидкого столба, мы приходим [1]) к зависимости:

$$\frac{\tau'_0}{\gamma} = -R'J, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (184)$$

[1]) Доказательство см. в нашем „Курсе Гидравлики", ч. I, Л.-д. 1930 и 1933, стр. 130—135.

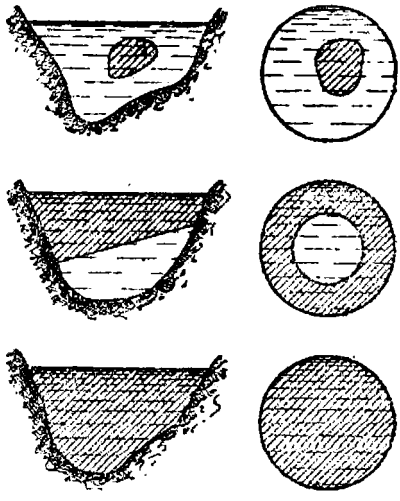
где R' — соответствующий частичный гидравлический радиус по (181'), τ_0' — среднее удельное сопротивление, т. е. средняя величина сопротивления, приходящаяся на единицу боковой поверхности выделенного жидкого столба.

Это и есть основное уравнение равномерного движения, как безнапорного, так и напорного. Оно справедливо при любых формах поперечного сечения выделяемого жидкого столба (цилиндрического отсека).

В частности ур-ние (184) справедливо и тогда, когда жидкий столб достигает своих наибольших размеров, т. е. размеров всего потока, как, например указано на двух последних сечениях фиг. 50. При этом $R' = R$, а вместо τ_0' введем обозначение τ_0 — среднее удельное сопротивление на стенке потока. Тогда будет:

$$\frac{\tau_0}{\gamma} = -RJ \quad \ldots\ldots\ldots \quad (185)$$

Именно это последнее выражение наиболее важно для практической гидравлики.



Фиг. 50.

Наконец, дадим выражение потери напора h_f при равномерном движении, исходя из полученного основного уравнения (185): подставляя в (185) значение J по (183), легко находим:

$$h_f = -\frac{\tau_0}{\gamma} \cdot \frac{l}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (186)$$

§ 28. Ньютоновы законы внутреннего трения в жидкостях. Коэфициент вязкости.

Общие законы внутреннего трения в жидких телах были впервые высказаны еще Ньютоном в 1686 г. Однако, Ньютон не дал при этом какой-либо опытной проверки своих законов, высказывая их скорее умозрительно, и лишь позднейшими исследователями положения Ньютона были подтверждены в основных своих чертах отчасти непосредственно эмпирически, отчасти тем, что некоторые теории, построенные на основании этих законов, при правильном их понимании достаточно согласовывались с фактами. Надо при этом помнить, что законы Ньютона не охватывают всей сущности вопроса о сопротивлениях, проявляющихся при движении реальных жидкостей, и служат лишь некоторой первоначальной основой при рассмотрении этого вопроса.

Названные законы сводятся к четырем положениям, а именно — сила внутреннего трения, т. е. сила, проявляющаяся при перемещении слоев жидкости друг по другу:

1) прямо пропорциональна относительной скорости этого перемещения;

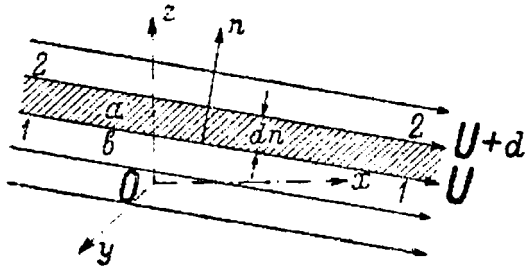
2) прямо пропорциональна величине поверхности соприкасания этих слоев;

3) зависит от свойств жидкости, но

4) не зависит от давления.

Таким образом, эти законы резко отличаются от законов трения в твердых телах, где сила трения прямо пропорциональна давлению и весьма мало зависит от площади соприкосновения и относительной скорости движения (завися, конечно, от свойств трущихся тел).

Чтобы дать аналитическое выражение этим четырем положениям в совокупности, предварительно несколько остановимся на первом из них и выясним некоторые связанные с ним понятия. Представим себе поток жидкости, показанный в продольном разрезе на фиг. 51, и выделим в нем так, как отмечено штриховкой, некоторый элементарный слой „a“ толщиной dn, считая эту толщину по нормали n к направлению движения. Если скорость течения на нижней поверхности слоя равна U, а на верхней равна $U+dU$, то, следовательно, скорость перемещения верхних частиц по нижним равна приращению скорости течения dU; под относительной же скоростью этого перемещения следует понимать приращение скорости на единицу длины нормали, т. е. величину $\frac{dU}{dn}$. Эту величину короче можно назвать градиентом по нормали для скорости течения, а потому первый закон Ньютона можно выразить лучше так: сила внутреннего трения пропорциональна градиенту скорости течения [1]).



Фиг. 51.

После этих разъяснений мы можем написать аналитическое выражение для сил внутреннего трения $F_{тр}$, развивающихся на некотором участке поверхности соприкасания между двумя элементарными слоями жидкости, например, между слоями „a“ и „b“ на поверхности 1 — 1 (фиг. 51). Понятно, что знак (направление) этой силы будет различен, смотря по тому, для какого из двух смежных слоев мы определим силы трения. Поэтому условимся относить силу внутреннего трения $F_{тр}$ к тому слою, внутрь коего направлена нормаль n, по которой мы считаем градиент скорости; это равносильно условию, что n есть внутренняя нормаль к рассматриваемой поверхности.

При этом, соединяя четыре положения Ньютона, можем написать:

$$F_{тр} = -\mu S \frac{dU}{dn}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (187)$$

где S — величина рассматриваемого участка поверхности, $\frac{dU}{dn}$ — градиент скорости, предполагаемый здесь одинаковым по всему взятому участку поверхности, μ — коэфициент пропорциональности, который зависит от свойств жидкости, не завися от давления. Наконец, знак минус в формуле (187) должен быть поставлен по следующим соображениям: если по внутренней нормали скорость возрастет $\left(\frac{dU}{dn} > 0\right)$, то нижний слой, каков, например, слой „b“ на фиг. 51, задерживает движение верхнего слоя „a“, т. е. сила $F_{тр}$ направлена против течения, так что $F_{тр} < 0$, и в формуле (187) поэтому должен

[1]) Таким образом, никак не следует думать, что при формулировке первого закона Ньютона под относительной скоростью перемещения можно понимать простую разность скоростей скользящих друг по другу слоев (каковы, например, слои „a“ и „b“ на фиг. 51).

быть знак минус; если же по внутренней нормали $\frac{dU}{dn} < 0$, то верхний слой со стороны нижнего получает воздействие по направлению течения, и окончательный знак при величине $F_{тр}$ должен быть плюс, что и получается по формуле (187) в указанном ее виде. Если пожелаем переменить направление нормали, то тогда уже придется, по основному условию, относить силу трения к другому слою (слой „b" на фиг. 51), и опять-таки нетрудно видеть, что формула (187) в прежнем виде остается справедливой.

В виде (187) совокупность положений Ньютона выступает особенно рельефно, но следует пойти несколько дальше и зависимость (187) видоизменить также и для общего случая, когда на поверхности S градиент скорости неодинаков, т. е. изменяется в различных точках в зависимости от их координат. Тогда для элемента dS еще можем пользоваться выражением (187) и писать для элементарной силы трения:

$$dF_{тр} = -\mu \frac{dU}{dn} dS \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (188)$$

Отсюда можно получить два выражения. Деля обе части (188) на dS, очевидно, получим в левой части удельную силу трения (т. е. силу трения на квадратную единицу поверхности), каковую будем обозначать через $\tau_{тр}$:

$$\tau_{тр} = -\mu \frac{dU}{dn}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (189)$$

Полную силу трения на поверхности S в этом случае найдем, интегрируя зависимость (188):

$$F_{тр} = -\mu \int \frac{dU}{dn} dS, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (190)$$

где интегрирование распространяется на поверхность S.

Как мы видели, во все формулы (187—190) входит коэфициент пропорциональности μ, на котором теперь несколько остановимся.

То свойство жидкости, в силу которого в ней при движении проявляется сила трения, называется вязкостью; в соответствии с этим и коэфициент пропорциональности μ, входящий в выражения для силы трения $F_{тр}$ и учитывающий свойства жидкости, называется коэфициентом вязкости или иногда — коэфициентом внутреннего трения. Его физическое значение легко выяснить из того соображения, что при $S = 1$ и $\frac{dU}{dn} = 1$ из формулы (187) по абсолютной величине имеем $|F_{тр}| = \mu$, откуда и приходим к тому определению понятия коэфициента вязкости жидкости, которое дано выше, в § 3. Не повторяя здесь этого определения, напомним, что численные значения коэфициента вязкости для различных жидкостей уже были даны в § 4—5.

Пример 8. Найти силу внутреннего трения для воды на поверхности $S = 1\ м^2$, при постоянном на этой поверхности градиенте скорости $\frac{dU}{dn} = 2\ сек^{-1}$ и при температуре $T = 20°$.

Пользуясь формулой (187) и подставляя в нее величину поверхности $S = 1\ м^2 = 10\,000\ см^2$, причем коэфициент вязкости можно взять из таблицы 5, получим для абсолютного значения искомой силы внутреннего трения:

$$|F_{тр}| = \mu S \frac{dU}{dn} = 0{,}01 \cdot 10\,000 \cdot 2 = 200\ din = \sim 0{,}2\ г.$$

Пример 9. При тех же условиях для глицерина, беря по табл. 8 значение коэфициента вязкости $\mu = 8{,}0$, получаем:

$$|F_{тр}| = 8{,}0 \cdot 10\,000 \cdot 2 = 160 \cdot 10^3\ din = 0{,}157\ кг.$$

Для весьма вязкой патоки, полагая $\mu \sim 600$, при тех же условиях мы нашли бы

$$|F_{тр}| = 600 \cdot 10\,000 \cdot 2\,din = \sim 12\ кг.$$

Пример 10. Предыдущий пример для глицерина можно решить и несколько иначе, пользуясь понятием относительной вязкости Z. Для этого сначала находим по (187) соответствующую силу внутреннего трения для воды при $T = 0°$, обозначая абсолютную величину этой силы через $|F_{тр}|_0$,

$$|F_{тр}|_0 = 0{,}0178 \cdot 10\,000 \cdot 2\,din = 0{,}35\ г.$$

Как ясно из (187) и (22), искомая сила внутреннего трения для глицерина найдется из зависимости:

$$|F_{тр}| = Z \cdot |F_{тр}|_0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (191)$$

что дает в нашем случае на основании табл. 13:

$$|F_{тр}| = 450 \cdot 0{,}35\ г = 0{,}157\ кг.$$

§ 29. Два режима при движении жидкости. Критерий Рейнольдса; число Рейнольдса.

При оценке потерь напора по длине h_l необходимо различать два режима движения жидкости: ламинарный и турбулентный, как показал английский физик Рейнольдс (Reynolds). При ламинарном режиме жидкость движется струйками, причем жидкие частицы бегут как бы по некоторым „элементарным трубкам" без взаимного перемешивания, т. е. не переходя из одной „трубки" в другую. При турбулентном режиме, наоборот, происходит весьма сильное „перемешивание" жидких частиц, которые, помимо главного продольного движения, имеют также ряд дополнительных весьма сложных и разнообразных движений в поперечном направлении.

Наличие того или иного из этих двух режимов связано с величиною скорости течения V в рассматриваемом потоке. Ту величину средней скорости, при которой происходит смена режимов, Рейнольдс называет критической скоростью. На основании указанных опытов самого Рейнольдса, а равно и позднейших экспериментов других исследователей, следует различать две критические скорости: верхнюю $V'_{кр}$ и нижнюю $V_{кр}$, из коих $V'_{кр} > V_{кр}$; при верхней (большей) критической скорости ламинарное движение переходит в турбулентное, при нижней же (меньшей) — турбулентное переходит в ламинарное. Эти определения ближе могут быть характеризованы следующим образом:

1) Пока скорость течения $V < V_{кр}$, в потоке возможно только ламинарное движение. При этом ламинарное движение устойчиво, т. е., если какая-либо случайная причина (например, местный резкий выступ на стенке, ограничивающей поток) нарушит где-либо это движение, вызвав местную турбулентность, то дальше ламинарное движение вновь быстро восстанавливается.

2) Когда скорость течения V превзойдет верхнюю критическую скорость $V'_{кр}$, т. е., когда $V > V'_{кр}$, то возможно только турбулентное движение. При этом турбулентное движение устойчиво, т. е. не может быть нарушено какой-либо случайной причиной.

3) Когда скорость V лежит между $V_{кр}$ и $V'_{кр}$, т. е. $V_{кр} < V < V'_{кр}$, то возможны оба режима — ламинарный и турбулентный. Наличие того или другого режима при этом зависит, так сказать, от „истории движения" данного потока: если сначала он имел ламинарный режим, то при постепенном увеличении скоростей этот режим может сохраняться и за пределами скорости $V_{кр}$

до достижения скорости $V'_{кр}$; если же в потоке сначала имело место турбулентное движение, то при уменьшении скоростей оно может сохраниться и при скоростях меньших $V'_{кр}$, раз только они еще не упали ниже $V_{кр}$. Однако, это — только общее указание, которое в действительности иногда может и не оправдаться; дело в том, что при $V_{кр} < V < V'_{кр}$ оба режима неустойчивы, т. е. могут нарушаться от какой-либо случайной второстепенной причины; так, например, раз ламинарное движение будет разрушено каким-либо отдельным выступом на стенке русла, то больше оно уже не вернется к прежнему состоянию, но останется и дальше турбулентным.

После всех этих пояснений сказанное о нижней и верхней критической скорости можно вкратце резюмировать так:

1) Ламинарное движение безусловно обязательно при

$$V < V_{кр} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (192)$$

2) Турбулентное движение безусловно обязательно при

$$V > V'_{кр} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (193)$$

3) Оба режима возможны (но неустойчивы) при

$$V_{кр} < V < V'_{кр} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (194)$$

Для запоминания знаков неравенства в этих выражениях приведем одно, любопытное и само по себе, сравнение, которое делает Рейнольдс. Он сравнивает движение жидкости с маневрированием какой-либо недостаточно обученной войсковой части: таковая может маневрировать правильно при сравнительно небольшой скорости передвижения (ламинарное движение), но при больших скоростях передвижение у такой войсковой части становится уже неправильным, беспорядочным (турбулентное движение).

Для определенности выражений (192) — (194) необходимо знать величины $V_{кр}$ и $V'_{кр}$. Эти величины, по исследованиям Рейнольдса, можно выразить следующим образом:

$$V_{кр} = \frac{\nu Re_{кр}}{R}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (195)$$

$$V'_{кр} = \frac{\nu Re'_{кр}}{R}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (196)$$

где ν — кинематический коэфициент вязкости [1]), R — гидравлический радиус, $Re_{кр}$ и $Re'_{кр}$ — отвлеченные числа, которые можно назвать соответственно нижним и верхним критическим числом Рейнольдса [2]). Что касается их значений, то, по опытам Рейнольдса, для круглых гладких труб

$$Re_{кр} \cong 500; \quad Re'_{кр} \cong 3000; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (197)$$

по опытам Hopf'a для гладких весьма широких каналов

$$Re_{кр} \cong 300 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (198)$$

---

[1]) См. § 3.

[2]) Обозначения $Re_{кр}$ и $Re'_{кр}$, как и ниже обозначение Re, введены в честь Рейнольдса (Reynolds) и в последнее время получили значительное распространение, взамен некоторых прежних обозначений для тех же понятий.

Принимая во внимание (195) и (196), вместо (192)—(194), соответственно получим неравенства:

$$1) \quad V < \frac{\nu Re_{кр}}{R}; \qquad (199)$$

$$2) \quad V > \frac{\nu Re'_{кр}}{R}; \qquad (200)$$

$$3) \quad \frac{\nu Re_{кр}}{R} < V < \frac{\nu Re'_{кр}}{R} \qquad (201)$$

Эти зависимости и дают так называемый критерий Рейнольдса, служащий для суждения о том, какой режим имеет место в рассматриваемом потоке.

Однако, аналитическое выражение для критерия Рейнольдса можно по виду несколько упростить, как мы сейчас увидим. Для этого перепишем указанные неравенства так:

$$1) \quad \frac{RV}{\nu} < Re_{кр}; \qquad (202)$$

$$2) \quad \frac{RV}{\nu} > Re'_{кр}; \qquad (203)$$

$$3) \quad Re'_{кр} < \frac{RV}{\nu} < Re_{кр}, \qquad (204)$$

причем видим, что в них появляется выражение $\frac{RV}{\nu}$.

Это выражение носит название числа Рейнольдса (не следует смешивать с критическим числом Рейнольдса); мы будем обозначать его через Re, т. е. для числа Рейнольдса имеем:

$$Re = \frac{RV}{\nu}; \qquad (205)$$

надлежит помнить, что число это безразмерное (отвлеченное).

При этом вместо (202) — (204) получим признаки существования того или другого режима (т. е. критерий Рейнольдса) в виде:

$$\left.\begin{array}{ll} 1) \text{ Ламинарный режим} & \text{при } Re < Re_{кр}; \\ 2) \text{ Турбулентный режим} & \text{при } Re > Re'_{кр}; \\ 3) \text{ Неустойчивый режим} & \text{при } Re_{кр} < Re < Re'_{кр} \end{array}\right\} \qquad (206)$$

Отметим, что мы только что познакомились с понятием о числе Рейнольдса Re, которое и дало возможность получить зависимости (206), но не следует думать, что этим ограничивается роль этого понятия: оно, будучи введено в науку уже много позже исследований Рейнольдса, получило особенно существенное значение в гидромеханике, а за последнее время начинает приобретать и известное значение и в гидравлике. Вновь напоминаем, что число Рейнольдса Re не следует смешивать с критическим числом его $Re_{кр}$ или $Re'_{кр}$.

Отметим, что более общим выражением для числа Рейнольдса является:

$$Re = \frac{LV}{\nu}; \qquad (207)$$

где L — какой-либо линейный размер живого сечения потока (в том числе, например, гидравлический радиус, глубина и пр.). Величина Re, определяемая этим более общим выражением, есть, как и (205), число безразмерное. Выражение (205) было бы точнее назвать числом Рейнольдса по отношению к гидравлическому радиусу R, а выражение (207)—числом Рейнольдса по отношению к линейному размеру L.

Сделаем теперь некоторые дополнительные замечания по вопросу о критерии Рейнольдса.

а) По данным последнего, как мы видели, для круглых гладких труб по (197) можно принять $Re_{кр} = \sim 500$, каковое значение впоследствии было достаточно подтверждено опытами Куэтта (Couette), получившего $Re_{кр} = \sim 540$, и новыми (1920 г.) опытами Шиллера (Schiller), по коим $Re_{кр} = \sim 575$. Однако, в 1921 г. Гершель (Herschel) в Америке, сопоставляя ряд опытов как своих, так и произведенных другими исследователями, показал, что критическое число Рейнольдса $Re_{кр}$ не является столь постоянным, как обычно предполагалось ранее: оно даже для круглых гладких труб может колебаться, в зависимости от длины опытной трубы, условий входа в нее жидкости, различных — хотя бы и мелких — препятствий в ней, расстояния от входной воронки в трубу до противоположной стенки бака и пр. Такое влияние индивидуальной обстановки опыта на величину $Re_{кр}$ обнаружилось также в новейших аэродинамических опытах голландского проф. Бюргерса (Burgers), доложенных им в 1924 г. Международному Конгрессу по прикладной механике в Дэльфте (Голландия). Однако, все имеющиеся данные этого рода пока представляют лишь научно-лабораторный интерес, на практике же, при различных технических подсчетах, и теперь еще пользуются значениями (197) и (198).

б) Для скоростей промежуточной зоны, т. е. при $V_{кр} < V < V'_{кр}$, движение во всяком случае неустойчиво, и в практических случаях поэтому нельзя рассчитывать здесь на ламинарное движение: это последнее с полной уверенностью можно ожидать по (199) только при $V < \frac{\nu Re_{кр}}{R}$. Лишь при физическом исследовании вопроса нас может интересовать верхняя критическая скорость $V'_{кр}$, в практической же гидравлике обычно она не принимается во внимание, и мы из осторожности говорим, что при $V < V_{кр}$ будет ламинарное движение, при $V > V_{кр}$ — турбулентное. Таким образом, в практической гидравлике — по крайней мере при современном состоянии ее — для нас наиболее важна нижняя критическая скорость $V_{кр}$, которая иногда английскими гидравликами именуется „истинной критической скоростью", вообще же для нее большею частью оставляется название просто „критической скорости". В связи с этим для практики вместо системы неравенств (206) можно большею частью пользоваться лишь такой:

$$\left.\begin{array}{l} \text{ламинарный режим при } Re < Re_{кр} \\ \text{турбулентный режим при } Re > Re_{кр} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (208)$$

в) Опыты Рейнольдса были произведены, главным образом, с водой, как наиболее важным видом жидкости, но, конечно, и в других жидкостях должны существовать те же два режима движения: ламинарный и турбулентный, что и было непосредственно показано некоторыми позднейшими опытами в трубах. Таковы, например, опыт Куэтта (Couette, 1890), который обобщил формулы (195) — (196), для всех вообще жидкостей при движении

их в трубах, при условии подстановки для ρ и ν соответствующих данной жидкости величин и прежних значений постоянных $Re_{кр}$ и $Re'_{кр}$ [1]).

Решим теперь несколько примеров, — главным образом в целях освещения практического значения ламинарного и турбулентного режима.

Пример 11. Найти Рейнольдсовы числа для следующих водных потоков: а) для р. Невы; б) для р. Сыр-Дарьи; в) для условий большого ирригационного канала; г) для водопроводной трубы диаметром 8″; д) для капиллярной трубки диаметром 2 *мм*. Во всех случаях будем пользоваться формулой (105), полагая в ней для воды $\nu = \sim 0{,}01$ *см*²/*сек*.

а) Для р. Невы у Ленинграда, взяв (при расходе около 3000 *м*³/*сек*.) значения $V = \sim 0{,}7$ *м*/*сек*. и $R = \sim 10$ *м*, находим, что число

$$Re = \frac{RV}{\nu} = \frac{(10 \times 100) \cdot (0{,}7 \times 100)}{0{,}01} = 7 \cdot 10^6.$$

б) Для р. Сыр-Дарьи (у Беговата) в ее естественном состоянии, полагая (при расходе около 2000 *м*³/*сек*), что $R = \sim 4$ *м*, $V = 3$ *м*/*сек*, получим:

$$Re = \frac{RV}{\nu} = \frac{(4 \times 100) \cdot (3 \times 100)}{0{,}01} = 12 \cdot 10^6.$$

в) Для ирригационного канала возьмем, положим, значения $R = 2$ *м* и $V = 1{,}0$ *м*/*сек*, причем и имеем:

$$Re = \frac{RV}{\nu} = \frac{(2 \times 100) \cdot (1 \times 100)}{0{,}01} = 2 \cdot 10^6.$$

г) Для водопроводной 8-дюймовой трубы диаметр $d = 8'' = 200$ *мм*, а потому гидравлический радиус $R = \frac{d}{4} = 50$ *мм* $= 5$ *см*; имея в виду обычную скорость $V = 1$ *м*/*сек*, находим:

$$Re = \frac{RV}{\nu} = \frac{5 \cdot (1 \times 100)}{0{,}01} = 5 \cdot 10^4.$$

д) Наконец, для капиллярной трубки при $d = 2$ *мм* $= 0{,}2$ *см* и, положим, при скорости $V = 10$ *см*/*сек*, будет:

$$Re = \frac{RV}{\nu} = \frac{0{,}2 \cdot 10}{0{,}01 \cdot 4} = 50.$$

Интересно сопоставить полученные в этом примере значения:

Наименование водотока:	Число Рейнольдса:
Р. Нева	$Re = 7 \cdot 10^6$
Р. Сыр-Дарья	$Re = 12 \cdot 10^6$
Ирригационный канал	$Re = 2 \cdot 10^6$
Водопроводная труба	$Re = 5 \cdot 10^4$
Капиллярная трубка	$Re = 5 \cdot 10$

Пример 12. Найти число Рейнольдса для одной и той же трубы диаметром $d = 4'' = 10$ *см*, при движении в ней воды, репного масла и патоки, считая температуру их $T = 20°$ и скорость $V = 0{,}5$ *м*/*сек* $= 50$ *см*/*сек*.

а) Для воды по табл. 5 (при $T = 20°$) $\nu \cong 0{,}01$ *см*/*сек*, так что

$$Re = \frac{RV}{\nu} = \frac{2{,}5 \cdot 50}{0{,}01} = 12{,}5 \cdot 10^3 = 12500.$$

б) Для репного масла по табл. 8 и Табл. I

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1{,}8}{0{,}915} = 1{,}97 \text{ см}^2/\text{сек};$$

$$Re = \frac{RV}{\nu} = \frac{2{,}5 \cdot 50}{1{,}97} = 63{,}5.$$

в) Для патоки примем $\mu \cong 600$, $\rho = 1{,}4$ *г*/*см*³, т. е. $\nu = \frac{\mu}{\rho} = \sim 430$ *см*²/*сек*, так что

$$Re = \frac{RV}{\nu} = \frac{2{,}5 \cdot 50}{430} = \sim 0{,}3.$$

[1]) О других обобщениях исследований Рейнольдса см., например, в книге: Н. Н. Павловский, „Гидравлика", ч. I, Ленинград 1928, § 47—48. Здесь мы не можем подробнее рассматривать эти вопросы.

Итак, для указанных в этом примере трех жидкостей мы получим следующие, весьма сильно отличающиеся друг от друга числа Рейнольдса: $Re = 12\,500$, $Re = 63{,}5$, $Re = 0{,}3$.

Пример 13. Указать, какой режим (ламинарный или турбулентный) будет иметь место во всех случаях двух предыдущих примеров.

Как мы знаем, для круглых гладких труб $Re_{кр} = \sim 500$, для шероховатых же стенок критическое число Рейнольдса должно быть во всяком случае меньше. Отсюда, имея в виду полученные в двух предыдущих примерах числа Рейнольдса, можем на основании (208) сказать, что из случаев примера 11 только в капиллярной трубке имеет место ламинарный режим, в остальных же потоках — турбулентный; из случаев примера 12 для воды имеем турбулентный режим, для репного масла и патоки — ламинарный.

В заключение скажем несколько слов о различии в величине сопротивлений при ламинарном и турбулентном режиме. В своих опытах Рейнольдс не только установил существование двух режимов движения жидкости, но с большей ясностью, чем прежние исследователи, указал и на различие в величине сопротивлений при том и другом режимах. Почему должно существовать такое различие, можно видеть хотя бы из следующих элементарных соображений.

При ламинарном движении сопротивления выражаются лишь в так называемых силах внутреннего трения, проявляющихся при скольжении слоев жидкости друг по другу, между тем как при турбулентном движении сопротивления должны увеличиться. В самом деле, здесь, с одной стороны, надо иметь в виду, что частицы жидкости между двумя поперечными сечениями проходят весьма сложный, извилистый путь, длина коего значительно больше прямого пути между этими же сечениями; с другой стороны, при турбулентном движении жидкие частицы „ударяются" о стенки и друг о друга, причем частицы эти вполне или лишь в некоторой доле теряют свою скорость и тем самым, при наличии взаимного трения, действуют замедляющим образом на соседние частицы, вызывая при этом соответствующее сопротивление движению.

Только что сделанные элементарные замечания[1]) имеют в виду лишь пояснить, что неизбежно должно существовать различие в сопротивлениях при том и другом режимах, как и различие в потерях напора h_l, ибо последние связаны с сопротивлениями зависимостью (186). Вот почему и необходимо различать два указанных режима при движении жидкостей.

Отметим, что на практике мы встречаемся, главным образом, с турбулентным режимом (при движении воды в реках, искусственных каналах и разного рода трубах), но и ламинарный режим имеет иногда место в отдельных случаях инженерной практики, — например, при движении по трубам некоторых весьма вязких жидкостей (масел, нефтей и пр.), при движении грунтовых вод[2]) и в некоторых других случаях. В виду только что сказанного, мы займемся дальше, главным образом, вопросом о сопротивлениях при турбулентном режиме, что же касается режима ламинарного, то к нему лишь вкратце вернемся в главе VI, при рассмотрении движения жидкости в трубопроводах, поскольку это будет нужно для практических целей.

§ 30. Осредненная скорость и пульсация при турбулентном режиме.

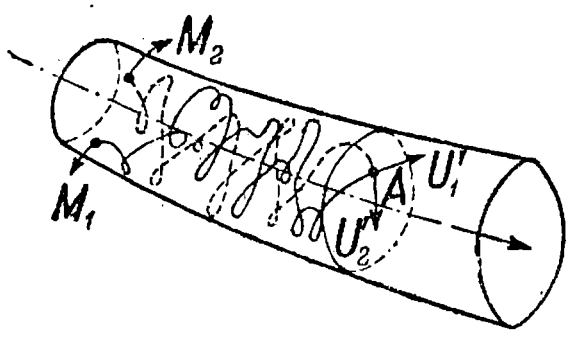
При беспорядочности, неправильности и сложности турбулентного движения, естественно возникает вопрос, как же подойти к нему с математическим анализом и как дать расчетные формулы для него. Это было бы невозможным,

[1]) Подробнее см. в нашей книге: „Гидравлика", ч. I, Ленинград, 1928, стр. 238—246.

[2]) Иногда, однако, и для грунтовых вод возможно турбулентное движение, когда скорость течения их будет сравнительно велика, так что неравенство (199) уже не выполняется.

если бы мы задавались целью проследить за индивидуальным движением каждой частицы жидкости и для этого движения дать соответствующие аналитические решения. Однако, ни для теории, ни тем более для практики гидравлики в этом нет надобности: достаточно уловить лишь общие черты, характеризующие движение жидкого потока, причем можно уже найти и некоторую общую закономерность, несмотря на видимую беспорядочность движения отдельных частиц.

Рассмотрим теперь некоторый поток жидкости при турбулентном режиме, например, показанный на фиг. 52. Остановим наше внимание на какой-либо неподвижной точке A (точка пространства), находящейся в области взятого потока. Какая-либо жидкая частица M_1, двигаясь по некоторой сложной, извилистой траектории (показанной на фиг. сплошной линией), приходит в точку A в момент времени t со скоростью, положим, U_1'. Через элементарный промежуток времени dt, т. е. в момент $t+dt$, двигаясь уже по иной траектории (пунктир), в ту же точку A приходит другая жидкая частица M_2, имеющая в этой точке некоторую скорость U_2', которая, даже при установившемся движении потока в целом, вообще отличается от скорости U_1' как по величине, так и по направлению.



Фиг. 52.

Скорости U_1', U_2' и т. д. можно назвать мгновенными скоростями в данной точке или мгновенными местными скоростями. Будем обозначать их вообще через U'.

Всякую такую скорость можно вообще разложить на три взаимно-перпендикулярные составляющие: одну — продольную U_n', параллельную основному (общему) направлению движения потока или, другими словами, идущую по нормали к живому сечению в данной точке, и две поперечные, лежащие в плоскости живого сечения.

Продольная составляющая $U_n' = U' \cos(U', n)$, как проекция скорости U' на нормаль n, причем величина U_n' в каждый момент времени t будет различна, так как во времени изменяется и величина скорости U' и $\cos(U', n)$. Изменение продольной составляющей U_n' можно изобразить графически, откладывая величину ее по оси ординат, а время T — по оси абсцисс, как, например, представлено на фиг. 53. Подобного рода графики возможны и для характеристики изменения поперечных составляющих мгновенной местной скорости.

Такое изменение во времени величины проекции мгновенной местной скорости на какое-либо направление (в частности — изменение продольной составляющей U_n') называется пульсацией скоростей. Кривая $P'-P'$, показанная, например, на фиг. 53, дает график пульсации.

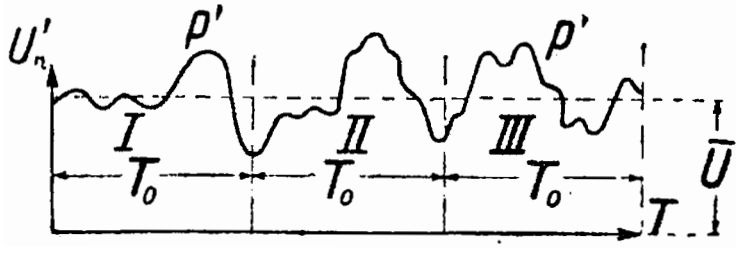
Вместо переменных во времени „мгновенных скоростей“ U_n' в данной точке, в уравнения и зависимости для движения турбулентных потоков вводятся средние значения $\overline{U}$ этих скоростей за достаточно длительный промежуток времени T_0, характеризующие, таким образом, „в среднем“ скорости

в данной точке в течение этого времени, причем скорость $\bar{U}$ определяется выражением:

$$\bar{U}=\frac{\int_0^{T_0} U_n' dt}{T_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (209)$$

Такая скорость $\bar{U}$ по Буссинеску (Boussinesq) называется среднею местною скоростью (vitesse moyenne locale), т. е. среднею именно по времени, за некоторый промежуток его T_0. Для величины $\bar{U}$ мы считаем, однако, наиболее желательным остановиться на наименовании: „осредненная местная скорость", короче: „осредненная скорость", каковое наименование за последние годы достаточно привилось в нашей литературе и представляется нам, во всяком случае, более удачным, чем предложенное Буссинеском. При этом, конечно, имеется в виду „осреднение" во времени.

Формула (209) служит аналитическим выражением осредненной скорости. Физическое ее определение таково: осредненная скорость есть такая постоянная скорость, с которою через данную элементарную площадку $d\omega$ в течение некоторого



Фиг. 53.

промежутка времени T_0 должны были бы двигаться частицы жидкости, чтобы расход ее был равен тому расходу dQ, каковой в действительности, в среднем за тот же промежуток времени, получается при переменных во времени мгновенных скоростях.

Укажем, наконец, и графическое определение осредненной скорости: имея в виду, что определенный интеграл, входящий в формулу (209), выражает площадь Ω, заключенную между пульсационной кривой $P'-P'$ (фиг. 53), осью абсцисс и двумя ординатами, соответствующими начальному и конечному моментам наблюдения, — можем сказать, что графически значения скорости $\bar{U}$ выражаются высотой прямоугольника, равновеликого означенной площади.

Пульсационные кривые представляются вообще весьма неправильными, причем какой-либо закономерной периодичности их не обнаружено. Можно лишь сказать, что при достаточном периоде наблюдений T_0 отдельные площади частей I, II, III и т. д. (фиг. 53) по величине весьма близки между собой, но это не значит, что самый вид кривых $P'-P'$ повторяется на I, II, III и т. д. участках графика пульсации.

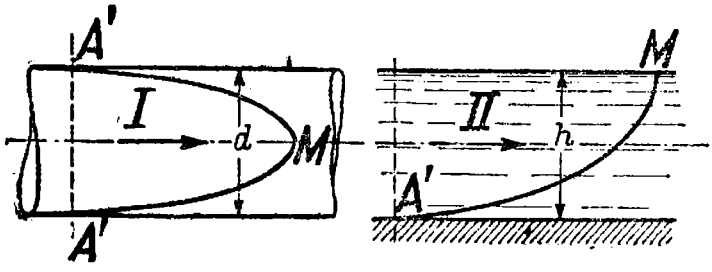
Подставляя при турбулентном движении осредненную скорость в уравнения и зависимости гидродинамики, мы должны помнить, что, так как эта скорость не представляет истинных (мгновенных) скоростей в различных точках жидкого потока, то при такой подстановке и для других гидромеханических элементов, входящих в названные уравнения и связанных

с местными скоростями, мы будем получать лишь их соответствующие осредненные (средне-временные) значения. Так, при этом приходится говорить уже лишь об осредненных давлениях $\overline{p}$, осредненных ускорениях $\left(\overline{\frac{dU}{dt}}\right)$, осредненных удельных сопротивлениях $\overline{\tau_0}$ и $\overline{\tau_0}$ и т. д. [1]). Равным образом осредненные значения различных величин войдут и во все выражения, указанные при изложении леммы о трех интегралах. Струйки в турбулентном потоке, конечно, реально уже не существуют, и опять-таки можно говорить лишь о „средних статистических" линиях токов и струйках.

§ 31. Основная особенность распределения скоростей при турбулентном режиме и основная идея Прандтля.

Остановимся прежде всего на одной весьма существенной особенности распределения скоростей при турбулентном движении, которая резко отличает это движение от ламинарного.

На фиг. 54 даем типичный (параболический) вид кривых распределения скоростей при ламинарном движении для двух важнейших случаев: круглой трубы и широкого прямоугольного канала. При этом, как видим, ско-



Фиг. 54

рости непосредственно на стенках равны нулю, а по мере удаления от них непрерывно и притом весьма плавно изменяются от нуля до некоторого наибольшего значения. Заметим по поводу этих кривых, что скорости непосредственно на стенках равны нулю в виду того, что жидкость смачивает стенки, т. е. „пристает" к ним; что же касается общего вида самых кривых, то они подтверждаются как опытами при ламинарном движении, так и соответственным теоретическим рассмотрением [2]).

Оговоримся далее, что для турбулентного движения, в соответствии со сказанным в § 30, мы будем иметь в виду не мгновенные, а осредненные скорости, и именно к этим последним будут относиться соображения о распределении скоростей при турбулентном режиме.

Типичный пример кривых распределения скоростей при таком режиме представлен на фиг. 55 и 56: для круглой трубы (фиг. 56) и для некоторого открытого русла (фиг. 55). Как показанные на фиг. 55—56, так и вообще кривые распределения скоростей в турбулентном потоке характеризуются следующими чертами:

1) скорости непосредственно на самой поверхности стенки равны нулю, вследствие прилипания к ней смачивающей ее жидкости;

[1]) Значки (горизонтальные черточки), обозначающие „операцию осреднения", обычно для простоты письма в гидравлических зависимостях при турбулентном движении опускаются (сохраняются лишь при специальных исследованиях).

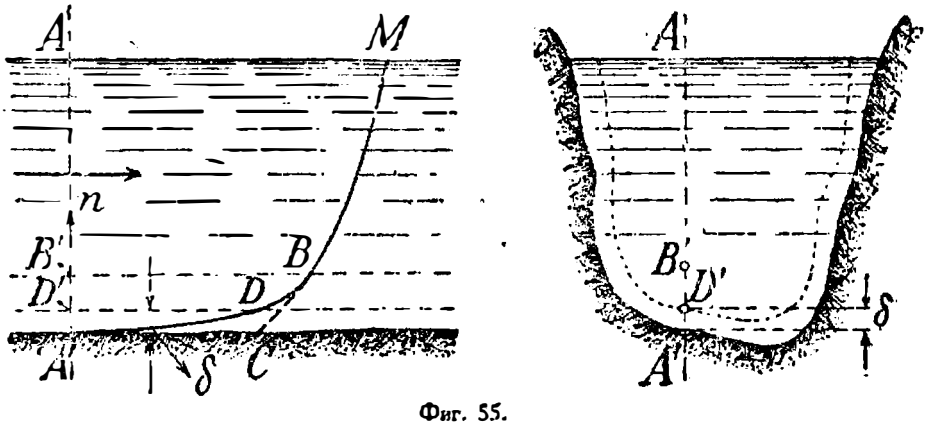
[2]) См. подробности в книге: Н. Н. Павловский. „Гидравлика", ч. I, 1928 г., стр. 246—254.

2) в непосредственной близости от стенки, т. е. на весьма малом от нее расстоянии, скорости достигают сравнительно значительной величины;

3) в других точках поперечного сечения, более удаленных от стенки, скорости изменяются (возрастают) уже гораздо медленнее.

В противоположность старой теории разрыва величины скоростей у стенок Прандтль (L. Prandtl), прежде всего, и полагает, что скорости близ стенок изменяются не скачком, а непрерывно; эта основная мысль должна далее логически развиваться в неизменном соответствии с только что отмеченными тремя пунктами.

Пункты 1 и 2 сразу же указывают на то, что, так как скорость от нулевого значения на стенках (пункт 1) изменяется до некоторой конечной и притом довольно значительной величины (положим, в точке D по фиг. 55) уже



Фиг. 55.

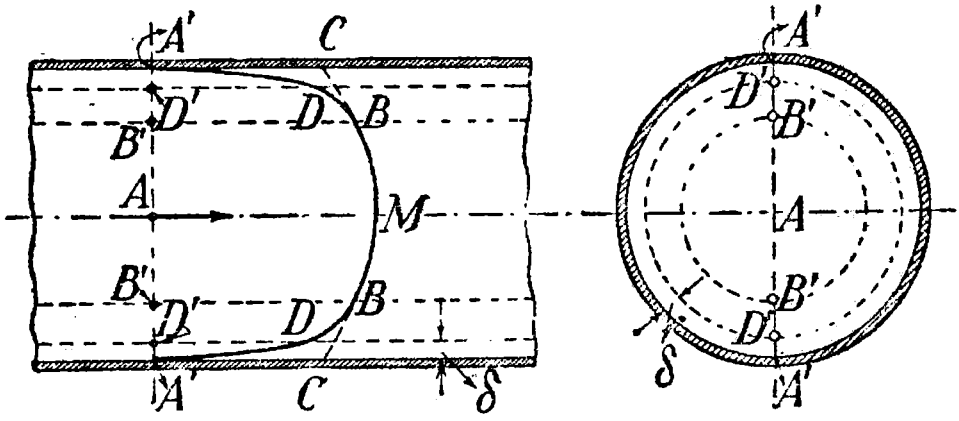
на весьма небольшом удалении от стенок (пункт 2), то, следовательно, соответствующая часть $A'D$ кривой распределения скоростей должна быть весьма пологой; иначе говоря, возрастание скорости на единицу удаления от стенок или, иными словами, градиент скорости по нормали n в области потока близ стенок должен быть весьма велик. В то же время пункт 3 говорит, что дальше, т. е. начиная от точки D, в виду сравнительной медленности возрастания скоростей характер их распределения изменяется, и ветвь DM пойдет значительно „круче", т. е. здесь градиент скорости $\frac{dU}{dn}$ будет значительно меньше, чем в предыдущей части $A'D$.

На том же чертеже для сравнения показана также та наиболее близкая к стенкам точка B', в которой было еще возможно измерение скоростей по обычным прежним приемам, причем пунктирная линия BC изображает то гипотетическое продолжение кривой скоростей, которое делали старые гидравлики. Таким образом, точки D и B кривой $A'M$ совершенно различны, и их не следует смешивать между собой.

На фиг. 55 представлено открытое русло, но все только что сказанное относится и к напорному движению; так, на фиг. 56 показана кривая распределения скоростей по диаметру $A' — A — A'$ в закрытой трубе. Кривая скоростей здесь состоит из трех ветвей: $A'D$ (внизу), DMD и DA' (вверху); значение точек и обозначения на фиг. 56 те же, что и на фиг. 55. Тот же характер сохраняет, конечно, и кривая распределения скоростей по какой-либо хорде в закрытой трубе.

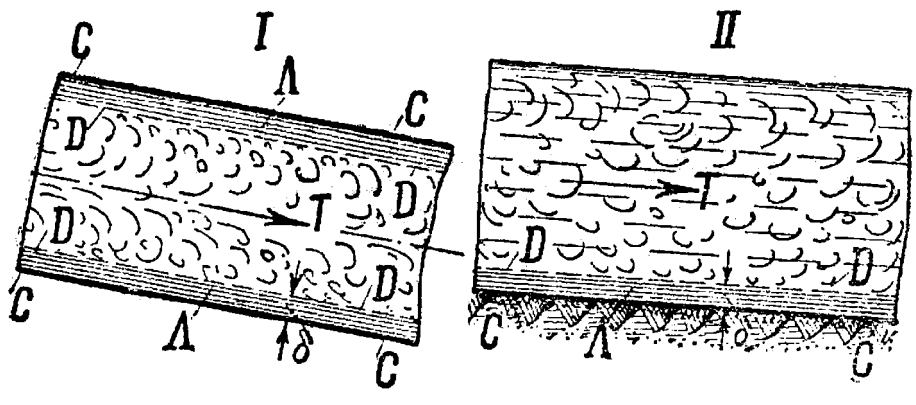
Резкий перелом в характере распределения скоростей, имеющий место в точке D, является показателем того, что поток близ дна находится в условиях, существенно отличающихся от тех, какие имеются в остальной области. Но в этой последней поток движется при турбулентном режиме; поэтому естественно заключить, что близ стенок мы имеем уже другой режим, а именно — ламинарный.

В этом и заключается центральный пункт воззрений профессора Геттингенского Университета Прандля, на основе научных идей



Фиг. 56.

которого в наше время ведется изучение турбулентного движения. В применении к гидравлике основная идея Прандля может быть высказана таким образом: при движении жидкости со средней скоростью, превосходящей значение критической скорости, как то имеет место почти во всех важ-



Фиг. 57.

нейших случаях практики (каналы, реки, трубы), возле стенки потока образуется тонкий ламинарный слой, остальная же часть потока движется турбулентно.

Указанный тонкий ламинарный слой принято большей частью называть „пограничным слоем“ („Grenzschicht“); иногда же этому слою дается также название „переходного“ („Übergangsschicht“); чем имеется в виду отметить, что в пределах этого слоя совершается переход от нулевой скорости

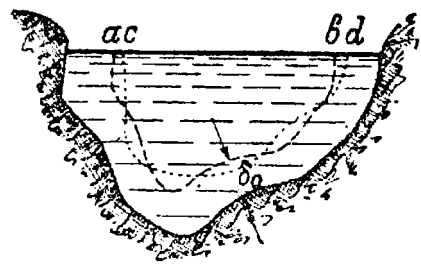
на стенках к конечным скоростям внутри потока. Поверхность, показанная пунктиром через точку D' на поперечных разрезах фиг. 55—56, может быть названа „раздельной поверхностью". Толщину пограничного слоя будем обозначать через δ. Иногда этот слой будем называть просто „ламинарным". Отметим, что вследствие неодинаковых гидравлических условий в разных пунктах смоченного периметра (местные различия в шероховатости стенок и в скоростях) толщина пограничного слоя δ, вообще говоря, не может быть одинакова по всему периметру, но **изменяется в различных его точках**, как и показано на поперечном разрезе фиг. 55.

Для наглядности на фиг. 57 даем **сводную схему** течения жидкости для открытого русла и для напорной трубы по идее Прандля; поставленные на чертеже буквы имеют следующее значение:

C-C — стенки потока;
D-D — раздельная поверхность;
Λ — ламинарный слой у стенок;
T — турбулентная зона потока;
δ — толщина ламинарного слоя.

§ 32. Вывод зависимости для удельного сопротивления при турбулентном движении.

В предыдущем параграфе уже было отмечено, что, вообще говоря, вследствие неодинаковости гидравлических условий в разных точках смоченного периметра, толщина пограничного (ламинарного) слоя δ изменяется в различных точках близ стенок (фиг. 55, поперечный разрез). Поэтому, рассматривая какой-либо поток произвольного вида, мы в дальнейшем будем вводить в наши рассуждения **среднюю толщину пограничного слоя** δ_0, как и пояснено на фиг. 58, где кривая пунктирная линия между точками c и d изображает (в искаженном масштабе) раздельную поверхность в потоке, кривая же между точками a и b соответствует средней толщине пограничного слоя δ_0.



Фиг. 58.

Так как толщина этого слоя весьма мала, а с другой стороны — кривая распределения скоростей в пределах пограничного слоя весьма полога, то таковую кривую в пределах этого слоя можно **принять за прямую** [1]).

На основании только что сказанного, для потока с произвольной формой живого сечения представим себе распределение скоростей по фиг. 59, где значения букв A, D', A', D и M — те же, что и выше на фиг. 55; отрезок $m'm$ выражает **среднюю скорость в ламинарном (пограничном) слое** $V_л$, отрезок же $D'D$ — **среднюю скорость на раздельной поверхности**, каковую скорость обозначим через $V_р$, причем, очевидно, $V_л$ и $V_р$ связаны между собой весьма простой зависимостью:

$$V_л = \frac{1}{2}(0 + V_р) = \frac{1}{2} V_р, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (210)$$

$$V_р = 2 V_л \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (211)$$

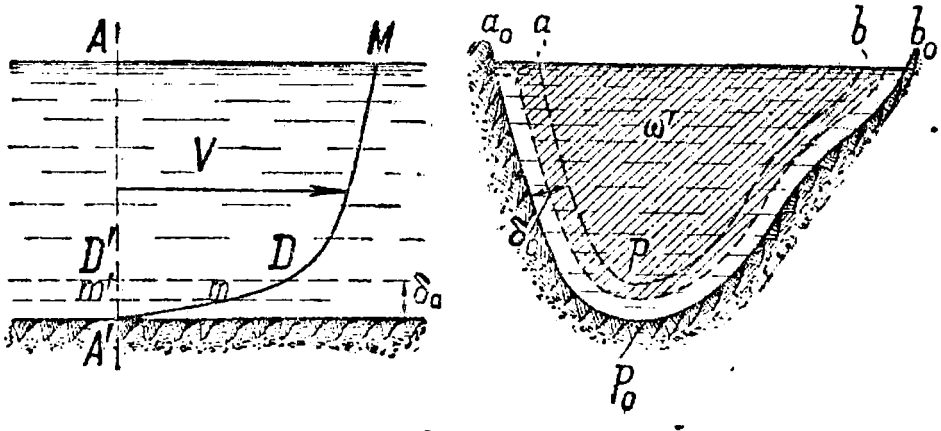
Местные скорости (т. е. скорости в отдельных точках) в пределах ламинарного слоя будем обозначать через $U_л$; что же касается гра-

[1]) Случая весьма вязких жидкостей мы здесь не касаемся.

диента этих скоростей по направлению [1]) нормали n, то для схемы по фиг. 59 (где линия $A'D$ принимается за прямую), очевидно, для всех точек в пределах ламинарного слоя имеем:

$$\text{grad}\,(U_л) = \frac{dU_л}{dn} = \frac{V_р - 0}{\delta_0} = \frac{V_р}{\delta_0} = \frac{2V_л}{\delta_0} \quad \ldots\ldots\ldots (212)$$

Теперь мы можем обратиться к выводу зависимости для удельного сопротивления [2]), входящего в основное ур-ние равномерного движения (184) или (185) соответственно в виде величины τ'_0 или τ_0, причем τ_0 есть среднее удельное сопротивление на стенке, а τ'_0 — на боковой поверхности некоторого, выделяемого нами, „продольного жидкого столба“ (§ 27). Такой столб мы выделим и в рассматриваемом потоке (фиг. 59) и притом так, чтобы боковая поверхность столба проходила внутри ламинарного слоя,



Фиг. 59.

что иллюстрируется поперечным разрезом на фиг. 59 (справа), где штриховкой показано живое сечение жидкого столба.

Гидравлические сопротивления в пределах ламинарного слоя сводятся лишь к силам внутреннего трения, выражаемым по законам Ньютона, а потому для среднего удельного сопротивления τ'_0 на боковой поверхности выделенного нами на фиг. 59 жидкого столба имеем:

$$\tau'_0 = \tau_{тр}\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (213)$$

где $\tau_{тр}$ определяем на основании (189), подставляя в эту общую зависимость соответствующее выражение для градиента скорости по (212). Таким образом, будет:

$$\tau'_0 = \tau_{тр} = -\mu \frac{dU_л}{dn} = -\frac{2\mu V_л}{\delta_0} \quad \ldots\ldots\ldots (214)$$

Напомним, что уже при самом составлении зависимости (212) для градиента скорости $U_л$ мы указали, что она относится ко всем точкам ламинарного слоя рассматриваемого потока (фиг. 59), а следовательно, ее можно прило-

[1]) Нормаль n см. на фиг. 55.

[2]) Подробнее об этом выводе см. в нашей книге: „Гидравлика“, ч. I, Ленинград, 1928, стр. 303—313. В той же книге дана характеристика старых и новых воззрений на механизм турбулентного движения (стр. 263—275; 291—303; 333—336).

жить к точкам типа A' на стенке потока. Поэтому если теперь будем увеличивать поперечные размеры выделяемого жидкого столба так, чтобы его боковая поверхность совпала со смоченной поверхностью стенок потока, то и для среднего удельного сопротивления τ_0 на стенке сохранится величина, определяемая по (214), т. е. мы и для τ_0 можем написать:

$$\tau_0 = -\mu \frac{dU_л}{dn} = -\frac{2\mu V_л}{\delta_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (215)$$

При этом входящая в основное ур-ние равномерного движения (185) величина $\frac{\tau_0}{\gamma}$ будет:

$$\frac{\tau_0}{\gamma} = -\frac{2\mu}{\gamma} \cdot \frac{V_л}{\delta_0} = -\frac{\mu}{\rho} \frac{2V_л}{g\delta_0}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (216)$$

или, вводя кинематический коэфициент вязкости, получим:

$$\frac{\tau_0}{\gamma} = -\frac{2\nu V_л}{g\delta_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (217)$$

Введем теперь в эту формулу число Рейнольдса для ламинарного слоя, которое обозначим через $Re_л$ для отличия от числа Рейнольдса для всего потока Re. По общему определению (205), данному в § 31, для числа $Re_л$ имеем:

$$Re_л = \frac{R_л V_л}{\nu}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (218)$$

где $R_л$ — гидравлический радиус ламинарного слоя, $V_л$ — средняя скорость в том же слое [1]). Обозначая живое сечение ламинарного слоя через $\omega_л$, а смоченный периметр его через $\chi_л$, по общему определению гидравлического радиуса имеем для $R_л$:

$$R_л = \frac{\omega_л}{\chi_л}.$$

Возвращаясь к поперечному разрезу потока по фиг. 59, где линия apb соответствует средней раздельной поверхности, обозначим длину этой линии через $\chi_р$, причем для $\omega_л$ и $\chi_л$ можем написать:

$$\chi_л = \chi + \chi_р; \quad \omega_л = \frac{1}{2}(\chi + \chi_р)\delta_0, \quad \ldots\ldots\ldots (219)$$

где χ — смоченный периметр всего сечения, равный длине $a_0 p_0 b_0$; в виду же того, что δ_0 весьма незначительно по сравнению с поперечными размерами всего потока, можем считать, что $\chi_р = \chi$, и вместо (219) будет:

$$\chi_л = 2\chi; \quad \omega_л = \chi\delta_0.$$

Поэтому для $R_л$ окончательно найдем:

$$R_л = \frac{\omega_л}{\chi_л} = \frac{\chi\delta_0}{2\chi} = \frac{1}{2}\delta_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (220)$$

---

[1]) Здесь, чтобы не вводить дальнейших определений, $Re_л$ выражено непосредственно по формуле (205), между тем как в нашей книге „Гидравлика" (ч. I, 1928, § 57) для $Re_л$ дано иное выражение, отличное от (218), на что здесь и считаем нужным указать.

Подставляя это выражение для $R_л$ в (218), получим:

$$Re_л = \frac{\delta_0 V_л}{2\nu}, \text{ откуда } \delta_0 = \frac{2\nu Re_л}{V_л}, \quad \ldots\ldots\ldots (221)$$

после чего подстановка этого значения δ_0 в ф-лу (217) дает:

$$\frac{\tau_0}{\gamma} = -\frac{V_л^2}{g Re_л}, \quad \ldots\ldots\ldots (222)$$

или, в виду (210),

$$\frac{\tau_0}{\gamma} = -\frac{1}{Re_л}\cdot\frac{V_р^2}{4g}, \quad \ldots\ldots\ldots (223)$$

где $V_р$, как мы уже указали, есть средняя скорость на раздельной поверхности.

Наконец, чтобы вместо скорости $V_р$ ввести среднюю скорость всего потока V, обозначим через ψ отношение этих скоростей, т. е. положим:

$$\psi = \frac{V_р}{V}, \quad \ldots\ldots\ldots (224)$$

откуда $V_р = \psi V$, и вместо (223) окончательно будет:

$$\frac{\tau_0}{\gamma} = -\frac{\psi^2}{2Re_л}\cdot\frac{V^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (225)$$

Эта зависимость дает выражение для удельного сопротивления потока в связи с основной идеей Прандля.

§ 33. Формула Шези и ее главнейшие следствия.

В соответствии с основной идеей Прандля, мы получили в предыдущем параграфе для удельного сопротивления зависимость (225). Подставляя это выражение для $\frac{\tau_0}{\gamma}$ в основное уравнение равномерного движения (185), найдем:

$$\frac{\psi^2}{2Re_л}\cdot\frac{V^2}{2g} = RJ, \quad \ldots\ldots\ldots (226)$$

откуда

$$V = \frac{2\sqrt{g Re_л}}{\psi}\sqrt{RJ} \quad \ldots\ldots\ldots (227)$$

Здесь мы можем первый множитель для краткости обозначить одною буквою, положим — буквою C, каковое обозначение чаще всего применяется в данном случае, т. е.

$$C = \frac{2\sqrt{g Re_л}}{\psi}, \quad \ldots\ldots\ldots (228)$$

причем вместо (227) имеем:

$$V = C\sqrt{RJ} \quad \ldots\ldots\ldots (229)$$

Это выражение называется обычно формулой Шези, а входящая в нее величина C — коэфициентом Шези.

Эта формула связывается с именем Шези (Chézy) в виду того, что он еще в конце XVIII века впервые установил расчетную формулу движения воды в каналах, которая уже впоследствии была распространена на все вообще открытые русла, а также и на напорные трубы при равномерном движении. Формула Шези, данная им, впрочем, в несколько ином виде, чем мы имеем по (229), была им доказана весьма элементарным путем, причем Шези полагал возможным для всех потоков, независимо от рода их стенок, считать величину коэфициента C постоянной, что было им сделано на основании того взгляда старой гидравлики, по которому все стенки, раз они смачиваются жидкостью, создают одинаковое сопротивление движению потока. В конце XVIII века полагали, что для всех потоков $C = \sim 50$ (при измерении в метрах); однако, впоследствии различными исследователями было доказано, что этот коэфициент изменяется в зависимости от различных гидравлических условий потока.

Те эмпирические формулы, которые в настоящее время применяются для определения числовых значений коэфициента C, будут указаны в главах IV—VI, здесь же остановимся лишь на размерности коэфициента Шези, для чего напишем на основании формулы (229):

$$C = \frac{V}{\sqrt{RJ}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (230)$$

и подставим в это выражение известные нам размерности величин правой части, помня, что V, как скорость, имеет размерность LT^{-1}; гидравлический радиус, как длина, имеет размерность L, уклон же J есть величина безразмерная (число отвлеченное). Поэтому

$$\text{разм. } [C] = \frac{LT^{-1}}{L^{\frac{1}{2}}} = L^{\frac{1}{2}} T^{-1}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (231)$$

т. е. C имеет размерность корня квадратного из ускорения, ибо размерность ускорения есть LT^{-2}. В практической гидравлике коэфициент Шези чаще всего выражается в метрах и секундах, т. е. в $м^{1/2}/сек.$

Формула Шези в виде (229) имеет чрезвычайно важное значение и обширнейшие применения в практической гидравлике, при проектировании и постройках как всякого рода каналов, так и напорных и безнапорных трубопроводов. Можно сказать, что почти всякому инженеру приходится в большей или меньшей степени пользоваться этой формулой.

Перейдем теперь к некоторым следствиям формулы Шези. Прежде всего, отметим, что из (229) можно получить весьма важное в практической части гидравлики выражение для гидравлического (пьезометрического) уклона J при равномерном движении, а именно: возвышая в квадрат зависимость (229), имеем, что

$$V^2 = C^2 RJ,$$

откуда

$$J = \frac{V^2}{C^2 R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (232)$$

Так как величина J связана с потерей напора h_l по длине потока при равномерном движении зависимостью (183), по которой $h_l = lJ$, то, подставляя сюда для J его только что найденное выражение (232), найдем:

$$h_l = \frac{lV^2}{C^2 R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (233)$$

Далее, из формулы Шези можно вывести весьма важное выражение для „модуля расхода". Для этого возьмем зависимость $Q = \omega V$ и подставим в нее V по формуле Шези; при этом получим:

$$Q = \omega C \sqrt{RJ}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (234)$$

откуда

$$\frac{Q}{\sqrt{J}} = \omega C \sqrt{R} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (235)$$

Здесь левую часть мы и будем называть модулем расхода[1]) и обозначать буквою K, но при этом, конечно, и правая часть (235), как равная левой, дает также модуль расхода, но лишь в иной форме. Итак, для модуля расхода имеем две зависимости:

$$K = \frac{Q}{\sqrt{J}}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (236)$$

$$K = \omega C \sqrt{R} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (237)$$

На ряду с этим отметим также и несколько менее важное понятие — „модуль скорости". Из формулы Шези (229) легко находим:

$$\frac{V}{\sqrt{J}} = C \sqrt{R}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (238)$$

где левую часть мы и назовем модулем скорости, обозначая его через W; правая часть в (238), как равная левой, выражает тот же модуль скорости, но в другой форме. Поэтому и для модуля скорости имеются две зависимости:

$$W = \frac{V}{\sqrt{J}}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (239)$$

$$W = C \sqrt{R} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (240)$$

В заключение подчеркнем, что, как и самая формула Шези, так и указанные здесь ее следствия относятся одинаково и к напорным и к безнапорным потокам.

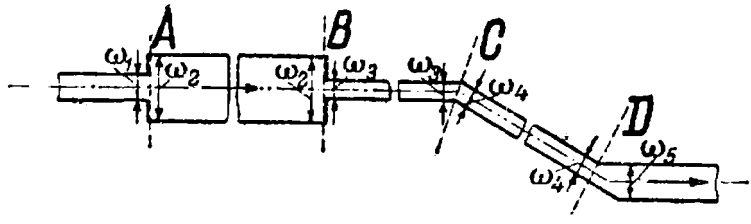
§ 34. Местные потери напора. Теорема Борда. Формула Вейсбаха.

При выводе основного уравнения равномерного движения (§ 27) мы уже указали, что именно следует подразумевать под сопротивлением и потерей напора по длине потока; там же было отмечено, что на некоторых участках рассматриваемых потоков могут возникать еще и сопротивления (и потери напора) иного рода, появляющиеся при резком изменении сечения, при крутых поворотах и вообще при резких изменениях конфигурации потока. Так, например, на фиг. 60 в сечении A имеем резкое расширение потока, в сечении B — резкое сужение, в C и D — резкие повороты. Однако, пройдя какое-либо из этих сечений, жидкость вступает на следующий прямолинейный участок, где восстанавливаются условия медленной изменяемости движения и где поэтому мы имеем лишь сопротивления (и потери напора) по длине. Таким образом, те сопротивления (и потери напора), которые

[1]) Помимо этого (предлагаемого нами) термина, для того же понятия в нашей литературе встречаются следующие наименования: „коэф. пропускной способности", „пропускная способность", „коэф. расхода", „расходная характеристика". Самые понятия K и W введены в гидравлику проф. Бахметевым.

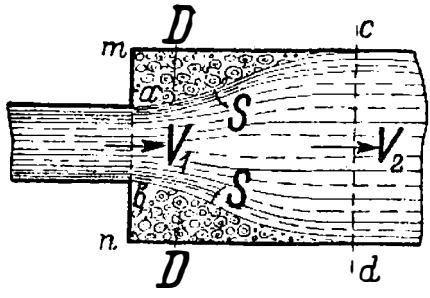
вызываются резким изменением конфигурации потока, связаны лишь с отдельными определенными „местами" его, почему такие сопротивления (и потери напора) и называются „местными".

Основная особенность указанных и подобных им „местных гидравлических явлений" состоит в резком изменении величины скоростей течения или в изменении их направления (или же в том и другом вместе). В связи с этим в названных случаях можно видеть некоторую аналогию с явлением удара в твердых телах, имея в виду, что удар, с механической точки зрения, как известно, характеризуется внезапным изменением скорости движения тела по величине или направлению. Отметим однако, что здесь можно говорить именно лишь о „некоторой аналогии", но не о строго принципиальной общности явлений такого рода в жидких и твердых телах, что мы и поясним теперь, несколько останавливаясь на рассмотрении схемы движения жидкости для первого из указанных на фиг. 60 случаев внезапного расширения.



Фиг. 60.

Этот случай более подробнее изображен на фиг. 61, который мы теперь и будем иметь в виду. Пройдя сечение $a-b$, жидкие частицы по инерции стремятся двигаться по прежнему направлению и с прежней скоростью V_1, но при этом задерживаются впереди идущими частицами, движущимися по широкой части трубы со скоростью $V_2 < V_1$. Поэтому вступающий через сечение $a-b$ поток, естественно, оказывается вынужденным расширяться в поперечном направлении, причем такое расширение происходит лишь постепенно, на некоторой сравнительно небольшой длине трубы, по мере ослабления скоростей вступивших через сечение $a-b$ жидких частиц, так что на „переходном участке" движущаяся струя ограничена поверхностью S, как показано на фиг. 61, и, лишь начиная с некоторого сечения $c-d$, поток сплошь заполняет широкую трубу. Между поверхностью S и стенками трубы остается кольцевое пространство $D-D$, заполненное жидкостью, в общем не участвующею в основном поступательном движении; в области D возникают сравнительно медленные „водоворотные" течения, постепенно затухающие по мере приближения к стенкам потока.



Фиг. 61.

Из изложенной схемы движения жидкости при внезапном расширении мы видим, что этот случай резкого изменения конфигурации потока в общем значительно сложнее явления удара в твердых телах; особенно же следует подчеркнуть, что в жидком потоке, как мы видели, изменение скоростей происходит хотя и на небольшой сравнительно длине, но все же постепенно, а не мгновенно, как при ударе твердых тел. Жидкие частицы, тотчас по выходе из узкой трубы в широкую, как бы „наталкиваются" на предше-

ствующие им частицы, находящиеся уже в широкой части и потому обладающие меньшими скоростями, причем и происходит, по выражению проф. А. А. Саткевича, „столкновение ударного характера". В этом условном смысле и можно говорить об „ударе" при внезапном расширении жидкого потока и называть возникающую при этом потерю напора — потерей „на удар".

Что касается различных других случаев резкого изменения конфигурации потока, то и в них мы встретимся, как увидим дальше, с внезапным расширением (или с „ударом" в только что указанном смысле), как главным элементом рассматриваемых гидравлических явлений [1]). Таким образом, случай внезапного расширения, будучи наиболее характерным для явлений, связанных с местными потерями напора, представляет особую важность, и потому именно для него были даны, в первую очередь, более подробные гидравлические исследования, в основе которых лежит теорема Борда (Borda).

Обозначая через V_1 среднюю скорость течения до расширения и через V_2 — среднюю скорость после расширения (фиг. 61), по теореме Борда для потери напора „на удар" (т. е. при внезапном расширении) имеем:

$$h_{уд} = \frac{\alpha V_1^2}{2g} - \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \frac{\alpha_0}{g} V_2(V_2 - V_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (241)$$

Что касается входящих сюда коэфициентов α_0 и α (коррективов, учитывающих неравномерное распределение скоростей по живому сечению), то укажем, что выше (§ 24) мы уже привели средние значения этих коэфициентов для обычных условий равномерного движения. Эти же значения, — за неимением достаточных специальных опытных данных, относящихся именно к случаю внезапного расширения потока, — применяются и в зависимости (241). Если же при этом для простоты положить $\alpha_0 = \alpha$ (причем $\alpha = \sim 1{,}1$), в виду того, что разница между этими коэфициентами сравнительно невелика, — то вместо (241) будет

$$h_{уд} = \frac{\alpha}{2g}\left\{V_1^2 - V_2^2 + 2V_2(V_2 - V_1)\right\} = \frac{\alpha(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (242)$$

Полагая же приближенно $\alpha = \sim 1$, получим еще более простое выражение:

$$h_{уд} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (242')$$

Обе последние ф-лы и применяются обычно на практике. Так как разность $(V_1 - V_2)$ представляет уменьшение скорости после „удара" или, как можно выразиться, „потерю скорости", то два последние выражения можно прочесть так: по теореме Борда потеря напора „на удар" (при внезапном расширении) равна скоростному напору, соответствующему потерянной скорости. Следует помнить, что эта теорема, конечно, справедлива не только для горизонтальной трубы, показанной на фиг. 61, но и для трубы с негоризонтальной осью.

Эта формулировка теоремы может быть особенно ясно выражена аналитически, если для разности скоростей $(V_1 - V_2)$, т. е. для „потерянной скорости", введем какое-либо отдельное обозначение, — например, обозначим:

$$V_1 - V_2 = W_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (243)$$

[1]) См. об этом, например, в нашей книге „Гидравлика", ч. I, 1928, стр. 347—354. Там же см. подробности об упоминаемой далее теореме Борда и формуле Вейсбаха (стр. 336—370).

Тогда вместо (242) получим:

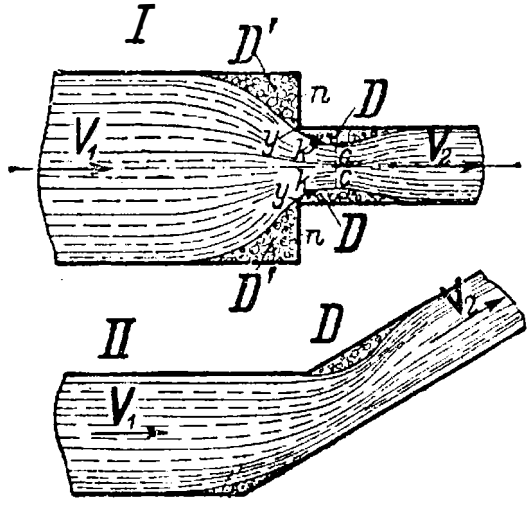
$$h_{уд} = \frac{\alpha W_0^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (244)$$

или, при $\alpha = 1$,

$$h_{уд} = \frac{W_0^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (244')$$

Достаточное соответствие теоремы Борда с результатами опытов подтверждает, что при выводе ее сущность явления в главных чертах практически охвачена удовлетворительно, но нельзя не заметить, что подстановка: $\alpha_0 = \alpha = 1{,}1$ (а тем более $\alpha_0 = \alpha = 1$) является лишь приближенным приемом.

Теорема Борда о потере „на удар" при внезапном расширении позволяет подойти и к гидравлическому рассмотрению ряда других случаев резкого изменения конфигурации потока, весьма важных в практических приложениях. Возможность такого использования теоремы Борда объясняется тем отмеченным уже выше обстоятельством, что внезапное расширение входит, как основной элемент, в различные явления, связанные с местными потерями напора, что мы теперь и должны выяснить на ряде типичных случаев этого рода.



Фиг. 62.

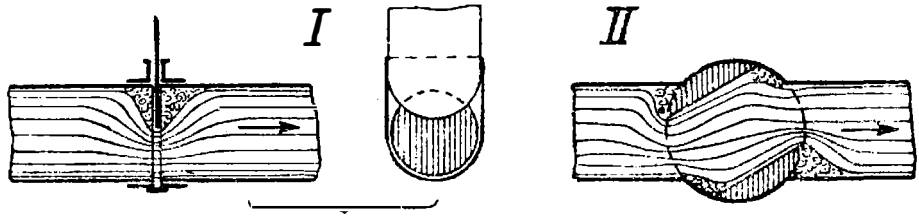
Возьмем прежде всего случай, обратный тому, который мы имели при доказательстве теоремы Борда, а именно—случай внезапного сужения потока (фиг. 62—I). Здесь жидкие частицы при подходе к узкой трубе по инерции стремятся двигаться по прежнему направлению, но при этом частицы, ближайшие к продольным стенкам, встречают задержку со стороны стенки $n—n$ и потому вынуждены отклоняться от первоначального направления, плавно обтекая углы „y". Поэтому крайние частицы проходят через входное сечение $y—y$ по направлениям, наклонным к оси трубы, как показано стрелками „k", т. е. входящий в узкую трубу поток стремится „сжаться", чему противодействуют средние жидкие частицы, по инерции движущиеся параллельно оси; в результате такого взаимодействия частиц образуется так называемое „сжатое сечение" $c—c$, в котором скорости весьма близки к параллелизму. Так как „сжатое сечение", очевидно, меньше полного сечения дальнейшей части трубы, то от сечение $c—c$ должно начаться расширение потока для перехода его к нормальному течению в узкой трубе, подобно тому как было описано выше (по фиг. 61), и мы здесь приходим уже к знакомому нам случаю „удара" при внезапном расширении. К сказанному прибавим, что, как ясно из описанной только что схемы движения жидкости при внезапном сужении, между стенками трубы и „живой" частью потока должны образоваться „мертвые пространства" $D'—D'$ и $D—D$, как то и получается при соответствующем экспериментальном воспроизведении явления.

Из других типичных форм значительного изменения конфигурации потока укажем на случай резкого поворота (фиг. 62—II), где жидкий поток по инерции стремится войти во вторую часть трубы по своему прежнему

направлению и с прежней скоростью V_1 и не может поэтому сразу заполнить сечения этой части, но затем, отклоняемый и направляемый ее стенками, переходит к дальнейшему нормальному течению со скоростью V_2, образуя здесь „внезапное расширение", показанное на чертеже, и „мертвое пространство" D, что нетрудно представить себе после уже сказанного по поводу фиг. 62—I.

Подобным же образом совершается прохождение потока и через другие, более сложные „местные препятствия". Для примера приводим схематические картины течения через задвижку на круглой трубе (фиг. 63—I) и через отверстие крана (фиг. 63—II), причем первая показана в продольном и поперечном разрезе, кран же представлен в сечении, перпендикулярном к его оси.

Из этих примеров ясно, что именно благодаря наличию „внезапного расширения" в подобных явлениях мы и можем применять к ним теорему Борда о потере „на удар". Этот удар, как мы видели, со-



Фиг. 63.

ставляет лишь часть описанных (и подобных им) явлений, но опыт показывает, что в таких случаях главнейшая доля потери напора обусловлена именно этой частью, а не тою деформацией потока, которая имеет место до „сжатия" сечения. Это и дает право считать „удар" основной частью указанных явлений при определении местных потерь напора.

Подвергая в связи с этим теоретическому исследованию (при гидравлическом подходе к вопросу) ряд случаев различных местных потерь напора, приходим [1]) к формулам вида:

$$h_j = \zeta_j \frac{V^2}{2g}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (245)$$

где через h_j обозначена величина местной потери (для отличия от потерь напора по длине h_l), через V — скорость течения за данным местным препятствием и через ζ_j — соответствующий роду этого препятствия числовой множитель (отвлеченное число). Зависимость (245) получила название формулы Вейсбаха (Weissbach), по имени известного германского гидравлика, который ввел эту формулу в практическую гидравлику. Как видим, по формуле Вейсбаха величина местной потери напора выражается как некоторая доля скоростного напора, соответствующего скорости за данным местным препятствием.

Входящий в зависимость (245) коэфициент ζ_j можно назвать коэфициентом потери напора, а так как эта потеря характеризует и то сопротивление, которое испытывает жидкость, проходя или, так сказать, „проталкиваясь" через данное „местное препятствие", то указанный коэфициент чаще именуется коэфициентом сопротивления. Самая величина его теоретическими ф-лами может быть приблизительно представлена лишь

[1]) См., например, там же, стр. 349—357.

для некоторых основных случаев; в других же случаях, вследствие бо́льшей сложности происходящих в них деформаций потока или же меньшей их четкости, при чисто гидравлическом подходе к вопросу нельзя дать хотя бы и приблизительных аналитических выражений для коэфициента сопротивления, и поэтому значения его приходится брать по опытным данным [1]).

В заключение отметим, что формула Вейсбаха в основном базируется на теореме Борда, а потому отнюдь не может считаться лишь чисто эмпирической формулой.

---

[1]) Имеющиеся расчетные числовые данные о коэфициентах местных потерь напора приводятся ниже, в главе VI.

ГЛАВА IV.

ГЛАВНЕЙШИЕ РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФИЦИЕНТА ШЕЗИ.

§ 35. Общие замечания. Старые формулы: Дарси-Базена (Darcy-Bazin) и Куттера (Kutter).

В настоящей главе мы приводим главнейшие расчетные формулы для коэфициента C, входящего как в формулу Шези, так и в те вытекающие из нее выражения, которые указаны в конце предыдущей главы. Ниже помещаются лишь формулы общего значения, т. е. предлагаемые авторами их [1]) как для открытых русел, так и для напорных трубопроводов. Что же касается „специальных формул" для C, т. е. имеющих значение лишь для потоков определенных категорий (трубы чугунные, бетонные, деревянные и пр.), то о таких формулах будет сказано в соответствующих местах книги (гл. VI) [2]). Заметим еще, что в настоящей главе дается вообще лишь изложение формул, предлагаемых различными авторами для определения коэфициента C, соображения же о выборе наиболее подходящих формул для расчета будут указаны в главе V и VI.

В настоящем параграфе мы прежде всего приводим две старые формулы: Дарси-Базена и Куттера, — по тем соображениям, которые отмечены ниже.

1°. Формула Дарси-Базена (Darcy-Bazin). По этой формуле, выработанной в 1857—1865 гг. и иногда не вполне правильно называемой „старой формулой Базена", для метровых размеров имеем:

$$C = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \frac{\beta}{R}}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (246)$$

где значения α и β, зависящие от шероховатости стенок русла, таковы:

ТАБЛИЦА 15.

К формуле Дарси-Базена.

№	Род стенки	α	β
I	Очень гладкие (строганые доски, цементная штукатурка)	0,00015	0,0000045
II	Гладкие стенки (нестроганые доски, тесовая кладка, кирпичная кладка)	0,00019	0,0000133
III	Негладкие стенки (например, бутовая кладка)	0,00024	0,00006
IV	Земляные стенки	0,00028	0,00035
V	Весьма шероховатые стенки (каменистое русло, галька и хрящ) . .	0,00040	0,00070

[1]) Хотя формула Hazen-Williams дана этими авторами и для открытых русел и для напорных труб, но нами она трактуется как формула „специальная" (для трубопроводов), почему она и помещена в гл. VI.

[2]) В главе V мы пользуемся формулами „общего значения".

Формула эта ныне утратила значение, как устаревшая; если она иногда и до сих пор еще указывается в некоторых руководствах и инструкциях, то это надо признать совершенно неправильным. Мы помещаем эту формулу единственно с целью указать на ее чисто „исторический характер" в настоящее время.

2°. **Формула Куттера (Kutter).** В метровых размерах по этой формуле (данной несколько ранее 1869 г.)

$$C=\frac{100}{1+\frac{k}{\sqrt{R}}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (247)$$

причем k берется по таблице 16.

Формула Куттера в целом в настоящее время также устарела, но для водопроводных труб (категория IV) и водостоков (категория V) она оказалась чрезвычайно подходящей и в этих, но и только в этих, областях расчета до сего времени имеет весьма важное практическое значение. Если иногда к формуле Куттера прибегают для расчетов вне указанных областей, то с этим никак нельзя согласиться.

Формула Куттера иногда именуется „старой формулой Куттера", что делается для отличия ее от формулы Гангилье-Куттера (см. следующий параграф), каковая тогда называется просто „формулой Куттера", что весьма обычно в Америке; у нас наименование „старая формула Куттера" не имеет смысла, хотя иногда и применяется.

§ 36. Формула Гангилье-Куттера (Ganguillet-Kutter, 1869 г.).

По этой известнейшей формуле имеем в метрах:

$$C=\frac{23+\frac{1}{n}+\frac{0{,}00155}{J}}{1+\left(23+\frac{0{,}00155}{J}\right)\cdot\frac{n}{\sqrt{R}}}; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (248)$$

в футах

$$C=\frac{41{,}66+\frac{1{,}811}{n}+\frac{0{,}00281}{J}}{1+\left(41{,}66+\frac{0{,}00281}{J}\right)\cdot\frac{n}{\sqrt{R}}}; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (249)$$

в саженях [1])

$$C=\frac{15{,}73+\frac{0{,}684}{n}+\frac{0{,}00106}{J}}{1+\left(15{,}73+\frac{0{,}00106}{J}\right)\cdot\frac{n}{\sqrt{R}}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (250)$$

Здесь n есть коэфициент шероховатости, значения коего даны в табл. 17. Для каких-либо других мер все члены формулы (248), кроме единицы в знаменателе, следует множить на $\sqrt{a}$, где a—переходный множитель от метровой к данной мере (например, для перехода к сантиметрам $a=\sqrt{100}=10$); при всех таких переводах значение n остается без перемены.

При более значительных уклонах ($J \geqq 0{,}0005$) влияние величины J в формуле Гангилье-Куттера практически весьма мало, а потому при $J \geqq 0{,}0005$

[1]) Значение коэфициента C для саженных мер дается на случай необходимости справок в старых материалах и руководствах.

ТАБЛИЦА 16.

(Общая таблица к формуле Kutter'a).

№	Род стенки	*k*
I	Наиболее чистая цементная штукатурка (исключительной гладкости)	0,12
II	Весьма тщательно строганные доски; гладкая штукатурка (из чистого цемента)	0,15
III	Строганные доски	0,20
IV	Обыкновенные (нестроганные) доски, обыкновенная штукатурка. Весьма тщательная кирпичная и тесовая кладка. Водопроводные трубы, прослужившие некоторое время, но без заметной инкрустации	0,25
V	Кирпичная и тесовая кладка. Ряжевые стенки. Цементные и кирпичные стенки (каналы и трубы). Водопроводные трубы с инкрустацией; водостоки	0,30 — 0,35
VI	Кладка из околотых камней на растворе; старая грубая кирпичная кладка	0,45
VII	Хорошая бутовая кладка, с частью заиленным дном	0,55
VIII	Мостовая	0,55 — 0,75
VIIIa	Грубая (бутовая) кладка с заиленным дном	0,75
IX	Старая (местами расстроенная) каменная кладка, с заиленным дном, но без мха и растительности	1,00
X	Каналы в скалистом грунте, мало заросшие, при ширине дна менее 1,5 метра	1,25
Xa	Земляные каналы с весьма правильными и хорошо устроенными откосами, без растений	1,50
XI	Земляное русло с заиленным или каменистым дном, мало заросшие русла (каковы многие реки и ручьи), при ширине по дну более 2 метров	1,75
XIa	Сухая кладка в плохом состоянии, при заросшем и покрытом мхом русле. Каналы в землистом грунте в худшем состоянии, заметно заросшие (при ширине по дну не более 1,5 метра)	2,00
XII	Каналы весьма плохо содержимые, сильно заросшие (ширина дна менее 1,5 метра). Естественные потоки с гравелистым руслом	2,50

следует пользоваться так называемой „сокращенной формулой“ Гангилье-Куттера, по которой для метров имеем:

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{23n}{\sqrt{R}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (251)$$

Эта „сокращенная формула“ в известных пределах для n дает результаты весьма близкие к таковым для формулы Куттера, при следующей связи между коэфициентами k и n (даем их лишь в пределах практически полезных):

$$\left.\begin{array}{l} k = 0{,}20;\ 0{,}25;\ 0{,}30;\ 0{,}35;\ 0{,}40; \\ n = 0{,}011;\ 0{,}012;\ 0{,}013;\ 0{,}014;\ 0{,}015. \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (252)$$

Табл. 17 составлена нами на основании первоначальных более кратких таблиц к формуле Гангилье-Куттера и позднейших справочных и отчетных данных; таким образом, эта таблица дает некоторую сводку и систематизацию материалов, относящихся к величине коэфициента шероховатости n. Далее, необходимо иметь в виду, что табл. 17 является лишь общей таблицей, могущей служить только для некоторой основной ориентировки при расчетах и для освещения цифровым материалом весьма большого диапазона различных видов шероховатости, начиная от наиболее гладких стенок до стенок значительной „шероховатости“. Все же для практики эта таблица не вполне достаточна, и при уточненных расчетах следует пользоваться теми более детальными и полными значениями[1]) коэфициента n, которые приводятся в гл. V и VI для различных видов стенок; лишь при отсутствии таких более подробных указаний для некоторых случаев надлежит при расчетах обращаться к общей табл. 17.

ТАБЛИЦА 17.

(Общая таблица к формуле Gangaillet-Kutter'a).

№	Род стенки	n	$\frac{1}{n}$
1	Исключительно гладкие поверхности; поверхности, покрытые эмалью или глазурью	0,009	111,1
2	Весьма тщательно оструганные доски, хорошо пригнанные. Лучшая штукатурка из чистого цемента . .	0,010	100,0
3	Лучшая цементная штукатурка (1/3 песку). Чистые (новые) гончарные, чугунные и железные трубы, хорошо уложенные и соединенные. Хорошо оструганные доски	0,011	90,9
4	Нестроганные доски, хорошо пригнанные. Водопроводные трубы в нормальных условиях, без заметной инкрустации; весьма чистые водосточные трубы, весьма хорошая бетонировка	0,012	83,3

[1]) В связи с этими более подробными значениями, табл. 17 здесь дается с некоторыми изменениями ее редакции по сравнению с такой же табл цей, помещенной в нашем „Гидравлическом Справочнике“, изд. 1924 г. (тр. 80–81). Разумеется, общая табл. 17 не может быть суммарной сводной всех тех более подробных данных, которые приводятся в гл. V—VI; поэтому в табл. 17 упомянуты далеко не все виды стенок, указываемые в гл. V—VI.

(*Продолжение табл. 17*)

№	Род стенки	n	$\frac{1}{n}$
5	Тесовая кладка в лучших условиях, хорошая кирпичная кладка. Водосточные трубы в нормальных условиях; несколько загрязненные водопроводные трубы . .	0,013	76,9
6	„Загрязненные" трубы (водопроводные и водосточные); бетонировка каналов в средних условиях	0,014	71,4
7	Средняя кирпичная кладка; облицовка из тесаного камня в средних условиях. Значительно загрязненные водостоки. Бревент по деревянным рейкам	0,015	66,7
8	Хорошая бутовая кладка; старая (расстроенная) кирпичная кладка; сравнительно грубая бетонировка. Исключительно гладкая, весьма хорошо разработанная скала	0,017	58,8
9	Каналы, покрытые толстым, устойчивым илистым слоем; каналы в плотном лессе и плотном мелком гравии, затянутые сплошной илистой пленкой (все притом — в безукоризненном состоянии)	0,018	55,6
10	Средняя (вполне удовлетворительная) бутовая кладка; булыжная мостовая. Каналы, весьма чисто высеченные в скале. Каналы в лессе, плотном гравии, плотной земле, затянутые илистой пленкой (в нормальном состоянии)	0,020	50,0
11	Каналы в плотной глине. Каналы в лессе, гравии, земле, затянутые несплошной (местами прерываемой) илистой пленкой. Большие земляные каналы, находящиеся в условиях содержания и ремонта выше средних.	0,0225	44,4
12	Хорошая сухая кладка. Большие земляные каналы в средних условиях содержания и ремонта и малые — в хороших. Реки в весьма благоприятных условиях (чистое прямое ложе со свободным течением, без обвалов и глубоких промоин)	0,025	40,0
13	Земляные каналы: большие — в условиях содержания и ремонта ниже средней „нормы", малые — в средних условиях	0,0275	36,4
14	Земляные каналы в сравнительно плохих условиях (например, местами с водорослями, булыжником или гравием по дну); заметно заросшие травой; с местными обвалами откосов и пр. Реки в благоприятных условиях течения (см. п. 12)	0,030	33,3
15	Каналы, находящиеся в весьма плохих условиях (с неправильным профилем; заметно засоренные камнями и водорослями и пр.) Реки в сравнительно благоприятных условиях, но с некоторым количеством камней и водорослей	0,035	28,6
16	Каналы в исключительно плохих условиях (значительные промоины и обвалы; заросли камыша; густые корни, крупные камни по руслу и пр.). Реки при дальнейшем ухудшении условий течения (по сравнению с предыдущими пунктами): увеличение количества камней и водорослей; извилистое ложе с небольшим количеством промоин и отмелей и т. д.	0,040 [1])	25,0

[1]) На практике, особенно для естественных русел, встречаются и значительно большие величины коэфициента n; поэтому на последнюю величину n, помещенную в общей табл. 17 ($n = 0{,}040$), отнюдь не следует смотреть, как на предельную.

ТАБЛИЦА 18.

Значения коэфициента *C* по формуле Ganguillet Kutter'a для метровых размеров

Значения коэфициента *n*	Гидравл. радиус в метрах *R*	Уклоны *J*						
		0,000025	0,000050	0,0001	0,0002	0,0004	0,001	0,01
0,010	0,05	38	44	51	54	56	57	58
	0,10	49	56	61	65	68	70	71
	0,20	63	70	74	77	78	79	80
	0,30	72	77	81	84	85	86	86
	0,50	83	86	88	90	91	91	91
	1,00	100	100	100	100	100	100	100
	2,00	115	111	109	107	106	105	105
	3,00	124	117	113	111	110	109	108
	5,00	134	123	118	115	113	112	111
	15,00	151	135	125	121	118	117	116
0,013	0,05	28	31	35	38	40	41	42
	0,10	36	40	44	47	49	50	51
	0,20	46	50	53	56	58	59	59
	0,30	53	57	60	63	64	64	65
	0,50	62	65	67	69	69	70	70
	1,00	77	77	77	77	77	77	77
	2,00	90	87	85	84	83	82	82
	3,00	99	94	89	88	87	86	85
	5,00	108	100	93	91	90	89	88
	15,00	125	114	102	98	96	94	92
0,017	0,05	19	22	24	26	28	29	29
	0,10	25	29	32	34	35	36	36
	0,20	34	37	39	41	42	42	43
	0,30	40	43	45	46	47	47	48
	0,50	47	49	50	51	51	52	52
	1,00	58	58	58	58	58	58	58
	2,00	71	69	67	66	65	64	64
	3,00	78	74	71	70	69	68	68
	5,00	87	79	75	73	72	71	70
	15,00	105	90	83	79	77	76	75
0,020	0,05	15	18	20	21	23	23	24
	0,10	21	23	25	28	29	29	30
	0,20	28	30	32	34	35	36	36
	0,30	33	35	37	38	39	40	40
	0,50	40	41	42	43	43	44	44
	1,00	50	50	50	50	50	50	50
	2,00	61	59	57	56	56	55	55
	3,00	69	64	61	59	59	58	58
	5,00	76	70	66	63	62	61	61
	15,00	94	81	74	70	68	67	66

(Продолжение табл. 18)

Значения коэфициента n	Гидравл. радиус в метрах R	Уклоны J						
		0,000025	0,000050	0,0001	0,0002	0,0004	0,001	0,01
0,025	0,05	12	13	15	16	17	18	18
	0,10	17	18	19	20	21	22	22
	0,20	22	23	24	25	26	27	27
	0,30	26	28	29	30	30	31	31
	0,50	31	32	33	34	34	35	35
	1,00	40	40	40	40	40	40	40
	2,00	50	48	47	46	45	45	45
	3,00	56	53	51	49	48	48	47
	5,00	64	59	54	53	52	51	50
	15,00	81	71	63	59	57	56	55
0,030	0,05	10	11	12	13	13	14	14
	0,10	13	14	15	16	17	18	18
	0,20	18	19	19	20	21	22	22
	0,30	21	22	23	24	24	25	25
	0,50	25	26	27	27	28	29	29
	1,00	33	33	33	33	33	33	33
	2,00	42	41	40	40	39	38	38
	3,00	48	45	43	42	42	41	41
	5,00	56	51	47	45	44	43	43
	15,00	72	62	55	52	51	49	48
0,035	0,05	8	9	9	10	10	11	11
	0,10	11	12	12	13	13	14	14
	0,20	15	16	16	17	17	18	18
	0,30	18	19	19	20	20	21	21
	0,50	22	23	23	23	24	24	24
	1,00	29	29	29	29	29	29	29
	2,00	36	35	34	34	33	33	33
	3,00	42	40	38	37	36	36	36
	5,00	49	45	43	42	41	40	39
	15,00	65	56	51	47	45	44	43
0,040	0,05	6	7	7	8	8	9	9
	0,10	9	10	11	11	12	12	12
	0,20	13	14	14	15	15	16	16
	0,30	15	16	17	18	18	18	18
	0,50	19	19	20	20	21	21	21
	1,00	25	25	25	25	25	25	25
	2,00	32	31	31	30	30	29	29
	3,00	37	35	34	33	33	32	32
	5,00	44	41	39	38	37	36	35
	15,00	59	52	46	43	42	41	40

ТАБЛИЦА 19.

Значения коэфициента C по сокращенной формуле Ganguillet-Kutter'a для метровых размеров.

R (м) \ n	0,010	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
0,05	60,6	42,8	29,8	23,9	17,7	13,8	11,3	9,39
0,06	63,5	44,9	31,6	25,4	18,8	14,7	12,1	10,1
0.07	65,9	46,8	33,0	26,7	19,9	15,6	12,8	10,7
0,08	67,8	48,8	34,3	27,8	20,8	16,4	13,5	11,3
0,10	71,1	51,3	36,6	29,7	22,4	17,7	14,5	12,3
0,12	73,9	53,6	38,4	31,3	23,7	18,8	15,5	13,1
0,14	76,1	55,5	40,0	32,7	24,8	19,8	16,4	13,9
0.16	78,1	57,1	41,4	33,9	25,9	20,6	17,2	14,5
0,18	79,6	58,5	42,5	35,0	26,7	21,4	17,8	15,1
0,20	81,2	59,9	43,6	36,0	27,6	22,2	18,5	15,7
0,22	82,5	61,0	44,6	36,9	28,3	22,8	19,0	16,2
0,24	83,7	62,0	45,5	37,7	29,0	23,4	19,5	16,7
0,26	84,7	63,0	46,3	38,4	29,6	24,0	20,0	17,1
0,28	85,7	63,8	47,1	39,1	30,1	24,4	20,5	17,5
0,30	86,6	64,6	47,7	39,7	30,7	24,9	20,9	17,9
0,35	88,7	66,4	49,2	41,1	31,9	26,0	21,9	18,8
0,40	90,1	67,8	50,5	42,3	33,0	26,9	22,7	19,6
0,45	91,5	69,1	51,6	43,3	33,9	27,7	23,5	20,2
0,50	92,8	70,1	52,6	44,2	34,7	28,5	24,2	20,9
0,55	93,9	71,1	53,6	45,1	35,5	29,2	24,8	21,4
0,60	95,0	72,1	54,4	45,8	36,1	29,8	25,4	21,9
0,65	95,7	72,9	55,1	46,4	36,8	30,3	25,8	22,4
0,70	96,5	73,6	55,8	47,1	37,4	30,8	26,3	22,9
0,80	97,8	74,8	56,9	48,1	38,4	31,8	27,1	23,6
0,90	98,8	76,0	57,9	49,1	39,0	32,6	27,7	24,4
1,00	100,0	76,9	58,8	50,0	40,0	33,3	28,6	25,0
1,10	100,9	77,8	59,5	50,8	40,7	34,0	29,2	25,6
1,20	101,6	78,5	60,3	51,4	41,3	34,6	29,7	26,1
1,30	102,1	79,2	60,8	52,0	41,8	35,1	30,2	26,6
1,50	103,6	80,4	62,0	53,0	42,9	36,0	31,2	27,4
1,70	104,7	81,4	62,9	54,0	43,7	36,9	31,9	28,2
2,00	105,7	82,5	64,1	55,1	44,8	37,9	32,9	29,1
2,50	107,3	84,2	65,6	56,5	46,1	39,2	34,2	30,4
3,00	108,4	85,2	66,7	57,7	47,3	40,3	35,2	31,4
3,50	109,4	86,2	67,7	58,6	48,2	41,2	36,1	32,2
4,00	110,2	87,0	68,4	59,4	48,9	41,8	36,8	32,9
5,00	111,3	88,2	69,6	60,6	50,2	43,0	37,9	34,0
10,00	114,5	91,3	72,7	63,7	53,2	46,2	41,1	37,2
15,00	116,2	92,9	74,2	65,8	54,9	47,8	42,8	38,8

Заметим еще, что для естественных водотоков более подробные данные приводятся в гл. V; в табл. 17 вошли лишь некоторые категории естественных русел.

Для облегчения пользования формулой Гангилье-Куттера приводятся табл. 18 и табл. 19 (последняя — для „сокращенной формулы"), а также (для метров) график Гангилье-Куттера (см. График II в конце книги), где кривые линии отвечают различным написанным на них уклонам. С правой стороны графика построены кривые для „сокращенной" формулы Гангилье-Куттера. Пользование графиком поясним примером.

Пример 14. Дано: $R = 1{,}375$ *м*, $n = 0{,}025$, $J = 0{,}0002$; найти C. Находим $\sqrt{R} = 1{,}17$; соединяя прямой линией абсциссу „1,17" с точкой пересечения луча $n = 0{,}025$ и кривой для уклона 0,0002, читаем по оси ординат $C = 40{,}2$. По табл. 18 имеем $C = 40$.

§ 37. Формула Базена (Bazin, 1897 г.).

Эта формула имеет вид:

для метровых мер

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (253)$$

для саженных мер

$$C = \frac{59{,}6}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (254)$$

для футовых мер

$$C = \frac{157{,}6}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (255)$$

где коэфициент шероховатости γ имеет следующие значения:

ТАБЛИЦА 20.

(Общая таблица к формуле Bazin'a).

№	Род стенки	Коэфициент шероховатости:		
		Для метр.	Для саж.	Для фут.
I	Очень гладкие стенки (строганные доски, гладкая цементная штукатурка и т. д.) . . .	0,06	0,04	0,11
II	Гладкие стенки (нестроганные доски, тесовая и кирпичная кладка, бетонные и чугунные трубы, весьма хорошая бетонировка и др.)	0,16	0,11	0,29
III	Негладкие стенки (хорошая бутовая кладка, посредственная бетонировка) . . .	0,46	0,315	0,83
III bis	Промежуточная категория (грубая бутовая кладка; весьма грубая бетонировка по скале; замощение булыжником; стенки в плотных землистых грунтах, притом весьма хорошо содержимые; стенки, чисто высеченные в скале)	0,85	0,58	1,54
IV	Земляные стенки в обычном состоянии (сюда же — мощеные, но несколько заросшие стенки и т. п.)	1,30	0,89	2,35
V	Земляные русла, оказывающие сильное сопротивление (при плохом содержании; более значительных водорослях; скалистом с валунами или крупно-галечном дне и пр.)	1,75 [1])	1,20	3,17

[1]) Это значение γ, конечно, не является предельно-наибольшим (см. сноску к табл. 17).

ТАБЛИЦА 21.

Значения коэфициента C по формуле Bazin'a для метровых размеров.

R (м)	$\gamma = 0{,}06$	$\gamma = 0{,}16$	$\gamma = 0{,}46$	$\gamma = 0{,}85$	$\gamma = 1{,}30$	$\gamma = 1{,}75$
0,05	68,5	50,7	28,4	18,1	12,8	9,9
0,06	69,8	52,6	30,2	19,4	13,8	10,7
0,07	70,9	54,2	31,7	20,6	14,7	11,4
0,08	71,8	55,6	33,1	21,7	15,5	12,1
0,09	72,5	56,7	34,4	22,7	16,3	12,7
0,10	73,1	57,7	35,5	23,6	17,0	13,3
0,11	73,6	58,7	36,5	24,4	17,7	13,9
0,12	74,1	59,5	37,4	25,2	18,3	14,4
0,13	74,6	60,2	38,2	25,9	18,9	14,9
0,14	75,0	60,9	39,0	26,7	19,4	15,3
0,15	75,3	61,5	39,7	27,2	19,9	15,8
0,16	75,6	62,1	40,5	27,8	20,4	16,2
0,17	75,9	62,7	41,2	28,4	20,9	16,6
0,18	76,2	63,2	41,8	29,0	21,4	17,0
0,19	76,5	63,6	42,4	29,5	21,8	17,3
0,20	76,7	64,1	42,9	30,0	22,3	17,7
0,21	76,9	64,5	43,5	30,5	22,7	18,1
0,22	77,1	64,9	44,0	30,9	23,1	18,4
0,23	77,3	65,2	44,4	31,4	23,4	18,7
0,24	77,5	65,5	44,8	31,8	23,8	19,0
0,25	77,6	65,9	45,3	32,2	24,2	19,3
0,26	77,8	66,2	45,7	32,6	24,5	19,6
0,27	78,0	66,5	46,1	33,0	24,8	19,9
0,28	78,1	66,8	46,5	33,4	25,2	20,2
0,29	78,3	67,0	46,9	33,7	25,5	20,5
0,30	78,4	67,3	47,3	34,1	25,8	20,7
0,31	78,5	67,6	47,6	34,3	26,1	21,0
0,32	78,6	67,8	47,9	34,7	26,4	21,2
0,33	78,8	68,0	48,2	35,1	26,7	21,5
0,34	78,9	68,2	48,5	35,4	26,9	21,7
0,35	79,0	68,4	48,8	35,7	27,2	22,0
0,36	79,1	68,6	49,2	36,0	27,5	22,2
0,37	79,2	68,8	49,5	36,3	27,7	22,4
0,38	79,2	69,0	49,8	36,6	28,0	22,7
0,39	79,3	69,2	50,1	36,8	28,2	22,9

(Продолжение табл. 21)

R (м)	$\gamma = 0{,}06$	$\gamma = 0{,}16$	$\gamma = 0{,}46$	$\gamma = 0{,}85$	$\gamma = 1{,}30$	$\gamma = 1{,}75$
0,40	79,4	69,4	50,4	37,1	28,5	23,1
0,41	79,5	69,6	50,6	37,4	28,7	23,3
0,42	79,6	69,7	50,9	37,6	28,9	23,5
0,43	79,7	69,9	51,1	37,9	29,2	23,7
0,44	79,7	70,1	51,4	38,1	29,4	23,9
0,45	79,8	70,2	51,6	38,4	29,6	24,1
0,46	79,9	70,4	51,8	38,6	29,8	24,3
0,47	80,0	70,5	52,0	38,8	30,0	24,5
0,48	80,0	70,6	52,3	39,1	30,2	24,7
0,49	80,1	70,8	52,5	39,3	30,4	24,8
0,50	80,2	70,9	52,7	39,5	30,6	25,0
0,55	80,4	71,5	53,7	40,5	31,6	25,9
0,60	80,7	72,1	54,6	41,4	32,5	26,7
0,65	80,9	72,6	55,4	42,3	33,3	27,4
0,70	81,1	73,0	56,1	43,1	34,1	28,1
0,75	81,3	73,4	56,8	43,9	34,8	28,8
0,80	81,5	73,8	57,4	44,6	35,5	29,4
0,85	81,7	74,1	58,0	45,2	36,1	30,0
0,90	81,8	74,4	58,6	45,9	36,7	30,6
0,95	81,9	74,7	59,1	46,5	37,3	31,1
1,00	82,0	75,0	59,6	47,0	37,8	31,6
1,10	82,2	75,4	60,5	48,0	38,8	32,6
1,20	82,4	75,9	61,3	48,9	39,7	33,5
1,30	82,6	76,3	62,0	49,8	40,6	34,3
1,40	82,8	76,6	62,6	50,6	41,4	35,1
1,50	82,9	76,9	63,2	51,3	42,2	35,8
1,60	83,0	77,2	63,8	52,0	42,9	36,5
1,70	83,1	77,5	64,3	52,6	43,6	37,1
1,80	83,2	77,7	64,8	53,2	44,2	37,7
1,90	83,3	77,9	65,2	53,8	44,8	38,3
2,00	83,4	78,1	65,6	54,3	45,3	38,9
2,20	83,6	78,5	66,4	55,3	46,4	39,9
2,40	83,7	78,8	67,1	56,2	47,3	40,8
2,60	83,8	79,1	67,7	57,0	48,1	41,7
2,80	83,9	79,4	68,2	57,7	48,9	42,5
3,00	84,0	79,6	68,7	58,3	49,7	43,3
3,20	84,1	79,8	69,2	58,9	50,4	44,0
3,40	84,2	80,0	69,6	59,5	51,0	44,6
3,60	84,3	80,2	70,0	60,1	51,6	45,2
3,80	84,4	80,4	70,4	60,6	52,2	45,8
4,00	84,4	80,5	70,7	61,0	52,7	46,4
4,50	84,6	80,9	71,5	62,1	53,9	47,6
5,00	84,7	81,2	72,1	63,0	55,0	48,8
5,50	84,8	81,4	72,7	63,8	56,0	49,8
6,00	84,9	81,6	73,2	64,6	56,8	50,7

В общей таблице значения γ даны для метровых, саженных и футовых мер, соответственно трем формулам (253 — 255). Для любых же мер

$$C=\frac{87\sqrt{a}}{1+\frac{\gamma_м\sqrt{a}}{\sqrt{R}}}, \quad \ldots \quad (256)$$

где a — переходный множитель от метровой к данной мере (как и в § 36); так, например, для сантиметров $\sqrt{a}=\sqrt{100}=10$.

Пользование формулой Bazin'a облегчается табл. 21. Кроме того, для формулы $V=C\sqrt{RJ}$, при C по Bazin'y, даем общую номограмму д'Оканя (d'Ocagne) для различных коэфициентов шероховатости γ, для метровой меры (см. График III в конце книги).

Пример 15. Дано: $R=1$ *м*, $J=0{,}0004$, $\gamma=0{,}85$; найти V; по номограмме (фиг. 64), соединяя прямой линией точки $\gamma=0{,}85$ и $R=1$, замечаем точку пересечения „x" этой прямой с осью (C); затем, соединяя точку „x" с точкой $J=0{,}0004$, читаем скорости по наклонной оси (V). В данном случае будет $V=0{,}93$ *м/сек.*

Вычисляя, имеем $V=C\sqrt{RJ}=0{,}94$ *м/сек* (расходимость $\cong 1\%$).

Формула Базена иногда именуется „новой формулой Базена", что является лишь пережитком того времени, когда она была действительно новой (1897 г.) и когда такое наименование имело некоторый смысл, если вспомнить, что формула Дарси-Базена иногда называлась „старой формулой Базена". В настоящее время выражение „новая формула Базена", конечно, должно быть совершенно оставлено.

Теперь несколько остановимся на связи между коэфициентом шероховатости γ по Базену и n по Гангилье-Куттеру. При грубом подходе к этому вопросу, на основании сопоставления лишь даваемых в таблицах словесных характеристик различных смоченных поверхностей, нередко принимают, что соотношение между коэфициентами n и γ приблизительно выражается таким образом:

$$\left.\begin{array}{l} n=0{,}010;\ 0\,013;\ 0{,}017;\ 0{,}020;\ 0{,}025;\ 0{,}030; \\ \gamma=0{,}06;\ \ 0{,}16;\ \ 0{,}46;\ \ 0{,}85;\ \ 1{,}30;\ \ 1{,}75, \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (257)$$

но такой подход к вопросу не может быть назван в целом правильным.

В самом деле, необходимо учесть, что соответствие между n и γ, как видим из формул (248) и (253), вообще будет различно при разных величинах R и J. Если даже в формуле Гангилье-Куттера не считаться с влиянием уклона и пользоваться „сокращенной" формулой (251), то и тогда, в зависимости от величины гидравлического радиуса R, получаем большие колебания значений γ, соответствующих одним и тем же величинам n (табл. 22).

Таблица эта составлена на том основании, что, при соответствии между коэфициентами γ и n (последний — в „сокращенной" формуле Гангилье-Куттера), очевидно, имеем:

$$C=\frac{87}{1+\frac{\gamma}{\sqrt{R}}}=\frac{23+\frac{1}{n}}{1+\frac{23n}{\sqrt{R}}}, \quad \ldots \quad (258)$$

откуда

$$\gamma=\frac{87(\sqrt{R}+23n)}{23+\frac{1}{n}}-\sqrt{R} \quad \ldots \quad (259)$$

ТАБЛИЦА 22.

n	γ по Базену при гидравлическом радиусе (в метрах)					Колебания значений γ	
	$R=0{,}05$	$R=0{,}5$	$R=1{,}0$	$R=5{,}0$	$R=15{,}0$	от	до
0,009	0,056	—0,113	—0,22	—0,63	—1,24	0,056	—1,24
0,010	0,097	—0,042	—0,13	—0,49	—0,97	0,097	—0,97
0,011	0,141	0,028	—0,04	—0,33	—0,73	0,141	—0,73
0,012	0,185	0,099	0,04	—0,18	—0,46	0,185	—0,46
0,013	0,231	0,169	0,13	—0,02	—0,23	0,231	—0,23
0,014	0,279	0,241	0,22	0,111	0	0,279	0,00
0,015	0,328	0,311	0,31	0,358	0,22	0,328	0,22
0,017	0,429	0,470	0,48	0,559	0,66	0,429	0,66
0,018	0,482	0,537	0,56	0,693	0,85	0,482	0,85
0,020	0,591	0,685	0,74	0,984	1,28	0,591	1,28
0,0225	0,733	0,876	0,96	1,32	1,78	0,733	1,78
0,025	0,880	1,07	1,17	1,65	2,25	0,880	2,25
0,0275	1,03	1,26	1,39	1,96	2,71	1,03	2,71
0,030	1,19	1,46	1,61	2,26	3,18	1,19	3,18
0,035	1,51	1,84	2,04	2,88	4,03	1,51	4,03
0,040	1,85	2,24	2,48	3,48	4,80	1,85	4,80
0,050	2,56	3,06	3,35	4,60	6,27	2,56	6,27

В табл. 22 мы довели значение n лишь до 0,050, так как не видим здесь (в главе IV) надобности в рассмотрении более высоких значений этого коэфициента, поскольку они не входят[1]) и в „общую табл. 17. Как видим, пользование табл. 22 весьма неудобно в виду сравнительно больших колебаний „соответственных" значений коэфициента γ, а потому приводим здесь, по данным инж. Контессини (Contessini)[2]), таблицу приблизительных „осредненных" соответствий между n и γ (табл. 23); таблица эта, во всяком случае, предпочтительнее соотношений (257).

ТАБЛИЦА 23.

n	Осредненное значение γ	n	Осредненное значение γ
0,012	0,06	0,0225	1,00
0,013	0,10	0,025	1,25
0,014	0.16	0,030	1,75
0,017	0.46	0,035	2,20
0.020	0,75	0,040	2,72

[1]) См. сноску к табл. 17.

[2]) „Annali dei lavori publici", Febr. 1925 (краткое изложение см. в „Вестнике Ирригации", № 3, 1928, стр. 65).—Отметим, что в табл. 23 мы считаем коэфициент n за основную величину и к нему даем „соответствующие" значения γ.

§ 38. Общие сведения о показательных формулах.

Указанные выше и им подобные формулы для коэфициента C обыкновенно именуются „квадратичными". Это наименование произошло от того внешнего вида, который имеют, при применении этих формул, выражения для удельного сопротивления по длине потока τ_0. В самом деле, взяв основное ур-ие равномерного движения (185)

$$\frac{\tau_0}{\gamma} = -RJ \text{ [1]}$$

и поставив для произведения RJ значение его из формулы Шези, имеем для величины $\frac{\tau_0}{\gamma}$:

$$\frac{\tau_0}{\gamma} = -\frac{V^2}{C^2}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (260)$$

вводя обозначение

$$\frac{1}{C^2} = A, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (261)$$

вместо (260) получим:

$$\frac{\tau_0}{\gamma} = -AV^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (262)$$

В выражения (260) или (262) входит квадрат средней скорости V; коэфициент A (как и C) не является постоянным, но определяется по вышеуказанным формулам для C.

Вводя вместо C коэфициент A по (261), для гидравлического градиента [2]) J вместо известного уже нам выражения

$$J = \frac{V^2}{C^2 R}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (263)$$

получим:

$$J = \frac{AV^2}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (264)$$

Наконец, для сопоставления с некоторыми дальнейшими выражениями, напишем формулу Шези в виде:

$$V = C\sqrt{RJ} = CR^{0,5} J^{0,5} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (265)$$

При так называемых „показательных формулах" вместо (265) для скорости V имеем выражения вида:

$$V = C' R^Y J^Z, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (266)$$

где C'—уже не коэфициент Шези, а некоторый численный коэфициент, величина которого изменяется только в зависимости от шероховатости стенок; Y и Z суть некоторые показатели степени, зависящие от рода сте-

---

[1]) Здесь γ — объемный вес жидкости; отметим, что кроме того через γ обозначается коэфициент шероховатости в формуле Базена (§ 37).

[2]) Термин этот, при рассмотрении равномерного движения жидкости, как известно, равносилен термину „пьезометрический уклон", почему при этом здесь и в дальнейшем пользуемся обозначением J.

нок[1]). Формула (266) не представляет чего-либо принципиального нового по сравнению с (265), так как формула (266) может быть написана в виде

$$V = C' R^{y} J^{z} \cdot R^{0,5} \cdot J^{0,5}, \quad \ldots \quad (267)$$

где

$$y = Y - 0{,}5; \quad \ldots \quad (268)$$

$$z = Z - 0{,}5, \quad \ldots \quad (269)$$

причем из сравнения (265) и (267) ясно, что коэфициент Шези в показательных формулах имеет вид:

$$C = C' R^{y} J^{z} \quad \ldots \quad (270)$$

Из (266) имеем для гидравлического уклона (или для потери напора на единицу длины потока) показательную формулу:

$$J = \frac{A' V^{m}}{R^{p}}, \quad \ldots \quad (271)$$

где для показателей m и p и для коэфициента A' (эти величины зависят[2]) от рода стенок) имеем следующие выражения:

$$m = \frac{1}{Z} = \frac{1}{z + 0{,}5}; \quad \ldots \quad (272)$$

$$p = \frac{Y}{Z} = \frac{y + 0{,}5}{z + 0{,}5}; \quad \ldots \quad (273)$$

$$A' = \frac{1}{(C')^{\frac{1}{Z}}} = \frac{1}{(C')^{m}} \quad \ldots \quad (274)$$

Заметим, что для коэфициента Шези, кроме выражения (270), где C связано с величинами R и J, можно дать и другое выражение, в котором C связано с R и V, а именно:

$$C = \frac{1}{\sqrt{A'}} \cdot V^{1 - \frac{m}{2}} \cdot R^{\frac{p}{2} - \frac{1}{2}}, \quad \ldots \quad (275)$$

или

$$C = (C')^{\frac{m}{2}} \cdot V^{1 - \frac{m}{2}} \cdot R^{\frac{p}{2} - \frac{1}{2}} \quad \ldots \quad (276)$$

Имея два последних выражения для коэфициента C, по (260) получаем такую зависимость для величины $\frac{\tau_0}{\gamma}$:

$$\frac{\tau_0}{\gamma} = \frac{V^2}{C^2} = \frac{V^m}{(C')^m R^{p-1}} = \frac{A' V^m}{R^{p-1}}, \quad \ldots \quad (277)$$

---

[1]) Нередко различными авторами показательным формул (не только „специальных", но и „общих") величины Y и Z принимаются постоянными, независимо от рода стенок; это же замечание можно повторить и о показателях y и z, входящих в формулу (270) для коэфициента C. С другой стороны, отметим здесь же, что, по нашим исследованиям, величина показателя Y (а следовательно — и показателя y) зависит не только от рода стенок, но и от гидравлического радиуса R (см. § 40).

[2]) Понятно, что предыдущая сноска относится также и к показателям m и p.

т. е. вместо квадратичной формулы (260) или (262) приходим для удельного сопротивления к выражению, в которое средняя скорость V входит с показателем m.

При практических расчетах с помощью указанных показательных формул применяется как зависимость (266), так и зависимость (271). Выражение (266) будем называть показательной формулой I вида, выражение (271)—показательной формулой II вида. При этом и коэфициент Шези имеем в двух видах: I вид—по зависимости (270), II вид—по (275)—(276); для коэфициента C на практике применяется почти исключительно I вид.

При гидравлических расчетах иногда может встретиться надобность в переходе от первого вида показательной формулы (266) ко второму виду (271) или обратно, что делается следующим образом.

1) Переход от I вида ко II виду. При этом известны характерные величины I вида: C', Y, Z (или, что безразлично, C', y, z), а потому характерные величины II вида определяем непосредственно по данным выше зависимостям: (272), (273) и (274) для m, p и A'.

2) Переход от II вида к I виду. Для II вида характерны величины: A', m и p; зная их, находим характерные величины I вида (C', Y, Z или C', y, z) по следующим формулам, легко получаемым из (272) — (274):

$$Z = \frac{1}{m}; \qquad z = \frac{1}{m} - \frac{1}{2}; \quad \ldots \ldots \quad (278)$$

$$Y = \frac{p}{m}; \qquad y = \frac{p}{m} - \frac{1}{2}; \quad \ldots \ldots \quad (279)$$

$$C' = \frac{1}{(A')^{\frac{1}{m}}} = \frac{1}{(A')^{Z}} = \frac{1}{(A')^{z+0.5}} \quad \ldots \ldots \quad (280)$$

Чтобы закончить вопрос о классификации показательных формул, нам необходимо здесь вкратце остановиться на численных значениях показателя m, входящего в формулу (271). Из произведенных многих опытов ясно видно увеличение этого показателя по мере возрастания шероховатости стенок. При этом наибольшее значение m, по весьма многочисленным данным, есть $m_{max} = 2$; с другой стороны, за наименьшее значение m, полученное для весьма гладких стенок, можно считать величину $m = 1{,}75 = \frac{7}{4}$. Таким образом, при турбулентном движении величина показателя m вообще колеблется в пределах:

$$m = 1{,}75 - 2{,}00 \quad \ldots \ldots \quad (281)$$

Однако, в значительном большинстве случаев практики, при тех типах шероховатости стенок, которые мы имеем в гидротехнике, можно принимать в качестве расчетного именно наибольшее значение показателя: $m = 2$; исключением являются сравнительно гладкие стенки, для которых $m < 2$. Необходимо заметить, что такие стенки имеют не только теоретическое, но и практическое значение; таковы, например, стенки некоторых видов труб, о которых будет сказано ниже (в главе VI). Как известно из теории гидравлики, наличие значения $m < 2$ объясняется некоторым влиянием вязкости на величину удельного сопротивления при турбулентном движении, тогда как значение $m = 2$ отвечает тем весьма многочисленным случаям, когда вязкость вовсе не оказывает такого влияния [1]).

[1]) Подробнее см., напр., в нашей книге: „Гидравлика", ч. I. Ленинград, 1928, стр. 327.

В соответствии со сказанным мы будем в дальнейшем различать две группы показательных формул: а) простые показательные формулы (при $m=2$) и б) сложно-показательные формулы (при $m<2$), причем в каждой из этих групп, конечно, имеются формулы как I вида (266), так и II вида (271).

При $m=2$ внешний вид указанных выше показательных формул несколько упрощается [1]). Так, II вид формул по (271) получим в форме:

$$J=\frac{A'V^2}{R^p}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (282)$$

для I вида по (278) найдем: $Z=\frac{1}{2}$; $z=0$, а потому вместо (266) будет:

$$V=C'R^YJ^{1/2}=C'R^{y+0,5}J^{0,5}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (283)$$

и для коэфициента Шези вместо (270) получим:

$$C=C'R^y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (284)$$

Для простых показательных формул зависимости, служащие для перехода от I вида этих формул (283) ко II виду (282) и обратно, конечно, также упрощаются по сравнению с более общими зависимостями (272) — (274) и (278) — (280), применяемыми при сложно-показательных формулах. В самом деле, для простых показательных формул переходные зависимости таковы:

1) Для перехода от I вида ко II виду:

$$p=2Y=2y+1; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (285)$$

$$A'=\frac{1}{(C')^2}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (286)$$

2) Для перехода от II вида к I виду:

$$Y=\frac{p}{2}; \qquad y=\frac{p-1}{2}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (287)$$

$$C'=\frac{1}{\sqrt{A'}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (288)$$

Пользуясь формулами простого показательного типа, для среднего удельного сопротивления по (277) при $m=2$ получим выражение:

$$\frac{\tau_0}{\gamma}=-\frac{A'V^2}{R^{p-1}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (289)$$

в которое входит квадрат средней скорости. Таким образом, формулы простого показательного типа по существу являются квадратичными в отношении выражаемого ими закона удельного сопротивления при движении жидкости.

§ 39. Формулы Маннинга и Форхгеймера.

Из показательных формул в настоящей главе мы приводим лишь главнейшие формулы простого показательного типа; что касается сложно-показательных формул, то наиболее важные из них даются в главе VI, при рассмотрении специальных расчетных формул для напорных трубопроводов.

[1]) Этим и объясняется предложенное нами наименование для формул этого типа („простые показательные формулы").

1°. Формула Маннинга (Manning, 1890 г). В формуле (284) для коэфициента Шези

$$C = C' R^y$$

Маннинг принимает для показателя y постоянное значение:

$$y = \frac{1}{6} = 0{,}167; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (290)$$

что же касается коэфициента C', то величину его, на основании обработки различных опытных данных по открытым руслам и трубопроводам, Маннинг связывает непосредственно с коэфициентом шероховатости n по Гангилье-Куттеру при помощи зависимости:

$$C' = \frac{1}{n} \text{ (для метр.)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (291)$$

и

$$C' = \frac{1{,}486}{n} \text{ (для фут.)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (292)$$

Таким образом, для коэфициента Шези C по Маннингу имеем:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} = \frac{1}{n} R^{0{,}167} \text{ (для метр.)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (293)$$

и

$$C = \frac{1{,}486}{n} R^{1/6} = \frac{1{,}486}{n} R^{0{,}167} \text{ (для фут.)} \quad \ldots \ldots \quad (294)$$

При этом по (283) для средней скорости V в метровых мерах будет (I вид показательных формул):

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} J^{1/2} = \frac{1}{n} R^{0{,}667} J^{0{,}5}; \quad \ldots \ldots \quad (295)$$

что же касается гидравлического градиента J, то для него по (282) найдем (II вид показательных формул):

$$J = \frac{n^2 V^2}{R^{1{,}33}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (296)$$

так как в выражении (282) показатель p по (285) равен $2y + 1 = 1{,}33$, коэфициент же A' определен по (286) и (291):

$$A' = \frac{1}{(C')^2} = n^2. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (297)$$

Значения C по формуле Маннинга приводятся в табл. 24 (в метровых мерах).

2°. Формула Форхгеймера (Forchheimer, 1923 г.). В виду сравнительной новизны этой формулы скажем сначала несколько слов об обстоятельствах ее появления и о тех опытных материалах, которые положены в основу при ее разработке.

В журнале „Wasserkraft" от 15 апреля 1920 г., за подписью нескольких известных немецких профессоров-гидротехников, было опубликовано обращение к гидротехническим предприятиям и промышленным фирмам и к отдельным специалистам по поводу необходимости производства новых опытов над

ТАБЛИЦА 24

Значения коэфициента C по формуле Manning'a для метровых размеров.

Гидравл. радиус в метр. R	Величины n							
	0,010	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
0,05	60,7	45,7	35,2	30,4	24,3	20,2	17,6	15,2
0,06	62,6	48,2	36,3	31,3	25,0	20,9	18,2	15,6
0,07	64,2	49,4	37,2	32,1	25,7	21,4	18,6	16,0
0,08	65,6	50,5	38,0	32,8	26,2	21,9	19,0	16,4
0,10	68,1	52,4	39,5	34,0	27,2	22,7	19,7	17,0
0,12	70,2	54,1	40,7	35,1	28,1	23,4	20,4	17,5
0,14	72,1	55,6	41,8	36,0	28,8	24,0	20,9	18,0
0,16	73,6	56,7	42,7	36,8	29,4	24,5	21,3	18,4
0,18	75,2	57,9	43,6	37,6	30,1	25,1	21,8	18,8
0,20	76,5	58,9	44,4	38,2	30,6	25,5	22,2	19,1
0,22	77,7	59,8	45,1	38,8	31,1	25,9	22,5	19,4
0,24	78,8	60,7	45,7	39,4	31,5	26,3	22,9	19,7
0,26	79,9	61,5	46,3	39,9	32,0	26,6	23,2	20,0
0,28	80,9	62,3	46,9	40,4	32,4	27,0	23,5	20,2
0,30	81,8	63,0	47,4	40,9	32,7	27,3	23,7	20,4
0,35	83,9	64,6	48,7	42,0	33,6	28,0	24,3	21,0
0,40	85,8	66,1	49,8	42,9	34,3	28,6	24,9	21,4
0,45	87,5	67,4	50,7	43,8	35,0	29,2	25,4	21,9
0,50	89,1	68,6	51,7	44,6	35,6	29,7	25,8	22,3
0,55	90,5	69,7	52,5	45,3	36,2	30,2	26,2	22,6
0,60	91,8	70,7	53,2	45,9	36,7	30,6	26,6	22,9
0,65	93,1	71,7	54,0	46,6	37,2	31,0	27,0	23,3
0,70	94,2	72,5	54,6	47,1	37,7	31,4	27,3	23,6
0,80	96,4	74,2	55,9	48,2	38,6	32,1	28,0	24,1
0,90	98,3	75,7	57,0	49,1	39,3	32,8	28,5	24,6
1,00	100,0	77,0	58,0	50,0	40,0	33,3	29,0	25,0
1,10	101,6	78,2	58,9	50,8	40,6	33,9	29,5	25,4
1,20	103,1	79,4	59,8	51,5	41,2	34,4	29,9	25,8
1,30	104,5	80,5	60,6	52,2	41,8	34,8	30,3	26,1
1,50	107,0	82,4	62,1	53,5	42,8	35,7	31,0	26,7
1,70	109,2	84,1	63,3	54,6	43,7	36,4	31,7	27,3
2,00	112,0	86,2	65,0	56,0	44,8	37,3	32,5	28,0
2,50	116,5	89,7	67,6	58,2	46,6	38,8	33,8	29,1
3,00	120,0	92,4	69,6	60,0	48,0	40,0	34,8	30,0
3,50	123,2	94,9	71,5	61,6	49,3	41,1	35,7	30,8
4,00	126,0	97,0	73,1	63,0	50,4	42,0	36,5	31,5
5,00	131,0	100,8	76,0	65,5	52,4	43,7	38,0	32,7
10,00	147,0	113,1	85,3	73,5	58,8	49,0	42,6	36,7
15,00	157,0	120,9	91,1	78,5	62,8	52,3	45,5	39,4

ТАБЛИЦА 25.

Значения коэфициента C по формуле Forchheimer'a для метровых размеров.

R (м) \ n	0,010	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
0,05	54,9	42,2	32,3	27,5	22,0	18,3	15,7	13,7
0,06	57,0	43,8	33,5	28,5	22,8	19,0	16,3	14,2
0,07	58,7	45,2	34,6	29,4	23,5	19,6	16,8	14,7
0,08	60,3	46,4	35,5	30,2	24,1	20,1	17,2	15,1
0,10	63,1	48,5	37,1	31,5	25,2	21,0	18,0	15,8
0,12	65,4	50,3	38,5	32,7	26,2	21,8	18,7	13,4
0,14	67,5	51,9	39,7	33,7	27,0	22,5	19,3	16,9
0,16	69,3	53,3	40,8	34,7	27,7	23,1	19,8	17,3
0,18	71,0	54,6	41,7	35,5	28,4	23,6	20,3	17,7
0,20	72,6	55,7	42,6	36,2	29,0	24,2	20,7	18,1
0,22	73,9	56,8	43,4	36,9	29,5	24,6	21,1	18,5
0,24	75,2	57,8	44,2	37,6	30,1	25,1	21,5	18,8
0,26	76,4	58,7	44,9	38,2	30,6	25,5	21,8	19,1
0,28	77,5	59,6	45,6	38,8	31,0	25,8	22,1	19,4
0,30	78,6	60,5	46,2	39,3	31,4	26,2	22,5	19,7
0,35	81,1	62,3	47,7	40,5	32,4	27,0	23,2	20,3
0,40	83,3	64,0	49,0	41,6	33,3	27,7	23,8	20,8
0,45	85,2	65,6	50,1	42,6	34,1	28,4	24,3	21,3
0,50	87,1	67,0	51,2	43,5	34,8	29,0	24,9	21,8
0,55	88,7	68,2	52,2	44,4	35,5	29,6	25,3	22,2
0,60	90,3	69,4	53,1	45,1	36,1	30,1	25,8	22,6
0,65	91,7	70,6	54,0	45,9	36,7	30,6	26,2	22,9
0,70	93,1	71,6	54,8	46,6	37,2	31,0	26,6	23,3
0,80	95,6	73,6	56,2	47,5	38,3	31,9	27,3	23,9
0,90	97,9	75,3	57,6	49,0	39,2	32,6	28,0	24,5
1,00	100,0	76,9	58,8	50,0	40,0	33,3	28,6	25,0
1,10	101,9	78,4	59,9	51,0	40,8	34,0	29,1	25,5
1,20	103,7	79,8	61,0	51,9	41,5	34,6	29,6	25,9
1,30	105,4	81,1	62,0	52,7	42,1	35,1	30,1	26,3
1,50	108,4	83,4	63,8	54,2	43,4	36,1	31,0	27,1
1,70	111,2	85,5	65,4	55,6	44,5	37,1	31,8	27,8
2,00	114,9	83,4	67,6	57,4	45,9	38,3	32,8	28,7
2,50	120,1	92,4	70,6	60,1	48,0	40,0	34,3	30,0
3,00	124,6	95,8	73,3	62,3	49,8	41,5	35,6	31,1
3,50	128,5	98,8	75,6	64,2	51,4	42,8	36,7	32,1
4,00	132,0	101,5	77,6	66,0	52,8	44,0	37,7	33,0
5,00	138,0	106,1	81,2	67,0	55,2	46,0	39,4	34,5
10,00	158,5	121,9	93,2	79,2	63,4	52,8	45,3	39,6
15,00	171,9	132,2	101,1	85,9	68,7	57,3	49,1	43,0

движением воды в каналах. Этот призыв имел успех, и гидротехника обогатилась несколькими новыми опытами, относящимися к большим каналам и произведенными по точным современным методам.

Прооф. Ф. Форхгеймер (Philipp Forchheimer) обработал [1]) эти данные (по каналам: Frostberg — Tacherting, Garching — Neukirchen, Stetenhofen и два канала предприятия Uppenborn), присоединив к ним также данные новых опытов по некоторым другим каналам в Европе (бетонное русло р. Вены, канал Аачан в Швейцарии и некоторые другие). Все эти опыты весьма ценны именно благодаря большим размерам каналов (гидравлический радиус $R = \sim 2 - 3$ *м*); число наблюдений по этим каналам составляет около 200. Форхгеймер рассмотрел также новые американские опыты по бетонным трубам, собранные в 1920 г. инж. Scobey, а кроме того—старые опыты Bazin'a по каналам и несколько (сравнительно немного) отдельных опытных данных других исследователей по каналам и трубам. Водопроводных труб Форхгеймер в своей работе почти не касался.

В результате своих исследований Форхгеймер дал для коэфициента Шези формулу (метровые размеры):

$$C = \frac{1}{n} R^{1/5} = \frac{1}{n} R^{0,2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (298)$$

Сравнивая эту формулу с выражением (284), видим, что для показателя y Форхгеймер принимает постоянное значение:

$$y = \frac{1}{5} = 0,2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (299)$$

а для коэфициента C', на основании новых опытных данных, он считает возможным, как и Маннинг, положить:

$$C' = \frac{1}{n} \text{ (для метр.)}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (300)$$

где n берется по шкале Гангилье-Куттера

При этом для скорости V по (283) находим (I вид показательных формул):

$$V = \frac{1}{n} R^{0,7} J^{0,5}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (301)$$

II вид (для гидравлического градиента J) по Форхгеймеру будет:

$$J = \frac{n^2 V^2}{R^{1,4}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (302)$$

что легко получаем из (282), где по (285) $p = 2y + 1 = 1,4$, а коэфициент A' определяется, как в (297).

Значения коэфициента Шези C по формуле Форхгеймера приводятся в табл. 25.

§ 40. Предлагаемая нами формула (1925 г.).

В выражении для коэфициента Шези

$$C = C' R^y$$

не только Маннинг и Форхгеймер, но и ряд других авторов, считая показатель y постоянным, придают ему, в сущности, некоторое осредненное

[1]) Ph. Forchheimer, „Der Durchfluss des Wassers durch Röhren und Gräben", Berlin, 1923.

значение, получаемое по их опытам, которое у разных авторов выходит, естественно, различным. Между тем уже из общего обзора опытных данных по открытым руслам и трубопроводам нетрудно обнаружить, что величина y изменяется с шероховатостью стенок, но закономерность этого изменения до 1925 г. не была найдена. Такое положение вопроса не могло считаться удовлетворительным, и потому нами в 1925 г. была выполнена работа, направленная к выяснению величин показателя y.

Для этой цели, конечно, пришлось обратиться к эмпирическим материалам—сравнительно новым, технически достаточно совершенным и по возможности охватывающим разнообразные условия водотоков. В качестве таких материалов нами и были подвергнуты рассмотрению и обработке, главным образом, данные следующих опытов по равномерному движению:

1) опыты United States Reclamation Service [1]);

2) опыты, изложенные американским инженером Ivan Houk [2]);

3) опыты, сводка коих дана проф. Forchheimer'ом [3]).

Имея около 300 опытных точек, мы и пришли к предлагаемым ниже формулам (307)—(308). Кроме того, эти формулы были сопоставлены нами (в 1926 г.) с данными средне-азиатских опытов на оросительных каналах [4]), причем было рассмотрено около 300 опытных точек с вполне удовлетворительными результатами для предлагаемой формулы. Дадим теперь здесь краткие сведения о ней.

В выражении (284) для коэфициента Шези

$$C = C' R^y$$

мы нашли правильным, как и ряд других авторов, принять в метровых размерах

$$C' = \frac{1}{n}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (303)$$

так что указанное выражение (284) для C более определенно перепишется в виде $C = \frac{1}{n} R^y$.

Логарифмируя эту зависимость, имеем:

$$\log C = \log \frac{1}{n} + y \log R, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (304)$$

откуда

$$y = \frac{\log C + \log n}{\log R} = \frac{\log (Cn)}{\log R}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (305)$$

если в правой части все величины известны по опытным данным, то зависимость (305) уже нетрудно подвергнуть графической обработке для определения величины y.

При такой обработке нами прежде всего установлено, что величина показателя y зависит не только от шероховатости стенок водотока, но и от величины гидравлического радиуса R. Поэтому основная задача нашей работы состояла в том, чтобы по имевшимся данным подобрать наиболее удовлетворительную эмпирическую зависимость для величины y, как

---

[1]) См., напр.: Moritz, „Working Data for Irrigation Engineers", New York, 1915, p. 52—58.

[2]) „Calculation of Flow in Open Channels," Dayton, Ohio, 1918.

[3]) См. его работу (1923 г.), указанную в сноске к предыдущему параграфу.

[4]) См. разные номера „Вестника Ирригации" (Ташкент) за 1923—1926 гг.

функции от коэфициента шероховатости n и гидравлического радиуса R:

$$y = f(n, R) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (306)$$

В связи со сказанным все имевшиеся у нас опытные данные оказалось необходимым разделить на несколько групп, по величине гидравлического радиуса; обработка материала велась нами для следующих четырех групп: 1) при $R \leqslant 0{,}3$ *м* (главным образом, $R = 0{,}1 - 0{,}3$ *м*); 2) при $R = 0{,}3 - 1{,}0$ *м*; 3) при $R = 1{,}0 - 3{,}0$ *м*; 4) при $R > 3$ *м*. Коэфициенты шероховатости изменялись от $n = 0{,}011$ до $n = 0{,}035$ (в немногих случаях — до $n \cong 0{,}040$).

В результате названной графической обработки, для коэфициента Шези C нами предложена следующая формула простого показательного типа

$$C = \frac{1}{n} R^{y}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (307)$$

где n — коэфициент шероховатости по шкале Гангилье-Куттера (см. табл. 17) и где показатель y имеет не постоянное, но переменное значение, в зависимости от величины коэфициента шероховатости n и гидравлического радиуса R, причем выражение для показателя y по нашим исследованиям таково (для метровых размеров):

$$y = 2{,}5\sqrt{n} - 0{,}13 - 0{,}75\sqrt{R}\,(\sqrt{n} - 0{,}10) \quad \ldots \ldots \quad (308)$$

В соответствии с использованными опытными данными, эта зависимость дается нами для значений гидравлических радиусов R, лежащих в пределах:

$$0{,}1 \leqslant R \leqslant 3{,}0 \text{ м}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (309)$$

и для указанных выше пределов коэфициентов шероховатости:

$$\text{от } n = 0{,}011 \text{ до } n = 0{,}035 - 0{,}040 \quad \ldots \ldots \quad (310)$$

Что касается значений $R > 3{,}0$ *м*, то для таковых мы не располагали достаточным эмпирическим материалом и имели лишь некоторые отдельные опытные точки, что не позволило уложить эти точки в какую-либо определенную формулу для показателя y.

По поводу зависимости (308) отметим еще, что эту несколько сложную (но зато достаточно охватывающую имевшиеся опытные данные) формулу можно приближенно заменить двумя простыми выражениями:

1) при $R < 1{,}0$ *м*

$$y = \sim 1{,}5\sqrt{n}; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (311)$$

2) при $R > 1{,}0$ *м*

$$y = \sim 1{,}3\sqrt{n} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (311')$$

Пользуясь формулой (307), для скорости V по (283) имеем (I вид показательных формул):

$$V = \frac{1}{n} R^{y+0.5} J^{0.5} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (312)$$

Чтобы получить по нашей формуле выражение для гидравлического градиента J (II вид показательных формул), следует в зависимость (282) подставить по (285) и (286):

$$\left.\begin{aligned} p &= 2y + 1; \\ A' &= \frac{1}{(C')^2} = n^2, \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (313)$$

причем будет

$$J = \frac{n^2 V^2}{R^{2y+1}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (314)$$

ТАБЛИЦА 26

Значения показателя y по полной формуле Павловского для метровых размеров.

R (м) \ n	0.011	0,012	0,013	0,014	0,015	0,016	0,017	0,018
0,10	0,131	0,142	0,152	0,161	0,171	0,180	0,189	0,197
0,20	0,131	0,141	0,150	0,160	0,168	0,177	0,186	0,194
0,40	0,130	0,140	0,149	0,157	0,165	0,174	0,182	0,189
0,60	0,129	0,139	0,147	0,155	0,163	0,171	0,179	0,186
0,80	0,129	0,138	0,146	0,154	0,161	0,169	0,176	0,183
1,00	0,129	0,137	0,145	0,152	0,159	0,166	0,173	0,180
1,50	0,128	0,135	0,141	0,149	0,155	0,162	0,168	0,174
2,00	0,127	0,134	0,140	0,146	0,152	0,158	0,164	0,169
2,50	0,126	0,133	0,139	0,144	0,150	0,155	0,160	0,165
3,00	0,126	0,132	0,137	0,142	0,147	0,152	0,156	0,161
5,00	0,124	0,128	0,132	0,135	0,138	0,142	0,145	0,148

R (м) \ n	0,020	0,0225	0,025	0,0275	0,030	0,0325	0,035	0,0375	0,040
0,10	0,214	0,233	0,251	0,269	0,286	0,302	0,317	0,332	0,346
0,20	0,210	0,228	0,246	0,263	0,278	0,294	0,310	0,323	0,336
0,40	0,204	0,221	0,238	0,254	0,268	0,283	0,297	0,309	0,323
0,60	0,200	0,216	0,232	0,247	0,261	0,275	0,288	0,299	0,312
0,80	0,196	0,211	0,227	0,241	0,254	0,268	0,280	0,291	0,303
1,00	0,192	0,208	0,221	0,236	0,248	0,261	0,273	0,284	0,295
1,50	0,186	0,199	0,212	0,224	0,236	0,247	0,258	0,268	0,278
2,00	0,180	0,192	0,204	0,215	0,225	0,236	0,246	0,255	0,264
2,50	0,174	0,185	0,197	0,206	0,216	0,226	0,235	0,243	0,251
3,00	0,170	0,180	0,190	0,199	0,208	0,217	0,225	0,232	0,240
5,00	0,154	0,161	0,168	0,175	0,180	0,186	0,192	0,197	0,203

ТАБЛИЦА 27.

Значения коэффициента C по формуле Павловского для метровых размеров при

$$y = 2{,}5\sqrt{n} - 0{,}13 - 0{,}75\,(\sqrt{n} - 0{,}10)\sqrt{R}.$$

R (м) \ n	0,011	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
0,05	61,3	48,7	33,2	26,1	18,6	13,9	10,9	8,7
0,06	62,8	50,1	34,4	27,2	19,5	14,7	11,5	9,3
0,07	64,1	51,3	35,5	28,2	20,4	15,5	12,2	9,9
0,08	65,2	52,4	36,4	29,0	21,1	16,1	12,8	10,3
0,10	67,2	54,3	38,1	30,6	22,4	17,3	13,8	11,2
0,12	68,8	55,8	39,5	32,6	23,5	18,3	14,7	12,1
0,14	70,3	57,2	40,7	33,0	24,5	19,1	15,4	12,8
0,16	71,5	58,4	41,8	34,0	25,4	19,9	16,1	13,4
0,18	72,6	59,5	42,7	34,8	26,2	20,6	16,8	14,0
0,20	73,7	60,4	43,6	35,7	26,9	21,3	17,4	14,5
0,22	74,6	61,3	44,4	36,4	27,6	21,9	17,9	15,0
0,24	75,5	62,1	45,2	37,1	28,3	22,5	18,5	15,5
0,26	76,3	62,9	45,9	37,8	28,8	23,0	18,9	16,0
0,28	77,0	63,6	46,5	38,4	29,4	23,5	19,4	16,4
0,30	77,7	64,3	47,2	39,0	29,9	24,0	19,9	16,8
0,35	79,3	65,8	48,6	40,3	31,1	25,1	20,9	17,8
0,40	80,7	67,1	49,8	41,5	32,2	26,0	21,8	18,6
0,45	82,0	68,4	50,9	42,5	33,1	26,9	22,6	19,4
0,50	83,1	69,5	51,9	43,5	34,0	27,8	23,4	20,1
0,55	84,1	70,4	52,8	44,4	34,8	28,5	24,0	20,7
0,60	85,3	71,4	53,7	45,2	35,5	29,2	24,7	21,3
0,65	86,0	72,2	54,5	45,9	36,2	29,8	25,3	21,9
0,70	86,8	73,0	55,2	46,6	36,9	30,4	25,8	22,4
0,80	88,3	74,5	56,5	47,9	38,0	31,5	26,8	23,4
0,90	89,4	75,5	57,5	48,8	38,9	32,5	27,6	24,1
1,00	90,9	76,9	58,8	50,0	40,0	33,3	28,6	25,0
1,10	92,0	78,0	59,8	50,9	40,9	34,1	29,3	25,7
1,20	93,1	79,0	60,7	51,8	41,6	34,8	30,0	26,3
1,30	94,0	79,9	61,5	52,5	42,3	35,5	30,6	26,9
1,50	95,7	81,5	62,9	53,9	43,6	36,7	31,7	28,0
1,70	97,3	82,9	64,3	55,1	44,7	37,7	32,7	28,9
2,00	99,3	84,8	65,9	56,6	46,0	38,9	33,8	30,0
2,50	102,1	87,3	68,1	58,7	47,9	40,6	35,4	31,5
3,00	104,4	89,4	69,8	60,3	49,3	41,9	36,6	32,5
3,50	106,4	91,1	71,3	61,5	50,3	42,8	37,4	33,3
4,00	108,1	92,6	72,5	62,5	51,2	43,6	38,1	33,9
5,00	111,0	95,1	74,2	64,1	52,4	44,6	38,9	34,6

Для облегчения расчетов по нашей формуле даем таблицу величин показателя y (табл. 26) и таблицу значений коэфициента Шези C (табл. 27). Кроме того, даем таблицу величин $\sqrt{n}$, полезную для вычисления показателей y (табл. 28.)

ТАБЛИЦА 28.

n	$\sqrt{n}$	n	$\sqrt{n}$	n	$\sqrt{n}$
0,011	0,105	0,017	0,130	0,0275	0,166
0,012	0,109	0,018	0,134	0,030	0,173
0,013	0,114	0,020	0,141	0,035	0,187
0,014	0,118	0,0225	0,150	0,040	0,200
0,015	0,122	0,025	0,158		

Из графических вспомогательных материалов к нашей формуле (307)—(308) помещаем здесь (метровые размеры)[1]) график для коэфициента C (фиг. 64) в логарифмическом масштабе и два графика для показателя y, служащие для более наглядной характеристики этой величины: на первом из них (фиг. 65) кривые линии отвечают различным значениям коэфициента шероховатости n, по оси же абсцисс отложены значения гидравлических радиусов R; на втором графике (фиг. 66) кривые линии отвечают различным значениям гидравлического радиуса R, причем по оси абсцисс отложены величины n.

Кроме трех указанных фигур (64—66), даем к нашей формуле шесть номограмм, связывающих величины: гидравлический радиус R уклон J и скорость V, при следующих значениях коэфициента шероховатости: $n = 0{,}013$; 0,017; 0,020; 0,025; 0,030 и 0,035 (см. График V и VI).

Эти номограммы построены на основании выражения (312) для скорости V:

$$V = \frac{1}{n} R^{y+0,5} J^{0,5},$$

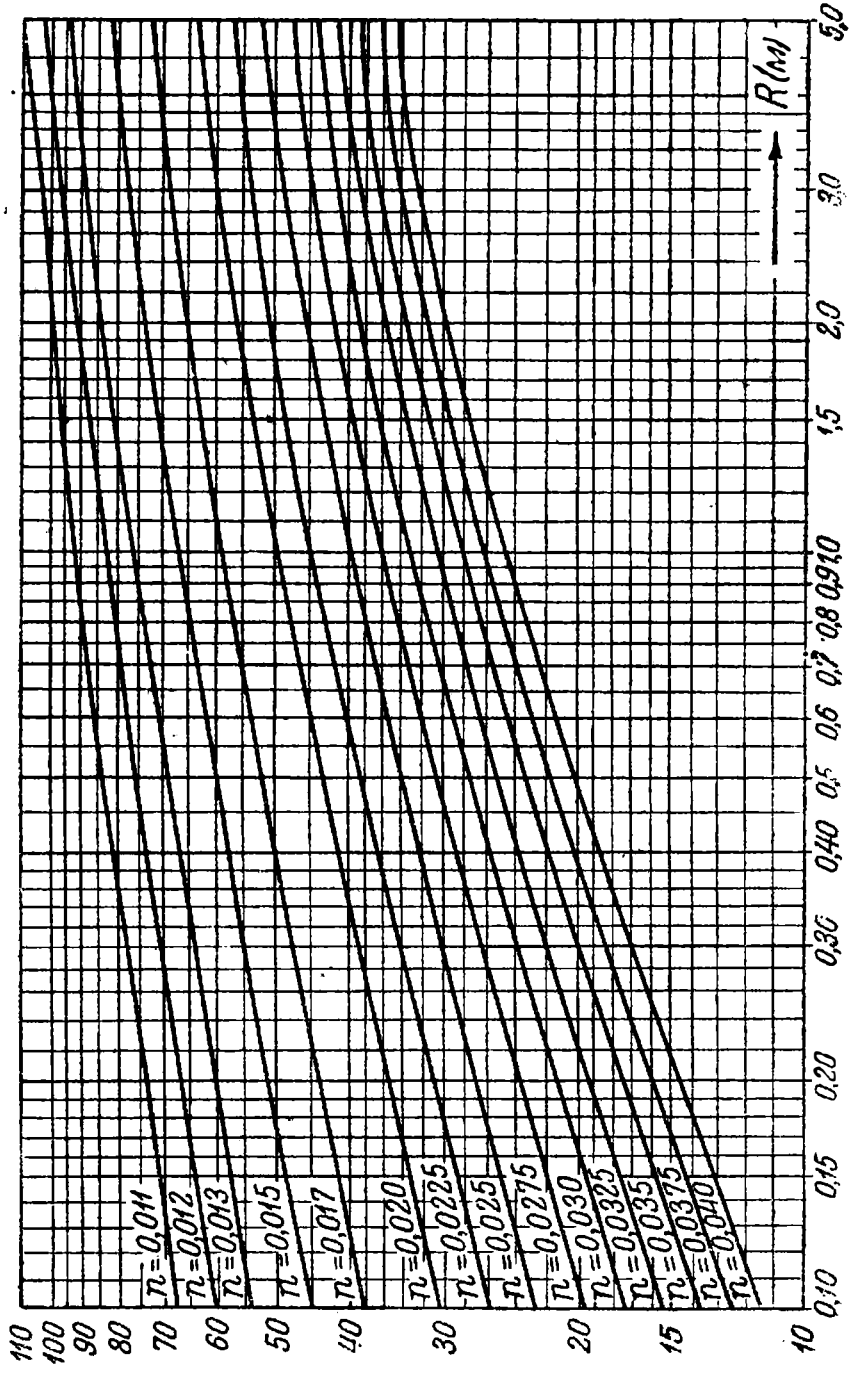
откуда, логарифмируя, имеем

$$\log V = \log\left(\frac{1}{n}\right) + (y+0,5)\log R + 0,5 \log J \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (315)$$

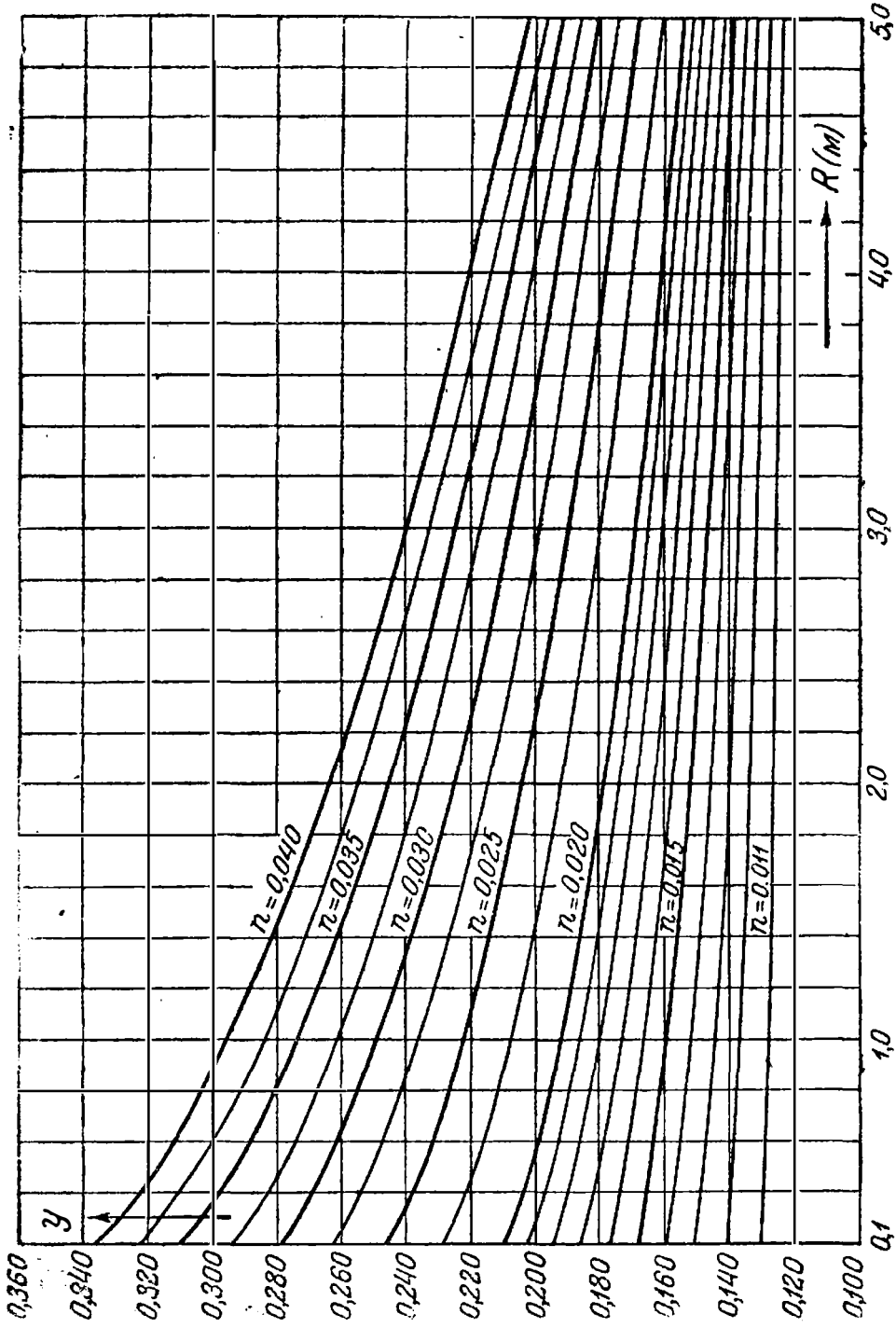
Что касается области приложения нашей формулы, то следует указать, что формула (308), в соответствии с опытным материалом, послужившим для ее разработки, первоначально была предложена нами для гидравлического расчета разного рода каналов и трубопроводов больших диаметров. Однако, как мы полагаем, нет оснований ограничивать применение этой формулы только названными областями расчета. Приведем по этому поводу следующие соображения.

1) В использованных нами опытных данных пределы изменения коэфициентов шероховатости n практически охватывают всю шкалу по Гангилье-Куттеру (табл. 17), за исключением двух первых пунктов ее

[1]) Кроме того, в конце книги в большем масштабе по нашей формуле также дан график для C (График IV).



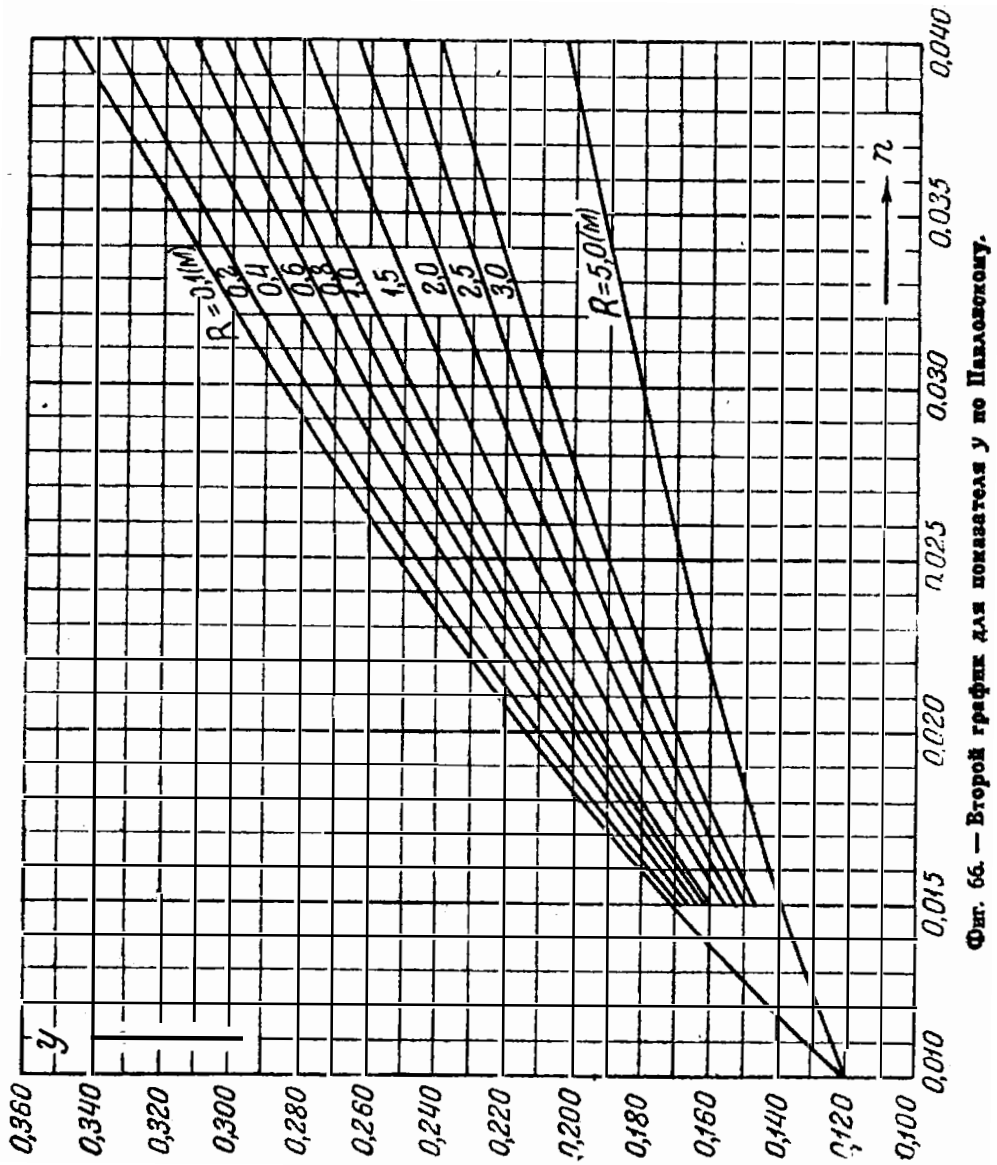
Фиг. 64. — График для коэффициента C по формуле Павловского (для метров).



Фиг. 65. - Первый график для показателя y по Павловскому

($n = 0{,}09$ и $0{,}010$), почти не имеющих применения в гидротехническом проектировании.

2) Как указано выше, по 4-й группе имевшихся у нас опытных данных какой-либо формальной зависимости для показателя y нами не установлено; поэтому на водотоки с гидравлическим радиусом $R > 3{,}0$ *м* мы и не распро-



Фиг. 66. — Второй график для показателя y по Павловскому.

страняем нашу формулу. Однако, в этом не следует видеть какого-либо специфического ограничения ее, так как данные названной группы опытов не укладываются также и в формулы Маннинга и Форхгеймера. Последние формулы применяются иногда и при $R > 3{,}0$ *м*, но следует признать, что это делается, собственно, в порядке их экстраполяции за пределы достаточного экспериментального материала, допустимой лишь в качестве приема

предварительного расчета. С такой оговоркой подобная „экстраполяция" возможна и по нашей формуле [1]).

3) В 1-ой группе обработанных нами опытных данных мы имеем гидравлические радиусы $R \geqslant 0{,}10$ *м*; между тем большое практическое значение имеют и меньшие величины R, — главным образом, в области водопроводных и канализационных труб, где можно считать [2]) $R_{min} = 0{,}04—0{,}05$ *м*. Обращаясь в связи с этим к фиг. 65 (первый график для показателя y), видим, что при малых значениях коэфициента шероховатости n, которые обычно свойственны трубам малых гидравлических радиусов ($n = 0{,}012—0{,}014$), величина показателя y весьма мало зависит от R, и что соответствующие кривые графика при подходе к значению $R = 0{,}10$ *м* не обнаруживают каких-либо особенностей, почему зависимость (308) можно распространить и на меньшие гидравлические радиусы (до $R = 0{,}04—0{,}05$ *м*) при указанных величинах n. Добавим к этому, что при $n = 0{,}012—0{,}014$ и величинах гидравлического радиуса от 0,04—0,05 *м* до 0,3—0,4 *м* (область водопроводных и канализационных труб и т. п.) наша формула дает для C значения, весьма близкие к получаемым по формуле Маннинга, которая в указанной области имеет обширные применения.

На основании высказанных соображений мы полагаем, что предложенная нами показательная формула является формулой общего значения, т. е. применимой как для открытых русел, так и для трубопроводов.

В заключение мы хотели бы отметить, что для выяснения закономерности изменения величины y в показательной формуле (307) при гидравлических радиусах $R > 3{,}0$ *м* и коэфициентах шероховатости $n > 0{,}035—0{,}040$ требуется собирание и обработка соответствующих надежных опытных данных, причем и получит дальнейшее развитие основная идея нашей формулы — закономерная переменность, а отнюдь не постоянство значений показателя y.

§ 41. „Универсальная формула Биля" (Biel).

Формула Биля предлагается автором не только для воды (как все формулы, приведенные в предыдущих параграфах), но и для всех других жидкостей при движении их как по открытым руслам, так и по напорным трубопроводам; автор распространяет ту же формулу также и на случай движения газов (по трубопроводам). В виду сказанного формула Биля иногда именуется „универсальной" формулой.

Для коэфициента A (см. § 38), связанного с коэфициентом Шези C зависимостью

$$A = \frac{1}{C^2},$$

по Билю при движении любых жидкостей имеем:

$$1000A = 0{,}12 + \frac{f}{\sqrt{R}} + \frac{f'}{\sqrt[4]{R}} \cdot \frac{\mu}{\gamma}, \quad \ldots\ldots\ldots (316)$$

откуда для коэфициента C будет:

$$C = \sqrt{\frac{1000}{0{,}12 + \frac{f}{\sqrt{R}} + \frac{f'}{\sqrt[4]{R}} \cdot \frac{\mu}{\gamma}}}, \quad \ldots\ldots\ldots (317)$$

[1]) В связи с этим в вышеуказанные графики и таблицы к нашей формуле введены значения $R > 3$ *м* ($R = 3{,}0—5{,}0$ *м*).

[2]) О трубах малых диаметров (не более 150—200 *м.м*) см. особо в главе VI.

так что для гидравлического градиента получим:

$$1000\,J=\left(0{,}12+\frac{f}{\sqrt{R}}+\frac{f'}{V\sqrt{R}}\cdot\frac{\mu}{\gamma}\right)\frac{V^2}{R}, \quad \ldots\ldots (318)$$

в каковом виде чаще всего и представляется формула Биля.

В этих формулах R есть гидравлический радиус (в метрах), V — средняя скорость (*м/сек*); μ — коэфициент вязкости (в пуазах, см. § 3), γ — вес 1 *куб. см* жидкости, выраженной в граммах, f — коэфициент шероховатости по Билю, f' — коэфициент, вводимый в связи с учетом влияния вязкости на сопротивление при движении жидкости.

Что касается коэфициентов f и f', то по Билю они имеют значения, указанные в табл. 29.

ТАБЛИЦА 29.

Значения коэфициентов f и f' в формуле Биля (Biel).

№	Род стенки	f	f'
I	Весьма гладкие стенки (медь, стекло, полированное дерево, цельно-тянутые латунные трубы, свинцовые трубы и пр.)	0,0064	0,95
II	Гладкие стенки (оцинкованные трубы, железные газовые трубы, строганные доски, весьма гладкая цементировка, весьма чистые, новые чугунные трубы) . . .	0,018	0,71
III	Негладкие стенки (обыкновенные чугунные трубы, оштукатуренные поверхности, деревянные трубы) . .	0.036	0,46
IV	Нестроганные доски, бетон, гладкий камень	0.054	0,37
V	Кирпичная и обыкновенная тесовая кладка	0,072	0,27
VI	Шероховатые стенки, а именно [1]):		
	a) стенки, шероховатость коих по шкале Гангилье-Куттера оценивается значением $n = 0{,}20$	0,29	0,085
	b) то же, при $n = 0{,}025$	0,50	0,070
	c) то же, при $n = 0{,}030$	0,75	0,035
	d) то же, при $n = 0{,}035$	1,00	0,025

Для VI категории стенок („шероховатые стенки") в формуле Биля можно пренебрегать членом, содержащим коэфициент f', если рассматриваемая жидкость имеет сравнительно небольшой коэфициент вязкости μ (например, вода и пр.). Тогда указанные выше формулы (316)—(318) примут вид:

$$1000A=0{,}12+\frac{f}{\sqrt{R}}; \quad \ldots\ldots (319)$$

$$C=\sqrt{\frac{1000}{0{,}12+\frac{f}{\sqrt{R}}}}; \quad \ldots\ldots (320)$$

$$1000\,J=\left(0{,}12+\frac{f}{\sqrt{R}}\right)\frac{V^2}{R} \quad \ldots\ldots (321)$$

[1]) Для VI категории (*a*, *b*, *c*, *d*) показанные в таблице значения коэфициентов f' взяты нами на основании той связи, которая дается Билем между f' и f. — Кстати отметим, что по этой связи для IV категории стенок коэфициенту f' ближе отвечает значение 0,37, а не 0.27; однако, именно последняя цифра обычно приводится в литературе, относящейся к формуле Биля

Дадим теперь формулы (317) — (318) в несколько ином виде, вводя кинематический коэфициент вязкости ν (см. § 3). При этом получим:

$$C=\sqrt{\frac{1000}{0{,}12+\frac{f}{\sqrt{R}}+\frac{f'\nu}{V\sqrt{R}}}}, \quad \ldots\ldots\ldots (322)$$

$$1000J=\left(0{,}12+\frac{f}{\sqrt{R}}+\frac{f'\nu}{V\sqrt{R}}\right)\frac{V^2}{R}, \quad \ldots\ldots\ldots (323)$$

где коэфициент ν выражается в *см²/сек*, V и R — как и выше в формулах (316) — (318).

Наконец, вводя в эти формулы число Рейнольдса

$$Re=\frac{RV}{\nu}\ ^{1}),$$

можем вместо (322) — (323) соответственно написать:

$$C=\sqrt{\frac{1000}{0{,}12+\frac{f}{\sqrt{R}}+\frac{10^4\ f'\sqrt{R}}{Re}}}; \quad \ldots\ldots\ldots (324)$$

$$1000J=\left(0{,}12+\frac{f}{\sqrt{R}}+\frac{10^4\cdot f'\sqrt{R}}{Re}\right)\frac{V^2}{R}, \quad \ldots\ldots\ldots (325)$$

где R выражается в метрах, V — в *м/сек*.

Вышесказанное относится к первой формуле Биля (1907 г.), которая впоследствии (1925 г.) была им несколько видоизменена [2]). Вторую формулу Биля, в соответствии с (324) — (325), можно представить в виде:

$$C=\sqrt{\frac{1\,000}{0{,}12+0{,}637\sqrt{\frac{\varepsilon}{R}}+\frac{248}{Re}\sqrt{\frac{R}{\varepsilon}}}}; \quad \ldots\ldots\ldots (326)$$

$$1000\ J=\left(0{,}12+0{,}637\sqrt{\frac{\varepsilon}{R}}+\frac{248}{Re}\sqrt{\frac{R}{\varepsilon}}\right)\frac{V^2}{R}; \quad \ldots\ldots (327)$$

для параметра ε (линейная величина) по Билю имеем (выражая ε в метрах):

I. Наиболее гладкие трубы	$\varepsilon=0{,}0001$;
II. Железные трубы	$\varepsilon=0{,}0008$;
III. Чугунные трубы	$\varepsilon=0{,}0032$;
IV. Шероховатые доски	$\varepsilon=0{,}0072$;
V. Кирпичная кладка	$\varepsilon=0{,}0128$.

Эти классы стенок примерно отвечают тем пяти первым классам, которые указаны в табл. 29. Вторая формула Биля, предлагаемая им также для любых жидкостей, практически дает результаты, мало отличающиеся от получаемых по его первой формуле; лишь для гладких стенок отличия эти более заметны.

---

[1]) Напомним, что в этом выражении R и V подставляются в *см*, ν — в *см²/сек*.

[2]) Technische Mechanik (VDI — Verlag), 1925, S. 30. — См. также: Forchheimer, „Hydraulik" 1930, S. 129.

В заключение отметим, что формула Биля, предложенная уже более 25 лет тому назад, нашла за это время некоторое признание лишь в Германии; в других странах (в частности в СССР) формула эта не получила распространения. Для воды при обыкновенной температуре применять формулу Биля, разумеется, нет надобности, в виду наличия ряда других формул с более детальными и лучше проверенными практикой коэфициентами, и лишь в отдельных случаях для жидкостей, отличных от воды, приходится иногда обращаться к приведенным в настоящем параграфе зависимостям [1]), — в тех случаях, когда нет других (более испытанных) формул.

---

[1]) Укажем, что первая формула Биля изложена автором ее в работе: „Über den Druckhöhenverlust bei der Forleitung trop'barer und gasförmiger Flüssigkeiten", Mitteilungen über Forschungsarb. des Ver. d. Ing., Heft 44, Berlin, 1907 (см. также: Zeitschr. des Ver. deutsch. Ing., Band 52, 1907).

ГЛАВА V.

РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ.

§ 42. Расчетные формулы для каналов.

При равномерном движении воды в открытом русле (безнапорное движение), как указано в § 26, пьезометрический уклон равен уклону дна водотока:

$$J = i; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (328)$$

основными расчетными зависимостями здесь являются уже указанные выше формулы: (154) и (229), которые и перепишем вновь, вводя во вторую из них подстановку $J = i$:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{I} \ldots\ldots & Q = \omega V; \\ \text{II} \ldots\ldots & V = C\sqrt{Ri}, \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (329)$$

где смысл обозначений понятен без пояснений. Кроме того, при гидравлических расчетах в области открытых русел весьма большое практическое значение имеют также и те формулы, которые были уже указаны в § 33, как следствие формулы Шези, причем, конечно, и в них $J = i$.

Что касается коэфициента Шези C для каналов, то главнейшими формулами для него являются формулы Гангилье-Куттера, Базена и показательные, изложенные выше, в главе IV. Дадим здесь краткую сравнительную характеристику этих формул с целью выбора из них расчетной формулы для каналов.

Прежде всего возникает вопрос о выборе между формулами Гангилье-Куттера и Базена. Среди русских гидротехников еще в 1912—1913 гг. наметились довольно острые разногласия по этому вопросу, не вполне разрешившиеся и до сего времени; аналогичные разногласия, хотя и в менее резкой форме, имеются и в других странах. В виду этого считаем необходимым формулировать здесь наши взгляды по этому вопросу.

1°. Отметим прежде всего фактическое положение вещей в области применения формул Гангилье-Куттера и Базена. В СССР для оросительных и осушительных каналов формула Гангилье-Куттера решительно предпочитается нашими мелиораторами; такое же приблизительно положение имеется и при проектировании судоходных каналов, в области же гидроэнергетики наша практика, повидимому, не дает явного предпочтения той или иной из этих формул. Что касается опыта заграничной гидротехники, то лишь во Франции находит обширное применение формула Базена, в значительном же большинстве других стран из двух рассматриваемых формул решительное предпочтение отдается формуле Гангилье-Куттера, причем в особенности следует отметить Германию и Америку, а также и Англию (английские доминионы и колонии). В данном вопросе, т. е. при сравнении степени распространенности формул Гангилье-Куттера и Базена, не имеет, конечно, значения тот весьма заметный сдвиг, который за последние 10 лет наметился от формулы Гангилье-Куттера в сторону показательных формул как в СССР, так и заграницей (о чем сказано ниже), так как сдвиг этот наблюдается, как видим, во всяком случае не в сторону формулы Базена.

К сказанному следует еще добавить одно замечание, связанное с историей формулы Гангилье-Куттера: формула эта появилась раньше формулы Базена, более того — она появилась во-время, ответив назревшей острой потребности гидротехники; место было занято этой формулой, и именно к ней стал неуклонно накопляться обширный опытный материал, — более, чем к какой-либо другой формуле для коэфициента C.

2°. В изложенном и состоит фактическое положение вещей в вопросе о сравнении формул Гангилье-Куттера и Базена, и это, конечно, имеет для нас весьма большое значение. Из сказанного мы, несомненно, прежде всего должны сделать тот вывод, что формула Гангилье-Куттера имеет достаточно оправданные опытом ее исключительно обширного применения коэфициенты. Надо подчеркнуть, кроме того, что уже давно была получена довольно подробная шкала этих коэфициентов, а так как и вновь накопляемый опытный материал по движению воды в открытых руслах постепенно систематизировался и разрабатывался, главным образом, именно по формуле Гангилье-Куттера, то в настоящее время для практических расчетов мы имеем чрезвычайно детальные данные о коэфициентах шероховатости к формуле Гангилье-Куттера для различных категорий стенок каналов. Надлежит обратить особое внимание на то, что такая детализация дается, главным образом, американскими гидротехниками, отнюдь не склонными, как известно, к излишне подробной систематизации опытных материалов, и мы полагаем возможным, с своей стороны, отметить, что детализация значений и тщательность выбора коэфициентов, характеризующих шероховатость стенок каналов, составляет одну из существенных черт современной практической гидравлики.

Чрезвычайно широкое применение формулы Гангилье-Куттера, естественно, привело к тому, что коэфициенты шероховатости, входящие в эту формулу, стали весьма близки и привычны значительному большинству инженеров-гидротехников, которые по опыту проектирования и строительства легко могут связать численные величины коэфициентов шероховатости „n“ с соответствующим техническим состоянием стенок каналов. Известный американский гидравлик Кинг (King) вполне правильно указывает [1]), что „для среднего американского инженера значение коэфициентов Гангилье-Куттера n имеет совершенно специфический смысл“, т. е. американские инженеры представляют себе степень шероховатости каналов именно при помощи коэфициентов n по шкале Гангилье-Куттера. Эти замечания остаются справедливыми и для значительного большинства инженеров других стран.

3°. Не имея возможности отрицать весьма большую ценность накопившихся в практике данных о коэфициентах шероховатости по Гангилье-Куттеру, сторонники формулы Базена иногда делают предложение о составлении новой шкалы коэфициентов шероховатости γ для этой последней формулы путем соответствующего пересчета имеющейся подробной шкалы по Гангилье-Куттеру. Мы полагаем, однако, что такое предложение равносильно, так сказать, плохому переводу „с немецкого на французский“, в котором пропадают тонкости подлинника. В самом деле, в § 37 (гл. IV) мы уже видели, что вполне точного соответствия между значениями коэфициента n по Гангилье-Куттеру и коэфициента γ по Базену не может быть получено (даже при условии, что формула Гангилье-Куттера берется в сокращенном виде без учета влияния уклона), а следовательно — предлагаемый пересчет коэфициентов γ не мог бы отразить всей тонкости и детальности значений коэфициентов шероховатости n.

[1]) „Handbook of Hydraulics“, New York and London, 1929, p. 260.

В связи с этим мы вынуждены отметить здесь несколько странное, на наш взгляд, обстоятельство: формула Базена рекомендуется некоторыми гидротехниками для расчета каналов, но ими же указывается, что значение $\gamma = 1{,}30$ (IV категория по Базену) для нормальных земляных каналов, повидимому, велико, и что лучше считать, например, $\gamma = 1$; иногда при этом даже числитель формулы (253) предлагается заменять несколько меньшим значением. Следовательно, это уже не будет „формула Базена". Именно для каналов, таким образом, вносится известная неустойчивость. Не отметить этого никак нельзя.

Также весьма неудачным представляется нам указание сторонников формулы Базена о том, что шкала коэфициентов Гангилье-Куттера может быть легко (будто бы, даже „с успехом") использована в формуле Маннинга. Это указание, — кстати сказать, и по существу неверное, — не защищает, разумеется, формулы Базена, поскольку здесь говорится уже о переходе к другой формуле, а именно — к формуле Маннинга.

4°. По существу главное возражение против формулы Гангилье-Куттера со стороны ее критиков относится к члену этой формулы, зависящему от уклона, причем обычно указывается на технические недостатки тех наблюдений Гамфрейса и Эббота (Humphreys and Abbott) на реке Миссисипи, которые послужили Гангилье и Куттеру главным основанием для внесения в их формулу члена, связанным с уклоном. При этом, однако, конкретных сопоставлений формулы Гангилье-Куттера с позднейшими наблюдениями не дается, и лишь некоторые критики, не приводя соответствующих материалов, ограничиваются указанием, что позднейшие опыты не подтверждают формулы Гангилье-Куттера в отношении влияния уклона на значение коэфициента C. Поэтому нам представляется весьма существенным указать на обстоятельную американскую работу, принадлежащую инженеру Ivan Houk, в которой достаточно подробно рассматривается формула Гангилье-Куттера и, в частности, вопрос о зависящем от уклона члене этой формулы [1]).

Путем непосредственного сравнения формулы Гангилье-Куттера с результатами опытов и наблюдений автор приходит к выводу, что для больших водотоков с пологими уклонами (реки) при $R \geqslant 6$ *м* позднейшие опытные данные указывают на влияние уклона именно в том направлении, какое принято и в формуле Гангилье Куттера, т. е. в таких водотоках коэфициент C увеличивается с уменьшением уклона [2]). Поскольку по приводимым у Houk'а опытным данным влияние уклона на коэфициент C при $R \geqslant 6$ *м* сказывается в некоторых случаях даже в большей мере, чем то получается по формуле Гангилье-Куттера, постольку представляется естественным полагать, что и при ближайших меньших значениях гидравлического радиуса ($R = 3{,}0—6{,}0$ *м*) для малых уклонов сохраняется основная тенденция, намеченная формулой Гангилье-Куттера в отношении влияния уклона на коэфициент Шези (прямых позднейших опытных данных для обстоятельной проверки формулы Гангилье-Куттера в отношении ее „уклонного" члена при $R = 3—6$ *м*, сколько нам известно, пока еще не имеется).

Что касается малых каналов, то при гидравлическом радиусе $R \geqslant 0{,}5$ *м*, по названным данным Houk'а, определенного влияния уклона на коэфициент C не замечается. В связи с этим, однако, необходимо напом-

---

[1]) Ivan Houk, „Calculation of Flow in open Channels", Dayton, Ohio, 1918, p. 249—259.

[2]) В противоположность этому выводу, не упоминая о приводимых у Ivan Houk'а опытных материалах и ссылаясь лишь на опыты, произведенные Blanchard'ом на „Дрезденском канале" Чикаго в 1914 -1917 гг., — проф. King (Handbook of Hydraulics. 1929, p. 263) полагает, что даже при пологих уклонах больших каналов ($i = 0{,}00001 - 0{,}00045$) более правильно применять „сокращенную", а не полную формулу Гангилье-Куттера; однако, для такого утверждения приводимые King'ом данные об опытах Blanchard'a, как мы полагаем, не могут быть признаны достаточными.

нить, что в столь малых каналах продольный уклон обычно не менее 0,0005 и влияние его в формуле Гангилье-Куттера ничтожно, почему для таких каналов „полной" формулой Гангилье-Куттера при расчетах вообще и не пользуются, заменяя ее их же „сокращенной" формулой; результат, полученный Houk'ом в отношении малых каналов, только подтверждает правильность такой замены. Наконец, отметим, что для средних и больших каналов, с гидравлическим радиусом порядка $R = 0{,}5-3$ *м*, за отсутствием подходящих данных, Ivan Houk в указанной работе не дает каких-либо материалов по рассматриваемому вопросу; однако, здесь на помощь нашим суждениям, с практической точки зрения, приходит то обстоятельство, что, как видно из табл. 18, именно при таких гидравлических радиусах и при соответствующих им обычных уклонах (0,0001 – 0,001) величины коэфициентов C, по Гангилье-Куттеру, изменяются в зависимости от уклона сравнительно немного, т. е. оказывается, что и сами авторы данной формулы для каналов при $R = 0{,}5-3{,}0$ *м* наметили, во всяком случае, лишь небольшое влияние уклона на величину C.

Таким образом, главнейшее возражение по существу против формулы Гангилье-Куттера в свете приведенных соображений в значительной степени теряет свою остроту.

5°. Делаемый формуле Гангилье-Куттера упрек в сложности ее внешнего вида не может быть признан существенным: дело не в „простоте" какой-либо формулы, а в ее результатах; кроме того, целый ряд давно и хорошо разработанных графиков и таблиц почти устраняет этот упрек. Для каналов при уклоне $\geqslant 0{,}0005$ (а равно и для трубопроводов) указанный упрек и вообще не имеет значения, так как такие каналы можно рассчитывать по сокращенной формуле Гангилье-Куттера. Наконец, из указания на сложность вида формулы Гангилье-Куттера еще никоим образом не следует, что взамен нее приходится обращаться именно к формуле Базена, так что рассматриваемое возражение, собственно, вовсе не является аргументом в пользу этой последней формулы.

Хотя вопрос о сложности формулы Гангилье-Куттера, очевидно, не может иметь принципиального значения, приходится отметить, что некоторые противники этой формулы пытаются „заострить" этот вопрос и указывают, что сторонники формулы рекомендуют ее, главным образом, потому, что в ее сложном виде усматривают, будто бы, некоторую гарантию большей точности. На самом же деле формула Гангилье-Куттера нашла столь исключительно обширное применение отнюдь не благодаря, а вопреки ее сложному виду, в связи с ее несомненными различными достоинствами. Разумеется, никто не будет отрицать, что формула эта имеет более сложный внешний вид, чем многие другие формулы, но сложность эта объясняется лишь тем обстоятельством, что авторы формулы стремились дать именно единую общую формулу, одинаково пригодную как для малых ручьев, так и для исключительных по своей величине рек земного шара. В настоящее время, по нашему мнению, уже нет надобности в такой „единой формуле" [1]), но в свое время Гангилье и Куттер желали на основании имевшихся опытных материалов показать, что основная формула равномерного движения при турбулентном режиме одинакова для водотоков самой различной величины и вида.

6°. Обращаясь теперь к характеристике формулы Базена, мы, кроме отсутствия подробно разработанной шкалы коэфициентов шероховатости для нее, что является практически весьма большим недостатком в настоящее время, — должны еще отметить следующие соображения. По формуле Базена наибольшее значение коэфициента C не может быть > 87 даже при „идеально гладких" стенках (при коэфициенте шероховатости $\gamma = 0$); между

[1]) См. в связи с этим заключительное замечание в следующем параграфе.

тем, хорошо известно, что на практике встречается целый ряд случаев, когда $C > 87$. Чтобы получить величину $C > 87$ по формуле Базена, пришлось бы коэфициенту шероховатости γ в этой формуле дать отрицательное значение, что, очевидно, не имеет физического смысла.

Далее укажем, что если в одном и том же канале с равномерной шероховатостью стенок определить при разных наполнениях по непосредственному опыту ряд значений коэфициента шероховатости γ для формулы Базена и ряд значений коэфициента n для формулы Гангилье-Куттера, то колебания получаемых значений для γ оказываются больше, нежели для n; так, например, по данным, приводимым в указанной выше книге инженера Ivan Houk [1]), для целого ряда открытых русел (с коэфициентом шероховатости от $n = 0{,}0127$ до $n = 0{,}036$) среднее колебание значений γ составляет 9,67%, между тем, как для n соответствующая величина падает до 3,58%.

В связи со всем сказанным, мы приходим к выводу, что вопрос о выборе между формулой Базена и формулой Гангилье-Куттера при гидравлическом расчете каналов должен быть решен в пользу формулы Гангилье-Куттера.

§ 43. Продолжение.

Переходя к показательным формулам для каналов, остановим свое внимание лишь на важнейших формулах простого показательного типа, т. е. на формулах Маннинга и Форхгеймера, на ряду с которыми мы будем здесь иметь в виду и предлагаемую нами формулу, изложенную в § 40. Наши соображения, поскольку это необходимо в целях выбора расчетной формулы, можно свести к следующему.

1°. За последние 10—15 лет интерес к показательным формулам в практической гидравлике значительно возрос и притом — не только при расчете трубопроводов, но и при расчете каналов. Так, у английских инженеров-гидротехников (в Австралии, Индии и Египте) значительное практическое применение находит формула Маннинга; эта же формула получает при расчете каналов весьма большое распространение и в США, где по своему практическому значению она приближается ныне к формуле Гангилье-Куттера. В Германии после 1923 г. широкой известностью пользуется формула Форхгеймера. Что касается СССР, то здесь из показательных формул применяется, главным образом, формула Маннинга, формула же Форхгеймера до сего времени практически мало употребительна. Наша показательная формула за последние 5 лет, сколько нам известно, находила и находит приложение при расчете оросительных каналов (например, в Средней Азии) и отчасти при проектировании каналов гидросиловых установок.

2°. Рассматривая показательные формулы для коэфициента Шези C в виде:

$$C = C'R^y,$$

надо различать в этих формулах две стороны: вопрос о значениях коэфициента C' и вопрос о величине показателя y. Предложенная Маннингом еще в 1890 г. связь между коэфициентом C' и коэфициентом шероховатости Гангилье-Куттера n в виде:

$$C' = \frac{1}{n} \text{ (для метровых размеров)}$$

впоследствии была подтверждена Форхгеймером, а равно и некоторыми другими исследователями на основании новых опытных материалов; та же зависимость для C' получена и в наших исследованиях при разработке показа-

[1]) „Calculation of Flow in open Channels", p. 260

тельной формулы. Таким образом, вопрос о значении коэфициента C' следует считать разрешенным удовлетворительно, и это обстоятельство весьма важно, так как дает возможность при учете C' пользоваться вполне определенно детальной шкалой коэфициентов шероховатости Гангилье-Куттера n, — в противоположность тому, что выше отмечено по поводу неопределенности связи между коэфициентом шероховатости γ и n (§ 42, п. 3°). Впрочем, относительно применения детальной шкалы значений n для формул Маннинга и Форхгеймера надо иметь в виду существенную оговорку, которую будет удобнее сделать в конце следующего пункта.

3°. Что касается второй стороны в вопросе о показательных формулах, т. е. величины показателя степени y, то Маннинг и Форхгеймер как для труб, так и для каналов дают этому показателю постоянные значения, не зависящие ни от шероховатости стенок, ни от размеров поперечного сечения: как известно, по Маннингу $y = \frac{1}{6}$, по Форхгеймеру же $y = \frac{1}{5}$. С таким взглядом на величину показателя y мы решительно не можем согласиться и считаем этот взгляд совершенно неправильным.

В самом деле, обработка имевшихся у нас опытных данных, о коих сказано выше, в § 40, вполне ясно обнаружила, что показатель y в формуле $C = \frac{1}{n} R^y$ не имеет постоянного значения и что „опытные точки“ гораздо лучше соответствуют нашей формуле, чем Формуле Маннинга и Форхгеймера. Напомним, что, как видно из приведенной нами в § 40 табл. 26, величина показателя y изменяется примерно в пределах от $y = 0{,}13 - 0{,}14$ до $y = 0{,}30 - 0{,}35$, т. е. пределы изменения y весьма значительны, и этого, конечно, никак нельзя упускать из вида при составлении расчетной формулы показательного вида. Еще раз отметим здесь, что нашей формулой (308) для показателя y и намечается та эмпирическая зависимость, по коей изменяется этот показатель в функции от гидравлического радиуса R и коэфициента шероховатости n.

Приходя, таким образом, к переменному показателю y в формуле $C = C' R^y$, подчеркнем здесь в связи с этим весьма важное обстоятельство: только именно при переменном показателе можно в этой формуле с достаточной уверенностью принимать для коэфициента C' значение $= \frac{1}{n}$, получая таким образом возможность пользоваться детальной шкалой коэфициентов шероховатости n по Гангилье-Куттеру. В формуле Маннинга и Форхгеймера этой возможности, собственно говоря, мы уже не имеем, так как, раз показатель y в названных формулах неправилен, то ясно, что и связь $C' = \frac{1}{n}$ для этих формул не имеет места.

4°. Коснемся вкратце тех основных замечаний и возражений, которые были высказаны по поводу предложенной нами формулы [1]).

Прежде всего отметим, что некоторые критики указывали на сложность предлагаемой формулы, каковое замечание, очевидно, может относиться только к виду той зависимости (308), которая дана нами для показателя y, так как сама формула (307) для коэфициента C ничем не сложнее формулы Маннинга, Форхгеймера и т. п. Но для показателя y нетрудно составить достаточно подробные таблицы и графики, как то, например, сделано выше, в § 40 (глава IV); кроме того, для показателя y нами дана и

[1]) Здесь имеются в виду те замечания и возражения, которые нам пришлось услышать в дискуссиях по докладам, сделанным нами о предлагаемой формуле в Ленинграде и Москве в период 1925 — 1930 гг.

упрощенная формула. Если, далее, видеть сложность формулы для C в переменности показателя y, то это обстоятельство усложняет лишь составление „универсальных" графиков или номограмм, в коих на одном чертеже стремятся получить построения, охватывающие всю шкалу коэфициентов шероховатости для каналов. Однако, в таких „универсальных графиках нет никакой надобности, — практически они неудобны и могут служить разве лишь для упражнения в остроумии при их составлении. В общем значительно удобнее и проще отдельные графики, каждый из коих составлен для определенного значения коэфициента шероховатости или для некоторой ограниченной группы коэфициентов шероховатости n; построение годобных графиков по нашей формуле [1]) не представляет каких-либо специфических трудностей по сравнению с другими показательными формулами.

В качестве некоторого возражения по поводу нашей формулы выдвигалось, далее, то соображение, что, поскольку мы далеко не всегда умеем заранее оценить действительную шероховатость стенок потока, постольку нет особого смысла „в уточнении" величины показателя в формуле для C. В этом замечании, однако, кроется явное недоразумение. Дело в том, что в формуле $C = C'R^y = \frac{1}{n}R^y$ при гидравлическом расчете необходимо: 1) выбрать коэфициент шероховатости n и 2) установить величину показателя y; если мы иногда и не можем дать вполне правильного прогноза для значения n, т. е. делаем при этом некоторую ошибку, то это еще не дает логического основания делать и вторую ошибку, т. е. принимать неправильную величину показателя y, хотя есть возможность этого избежать. К тому же вопрос о прогнозе значений коэфициента шероховатости возникает при пользовании любой формулой для C, откуда никоим образом не следует, что не стоит и заботиться о разработке более правильной структуры самой формулы. Безразличное отношение к виду расчетной формулы для C, правда, иногда встречается и в гидравлической литературе, и в практике, но такое отношение явно не вяжется с тем прогрессом в практической гидравлике, который мы за последнее время наблюдаем как в деле разработки целого ряда новых, более совершенных расчетных формул для водотоков различных типов, так и в постепенно развивающейся детализации шкалы коэфициентов шероховатости стенок.

Наконец, отметим еще мнение о том, что формулы Маннинга и Форхгеймера могут быть „исправлены", если, оставляя в них постоянные показатели y, внести необходимые изменения в величину первого множителя, стоящего перед $R^{1/6}$ или $R^{1/4}$. Такие „изменения", однако, никем пока не сделаны, и к чему приведет такая попытка — еще неизвестно; самое же главное: при этом уже утратится простая непосредственная связь между названным множителем (C') и коэфициентом шероховатости n по Гангилье-Куттеру, и мы будем иметь дело, в сущности, уже с какой-то новой формулой, не обладающей пока определенными коэфициентами шероховатости и для практических целей в настоящее время бесполезной.

Заключение. На основании соображений, высказанных в двух последних параграфах, мы полагаем, что из формул для коэфициента Шези C, хорошо известных и уже давно применяемых в практике, наилучшей при гидравлическом расчете каналов является формула Гангилье-Куттера Из идущих ей на смену показательных формул мы рекомендуем для каналов нашу формулу с переменным показателем y и полагаем, что эту формулу при гидравлическом радиусе канала R не свыше 3,0 $м$ можно применять не только в предварительных, но и в окончательных расчетах, на ряду с формулой Гангилье-Куттера; при $R > 3$ $м$ для

[1]) См., например, фиг. 86 — 89 в § 50

окончательных расчетов каналов следует пользоваться формулой Гангильe-Куттера.

Предложенная нами показательная формула (307)—(308), по нашему мнению, может служить базой для разработки отдельных „специализированных" формул для различных классов каналов, — например, для каналов земляных, бетонных и пр. При таких формулах мы, естественно, имеем дело уже с более ограниченными диапазонами изменения коэфициента шероховатости n и гидравлического радиуса R, чем при применении „единой формулы" (предназначенной для каналов всех классов), и потому уже с большим правом можем взять „осредненное" значение показателя $y = y_m$, постоянное для определенного класса каналов, пользуясь для установления значения y_m приведенной в § 40 таблицей 26 и графиками для y (фиг. 65 и 66).

В качестве примера „специализированных формул" для каналов предложим здесь две формулы. Для земляных каналов ($n = 0{,}020 - 0{,}040$; $R \leqslant 3$ *м*) по названным данным можно принять:

$$y_m \cong 0{,}22, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (330)$$

так что для коэфициента Шези по нашей формуле получим:

$$C = \frac{1}{n} R^{0{,}22}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (331)$$

далее, для бетонных каналов ($n = 0{,}011 - 0{,}018$; $R \leqslant 3$ *м*) можем положить:

$$y_m \cong 0{,}15, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (332)$$

а потому

$$C = \frac{1}{n} R^{0{,}15}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (333)$$

причем формулы эти применимы и для некоторых других видов каналов при подходящих значениях коэфициента шероховатости.

Наши „осредненные" формулы могут служить, во всяком случае, для предварительных расчетов названных видов каналов; однако, если многие инженеры-гидротехники считают возможным давать даже окончательный расчет таких каналов по Маннингу или Форхгеймеру, то тем более пригодны для этого наши, даже осредненные, формулы. В дальнейшем число „специализированных формул", необходимых для расчета каналов, будет, конечно, выяснено в связи с потребностями практического проектирования в различных отраслях гидротехники, причем для некоторых классов, может-быть, окажется рациональным ввести еще и подклассы. По существу же, как мы полагаем, безусловно необходимой в области гидравлического расчета каналов перейти от „единой формулы, предназначенной для всех классов каналов, именно к специализированным формулам, как то за последнее время сделано уже в области трубопроводов.

§ 44. Коэфициенты шероховатости для каналов.

Нижеприводимые таблицы, содержащие детализированные значения коэфициентов шероховатости n по шкале Гангильe-Куттера, составлены нами по данным, указываемым, главным образом, у Creager'a [1]), Horton'a [2]) и

[1]) Creager and Justin, „Hydro-electric Handbook", New York, 1927, Ch. IX, § 73.

[2]) См., напр., у King'a: „Handbook of Hydraulics, sec. ed., New York and London, 1929, p. 255.

Fortier[1]), с некоторой взаимной увязкой и систематизацией этого материала и с более четкой разбивкой его по группам. При этом почти во всех дальнейших таблицах даются, по возможности, значения коэфициента n для разных состояний смоченной поверхности канала, зависящих как от качества производства строительных работ, так и от условий содержания и ремонта каналов. Такие данные могут быть весьма полезны при проектировании: в окончательном проекте канала желательно не только дать его гидравлический расчет для „среднего" коэфициента шероховатости n, но и выяснить возможную зону колебаний глубин наполнения, скоростей и пр. при возможных колебаниях коэфициента n; мы полагаем, что для каналов ответственного значения это не только желательно, но и необходимо. При этом приходится производить расчеты, кроме наиболее вероятного (среднего) значения коэфициента n, также и для соседних его значений; так, например, если расчетное значение $n = 0{,}025$, то важно знать, как будет работать проектируемый канал при $n = 0{,}0225$ и $n = 0{,}0275$.

1°. Земляные каналы. В дополнение к тем достаточно подробным значениям коэфициента шероховатости n, которые для земляных каналов даны в общей таблице 17 (см. гл. IV), приведем здесь лишь некоторые указания о коэфициенте шероховатости каналов, на которых земляные работы ведутся машинным способом. Поверхность таких каналов оказывается несколько более шероховатой, чем при ручной разработке, причем увеличение коэфициента шероховатости (δn) можно принимать:

Для лучших условий . . . . . $\delta n = +0{,}10\ n$;
„ средних условий . . . . . $\delta n = +0{,}20\ n$;
„ худших условий . . . . . $\delta n = +0{,}30\ n$,

так что, например, если при ручной работе для какого-либо канала считается $n = 0{,}025$, то при машинной разработке (в средних условиях, т. е. при $\delta n = 0{,}20\ n$) будет:

$$n = 0{,}025 + 0{,}20 \cdot 0{,}025 = 0{,}030.$$

Некоторая „подчистка" поверхности канала, конечно, должна улучшить состояние этой поверхности, и мы полагаем, что при этом условии могут быть приняты следующие значения δn:

Для лучших условий . . . . . $\delta n = +0{,}05\ n$;
„ средних условий . . . . . $\delta n = +0{,}10\ n$;
„ худших условий . . . . . $\delta n = +0{,}15\ n$,

при полной же планировке дна и откосов канала после производства основных земляных работ, следует считать значение $\delta n = 0$.

2°. Для каналов в скальных грунтах (в скальной выемке) укажем следующие значения коэфициента n:

а) Каналы, чисто высеченные в скале, ... $n = 0{,}02 - 0{,}025$

б) Каналы в средних условиях производства скальных работ, без сплошного тщательного „оглаживания" поверхности, но все же с принятием мер против наличия более заметных выступов, остающихся при разработке выемки, . . $n = 0{,}03 - 0{,}035$;

в) Каналы в худших условиях, т. е. на-грубо высеченные в скале . . . . . $n = 0{,}040 - 0{,}045$.

Кригер (Creager) указывает[2]), что для худших условий „нет определенного предела" значения коэфициента шероховатости n, но все же

[1]) Fortier, „Concrete Lining for Irrigation Canals", New York (по изд. 1914 г.).
[2]) Creager and Justin, „Hydro-electric Handbbok," New York, 1927, p. 126

полагает, что этот коэфициент для каналов в скальной выемке редко может быть выше 0,045.

3°. **Для бетонированных каналов** приводим табл. 30. Средние расчетные значения коэфициента шероховатости n при проектировании бетонированных каналов обычно можно брать по II из указываемых в таблице категорий, если нет данных для более подробной характеристики состояния поверхности таких каналов.

Отметим еще, что для бетонированных каналов, поросших мхом, приводимые в таблице значения коэфициентов n следует увеличивать примерно на 0,002.

ТАБЛИЦА 30.

Коэфициенты шероховатости n для бетонированных каналов.

№№ категорий	Характеристика гидравлических условий	Значения коэфициента n		
		Для лучших условий	Для средних условий	Для худших условий
I	Наиболее гладкие поверхности, встречаемые на практике, с весьма тщательной отделкой откосов и дна, с хорошо устроенными швами облицовки, без песка и гравия на дне, при небольшом количестве на трассе канала закруглений, имеющих к тому же большие радиусы	0,011	0,012	0,013
II	Без специальной весьма гладкой отделки бетонной поверхности (без тщательной сплошной штукатурки) или при невполне ровно затертой поверхности, с удовлетворительно устроенными швами, при закруглениях в плане средней величины, без песка и гравия на дне	0,013	0,014	0,015
III	Предыдущие случаи при наличии песка и гравия на дне; шероховатые бетонные поверхности, худшие швы, крутые закругления . . .	0,015	0,016	0,018
IV	Бетонировка, исполненная посредством цемент-пушки:			
	а) В лучших условиях, т. е. при сглаживании поверхности при помощи проволочных щеток	0,016	—	—
	б) В средних условиях производства работ, без сглаживания щетками	—	0,019	—
	в) При плохом производстве работ	—	—	0,021

4°. **Кирпичные и каменные каналы.** Данные для каналов со стенами и дном из кирпичной и каменной кладки приводятся в табл. 31; конечно, эти же коэфициенты n пригодны и для о б л и ц о в о к из соответствующих материалов.

ТАБЛИЦА 31.

Коэфициенты шероховатости n для кирпичных и каменных каналов.

№№	Наименование	Состояние поверхности		
		Хорошее	Среднее	Плохое
1	Кладка из кирпича, покрытого глазурью	0,011	0,013	0,015
2	Кирпичная кладка на цементном растворе . . .	0,012	0,015	0,017
3	Облицовка из тесаного камня	0,013	0,015	0,017
4	Бутовая кладка на цементном растворе	0,017	0,020 — 0,025	0,030
5	Сухая кладка	0,025	0,030	0,035
6	Булыжная мостовая	—	0,020 — 0,0225	—

5°. Здесь же уместно привести данные о коэфициенте шероховатости *n* **для поверхностей из чистого цемента и цементного раствора:**

ТАБЛИЦА 32.

Коэфициенты шероховатости *n* для цементных поверхностей.

№№	Наименование	Состояние поверхности			
		Очень хорошее	Хорошее	Удовлетв.	Плохое
1	Поверхности из чистого цемента	0,010	0.011	0,012	0,013
2	Поверхности штукатуренные цементным раствором	0,011	0,012	0,013	0,015

6°. Деревянные лотки и желоба. Нижеприводимые данные относятся к достаточно хорошо построенным деревянным лоткам и желобам, содержимым в удовлетворительном порядке, при отсутствии „выступающих" частей, стесняющих живое сечение (термины: „лучшие" и „худшие" условия здесь в общем соответствуют новым или очень старым желобам и лоткам):

а) Лотки из продольно расположенных струганых досок или брусьев:
Для лучших условий . . . . . $n = 0{,}011$;
„ средних условий (расчетное значение) . . $n = 0{,}014$;
„ худших условий (после ряда лет эксплоатации) . . . . . $n = 0{,}018$.

б) Лотки из продольно расположенных нестроганых досок или брусьев:
Для лучших условий . . . . . $n = 0{,}012$;
„ средних условий (расчетное значение) . . . $n = 0{,}015$;
„ худших условий (после ряда лет эксплоатации) . . . . . $n = 0{,}018$.

в) Деревянные клепочные желоба:
Для лучших условий . . . . . $n = 0{,}011$;
„ средних условий (расчетное значение) . . . . $n = 0{,}012$;
„ худших условий (после ряда лет эксплоатации) $n = 0{,}014$.

г) При поперечном расположении досок или брусков, как мы полагаем, вышеприведенные в пунктах „а" и „б" значения коэфициентов *n* следовало бы увеличивать примерно на 0,001 — 0,002, в зависимости от качества пригонки друг к другу досок или брусьев (более определенных данных не имеется).

7°. Металлические желоба. Здесь можно указать следующие данные:

а) Гладкие неокрашенные металлические желоба:
Для лучших условий . . . . . $n = 0{,}011$;
„ средних условий (расчетное значение) . . . $n = 0{,}012$;
„ худших условий (после ряда лет эксплоатации) $n = 0{,}014$.

б) Гладкие окрашенные металлические желоба:
Для лучших условий . . . . . $n = 0{,}012$;
„ средних условий (расчетное значение) . . . . $n = 0{,}013$;
„ худших условий (после ряда лет эксплоатации) $n = 0{,}017$.

в) Для ржавых металлических желобов указанные коэфициенты шероховатости значительно увеличиваются, примерно в 2 раза.

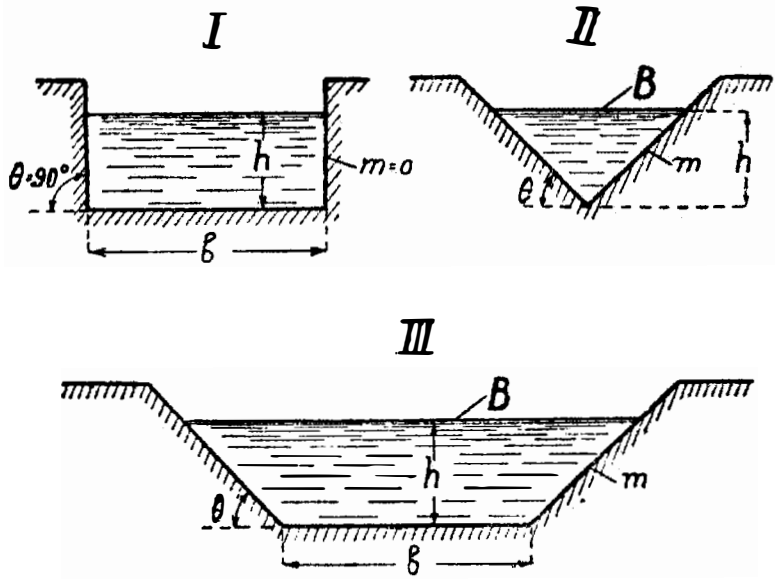
§ 45. Гидравлические элементы каналов трапецоидального, треугольного и прямоугольного профиля.

При подсчете гидравлических элементов для каналов трапецоидальной, прямоугольной и треугольной формы (фиг. 67, I — III) могут быть полезны следующие формулы, в которых b есть ширина по дну канала, h — глубина наполнения, $m = \operatorname{ctg}\theta$ — „коэфициент откоса“ и $\beta = \frac{b}{h}$.

1°. Для трапецоидального профиля:

$$\omega = h(b + mh) = h^2(\beta + m); \quad \ldots \quad (334)$$

$$\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2} = h(\beta + 2\sqrt{1+m^2}), \quad \ldots \quad (335)$$



Фиг. 67.

так что для гидравлического радиуса R имеем:

$$R = \frac{h(b+mh)}{b+2h\sqrt{1+m^2}} = \frac{h(\beta+m)}{\beta+2\sqrt{1+m^2}}. \quad \ldots \quad (336)$$

Вводя в эти зависимости сокращенное обозначение

$$m' = \sqrt{1+m^2}, \quad \ldots \quad (337)$$

для χ и R соответственно получим:

$$\chi = b + 2m'h = h(\beta + 2m'); \quad \ldots \quad (338)$$

$$R = \frac{h(b+mh)}{b+2m'h} = \frac{h(\beta+m)}{\beta+2m'}, \quad \ldots \quad (339)$$

где m' можно назвать „вторым коэфициентом откоса“, причем ясно, что

$$m' = \operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}. \quad \ldots \quad (340)$$

Ширина живого сечения по верху B для трапецоидального профиля выражается формулой:

$$B = b + 2mh. \quad \ldots \quad (341)$$

2°. Для треугольного профиля (при $b = 0$, $\beta = 0$) предыдущие зависимости упрощаются:

$$\omega = mh^2; \quad \ldots \quad (342)$$

$$\chi = 2h\sqrt{1 + m^2}; \quad \ldots \quad (343)$$

$$R = \frac{mh}{2\sqrt{1 + m^2}}; \quad \ldots \quad (344)$$

$$B = 2mh, \quad \ldots \quad (345)$$

причем, пользуясь обозначением (337), формулы для χ и R можно писать также и в виде:

$$\chi = 2m'h; \quad \ldots \quad (346)$$

$$R = \frac{mh}{2m'}. \quad \ldots \quad (347)$$

3°. Для прямоугольного профиля, полагая $m = 0$, находим:

$$\omega = bh = \beta h^2; \quad \ldots \quad (348)$$

$$\chi = b + 2h = h(\beta + 2); \quad \ldots \quad (349)$$

$$R = \frac{bh}{b + 2h} = \frac{\beta h}{\beta + 2}, \quad \ldots \quad (350)$$

причем, очевидно, величина $m' = 1$.

Для различных значений коэфициента откоса m даем табличку значений углов θ и величин m' (табл. 33).

ТАБЛИЦА 33.

m	θ	m'	$2m'$
0	90°	1,000	2,000
0,10	84° 17′	1,005	2,010
0,20	78° 41′	1,020	2,040
0,25	75° 58′	1,031	2,062
0,50	63° 26′	1,118	2,236
0,75	53° 08′	1,250	2,500
1,00	45°	1,414	2,828
1,25	38° 40′	1,601	3,202
1,50	33° 41′	1,803	3,606
2,00	26° 34′	2,236	4,472
2,50	21° 48′	2,692	5,385
3,00	18° 26′	3,162	6,325

Для некоторого облегчения подсчета указанных гидравлических элементов помещаем таблицы значений $\frac{\omega}{h^2}$ и $\frac{R}{h}$ (табл. 34—35), по которым легко найти ω и R по данному h.

ТАБЛИЦА 34.

Значения $\frac{\omega}{h^2}$ для каналов прямоугольного, треугольного и трапецоидального сечения.

$\beta = \frac{b}{h}$	$\frac{1}{\beta} = \frac{h}{b}$	Значения $\frac{\omega}{h^2} = \beta + m$						
		$m = 0$	$m = 0{,}5$	$m = 1{,}0$	$m = 1{,}5$	$m = 2{,}0$	$m = 2{,}5$	$m = 3{,}0$
0	∞	0	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00
0,25	4,00	0,25	0,75	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25
0,50	2,00	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50
0,75	1,33	0,75	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25	3,75
1,00	1,00	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00
1,25	0,80	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25	3,75	4,25
1,50	0,67	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50
1,75	0,57	1,75	2,25	2,75	3,25	3,75	4,25	4,75
2,00	0,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
2,50	0,40	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50
3,00	0,33	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00
4,00	0,25	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00	6,50	7,00
5,00	0,20	5,00	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00
6,00	0,17	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00
8,00	0,125	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00	10,50	11,00
10,00	0,10	10,00	10,50	11,00	11,50	12,00	12,50	13,00
12,00	0,08	12,00	12,50	13,00	13,50	14,00	14,50	15,00
15,00	0,07	15,00	15,50	16 00	16,50	17,00	17.50	18,00
20,00	0,03	20,00	20,50	21,00	21,50	22,00	22,50	23,00

ТАБЛИЦА 35.

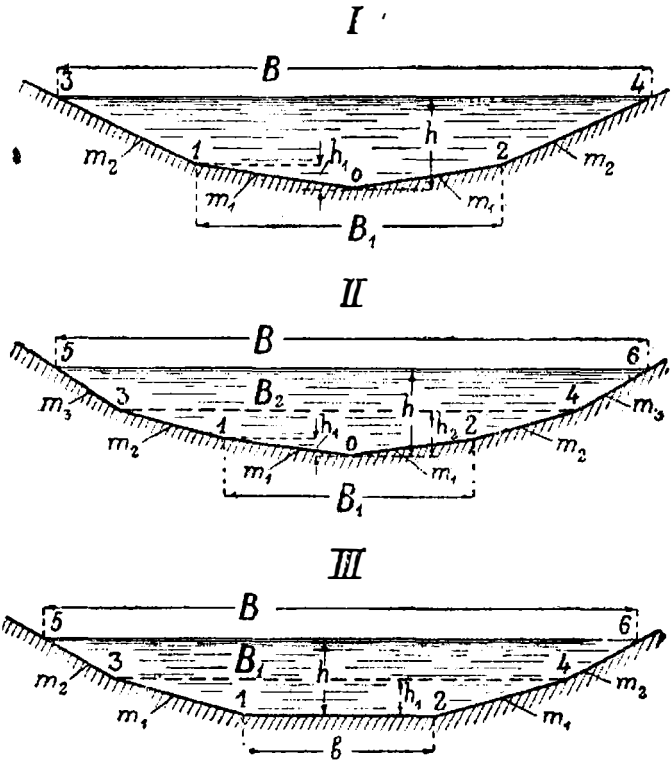
Значения $\frac{R}{h}$ для каналов прямоугольного, треугольного и трапецоидального сечения.

$\beta = \frac{b}{h}$	$\frac{1}{\beta} = \frac{h}{b}$	Значения $\frac{R}{h} = \rho = \frac{\beta + m}{\beta + 2\sqrt{1 + m^2}} = \frac{\beta + m}{\beta + 2m'}$						
		$m = 0$	$m = 0{,}5$	$m = 1{,}0$	$m = 1{,}5$	$m = 2{,}0$	$m = 2{,}5$	$m = 3{,}0$
0	∞	0	0,224	0,355	0,416	0,447	0,464	0,474
0,25	4,00	0,111	0,302	0,406	0,454	0,476	0,487	0,494
0,50	2,00	0,200	0,366	0,452	0,487	0,503	0,510	0,513
0,75	1,33	0,273	0,418	0,489	0,517	0,526	0,528	0,530
1,00	1,00	0,333	0,464	0,524	0,543	0,548	0,548	0,546
1,25	0,80	0,385	0,502	0,551	0,566	0,568	0,564	0,561
1,50	0,67	0,428	0,535	0,578	0,588	0,585	0,579	0,575
1,75	0,57	0,467	0,564	0,600	0,607	0,603	0,594	0,588
2,00	0,50	0,500	0,590	0,623	0,624	0,618	0,610	0,600
2,50	0,40	0,556	0,633	0,657	0,656	0,645	0,633	0,623
3,00	0,33	0,600	0,668	0,688	0,681	0,669	0,656	0,643
4,00	0,25	0,667	0,722	0,734	0,723	0,708	0,692	0,678
5,00	0,20	0,714	0,760	0,768	0,755	0,739	0,722	0,706
6,00	0,17	0,750	0,789	0,793	0,781	0,764	0,746	0,730
8,00	0,125	0,800	0,830	0,831	0,819	0,802	0,784	0,769
10,00	0,10	0,834	0,858	0,858	0,845	0,829	0,813	0,796
12,00	0,08	0,858	0,878	0,877	0,865	0,850	0,834	0,819
15,00	0,07	0,882	0,899	0,898	0,886	0,873	0,859	0,844
20,00	0,05	0,910	0,922	0,920	0,910	0,899	0,887	0,874

§ 46. Гидравлические элементы для каналов некоторых других профилей.

Рассмотренные в предыдущем параграфе типы профилей каналов являются наиболее распространенными в практике, в которой, однако, встречаются и другие виды профилей. Для некоторых из них мы и дадим выражения их гидравлических элементов.

1°. Полигональные профиля находят применение главным образом для судоходных каналов. Для пятиугольного профиля обозначим



Фиг. 68.

коэфициенты откоса через m_1 и m_2 и примем обозначения, указанные на фиг. 68-I; площадь нижнего треугольника обозначим через ω_1 и смоченный периметр его—через χ_1. По § 45 (п. 2°) имеем:

$$\left.\begin{aligned} \omega_1 &= m_1 h_1^2; \\ \chi_1 &= 2 h_1 \sqrt{1 + m_1^2} = 2 m_1' h_1; \\ B_1 &= 2 m_1 h_1, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (351)$$

после чего для гидравлических элементов полного профиля (при глубине h) можем пользоваться зависимостями:

$$\omega = \omega_1 + (h - h_1)\,[B_1 + m_2\,(h - h_1)]; \quad \ldots\ldots\ldots (352)$$

$$\chi = \chi_1 + 2\,(h - h_1)\sqrt{1 + m_2^2} = \chi_1 + 2 m_2'\,(h - h_1); \quad \ldots (353)$$

$$B = B_1 + 2 m_2\,(h - h_1), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (354)$$

гидравлический же радиус R найдем по его определению из известного выражения: $R = \frac{\omega}{\chi}$. Поясним, что в формулах (351) и (353) величины m_1' и m_2' суть „вторые коэфициенты откоса“:

$$m_1' = \sqrt{1 + m_1^2}; \quad m_2' = \sqrt{1 + m_2^2} \quad \ldots\ldots\ldots (355)$$

Для семиугольного профиля (фиг. 68-II) прежде всего находим ω_1, χ_1 и B_1 для нижнего треугольника 1—0—2 по (351), затем — ω_2, χ_2 и B_2 для пятиугольника 3—1—0—2—4 по (352) — (354) и, наконец, определяем ω, χ, R и B для полного профиля при глубине h по выражениям:

$$\omega = \omega_2 + (h - h_2)\ [B_2 + m_3\ (h - h_2)]; \quad \ldots\ldots (356)$$

$$\chi = \chi_2 + 2\,(h - h_2)\sqrt{1 + m_3^2} = \chi_2 + 2\,m_3'\,(h - h_2); \quad (357)$$

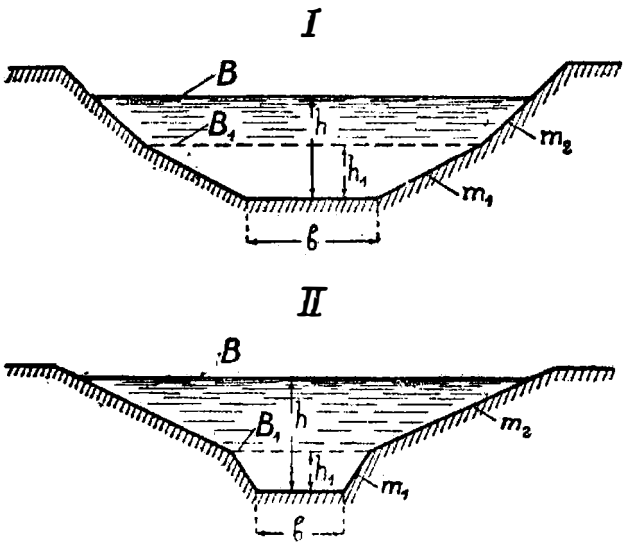
$$R = \frac{\omega}{\chi}; \quad \ldots\ldots\ldots (358)$$

$$B = B_2 + 2\,m_3\,(h - h_2), \quad \ldots\ldots\ldots (359)$$

где

$$m_3' = \sqrt{1 + m_3^2} \quad \ldots\ldots\ldots (360)$$

Если в семиугольном профиле пренебречь площадью нижнего треугольника 1—0—2, то получим схему шестиугольного профиля (фиг. 68-III); при обозначениях, указанных на этой схеме, для гидравлических элементов полного профиля при глубине h можно пользоваться формулами (352) — (354), данными для пятиугольного профиля, если в них под величинами ω_2, χ_2 и B_2 понимать элементы нижней трапеции 3—1—2—4. Шестиугольные профиля могут встретиться и в области мелиорационных и др. каналов; так, например, профиль по фиг. 69-I применяется иногда при больших глубинах h, профиль по фиг. 69-II пригоден в некоторых случаях при значительных колебаниях горизонтов и расходов воды в канале.



Фиг. 69.

2°. Параболические профиля встречаются в некоторых случаях практики при машинной разработке выемки каналов; кроме того, к параболической форме приближаются иногда обыкновенные трапециодальные каналы при занесении в них наносами „угловых пространств“ (как показано примерно на фиг. 70-II).

Имея уравнение обыкновенной (квадратичной) параболы (фиг. 70-I) в виде:

$$x^2 = 2py, \quad \ldots\ldots\ldots (361)$$

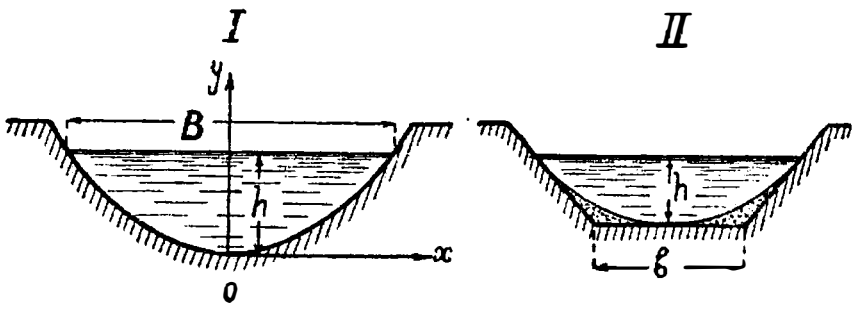
где p—параметр параболы, найдем, как известно:

$$B = 2\sqrt{2ph} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (362)$$

$$\omega = \frac{2}{3} Bh = \frac{4}{3} \sqrt{2p} \cdot h^{3/2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (363)$$

Смоченный периметр параболического профиля выражается сравнительно сложной формулой:

$$\chi = p \left[\frac{x}{p} \sqrt{1 + \frac{x^2}{p^2}} + \lg \text{nat} \left(\frac{x}{p} + \sqrt{1 + \frac{x^2}{p^2}} \right) \right], \quad \ldots \quad (364)$$



Фиг. 70.

где x — абсцисса, соответствующая ординате $y = h$, если h есть глубина, при которой желаем определить смоченный периметр. Эту формулу можно упростить по внешнему виду, вводя обозначение:

$$f(\sigma) = \sigma \sqrt{1 + \sigma^2} + \lg \text{nat} \left(\sigma + \sqrt{1 + \sigma^2} \right), \quad \ldots \quad (365)$$

где

$$\sigma = \frac{x}{p} = \frac{B}{2p}, \quad \ldots \quad (366)$$

причем для смоченного периметра будет:

$$\chi = p \cdot f(\sigma) \quad \ldots \quad (367)$$

и для гидравлического радиуса:

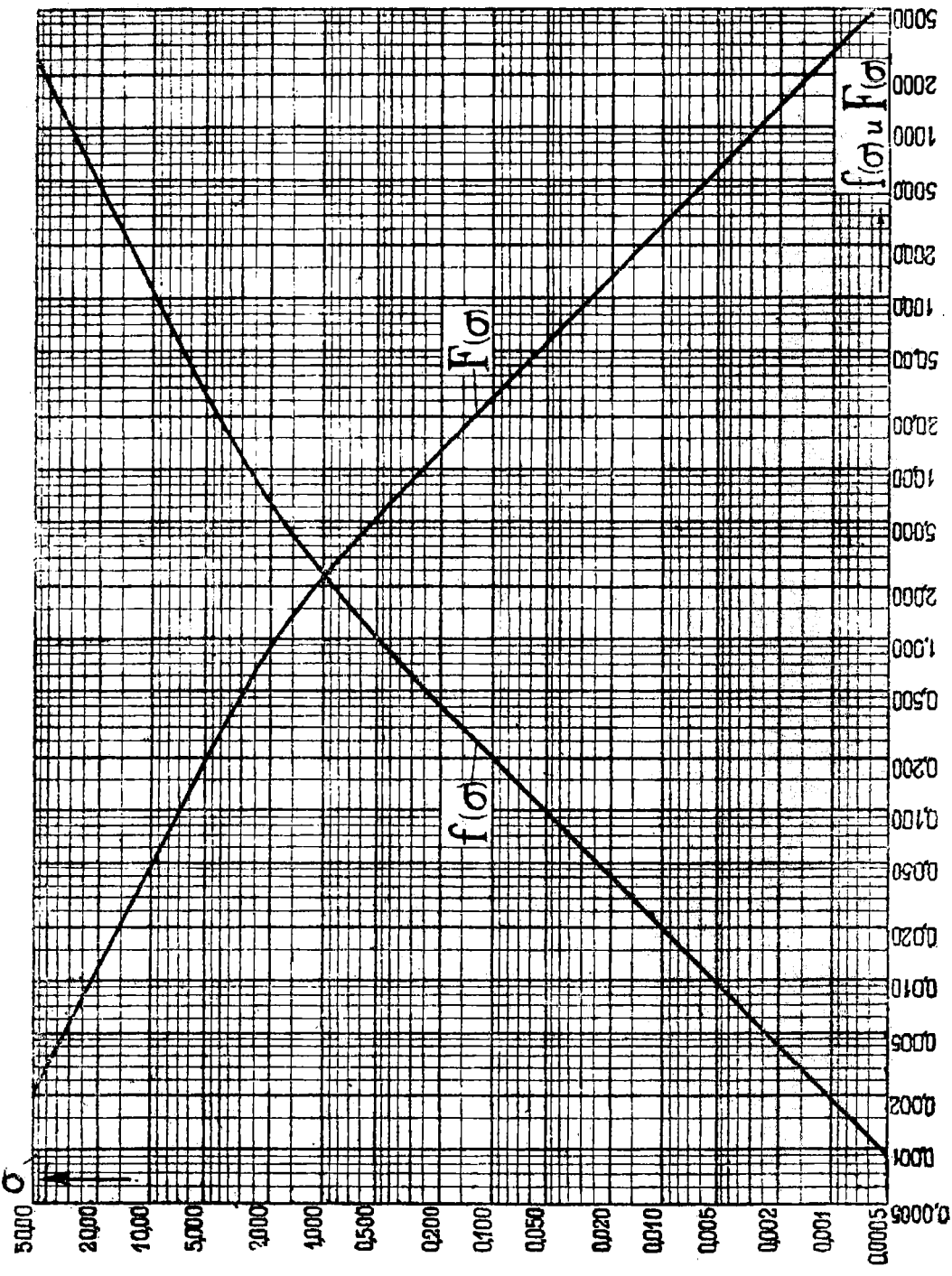
$$R = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2}{p}} \cdot \frac{h^{3/2}}{f(\sigma)} \quad \ldots \quad (368)$$

Если желательно в формулы для χ и R ввести величину ширины канала по верху B, то нетрудно показать, что гидравлические элементы параболического русла представятся так:

$$\omega = \frac{2}{3} Bh; \quad \ldots \quad (369)$$

$$\chi = \frac{B^2}{8h} \cdot f(\sigma); \quad \ldots \quad (370)$$

$$R = \frac{h^2}{B} \cdot F(\sigma), \quad \ldots \quad (371)$$



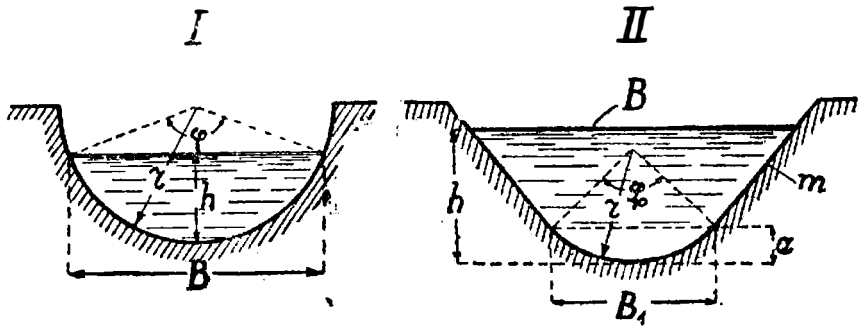
Фиг. 71.— График к расчету параболических профилей.

где функция $F(\sigma)$ связана с ф-цией $f(\sigma)$ зависимостью:

$$F(\sigma) = \frac{16}{3} \cdot \frac{1}{f(\sigma)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (372)$$

Для функций $f(\sigma)$ и $F(\sigma)$ нами составлены графики, облегчающие расчет (см. фиг. 71).

3°. Круговой профиль находит применение при проектировании и постройке полукруглых желобов, лотков и пр. (фиг. 72-I). При глубине h,



Фиг. 72.

которой соответствует центральный угол φ, для гидравлических элементов этого профиля имеем:

$$\omega = \frac{1}{2}(\varphi - \sin\varphi) r^2; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (373)$$

$$\chi = \varphi r; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (374)$$

$$R = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sin\varphi}{\varphi}\right) r; \quad \ldots\ldots\ldots (375)$$

$$B = 2 \sin\frac{\varphi}{2} \cdot r, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (376)$$

где величину φ находим для данной глубины h из условия:

$$h = \left(1 - \cos\frac{\varphi}{2}\right) r = 2 \sin^2\frac{\varphi}{4} \cdot r \quad \ldots\ldots\ldots (377)$$

Здесь же отметим еще „смешанный профиль", в котором по дуге круга очерчена лишь нижняя часть (фиг. 72 - II), в верхней же имеем плоские откосы с коэфициентом $= m$. Найдя для нижней (круговой) части профиля живое сечение ω_1, смоченный периметр χ_1 и ширину B_1 по предыдущим формулам при центральном угле $\varphi = \varphi_0$, получим затем для полного профиля при глубине h:

$$\omega = \omega_1 + (h - a)\,[B_1 + m\,(h - a)]; \quad \ldots\ldots\ldots (378)$$

$$\chi = \chi_1 + 2\,(h - a)\sqrt{1 + m^2} = \chi_1 + 2\,m'\,(h - a); \quad \ldots (379)$$

$$B = B_1 + 2\,m\,(h - a), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (380)$$

где $m' = \sqrt{1 + m^2}$; далее находим: $R = \frac{\omega}{\chi}$.

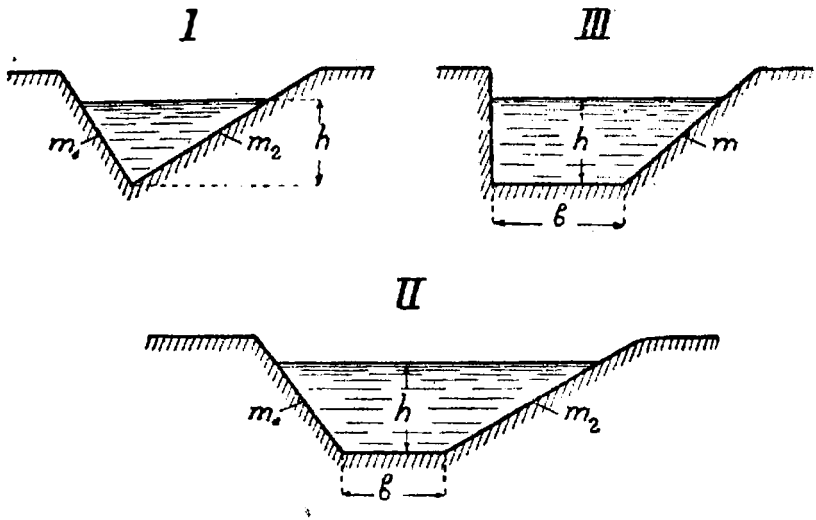
4°. **Несимметричные профиля.** Из таких профилей рассмотрим здесь несимметричный треугольник и неравнобокую трапецию, которые имеют некоторое практическое значение. Коэфициенты откосов обозначим через m_1 и m_2 (фиг. 73), „вторые коэфициенты откоса" — через m_1' и m_2', причем

$$m_1' = \sqrt{1 + m_1^2};\quad m_2' = \sqrt{1 + m_2^2}; \qquad (381)$$

полусумму откосов m_1 и m_2 обозначим через M, полусумму же m_1' и m_2' — через M', т. е.:

$$M = \frac{m_1 + m_2}{2}, \qquad (382)$$

$$M' = \frac{m_1' + m_2'}{2}. \qquad (383)$$



Фиг. 73.

Тогда для **несимметричного треугольного профиля** (фиг. 73-I) получим:

$$\omega = Mh^2; \qquad (384)$$

$$R = \frac{Mh}{2M'}; \qquad (385)$$

$$B = 2Mh \qquad (386)$$

Для **неравнобокого трапецоидального профиля** (фиг. 73-II) имеем следующее:

$$\omega = h(b + Mh); \qquad (387)$$

$$\chi = b + 2M'h; \qquad (388)$$

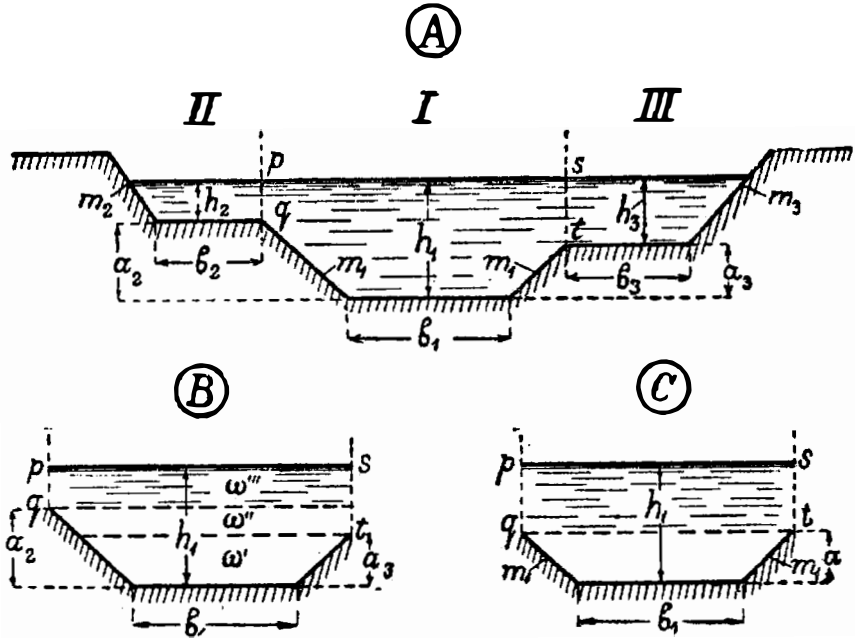
$$R = \frac{h(b + Mh)}{b + 2M'h}; \qquad (389)$$

$$B = b + 2Mh \qquad (390)$$

Среди таких неравнобоких профилей чаще других встречается профиль в виде трапеции с одной вертикальной боковой стороной (фиг. 73-III); в этом случае в формулы (387) — (390) следует подставить:

$$\left.\begin{aligned} M &= \frac{m}{2}; \\ M' = \frac{m'}{2} &= \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{1+m^2}\right). \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (391)$$

5°. Составные профиля. Составными профилями называются такие, которые распадаются на несколько частей (обычно — от двух до пяти), различных по своим гидравлическим свойствам, почему и гидравлические элементы в этих случаях следует рассчитывать не для целого сечения, а для



Фиг. 74.

отдельных его частей. Показанный на фиг. 74-А профиль имеет, как видим, три таких части: I, II и III, гидравлические элементы коих будем отмечать соответствующими значками (1, 2 и 3); среднюю часть отделяем от двух боковых вертикалями $p-q$ и $s-t$. Длины $p-q$ и $s-t$ при определении величин смоченных периметров в расчет не принимаются.

Для живых сечений боковых частей II и III имеем:

$$\left.\begin{aligned} \omega_2 &= h_2\left(b_2+\frac{m_2 h_2}{2}\right); \\ \omega_3 &= h_3\left(b_3+\frac{m_3 h_3}{2}\right); \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (392)$$

для смоченных периметров тех же частей найдем:

$$\left.\begin{aligned} \chi_2 &= b_2 + m_2' h_2; \\ \chi_3 &= b_3 + m_3' h_3, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (393)$$

где m_2' и m_3' суть „вторые коэфициенты откоса" этих частей.

Для средней части при $a_2 > a_3$ (см. фиг. 74, A и B) живое сечение

$$\omega_1 = \omega_1' + \omega_1'' + \omega_1''' =$$

$$= a_3 (b_1 + m_1 a_3) + (a_2 - a_3) \left[b_1 + 2 m_1 a_3 + \frac{m_1}{2} (a_2 - a_3) \right] +$$

$$+ (h_1 - a_2) [b_1 + m_1 (a_2 + a_3)]; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (394)$$

смоченный периметр

$$\chi_1 = b_1 + m_1' (a_2 + a_3), \quad \ldots \ldots \ldots \quad (395)$$

где m_1' — „второй коэфициент откоса" средней части.

Для случая, когда

$$a_2 = a_3 = (\text{положим}) \ a,$$

показана лишь средняя часть (фиг. 74-C) составного профиля, причем вместо (394) и (395) для этой части будет:

$$\omega_1 = a (b_1 + m_1 a) + (h_1 - a) (b_1 + 2 m_1 a); \quad \ldots \ldots \quad (396)$$

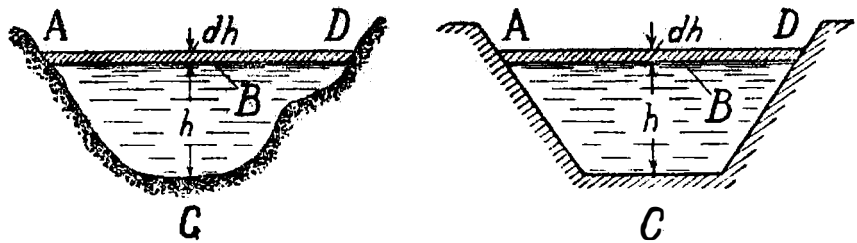
$$\chi_1 = b_1 + 2 m_1' a \quad \ldots \ldots \ldots \quad (397)$$

Зная величины живых сечений и смоченных периметров для каждой из частей составного профиля, легко найдем и соответствующие гидравлические радиусы:

$$R_1 = \frac{\omega_1}{\chi_1}; \quad R_2 = \frac{\omega_2}{\chi_2}; \quad R_3 = \frac{\omega_3}{\chi_3} \quad \ldots \ldots \quad (398)$$

6°. Подобно указанным могут быть получены аналитические выражения и для гидравлических элементов других открытых русел, имеющих „правильную форму", т. е. очерченных в поперечном сечении по определенным геометрическим данным.

Закончим теперь указания о гидравлических элементах замечанием о той общей связи, которая существует между шириной русла по верху



Фиг. 75.

B и площадью живого сечения ω. При данной форме поперечного сечения русла, т. е. при данном виде кривой очертания его ACD (см., например, два профиля на фиг. 75), площадь живого сечения, очевидно, изменяется только в зависимости от глубины h, так что площадь эта есть функция от глубины h:

$$\omega = f(h).$$

Если дадим глубине h элементарное приращение dh, то соответствующее приращение площади живого сечения выразится заштрихованной на черте-

жах полоской высотой dh, причем с точностью до бесконечно малых первого порядка можно написать:

$$d\omega = B\,dh, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (399)$$

откуда

$$\frac{d\omega}{dh} = B, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (400)$$

т. е. производная от площади живого сечения по глубине равна соответствующей ширине русла по верху. Это положение справедливо для русел не только правильной, но и неправильной формы (реки и др. естественные водотоки).

§ 47. Гидравлически наивыгоднейшее сечение каналов.

Гидравлически „наивыгоднейшим" называется такое сечение канала, для которого при данном расходе Q и уклоне i получается наименьшая площадь живого сечения ω или, что то же, наибольшая скорость V. Обозначив для трапецоидального сечения наивыгоднейшее отношение $\frac{b}{h}$ через β_0, следует пользоваться при данном „коэфициенте откоса" m такою теоретическою зависимостью для определения β_0:

$$\beta_0 = 2\left(\sqrt{1+m^2} - m\right); \quad \ldots\ldots\ldots \quad (401)$$

в частности, для прямоугольника $\beta_0 = 2$. Пользуясь указанным выше обозначением m' для „второго коэфициента откоса" $\left(m' = \sqrt{1+m^2}\right)$, вместо (401) получим более простое выражение:

$$\beta_0 = 2\,(m' - m) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (402)$$

Для обратной величины $\frac{1}{\beta_0} = \frac{h}{b}$ имеем:

$$\frac{1}{\beta_0} = \frac{1}{2}\left(m + \sqrt{1+m^2}\right), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (403)$$

или

$$\frac{1}{\beta_0} = \frac{m+m'}{2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (404)$$

причем отметим попутно, что при $m > 1$ иногда может быть полезно и приближенное выражение:

$$\frac{1}{\beta_0} \cong m + \frac{0{,}24}{m} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (405)$$

Вводя в (402) величину угла θ, т. е. угла наклона боковых откосов к горизонту, и помня, что

$$m = \operatorname{ctg}\theta; \quad m' = \operatorname{cosec}\theta, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (406)$$

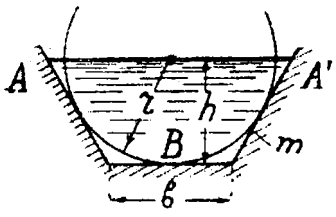
найдем:

$$\beta_0 = 2\,(\operatorname{cosec}\theta - \operatorname{ctg}\theta) = 2\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (407)$$

$$\frac{1}{\beta_0} = \frac{1}{2}\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (408)$$

Геометрически отношение β_0 можно получить, при данном m, описывая около полуокружности какого-либо радиуса r трапецию ABA', для которой (фиг. 76) $\operatorname{etg}\theta = m$, и измеряя затем отношение $\frac{b}{h}$.

Что касается гидравлических элементов „наивыгоднейшего" сечения, то по § 45 можем написать:



Фиг. 76.

$$\omega = h^2(\beta_0 + m); \quad \ldots\ldots\ldots (409)$$

$$\chi = h(\beta_0 + 2m'); \quad \ldots\ldots\ldots (410)$$

$$R = \frac{h(\beta_0 + m)}{\beta_0 + 2m'}, \quad \ldots\ldots\ldots (411)$$

причем в последнем выражении, как нетрудно показать,

$$\beta_0 + m = \frac{1}{2}(\beta_0 + 2m') \quad \ldots\ldots (412)$$

и потому

$$R = \frac{h}{2}, \quad \ldots\ldots\ldots (413)$$

что и дает весьма характерную зависимость для R при „наивыгоднейшем" сечении.

Вводя обозначение:

$$\beta_0 + m = \mu_0, \quad \ldots\ldots\ldots (414)$$

имеем вместо (409) — (411) следующие простейшие выражения:

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \mu_0 h^2; \\ \chi &= 2\mu_0 h; \\ R &= \frac{h}{2}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (415)$$

к которым добавим еще выражение для ширины „наивыгоднейшего" сечения по верху:

$$B = 2m'h \quad \ldots\ldots\ldots (416)$$

Заметим однако, что гидравлически „наивыгоднейшее" сечение не всегда будет наивыгоднейшим и практически (т. е. наиболее дешевым): оно иногда дает сравнительно глубокие каналы, которые могут быть нежелательны по строительным и эксплоатационным соображениям; кроме того, наименьшая площадь живого сечения и сама по себе еще не всегда определяет наиболее дешевый тип канала и пр. Вот почему на практике сравнительно весьма часто приходится отступать от этой формы сечения.

В таблице 36 приводятся значения $\beta_0 = \frac{b}{h}$, обратной величины $\frac{1}{\beta_0}$ и величины $\mu_0 = \beta_0 + m$ для наивыгоднейшего сечения; там же даны для такого сечения значения $h : \sqrt{\omega}$ и $b : \sqrt{\omega}$, что иногда может быть полезно.

ТАБЛИЦА 36.

m	β_c	$\frac{1}{\beta_0}$	$\mu_0 = \beta_0 + m$	$\frac{h}{\sqrt{\omega}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0}}$	$\frac{b}{\sqrt{\omega}} = \frac{\beta_0}{\sqrt{\mu_0}}$
0	2,000	0,500	2,000	0,707	1,414
0,10	1,810	0,552	1,910	0,724	1,310
0,20	1,640	0,610	1,840	0,737	1,209
0,25	1,562	0,640	1,812	0,743	1,160
0,50	1,236	0,809	1,736	0,759	0,938
0,75	1,000	1,000	1,750	0,756	0,756
1,00	0,828	1,207	1,828	0,740	0,613
1,25	0,702	1,425	1,952	0,716	0,502
1,50	0,606	1,651	2,106	0,689	0,417
2,00	0,472	2,118	2,472	0,636	0,300
2,50	0,385	2,596	2,885	0,589	0,227
3,00	0,325	3,081	3,325	0,548	0,178

§ 48. Основные задачи при гидравлическом расчете каналов.

При гидравлическом расчете каналов „коэфициент откоса" m надо всюду считать **данным** (он выбирается по **строительным** соображениям в зависимости от грунта и типа укрепления канала, если таковое имеется); равным образом при расчете известен и род (шероховатость) стенок канала.

1°. Первая основная задача. Дан уклон дна i и размеры живого сечения, т. е. h и b (фиг. 67); найти расход Q.

Прежде всего находим гидравлические элементы канала: ω, χ, R и коэфициент Шези C, а затем по формулам (329) настоящей главы имеем непосредственно:

$$Q = \omega C \sqrt{Ri}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (417)$$

где в правой части все величины известны.

Пример 16. Определить расход воды в канале при следующих данных: $i = 0{,}0004$, $h = 1{,}00$ *м*, $b = 8{,}00$ *м*; канал в плотном земляном грунте; $m = 1{,}00$.

По (334), (335) и (336) определим гидравлические элементы сечения: площадь живого сечения канала

$$\omega = h(b + mh) = 1 \cdot (8 + 1{,}1) = 9{,}00 \ м^2;$$

смоченный периметр

$$\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2} = 8 + 1 \cdot 2{,}828 \quad 10{,}83 \ м;$$

гидравлический радиус

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{9{,}00}{10{,}83} = 0{,}83 \ м.$$

Для определения коэфициента C возьмем формулу Гангилье-Куттера при $n = 0{,}025$. Тогда по таблице 18 имеем $C = 37{,}6$, а потому по (417)

$$Q = \omega C \sqrt{Ri} = 9{,}00 \cdot 37{,}6\sqrt{0{,}83 \quad 0{,}0004} = 6{,}15 \ м^3/сек.$$

По нашей формуле (307) и таблице 26 (см. также табл. 27) получим:

$$C = \frac{1}{n} R^y = 40 \cdot 0{,}083^{0{,}226} = 38{,}30,$$

так что расход

$$Q = 9{,}00 \cdot 38{,}3\sqrt{0{,}83 \cdot 0{,}0004} = 6{,}26 \ м^3/сек.$$

2°. Вторая основная задача. Дан расход Q и размеры живого сечения h и b (фиг. 67); найти уклон i.

Найдя гидравлические элементы: ω, χ и R, определим скорость V по (329 - I): $V=\frac{Q}{\omega}$ и далее из (329 - II):

$$i=\frac{V^2}{C^2R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (418)$$

Отсюда непосредственно определится i, но лишь при условии, если для C берется ф-ла, не зависящая от уклона (например, наша или сокращенная Гангилье-Куттера; при пользовании полной ф-лой (при $i<0{,}0005$) следует предварительно определить i по (418), беря C по независящей от уклона ф-ле (или же по полной ф-ле, задавшись в ней уклоном, например, $i=0{,}0003$—$0{,}0004$), после этого вновь найти C, а затем i по (418).

Пример 17. Определить уклон канала прямоугольного сечения (бетонировка в средних условиях) при следующих данных:

$$Q=5{,}00\ м^3/сек,\ b=2{,}00\ м,\ h=0{,}90\ м.$$

По (348), (349) и (350) находим гидравлические элементы:

$$\omega=bh=2{,}0\cdot 0{,}9=1{,}80\ м^2;$$

$$\chi=b+2h=2{,}0+2\cdot 0{,}9=3{,}80\ м;$$

$$R=\frac{\omega}{\chi}=\frac{1{,}80}{3{,}80}=0{,}475\ м.$$

Затем определим скорость:

$$V=\frac{Q}{\omega}=\frac{5{,}00}{1{,}80}=2{,}78\ м/сек;$$

коэфициент Шези C найдем, например, по формуле Базена, причем для $\gamma=0{,}16$ будет

$$C\cong 70,$$

так что для уклона i по (418) имеем:

$$i=\frac{V^2}{C^2R}=0{,}0033.$$

3°. Третья основная задача. Дан расход Q и уклон i, подобрать сечение канала (тип сечения—по фиг. 67).

Здесь прежде всего необходимо помнить, что в таком виде задача имеет бесчисленное множество решений. Для определенности решения должны быть еще заданы: 1) либо b, 2) либо h, 3) либо $\beta=\frac{b}{h}$ (например, наивыгоднейшее его значение или иное). На практике такое задание мы всегда можем получить из технических соображений [1]). В соответствии с этим можно различать три случая для третьей задачи, для решения которой укажем два приема.

Первый прием.

1) В первом случае, зная b, задаемся каким-либо значением $h=h_1$ и, как в первой основной задаче, вычисляем соответствующий расход Q_1. Если Q_1 оказывается достаточно близким к заданному расходу Q, то $h=h_1$ и есть искомая глубина; однако, обычно это сразу не удается, и приходится задаваться новым значением $h=h_2$ и т. д., пока не получим расход, достаточно близкий к заданному. После трех—четырех попыток подбор обычно дает решение.

2) Во втором случае, зная h, задаемся каким-либо значением $b=b_1$ и т. д. (поступаем, как только что сказано о подборе h).

[1]) Так, например, h берется по условиям пропуска судов с известной осадкой, по условиям необходимой глубины канала при осушении и пр.; ширина b иногда определяется той „полосой отчуждения", которую мы имеем для канала и т. д.

3) Если дано β, то, задавшись значением $h = h_1$, находим ему отвечающее $b_1 = \beta h_1$, после чего можем найти соответствующий расход Q_1 (как в первой основной задаче, т. е. по размерам h_1 и b_1); далее берем еще значение $h = h_2$, находим $b = b_2$, вычисляем Q_2 и т. д.

Второй прием.

Вместо указанного приема можно пользоваться понятием „модуля расхода" и поступать так:

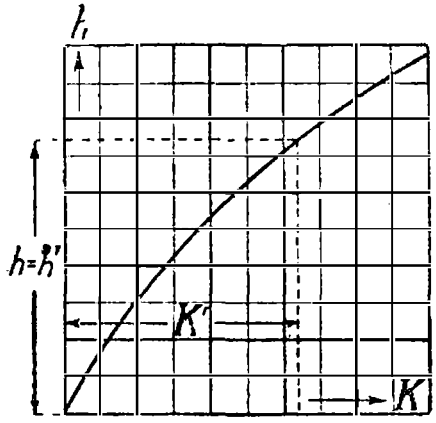
1) В первом случае по (236) и (237) имеем при $J = i$:

$$K = \omega C\sqrt{R}; \quad \ldots \quad (419)$$

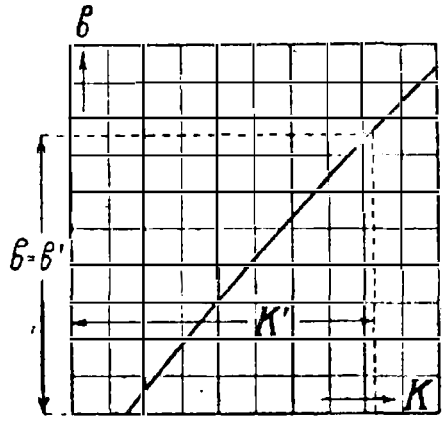
$$K = \frac{Q}{\sqrt{i}} \quad \ldots \quad (420)$$

и по последней формуле находим необходимый нам (при данных Q и i) модуль расхода $K =$ (положим) K'.

Далее, зная b, задаемся рядом значений $h = h_1, h_2, h_3 \ldots$, вычисляем по (419) значения $K = K_1, K_2, K_3 \ldots$ и строим кривую для K, как для функции



Фиг. 77.



Фиг. 78.

от h по координатам: (h_1, K_1), (h_2, K_2), $(h_3, K_3) \ldots$, как показано на фиг. 77. Затем, отложив на оси абсцисс $K = K'$, по кривой находим ординату $h = h'$, которая и дает искомую глубину. Раз график $K = f(h)$ построен, то и для других каналов с тем же b (и, конечно, с тем же m) можно им пользоваться уже непосредственно.

2) Во втором случае подобным же образом строим график $K = f(b)$, фиг. 78, и находим искомое $b = b'$.

3) В третьем случае, задаваясь значениями $h = h_1, h_2, h_3 \ldots$ и находя отвечающие им $b = b_1, b_2, b_3 \ldots$, определяем по (419) значения $K = K_1, K_2, K_3 \ldots$ и строим график $K = f(h)$, как, положим, на фиг. 77.

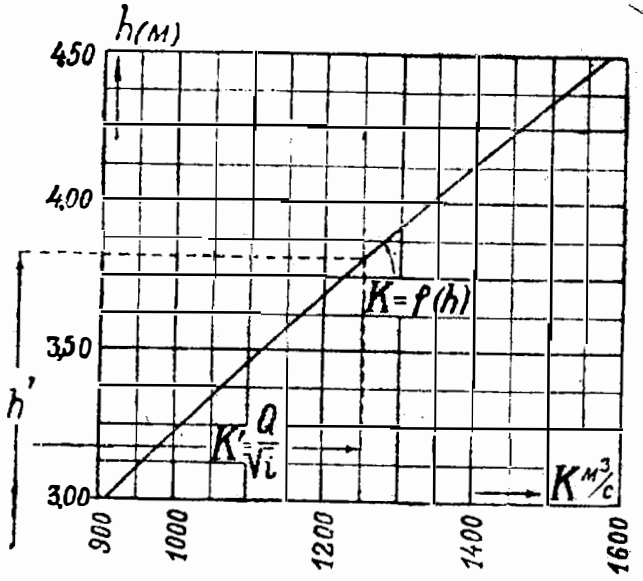
Заметим, что второй прием расчета (по модулю расхода) удобен, главным образом, при необходимости расчета нескольких каналов (сети каналов) с одинаковым b, h или β, если при этом C берется по независящей от уклона формуле, что большею частью возможно для сети каналов, так как на сети редко $i < 0{,}0005$. Если $i < 0{,}0005$, то при формуле Гангилье-Куттера следует график K строить для „типовых" уклонов.

Пример 18. Определелить глубину в канале, облицованном хорошей бутовой кладкой на цементном растворе. Дано $Q = 28$ *м*³/*сек*, $i = 0{,}0005$, $b = 4{,}0$ *м*, $m = 0{,}1$.

По (420) вычислим необходимый модуль расхода

$$K' = \frac{Q}{\sqrt{i}} = \frac{28{,}0}{\sqrt{0{,}0005}} = 1252 \ м^3/сек.$$

Далее, задаваясь рядом значений глубин h, определим соответствующие им величины: ω, χ, R, C, после чего по зависимости $K = \omega C\sqrt{R}$ находим соответствующие значения K. При этом коэфициент C берем для $n = 0{,}017$ по графику, построенному по нашей формуле (фиг. 64 или График IV в конце книги).



Фиг. 79.

Данные вычислений сводим в таблицу и, построив кривую $K = f(h)$, найдем по ней (фиг. 79) глубину: $h = h' = 3{,}82$ *м*.

h (*м*)	ω ($м^2$)	χ (*м*)	R (*м*)	C ($м^{\frac{1}{2}}/сек$)	K $м^3/сек$
3,0	12,90	10,03	1,285	62,0	907
3,5	15,23	11,03	1,380	62,5	1118
4,0	17,61	12,04	1,462	63,0	1341
4,5	20,02	13,04	1,535	63,5	1576

Для облегчения расчетов, имеющих место при решении указанных в настоящем параграфе и других задач, приводим здесь значения $\sqrt{J}$ или $\sqrt{i}$ (табл. 37) и $\sqrt{R}$ (табл. 38); что касается вспомогательных при расчете каналов графиков, то некоторые из них будут даны ниже (см. § 50).

Подчеркнем, что в предыдущих основных задачах всегда следует **определять среднюю скорость течения** V и проверять, является ли она **допустимой**[1]). Определение скорости во всех трех основных задачах делается по известной зависимости:

$$V = \frac{Q}{\omega}.$$

[1]) Величины допустимых скоростей даются в руководствах и некоторых инструкциях и нормах для проектирования по орошению, осушению, водным путям и т. д.

ТАБЛИЦА 37.

Значения квадратных корней из величин уклонов J (или i).

Уклон J или i		$\sqrt{J}$; $\sqrt{i}$	Уклон J или i		$\sqrt{J}$; $\sqrt{i}$
Десятичный	Относительный		Десятичный	Относительный	
0,0001	1 : 1000,0	0,0100	0,025	1 : 40	0,1581
0,0002	1 : 5000	0,0141	0,026	1 : 38,5	0,1612
0,0003	1 : 3333,3	0,0173	0,027	1 : 37	0,1643
0,0004	1 : 2500	0,0200	0,028	1 : 35,7	0,1673
0,0005	1 : 2000	0,0224	0,029	1 : 34,5	0,1703
0,0006	1 : 1666,7	0,0245	0,03	1 : 33,3	0,1732
0,0007	1 : 428,6	0,0265	0,035	1 : 28,6	0,1871
0,0008	1 : 1250	0,0283	0,04	1 : 25	0,2000
0,0009	1 : 1111,1	0,0300	0,045	1 : 22,2	0,2121
0,001	1 : 1000	0,0316	0,05	1 : 20	0,2236
0,0015	1 : 666,7	0,0387	0,055	1 : 18,2	0,2345
0,002	1 : 500	0,0447	0,06	1 : 16,7	0,2450
0,0025	1 : 400	0,0500	0,065	1 : 15 4	0,2550
0,003	1 : 333,3	0,0548	0,07	1 : 14,3	0,2646
0,0035	1 : 285,7	0,0592	0,075	1 : 13,3	0,2739
0,004	1 : 250	0,0632	0,08	1 : 12,5	0,2828
0,0045	1 : 222,2	0,0671	0,085	1 : 11,8	0,2915
0,005	1 : 200	0,0707	0,09	1 : 11,1	0,3000
0,0055	1 : 181,8	0,0742	0,095	1 : 10,5	0,3082
0,006	1 : 166,7	0,0775	0,10	1 : 10	0,3162
0,0065	1 : 153,8	0,0806	0,105	1 : 9,5	0,3240
0,007	1 : 142,9	0,0837	0,11	1 : 9,1	0,3317
0,0075	1 : 133,3	0,0866	0,115	1 : 8,7	0,3391
0,008	1 : 125	0,0894	0,12	1 : 8,3	0,3464
0,0085	1 : 117,6	0,0922	0,125	1 : 8	0,3536
0,009	1 : 111,1	0,0949	0,13	1 : 7,7	0,3606
0,0095	1 : 105,3	0,0975	0,135	1 : 7,4	0,3674
0,01	1 : 100	0,1000	0,14	1 : 7,1	0,3742
0,011	1 : 90,9	0,1049	0,145	1 : 6,9	0,3808
0,012	1 : 83,3	0,1095	0,15	1 : 6,7	0,3873
0,013	1 : 76,9	0,1140	0,155	1 : 6,5	0,3937
0,014	1 : 71,4	0,1183	0,16	1 : 6,3	0,4000
0,015	1 : 66,7	0,1225	0,165	1 : 6,1	0,4062
0,016	1 : 62,5	0,1265	0,17	1 : 5,9	0,4123
0,017	1 : 58,8	0,1304	0,175	1 : 5,7	0,4182
0,018	1 : 55,6	0,1342	0,18	1 : 5,6	0,4243
0,019	1 : 52,6	0,1378	0,185	1 : 5,4	0,4301
0,02	1 : 50	0,1414	0,19	1 : 5,3	0,4359
0,021	1 : 47,6	0,1449	0,195	1 : 5,1	0,4416
0,022	1 : 45,5	0,1483	0,20	1 : 5	0,4472
0,023	1 : 43,5	0,1517			
0,024	1 : 41,7	0,1549			

ТАБЛИЦА 38.

Значения квадратных корней из величин гидравлических радиусов R.

R	$\sqrt{R}$	R	$\sqrt{R}$	R	$\sqrt{R}$	R	$\sqrt{R}$	R	$\sqrt{R}$
0,050	0,224	0,260	0,510	0,660	0,812	1,225	1,11	2,250	1,50
0,100	0,316	0,270	0,520	0,680	0,825	1,250	1,12	2,300	1,52
0,105	0,324	0,280	0,529	0,700	0,837	1,275	1,13	2,350	1,53
0,110	0,332	0,290	0,539	0,720	0,849	1,300	1,14	2,400	1,55
0,115	0,339	0,300	0,548	0,740	0,860	1,325	1,15	2,450	1,57
0,120	0,346	0,310	0,557	0,760	0,872	1,350	1,16	2,500	1,58
0,125	0,353	0,320	0,566	0,780	0,883	1,375	1,17	2,550	1,60
0,130	0,360	0,330	0,574	0,800	0,894	1,400	1,18	2,600	1,61
0,135	0,367	0,340	0,583	0,820	0,905	1,425	1,19	2,650	1,63
0,140	0,374	0,350	0,592	0,840	0,916	1,450	1,20	2,700	1,64
0,145	0,381	0,360	0,600	0,860	0,927	1,475	1,21	2,750	1,66
0,150	0,387	0,370	0,608	0,880	0,938	1,500	1,22	2,800	1,67
0,155	0,394	0,380	0,616	0,900	0,949	1,550	1,24	2,850	1,69
0,160	0,400	0,390	0,624	0,920	0,959	1,600	1,26	2,900	1,70
0,165	0,406	0,400	0,632	0,940	0,970	1,650	1,28	2,950	1,72
0,170	0,412	0,420	0,648	0,960	0,980	1,700	1,30	3,000	1,73
0,175	0,418	0,440	0,663	0,980	0,990	1,750	1,32	3,100	1,76
0,180	0,424	0,460	0,678	1,000	1,000	1,800	1,34	3,200	1,79
0,185	0,430	0,480	0,693	1,025	1,010	1,850	1,36	3,300	1,82
0,190	0,436	0,500	0,707	1,050	1,025	1,900	1,38	3,400	1,85
0,195	0,442	0,520	0,721	1,075	1,04	1,950	1,40	3,500	1,87
0,200	0,447	0,540	0,735	1,100	1,05	2,000	1,41	3,600	1,90
0,210	0,458	0,560	0,748	1,125	1,06	2,050	1,43	3,700	1,92
0,220	0,469	0,580	0,762	1,150	1,07	2,100	1,45	3,800	1,95
0,230	0,480	0,600	0,775	1,175	1,08	2,150	1,47	3,900	1,97
0,240	0,490	0,620	0,787	1,200	1,10	2,200	1,49	4,00	2,00
0,250	0,500	0,640	0,800						

§ 49. Дополнительные указания о задачах при гидравлическом расчете каналов.

Рассмотрев в главных чертах решение трех вышеприведенных основных задач, сделаем теперь некоторые дополнительные указания, относящиеся к гидравлическому расчету каналов.

1°. Прежде всего **для последнего случая третьей основной задачи укажем иной способ ее решения**, связанный с применением показательной формулы для коэфициента C, имея в виду сначала „наивыгоднейшее" сечение ($\beta = \beta_0$), а затем — любое трапецоидальное сечение ($\beta \neq \beta_0$).

Пользуясь зависимостями (415) для гидравлических элементов „наивыгоднейшего" сечения и применяя для коэфициента C нашу показательную формулу:

$$C = \frac{1}{n} R^y,$$

получим для модуля расхода K выражение:

$$K = \omega C \sqrt{R} = \mu_0 h^2 \sqrt{\frac{h}{2}} \cdot \frac{1}{n} \left(\frac{h}{2}\right)^y = \frac{\mu_0}{n \cdot 2^{0,5+y}} h^{2,5+y}, \quad \ldots \quad (421)$$

где обозначим:

$$\varphi(h) = \frac{h^{2,5+y}}{2^{0,5+y}} \quad \ldots \quad (422)$$

так что вместо (421) будет:

$$K = \frac{\mu_0}{n} \cdot \varphi(h) \quad \ldots \quad (423)$$

Отсюда имеем основную зависимость для решения данной задачи:

$$\varphi(h) = \frac{nK}{\mu_0}, \quad \ldots \quad (424)$$

где n — коэфициент шероховатости, $\mu_0 = \beta_0 + m$ (см. табл. 36) и модуль расхода $K = \frac{Q}{\sqrt{i}}$, так что правая часть в зависимости (424) известна, т. е. известно значение функции $\varphi(h)$, и потому нетрудно определить глубину h,— особенно, если пользоваться для облегчения расчета графиком функции $\varphi(h)$. Зная глубину h, легко находим и величину $b = \beta_0 h$.

График $\varphi(h)$ составлен нами для показателей $y = \frac{1}{6}$; $y = \frac{1}{5}$ $y = \frac{1}{4}$ (см. фиг. 80). Ниже дается пример на определение размеров канала (при $\beta = \beta_0$) с помощью указанного графика.

Пример 19. Определить гидравлически наивыгоднейшие размеры трапецоидального земляного канала ($n = 0{,}025$) при следующих данных:

$$Q = 5{,}20 \ м^3/сек, \ i = 0{,}0009, \ m = 1{,}5.$$

По таблице 36 и формуле (420) найдем неизвестные величины, входящие в правую часть уравнения (424):

$$\mu_0 = 2{,}106;$$

$$K = \frac{Q}{\sqrt{i}} = \frac{5{,}20}{\sqrt{0{,}0009}} = 173{,}3 \ м^3/сек,$$

и по (424) определим значение $\varphi(h)$:

$$\varphi(h) = \frac{nK}{\mu_0} = \frac{0{,}025 \cdot 173{,}3}{2{,}106} = 2{,}056.$$

Затем по графику (фиг. 80) найдем соответственное значение глубины канала

$$h = 1{,}56 \text{ м}$$

и, наконец, определим ширину по дну:

$$b = \beta_0 h = 0{,}606 \cdot 1{,}56 = 0{,}913 \text{ м} \cong 0{,}91 \text{ м},$$

причем значение β_0 взято из таблицы 36.

При трапецоидальном русле любой формы ($\beta \neq \beta_0$ дано) для модуля расхода K имеем:

$$K = \omega C\sqrt{R} = \mu h^2 \cdot \frac{1}{n} R^{0.5+y}, \quad \ldots\ldots\ldots (425)$$

где по (339)

$$R = \frac{\beta + m}{\beta + 2m'} \cdot h$$

и

$$\mu = \beta + m \quad \ldots\ldots\ldots (426)$$

Обозначая для краткости:

$$\frac{\beta + m}{\beta + 2m'} = \rho, \quad \ldots\ldots\ldots (427)$$

из (425) получим:

$$\rho^{0.5+y} \cdot h^{2.5+y} = \frac{nK}{\mu}, \quad \ldots\ldots\ldots (428)$$

что можно написать и в виде:

$$(2\rho)^{0.5+y} \cdot \varphi(h) = \frac{nK}{\mu}, \quad \ldots\ldots\ldots (429)$$

где $\varphi(h)$ есть прежняя ф-ция (422); таким образом, основная зависимость для рассматриваемой задачи будет:

$$\varphi(h) = \frac{1}{(2\rho)^{0.5+y}} \cdot \frac{nK}{\mu} \quad \ldots\ldots\ldots (430)$$

Зная отсюда величину $\varphi(h)$, находим h, как и в предыдущем случае. С целью облегчения вычислений даем график (фиг. 81) для первого множителя в правой части, т. е. для $\frac{1}{(2\rho)^{0.5+y}}$, при $y = \frac{1}{6}, \frac{1}{5}$ и $\frac{1}{4}$. Значения величины ρ, определяемой по (427), можно брать по вышеприведенной табл. 35 (см. § 45).

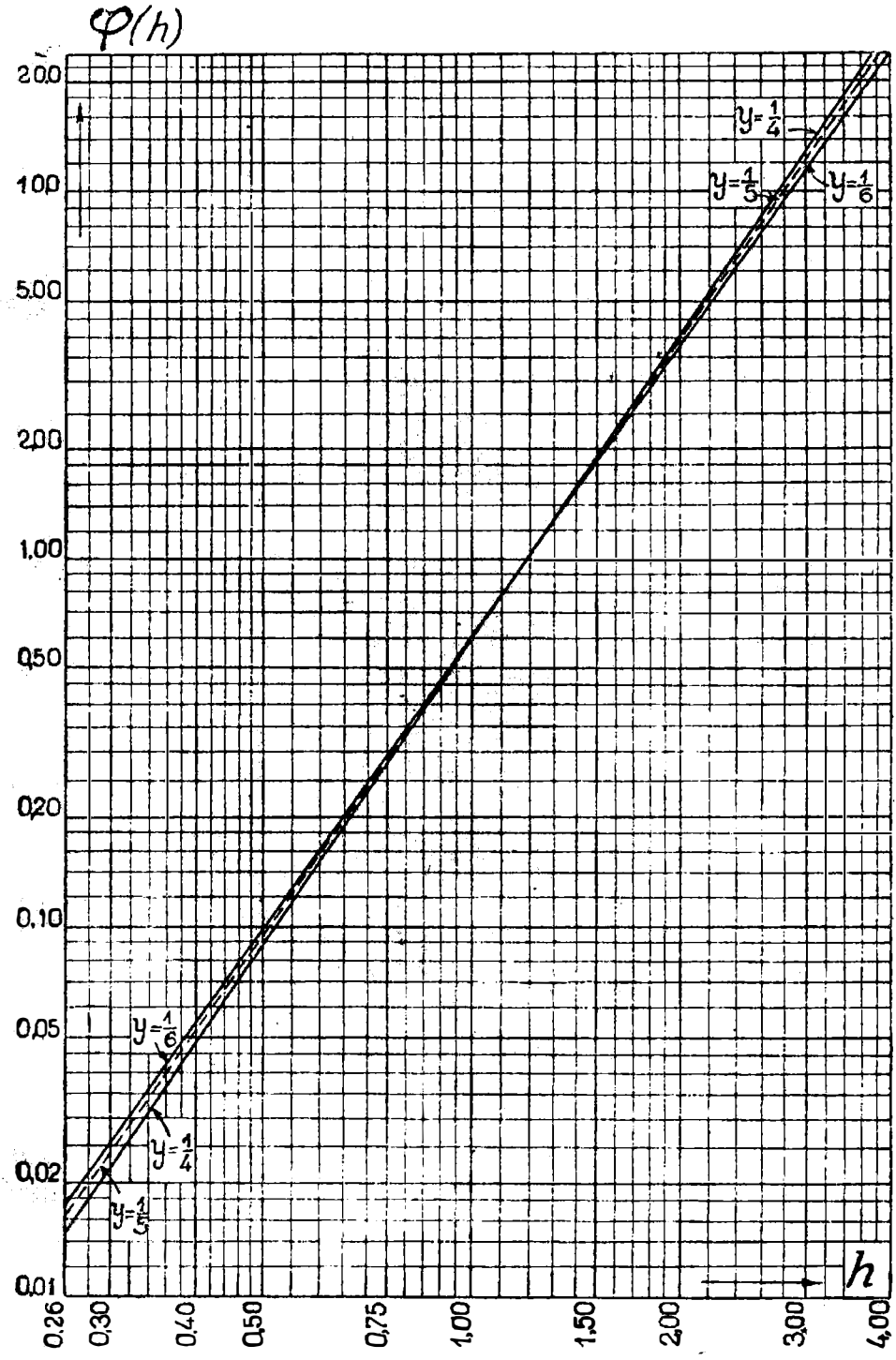
2°. Некоторые другие задачи. В дополнение к основным задачам рассмотрим здесь еще три задачи, где скорость V входит в число заданных величин, причем ограничимся лишь краткими указаниями.

а) Заданы: b, h и V (кроме того, в этой задаче, как и в двух следующих, известны коэфициенты откосов канала m (при типе сечения по фиг. 67); найти: Q и i.

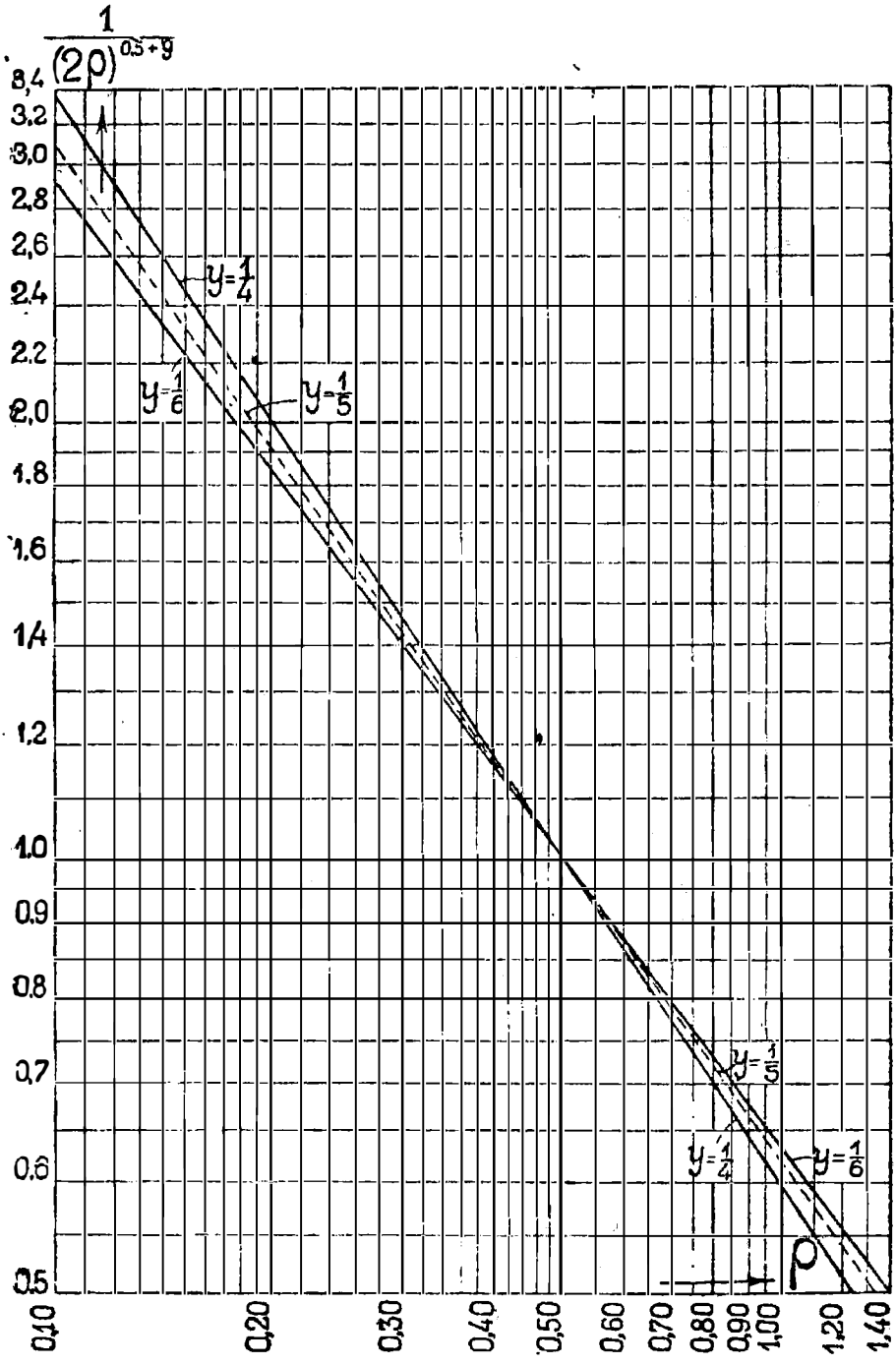
Определив гидравлические элементы канала и коэфициент Шези C, находим расход $Q = \omega V$ и уклон дна i по формуле

$$i = \frac{V^2}{C^2 R}.$$

б) Заданы: Q, V и одна из величин b, h или β при трапецоидальном профиле канала; найти незаданный размер (или размеры) живого сечения и уклон дна i.



Фиг. 80.—График функции $\varphi(h) = \frac{h^{2,5+y}}{2^{0,5+y}}$.



Фиг. 81.—График для величины $\frac{1}{(2\rho)^{0,5+y}}$

Определив величину $\omega = \frac{Q}{V}$, напишем затем, смотря по условиям задачи:

$$h(b + mh) = \omega \quad (431)$$

или же

$$h^2(\beta + m) = \omega, \quad (432)$$

откуда и найдем искомые величины. Так, если неизвестно b, то из (431) имеем:

$$b = \frac{\omega}{h} - mh; \quad (433)$$

если же неизвестно h, то эта величина определится из квадратного ур-ния (431), представляемого в виде:

$$mh^2 + bh - \omega = 0; \quad (434)$$

наконец, если по заданию известно β, то из ур-ния (432) будет:

$$h = \sqrt{\frac{\omega}{\beta + m}}, \quad (435)$$

после чего получим и величину b:

$$b = \beta h.$$

Зная размеры живого сечения, продольный уклон дна канала i находим, как в предыдущей задаче.

в) Заданы: V, Q, i; найти размеры живого сечения, т. е. при трапецоидальном профиле определить h и b.

Написав выражения для площади живого сечения ω и для модуля скорости W:

$$\left.\begin{aligned} h(b + mh) &= \omega; \\ C\sqrt{R} &= W, \end{aligned}\right\} \quad (436)$$

видим, что правые части этих ур-ний известны по условиям задачи, так как

$$\omega = \frac{Q}{V}; \qquad W = \frac{V}{\sqrt{i}},$$

левые же части суть определенные функции от двух неизвестных h и b,— положим, $f_1(h,b)$ и $f_2(h,b)$. Поэтому, записав ур-ния (436) в форме:

$$\left.\begin{aligned} f_1(h,b) &= \omega; \\ f_2(h,b) &= W, \end{aligned}\right\} \quad (437)$$

видим, что искомые размеры h и b могут быть найдены из системы двух ур-ний (437).

При практическом решении задачи, вместо непосредственного решения этих ур-ний, удобнее такой путь. Применяя нашу формулу для коэфициента C, можем представить модуль скорости W в виде:

$$W = C\sqrt{R} = \frac{1}{n} R^{0,5+y}, \quad (438)$$

откуда

$$R^{0,5+y} = nW \quad (439)$$

Так как правая часть в (439) известна, то отсюда находим R, логарифмируя ур-ние (439) или, что проще, пользуясь графиком, представленным на фиг. 82 для трех значений показателя: $y=\frac{1}{6}$; $y=\frac{1}{5}$; $y=\frac{1}{4}$.

Определив затем величину смоченного периметра $\chi=\frac{\omega}{R}$, напишем для него по (338):

$$b+2m'h=\chi, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (440)$$

где χ—известно. Этим ур-нием заменяется, таким образом, более сложное второе ур-ние системы (436), и последнюю теперь получаем в виде:

$$\left.\begin{aligned} mh^2+bh-\omega&=0;\\ b+2m'h-\chi&=0,\end{aligned}\right| \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (441)$$

откуда, исключая b, приходим к квадратному ур-нию для глубины h:

$$(m-2m')h^2+\chi h-\omega=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (442)$$

Определив отсюда h, находим величину b по второму ур-нию системы (441):

$$b=\chi-2m'h, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (443)$$

чем и решается задача.

3°. Определение высоты перепадов на канале. В трех дополнительных задачах, рассмотренных в предыдущем пункте, скорость течения V входила в число заданных величин, и ясно, что она должна быть задана таким образом, чтобы имело место неравенство

$$V<V_{max}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (444)$$

где V_{max}—наибольшая допустимая скорость, при которой еще нет размыва данного грунта (ложа канала). Однако, в тех задачах, где скорость V не задается, а определяется [1]) при самом решении, могут быть случаи, когда V получается $>V_{max}$. Тогда следует подобрать новое живое сечение, а именно—такое, при котором

$$V=V_{max}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (445)$$

во избежание размыва грунта.

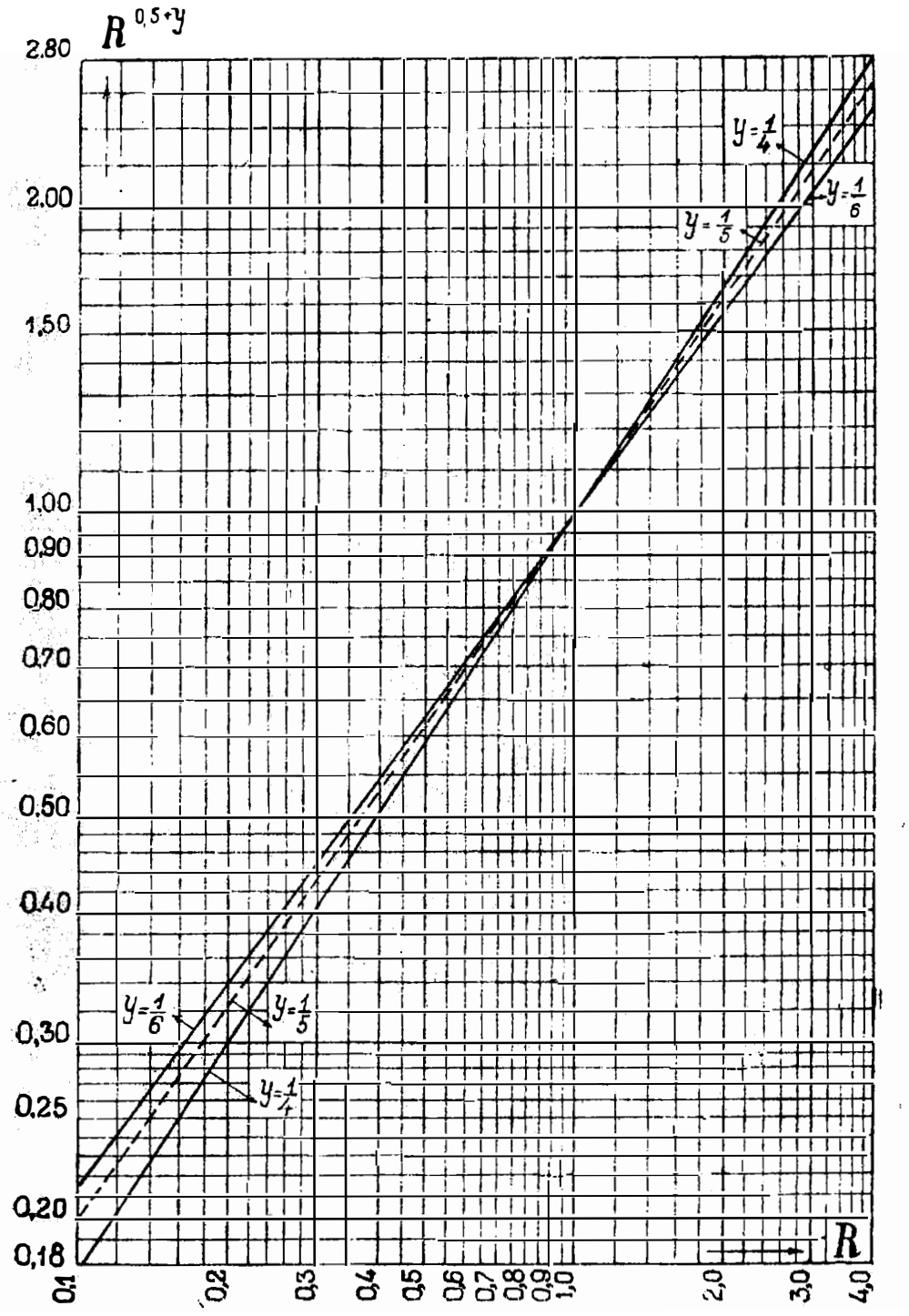
При таком пересчете живого сечения будем различать [2]) два случая: 1) допускается изменение обоих размеров сечения канала b и h; 2) допускается изменение только одного из этих размеров или же требуется сохранить их прежнее отношение,—например, $\frac{b}{h}=\beta_0$.

В первом случае, зная Q и i, мы должны задать для расчета еще скорость $V=V_{max}$, после чего и определяем новые значения глубины и ширины канала по дну, называя их для ясности b_1 и h_1. Таким образом, пересчет живого сечения, как видим, сводится к последней задаче, рассмотренной в предыдущем пункте настоящего параграфа (см. пункт 2, задача „в").

Во втором случае положим, для определенности рассуждений, что требуется сохранить глубину канала h, изменяя ширину его по низу, которую и требуется найти, зная Q, h и $V=V_{max}$; искомую ширину по низу обозна-

[1]) Таковы три основные задачи, рассмотренные в предыдущем параграфе.

[2]) В зависимости от специальных гидротехнических соображений в каждом конкретном случае.



Фиг. 82.—График для величины $R^{0,5+y}$

чим через b_1. Как видим, задача эта сводится ко второй задаче, рассмотренной в предыдущем пункте настоящего параграфа (см. пункт 2, задача „б"). Отсюда ясно, что и продольный уклон канала является искомой величиной, которую обозначим здесь через i_1, т. е. прежнее значение уклона (i) уже́ не может быть в данном случае сохранено и должно быть изменено вместе с изменением ширины по низу.

Что касается решения этой задачи, то оно вполне ясно: найдя новую величину живого сечения ω_1 из условия:

$$\omega_1 = \frac{Q}{V_{max}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (446)$$

определяем b_1 на основании (433):

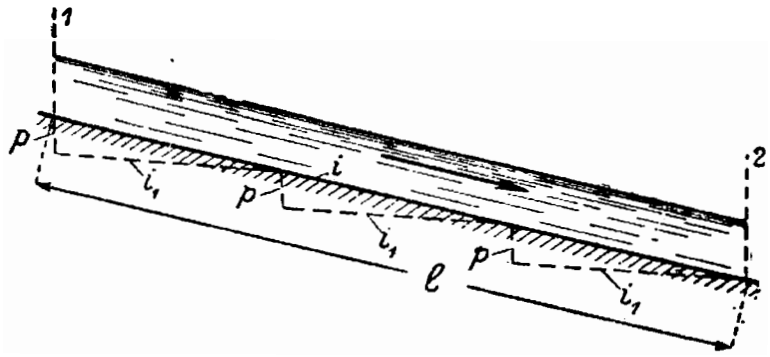
$$b_1 = \frac{\omega_1}{h} - mh, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (447)$$

после чего для продольного уклона i_1 имеем:

$$i_1 = \frac{V^2_{max}}{C_1^2 R_1}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (448)$$

где R_1 и C_1 определяются уже при новом живом сечении.

Без дальнейших указаний понятно, как решается эта задача, если при пересчете живого сечения требуется сохранить прежнее значение b или прежнее



Фиг. 83.

значение β (например, $\beta = \beta_0$), и нам достаточно лишь сослаться на зависимости (446), (434), (435) и (448).

Так как новое значение i_1, конечно, оказывается меньше первоначального уклона i, то, как видно из схемы (фиг. 83), на данном участке канала длиною l между начальным сечением 1 и конечным сечением 2 приходится устраивать перепады, показанные на схеме в виде вертикальных уступов „p". Общая высота их $\sum p$ найдется из условия:

$$li_1 + \sum p = li, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (449)$$

откуда

$$\sum p = l(i - i_1), \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (450)$$

что же касается разбивки этой суммарной высоты $\sum p$ на отдельные перепады, то это делается уже по соображениям гидротехническим.

Рассмотренный второй случай пересчета живого сечения может быть назван „задачей о высоте перепадов". В первом случае (когда допускается изменение обоих размеров b и h) перепадов не требуется, но необходимо помнить, что в этом случае в результате расчета мы можем иногда получить такие новые значения b_1 и h_1, которые дают „неудобные" практически формы живого сечения (например, слишком растянутые), и тогда необходимо произвести еще новый пересчет живого сечения, уже́ с уменьшением уклона против его прежнего значения, т. е. приходится обращаться уже ко второй задаче — „о высоте перепадов".

4°. Основные гидравлические расчеты для „составного сечения". Выше (в § 46) уже было указано, как определяются гидравлические элементы каналов с „составными" профилями. Дадим теперь для таких каналов краткие указания о решении трех основных задач, т. е. тех же задач, которые уже рассмотрены в § 48 для обычных трапецоидальных каналов, в виду чего самую формулировку этих задач повторять здесь нет надобности. Основные обозначения были показаны на фиг. 74, где имеем три части „составного" профиля; этим чертежом будем пользоваться и здесь. Как и в § 46, значками: 1, 2 и 3 будем отмечать величины, относящиеся к соответственной части „составного" профиля.

а) В первой задаче (определение расхода) находим отдельно приходящиеся на каждую часть расходы, как для простого профиля:

$$\left.\begin{aligned} Q_1 = \omega_1 C_1 \sqrt{R_1 i}; \qquad Q_2 = \omega_2 C_2 \sqrt{R_2 i}; \\ Q_3 = \omega_3 C_3 \sqrt{R_3 i}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (451)$$

где i — общий для всех частей продольный уклон, и затем определим полный расход:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (452)$$

б) Во второй задаче (определение уклона) напишем для отдельных частей выражения расходов:

$$\left.\begin{aligned} Q_1 = K_1 \sqrt{i}, \\ Q_2 = K_2 \sqrt{i}, \\ Q_3 = K_3 \sqrt{i} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (453)$$

и сложим эти ур-ния, принимая во внимание зависимость (452). При этом получим:

$$Q = (K_1 + K_2 + K_3)\sqrt{i}, \quad \ldots\ldots\ldots (454)$$

где модули расхода K_1, K_2 и K_3 известны из зависимостей:

$$K_1 = \omega_1 C_1 \sqrt{R_1}; \qquad K_2 = \omega_2 C_2 \sqrt{R_2}; \qquad K_3 = \omega_3 C_3 \sqrt{R_3}, \quad \ldots (455)$$

а потому из (454) найдем величину уклона i:

$$i = \frac{Q^2}{(K_1 + K_2 + K_3)^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (456)$$

после чего можем найти распределение расходов по отдельным частям составного профиля, т. е. величины Q_1, Q_2 и Q_3 по (451).

Попутно отметим, что, вводя для составного профиля понятие „суммарного модуля расхода" $\sum K$, причем для фиг. 74

$$\sum K = K_1 + K_2 + K_3, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (457)$$

вместо (454) имеем выражение:

$$Q = \sqrt{i} \cdot \Sigma K \quad \ldots\ldots\ldots \quad (458)$$

или

$$\Sigma K = \frac{Q}{\sqrt{i}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (459)$$

в) В третьей задаче, если требуется определить глубины воды (причем величины b_1, b_2 и b_3 заданы), находим прежде всего суммарный модуль ΣK по (459), где величины Q и i известны; затем задаемся различными глубинами h_1, находим получающиеся при этом глубины h_2 и h_3 (фиг. 74):

$$h_2 = h_1 - a_2; \qquad h_3 = h_1 - a_3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (460)$$

и определяем по (455) соответствующие модули расходов K_1, K_2, K_3 и соответствующий суммарный модуль $\Sigma K = K_1 + K_2 + K_3$.

Найдя ΣK для различных значений h_1, строим график ΣK в функции от h_1, после чего по этому графику и получим искомую глубину h_1, — подобно тому, как по графику на фиг. 77 мы определяли искомую глубину в третьей основной задаче для простого трапецоидального русла.

Аналогично решается задача и в том случае, когда глубины h_1, h_2 и h_3 известны и требуется найти одну из ширин по низу (положим, b_2), причем две другие (b_1 и b_3) даны.

Во всех рассмотренных задачах для „составного" профиля скорости V_1, V_2 и V_3 следует находить отдельно для каждой части, как то делается для „простых" профилей.

§ 50. Применение графиков для расчета каналов.

Указанные в предыдущих параграфах способы и примеры гидравлического расчета каналов дают основные черты такого расчета. На практике, при более или менее значительном количестве работ по подсчетам, последние весьма облегчаются применением разного рода вспомогательных таблиц и графиков. Известно немало весьма хороших материалов этого рода как в русской, так и в иностранной литературе.

Однако, в виду крайнего разнообразия вида поперечных сечений каналов, их размеров, продольных уклонов и характера стенок, подобные таблицы и графики для расчета каналов требуют весьма много места, которым мы для этой цели не располагаем в достаточной мере в настоящем издании. В виду этого мы имеем возможность поместить здесь лишь некоторые графические материалы, относящиеся к земляным каналам (главным образом — при полуторных откосах).

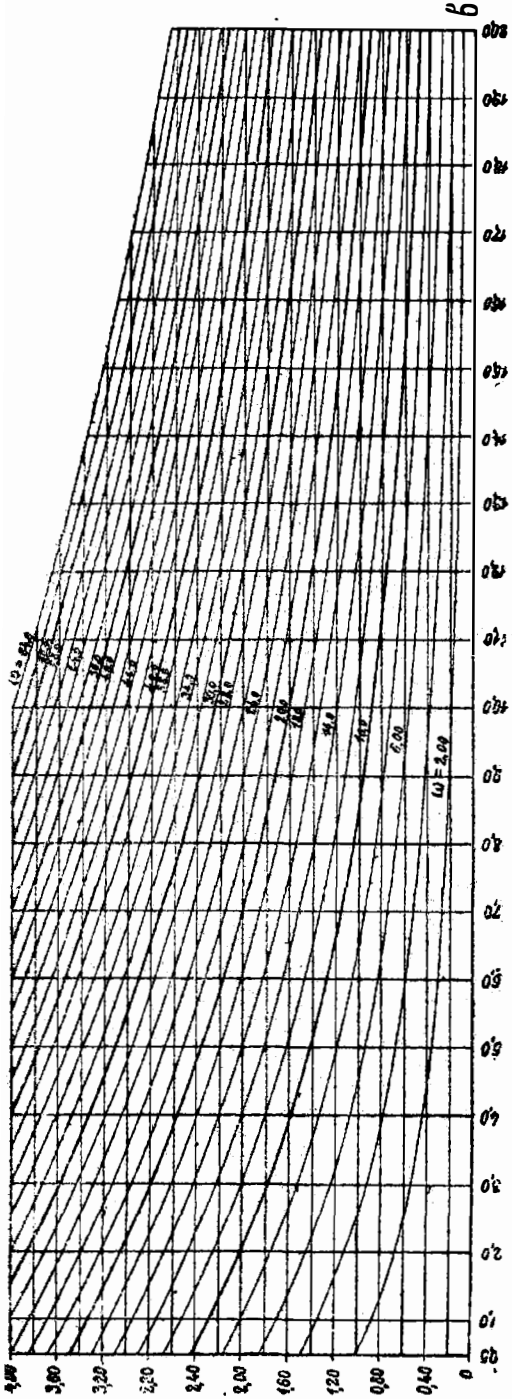
1°. Графики для гидравлических элементов сечения каналов. Для гидравлических элементов поперечного сечения каналов с полуторными откосами приводим два графика: один — для величины живого сечения ω (фиг. 84) и другой — для величины гидравлического радиуса R (фиг. 85). Графики эти, пользование которыми понятно без дальнейших пояснений, пригодны для любых мер; в обоих графиках по горизонтальной оси отложены значения ширины канала по низу b, а по вертикальной — значения глубины воды h.

Укажем, что этими графиками можно пользоваться, при условии некоторых дополнительных вычислений, и для других коэфициентов откоса m, причем надо применять формулы:

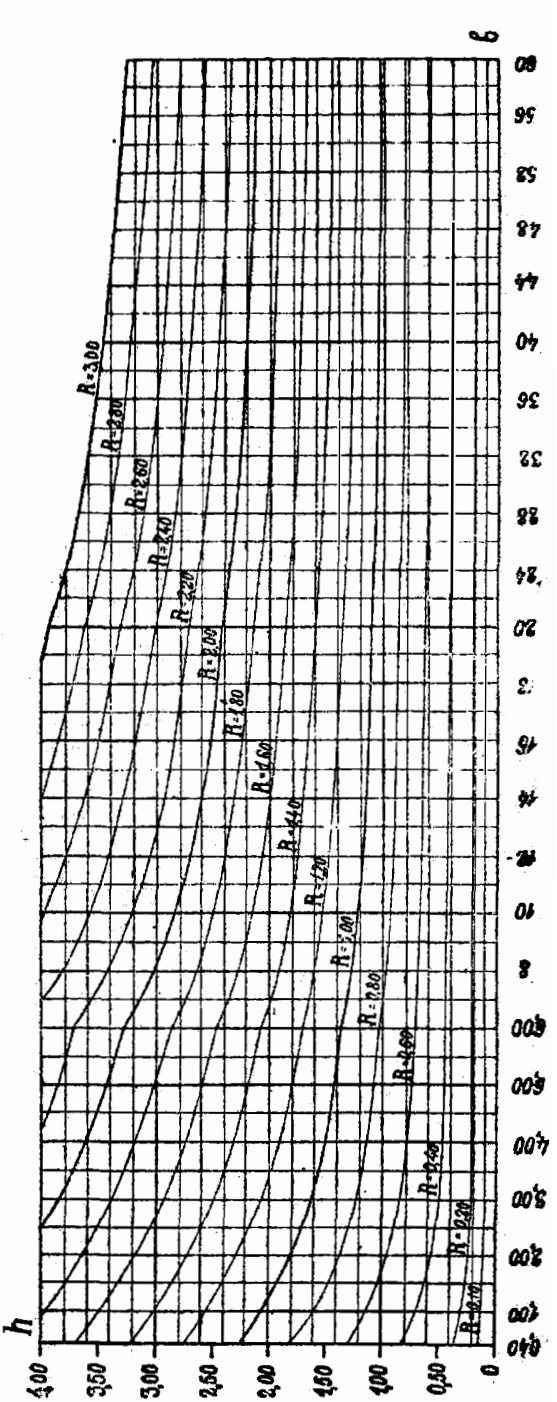
$$\omega_m = (m - 1{,}5)\, h^2 + \omega_{1,5} \quad \ldots\ldots \quad (461)$$

и

$$R_m = \rho_m R_{1,5}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (462)$$



Фиг. 84. **График зависимости между шириной по дну b, глубиной воды h и площадью живого сечения канала ω при полуторных откосах (для любых мер).**



Фиг. 85. **График зависимости между шириной по дну b, глубиной воды h и гидравлическим радиусом канала R при полуторных откосах (для любых мер).**

где ω_m и R_m суть живое сечение и гидравлический радиус при коэфициенте откоса m; $\omega_{1,5}$ и $R_{1,5}$ — те же элементы при полуторных откосах; ρ_m — переходный коэфициент, значения которого приводятся в табл. 39.

ТАБЛИЦА 39.

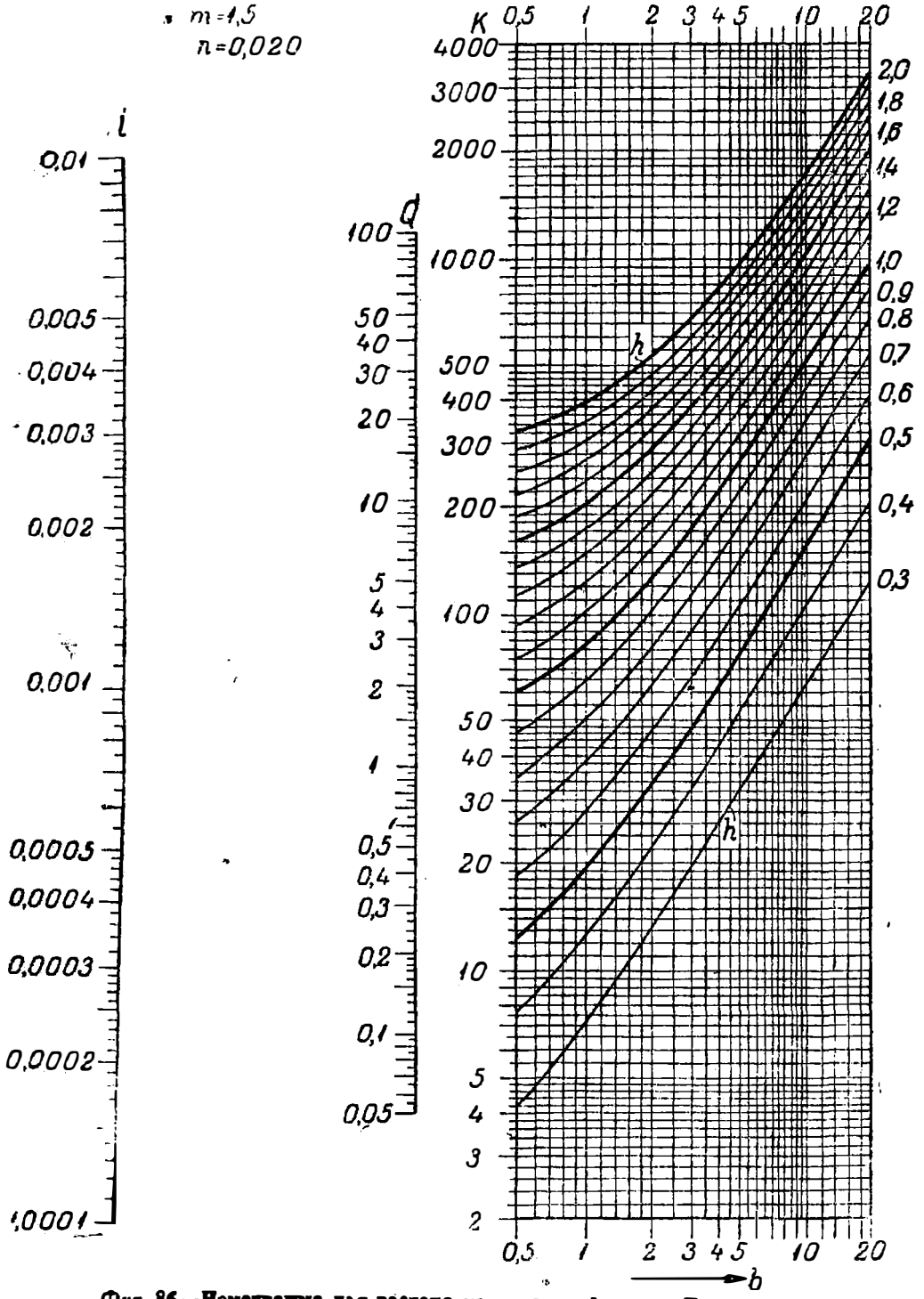
Значения переходного коэфициента ρ_m для определения гидравлического радиуса R каналов трапецоидального и прямоугольного сечений.

$\frac{b}{h}$	Коэфициент откоса m						
	0,00	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	2,00
0,50	0,4115	0,751	0,856	0,926	0,958	1,000	1,032
0,75	0,5280	0,812	0,894	0,947	0,980	1,000	1,021
1,00	0,6140	0,854	0,921	0,962	0,987	1,000	1,011
1,25	0,6785	0,885	0,941	0,973	0,991	1,000	1,003
1,50	0,7285	0,911	0,957	0,982	0,995	1,000	0,998
2,00	0,8000	0,944	0,977	0,994	1,000	1,000	0,989
2,50	0,8475	0,968	0,993	1,003	1,004	1,000	0,984
3,00	0,8815	0,982	1,000	1,008	1,006	1,000	0,983
3,50	0,9050	0,990	1,007	1,011	1,008	1,000	0,982
4,00	0,9235	0,997	1,012	1,015	1,009	1,000	0,980
4,50	0,9365	1,003	1,015	1,015	1,009	1,000	0,980
5,00	0,9470	1,006	1,016	1,016	1,010	1,000	0,980
6	0,9610	1,011	1,019	1,016	1,010	1,000	0,978
7	0,9710	1,013	1,019	1,016	1,008	1,000	0,978
8	0,9780	1,015	1,020	1,016	1,009	1,000	0,979
9	0,9830	1,015	1,019	1,015	1,009	1,000	0,981
10	0,9865	1,016	1,019	1,015	1,009	1,000	0,982
12	0,9920	1,015	1,018	1,014	1,008	1,000	0,984
14	0,9950	1,016	1,017	1,013	1,008	1,000	0,986
16	0,9975	1,014	1,014	1,012	1,007	1,000	0,987
18	0,9980	1,013	1,013	1,011	1,006	1,000	0,987
20	0,9980	1,012	1,012	1,010	1,005	1,000	0,987

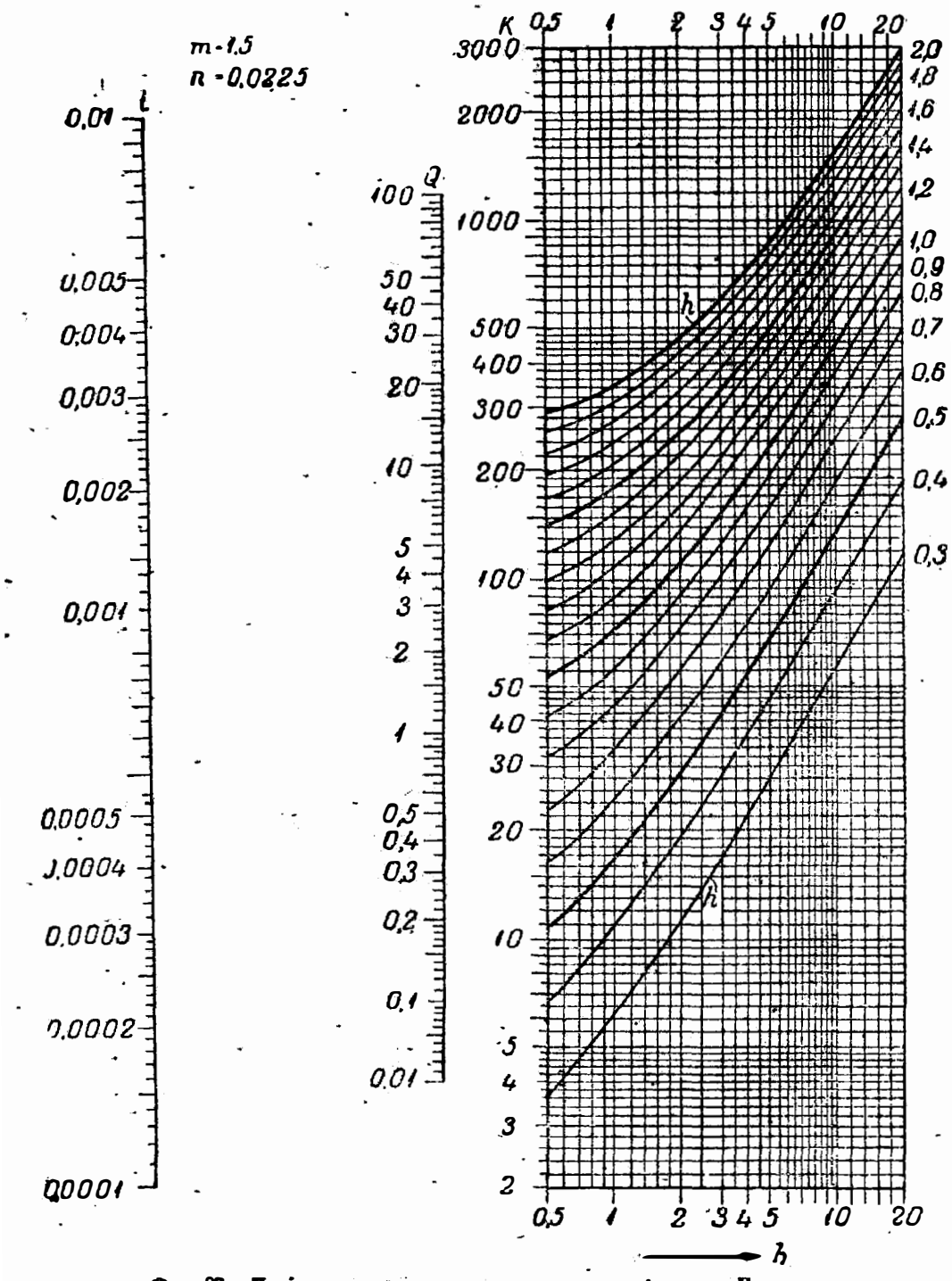
2°. Номограммы для расчета каналов по нашей показательной формуле. Применяя для коэфициента Шези C предложенную нами показательную формулу (30), приводим для расчета каналов с полуторными откосами номограммы [1]) для следующих значений коэфициента шероховатости:

$n = 0{,}020$ (фиг. 86);
$n = 0{,}0225$ (фиг. 87);
$n = 0{,}025$ (фиг. 88);
$n = 0{,}030$ (фиг. 89).

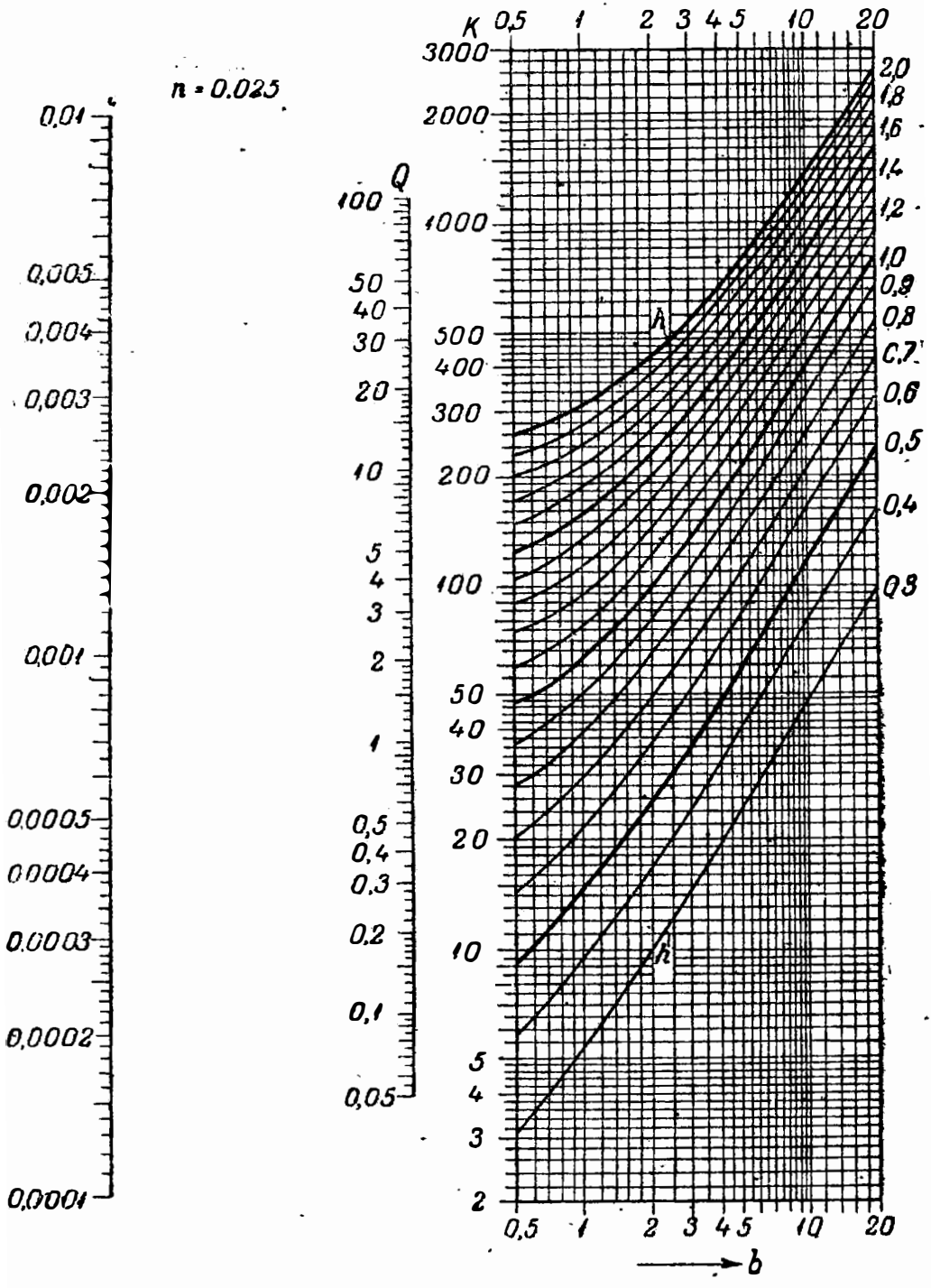
[1]) Построение номограмм, по нашим общим указаниям, произведено доц. Г. И. Шамовым. В бо́льшем масштабе эти номограммы помещены в конце книги (см. Графики: VII, VIII IX, X); там же дана и пятая (График XI) номограмма, соответствующая фиг. 90.



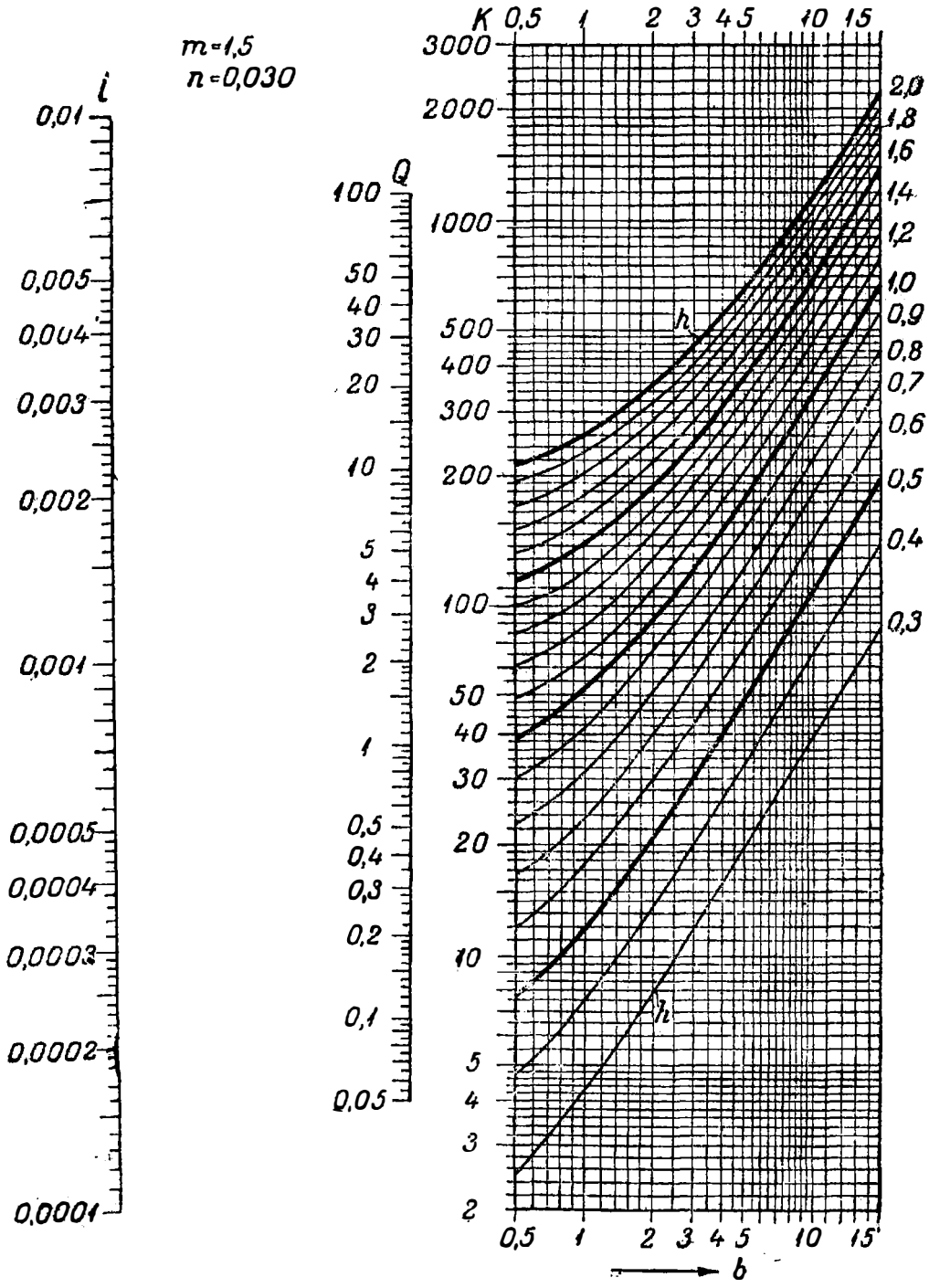
Фиг. 86.—Номограмма для расчета каналов по формуле Павловского при $m = 1{,}5$ и $n = 0{,}020$.



Фиг. 87.—Номограмма для расчета каналов по формуле Павловского при $m = 1,5$ и $n = 0,0225$.



Фиг. 88.—Номограмма для расчета каналов по формуле Павловского при $m = 1{,}5$ и $n = 0{,}025$.



Фиг. 89.—**Номограмма для расчета каналов по формуле Павловского при $m = 1{,}5$ и $n = 0{,}030$.**

Все эти номограммы — одного типа, для метровых мер. В левой части графиков помещена шкала продольных уклонов i и шкала расходов Q; в правой части к вертикальной шкале модулей расхода K и горизонтальной шкале ширин по низу b присоединена система кривых, отвечающих различным значениям глубин воды h (эти значения h написаны у крайней вертикальной линии каждого графика справа, в верхней части ее). К указанным четырем номограммам добавлена пятая (фиг. 90), где дана графическая связь между величинами: b, h, ω, Q и V, причем шкалы для V и Q помещены в левой части графика, а построения для трех прочих величин — в правой его части (аналогично с построениями в вышеуказанных четырех номограммах).

Поясним вкратце, как при помощи этих номограмм решаются три основные задачи по гидравлическому расчету каналов; задачи эти уже были рассмотрены в § 48, почему самую формулировку их здесь не приводим.

Первая основная задача (определение расхода Q). Взяв одну из первых четырех номограмм (фиг. 86—89) в соответствии с выбранным коэфициентом шероховатости n, для известного значения b в правой части графика проводим вертикаль до пересечения с кривой, отвечающей известной глубине h, после чего отмечаем соответствующую точку на вертикальной шкале K. Через эту точку и через известную точку на шкале уклонов (уклон задан) проводим прямую, которая, пересекаясь со шкалой Q, даст искомый ответ.

Пример 19. Определить расход воды в земляном канале с полуторными откосами ($m = 1{,}50$), находящемся в средних условиях содержания ($n = 0{,}025$). Дано: $b = 5{,}00$ *м*, $h = 1{,}40$ *м*, $I = 0{,}0006$.

Пользуясь, как пояснено выше, номограммой на фиг. 88, выполняем следующее: 1) находим точку пересечения вертикали, соответствующей $b = 5{,}0$ *м*, и кривой, отвечающей $h = 1{,}4$ *м*; 2) отмечаем на шкале K соответственную точку „400"; 3) проводим прямую от $K = 400$ до $I = 0{,}0006$, пересечение которой со шкалой Q и дает точку „9,9", т. е. искомый расход

$$Q = 9{,}90 \ м^3/сек.$$

Поверочный расчет по формуле (417) дает:

$$Q = \omega C \sqrt{Ri} = 9{,}70 \ м^3/сек,$$

так что расходимость при определении расхода по графику составляет немного более 2%.

Вторая основная задача (определение уклона i). Найдя на шкале K соответствующую точку, как указано в предыдущей задаче, проводим прямую через эту точку и через известную точку на шкале расходов (расход задан), причем и определится искомый уклон по шкале i.

Пример 20. Определить уклон канала, проложенного в плотном гравелистом грунте ($n = 0{,}020$, см. п. 10 по шкале Гангилье-Куттера), при следующих данных: $Q = 9{,}00$ $м^3/сек$, $h = 1{,}20$ *м*, $b = 4{,}00$ *м* и $m = 1{,}50$.

По номограмме, приведенной на фиг. 86, действуем так: 1) по заданным размерам канала $b = 4{,}0$ *м* и $h = 1{,}2$ *м* замечаем на шкале K соответственную точку „308"; 2) проводим прямую от $K = 308$ до $Q = 9{,}0$, пересечение которой со шкалой I и дает искомое значение уклона:

$$I = 0{,}00082.$$

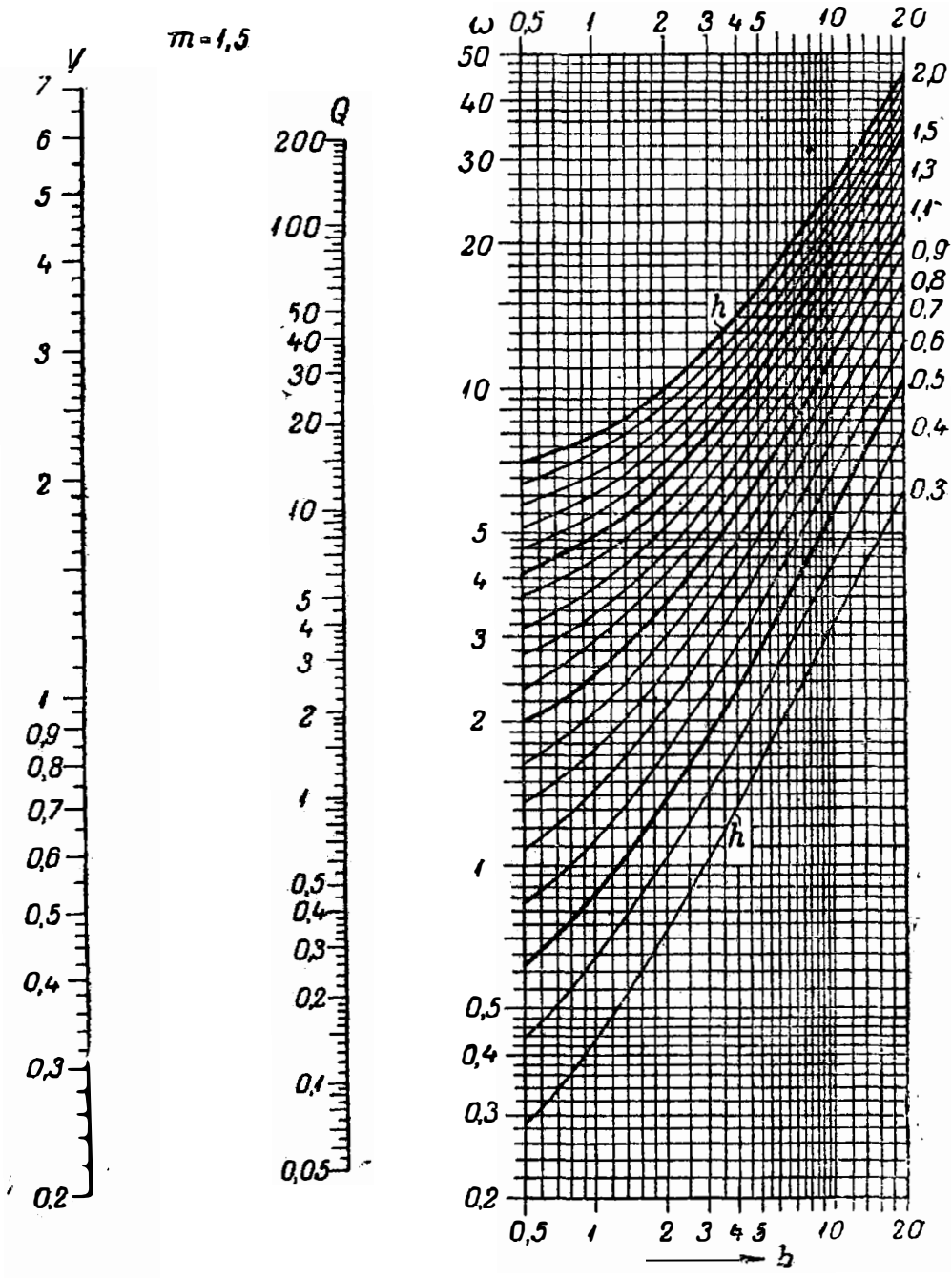
Поверочный расчет по (418) дает

$$I = \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} = 0{,}00085;$$

таким образом, расходимость в этом случае составляет $\sim 3{,}5\%$.

Третья основная задача (определение h или b). Проводя прямую через известные точки на шкалах i и Q в левой части номограммы, определяем этой прямой точку на шкале K. Затем, зная K, по правой части графика легко находим величину b (если известно h) или h (если известно b).

Пример 21. Определить глубину воды в канале, проложенном в плотной глине ($n = 0{,}0225$). Дано: $Q = 6{,}00$ $м^3/сек$, $i = 0{,}0015$, $b = 4{,}50$ *м*, $m = 1{,}50$.



Фиг. 90. — Номограмма к расчету каналов (в метровых мерах) для формулы $Q = \omega\ V = h\ (b + mh)\ V$, где $m = 1{,}5$.

По номограмме (фиг. 87) выполняем следующее: 1) проведем через точки $i = 0{,}0015$ и $Q = 6{,}00$ прямую, пересечение которой со шкалой K даст точку „142"; 2) затем проведем горизонтальную прямую, через точку $K = 142$ до пересечения с вертикалью, соответствующей ширине $b = 4{,}5$ *м*, и 3) интерполируя между смежными кривыми для $h = 0{,}9$ и $h = 0{,}8$, получим искомое значение глубины

$$h \cong 0{,}81 \text{ м}.$$

Вычисление по формуле (417) при найденном значении $h = 0{,}81$ *м* дает:

$$Q = \omega C \sqrt{Ri} = 5{,}82 \text{ м}^3/\text{сек};$$

расходимость в величине расхода составляет немного более 3%.

Среднюю скорость в трех основных задачах, зная размеры живого сечения, определяем по простейшей зависимости $V = \frac{Q}{\omega}$. Однако, скорость V можно найти и по номограмме, представленной на фиг. 90. Для этого, зная b и h, находим в правой части графика соответствующую точку на вертикальной шкале ω и затем через эту точку и через надлежащую точку на шкале Q (расход известен) проводим прямую, которая на шкале V и определит искомую скорость.

Пример 22. Найти по номограмме (фиг. 90) величины скоростей V для условий трех предыдущих примеров.

В примере 19 задано: $b = 5$ *м*, $h = 1{,}4$ *м* и определено $Q = 9{,}9$ *м*^{3}/*сек*. Пользуясь номограммой, показанной на фиг. 90, находим точку, отвечающую размерам: $b = 5$ *м* и $h = 1{,}4$ *м*, и, проводя горизонтальную прямую, отмечаем на шкале ω соответственную точку „10,1"; проводим прямую от точки $\omega = 10{,}1$ до точки $Q = 9{,}9$, пересечение которой со шкалой V и даст искомую скорость:

$$V = 1{,}0 \text{ м/сек}.$$

В примере 20 задано: $b = 4$ *м*, $h = 1{,}2$ *м*, $Q = 9$ *м*^{3}/*сек*. Так же, как только что пояснено выше, находим:

$$V = 1{,}31 \text{ м/сек}.$$

В примере 21 задано: $b = 4{,}5$ *м*, $Q = 6$ *м*^{3}/*сек* и определено $h = 0{,}81$ *м*. Так же, как это сделано в двух предыдущих случаях, найдем:

$$V = 1{,}29 \text{ м/сек}.$$

Что касается тех дополнительных задач по гидравлическому расчету каналов, в которых скорость V входит в число заданных величин (см. § 49, п. 2°), то такие задачи также могут быть решаемы при помощи предлагаемых номограмм. Рассмотрим эти решения, оставляя прежнюю формулировку трех упомянутых дополнительных задач.

а) Если заданы b, h и V, то прежде всего применяем пятую номограмму (фиг. 90): зная b и h, находим соответствующую точку на вертикальной шкале ω; эта точка и надлежащая точка на шкале V (скорость известна) определяют прямую, которая, пересекая шкалу Q, дает искомый расход. После этого определение уклона i сводится ко второй основной задаче (по одной из четырех номограмм, фиг. 86—89).

Пример 23. Определить расход Q и уклон i для канала, проложенного в плотном гравелистом грунте ($n = 0{,}020$, как и в примере 20). Дано: $m = 1{,}50$, $h = 1{,}80$ *м*, $b = 7{,}00$ *м* и $V = 1{,}50$ *м*/*сек*.

По номограмме, представленной на фиг. 90, выполняем следующее: 1) находим точку, отвечающую заданным b и h, и, проводя через нее горизонтальную линию, отмечаем на шкале ω точку „17,4"; 2) проводим от точки $\omega = 17{,}4$ до точки $V = 1{,}50$ прямую, которая, пересекаясь со шкалой Q, дает искомый расход:

$$Q = 23{,}20 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Затем, пользуясь номограммой, приведенной на фиг. 86 (для взятого значения $n = 0{,}020$), как это пояснено в примере 20, находим:

$$i = 0{,}00049.$$

б) Когда заданы Q, V и одна из величин b или h, то обращаемся к пятой номограмме (фиг. 90): проводим прямую через надлежащие точки на шкалах V и Q до пересечения со шкалой ω и, получив точку на этой шкале, по правой части той же номограммы легко находим h или b. Уклон i находим, как в предыдущей задаче.

Пример 24. Дано: $Q = 12{,}0$ *м³/сек*, $V = 1{,}20$ *м/сек*, $b = 8{,}0$ *м*, $m = 1{,}50$ и $n = 0{,}025$ (земляной канал в средних условиях) Найти: уклон i и глубину канала h.

По номограмме (фиг. 90) действуем так: 1) через точки: $V = 1{,}2$ и $Q = 12{,}0$ проводим прямую, пересечение которой со шкалой ω дает точку „10,2"; 2) проводим горизонтальную прямую через точку $\omega = 10{,}2$ до пересечения с вертикалью, отвечающей ширине $b = 8{,}0$ *м*; 3) интерполируя между смежными кривыми, получаем искомое значение глубины:

$$h = 1{,}05 \text{ м}.$$

Далее, пользуясь номограммой на фиг. 88 (для $n = 0{,}025$), как в предыдущем примере, найдем:

$$i = 0{,}00111.$$

в) Когда заданы V, Q, i, то для определения h и b по номограммам приходится пользоваться способом подбора. Зная V и Q, по пятой номограмме (фиг. 90) находим соответствующую точку на шкале ω, как в предыдущей задаче; проведя из этой точки горизонтальную линию и замечая точки пересечения последней с кривыми глубин, получим ряд возможных значений h и b (положим: h_1, b_1; h_2, b_2; h_3, b_3; . . . . . h_n, b_n), которые выписываем в табличку. Подобным же образом, зная i и Q, по одной из четырех номограмм (фиг. 86—89) получаем другой ряд значений h и b (положим: h_1, b_1; h_2, b_2'; h_3, b_3'; . . . . . h_n, b_n'), которые выписываем в ту же табличку. Табличка эта имеет следующую схему:

Значения h и b при шкале ω	h_1, b_1	h_2, b_2	h_3, b_3	. . . .	. . . .	h_n, b_n
Значения h и b при шкале K	h_1, b_1'	h_2, b_2'	h_3, b_3'	. . . .	. . . .	h_n, b_n'

В одном из вертикальных столбцов (положим, в третьем столбце) величины первой и второй строки совпадают или близки между собой; пусть, например,

$$b_3 \cong b_3' \text{ (глубины } h_3 \text{ одинаковы)};$$

эти величины и дают искомое решение, которое может быть и уточнено, если построить по данным таблички пересекающиеся кривые $h = f(b)$, как это сделано в нижеприведенном примере (см. фиг. 91). Указанный прием решения данной задачи по номограммам несколько сложен, почему для решения задач этого типа предпочтительнее пользоваться способом, изложенным выше в § 49 (п. 2°, третья задача).

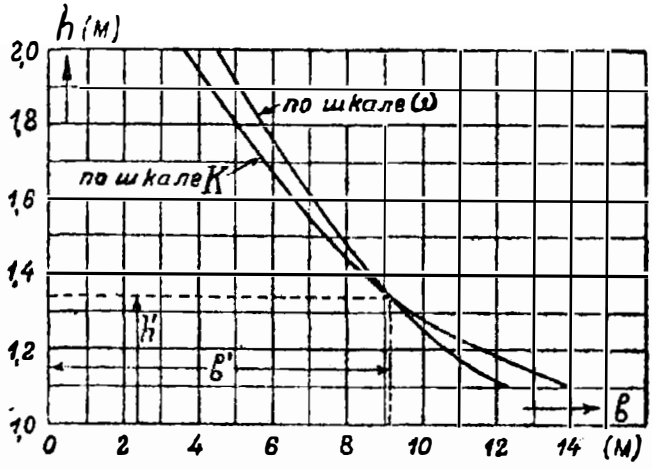
Пример 25. Дано: $V = 1{,}0$ *м/сек*, $Q = 15{,}0$ *м³/сек*, $i = 0{,}0008$, $n = 0{,}03$ (канал в сравнительно плохих условиях содержания) и $m = 1{,}50$. Определить размеры канала h и b.

Пользуясь номограммой на фиг. 90, поступаем так: 1) через точки: $V = 1$ и $Q = 15{,}0$ проводим прямую, которая отмечает на шкале ω точку „15,2"; 2) проводим горизонтальную линию через точку $\omega = 15{,}2$ и 3) выписываем (в метрах) получаемые от пересечения этой линии с кривыми глубин значения h и b в табличку, как пояснено выше:

Значения h и b при шкале ω	2,0; 4,5	1,8; 5,80	1,6; 7,10	1,4; 8,70	1,3; 9,60	1,2; 10,80	1,1; 12,20
Значения h и b при шкале K	2,0; 3,75	1,8; 5,00	1,6; 6,60	1,4; 8,50	1,3; 9,80	1,2; 11,50	1,1; 14,00

Затем продолжаем работу по номограмме на фиг. 89 (для $n = 0{,}03$): 4) через точки: $i = 0{,}0008$ и $Q = 15{,}0$ проводим прямую, пересечение которой со шкалой K дает точку „530"; 5) далее, проводим через точку $K = 530$ горизонтальную линию и 6) выписываем полученные от пересечения ее с кривыми глубин значения h и b во вторую строку нашей таблички 7) наконец, по данным этой таблички строим две кривые $h = f(b)$, из пересечения которых; и получаем искомые размеры канала (см. фиг. 91):

$$h = h' = 1{,}34 \text{ м}; \qquad b = b' = 9{,}20 \text{ м}.$$



Фиг. 91.

3°. Графики для расчета каналов по формуле Гангилье-Куттера. Из многочисленных графиков, применяемых в гидротехнике для расчета каналов по формуле Гангилье-Куттера, мы приводим два графика (фиг. 92 и 93) для скорости $V = C\sqrt{Ri}$, причем C определено по названной формуле при коэфициенте шероховатости $n = 0{,}025$ (земляные каналы в обычных средних условиях). Значения продольных уклонов i отложены по горизонтальной оси, значения средних скоростей V — по вертикальной оси; кривые линии отвечают различным гидравлическим радиусам R.

Подобные графики, данные инж. Buckley в футовых мерах при различных значениях n, довольно широко известны в английской ирригационной практике. Русская гидротехника обязана проф. В. А. Васильеву[1]) опубликованием (для саженных мер) весьма подробных графиков этого рода. Приводимые на фиг. 92—93 графики переработаны для метровых размеров. Пользование этими графиками поясним следующими примерами.

Пример 26. Для канала с полуторными откосами и коэфициентом шероховатости $n = 0{,}025$ дано: $b = 6{,}0$ м, $h = 1{,}20$ м, $i = 0{,}00025$; определить V и Q.

По фиг. 84, зная b и h, находим $\omega = 9{,}30$ м²; по фиг. 85, для тех же b и h, находим $R = 0{,}90$ м. По фиг. 92 для $R = 0{,}90$ м и $i = 0{,}00025$ имеем $V = 0{,}59$ м/сек.

Тогда

$$Q = \omega V = 9{,}30 \cdot 0{,}59 = 5{,}49 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Вычислением находим: $\omega = 9{,}36$ м, $R = 0{,}91$ м, $C = 38{,}9$

$$Q = \omega C\sqrt{Ri} = 5{,}50 \text{ м}^3/\text{сек},$$

что дает расходимость $\cong 0{,}2\%$.

[1]) „Графические таблицы для расчета каналов", Петербург, 1914 г.

Пример 27. Для канала с одиночными откосами ($m = 1{,}00$) и коэфициентом шероховатости $n = 0{,}025$ дано: $b = 2{,}0$ *м*, $h = 2{,}0$ *м*, $i = 0{,}0002$; определить V и Q.

При $\beta = \frac{b}{h} = 1{,}0$ и $m = 1{,}0$, находим по табл. 35:

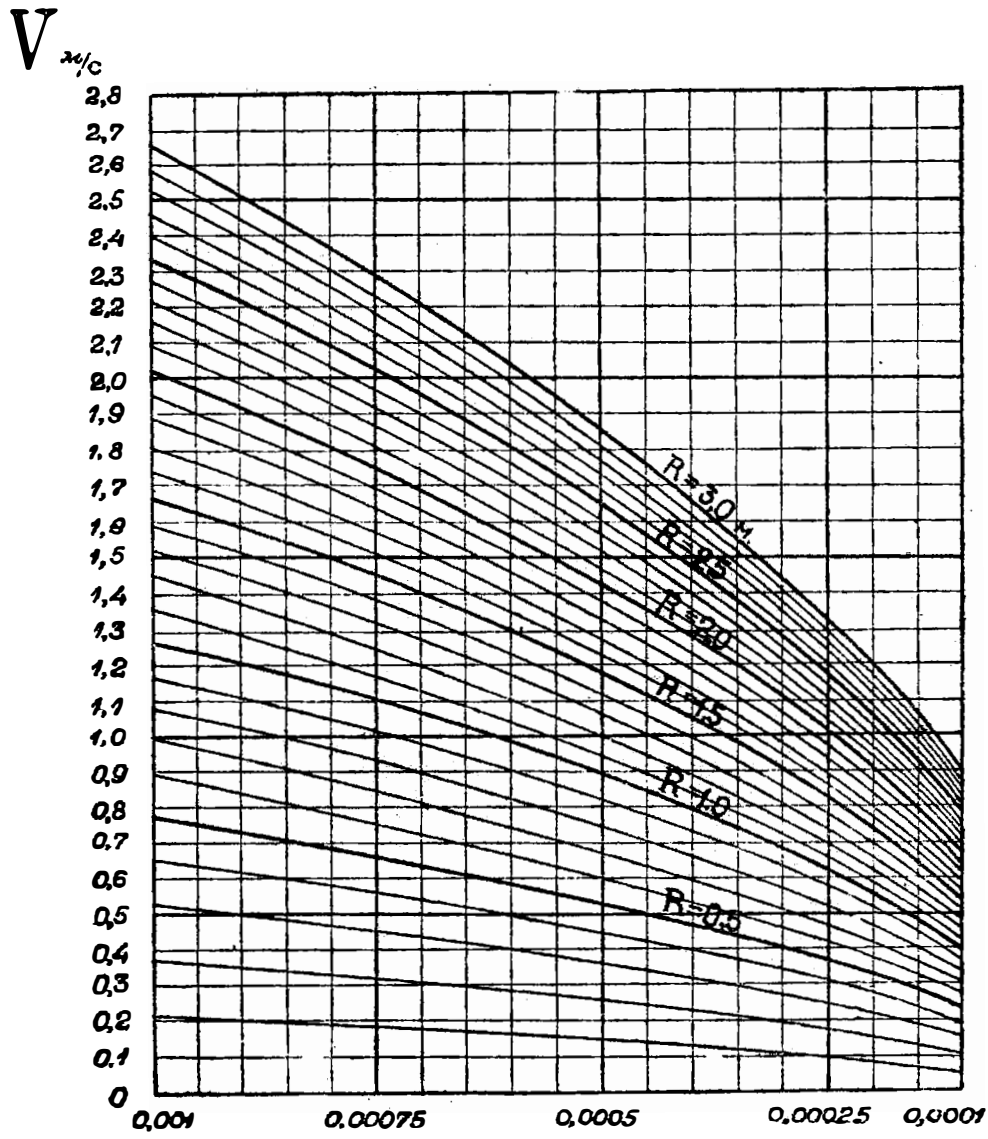
$$R = 0{,}52 \cdot h = 1{,}04 \text{ м};$$

по табл. 34 имеем:

$$\omega = 2{,}00 \cdot h^2 = 8{,}00 \text{ м}^2.$$

и затем из фиг. 92 по R и i имеем: $V = 0{,}57$ *м/сек*. Тогда легко получим:

$$Q = \omega V = 8{,}0 \cdot 0{,}57 = 4{,}56 \text{ м}^3/\text{сек}.$$



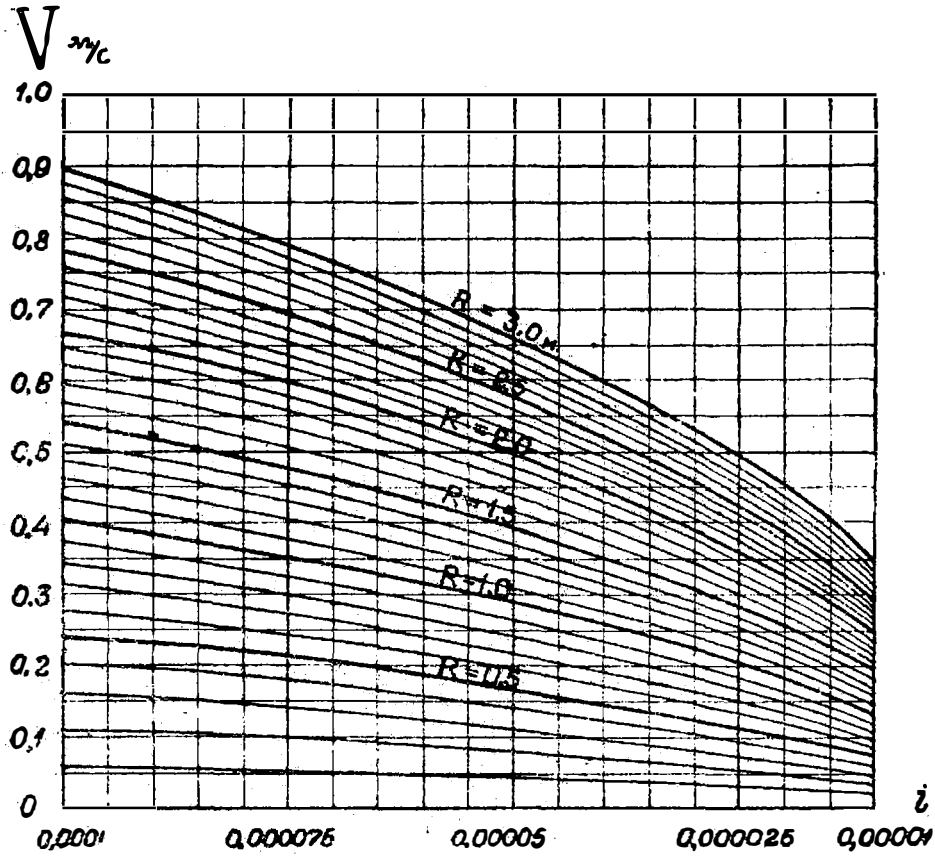
Фиг. 92.—**График для расчета каналов по формуле Гангилье-Куттера при $i = 0{,}001 - 0{,}0001$; $n = 0{,}025$.**

Пример 28. Дано $Q = 15{,}0$ *м*^{3}*/сек*, $V = 1{,}00$ *м/сек*, $h = 1{,}50$ *м*; определить b и i; откосы канала полуторные, коэфициент шероховатости $n = 0{,}025$.

Определяем величину площади живого сечения:

$$\omega = \frac{Q}{V} = 15{,}00\ м^2.$$

На фиг. 84 по h и ω находим $b = 7{,}75\ м$; на фиг. 85 по b и h найдем $R = 1{,}14\ м$. По фиг. 92 по R и V находим $i = 0{,}00053$.



Фиг. 93.—График для расчета каналов по формуле Гангилье-Куттера при $i = 0{,}0001 - 0{,}00001$; $n = 0{,}025$.

Пример 29. Для канала с полуторными откосами и коэфициентом шероховатости $n = 0{,}025$ дано: $Q = 10\ м^3/сек$; $V = 1{,}10\ м/сек$, β — гидравлически наивыгоднейшее; найти b, h и i.

Определяем:

$$\omega = \frac{Q}{V} = 9{,}09\ м^2$$

и

$$\sqrt{\omega} = 3{,}014\ м.$$

По табл. 36, при полуторных откосах и наивыгоднейшем β ($\beta = \beta_0$), имеем:

$$b = 0{,}417\sqrt{\omega} = 1{,}26\ м,$$

$$h = 0{,}689\sqrt{\omega} = 2{,}08\ м.$$

По зависимости (413)

$$R = \frac{h}{2} = 1{,}04 \text{ м}.$$

На фиг. 92 по R и V находим

$$i = 0{,}00072.$$

Пример 30. Дано: $Q = 12{,}0$ м³/сек, $V = 0{,}8$ м/сек; $i = 0{,}00031$; откосы канала полуторные; коэфициент шероховатости $n = 0{,}025$. Определить b и h.

На фиг. 92 по i и V находим $R = 1{,}25$ м; площадь живого сечения получаем вычислением:

$$\omega = \frac{Q}{V} = 15{,}0 \text{ м}^2.$$

На фиг. 84 для нашего значения $\omega = 15{,}0$ м² подбираем ряд значений b и h; по этим b и h, пользуясь фиг. 85, находим соответственные значения R. Получаемые таким образом величины выписываем в виде таблицы (в метрах):

b	4,50	5,00	5,50	6,00	6,5
h	2,00	1,92	1,83	1,75	1,67
R	1,28	1,26	1,24	1,22	1,20

По нашему значению $R = 1{,}25$ м, пользуясь этой таблицей и интерполируя, берем:

$$b = 5{,}25 \text{ м}; \qquad h = 1{,}88 \text{ м}.$$

4°. Логарифмический график по формуле Базена. Для земляных каналов с полуторными откосами ($m = 1{,}5$) помещаем (фиг. 94) составленный нами для метровых размеров логарифмический график, в котором C определено по Базену при $\gamma = 1{,}30$. Здесь по оси абсцисс отложены (в логарифмическом масштабе) значения h, по оси ординат — значения модуля расхода K; наклонные линии отвечают различным значениям b. Этот график, построенный на основании „показательной зависимости" для модуля расхода (см. ниже в гл. IX), пригоден для предварительных расчетов и приводится нами не столько для практических применений, сколько для ознакомления с подобного рода графическими построениями. Даем два примера пользования данным графиком.

Пример 31. Дано: $Q = 27{,}0$ м³/сек, $h = 2{,}1$ м, $i = 0{,}00045$; откосы канала — полуторные; $\gamma = 1{,}30$. Найти b. Определяем по (420) модуль расхода

$$K = \frac{Q}{\sqrt{i}} = 1280 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Пользуясь графиком, по этому K и данному h имеем $b = 8{,}70$ м. Для проверки вычислим, как обычно, расход воды при полученных размерах канала; получим:

$$Q = \omega C \sqrt{Ri} = 27{,}6 \text{ м}^3/\text{сек},$$

т. е. расходимость составляет $\sim 2\%$.

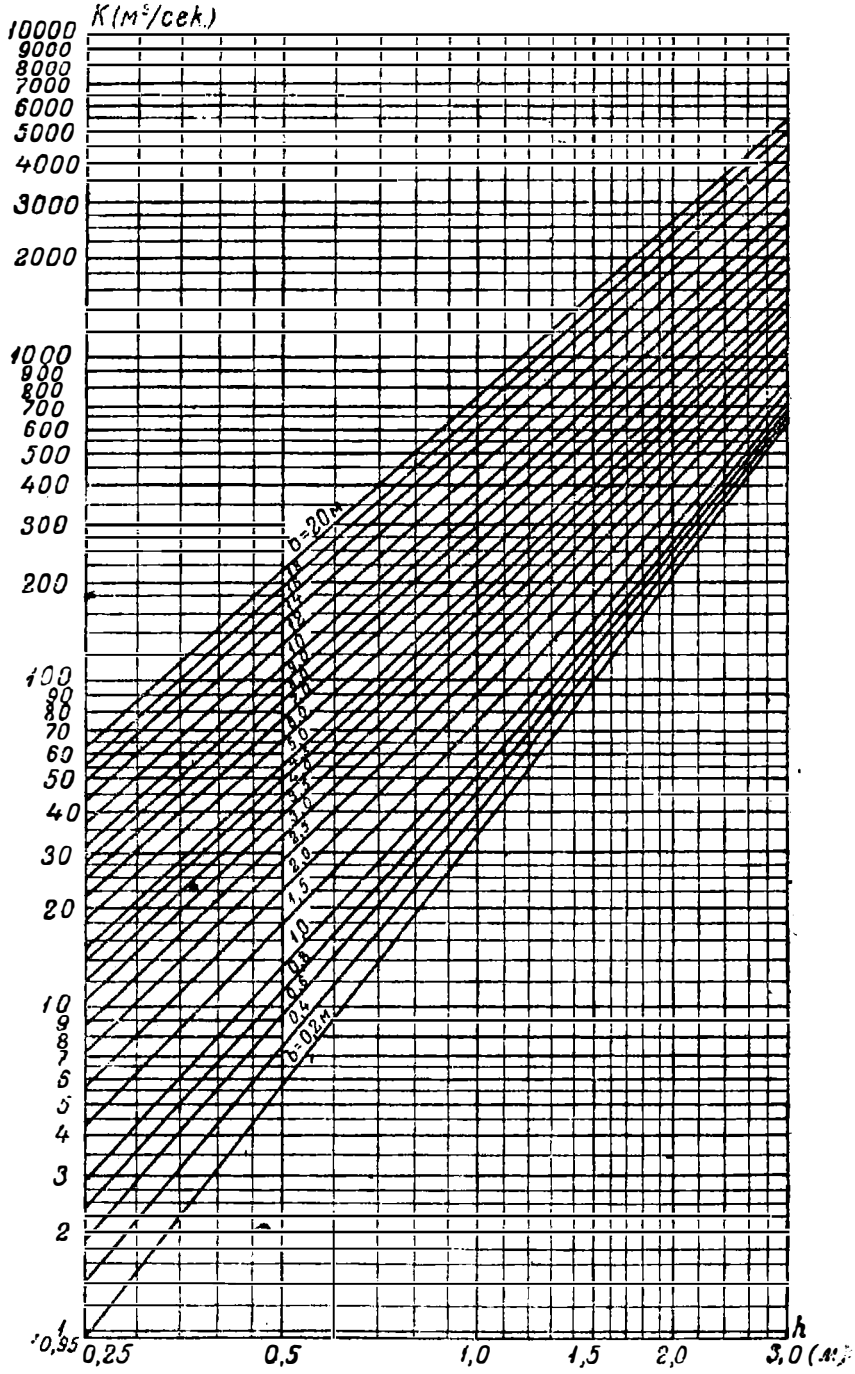
Пример 32. Дано: $Q = 7{,}95$ м³/сек, $b = 4{,}80$ м, $i = 0{,}0009$; $m = 1{,}5$; $\gamma = 1{,}30$. Найти b. Определив по зависимости (420) модуль расхода

$$K = \frac{Q}{\sqrt{i}} = 265 \text{ м}^3/\text{сек},$$

по этому K и данному b найдем по графику: $h = 1{,}18$ м. Проверяя, получим для этих размеров расход

$$Q = \omega C \sqrt{Ri} = 7{,}80 \text{ м}^3/\text{сек},$$

что дает расходимость $\sim 2\%$.

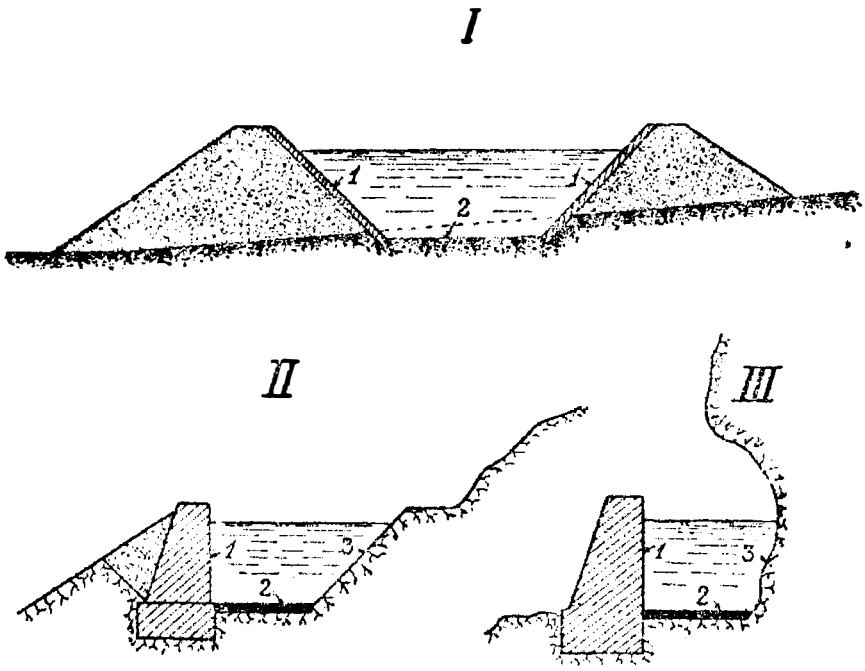


Фиг. 94. — **График для расчета земляных каналов при $m = 1{,}5$ по формуле Базена ($\gamma = 1{,}30$).**

§ 51. Формула для равномерного движения в каналах с неоднородными стенками.

При гидравлическом расчете каналов обыкновенно имеются в виду однородные стенки их на протяжении рассматриваемого участка, т. е. либо сплошь земляные, либо сплошь бетонные, либо сплошь деревянные и т. д. Однако, в гидротехнической практике иногда встречаются также и такие случаи, когда стенки водотока на данном участке неоднородны в отношении шероховатости их.

Приведем несколько практических случаев, когда мы имеем водотоки с неоднородными стенками (фиг. 95). На схеме I показан канал, дно



Фиг. 95.

которого (2) проходит по глине, а откосы (1) бетонированы во избежание размыва насыпных боковых дамб. На схеме II дается пример канала на косогоре, причем стенки этого канала состоят из трех разнородных частей: 1 — подпорная стенка из бутовой кладки. 2 — бетонированное дно, 3 — откос в скале без отделки. На схеме III имеем также три разнородные смоченные поверхности: 1 — бетонная подпорная стенка, 2 — грубо бетонированное дно канала, 3 — весьма грубая выемка в скале.

При однородных стенках основное уравнение равномерного движения для открытых русел (т. е. при $J = i$) имеет вид:

$$Ri = -\frac{\tau_0}{\gamma}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (463)$$

где R — гидравлический радиус; i — уклон дна; γ — вес единицы объема жидкости и τ_0 — среднее удельное сопротивление на стенке потока. При неоднородных стенках это уравнение должно быть заменено другим, для чего следует выделить отсек жидкости между сечениями 1—1 и 2—2, как указано

для безнапорного равномерного движения на продольном разрезе[1]) по фиг. 96, и составить ур-ние движения для этого отсека, проектируя действующие силы на направление течения.

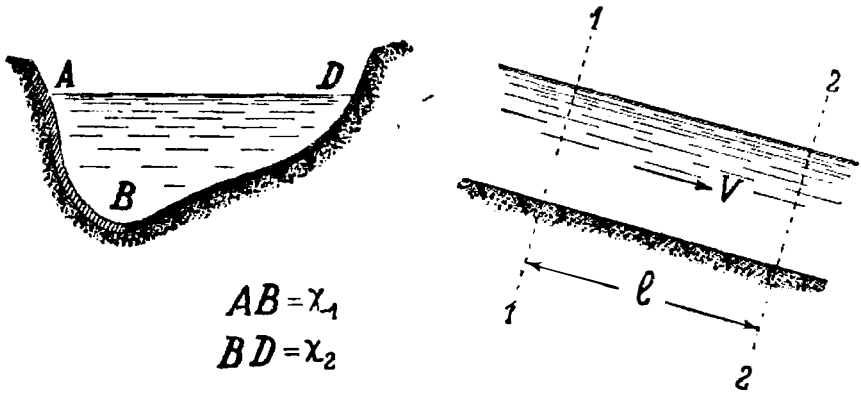
При этом вместо (463) получим[2]):

$$Ri = -\frac{\tau_1 + a_2\tau_2}{\gamma(1+a_2)}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (464)$$

где τ_1 и τ_2 — среднее удельное сопротивление соответственно на частях стенок AB и BD; величина a_2 есть отношение части смоченного периметра $BD\,(=\chi_2)$ к части смоченного периметра $AB\,(=\chi_1)$, т. е.

$$a_2 = \frac{\chi_2}{\chi_1}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (465)$$

Выражение (464) и дает основное ур-ние безнапорного равномерного движения при неоднородных стенках потока,



Фиг. 96.

состоящих из двух частей (фиг. 96). Заметим, что при $a_2 = 0$ ур-ние (464), как и должно быть, обращается в ур-ние (463).

Написав ур-ние (464) в виде:

$$Ri = -\frac{1}{1+a_2}\cdot\left(\frac{\tau_1}{\gamma} + \frac{a_2\tau_2}{\gamma}\right), \quad \ldots\ldots\ldots (466)$$

вспомним, что при однородных стенках величина среднего удельного сопротивления τ_0 связана со средней скоростью V зависимостью:

$$\frac{\tau_0}{\gamma} = -\frac{V^2}{C^2},$$

где C — коэфициент Шези. В соответствии с этим для τ_1 и τ_2 можем написать:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\tau_1}{\gamma} &= -\frac{V^2}{C_1^2};\\ \frac{\tau_2}{\gamma} &= -\frac{V^2}{C_2^2},\end{aligned}\right\}, \quad \ldots\ldots\ldots (467)$$

[1]) На фиг. 96 для большей общности показано сечение произвольной формы, так как предлагаемые ниже зависимости даются не только для каналов, но и для русел любой формы.

[2]) Вывод см. в нашей статье: „К вопросу о расчетной формуле для равномерного движения в водотоках с неоднородными стенками", Известия Научно-Исслед. Инст. Гидротехники 1931, т. III, стр. 157.

где C_1 есть коэфициент Шези для той части потока, которая находится в области влияния части стенки AB, а C_2 — соответственный коэфициент Шези для другой части потока, причем в рассмотрение вводим среднюю скорость всего потока, не имея возможности учесть средние скорости отдельных частей его.

Подставляя (467) в ур-ние (466), находим:

$$Ri = \frac{V^2}{1+a_2}\left(\frac{1}{C_1^2}+\frac{a_2}{C_2^2}\right), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (468)$$

откуда

$$V = \sqrt{\frac{1+a_2}{\frac{1}{C_1^2}+\frac{a_2}{C_2^2}}}\cdot\sqrt{Ri}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (469)$$

или

$$V = C_1 C_2 \sqrt{\frac{1+a_2}{a_2 C_1^2 + C_2^2}}\cdot\sqrt{Ri} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (470)$$

Здесь величину, стоящую перед $\sqrt{Ri}$, назовем „приведенным коэфициентом Шези“ и обозначим через C_r, так что вместо (469) или (470) получим:

$$V = C_r\sqrt{Ri}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (471)$$

где

$$C_r = \sqrt{\frac{1+a_2}{\frac{1}{C_1^2}+\frac{a_2}{C_2^2}}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (472)$$

или

$$C_r = C_1 C_2 \sqrt{\frac{1+a_2}{a_2 C_1^2 + C_2^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (473)$$

Для определения „приведеиного коэфициеита“ C_r необходимо вычислить коэфициенты C_1 и C_2, что можем сделать по одной из известных эмпирических формул для коэфициентов Шези. Для этого, однако, надо знать величины соответствующих гидравлических радиусов R_1 и R_2:

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \frac{\omega_1}{\chi_1}, \\ R_2 &= \frac{\omega_2}{\chi_2}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (474)$$

где ω_1 и ω_2 суть соответственные части живого сечения.

Для учета таковых примем[1]) простейшее предположение о том, что величины ω_1 и ω_2 пропорциональны величинам χ_1 и χ_2:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\chi_1}{\chi_2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (475)$$

[1]) См. в связи с этим последний абзац настоящего параграфа.

откуда

$$\left.\begin{aligned}\frac{\omega_1}{\omega}&=\frac{\chi_1}{\chi};\\ \frac{\omega_2}{\omega}&=\frac{\chi_2}{\chi},\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (476)$$

так что по (474) найдем:

$$\left.\begin{aligned}R_1&=\frac{\omega_1}{\chi_1}=\frac{\omega}{\chi}=R;\\ R_2&=\frac{\omega_2}{\chi_2}=\frac{\omega}{\chi}=R,\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (477)$$

т. е. как в первой, так и во второй части потока на 1 пог. метр смоченного периметра приходится такая же доля площади живого сечения, как и в целом потоке.

Имея величину гидравлического радиуса, для каждой из частей стенок водотока можем выбрать подходящий коэфициент шероховатости, как обычно, после чего и найдем коэфициенты C_1 и C_2 для подстановки их в формулу (472) или (473).

Пользуясь при определении коэфициентов Шези одной из показательных формул вида:

$$C=\frac{1}{n}R^y,$$

можем получить для „приведенного коэфициента“ C_r более простое выражение. В самом деле, напишем для C_1 и C_2:

$$C_1=\frac{1}{n_1}R^y; \qquad C_2=\frac{1}{n_2}R^y \quad \ldots\ldots\ldots (478)$$

и подставим эти значения в (472), получая:

$$C_r=R^y\cdot\sqrt{\frac{1+a_2}{n_1^2+a_2n_2^2}} \quad \ldots\ldots\ldots (479)$$

Вводя теперь понятие „приведенного коэфициента шероховатости“ и обозначая величину последнего через n_r, видим, что выражение (479) можно свести к виду:

$$C_r=\frac{1}{n_r}R^y, \quad \ldots\ldots\ldots (480)$$

где

$$n_r=\sqrt{\frac{n_1^2+a_2n_2^2}{1+a_2}} \quad \ldots\ldots\ldots (481)$$

При $a_2=0$ эта формула, как и должно быть, дает: $n_r=n_1$. Величина n_r, определенная по (481), является наглядной характеристикой „общей шероховатости“ разнородных стенок водотока; как видим, оценивать коэфициент этой „общей шероховатости“, как средне-арифметический между n_1 и n_2, было бы совершенно неправильно.

Пример 33. Для иллюстрации полученных зависимостей рассмотрим такой пример. Некоторый открытый водоток по дну покрыт валунами, создающими значительную шероховатость, причем, положим, длина соответствующей части смоченного периметра $= \chi_1 = 12{,}0$ *м*.

боковые откосы водотока образованы земляными дамбами, бетонированными с водной стороны, причем соответствующая часть смоченного периметра $= \chi_2 = 8{,}4$ *м*. Гидравлический радиус потока пусть $= R = 2{,}2$ *м*.

Прежде всего находим величину a_2:

$$a_2 = \frac{\chi_2}{\chi_1} = \frac{8{,}4}{12{,}0} = 0{,}7,$$

а затем, выбрав значения:

$$n_1 = 0{,}035, \qquad n_2 = 0{,}014,$$

определяем величину „приведенного коэфициента шероховатости" n_r по формуле (481):

$$n_r = \sqrt{\frac{0{,}035^2 + 0.7 \cdot 0{,}014^2}{1 + 0{,}7}} = 0{,}0283 = \sim 0{,}028.$$

Имея это значение n_r, найдем „приведенный коэфициент Шези" C_r по (480), беря для показателя по Форхгеймеру значение $= 0{,}2$:

$$C_r = \frac{1}{n_r} R^{0,2} = 41{,}8.$$

По нашей формуле (311′) для показателя y следовало бы принять значение:

$$y = 1{,}3\sqrt{n_r} = 0{,}218,$$

так что

$$C_r = \frac{1}{n_r} R^y = 42{,}5.$$

Если желаем для указанного примера пользоваться непосредственно формулой (473), определяющей „приведенный коэфициент Шези", то сначала найдем соответствующие коэфициенты C_1 и C_2, принимая во внимание (477). При этом по нашей формуле для коэфициента Шези будет:

$$C_1 = \frac{1}{n_1} R^{y_1}; \qquad C_2 = \frac{1}{n_2} R^{y_2},$$

где по (311′)

$$y_1 = 1{,}3\sqrt{n_1} = 0{,}244;$$

$$y_2 = 1{,}3\sqrt{n_2} = 0{,}154,$$

так что

$$C_1 = 34{,}7; \qquad C_2 = 80{,}5,$$

и потому по (473) имеем:

$$C_r = 34{,}7 \cdot 80{,}5 \sqrt{\frac{1 + 0{,}7}{0{,}7 \cdot 34{,}7^2 + 80{,}5^2}} = 42{,}5.$$

Если стенки водотока состоят, положим, из трех разнородных частей, при соответствующих длинах частей смоченного периметра $= \chi_1$, χ_2, χ_3, то можно показать, что вместо основного ур-ния (464) в этом случае получим:

$$Ri = -\frac{\tau_1 + a_2\tau_2 + a_3\tau_3}{\gamma(1 + a_2 + a_3)}, \quad \ldots\ldots\ldots (482)$$

а вместо (468):

$$Ri = \frac{V^2}{1 + a_2 + a_3}\left(\frac{1}{C_1^2} + \frac{a_2}{C_2^2} + \frac{a_3}{C_3^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (483)$$

Отсюда

$$V = C_r\sqrt{Ri},$$

где

$$C_r = \sqrt{\frac{1 + a_2 + a_3}{\frac{1}{C_1^2} + \frac{a_2}{C_2^2} + \frac{a_3}{C_3^2}}}. \quad \ldots\ldots\ldots (484)$$

Если желаем пользоваться показательной формулой для коэфициента Шези, то в формулу (480) следует подставить для „приведенного коэфициента шероховатости“:

$$n_r = \sqrt{\frac{n_1^2 + a_2 n_2^2 + a_3 n_3^2}{1 + a_2 + a_3}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (485)$$

Поясним, что в формулах (482)—(486) величины a_2 и a_3 определяются по условиям:

$$\left.\begin{aligned} a_2 &= \frac{\chi_2}{\chi_1}; \\ a_3 &= \frac{\chi_3}{\chi_1}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (486)$$

прочие же обозначения понятны без объяснений.

В заключение отметим, что предложенный нами способ рассмотрения вопроса, конечно, в дальнейшем может получить и некоторые уточнения. Мы хотели бы подчеркнуть здесь крайнюю нежелательность и даже неправильность грубой оценки о б щ е г о коэфициента шероховатости в потоках с неоднородными стенками „на-глаз“ или некоторой произвольной „средней величиной“. Для избежания этого и могут, как мы полагаем, н а п е р в о е в р е м я служить те формулы, которые даны выше.

§ 52. Некоторые замечания о применении формул равномерного движения к естественным руслам.

В естественных руслах (равнинные и горные реки, ручьи и пр.) поперечные профиля вообще весьма неправильны и изменяются, как и уклоны, вдоль по течению; кроме того, и коэфициенты шероховатости изменяются на различных участках одной и той же реки. Наконец, нередко на реке уже в естественных условиях мы имеем неравномерное движение (примеры: порожистые, некоторые озерные реки и пр.).

В виду сказанного приложение формулы Ш е з и для равномерного движения к естественным водотокам, вообще говоря, не может дать точных результатов, и для определения Q и V в реках наилучшим способом являются непосредственные наблюдения (по методам гидрометрии).

Однако, и к формуле Ш е з и приходится иногда обращаться (например, при отсутствии достаточных гидрометрических данных, для различных вспомогательных соображений при проектировании и т. д.) При этом естественный водоток следует разбивать на отдельные участки, характеризуемые более или менее однообразным сечением и уклоном (J), причем последний приходится определять делением имеющегося на участке падения горизонта воды на длину участка. Гидравлические элементы сечения находим по чертежу поперечного профиля для данного участка (живое сечение при этом определяется планиметром, разбитием на правильные фигуры и т. д.).

Для „ш и р о к и х р у с е л“, т. е. таких, в которых ширина по верху достаточно велика по сравнению с глубиной, возможны некоторые упрощения. В таких руслах (фиг. 97-I) можно с достаточной для практики точностью принять, что смоченный периметр χ мало отличается от ширины по верху, т. е.

$$\chi \cong P, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (487)$$

причем имеем, что

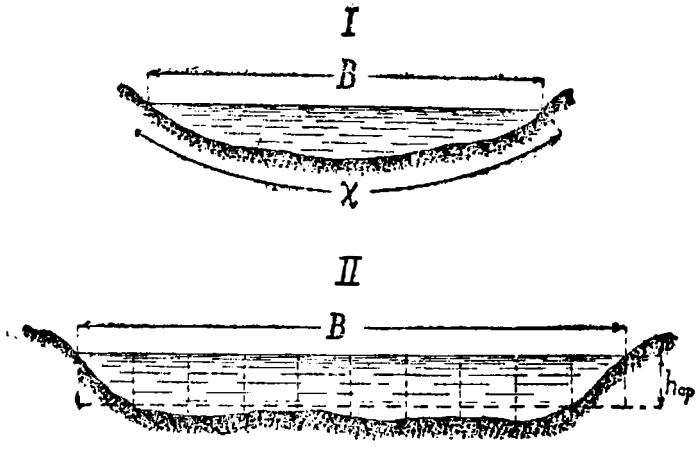
$$R = \frac{\omega}{\chi} \cong \frac{\omega}{B} = h_{ср}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (488)$$

где $h_{ср}$ — средняя глубина профиля (фиг. 97-II). Иногда, с целью несколько учесть то обстоятельство, что $\chi > B$, вместо (487) пользуются зависимостью:

$$\chi \cong B + \sigma h_{ср}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (487')$$

где поправочный коэфициент σ берут $\cong 1-2$.

В некоторых расчетах может быть полезна „схематизация" формы естественного русла, т. е. подбор некоторого соответствующего „геометрически правильного" поперечного сечения, по своей форме наиболее близко подходящего к данному естественному руслу. Для „схематизированного" русла



Фиг. 97.

гидравлические элементы определяются по формулам §§ 45—46, но для „широких русел" (в указанном выше смысле), т. е. при $\chi \cong B$, полезно иметь в виду следующие зависимости [1]).

1) Для прямоугольного русла:

$$\left.\begin{aligned} \omega &= Bh; \\ R &\cong h; \\ Q &\cong BhC\sqrt{hJ} \cong CBh^{3/2}\sqrt{J}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (489)$$

2) Для параболического русла (фиг. 98, I—II):

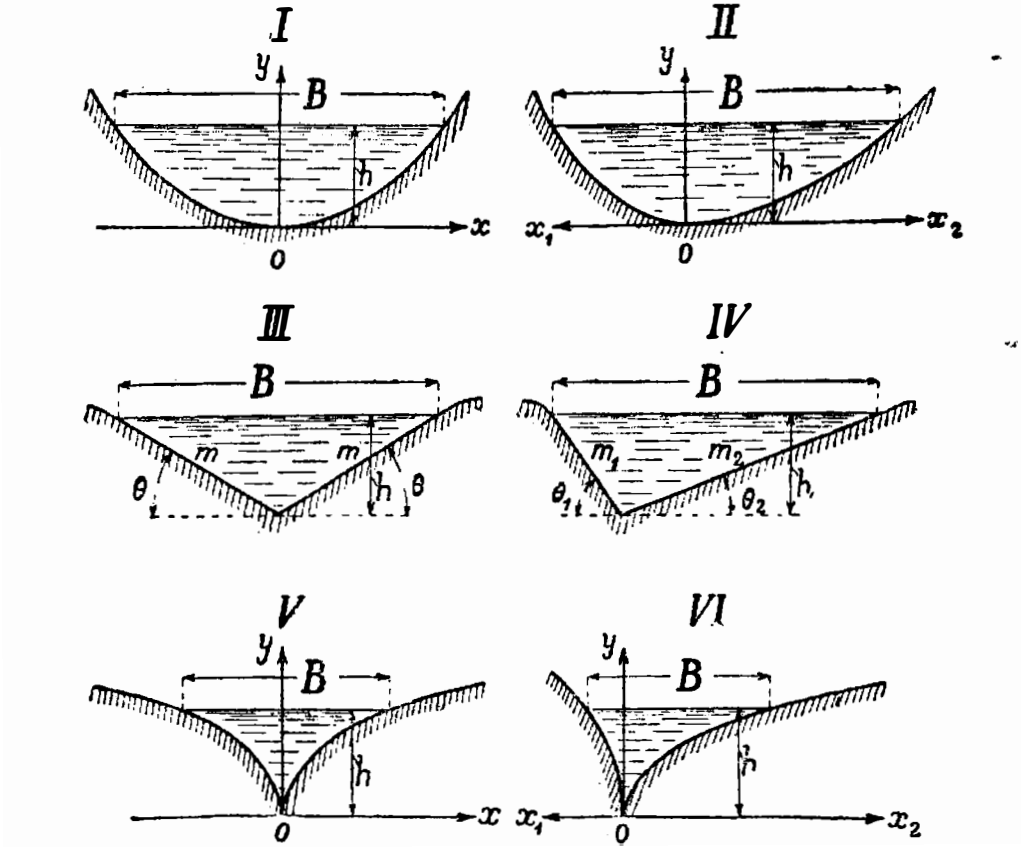
$$\left.\begin{aligned} \omega &= \frac{2}{3}Bh; \\ R &\cong \frac{2}{3}h; \\ Q &\cong \frac{2}{3}BhC\sqrt{\frac{2}{3}hJ} \cong 0{,}544CBh^{3/2}\sqrt{J}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (490)$$

[1]) Представленные на фиг. 30 сечения показаны в искаженном масштабе (вертикальный масштаб крупнее горизонтального).

причем эти зависимости имеют силу не только для симметричного параболического сечения (фиг. 98-I), но и для сечения несимметричного (фиг. 98-II), которое ограничивается двумя ветвями различных парабол (второго порядка):

$$x_1^2 = 2p_1 y; \qquad x_2^2 = 2p_2 y, \quad \ldots \quad \ldots \quad (491)$$

где p_1 и p_2 — соответствующие параметры этих парабол ($p_1 \neq p_2$).



Фиг. 98.

3) Для треугольного русла (фиг. 98, III—IV):

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \frac{Bh}{2}; \\ R &\cong \frac{h}{2}; \\ Q &\cong \frac{1}{2} BhC\sqrt{\frac{1}{2}hJ} \cong 0{,}354CBh^{3/2}\sqrt{J}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (492)$$

каковые зависимости справедливы для симметричной и несимметричной треугольной формы русел.

4) Укажем также аналогичные зависимости для „треугольно-параболического" русла, т. е. для случая (фиг. 98, V—VI), когда живое

сечение „схематизированного русла" представляет внешнюю область двух касательных парабол, уравнения коих суть:

$$y^2 = 2px \text{ (симметр. сечение);} \quad \ldots\ldots\ldots (493)$$

$$y^2 = 2p_1 x; \qquad y^2 = 2p_2 x \text{ (несимметр. сечение)} \quad \ldots\ldots (494)$$

Для сечений V и VI имеем (при $B = \chi$):

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{3} Bh; \\ R &\cong \frac{h}{3}; \\ Q &\cong \frac{1}{3} BhC \sqrt{\frac{1}{3} hJ} \cong 0{,}19 BCh^{3/2}\sqrt{J}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (495)$$

Поскольку при рассмотрении течения в естественных водотоках применима формула Шези, мы считаем наиболее приемлемой формулой для коэфициента C формулу Гангилье-Куттера; наряду с ней можно, как и для каналов, применять нашу показательную формулу (307):

$$C = \frac{1}{n} R^y, \; —$$

однако, лишь при гидравлическом радиусе R не более 3,0 *м* и при коэфициенте шероховатости n не более 0,035 — 0,040, так как эти значения являются уже предельными в том опытном материале, который положен в основу при разработке нашей формулы, как и было отмечено в § 40. Отдельные опытные точки указывают, что и за пределами упомянутых значений коэфициента n показатель степени y в формуле $C = \frac{1}{n} R^y$ увеличивается с возрастанием шероховатости, но в настоящее время пока еще нет систематических данных для назначения определенных величин показателя y при приложении названной формулы к естественным руслам. Отметим лишь, что для естественных русел вполне возможно встретить значения: $y = \frac{1}{3}$ и даже $y = \frac{1}{2}$

В виду сказанного мы полагаем, что формулы Маннинга и Форхгеймера не могут быть рекомендованы для естественных водотоков, так как, в виду встречаемой обычно сравнительно большой шероховатости таких водотоков, значения показателя y для них вообще превышают $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{5}$. Если эти формулы (особенно — формула Маннинга) иногда применяются к естественным руслам, что, конечно, делается в порядке „экстраполяции",—то полагаем, что такая экстраполяция для естественных русел [1]) возможна и по нашей показательной формуле при $R > 3{,}0$ *м* и $n > 0{,}040$ и даже с несколько бо́льшим основанием, чем по формулам Маннинга или Форхгеймера, но нельзя забывать об известной „условности" такого расчетного приема.

Обращаясь к формуле Базена, напомним, что для более низких значений коэфициента шероховатости, т. е. того же порядка, что и в искус-

[1]) Как выше отмечено и для каналов (см. заключительную часть § 40, гл. IV).

ственных каналах, главная часть опытного материала по естественным водотокам накоплялась и разрабатывалась по формуле Гангилье-Куттера, а не по формуле Базена. Для больших рек с пологими уклонами вообще не было сколько-нибудь значительного опыта применения формулы Базена, тогда как для таких рек именно формула Гангилье-Куттера находила и находит менее всего возражений. Для более высоких значений коэфициента шероховатости имеющихся опытных данных далеко недостаточно для сравнения достоинств и недостатков различных формул (Гангилье-Куттера, Базена, показательных формул и пр.), да и вообще в такой мало исследованной области, как движение воды в естественных водотоках, обладающих „значительной шероховатостью", самый выбор той или иной формулы из только что названных не имеет решающего значения, в виду крайней сложности самого явления течения воды в таких потоках. В связи со сказанным мы полагаем, что, как и в области каналов, формула Базена не может быть рекомендована в качестве основной при применении к естественным водотокам уравнения равномерного движения. Конечно, в отдельных случаях вполне возможно пользование этой формулой, когда мы располагаем опытными данными о коэфициентах шероховатости γ, относящимися к интересующей нас реке или к другим руслам, близким к ней по своим гидравлическим условиям.

Что касается коэфициента шероховатости, то таковой при движении в естественных водотоках должен учесть весьма многообразную и сложную совокупность факторов [1]), а именно—не только собственно „шероховатость" стенок русла, но также и неправильности в поперечных сечениях, расширения, сужения и повороты русла, наличие в русле и на пойме промоин, водорослей, деревьев и пр., размывы русла, перенесение рекою наносов и т. д.; к тому же подобные факторы для одного и того же естественного водотока изменяются при различных горизонтах, что еще более затрудняет „среднюю оценку" так называемого „коэфициента шероховатости", который поэтому может указываться для рек и других естественных водотоков лишь весьма приблизительно,—за исключением тех случаев, когда имеются прямые опытные данные, относящиеся к определенному водотоку. При невозможности получения таких данных приходится обращаться к „выбору" числовых величин коэфициента шероховатости по некоторым общим признакам, характеризующим тот или иной водоток, и лишь для примерной ориентировки мы даем здесь табличку [2]), составленную Хортоном (Horton) для коэфициентов шероховатости n естественных водотоков (табл. 40).

Отметим еще, что „общие таблицы" значений коэфициентов n и γ, приведенные выше в главе IV, конечно, совершенно недостаточны для характеристики всего диапазона естественных водотоков разного рода,— эта цель и не имелась в виду ни Базеном, ни Гангилье-Куттером. Эти исследователи закончили свои таблицы на некоторых значениях коэфициен-

---

[1]) Это давно уже отмечалось в гидравлической литературе (см., напр.: Ivan Houk, „Calculation of Flow in Open Channals", Dayton, Ohio, 1918, pp. 136—143).

[2]) См., напр., в книге King'a: „Handbook of Hydraulics", sec. ed., New York and London, 1929, p. 255.

Довольно обширный опытный материал по вопросу о движении воды в естественных водотоках находим в книге инж. М. Ф. Срибного: „Нормы сопротивления движению естественных водотоков и расчет отверстий больших мостов по способу бытовых морфологических характеристик", Гостранспзд., 1932. Здесь мы не приводим таблицу значений коэфициентов n и γ, предлагаемую М. Ф. Срибным (стр. 101—102 его книги), так как полагаем, что при пользовании его таблицей необходимо иметь в виду весь сопровождающий ее текст книги, для более правильного и осторожного выбора значений коэфициентов шероховатости.— Интересные данные о коэфициентах шероховатости равнинных рек и их пойм получены инж. Б. В. Поляковым, — см. его доклад по этому вопросу в „Трудах ноябрьской (1933 г.) сессии Академии Наук СССР" („Проблемы Волго-Каспия", Т. 2, стр. 597).

тов шероховатости отнюдь не потому, что считали эти значения предельно-наибольшими, а потому, что вообще дальше уже не располагали достаточным опытным материалом. Поэтому, если при практических расчетах иногда некоторые инженеры и считали значения $\gamma = 1{,}75$ и $n = 0{,}035 - 0{,}040$ наибольшими для естественных водотоков, то названные авторы знаменитых формул за это никоим образом не несут ответственности, да и во всей гидравлической литературе нельзя найти никаких указаний на то, что помещаемые в „общих таблицах" к формулам Гангилье-Куттера и Базена наибольшие значения коэфициентов шероховатости являются „предельными", наоборот, уже давно в гидравлической литературе приводились примеры наблюденных коэфициентов шероховатости, которые значительно превосходят наибольшие величины „общих таблиц".

ТАБЛИЦА 40.

Коэфициенты шероховатости n естественных водотоков по Хортону (Horton).

№№	Характер русла	Состояние поверхности			
		Очень хорошее	Хор.	Среднее	Плохое
1	Чистое прямое русло, без глубоких промоин, без отмелей, при больших глубинах	0,025	0,0275	0,030	0,033
2	То же, что (1), но с некоторым (небольшим) количеством водорослей и камней	0,030	0,033	0,035	0,040
3	Чистое извилистое русло с небольшим количеством промоин и мелей	0,033	0,035	0,040	0,045
4	То же, что (3), но с добавлением небольшого количества водорослей и камней	0,035	0,040	0,045	0,050
5	То же, что (3), но при меньших глубинах, с меньшими уклонами, с менее эффективно работающими сечениями	0,040	0,045	0,050	0,055
6	То же, что (5), более каменистые участки . .	0,045	0,050	0,055	0,060
7	Участки рек с замедленным течением, более заросшие или с очень глубокими промоинами	0,050	0,060	0,070	0,080
8	Весьма сильно заросшие участки рек	0,075	0,100	0,125	0,150

В заключение наших замечаний о движении воды в естественных потоках остановимся вкратце на вопросе о руслах, имеющих поймы (фиг. 99, *A* и *B*). С гидравлической стороны такие русла представляют случай „составного сечения", и в них, в связи со сказанным выше в § 46 и § 49, следует отдельно учитывать расход в главном русле и на пойме (или поймах). Так, напр., для схемы с одной поймой имеем:

$$Q = \omega_1 V_1 + \omega_2 V_2, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (496)$$

где

$$V_1 = C_1 \sqrt{R_1 J_1}; \qquad V_2 = C_2 \sqrt{R_2 J_2}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (497)$$

причем значки соответствуют нумерации частей составного русла; аналогичные зависимости могут быть написаны и при двух поймах [1]).

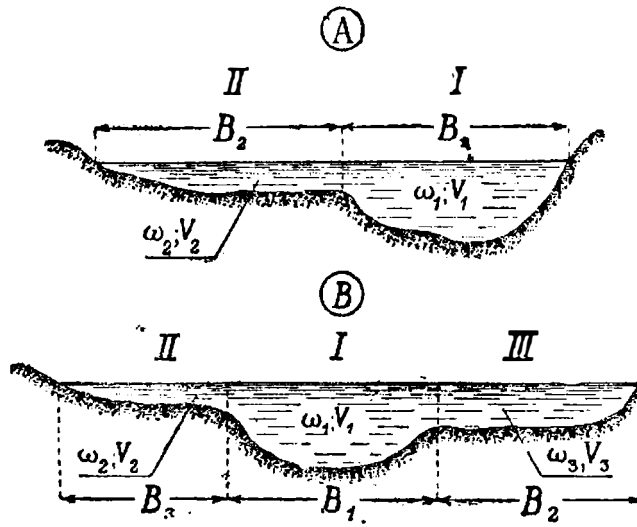
[1]) Некоторые другие формулы, полезные при гидравлических расчетах русел с поймами, см. в § 49, где рассмотрены основные задачи для искусственных „составных" русел (каналов).

Во всех случаях для пойм и весьма часто для главного русла можно считать, что смоченный периметр равняется ширине потока поверху, т. е.

$$\chi_1 = B_1; \qquad \chi_2 = B_2; \qquad \chi_3 = B_3, \ldots\ldots\ldots (498)$$

так что гидравлические радиусы равны средним глубинам соответствующих частей русла. При расчетах и здесь иногда могут быть полезны некоторые из зависимостей (489) — (495) для схематизированных русел. При определении коэфициентов Шези C_1, C_2 и C_3 следует применять для главного русла и для поймы вообще различные коэфициенты шероховатости, которые обычно для пойм больше, чем для главного русла.

По инструкции НКПС рекомендуется принимать [1]) для главного русла по Базену $\gamma = 2{,}00$ (соответствующее $n \cong 0{,}033$) и для пойм $\gamma = 3{,}75$ (соответствующее $n \cong 0{,}050$); отметим, однако, что указанное значение коэфициента шероховатости для главного русла иногда может оказаться несколько преувеличенным, а для пойм — преуменьшенным. Мы полагаем, что при выборе коэфициентов шероховатости для естественных русел с поймами следует поступать так же, как и для русел без пойм, т. е. подыскивать по имеющимся данным изысканий, по литературным источникам и пр. более или менее подходящие к интересующему нас случаю условия, при отсутствии же таких сведений — обращаться к табл. 40 или к другим таблицам этого рода.



Фиг. 99.

С вопросом о „составных" руслах естественных водотоков связан вопрос о так называемом гидравлически эквивалентном русле [2]), о чем поэтому дадим здесь краткие сведения.

Если имеем русло, положим, с 2 поймами (фиг. 99-В), то „гидравлически эквивалентным руслом" можно назвать такое простое русло (без поймы), которое, при скорости данного главного русла (V_1) и при том же уклоне J, пропускает тот же расход Q, что и все данное русло с поймами. Из этого определения и может быть найдена площадь живого сечения Ω этого „эквивалентного" русла (при известных уже обозначениях):

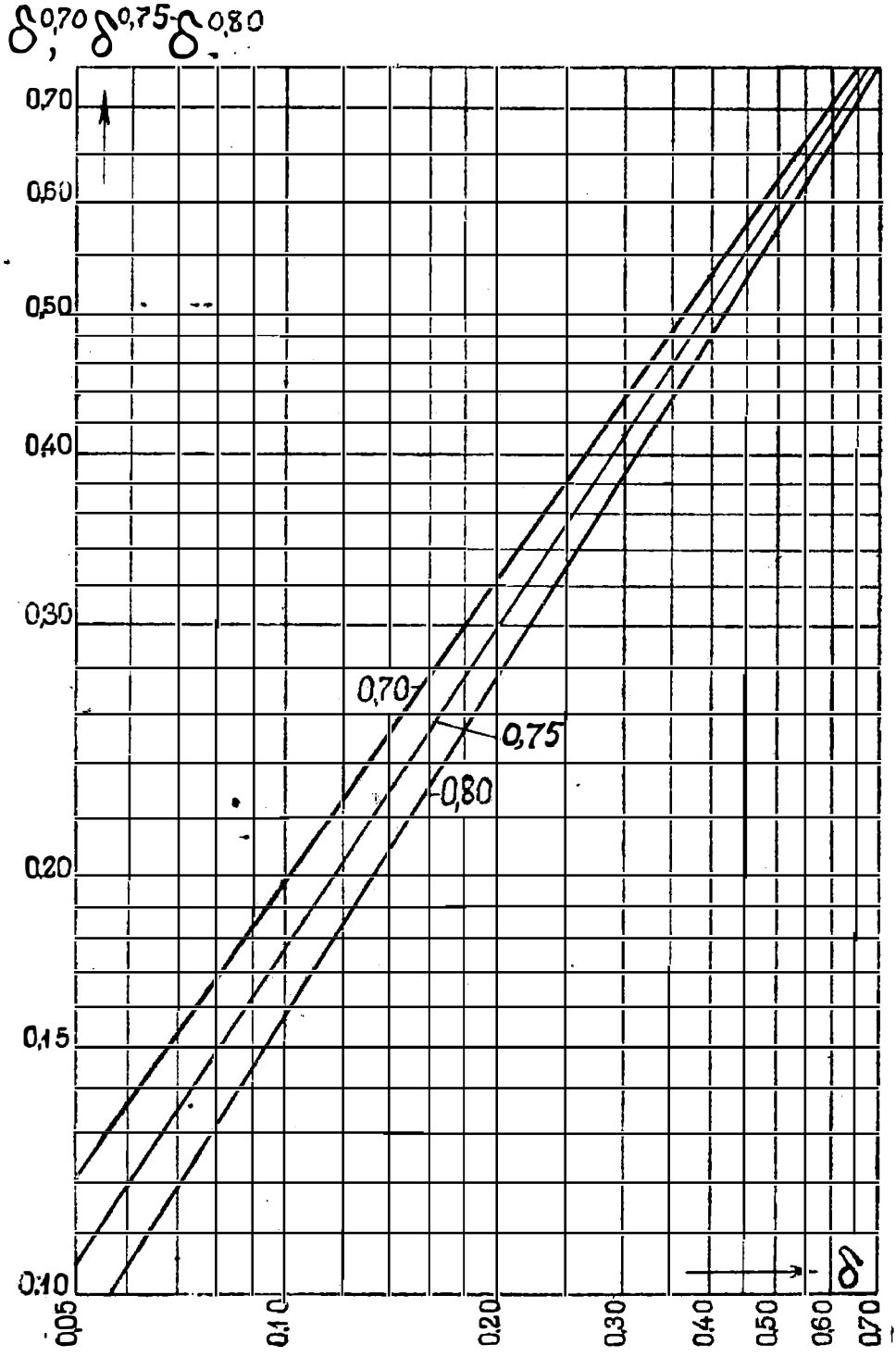
$$\Omega V_1 = \omega_1 V_1 + \omega_2 V_2 + \omega_3 V_3, \ldots\ldots\ldots (499)$$

откуда:

$$\Omega = \omega_1 + \frac{V_2}{V_1}\omega_2 + \frac{V_3}{V_1}\omega_3, \ldots\ldots\ldots (500)$$

[1]) „Наставление к переходу больших водотоков", изд. 1931, стр. 27.

[2]) Это понятие предложено инж. Канишиным (см., напр., его работу: „Расчет отверстий мостов по способу гидравлических эквивалентов", Днепропетровск, 1928). Автор пользуется в этой работе формулой Базена, мы же здесь будем держаться нашей показательной формулы.


δ; δ0,70 δ0,75 δ0,80
0,70
0,60
0,50
0,40
0,30
0,20
0,15
0,10
0,05
0,10
0,20
0,30
0,40
0,50
0,60
0,70
δ
0,70
0,75
0,80

Фиг. 100.

каковую зависимость можно написать в виде:

$$\Omega = \omega_1 + k_2\omega_2 + k_3\omega_3, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (501)$$

где k_2 и k_3 („коэфициенты гидравлической эквивалентности") имеют значения:

$$\left.\begin{aligned} k_2 &= \frac{V_2}{V_1}; \\ k_3 &= \frac{V_3}{V_1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (502)$$

Так как отношение средних скоростей течения равно отношению соответственных модулей скорости и так как для модуля скорости нами уже получено в § 49 выражение (438), основанное на нашей показательной формуле для C, то имеем:

$$\left.\begin{aligned} k_2 &= \frac{n_1}{n_2}\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{0,5+y}; \\ k_3 &= \frac{n_1}{n_3}\left(\frac{R_3}{R_1}\right)^{0,5+y}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (503)$$

где n_1, n_2, n_3 суть коэфициенты шероховатости соответственных частей составного русла (фиг. 99-В).

При условии $\chi \cong B$ отношение гидравлических радиусов может быть заменено отношением средних глубин, каковые отношения обозначим соответственно через δ_2 и δ_3:

$$\left.\begin{aligned} \frac{R_2}{R_1} &= \frac{(h_{ср})_2}{(h_{ср})_1} = \delta_2; \\ \frac{R_3}{R_1} &= \frac{(h_{ср})_3}{(h_{ср})_1} = \delta_3; \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (504)$$

для показателя же y, входящего в нашу формулу (307), примем здесь среднее значение $y \cong 0{,}25$, (что во всяком случае более правильно, чем считать значения $y = \frac{1}{6}$ по Маннингу или $y = \frac{1}{5}$ по Форхгеймеру). Таким образом вместо (503) будет:

$$\left.\begin{aligned} k_2 &= \frac{n_1}{n_2}\delta_2^{0,75}; \\ k_3 &= \frac{n_1}{n_3}\delta_3^{0,75}; \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (505)$$

для облегчения расчетов приводим график (фиг. 100).

Применение понятия „гидравлически эквивалентного русла" может быть полезно при некоторых расчетах, связанных с движением воды в естественных потоках, — например, при расчетах отверстий мостов, акведуков и т. под. искусственных сооружений на реках с поймами.

§ 53. Предварительные указания к гидравлическому расчету канализационных труб.

Самосплавные коллекторы и трубы канализации, как „безнапорные" водотоки (см. § 26), представляют с гидравлической стороны специальный случай открытого русла, почему к ним и приложимы основные зависимости для этого последнего, в отличие от „напорных" трубопроводов (рассматриваемых в гл. VI).

Что касается коэфициента Шези C, то для канализационных труб дает вполне удовлетворительные результаты формула Гаигильe-Куттера, которую можно применять с достаточной уверенностью и которая уже давно имеет весьма широкое распространение в канализационной практике Германии и Америки, а также и в СССР. Эта формула в данном случае (в виду того, что в канализации лишь в виде исключения уклон может быть $< 0{,}0005$) обращается в сокращенную формулу Гангильe-Куттера:

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{23\,n}{\sqrt{R}}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (506)$$

каковой для обычных условий канализационных труб весьма близко соответствует формула Куттера:

$$C = \frac{100}{1 + \frac{k}{\sqrt{R}}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (507)$$

если в (506) и (507) для коэфициентов шероховатости n и k иметь в виду их взаимную связь (252), приведенную в § 36.

Другой формулой для коэфициента C, получившей за последние годы значительное распространение в канализационной практике СССР, является формула Маннинга, что соответствует общей тенденции современной гидравлики к переходу на показательные формулы. Для формулы Маннинга Всесоюзным НИТО водоснабжения и санитарной техники изданы специальные таблицы; кроме того в СССР издано и несколько других таблиц и номограмм к этой же формуле в целях облегчения расчета канализационных труб. В дополнение к этому отметим, что, если для канализационных труб определить показатель y в нашей формуле (307) по зависимости (308), то получим: $y = 0{,}15 - 0{,}165$, что близко к показателю степени в формуле Маннинга ($y = 1/6$).

Таким образом, формулы, применяемые в настоящее время в СССР для коэфициента C при расчетах канализации, соответствуют по существу тем двум формулам, которые в конце § 43 настоящей главы нами отмечены, как основные при расчете каналов.

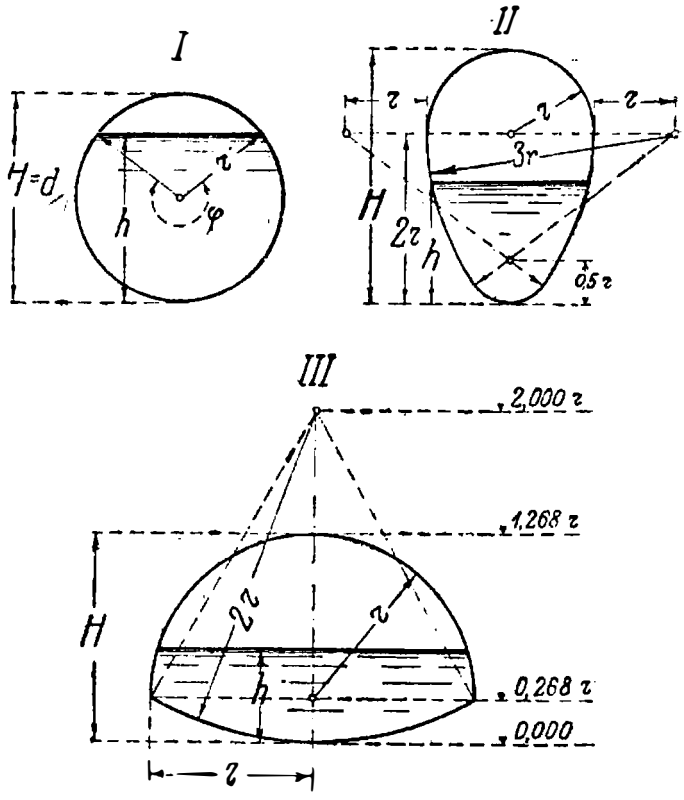
Что касается коэфициентов шероховатости для канализационных труб, то в СССР различными авторами и строителями канализации по настоящее время рекомендуются, главным образом, два значения:

$$n = 0{,}013 \text{ (чему соответствует } k = 0{,}30) \ldots\ldots \quad (508)$$

и

$$n = 0{,}014 \text{ (чему соответствует } k = 0{,}35), \ldots\ldots \quad (509)$$

причем отметим, что оба эти значения применяются у нас в качестве расчетных. Отсутствие в канализационной практике [1]) единого расчетного значения коэфициента шероховатости, конечно, легко объясняется некоторым разнообразием тех условий, которые имеются в данном случае; в этом отношении, не говоря уже о различном качестве строительных работ, следует отметить: степень чистоты содержания водостоков, большее или меньшее количество влекомых по дну и взвешенных материалов и т. д. В связи с этим естественно, что различные авторы несколько неодинаково расценивают имеющийся опытный материал и одни из них в качестве среднего расчетного дают значение (508), другие—значение (509). Изредка, впрочем, применяются и несколько пониженные (например, $n = 0{,}012$) или повышенные ($n = 0{,}015$) значения коэфициента шероховатости по сравнению с (508) и (509), но это допустимо лишь в особых случаях и, конечно, требует каждый раз особой мотивировки [2]).



Фиг. 101.

Указанные значения коэфициента шероховатости (508) и (509) берутся без различия материалов водосточных труб, т. е. применяются для бетонных, керамиковых и кирпичных водостоков, так как трубы при эксплоатации покрываются осадками, что сглаживает различия в шероховатости стенок. Для открытых водосточных каналов (например, кирпичных и др.) следует пользоваться теми формулами, которые выше указаны (§ 44) для каналов вообще. Наконец, отметим, что напорные водосточные линии, а равно водосточные дюкера и сифоны надлежит рассчитывать, как напорные трубопроводы (см. главу VI), определяя коэфициент C по формулам (506) или (507); для коэфициента шероховатости в этих случаях рекомендуется значение $n = 0{,}013$ ($k = 0{,}030$).

---

[1]) Что касается заграничной практики, то там также применяются значения коэфициента шероховатости (508) и (509).

[2]) В дополнение к сказанному считаем нужным отметить, что, после подготовки к печати главы V настоящего „Гидравлического Справочника", циркуляром НККХ РСФСР за № 276 (декабрь 1933 г.) были введены „Временные правила и нормы для проектирования хозяйственно-фекальных канализаций населённых мест", причем для расчета канализационных сетей предлагается применять формулу Маннинга при $n = 0{,}013$. Однако, эта рекомендация формулы Маннинга не носит принципиального характера и делается лишь в целях „единообразия и сравнимости" результатов расчета (см. главу IV, § 2 вышеназванных „Временных правил и норм"), до решения по этому вопросу ближайшего Водопроводного съезда.

Обратимся теперь к **гидравлическим элементам** поперечных сечений, применяемых в канализации.

1°. **Круглое сечение**, имеющее наибольшее применение, показано на фиг. 101-I. При обозначениях по фиг. 101-I гидравлические элементы этого сечения, в зависимости от угла φ, таковы:

$$\omega = \frac{1}{8}(\varphi - \sin\varphi)\,d^2; \quad \ldots \quad (510)$$

$$\chi = \frac{\varphi d}{2}; \quad \ldots \quad (511)$$

$$R = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)d \ldots \quad (512)$$

Далее:

$$V = \frac{C}{2}\sqrt{\left(1 - \frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)d \cdot J}; \quad \ldots \quad (513)$$

$$Q = \frac{C}{16} \cdot \frac{(\varphi - \sin\varphi)^{3/2}}{\sqrt{\varphi}} \cdot d^{5/2}\sqrt{J}. \quad \ldots \quad (514)$$

Связь между глубиной наполнения h и углом φ выражается в виде:

$$h = r\left(1 - \cos\frac{\varphi}{2}\right) = 2r\sin^2\frac{\varphi}{4}, \quad \ldots \quad (515)$$

так что

$$\frac{h}{d} = \frac{h}{H} = \sin^2\frac{\varphi}{4} \quad \ldots \quad (516)$$

и

$$\sin\frac{\varphi}{4} = \sqrt{\frac{h}{H}}. \quad \ldots \quad (517)$$

2°. **Оводцальное сечение**, применяемое главным образом при значительных колебаниях расходов, имеет несколько типов, из коих наиболее распространено так называемое „нормальное“ (или обыкновенное) сечение (фиг. 101-II). В нем радиус верхнего свода $= r$, радиус щековых частей $= 3r$, радиус основания $= \frac{r}{2}$. Отношение полной высоты сечения к ширине $= \frac{3}{2}$, в виду чего сечение это иногда именуется „нормальным типом 3:2“.

3°. **Из сечений лотковых**, применяемых главным образом для ливнеспусков, мы укажем лишь тип „о двух центрах“ (см. фиг. 101-III, где ясен и способ построения контура сечения).

Ряд менее употребительных сечений разного рода приводится в курсах канализации. С гидравлической стороны **основным свойством подобных „закрытых“ сечений** является то обстоятельство, что для данного поперечного профиля и данного продольного уклона водостока, при увеличении глубины наполнения h, скорость V и пропускаемый расход Q сначала **увеличиваются**, а затем начинают несколько **уменьшаться**, что может быть показано для круглого сечения на основании формул (510)—(514) или им подобных для других сечений. Если при этом для полного наполнения H скорость и расход принять за единицу, то для других глубин наполнения h значения Q и V могут быть выражены графически кривыми линиями (A и B). Такие графики приводятся на фиг. 102 для круглого сечения,

на фиг. 103 — для нормального овоидального и на фиг. 104 — для лоткового (по типу фиг. 101-III); полная глубина H принята при этом за единицу.

Таким образом, на фиг. 102 — 104 по вертикальной оси отложены значения отношения $\frac{h}{H}$; это отношение, называемое **степенью наполнения**, будем в дальнейшем обозначать через a, т. е.

$$a = \frac{h}{H} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (518)$$

По горизонтальной оси на тех же чертежах, как ясно из сказанного о построении их, также отложены **относительные** величины (коэфициенты A и B); эти коэфициенты могут быть названы „относительным расходом" (A) и „относительной скоростью" (B). В то же время эти коэфициенты выражают, очевидно, отношение модуля расхода K при некотором наполнении h к модулю расхода K_n при полном наполнении (коэфициент A) и отношение модуля скорости W при некотором наполнении h к модулю скорости W_n при полном наполнении (коэфициент B), так что

$$A = \frac{K}{K_n}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (519)$$

$$B = \frac{W}{W_n}. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (520)$$

Наибольшие скорость и расходы имеют место при следующих наполнениях:

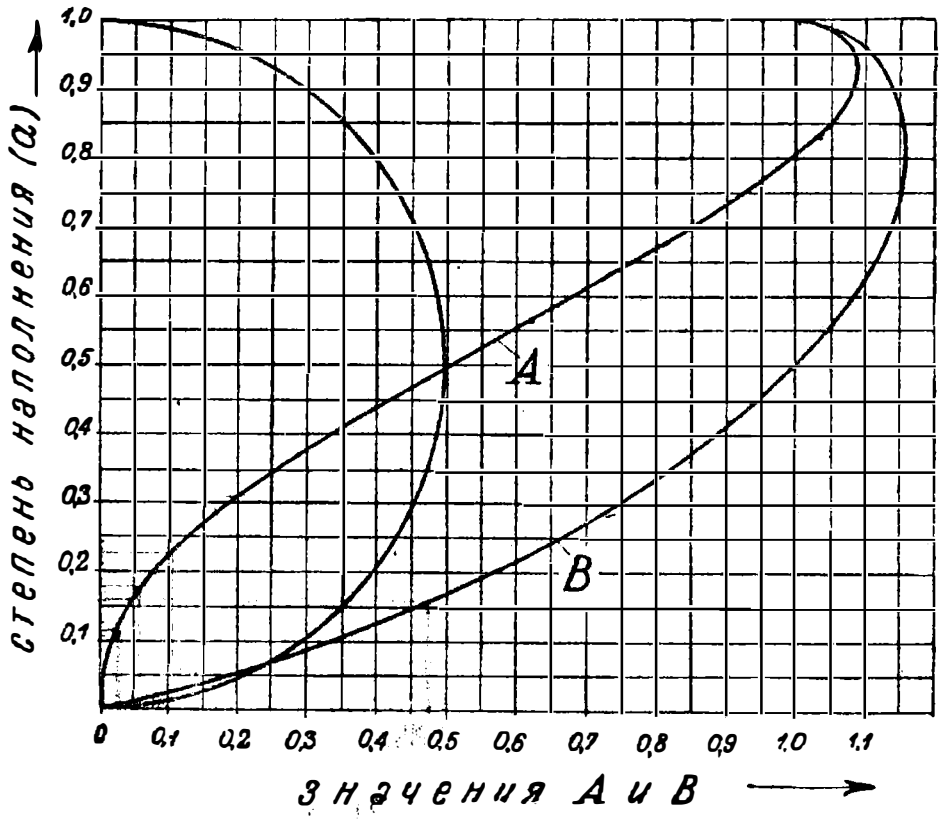
ТАБЛИЦА 41.

Тип сечения	Круглое	Овоидальное типа 3:2	Лотковое (по фиг. 101-III)
для V_{max}	$h \cong 0{,}81\ H$; $\varphi = 257\frac{1}{2}°$	$h \cong 0{,}85\ H$	$h \cong 0{,}81\ H$
для Q_{max}	$h \cong 0{,}95\ H$; $\varphi = 308°$	$h \cong 0{,}95\ H$	$h \cong 0{,}93\ H$

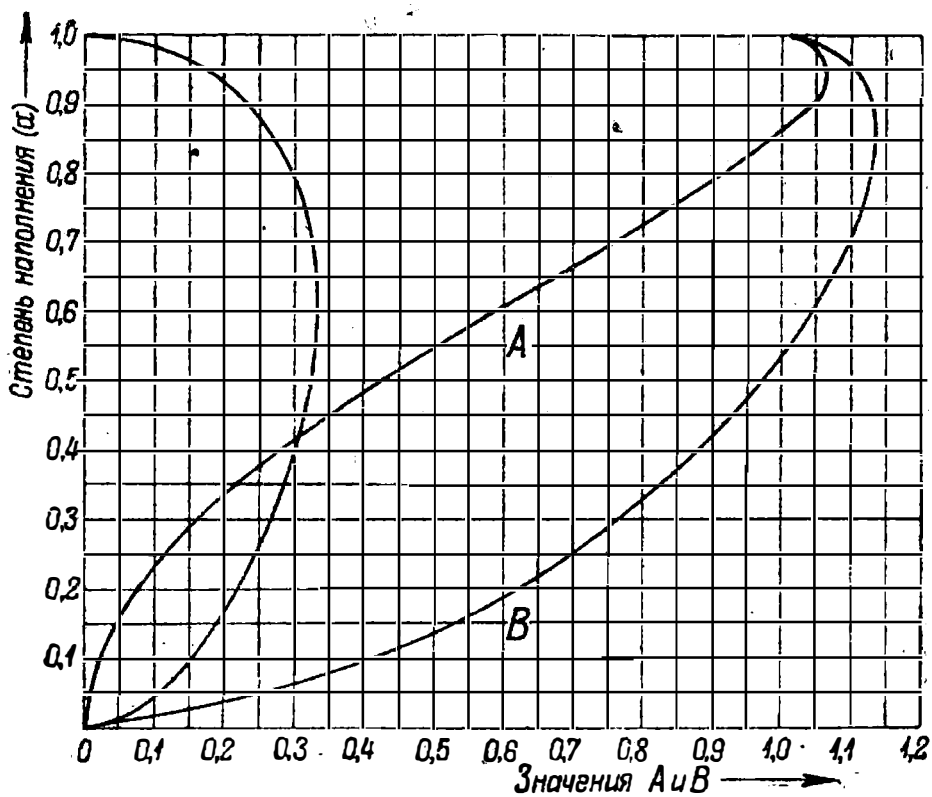
Кривые на фиг. 102—104 являются лишь некоторыми „**средними**", так как для каждого размера трубы существует, строго говоря, своя кривая такого типа (в виду того, что коэфициент C зависит от **величины** гидравлического радиуса, т. е. от размеров сечения). Для предварительных подсчетов эти „средние" кривые, впрочем, достаточны [1]).

Такие кривые помещаются почти во всех руководствах по канализации (и отчасти—по гидравлике), причем они иногда несколько разнятся между собою у различных авторов. Для каждого из трех типов сечений (круглого, овоидального и лоткового) мы приводим по одному из имеющихся „вариантов" этих кривых. Кроме того, приводим таблицу численных значений коэфициентов A и B (табл. 42).

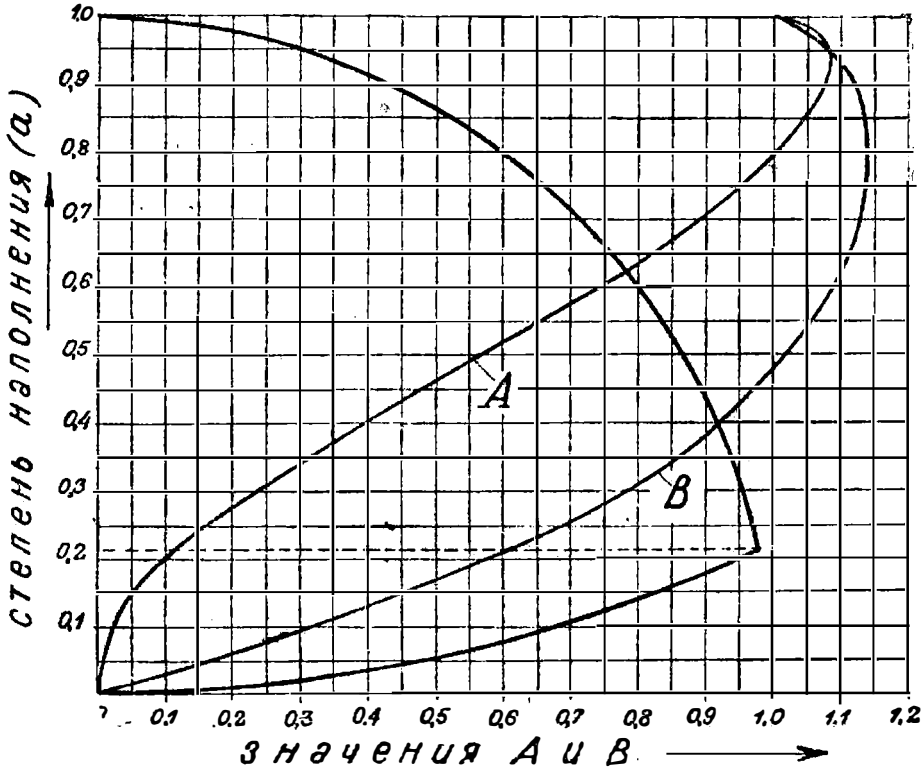
[1]) Отметим, что, пользуясь показательной формулой вида $C = \frac{1}{n} R^y$ с постоянным значением y, на фиг. 102 — 104 мы получили бы кривые, не зависящие от абсолютных размеров поперечного сечения.



Фиг. 102.



Фиг. 103.



Фиг. 104.

ТАБЛИЦА 42.

Значения коэфициентов A и B при различных степенях наполнения $a = \frac{h}{H}$.

a	Круглое сечение		Овоидальное сечение типа 3:2		Лотковое сечение (по фиг. 101-III)	
	A	B	A	B	A	B
0,05	0,004	0,184	0,014	0,260	—	—
0,10	0,017	0,333	0,018	0,424	0 021	0,322
0.15	0,043	0,457	0,040	0,536	0,050	0,450
0,20	0,080	0,565	0,072	0,628	0,099	0,565
0,25	0,129	0,661	0,111	0,702	0,164	0,675
0,30	0,188	0,748	0,159	0,769	0,235	0,773
0.35	0,256	0.821	0,216	0,829	0,314	0,860
0,40	0,332	0,889	0,278	0,883	0.394	0 923
0.45	0,414	0,948	0,348	0,930	0,478	0,969
0,50	0,500	1.000	0,423	0.975	0,563	1,013
0,55	0,589	1,045	0,501	1,012	0,652	1.054
0,60	0,678	1,083	0.585	1,043	0,745	1.091
0,65	0,766	1,113	0,672	1,075	0,802	1,106
0,70	0,850	1,137	0.755	1,098	0,889	1,130
0,75	0,927	1,152	0,839	1,118	0,954	1.139
0,80	0,994	1,159	0,917	1,130	1,000	1,140
0,85	1,048	1,157	0,983	1,135	1,051	1,135
0,90	1,082	1,142	1,037	1,130	1,073	1,122
0,95	1,087	1,108	1,062	1,109	1,084	1,078
1,00	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

§ 54. Гидравлический расчет канализационных труб.

При гидравлическом расчете канализационных труб весьма удобно исходить из зависимостей (236) и (239), которые здесь и перепишем:

$$K = \frac{Q}{\sqrt{J}}; \quad \ldots \quad (521)$$

$$W = \frac{V}{\sqrt{J}} \quad \ldots \quad (522)$$

Для значений K (модуль расхода) и W (модуль скорости) приводим таблицы проф. Бюзинга (Büsing) для круглого и „нормального" овоидального сечения (Табл. XVIII и XXI в конце книги), составленные по сокращенной формуле Гангилье-Куттера при $n = 0{,}013$; кроме того, помещаем составленную нами Табл. XIX для круглых труб по формуле Маннинга при $n = 0{,}013$. Наконец, в Табл. XX при $n = 0{,}013$ даются значения K и W для круглой трубы диаметром 15 *см*, каковой не вошел в предыдущие таблицы [1]).

Что касается расчетной степени наполнения $\frac{h}{H} = a$, то при расчете на хозяйственные воды для круглых [2]) труб можно принять следующие значения: $a = 0{,}6$ для диаметров 15—30 *см*; $a = 0{,}7$ для диаметров 35—45 *см*; $a = 0{,}75$ для диаметров 50—60 *см*; $a = 0{,}8$ для диаметров 60 *см* и более. Для овоидальных труб берется наполнение до пят свода, т. е. при „нормальном" типе (3:2) расчетная степень наполнения $a = \frac{2}{3}$. При расчете на ливневые воды принимается сплошное наполнение ($a = 1$).

Наименьшая расчетная скорость [3]) для канализационной сети принимается $= 0{,}6$ *м/сек*. Наибольшая допустимая скорость в практике проектирования водостоков берется $= 3{,}0$—$3{,}5$ *м/сек*.

При гидравлическом расчете круглых водостоков можно указать следующие основные задачи (аналогично задачам на расчет каналов), причем напомним обозначения: d — диаметр трубы, a — степень наполнения, Q и V — расход и скорость, K и W — модуль расхода и модуль скорости.

I. Даны: d, a, J; найти Q. По Таблицам XVIII—XX находим K, после чего непосредственно по (521) имеем:

$$Q = K\sqrt{J}.$$

II. Даны: d, a, Q; найти J. По тем же таблицам находим K для данного d и данной степени наполнения a, после чего из зависимости (521) определим J:

$$J = \frac{Q^2}{K^2}.$$

III. Даны: a, Q, J; найти d. Имея K по (521), подыскиваем d по таблицам при заданном a.

---

[1]) Таким образом, все названные расчетные таблицы составлены для $n = 0{,}013$ (см. в связи с этим вторую сноску в § 53); дублировать здесь эти таблицы для $n = 0{,}014$ мы не имеем возможности.

[2]) См. „Временные правила и нормы" НККХ РСФСР, упомянутые выше в § 53.

[3]) См. предыдущую сноску. Подробности о наполнениях, скоростях и др. подобных вопросах см. в руководствах по канализации.

Кроме того, к основным задачам надлежит отнести и такую:

IV. Даны: d, Q, J; найти a. Определив K по (521), подыскиваем степень наполнения a по таблицам для данного d и известного K.

В только что рассмотренных задачах скорость V можно определять на основании (522) по таблицам. Эта же зависимость служит при решении задач, в которых задается определенная скорость V. Сказанное освещает вопрос о решении тех же задач для овоидальных профилей [1]), а равным образом — о тех приемах, которые можно применять при решении некоторых других, возможных в практике канализации, вопросов гидравлического расчета. Здесь мы не можем заниматься другими задачами, помимо вышеуказанных.

Пример 34. Для круглого водостока дано: $d = 80$ *см*, степень наполнения $a = {}^3/_4$, уклон $J = \frac{1}{225}$ (крутая местность); определить: Q и V.

По Табл. XVIII находим (при $\frac{h}{d} = 0{,}75$, т. е. $\frac{h}{r} = 1{,}5$):

$$K = 12{,}32 \ м^3/сек = \frac{Q}{\sqrt{J}},$$

откуда

$$Q = K\sqrt{J} = 12{,}32\sqrt{\frac{1}{225}} = 0{,}821 \ м^3/сек = 821 \ л/сек;$$

по той же таблице, при том же наполнении, модуль скорости

$$W = 30{,}44 \ м/сек = \frac{V}{\sqrt{J}},$$

откуда

$$V = W\sqrt{J} = 30{,}44\sqrt{\frac{1}{225}} = 2{,}03 \ м/сек.$$

Пример 35. Для водостока овоидального сечения „нормального типа" размером 75/50 *см* дано: $Q = 0{,}140 \ м^3/сек$; $\frac{h}{r} = 2$; определить необходимый уклон J.

По Табл. XXI для профиля $\frac{75}{50}$ (при $\frac{h}{r} = 2$) находим:

$$K = 4{,}279 \ м^3/сек = \frac{Q}{\sqrt{J}},$$

откуда

$$\sqrt{J} = \frac{Q}{4{,}279} = \frac{0{,}140}{4{,}279} = 0{,}0328; \ J = 0{,}00108.$$

По той же таблице, при прежнем наполнении, модуль скорости

$$W = 22{,}66 \ м/сек = \frac{V}{\sqrt{J}},$$

откуда

$$V = 22{,}66\sqrt{0{,}00108} = 0{,}74 \ м/сек.$$

Пример 36. Найти диаметр d круглого водостока, дано $Q = 0{,}7 \ м^3/сек$; $J = \frac{1}{900}$.

Определяем необходимый модуль расхода:

$$K = \frac{Q}{\sqrt{J}} = 0{,}7\sqrt{900} = 21{,}0 \ м^3/сек,$$

---

[1]) См. ниже примеры. Основным размером для овоидального профиля является радиус r (см. фиг. 101 - II).

чему по Табл. XVIII при $h = {}^3/_4\ d$ $(= 1{,}5\ r)$ отвечает ближе всего $d = 1{,}0\ м$; при этом по той же таблице и при прежнем наполнении модуль скорости

$$W = 35{,}16\ \frac{м}{сек} = \frac{V}{\sqrt{J}},$$

откуда

$$V = 35{,}16\sqrt{J} = 1{,}17\ \frac{м}{сек}.$$

Пример 37. Дано $Q = 0{,}25\ м^3/сек$ и $J = \frac{1}{400}$ для водостока „нормального" овоидального сечения размером 90/60 *см*; определить степень наполнения и скорость V.

Находим

$$K = \frac{Q}{\sqrt{J}} = 0{,}25\sqrt{400} = 5\ м^3/сек.$$

Из Табл. XXI видим, что ближайшему большему значению $K = 5{,}28\ м^3/сек$ соответствует наполнение $h = 1{,}7\ r$, а ближайшему меньшему $K = 4{,}77\ м^3/сек$ отвечает $h = 1{,}6\ r$. Интерполируя, найдем наше наполнение:

$$h = 1{,}6\ r + 0{,}1\ \frac{5{,}00 - 4{,}77}{5{,}28 - 4{,}77}\ r = 1{,}65\ r,$$

т. е.

$$\alpha = \frac{h}{H} = \frac{h}{3r} = 0{,}55.$$

При $\frac{h}{r} = 1{,}65$, интерполируя по той же таблице, находим:

$$W = 23{,}77 + \frac{24{,}19 - 23{,}77}{10} \cdot 5 = 23{,}98\ \frac{м}{сек},$$

откуда

$$V = W\sqrt{J} = 23{,}98\sqrt{\frac{1}{400}} \cong 1{,}2\ \frac{м}{сек}.$$

Для предварительных расчетов возможно пользоваться также вышеуказанными графиками, помещенными на фиг. 102—104, причем должны быть известны табличные значения величин K и W лишь при сплошном наполнении. Как нам известно (гл. III), модуль расхода K, помимо (521), выражается еще и иначе: $K = \omega C\sqrt{R}$; равным образом и модуль скорости имеет, помимо (522), еще и другое выражение: $W = C\sqrt{R}$. По последним двум выражениям приводим таблицы, дающие значения модуля расхода K_n и модуля скорости W_n при сплошь заполненных [1]) водостоках (когда степень наполнения $\frac{h}{H} = 1$), а именно:

1) Таблица значений K_n и W_n для круглых труб при $n = 0{,}013$ по Гангилье-Куттеру (табл. 43);

2) Таблица значений K_n и W_n для круглых труб при $n = 0{,}013$ по Маннингу (табл. 44);

3) Таблица значений K_n и W_n для овоидальных труб (3:2) при $n = 0{,}013$ по Гангилье-Куттеру (табл. 45);

4) Таблица значений K_n и W_n для лоткового профиля (по типу фиг. 101-III) при $n = 0{,}013$ по Гангилье-Куттеру (табл. 46).

---

[1]) Напомним, что при полном заполнении модуль расхода водостока мы обозначаем через K_n, модуль скорости — через W_n.

Последняя таблица составлена по формулам:

$$K_n = \frac{71{,}63\, r^3}{0{,}30 + 0{,}608\sqrt{r}}\ м^3/сек; \quad \ldots\ldots\ldots\ (523)$$

$$W_n = \frac{37\, r}{0{,}30 + 0{,}608\sqrt{r}}\ м/сек, \quad \ldots\ldots\ldots\ (524)$$

что соответствует ф-ле Куттера при $k = 0{,}30$ или, что все равно, сокращенной ф-ле Гангилье-Куттера при $n = 0{,}013$; обозначение r—см. по фиг. 101-III.

ТАБЛИЦА 43.

Значения K_n и W_n для круглых труб при $n = 0{,}013$ по Гангилье-Куттеру.

d м	K_n л/сек	W_n м/сек	d м	K_n л/сек	W_n м/сек
0,15	134,3	7,60	0,70	9340	24,27
0,20	302,8	9,64	0,75	11270	25,52
0,25	551,7	11,26	0,80	13490	26,61
0,30	908,2	12,86	0,90	18410	28,94
0,35	1393	14,48	1,00	24350	30,99
0,40	2028	16,12	1,10	31480	33,09
0,45	2825	17,76	1,20	39660	35,07
0,50	3718	19,09	1,30	49090	37,04
0,55	4838	20,38	1,40	60100	39,05
0,60	6132	21,70	1.50	72470	41,02
0,65	7913	22,97			

ТАБЛИЦА 44.

Значения K_n и W_n для круглых труб при $n = 0{,}013$ по Маннингу.

d м	K_n л/сек	W_n м/сек	d м	K_n л/сек	W_n м/сек
0,15	152,2	8,62	0,70	9262	24,07
0,20	328,0	10,44	0,75	11130	25,20
0,25	594,7	12.11	0,80	13220	26,31
0,30	967,0	13,68	0,90	18100	28,46
0,35	1459	15,16	1,00	23980	30,53
0,40	2083	16.57	1,10	30910	32,53
0.45	2851	17,93	1,20	38990	34,47
0.50	3776	19,23	1,30	48260	36,36
0,55	4869	20,49	1,40	58810	38,20
0,60	6140	21,77	1,50	70690	40,00
0,65	7601	22,91			

ТАБЛИЦА 45.

Значения K_n и W_n для овоидальных труб (3:2) при $n = 0{,}013$ по Гангилье-Куттеру.

Размер в см	K_n м³/сек	W_n м/сек	Размер в см	K_n м³/сек	W_n м/сек
30/20	0,497	10,82	105/70	15,21	27,03
37,5/25	0,909	12,66	112,5/75	18,36	28,41
45/30	1,523	14,43	120/80	21,55	29,34
52,5/35	2,327	16,22	135/90	29,93	32,17
60/40	3,314	18,03	150/100	42,69	34,43
67,5/45	4,427	19,48	165/110	51,43	37,00
75/50	6,119	21,31	180/120	64,39	38,92
82,5/55	7,898	22,73	195/130	78,58	40,48
90/60	10,000	24,19	210/140	92,19	42,68
97,5/65	12,42	25,59	225/150	115,8	44,81

ТАБЛИЦА 46.

Значения K_n и W_n для лоткового профиля [по типу фиг. 101-III] при $n = 0{,}013$ по Гангилье-Куттеру.

r м	W_n м/сек	K_n м³/сек	r м	W_n м/сек	K_n м³/сек	r м	W_n м/сек	K_n м/сек
0,50	25,4	12,28	0,90	38,0	59,40	1,60	55,4	274,0
0,60	28,7	20,12	1,00	40,7	78,80	1,80	59,8	374,0
0,70	32,1	30,40	1,20	46,0	128,0	2,00	63,9	494,0
0,80	35,1	43,40	1,40	50,9	193,0			

Укажем теперь кратко, как решаются при помощи этих таблиц рассмотренные выше основные задачи на гидравлический расчет канализационных труб.

1. Даны: d, a, J; найти Q. Для данного d находим по табл. 43—44 значение K_n, после чего по фиг. 102 по заданной степени наполнения a определяем коэфициент A. Затем по (519) имеем:

$$K = AK_n,$$

и искомый расход по (521) будет:

$$Q = K\sqrt{J}.$$

Подобным же образом находим и скорость V, если это требуется: по табл. 43—44 имеем значение W_n для данного d; затем по (520)

$$W = BW_n,$$

где B определим по кривой фиг. 102, и, наконец, по (522) видим, что

$$V = W\sqrt{J}.$$

II. Даны: d, a, Q; найти J. Находим K, как в предыдущей задаче, после чего из (521) определим J.

III. Даны: a, Q, J; найти d. По (521) находим K; по степени наполнения a из фиг. 102 определяем A. Так как, далее, $K = AK_n$, то отсюда найдем модуль расхода K_n при сплошном наполнении, после чего по табл. 43—44 легко подберем d.

IV. Даны: d, Q, J; найти a. Зная Q и J по (521) находим K; зная d, по табл. 43—44 определяем K_n, после чего из зависимости $K = AK_n$ имеем A и затем по этому последнему из фиг. 102 получим степень наполнения a.

В этих задачах вместо графика для коэфициентов A и B можно также пользоваться таблицей 42, где даны численные значения этих коэфициентов. Задачи на овоидальный и лотковый профиль решаются аналогично.

Пример 38. Для водостока овоидального сечения размерами 90/60 *см* дано: $Q = 0{,}083$ *м³/сек* и $J = \frac{1}{500}$; определить, пользуясь графиком фиг. 103), степень наполнения и скорость V.

Зная Q и J, находим:

$$K = \frac{Q}{\sqrt{J}} = 1{,}86 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Затем по табл. 45 для нашего профиля (90/60 *см*) определяем значение $K_n = 10{,}00$ *м³/сек* и по отношению

$$A = \frac{K}{K_n} = \frac{1{,}86}{10{,}00} = 0{,}186$$

находим, пользуясь фиг. 103, величину

$$a = \frac{h}{3r} = 0{,}325,$$

откуда

$$\frac{h}{r} = 3 \cdot 0{,}325 = 0{,}975.$$

При этом (по фиг. 103)

$$B = \frac{W}{W_n} = 0{,}8;$$

из табл. 45 для нашего профиля при полном наполнении $W_n = 24{,}19$ *м/сек*, откуда

$$W = BW_n = 0{,}8 \cdot 24{,}19 = 19{,}35 \text{ м/сек},$$

что дает

$$V = W\sqrt{J} = 0{,}86 \text{ м/сек}.$$

§ 55. Гидравлический расчет дренажных труб.

Дренажные трубы рассчитываются, подобно водостокам, как трубы безнапорные, но при сплошном заполнении. Рассмотрим со стороны гидравлических расчетов следующие виды дренажных труб: 1) гончарные, 2) деревянные и 3) так называемый „кротовый дренаж".

1°. Гончарные дрены. Так как при сплошном заполнении для круглого сечения гидравлический радиус=четверти диаметра, т. е.

$$R = \frac{d}{4}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (525)$$

то основные гидравлические зависимости ($Q=\omega V$ и $V=C\sqrt{Ri}$) для гончарных дрен принимают вид:

$$Q=\frac{\pi d^2}{4}V; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (526)$$

$$V=\frac{C}{2}\sqrt{di}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (527)$$

что же касается модуля расхода K и модуля скорости W, то через диаметр d эти величины выражаются при сплошном заполнении так:

$$K=\frac{\pi C}{8}d^{5/2}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (528)$$

$$W=\frac{C}{2}\sqrt{d}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (529)$$

Для коэфициента Шези C в области гончарных труб различными авторами предложено весьма много формул. Многообразие последних объясняется, на наш взгляд, не только тем, что дренажные трубы работают в различных условиях, зависящих от качества изготовления и укладки этих труб, но также и тем, что для труб малого диаметра, какими в европейской практике обычно и являются дренажные трубы, структура общепринятых гидравлических формул вообще не является подходящей. Для малых труб были бы более рациональны формулы экспериментально-гидромеханического типа [1]), дающие выражения для C в зависимости от числа Рейнольдса, но для дренажных труб таких формул (с определенными коэфициентами) пока еще не имеется. В связи со сказанным понятно, что различные авторы и приходят к разнообразным формулам, отражающим тот экспериментальный материал, которым эти авторы располагали и который не вполне рационально ими обрабатывался. Формулы для C обычной структуры поэтому можно считать в области дренажных труб лишь, так сказать, „статистическими“, и с этой оговоркой мы отметим наиболее применяемые из таких формул.

В СССР до недавнего времени большим распространением пользовалась при дренажных расчетах формула Куттера с коэфициентом шероховатости $k=0{,}27$ по Шпёттле (Spöttle) для метровых размеров:

$$C=\frac{100}{1+\frac{k}{\sqrt{R}}}=\frac{100}{1+\frac{0{,}27}{\sqrt{R}}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (530)$$

или

$$C=\frac{100}{1+\frac{0{,}54}{\sqrt{d}}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (531)$$

причем формула эта (впрочем, на ряду с некоторыми другими) широко известна и в дренажной практике Германии, где она и была предложена. Новейшей дренажной практике более отвечает формула Маннинга, применяемая при расчете дрен, главным образом, в Америке и отчасти за последние годы в СССР.

Определенные к этой формуле коэфициенты шероховатости n при опытах Департамента Земледелия США [2]) дали для гончарных труб значения $n=0{,}010-0{,}012$, т. е. в среднем $n=0{,}011$, почему новая американская фор-

[1]) См. § 63 в главе VI.

[2]) Bureau of Public Road, U. S. Departement of Agriculture, Bull. 854, 1920

мула для C (так называемая „формула U.S.D.A.“) при метровых размерах имеет вид:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} = 90 R^{1/6} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (532)$$

Против самой формулы Маннинга для дрен, в связи со сказанным выше вообще о подобных формулах для дренажных расчетов, мы не имеем возражений; отметим впрочем, что, если применить для дрен нашу показательную формулу (307), то в последней получаем $y = \sim \frac{1}{7}$, но эта разница в показателе по сравнению с формулой Маннинга ($y = \frac{1}{6}$) для дренажных труб не имеет существенного значения. Что же касается расчетного значения $n = 0{,}011$, принятого в формуле U.S.D.A., то мы не могли бы его рекомендовать для наших условий. Прежде всего, эта формула при $n = 0{,}011$, полученная, главным образом, для диаметров $d = 10$—30 *см*, для малых диаметров дает [1]) преувеличенные значения C, примерно на 10—15%, между тем как в нашей практике дрены малых диаметров имеют относительно большое применение. Кроме того, при менее высокой технике устройства дренажа значение $n = 0{,}011$ представляется и вообще неосторожным.

По этим соображениям мы в настоящее время рекомендовали бы в формуле Маннинга для дрен значение

$$n = 0{,}012, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (533)$$

так что вместо формулы U.S.D.A. получим для метровых размеров:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} = 83{,}3 R^{1/6}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (534)$$

но и эту формулу не следовало бы применять для малых диаметров ($d \leqslant 10$ *см*), если нет достаточной уверенности в качестве труб и их укладки; в этом случае осторожнее остаться при прежней формуле Куттера (530) с коэфициентом $k = 0{,}27$. Разумеется, надо стремиться к повышению техники дренажных работ, и когда эта техника будет у нас вполне освоена, можно будет забыть о формуле Куттера с коэфициентом Spöttle.

В соответствии со сказанным даем для гончарных дрен таблицы значений модуля расхода K и модуля скорости W при сплошном заполнении труб: по Маннингу при $n = 0{,}012$ (табл. 47) и по Куттеру при $k = 0{,}27$ (табл. 48). Эти же таблицы пригодны и для расчета бетонных дренажных труб (редко, впрочем, применяемых в европейской практике).

В европейских странах (в том числе и в СССР), при сельско-хоз. осушении земель, наименьший внутренний диаметр дрен обычно берется = = 4—5 *см* (последнее предпочтительнее), наибольший диаметр = 16—20 *см*, реже 25 *см*. В США минимальный калибр определяется диаметром $d = 8$—10 *см*, максимальный — диаметром до 120 *см* (для коллекторов); в американском сортаменте дрен встречается даже диаметр = 60″ (150 *см*). В настоящее время и в СССР можно отметить некоторую тенденцию к повышению минимального калибра сельско-хоз. дрен; впрочем, надо указать, что при осушении

[1]) Подробнее см. в книге: Pickels, „Drainage und Flood-Control Engineering“, New York, 1925, pp. 151—162.

ТАБЛИЦА 47.

Значения модуля расхода K и модуля скорости W для дренажных труб по формуле Маннинга при $n = 0{,}012$.

d см	K л/сек	W м/сек	d см	K л/сек	W м/сек
4	4,86	3,87	22	458,1	12,05
5	8,81	4,49	24	577,8	12,77
6	14,33	5,07	25	644,2	13,12
7	21,62	5,62	30	1047,6	14,82
7,5	25,98	5,88	35	1580	16.42
8	30,86	6,14	40	2256	17,95
9	42,25	6,64	45	3089	19,42
10	55,96	7,12	50	4091	20,83
12	91,00	8,05	60	6652	23,53
12,5	101,5	8,27	70	10034	26,07
14	137,3	8,92	75	12050	27,30
15	165,0	9,34	80	14325	28,50
16	196,0	9,75	90	19611	30,83
18	268,3	10,54	100	25980	33,08
20	355,3	11,31	110	33489	35,24
			120	42236	37,34

ТАБЛИЦА 48.

Значения модуля расхода K и модуля скорости W для дренажных труб по формуле Куттера при $R = 0{,}27$.

d см	K л/сек	W м/сек	d см	K л/сек	W м/сек
4	3,40	2,70	12,5	85,85	6,99
5	6,43	3,27	14	171,9	7,66
6	10,80	3,82	15	142,9	8,09
7	16,74	4,35	16	171,1	8,51
7,5	20,35	4,61	18	237,5	9,33
8	24,44	4,86	20	318,3	10,13
9	34,08	5,36	22	414,6	10,91
10	45,86	5,84	24	527,2	11,65
12	76,55	6,77	25	590,0	12,02

населенных и промышленных территорий у нас уже и в настоящее время применяются минимальные калибры дрен не ниже американских.

Следует при гидравлических расчетах принимать во внимание, что наименьшие допустимые скорости в дренах должны составлять $V_{min} = 0{,}15—0{,}20$ *м/сек* (лучше — последнее значение) при обыкновенных связных грунтах; $V_{min} = 0{,}30—0{,}35$ *м/сек* при песчаных грунтах; $V_{min} = 0{,}6$ *м/сек* для дрен, в которые могут поступать загрязненные верховые воды. Наибольшая скорость принимается не свыше 1,0 *м/сек*; при устройстве специальной защиты стыков $V_{max} = 1{,}5$ *м/сек*.

Обращаясь к задачам при гидравлическом расчете дрен, отметим, что задачи эти в значительной степени аналогичны тем, которые уже рассмотрены выше для открытых каналов и водостоков,—с тем упрощением, что в дренах, при сплошном заполнении их, мы имеем лишь один размер живого сечения—диаметр d. При решении задач необходимо помнить не раз уже указанные выше зависимости:

$$K = \frac{Q}{\sqrt{i}}; \quad \ldots \quad (535)$$

$$W = \frac{V}{\sqrt{i}} \quad \ldots \quad (536)$$

Из задач рассмотрим здесь следующие, при известных уже обозначениях.

I. Даны d, i; найти Q и V. Зная по табл. 47—48 модуль расхода K для диаметра d, определяем расход из (535):

$$Q = K\sqrt{i},$$

после чего находим скорость: $V = \frac{Q}{\omega}$, или же, беря W из таблиц, по (536) имеем:

$$V = W\sqrt{i}.$$

II. Даны: d, Q; найти i и V. Зная K из таблиц, имеем по (535):

$$i = \frac{Q^2}{K^2};$$

скорость V находим, как в I задаче.

III. Даны: i, Q; найти d и V. Определяем K по (535), после чего подбираем по таблицам диаметр d; скорость после этого найдем, как в задаче I и II.

Иногда в дренажных трубах может встретиться необходимость в определении степени наполнения ($a = \frac{h}{d}$, фиг. 105-1), причем получаем четвертую задачу:

IV. Даны: d, Q, i; найти a. Задача эта решается совершенно так же, как соответствующая IV задача по канализационным трубам, рассмотренная в конце предыдущего параграфа, причем можно пользоваться тем же графиком (фиг. 102). Модуль расхода при полном наполнении следует теперь обозначить через K_n для отличия от модуля расхода K при наполнении $= h$; величина K_n берется из табл. 47 или 48.

Если скорость течения в дренах V входит в число заданных величин, то можно указать следующие дополнительные задачи (при сплошном наполнении).

а) Дано V и Q. Находим d по (526), после чего приходим к рассмотренной выше задаче II.

б) Дано V и d. Находим Q по (526) и опять получаем задачу II.

в) Дано V и i. Находим W по (536) и затем подбираем диаметр d по табл. 47 или 48, после чего приходим к задаче I.

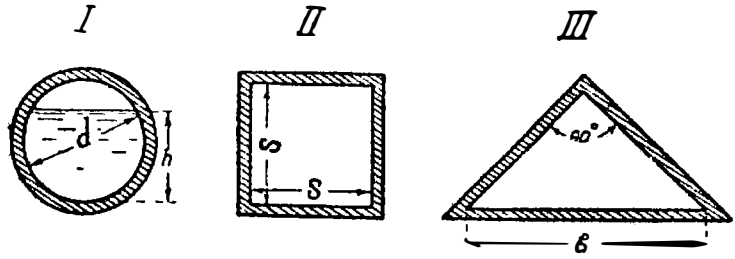
Гидравлические расчеты по дренажным трубам значительно упрощаются при применении графика Шпёттле (Spöttle), который и приводим (см. График XII в конце книги). На этом графике, кроме d, i, V, имеем еще две величины: q и F, где F—осушаемая данной дреной площадь в гектарах, q—гидромодуль осушения, т. е. количество воды, подлежащее отводу с одного гектара в 1 сек., причем, очевидно,

$$Q = qF \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (537)$$

График составлен для формулы Куттера (530) при $k = 0{,}27$. Пользование этим графиком поясняется следующими двумя примерами.

Пример 39. Осушаемая площадь $F = 3{,}5$ гектара, уклон дрены $i = 0{,}55\%$, гидромодуль $q = 1$ *л/сек*; найти d и V. По Графику XII, читая по вертикальной и горизонтальной шкалам координаты точки пересечения линий: уклона $i = 0{,}55\%$ и площади $F = 3{,}5$ гектара, найдем соответственно: диам. $d = 10{,}2$ *см*, скорость $V = 0{,}44$ *м/сек*. Кругло берем $d = 10$ *см*.

Пример 40. Решить ту же задачу при гидромодуле $q = 0{,}6$ *л/сек* (найти d и V). Сдвигаем линию площадей параллельно самой себе влево на расстояние, взятое по расположенному под графиком масштабу и отвечающее данному гидромодулю $q = 0{,}6$ *л/сек*; затем, подобно предыдущему примеру, по координатам точки пересечения линии уклона $i = 0{,}55\%$ и сдвинутой линии площадей найдем по вертикальной шкале $d = 8{,}4$ *см* и по горизонтальной $V = 0{,}38$ *м/сек*. Диаметр округляем.



Фиг. 105.

2°. Деревянные дрены. Дадим расчетные формулы для деревянных дрен Бутца и Цуикера.

а) Дрены по системе Бутца (Butz) состоят из досок, образующих (по фиг. 105-II) квадратное живое сечение, сторону которого обозначим через s (размер в свету). Гидравлические элементы квадратного сечения (при сплошном заполнении, как и для гончарных дрен) представим так[1]):

$$\left.\begin{aligned} \omega^2 &= s^2; \\ \chi &= 4s; \\ R &= \frac{s}{4}, \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (538)$$

причем получим:

$$K = \frac{C}{2} s^{5/2}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (539)$$

$$W = \frac{C}{2} \sqrt{s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (540)$$

[1]) Иногда считают $\chi = 3s$, что недостаточно осторожно.

За отсутствием надлежаще разработанного опытного материала по коэфициенту C для таких дрен, формулу для этого коэфициента приходится выбирать на основании общих соображений. Останавливаясь на типе показательных формул, для величины показателя y, как видно из нашей таблицы 26 (§ 40), можем взять значение $y = \sim\frac{1}{7}$, что соответствует весьма малым гидравлическим радиусам в дренах Бутца, имеющим размер $s = 5—16$ *см* (чаще 5—12 *см*).

При этом наша показательная формула (307) примет вид:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/7} = \frac{1}{n}\left(\frac{s}{4}\right)^{1/7} = \frac{0{,}82 s^{0{,}14}}{n}, \quad \ldots\ldots\ldots (541)$$

где в качестве расчетного значения коэфициента шероховатости полагаем $n = 0{,}0125$ (струганые доски) и $n = 0{,}015$ (нестроганые доски). Для модулей расхода и скорости K и W находим (метры):

$$K = 32{,}80\, s^{2{,}61}; \quad W = 32{,}80\, s^{0{,}64} \text{ (при } n = 0{,}0125); \ldots\ldots (542)$$

$$K = 27{,}33\, s^{2{,}64}; \quad W = 27{,}33\, s^{0{,}64} \text{ (при } n = 0{,}015) \ldots\ldots (543)$$

По этим формулам даем составленную нами таблицу для модуля расхода и для модуля скорости (табл. 49).

ТАБЛИЦА 49.

Значения модуля расхода K и модуля скорости W для деревянных дрен по системе Бутца.

s *см*	K *л/сек*		W *м/сек*		s *см*	K *л/сек*		W *м/сек*	
	$n=0{,}0125$	$n=0{,}015$	$n=0{,}0125$	$n=0{,}015$		$n=0{,}0125$	$n=0{,}015$	$n=0{,}0125$	$n=0{,}015$
5	12,05	10,04	4,82	4,02	11	96,63	80,5	7,99	6,66
6	19,50	16,25	5,42	4,52	12	121,6	101,3	8,44	7,04
7	29,30	24,42	5,98	4,98	13	150,2	125,1	8,89	7,41
8	41,68	34,74	6,51	5,43	14	182,6	152,2	9,32	7,77
9	56,89	47,41	7,02	5,85	15	219,1	182,6	9,74	8,12
10	75,13	62,61	7,51	6,26	16	259,8	216,5	10,15	8,46

б) В дренах по системе Цункера (Zunker) доски образуют живое сечение в виде равнобедренного прямоугольного треугольника, лежащего на гипотенузе (фиг. 105-III). Обозначая длину гипотенузы через b (внутренний размер), для гидравлических элементов этого сечения имеем (при сплошном заполнении):

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \frac{b^2}{4}; \\ \chi &= (1+\sqrt{2})b = 2{,}41b; \\ R &= \frac{b}{4(1+\sqrt{2})} = 0{,}103b \cong 0{,}10b \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (544)$$

и далее:

$$K = \omega C\sqrt{R} = 0{,}08Cb^{2{,}5}; \quad \ldots \quad (545)$$

$$W = C\sqrt{R} = 0{,}32C\sqrt{b} \quad \ldots \quad (546)$$

Применяя и здесь, как и для дрен Бутца, нашу показательную формулу для C, получим:

$$C = \frac{1}{n}R^{1/7} = \frac{1}{n}\left(\frac{b}{10}\right)^{1/7} = \frac{0{,}72b^{0{,}14}}{n}, \quad \ldots \quad (547)$$

так что K и W будут (для метров):

$$K = 4{,}60\,b^{2{,}64}; \quad W = 18{,}40\,b^{0{,}64} \text{ (при } n = 0{,}0125); \quad \ldots \quad (548)$$

$$K = 3{,}85\,b^{2{,}64}; \quad W = 15{,}35\,b^{0{,}64} \text{ (при } n = 0{,}015). \quad \ldots \quad (549)$$

Для K и W даем таблицу 50.

ТАБЛИЦА 50.

Значения модуля расхода K и модуля скорости W для деревянных дрен по системе Цункера.

b см	K л/сек		W м/сек		b см	K л/сек		W м/сек	
	$n=0{,}0125$	$n=0{,}015$	$n=0{,}0125$	$n=0{,}015$		$n=0{,}0125$	$n=0{,}015$	$n=0{,}0125$	$n=0{,}015$
8	5,86	4,88	3,66	3,05	13	21,10	17,58	5,01	4,17
9	7,99	6,66	3,95	3,29	14	25,66	21,39	5,24	4,36
10	10,56	8,80	4,22	3,52	15	30,79	25,66	5,47	4,56
11	13,58	11,31	4,49	3,74	16	36,51	30,42	5,70	4,75
12	17,08	14,24	4,74	3,95					

в) В практике иногда находят применение и деревянные дрены, в поперечном сечении имеющие вид треугольника, обращенного вершиною книзу (в гидравлическом отношении — вполне рациональная форма). Гидравлический расчет таких дрен следует вести, как и для открытых каналов треугольного сечения (см. § 45 и след., гл. V).

В рассмотрении задач при гидравлическом расчете деревянных дрен Бутца и Цункера здесь нет необходимости, так как задачи эти — те же, что и при расчете гончарных дрен (см. п. 1° настоящего параграфа).

3°. **Кротовый дренаж** состоит из подземных „ходов" кругового сечения, получаемых на заданной глубине при помощи особых механических снарядов, получивших название „дренажных плугов", без производства выемки земли и без укладки [1]) каких-либо труб,—роль труб здесь выполняют указанные „кротовые ходы" в почве, служащие для дренажа. Этот дренаж в настоящее время широко развивается в Зап. Европе и США. Имея несколько ограниченную сферу применения (достаточно плотные однородные почвы), этот вид дренажа.

[1]) Имеются, впрочем, и некоторые попытки закрепления „кротовых ходов".

благодаря ряду своих достоинств, каковы: дешевизна, интенсивность осушения и пр., несомненно, получит применение и в СССР, особенно в связи с развитием тракторизации в сельском хозяйстве (трактор—весьма подходящий двигатель для „дренажных плугов"), почему и даем здесь некоторые первоначальные соображения о гидравлическом расчете „кротового дренажа", насколько это возможно в настоящее время при крайней ограниченности опытного материала по гидравлике этого типа дренажа.

По опытам проф. Цункера в шести „кротовых ходах" [1]) при диаметре их $= 5{,}5-6{,}0$ *см* значение коэфициента Шези C было получено $= 18—25$, причем наиболее достоверным автор опытов считает значение $C = 24{,}6$ (для метровых размеров), полученное при весьма малом гидравлическом радиусе $R = \sim 0{,}017$ *м*. Пренебрегая поэтому влиянием R в нашей формуле для показателя y (308), получим следующее выражение для C:

$$C = \frac{1}{n} R^y = \frac{1}{n} R^{2{,}5\sqrt{n} - 0{,}13}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (550)$$

т. е. при $n = 0{,}017$, $C = 24{,}6$, имеем:

$$24{,}6\ n = 0{,}017^{2{,}5\sqrt{n} - 0{,}13}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (551)$$

откуда

$$n = 0{,}0185,$$

показатель же y будет:

$$y = 2{,}5\sqrt{n} - 0{,}13 = 0{,}21.$$

Если взять из тех же опытов значение $C = 18$, то при $R = 0{,}17$ *м* найдем: $n = 0{,}021$; $y \cong 0{,}23$. Таким образом, показатель y в среднем можем принять:

$$y = \sim 0{,}22, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (552)$$

и получаем для „кротовых ходов" при метровых мерах:

$$C = \frac{1}{n} R^y = \frac{1}{n} \left(\frac{d}{4}\right)^{0{,}22}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (553)$$

где $n = \sim 0{,}020$.

Напоминая формулы (528) и (529) для K и W в круглых сплошь заполненных дренах и подставляя в эти формулы выражение (553), можем написать (для метров):

$$nK = \frac{\pi}{8 \cdot 4^y} d^{2{,}5+y} = 0{,}29 d^{2{,}72}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (554)$$

$$nW = \frac{1}{2 \cdot 4^y} d^{0{,}5+y} = 0{,}37 d^{0{,}72}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (555)$$

Для величин nK и nW даем составленную нами таблицу 51. Из этой таблицы легко найти значения K и W для тех же диаметров, останавливаясь на некотором значении коэфициента n. В виду недостаточности данных, мы не даем таблицу для K и W при каком-либо одном определенном значении n и заметим, что полученная выше величина $n = 0{,}02$ представляется нам, при имеющемся весьма незначительном экспериментальном материале, лишь

[1]) Краткие сведения об этих опытах см. у проф. А. Н. Костякова: „Основы мелиорации", 1931, стр. 453.

вероятной, причем от ближайших опытных исследований надо ожидать уточнения и детализации этой величины.

Таблицей 51 можно пользоваться для решения задач при гидравлическом расчете „кротового дренажа", т. е. тех задач, которые уже были рассмотрены для гончарных дрен. Отметим, что наибольшая допустимая скорость в кротовых ходах по Цункеру $= V_{max} = 0{,}20$ *м/сек*.

ТАБЛИЦА 51

для гидравлического расчета кротового дренажа

d *см*	nK (для *л/сек*)	nW (для *м/сек*)
4	0,046	0,036
5	0,084	0,043
6	0,138	0,049
7	0,209	0,055
8	0,301	0,060
10	0,553	0,071
12,5	1,014	0,083
15	1,665	0,094
20	3,641	0,116

§ 56. Замечания о гидравлическом расчете безнапорных туннелей.

Кроме водостоков и дрен, в гидротехнике есть еще одна весьма важная область „безнапорных трубопроводов" (или, лучше сказать, замкнутых сечений при безнапорном движении воды), а именно — безнапорные туннели, к которым относятся, например: безнапорные штольни гидросиловых установок; безнапорные водопуски и водоприемные туннели при водохранилищах; безнапорные туннели для пропуска вод при производстве строительных работ на реках; участки оросительных каналов, устраиваемые в туннелях, и пр.

С гидравлической точки зрения все эти и им подобные случаи „замкнутых сечений" имеют ту же основную особенность, что и канализационные трубы (§ 53): при увеличении наполнения в водотоках таких сечений скорость и расход сначала увеличиваются, а затем — несколько уменьшаются, так что для безнапорных туннелей мы имеем тот же общий характер кривых модуля расхода и модуля скорости при различных наполнениях, как и на фиг. 102—104. Надо и вообще отметить, что в основном ход гидравлического расчета безнапорных туннелей по существу тот же, что и для канализационных труб. Однако, при расчете безнапорных туннелей мы уже не можем располагать столь подробными таблицами (или графиками), как для водостоков, что и понятно, так как безнапорные туннели имеют весьма разнообразные формы поперечных сечений, в виду различий в технических свойствах грунтов, в которых проходят туннели, в величине горного давления, в условиях и способах производства работ и т. д.

Некоторые из примененных или применяемых на практике форм поперечного сечения безнапорных туннелей приведены на фиг. 106 (схемы I — VI), где на схемах написаны примерные относительные размеры (в функции от радиуса r верхнего свода).

При гидравлическом расчете таких туннелей прежде всего необходимо иметь выражения для гидравлических элементов поперечного сечения; выражения эти могут быть получены из геометрических условий, определяющих очертание того или иного профиля туннеля. Так, для типа простого профиля, показанного на фиг. 107, при глубине наполнения $h < t$ имеем обычные выражения для ω, χ и R, как для прямоугольного профиля; при наполнениях же $h > t$ будет:

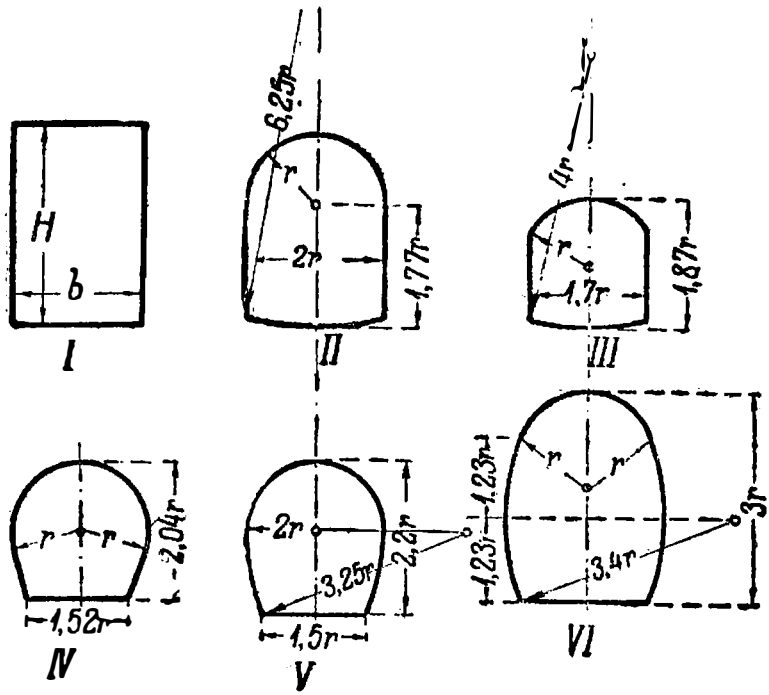
$$\omega = (2 + \xi + \frac{1}{2}\sin 2\xi) r^2; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (556)$$

$$\chi = 2(2+\xi)r; \quad \ldots \quad (557)$$

$$R = \left[1 + \frac{\sin 2\xi}{2(2+\xi)}\right] \cdot \frac{r}{2}, \quad \ldots \quad (558)$$

где ξ — угол (в радианах) в полукруглой части сечения, соответствующий некоторому наполнению h (см. фиг. 107), причем:

$$\sin\xi = \frac{h}{r} - 1. \quad \ldots \quad (559)$$



Фиг. 106.

При сплошном заполнении сечения, когда (по фиг. 107)

$$\left.\begin{aligned} h &= H = 2r; \\ \sin\xi &= 1; \quad \xi = \frac{\pi}{2}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (560)$$

для соответствующих гидравлических элементов поперечного сечения ω_n, χ_n и R_n по (556) — (558) находим:

$$\omega_n = \left(2 + \frac{\pi}{2}\right) r^2 = 3{,}571\, r^2; \quad \ldots \quad (561)$$

$$\chi_n = 2\left(2 + \frac{\pi}{2}\right) r = 7{,}142\, r; \quad \ldots \quad (562)$$

$$R_n = \frac{r}{2}. \quad \ldots \quad (563)$$

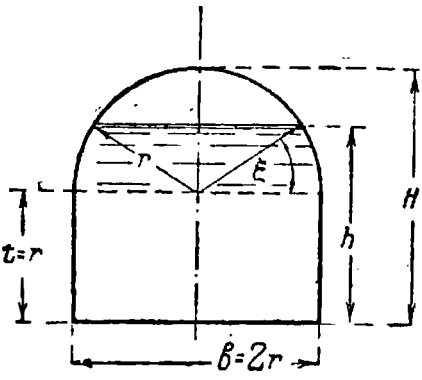
Что касается коэфициента Шези C, то для безнапорных туннелей, как частного случая в области искусственных открытых русел (каналов), мы,

естественно, рекомендуем те же формулы, что и для каналов (§ 43), т. е. формулу Гангилье-Куттера и нашу показательную формулу. Коэфициент шероховатости n в этих формулах следует брать по данным таблиц § 44, в соответствии с родом обделки туннеля. Для необлицованных туннелей в скале действительное живое сечение получается несколько больше теоретического (расчетного), как для примера и показано на фиг. 108, но сопротивление на трение по длине водотока, конечно, увеличивается против сопротивления для ровной скальной поверхности, и для таких туннелей коэфициент n можно считать [1]) в пределах:

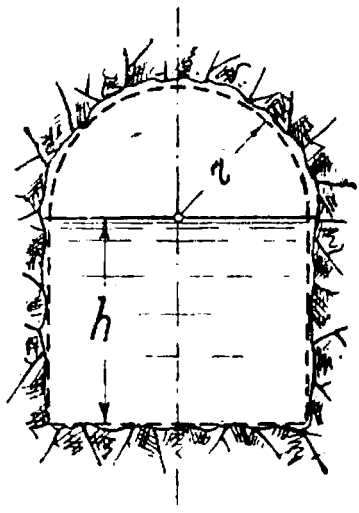
$$n = 0{,}035 - 0{,}040; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (564)$$

однако, если возможно действительно обеспечить заделку бетоном более заметных впадин на будущей смоченной поверхности туннеля, то, в соответствии со сказанным в § 44 о каналах в скальных грунтах, значение (564) можно понизить, как мы полагаем, до $n = 0{,}030$.

Зная, таким образом, коэфициент Шези C и имея формулы для гидравлических элементов поперечного сечения туннеля, каковы, например, формулы (556) — (558), мы легко можем найти и выражения для модуля расхода $K = \omega C\sqrt{R}$ и модуля скорости $W = C\sqrt{R}$ для данного типа безнапорного туннеля как при частичном, так и при сплошном его заполнении, после чего легко получить и выражения для коэфициентов A и B, т. е. для относительного модуля расхода и относительного модуля скорости, причем, как пояснено в § 53, имеем:



Фиг. 107.



Фиг. 108.

$$A = \frac{K}{K_n}; \quad B = \frac{W}{W_n}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (565)$$

где K_n и W_n суть модуль расхода и модуль скорости при сплошном заполнении сечения. По этим выражениям строим соответствующие графики для A и B, подобно тому, как это делается для канализационных труб (фиг. 102—104).

Пример 41. Построить графики коэфициентов A и B для безнапорного туннеля по фиг. 107, при условии бетонной облицовки стенок и дна.

Возьмем следующие степени наполнения $a = \frac{h}{H}$:

$$a = 0{,}1;\ 0{,}2;\ 0{,}3; \ldots\ldots\ldots 0{,}9$$

[1]) Creager and Justin, „Hydro-electric Handbook", New York, 1927, p. 130.

и найдем соответствующие значения угла ξ из выражения (559), которое можно представить в виде:

$$\sin\xi = \frac{2h}{H} - 1 = 2a - 1, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (566)$$

откуда

$$\xi = \arcsin(2a-1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (567)$$

Затем по (556) — (558) выражаем ω, χ и R в зависимости от r при указанных степенях наполнения (см. таблицу 52 к этому примеру). Далее пишем для C нашу показательную формулу при $n = 0{,}014$ с „осредненным показателем"

$$y \cong 0{,}15,$$

т. е. (для метров)

$$C = \frac{1}{n} R^{0,15} = 71{,}5\ R^{0,15} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (568)$$

и, наконец, составляем выражения для $K = \omega C\sqrt{R}$ и $W = C\sqrt{R}$, в которые войдут при этом только численные коэфициенты и некоторые степени от r (см. таблицу 52).

Значения ω_n, χ_n, R_n (при $a = 1$) получим по (561) — (563):

$$\omega_n = 3{,}57\,r^2;\ \chi_n = 7{,}14\,r;\ R_n = 0{,}5\,r,$$

после чего находим соответствующие выражения для K_n и W_n и затем имеем:

$$A = \frac{K}{K_n};\quad B = \frac{W}{W_n},$$

причем в эти выражения радиус r уже не войдет. По указанным в табл. 52 значениям A и B построен график для этих коэфициентов (фиг. 109).

ТАБЛИЦА 52.

(к примеру 41).

a	ξ	ω	χ	R	$\frac{C}{r^{0,15}}$	K	W	$A = \frac{K}{K_n}$	$B = \frac{W}{W_n}$
0,1		$0{,}4\,r^2$	$2{,}4\,r$	$0{,}167\,r$	54,6	$8{,}9\,r^{2,65}$	$22{,}3\,r^{0,65}$	0,055	0,489
0,2		$0{,}8\,r^2$	$2{,}8\,r$	$0{,}286\,r$	59,3	$25{,}3\,r^{2,65}$	$31{,}6\,r^{0,65}$	0,157	0,695
0,3		$1{,}2\,r^2$	$3{,}2\,r$	$0{,}375\,r$	61,7	$45{,}3\,r^{2,65}$	$37{,}8\,r^{0,65}$	0,279	0,829
0,4		$1{,}6\,r^2$	$3{,}6\,r$	$0{,}445\,r$	63,4	$67{,}5\,r^{2,65}$	$42{,}2\,r^{0,65}$	0,415	0,926
0,5	0	$2{,}0\,r^2$	$4{,}0\,r$	$0{,}500\,r$	64,3	$91{,}0\,r^{2,65}$	$45.5\,r^{0,65}$	0,560	1,000
0,6	0,20	$2{,}395\,r^2$	$4{,}40\,r$	$0{,}544\,r$	65,3	$115{,}2\,r^{2,65}$	$48{,}0\,r^{0,65}$	0,707	1,056
0,7	0,41	$2{,}775\,r^2$	$4{,}82\,r$	$0{,}576\,r$	65,8	$138{,}8\,r^{2,65}$	$50{,}0\,r^{0,65}$	0,854	1,097
0,8	0,64	$3{,}119\,r^2$	$5{,}28\,r$	$0{,}590\,r$	66,1	$158{,}4\,r^{2,65}$	$50{,}7\,r^{0,65}$	0,973	1,114
0,9	0,93	$3{,}409\,r^2$	$5{,}86\,r$	$0{,}583\,r$	65,9	$171{,}1\,r^{2,65}$	$50{,}3\,r^{0,65}$	1,052	1,103
1,0	1,57	$3{,}57\,r^2$	$7{,}14\,r$	$0{,}500\,r$	64,3	$162{,}5\,r^{2,65}$	$45{,}5\,r^{0,65}$	1,000	1,000

Имея такие графики для данного типа туннеля, **основные задачи** решаем, как указано в конце § 54 для водостоков, — с той лишь разницей, что для туннелей обычно нет готовых таблиц для K и W_n при разных размерах поперечного сечения. Дадим краткие указания об особенностях решения этих задач, принимая во внимание, что решаются они для туннеля с данным типом профиля; для определенности будем иметь в виду профиль по фиг. 107.

I. Даны: r, a, i (где a — степень наполнения $= \frac{h}{H}$); найти Q. Пользуясь формулами (561) — (563), определяем ω_n и R_n, после чего находим K_n и W_n; далее задача решается, как I задача для водостоков [1]). Отметим, что задача может быть решена и без графиков для A и B, т. е. непосредственным приложением формул (556) — (559) к определению K, но в практическом проектировании графики для A и B весьма полезны [2]).

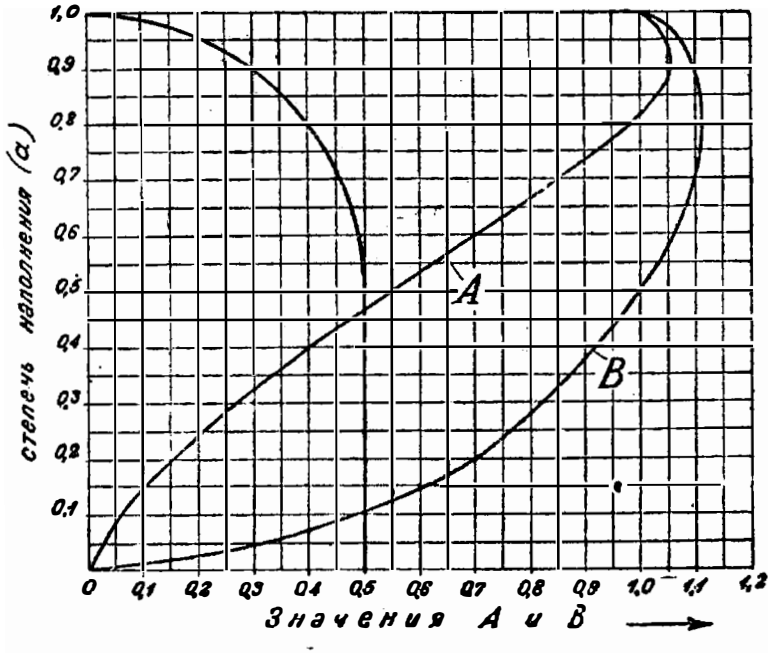


Рис. 109.

II. Даны: r, a, Q; найти i. Способ решения ясен из сказанного относительно II задачи по водостокам.

III. Даны: a, Q, i; найти r. Определив K_n, как в III задаче по водостокам, задаемся различными значениями r и строим кривую

$$K_n = f(r),$$

по которой для требуемого значения K_n находим r графически.

IV. Даны: r, Q, i; найти a. Зная Q и i, находим $K = \frac{Q}{\sqrt{i}}$; затем для данного r определяем K_n, как указано в I задаче по безнапорным туннелям. Далее по (565) получим A, а затем и степень наполнения по графику для A.

---

[1]) См. § 54, после табл. 46.

[2]) Это же замечание относится и к следующим задачам по безнапорным туннелям; решения непосредственно по формулам более сложны.

ГЛАВА VI.

ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В НАПОРНЫХ ТРУБОПРОВОДАХ.

§ 57. Предварительные указания.

В напорном трубопроводе при постоянном диаметре $= d$ и при постоянном расходе $= Q$ на участке длиною $= l$ (фиг. 110) движение жидкости является равномерным и подчиняется соответствующим общим зависимостям, указанным в главе III. Для гидравлических расчетов трубопроводов при турбулентном режиме [1]), наиболее важном в практическом отношении, приведенные в § 33 зависимости следует несколько преобразовать для получения более удобного вида их.

Дадим прежде всего первый вид основного выражения для потери напора в трубопроводах h_f. Из формулы (183)

$$J = \frac{h_f}{l}$$

следует, что

$$h_f = Jl, \quad \ldots \quad (569)$$

куда по (236) можем подставить:

$$J = \frac{Q^2}{K^2}, \quad \ldots \quad (570)$$

причем и находим:

$$h_f = \frac{lQ^2}{K^2}, \quad \ldots \quad (571)$$

где K — модуль расхода, определяемый по общей формуле (237):

$$K = \omega C \sqrt{R},$$

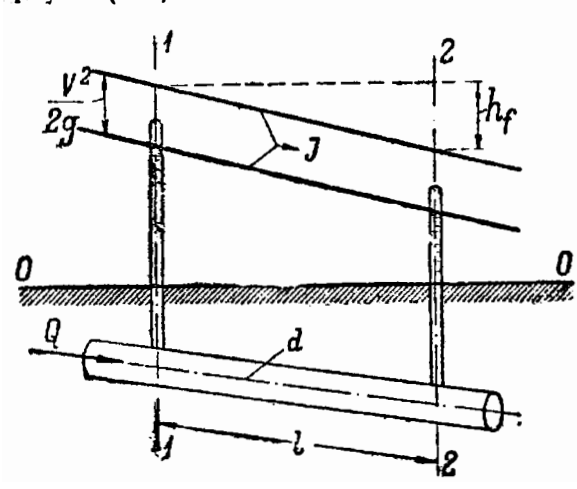


Рис. 110.

в которой при напорных (сплошь заполненных) круглых трубопроводах имеем:

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4}; \quad \ldots \quad (572)$$

$$R = \frac{d}{4}, \quad \ldots \quad (573)$$

а потому

$$K = \frac{\pi C}{8} d^{5/2} \quad \ldots \quad (674)$$

и

$$K^2 = \frac{\pi^2 C^2}{64} d^5 \quad \ldots \quad (575)$$

[1]) О гидравлическом расчете трубопроводов при ламинарном режиме см. ниже в § 64.

Отметим, что основную зависимость для потери напора на трение по длине в напорных трубопроводах удобнее всего писать именно в виде (571). Нередко, впрочем, встречается и другой вид для этой основной зависимости (особенно в руководствах по водоснабжению), который поэтому и приводим здесь. Подставляя (575) в формулу (571), найдем:

$$h_f = \frac{lQ^2}{\frac{\pi^2 C^2}{64} \cdot d^5}, \quad \ldots \quad (576)$$

где можно обозначить:

$$\frac{\pi^2 C^2}{64} = a, \quad \ldots \quad (577)$$

так что получим второй вид основной формулы для h_f:

$$h_f = \frac{lQ^2}{ad^5} \quad \ldots \quad (578)$$

Наконец, укажем, что аналогично формуле (571) величину потери напора h_f можно выразить и через модуль скорости W:

$$h_f = \frac{lV^2}{W^2}, \quad \ldots \quad (579)$$

причем для круглых напорных труб

$$W = \frac{C\sqrt{d}}{2}; \quad W^2 = \frac{C^2 d}{4}; \quad \ldots \quad (580)$$

формула (579), не являясь „основной", все же может быть иногда полезна при решении некоторых отдельных вопросов по напорным трубопроводам.

Приведенные в настоящем параграфе зависимости особенно удобны для гидравлических расчетов при применении для коэфициента Шези C квадратичных формул и формул простого показательного типа.

§ 58. Расчетные формулы для чугунных водопроводных труб средних и больших диаметров.

В зависимостях, указанных в предыдущем параграфе, коэфициент C можно находить по эмпирическим формулам, данным в главе IV, при соответствующем выборе в них коэфициента шероховатости в зависимости от рода стенок трубы. Однако, помимо этих общих формул, имеется и ряд специальных формул для различных категорий трубопроводов, в том числе — прежде всего, конечно, для чугунных водопроводных труб, как наиболее распространенного вида напорных трубопроводов. Для таких труб мы и укажем теперь наиболее важные расчетные формулы для коэфициента C, а именно — формулы Куттера, Маннинга, Дарси и формулу Хэзен-Вильямса.

1°. В формуле Куттера:

$$C = \frac{100}{1 + \frac{k}{\sqrt{R}}} \quad \ldots \quad (581)$$

коэфициент k для труб, бывших некоторое время в употреблении, берется

$$k = 0{,}25 \text{ (для метровых размеров)}, \quad \ldots \quad (582)$$

так что формула (581) для практических расчетов получает вид

$$C = \frac{100}{1 + \frac{0.25}{\sqrt{R}}}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (583)$$

или

$$C = \frac{100}{1 + \frac{0,5}{\sqrt{d}}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (584)$$

Для новых чугунных труб следует считать $k = 0,20$. При значениях $k = 0,25$ и $k = 0,20$ формула Куттера довольно близко соответствует „сокращенной" формуле Гангилье-Куттера, в которой при этом берется: $n = 0,012$ для труб, бывших в употреблении, и $n = 0,011$ для чистых труб.

ТАБЛИЦА 53.

Величины модуля скорости W и модуля расхода K для труб разных диаметров при коэфициенте C по Kutter'y:

$$C = \frac{100}{1 + \frac{0,25}{\sqrt{R}}}.$$

Диаметр d мм	W м/сек	W^2 (м сек)^2	K л/сек	K^2 (л/сек)^2
40	2,857	8,16	3,590	12,89
50	3,455	11,93	6,782	46,02
75	4,846	23,48	21,41	458,22
100	6,125	37,53	48,10	$2,314 \cdot 10^3$
125	7,323	53,62	89,86	$8,076 \cdot 10^3$
150	8,453	71,45	149,37	$22,31 \cdot 10^3$
175	9,529	90,80	229,20	$52,53 \cdot 10^3$
200	10 56	111,45	331,66	$110,00 \cdot 10^3$
225	11,54	133,33	459,10	$210,78 \cdot 10^3$
250	12,50	156,25	613,30	$376,13 \cdot 10^3$
300	14,31	204,96	$1,012\ 10^3$	$1,024 \cdot 10^6$
350	16,03	257,04	$1,540 \cdot 10^3$	$2,379 \cdot 10^6$
400	17,66	311,90	$2,220 \cdot 10^3$	$4,926 \cdot 10^6$
450	19,22	369,27	$3,057 \cdot 10^3$	$9,340 \cdot 10^6$
500	20,73	429,63	$4,070 \cdot 10^3$	$16,57 \cdot 10^6$
600	23,54	553,95	$6,655 \cdot 10^3$	$44,29 \cdot 10^6$
700	26,16	684,54	$10,08 \cdot 10^3$	$101,38 \cdot 10^6$
750	27,45	753,67	$12,13 \cdot 10^3$	$147,09 \cdot 10^6$
800	28,68	822,85	$14,42 \cdot 10^3$	$207,89 \cdot 10^6$
900	31,07	964,80	$19,76 \cdot 10^3$	$390,46 \cdot 10^6$
1000	33,34	$1,111 \cdot 10^3$	$26,18 \cdot 10^3$	$685,37\ 10^6$
1200	37,61	$1,414 \cdot 10^3$	$42,53 \cdot 10^3$	$1,809 \cdot 10^9$

ТАБЛИЦА 54.

Величины модуля скорости W и модуля расхода K для труб разных диаметров при коэфициенте C по Manning'у:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} = 83{,}3\ R^{1/6}.$$

Диаметр d мм	W м/сек	W^2 (м/сек)^2	K л/сек	K^2 (л/сек)^2
40	3,868	14,96	4,86	23,62
50	4,488	20,15	8,81	77,66
75	5,881	34,59	25,98	675,10
100	7,125	50,77	55,96	$3{,}131 \cdot 10^3$
125	8,269	68,35	101,5	$10{,}30 \cdot 10^3$
150	9,336	87,16	164,9	$27{,}22 \cdot 10^3$
175	10,35	107,12	248,9	$61{,}95 \cdot 10^3$
200	11,31	127,90	355,3	$126{,}24\ 10^3$
225	12,23	149,65	486,4	$236{,}58 \cdot 10^3$
250	13,13	172,24	644,3	$415{,}03 \cdot 10^3$
300	14,82	219,64	$1{,}047 \cdot 10^3$	$1{,}097 \cdot 10^6$
350	16,43	269,78	$1{,}580 \cdot 10^3$	$2{,}497 \cdot 10^6$
400	17,95	322,38	$2{,}256 \cdot 10^3$	$5{,}090 \cdot 10^6$
450	19,43	377,14	$3{,}089 \cdot 10^3$	$9{,}539 \cdot 10^6$
500	20,83	434,03	$4{,}091 \cdot 10^3$	$16{,}733 \cdot 10^6$
600	23,53	553,45	$6{,}652 \cdot 10^3$	$44{,}24 \cdot 10^6$
700	26,08	679,77	$10{,}04 \cdot 10^3$	$100{,}70 \cdot 10^6$
750	27,30	745,25	$12{,}06 \cdot 10^3$	$145{,}45 \cdot 10^6$
800	28,50	812,23	$14{,}33 \cdot 10^3$	$205{,}23 \cdot 10^6$
900	30,83	950,34	$19{,}61 \cdot 10^3$	$384{,}61 \cdot 10^6$
1000	33,08	$1{,}094 \cdot 10^3$	$25{,}99 \cdot 10^3$	$674{,}98 \cdot 10^6$
1200	37,34	$1{,}394 \cdot 10^3$	$42{,}23 \cdot 10^3$	$1{,}784 \cdot 10^9$

По формуле Куттера (при $k = 0{,}25$) нами составлены для модуля расхода значения величин K и K^2 для разных диаметров, помещаемые в таблице 53, где даны также значения W и W^2 (для модуля скорости).

2°. В формуле Маннинга (для метров):

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (585)$$

коэфициент n для труб, бывших в употреблении, берется равным

$$n = 0{,}012, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (586)$$

для новых же чугунных труб $n = 0{,}011$. Расчетным значением является (586), причем вместо (585) будет:

$$C = C' R^{1/6} = 83{,}3\ R^{1/6} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (587)$$

В соответствии с этой последней зависимостью, т. е. при $n=0{,}012$, нами и составлена таблица 54, где для модуля расхода даны значения K и K^2, а для модуля скорости — значения W и W^2.

3°. Остановимся теперь еще **на формуле Дарси,** данной еще в шестидесятых годах XIX века, отмечая, что самый вид этой формулы весьма удобен в тех случаях, когда приходится складывать потери напора по длине и местные потери в трубопроводе.

По этой формуле для определения потери h_l имеем:

$$h_l=\frac{\lambda l}{d}\cdot\frac{V^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (588)$$

где по Дарси

$$\lambda=\frac{1}{50}\left(1+\frac{1}{40d_м}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (589)$$

Формула эта дана для „чистых" (новых) водопроводных труб; для труб „загрязненных" (бывших в употреблении) по Зонне (Sonne) следует увеличивать значения λ, умножая их на „коэфициент загрязнения σ согласно таблице 55:

ТАБЛИЦА 55.

$d_м=$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0
$\sigma=$	2,0	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,2	1,1

Следует помнить, что в опытах Дарси наибольший диаметр труб составлял 0,5 метра. Значения λ по Дарси приводим в таблице 56, где кроме того даны также и значения этого отвлеченного коэфициента по Куттеру и по Маннингу. В связи с этим необходимо заметить следующее.

Вывод выражения (588) может быть весьма просто получен различными путями. Так, например, можно взять зависимость (579), из которой при подстановке (580) найдем:

$$h_l=\frac{4lV^2}{C^2d}=\frac{8g}{C^2}\frac{l}{d}\frac{V^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (590)$$

где обозначим:

$$\lambda=\frac{8g}{C^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (591)$$

или (для метров)

$$\lambda=\frac{78{,}5}{C^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (591')$$

после чего и приходим к виду формулы Дарси (588). Таким образом, пользуясь предложенным Дарси видом формулы (588), отнюдь не обязательно подставлять в эту формулу значение коэфициента λ именно по эмпирической формуле того же Дарси (589), но можно найти величину λ и по более точным формулам, выражая λ по (591) через коэфициент C и беря последний по Куттеру или Маннингу.

4°. В заключение укажем, что в вопросе о выборе основной формулы для практического применения при расчете чугунных водопроводных труб за

последнее десятилетие произошел некоторый сдвиг, сущность которого определяется тем, что основной тенденцией в практике расчета напорных трубопроводов вообще является в последнее десятилетие переход от квадратичных формул к формулам показательным. Эта тенденция особенно заметна в области деревянных, бетонных и железо-бетонных, железных и стальных труб, как мы и увидим из дальнейшего изложения в § 60. Что касается чугунных водопроводных труб, то на них эта тенденция сказалась в Америке и Европе несколько различно,—с одной, однако же, общей стороной: отходом от формулы Куттера, если не вполне решительным, то все же весьма заметным.

ТАБЛИЦА 56.

Диаметр d мм	λ по Дарси	λ по Куттеру при $k = 0{,}25$	λ по Маннингу при $n = 0{,}012$
40	0,0325	0,0962	0,0524
50	0,0300	0,0820	0,0488
75	0,0266	0,0625	0,0425
100	0,0250	0,0523	0,0386
125	0,0240	0,0458	0,0359
150	0,0233	0,0412	0,0338
175	0,0229	0,0378	0,0321
200	0,0224	0,0352	0,0307
225	0,0222	0,0331	0,0295
250	0,0220	0,0314	0,0285
300	0,0216	0,0287	0,0268
350	0,0214	0,0267	0,0255
400	0,0213	0,0252	0,0244
450	0,0211	0,0239	0,0234
500	0,0210	0,0229	0,0226
600	—	0,0213	0,0212
700	—	0,0200	0,0202
750	—	0,0195	0,0197
800	—	0,0191	0,0193
900	—	0,0183	0,0186
1000	—	0,0177	0,0179
1200	—	0,0167	0,0169

В Америке формула Куттера [1]) 10—15 лет тому назад пользовалась весьма большим распространением при расчете водопроводов, и в известном руководстве по водоснабжению Тарньюра и Расселя [2]) она названа „наиболее применяемой", но в том же руководстве, переизданном в 1924 г., указывается уже, что формула Куттера не рекомендуется, и взамен нее выдвигается [3]) формула Хэзен-Вильямса сложно показательного типа. Эта формула (см. ниже § 59), известная в Америке и ранее, за по-

[1]) „Формулой Куттера" в Америке также называется и формула Гангилье-Куттера.
[2]) Turneaure and Russell, „Public Water-Supplies", New York, 1914 p. 256.
[3]) Тот же труд, 3-е издание, 1924 г., стр. 217.

следнее время получает там все большее распространение при расчете водопроводных, а равно и других напорных труб. Кстати укажем здесь, что в новом (третьем) издании руководства Терньюра и Расселя о формуле Маннинга для расчета водопроводных труб даже не упоминается. С другой стороны, впрочем, можно отметить, что некоторыми американскими гидравликами [1]) формула Маннинга рекомендуется для расчета напорных труб вообще (водопроводы, напорные трубопроводы гидросиловых установок и проч.).

Что касается европейской практики, то здесь формула Куттера, бывшая ранее главнейшей расчетной формулой для водопроводных труб, ныне во всяком случае делит свое первое место с показательной формулой Маннинга. Так, в СССР формула Маннинга ныне не только не кажется новой и „непроверенной", но уже обработана в виде весьма подробных расчетных таблиц и применяется на ряду с формулой Куттера [2]). В Германии, однако, формула Куттера, рекомендованная в свое время столь крупным деятелем в области водопроводов, как проф. Люгер, и в последующее время (1914 г.) проф. Вейраухом, сохранила свое прежнее значение. Появившаяся в Англии формула Маннинга (1890 г.), естественно, давно уже находит там обширные применения, в частности — и в области водоснабжения. Во Франции в водопроводном деле наиболее часто пользуются квадратичными формулами Дарси и Базена, а из показательных — формулой Фламана (сложно-показательного вида), которая не приводится здесь, как не имеющая практического применения в СССР.

Таким образом, мы видим, что в СССР, да и вообще в Европе, формулы Куттера и Маннинга в настоящее время имеют примерно одинаковое практическое значение при гидравлическом расчете чугунных водопроводных труб. Что касается сравнительных достоинств этих двух формул по существу, то вполне объективно такое сравнение было бы возможно произвести, лишь опираясь на один и тот же экспериментальный материал, притом — достаточно обширный и разнообразный. Между тем каждая из двух названных формул была получена в результате обработки во всяком случае неодинакового экспериментального материала, как то, впрочем, имело и имеет место и при выработке других формул для коэфициента Шези. В виду этого по поводу формул Куттера и Маннинга в настоящее время можно привести лишь некоторые общие соображения.

Формула Куттера, как показал проф. А. А. Саткевич [3]) на основании своей обработки весьма обширного опытного материала, дает по сравнению с другими формулами лучшее соответствие с действительностью (в пределах использованных названным автором материалов). Коэфициент шероховатости для этой формулы ($k = 0{,}25$) вполне оправдывается обширнейшей практикой его применения. Возражения против применения формулы Куттера для расчетов водопроводных труб сводятся главным образом к тому, что она для малых диаметров ($d < 150$—200 *мм*) дает преувеличенное значение сопротивлений, а следовательно — преувеличенные расчетные диаметры труб, но надо заметить, что для малых диаметров формула Куттера и не должна применяться.

Формула Маннинга для водопроводных труб дала, во всяком случае, весьма хорошие результаты при сопоставлении с действительностью,

---

[1]) См. напр.: King, „Handbook of Hydraulics", New York and London, 1929, p. 184.

[2]) Проф. А. А. Сурин основной расчетной формулой для водопроводов считает формулу Куттера („Водоснабжение", ч. I, 1926); проф. Н. Н. Генцев для расчетов останавливается главным образом на формуле Маннинга („Водоснабжение городов и промышленных предприятий", 1931).

[3]) „Опытное обоснование формул для расчета чугунных водопроводных труб", Петербург, 1914 г.

что было неоднократно проверено; коэфициент шероховатости в этой формуле $n = 0{,}012$ также вполне оправдан практикой для чугунных труб, бывших в употреблении. Наконец, формула Маннинга, как показательная, больше отвечает отмеченной выше общей тенденции гидравлики за последнее время в области расчета трубопроводов. При этом показатель степени R в выражении для коэфициента Шези C по Маннингу весьма близок к тому, который для водопроводных труб получается и в предложенной нами формуле (307):

$$C = \frac{1}{n} R^{y},$$

причем по нашей формуле, в пределах от $R = 0{,}05$ метра до $R = 0{,}3$ метра при $n = 0{,}012$ имеем $y \cong 1/7$ (по Маннингу же $y = 1/6$). В виду этого, в отношении общей закономерности для показателя y, формула Маннинга для водопроводных труб с нашей стороны не встречает практических возражений.

По всем вышеуказанным соображениям, относящимся как к обширности практического применения той и другой формулы, так и к общей оценке их, в настоящее время можно признать в рассматриваемой области формулы Маннинга и Куттера практически равноценными. Подчеркнем, однако, что такой взгляд на формулы Куттера и Маннинга мы относим лишь к водопроводным трубам средних и больших диаметров; что же касается труб малых диаметров ($d < 150 - 200$ *мм*), то о расчете таковых наши соображения приведены ниже (§ 59).

Что касается формулы Дарси, то, как уже указано выше в настоящем параграфе ($n \cdot 3°$), самый вид ее весьма удобен при сложении потерь напора на трение по длине и местных потерь, хотя численное значение коэфициента λ по формуле Дарси (589) в настоящее время не имеет серьезного практического значения. Здесь же надо отметить, что новые опытно-гидромеханические формулы для учета потерь напора в трубах имеют вид формулы Дарси, но коэфициент λ в них, конечно, определяется по особым зависимостям, о коих сказано в § 63.

Формулу Хэзен-Вильямса мы рассмотрим особо (§ 59), как далекую в настоящее время от расчетной практики в области водоснабжения в СССР и как имеющую к тому же ряд приложений в других случаях, помимо расчета чугунных водопроводных труб средних и больших диаметров. К этой формуле теперь и обратимся.

§ 59. Формула Хэзен-Вильямса (Hazen-Williams).

Формула, предложенная инженером Хэзеном (Hazen) и профессором Вильямсом (Williams), принадлежит к формулам сложно-показательного типа (см. § 38) и в том виде, какой дают ей ее авторы, пишется так:

$$V = C_{HW} \cdot R^{0{,}63} \cdot J^{0{,}54} \cdot 0{,}001^{-0{,}04}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (592)$$

где коэфициент C_{HW} зависит только от рода стенок водотока, причем для этого коэфициента авторами дается, в соответствии со степенью шероховатости стенок, ряд значений как для трубопроводов, так и для открытых русел. В виду того, что эта формула до сего времени сравнительно мало известна в СССР, остановимся на ней несколько подробнее.

Прежде всего выясним причину появления в правой части формулы (592) множителя $0{,}001^{-0{,}04}$. Авторы формулы указывают, что инженеры обыкновенно хорошо представляют себе значения коэфициента Шези C для „обычных уклонов" порядка 0,001, а потому, по мнению авторов, было желательно

построить формулу (592) таким образом, чтобы значение входящего в нее коэфициента C_{HW} и значение коэфициента Шези C были примерно близки между собой для водотоков одинаковой шероховатости при уклоне $J=0{,}001$ и при $R=1$. При этом имеем:

$$V=C\sqrt{RJ}=C_{HW}\cdot R^{0{,}63}\cdot J^{0{,}54}\cdot\xi, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (593)$$

где ξ — неизвестная, подлежащая определению из условия $C=C_{HW}$ при $J=0{,}001$ и $R=1$. Поэтому и будет:

$$\xi=\frac{C}{C_{HW}}\cdot R^{0{,}5-0{,}63}\cdot J^{0{,}5-0{,}54}=0{,}001^{-0{,}04} \quad \ldots\ldots \quad (594)$$

Так как

$$0{,}001^{-0{,}04}=1{,}318=\sim 1{,}32,$$

то формулу (592) можно переписать также и в виде:

$$V=1{,}32\,C_{HW}\,R^{0{,}63}\,J^{0{,}54} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (595)$$

В виде (592) или (595) формула Хэзен-Вильямса дается обычно в американских и английских руководствах по гидравлике и гидротехнике. Надо однако сказать, что в указанном „усложнении" внешнего вида формулы нет никакой надобности, так как при других значениях гидравлического радиуса и уклона желаемого соответствия между коэфициентами C_{HW} и C мы уже не получаем. Поэтому, вводя обозначение:

$$C'=1{,}32\,C_{HW}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (596)$$

мы будем в дальнейшем писать формулу Хэзен-Вильямса лишь в виде:

$$V=C'R^{0{,}63}\,J^{0{,}54}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (597)$$

что вполне соответствует I виду сложно-показательных формул (266), как указано в § 38, так что по Хэзен-Вильямсу в формуле (266) для показателей имеем:

$$Y=0{,}63; \quad Z=0{,}54, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (598)$$

а потому по (268) — (269) будет:

$$\left.\begin{aligned} y&=Y-0{,}5=0{,}13;\\ z&=Z-0{,}5=0{,}04. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (599)$$

Что касается написания формулы Хэзен-Вильямса по II виду сложно-показательных формул (271), т. е. по виду:

$$J=\frac{A'V^m}{R^p},$$

то здесь по (272) — (274) находим:

$$m=\frac{1}{Z}=\frac{1}{0{,}54}=1{,}85; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (600)$$

$$p=\frac{Y}{Z}=\frac{0{,}63}{0{,}54}=1{,}17; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (601)$$

$$A'=\frac{1}{(C')^m}=\frac{1}{(C')^{1{,}85}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (602)$$

причем для уклона J получим:

$$J = \frac{V^{1,85}}{(C')^{1,85} R^{1,17}}, \quad \ldots \quad (603)$$

или, сохраняя коэфициент A':

$$J = \frac{A' V^{1,85}}{R^{1,17}} \quad \ldots \quad (604)$$

Приведем еще I вид выражения для коэфициента Шези C, соответствующий формуле Хэзен-Вильямса, на основании зависимости (270), где по (599) будет: $y = 0{,}013$, $z = 0{,}04$, так что

$$C = C' R^{0,13} J^{0,04} \quad \ldots \quad (605)$$

В американских и английских руководствах дается большею частью лишь значение коэфициента C_{HW} в формуле Хэзен-Вильямса (592) или (595) и притом в футовых мерах. Поэтому укажем связь между коэфициентом C_{HW}, взятом для футов, и коэфициентом C', взятым для метров [1]):

$$C' = 0{,}845 C_{HW}, \quad \ldots \quad (606)$$

причем для характерных значений этих коэфициентов имеем следующую табличку, в которой даны также значения A' к формуле (604):

ТАБЛИЦА 57.

C_{HW} (для футов)	C' (для метров)	A' (для метров)
150	127	0,000129
140	118	0,000146
130	110	0,000168
120	101,5	0,000195
110	93	0,000228
100	84,5	0,000272
90	76	0,000331
80	67,5	0,000412

Отметим, что в этой таблице даны лишь значения C_{HW} и C', встречающиеся в практике для напорных трубопроводов различных типов. Только для напорных трубопроводов мы и имеем в виду формулу Хэзен-Вильямса, так как для каналов и в Америке она не получила достаточного практического распространения, что и понятно, так как область турбулентного движения в открытых руслах вполне укладывается для практических целей в рамки квадратичных или простых показательных формул.

1°. Чугунные водопроводные трубы средних и больших диаметров. Обращаясь теперь к чугунным водопроводным трубам, укажем прежде всего, что для них Хэзен и Вильямс связывают расчетное значение коэфициента C_{HW} в формуле (592) или (595) с возрастом труб, рекомендуя значения,

[1]) Во избежание недоразумений отметим, что и во всем дальнейшем в формуле Хэзен-Вильямса мы считаем коэфициент C_{HW} для футов, а коэфициент C' для метров.

помещаемые в таблице 58 (для футов), причем N — число лет работы трубы (возраст трубы).

ТАБЛИЦА 58.

Значения коэфициента C_{HW} (для фут.) к формуле Hazen-Williams'a.

Диаметр d (дюймы)	Возраст трубы N (в годах)						
	0	5	10	20	30	40	50
4	130	118	107	89	75	64	55
8	130	119	109	93	83	73	65
12	130	120	111	96	86	77	70
16	130	120	112	98	87	80	72
24	130	120	113	100	89	81	74
30	130	120	113	100	90	83	76
36	130	120	113	100	90	83	76
40	130	120	113	100	90	83	77
60	130	120	113	100	90	83	77

При переводе в метры для коэфициента C' в формуле (597) имеем соответствующие значения, приводимые в таблице 59:

ТАБЛИЦА 59.

Значения коэфициента C' (для метров) к формуле Hazen—Williams'a.

Диаметр d в *см*	Возраст трубы N (в годах)						
	0	5	10	20	30	40	50
10	110	100	90	75	63	54	46
20	110	100	92	78	70	62	55
30	110	101	94	81	73	65	59
40	110	101	94	83	74	67	61
60	110	101	95	85	75	68	63
75	110	101	95	85	76	70	64
90	110	101	95	85	76	70	64
100	110	101	95	85	76	70	65
150	110	101	95	85	76	70	65

Что касается расчетного значения C' для чугунных водопроводных труб средних и больших диаметров ($d > 150—200$ *мм*), то таковое должно соответствовать слегка „туберкулированным" трубам, т. е. несколько загрязненным после первых лет эксплоатации вследствие появления осадков на стенках труб. В Америке большею частью (но не всегда) берется [1]) расчетное

[1]) Так, напр., в вышеуказанном (§ 58) руководстве Тарньюра и Расселя расчетная номограмма составлена для $C_{HW} = 120$.

значение $C_{HW}=120$, причем для C' получаем значение:

$$C'=101{,}4\cong 100. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (607)$$

Округленное значение ($C'=100$) соответствует сроку порядка 6—7 лет, прошедшему с начала эксплоатации труб, что можно считать вполне приемлемым, — в особенности принимая во внимание, что расчетное значение коэфициента n в формуле Маннинга ($n=0{,}012$) также примерно отвечает по Таттону (Tutton) этому сроку. Правильность значения $C'=100$ можно подтвердить также и следующим примерным подсчетом: чистым трубам по Хэзен-Вильямсу отвечает значение $C_{HW}=130$, по Маннингу же для таких труб $n=0{,}011$; следовательно, величина $n=0{,}012$ соответствует в формуле Хэзен-Вильямса значению $C_{HW}=\frac{130\cdot 11}{12}=119$ (для футов) или $C'=0{,}845\cdot 119\cong 100$ [1]).

Итак, для чугунных труб средних и больших диаметров ($d>150$—200 *мм*) мы получаем расчетную формулу Хэзен-Вильямса в виде (метры):

$$V=100\ R^{0{,}63}\ J^{0{,}54} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (608)$$

Для расчета водопроводных труб по формуле Хэзен-Вильямса нами составлен логарифмический график (фиг. 111), пригодный не только для $C'=100$, но и для различных значений C'. Для получения такого графика следует представить зависимость (597) в виде:

$$\frac{V}{C'}=R^{0{,}63}\ J^{0{,}54}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (609)$$

откуда

$$\log\left(\frac{V}{C'}\right)=0{,}63\log R+0{,}54\log J, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (610)$$

или, так как $R=\frac{d}{4}$, то

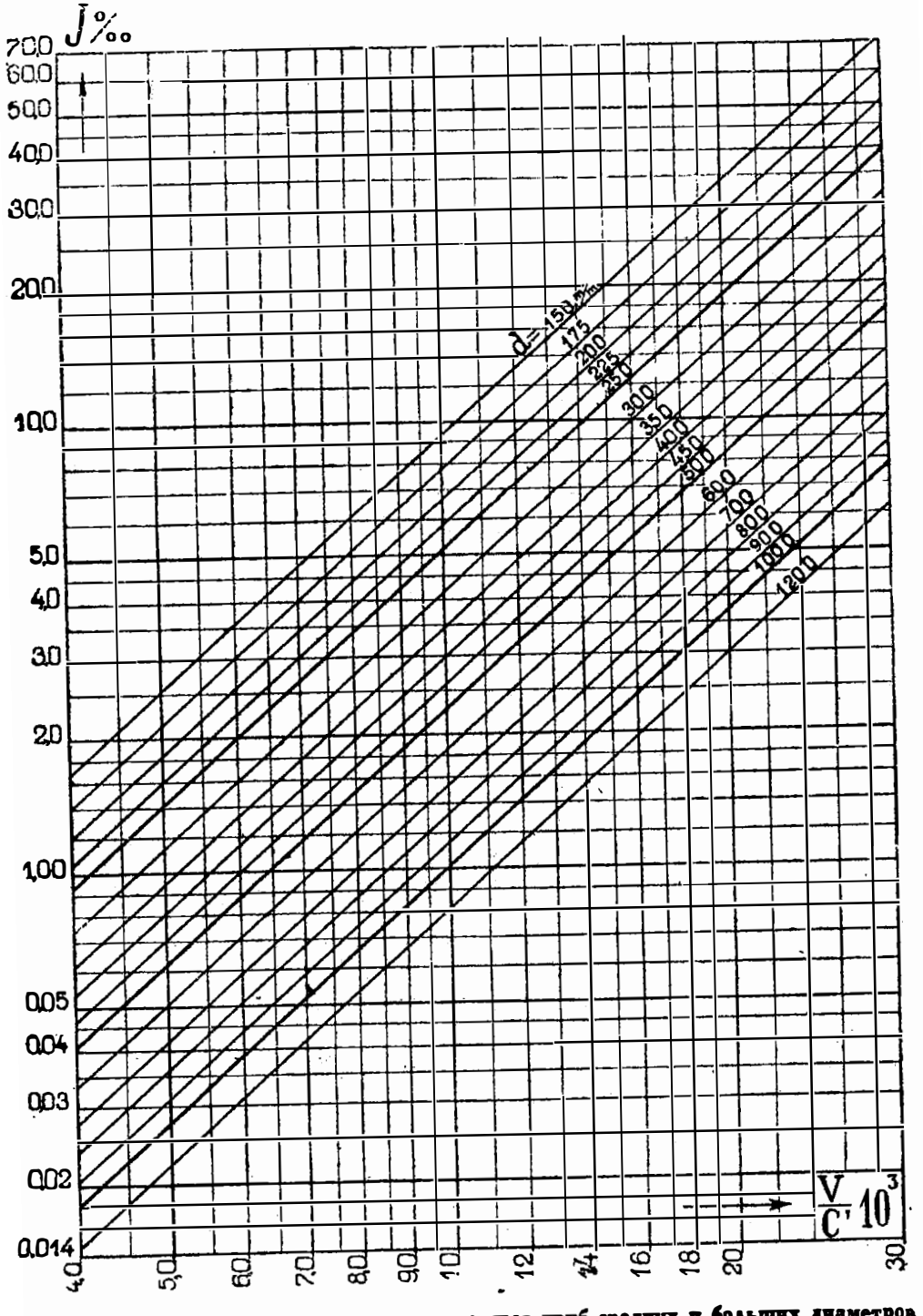
$$\log\left(\frac{V}{C'}\right)=0{,}63\log\left(\frac{d}{4}\right)+0{,}54\log J \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (611)$$

На графике по оси ординат отложены значения пьезометрических уклонов J в $^0/_{00}$ (в „промиллях", т. е. написанные на вертикальной оси значения отвечают числу тысячных в величине уклона J), по оси абсцисс — величины $\frac{V}{C'}\cdot 10^3$, причем V считается в *м/сек*. Прямые наклонные линии отвечают различным значениям диаметра d, написанным в миллиметрах. Примеры применения графика приводятся ниже в § 62.

Будучи формулой „сложно-показательного" типа, формула Хэзен-Вильямса стремится учесть влияние вязкости [2]) на гидравлические сопротивления по длине трубопровода, чего не имеют в виду квадратичные формулы (какова формула Куттера) и формулы простого показательного типа (какова формула Маннинга). В связи с этим надо отметить следующее: для гладких стенок (новые чугунные трубы, свинцовые трубы, деревянные трубы и т. п.) влияние вязкости сказывается достаточно заметно, почему для таких труб формулы сложно-показательного вида даже и с практической

[1]) Иногда в формуле Хэзен-Вильямса принимается значение $C_{HW}=100$, что соответствует возрасту труб примерно в 20 лет ($C'\cong 85$). Столь низкие значения C_{HW} и C' могут и должны быть устранены путем своевременной чистки водопроводных труб.

[2]) См. главу IV, § 38.



Фиг. 111. — График для расчета водопроводных труб средних и больших диаметров по формуле Hazen-William's.

стороны являются более подходящими; для шероховатых же стенок (старые чугунные трубы, обыкновенные бетонные трубы и проч.) при турбулентном движении влияние вязкости практически не сказывается, почему для таких труб вполне достаточны квадратичные формулы или простые показательные. Чугунные слегка загрязненные („туберкулированные") трубы, для которых и ведется обычно расчет, занимают некоторое промежуточное положение между „гладкими" и „более шероховатыми" трубами, и это обстоятельство повело к тому, что для чугунных водопроводных труб мы имеем в практике две группы расчетных формул: формулы квадратичные или простые показательные (Куттера, Маннинга, Гангилье-Куттера, Базена и пр.) и формулы сложно-показательные (Хэзен-Вильямса, Лямпе, Фламана и др.).

Если в первой группе наиболее важное место занимают формулы Куттера и Маннинга, то во второй группе наиболее ценной в практическом отношении является формула Хэзена и Вильямса, которая, как уже отмечено в предыдущем параграфе, получила в Америке значительное распространение. Кроме того, следует указать, что формула Хэзен-Вильямса (см. табл. 58—59) дает возможность весьма просто и конкретно подойти к некоторому среднему учету влияния возраста труб на величину гидравлических сопротивлений по длине (при средних физико-химических качествах воды, влияющих на образование туберкуляции в трубах), что иногда может иметь немаловажное практическое значение.

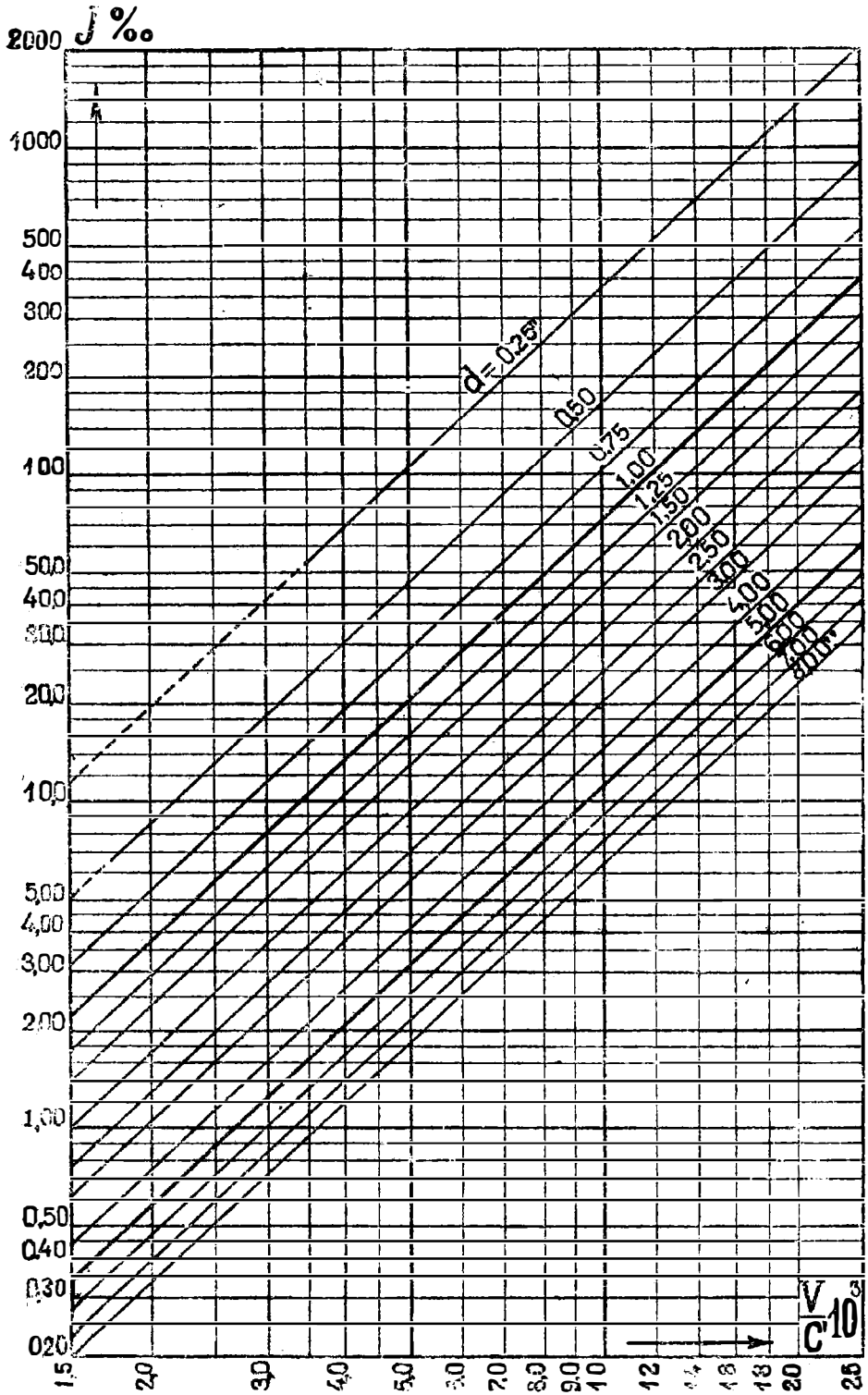
2°. Водопроводные трубы малого диаметра. К водопроводным трубам малого диаметра следует отнести, главным образом, трубы домового водоснабжения, т. е. чугунные трубы диаметром 40—150 *мм* и железные (газовые) трубы диаметром примерно от $^1/_2''$ до $4''$. Формула Куттера дает для малых диаметров заведомо преувеличенные сопротивления, а следовательно — преувеличенные диаметры при расчете. Формула Маннинга несколько более подходит для расчета труб малого диаметра, чем формула Куттера, но все же, по нашему мнению, не является для этой области расчета наилучшей из известных в настоящее время практических формул.

Мы предпочитаем для труб малых диаметров формулу Хэзен-Вильямса: для таких диаметров мы имеем сравнительно небольшие значения Рейнольдсова числа (хотя и больше критического), и потому распространение на эти диаметры формулы Маннинга является лишь экстраполяцией этой формулы, достаточно проверенной для больших Рейнольдсовых чисел, свойственных трубам средних и больших диаметров; между тем при разработке своей формулы Хэзен и Вильямс имели в виду также и малые диаметры, хотя экспериментальный материал их в этом отношении и не может быть признан вполне достаточным. Далее, при приложении формулы Маннинга к трубам малых диаметров обычно сохраняют и коэфициент шероховатости $n = 0{,}012$, применяемый при расчете средних и больших диаметров, что не может быть признано правильным, так как в трубах малых диаметров влияние туберкуляции сказывается заметнее (т. е. появляется раньше), чем в трубопроводах больших и средних диаметров. В связи с этим для чугунных и железных (газовых) труб малых диаметров следует принимать несколько больший расчетный коэфициент шероховатости, т. е. меньшее значение коэфициента C' в формуле Хэзен-Вильямса (597), уже не равное 100. Хэзен и Вильямс для водопроводных труб малых диаметров полагают $C_{HW} = 100$, чему в (597) для метровых мер соответствует

$$C' \cong 85, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (612)$$

так что для малых водопроводных труб формула Хэзен-Вильямса (597) будет иметь вид:

$$V = 85 R^{0{,}63} J^{0{,}54}. \quad \ldots \ldots \quad (613)$$



Фиг. 112. — График для расчета водопроводных труб малых диаметров по формуле Hazen-Williams'a.

Полагая, таким образом, что, при настоящем состоянии наших гидравлических знаний и экспериментальных данных о движении в чугунных и железных (газовых) трубах малых диаметров, формула Хэзен-Вильямса является наиболее приемлемой для таких труб, мы и даем на фиг. 112 соответствующий логарифмический график, построенный аналогично вышеприведенному графику (фиг. 111) для средних и больших диаметров и пригодный при различных значениях C'. Для железных (газовых) труб вычисления при построении графика произведены для номинального их диаметра (на фиг. 112 диаметры указаны в дюймах). Две пунктирные линии, которыми для расчетов пользоваться не следует, проведены на фиг. 112 для области чисел Рейнольдса (по отношению к диаметру) $\leqslant 2000$, т. е. для

$$Re_d = \frac{Vd}{\nu} \leqslant 2000, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (614)$$

где ν — кинематический коэфициент вязкости [1]).

3°. Железные и стальные водопроводные трубы больших диаметров. Применяемые иногда в водопроводном деле железные и стальные трубы больших диаметров в отношении гидравлических сопротивлений не отличаются от таких же труб, применяемых в гидросиловых установках. Расчетные формулы для таких труб мы приводим в § 60. При этом одной из основных формул является именно формула Хэзен-Вильямса; последним обстоятельством еще более подчеркивается важность этой формулы в области расчета трубопроводов.

В связи со всем сказанным понятны те причины, по которым мы хотели бы обратить внимание советских гидравликов, гидротехников и специалистов по водопроводному делу на формулу Хэзен-Вильямса, — к сожалению, до сего времени весьма мало у нас известную.

§ 60. Формулы для деревянных, бетонных и железо-бетонных, железных и стальных труб.

Так как при напорном движении в круглых трубопроводах гидравлический радиус весьма просто выражается через диаметр $\left(R = \frac{d}{4}\right)$, то эта подстановка обычно и вводится в показательные формулы для труб, как то сделано и в нижеприводимых в настоящем параграфе формулах [2]).

При введении диаметра d в такие формулы, их I вид вместо (286) будет:

$$V = C'' d^Y J^Z, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (615)$$

где

$$C'' = \frac{C'}{4^Y}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (616)$$

II вид вместо (271) предстанется так:

$$J = \frac{A'' V^m}{d^p}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (617)$$

где

$$A'' = 4^p \cdot A', \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (618)$$

---

[1]) В связи с этим см. § 64, п. 1°; некоторые дальнейшие замечения о трубах малых диаметров см. также в § 61, п. 2°, и в § 63, п. 3°.

[2]) Лишь формула Hazen-Williams'a (см. ниже п. 3°) оставлена в прежнем виде (597) для сохранения связи с изложенным в § 59.

причем входящие в эти формулы показатели (Y, Z, m, p) — те же, что и в § 38. Между коэфициентами C'' и A'' сохраняется та же связь, как и между C' и A', а именно:

$$A'' = \frac{1}{(C'')^{\frac{1}{Z}}} = \frac{1}{(C'')^{m}}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (619)$$

$$C'' = \frac{1}{(A'')^{\frac{1}{m}}} = \frac{1}{(A'')^{Z}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (620)$$

Что касается коэфициента Шези C, то, выражая его для показательных формул через d и J, имеем:

$$C = 2C''d^{y} J^{z}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (621)$$

выражая же коэфициент C через d и V, найдем:

$$C = 2\,(C'')^{m/2} \cdot V^{1-\frac{m}{2}} d^{\frac{p}{2}-\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{A''}} \cdot V^{1-\frac{m}{2}} \cdot d^{\frac{p}{2}-\frac{1}{2}}, \quad \ldots\ldots \quad (622)$$

где y и z, m и p — те же показатели, что и в § 38, причем коэфициент C относится к формуле: $V = C\sqrt{RJ}$, а не к формуле: $V = C\sqrt{d \cdot J}$.

Полезно заметить, что при применении показательных формул величина коэфициента Шези C может понадобиться для определения коэфициента Дарси λ, необходимого, в свою очередь, при сложении потерь напора на трение по длине и потерь местных. Пользуясь выражением (621), найдем для λ:

$$\lambda = \frac{8g}{C^2} = \frac{2g}{(C'')^2\, d^{2y}\, J^{2z}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (623)$$

или по (622):

$$\lambda = \frac{8g}{C^2} = \frac{2g}{(C'')^m\, V^{2-m}\, d^{p-1}} = \frac{2g\, A''}{V^{2-m}\, d^{p-1}} \quad \ldots\ldots \quad (624)$$

Для труб, указанных в заголовке настоящего параграфа, ниже приводятся рекомендуемые американские формулы в их оригинальном виде (для английских мер) и в переводе на метрические меры. Чтобы не делать каждый раз оговорок, обращаем здесь внимание на то, что в формулах для метрических мер скорость V должна быть выражена в *м/сек*, диаметр d — в метрах; если в некоторых нижеприводимых формулах диаметр выражается в сантиметрах, то при обозначении его ставится соответствующий значок ($d_{см}$).

1°. Для деревянных клепочных труб приведем получившую всеобщее распространение „сложно-показательную" формулу [1]) американского инженера Скобея (Scobey), которая для английских мер имеет вид:

$$J^{0}/_{00} = 1000\, J = 0{,}419 \frac{V^{1{,}8}}{d^{1{,}17}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (625)$$

где V выражается в фут/сек, d — в футах. Для метрических мер

$$J = 0{,}000885 \frac{V^{1{,}8}}{d^{1{,}17}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (626)$$

или

$$J = 0{,}196 \frac{V^{1{,}8}}{d_{см}^{1{,}17}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (626')$$

[1]) Scobey, „The Flow of Water in Wood Stave Pipe", U. S. Depart. of Agricult., Bull. 376, 1916 (переиздано в 1926 г.).

Таков II вид этой формулы (по терминологии § 38); I вид выражается так:

$$V = 49{,}7\, d^{0{,}65}\, J^{0{,}555}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (627)$$

откуда видим, что формула Scobey имеет показатели:

$$\left.\begin{aligned} Y &= 0{,}65; \quad y = 0{,}15; \\ Z &= 0{,}555; \quad z = 0{,}055, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (628)$$

а потому для коэфициента Шези по (621) будет:

$$C = 99{,}4\, d^{0{,}15}\, J^{0{,}055} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (629)$$

На фиг. 113 дается составленный нами логарифмический график для формулы Scobey; по вертикальной оси отложены уклоны в „промиллях" (т. е. величины $1000\,J$), по горизонтальной — скорость V в *м/сек.*[1])

Укажем, что по опытам Scobey его формуле для деревянных клепочных труб приблизительно соответствуют следующие коэфициенты шероховатости n по шкале Гангилье — Куттера: для труб диаметром $d < 0{,}75$ *м* коэф. $n \cong 0{,}011$; для труб диаметром $d > 0{,}75$ *м* коэф. $n \cong 0{,}0125$.

2°. Для бетонных и железо-бетонных трубопроводов наиболее подробная и тщательная (до настоящего времени) обработка весьма обширных опытных данных принадлежит также Скобею (Scobey), формула[2]) которого в первую очередь и может быть рекомендована для названного вида трубопроводов. Для английских мер эта формула (простого показательного типа) пишется автором в виде:

$$J^{0}/_{00} = 1000\, J = \frac{V^2}{C_s^2\, d^{1{,}25}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (630)$$

где V выражается в фут/сек, d — в дюймах; C_s есть коэфициент Скобея, значения коего автором формулы даются в зависимости от „класса" трубопровода (табл. 60). Чтобы привести эту формулу к виду (617), следовало бы писать ее так:

$$J = \frac{A_s\, V^2}{d^{1{,}25}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (631)$$

где вводимый нами коэфициент

$$A_s = \frac{1}{1000\, C_s^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (632)$$

для тех же мер, как и в формуле (630).

Для метрических мер указанная формула по II виду (согласно нашей терминологии) будет:

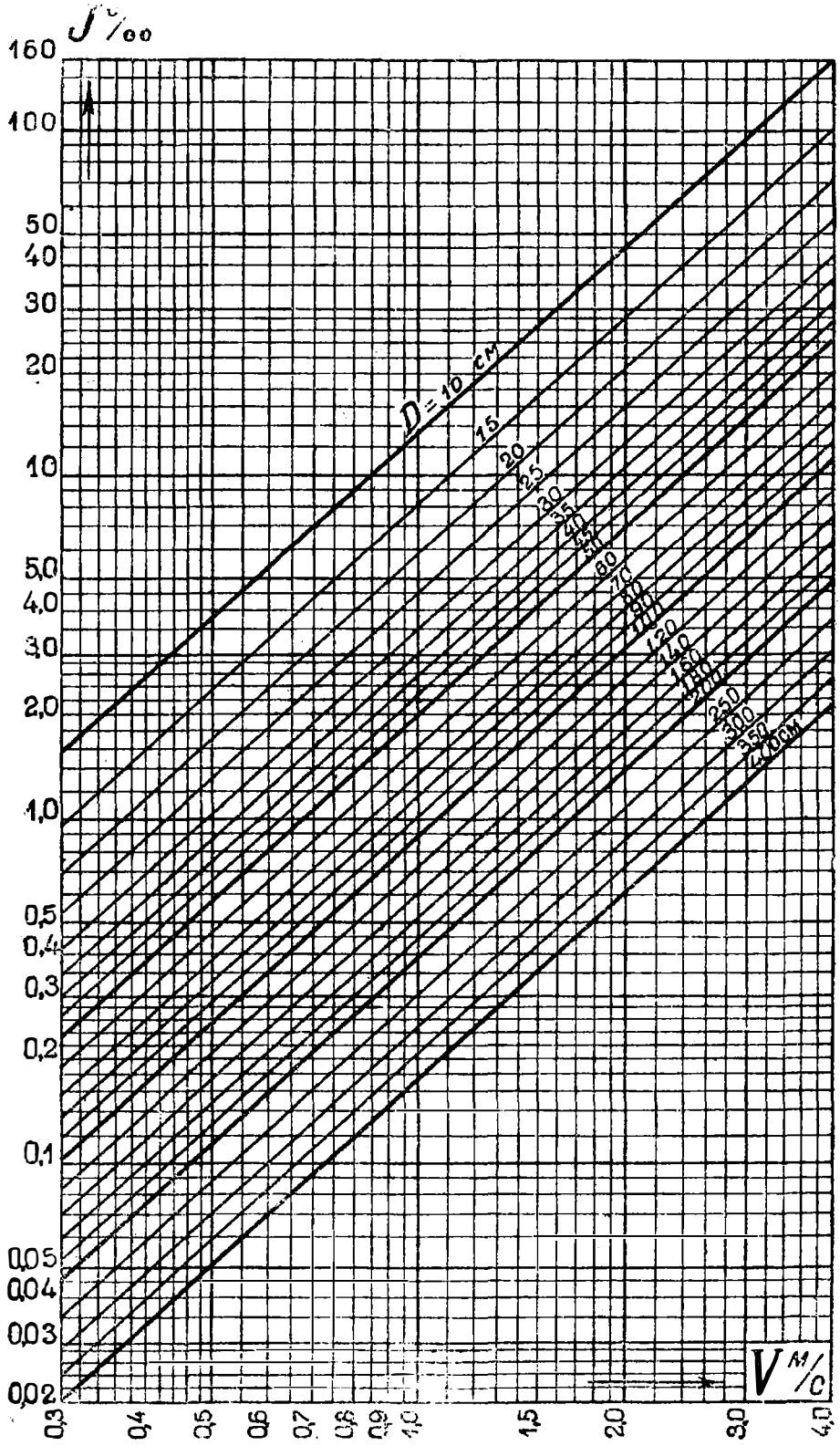
$$J = \frac{A''\, V^m}{d^p} = \frac{A''\, V^2}{d^{1{,}25}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (633)$$

где коэфициент A'' берется по табл. 60.

---

[1]) Отметим, что к своей формуле Скобей предлагает такую поправку: расчетный расход следует увеличивать на 5% для труб без осадков, на 10% — при возможности осадков и на 15% при значительных осадках.

[2]) Scobey „The Flow of Water in Concrete Pipe", U. S. Depart. of Agricult., Bull. 852, 1920.



Фиг. 113. — **График для расчета деревянных клепочных труб по формуле Scobey.**

Далее, I вид той же формулы для метров будет

$$V = C''d^{Y} J^{Z} = C''d^{0,625} J^{0,5} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (634)$$

где

$$C'' = \frac{1}{\sqrt{A''}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (635)$$

причем значения C'' также приводятся в табл. 60.

ТАБЛИЦА 60.

Коэфициенты в формуле Скобея (Scobey) для бетонных труб.

Класс	Характеристика трубопровода	C_s	A''	C''
I	Бетонные трубы при мало удовлетворительном производстве работ, укладываемые из отдельных коротких звеньев, без достаточного внимания к устройству гладких стыков	0,267	0,001530	25,57
II	Бетонные трубы из обычных отдельных звеньев при вполне удовлетворительном производстве работ, оштукатуренные цементным раствором с правильным устройством стыков; монолитные трубы при деревянных формах	0,310	0,001135	29,68
III	При хорошем производстве работ: бетонные трубы с длинными звеньями диаметром не менее 0,6 *м* (= 12″) и средних размеров монолитные трубы, набиваемые в металлических формах, причем указанные трубы асфальтированы или покрыты штукатуркой из чистого цемента, в особенности с применением механических притирочных снарядов; железные трубы, тщательно облицованные цементом	0,345	0,000917	33,03
IV	При наилучшем производстве работ и высоком качестве материалов: бетонные трубы с весьма гладкой внутренней поверхностью (тщательно зажелезненной „под глазурь") и большие железные трубы, весьма гладко цементированные (стыки устраиваются с наибольшей возможной аккуратностью,—так, чтобы по окончании работ нельзя было обнаружить „заплечиков" в стыках); монолитные трубы, набиваемые в металлических формах, смазываемых маслом. [Отмеченные для IV класса качества работ практически выполнимы вообще лишь для труб диаметром не менее 0,75 *м*].	0,370	0,000797	35,42

Примечание. В настоящей таблице значения коэфициентов A'' и C'' даны при условии, что диаметр труб выражается в метрах, скорость — в *м/сек*.

Как видим из (634), рассматриваемая формула Scobey имеет показатели:

$$\left.\begin{aligned} Y &= 0{,}625; \quad & y &= 0{,}125; \\ Z &= 0{,}5; \quad & z &= 0, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (636)$$

и для коэфициента Шези по (621) найдем:

$$C = 2C''d^{0,125} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (637)$$

К ф-ле (634) помещаем составленный нами логарифмический график (фиг. 114), для построения которого зависимость (634) была представлена в виде:

$$\frac{V}{C''} = d^{0,625}\ J^{0,5}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (638)$$

откуда

$$\log\left(\frac{V}{C''}\right) = 0{,}625 \log d + 0{,}5 \log J; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (639)$$

по вертикальной оси отложены значения величины $1000J$ (т. е. уклоны в „промиллях"), по горизонтальной — значения $\frac{V}{C''} \cdot 10^3$; пример пользования графиком приведен в § 62.

По поводу табл. 60 укажем, что приводимая в ней характеристика четырех „классов" трубопроводов, без изменения ее сущности, дана нами в несколько переработанном виде по сравнению с редакцией Скобея; таблица относится, конечно, и к железобетонным трубам. „Центробежные" бетонные и железобетонные трубы (называемые так по способу их изготовления), хотя о них нет специального упоминания в работе Скобея, можно отнести к IV классу таблицы, при условии наиболее высокого качества их выполнения и производства работ по укладке.

В табл. 61 приводятся значения коэфициентов A'' и C'' при условии, что диаметр трубопровода d выражается в *см*, скорость V — в *м/сек*.

ТАБЛИЦА 61.

Коэфициенты A'' и C'' к формуле Скобея (Scobey) для бетонных труб

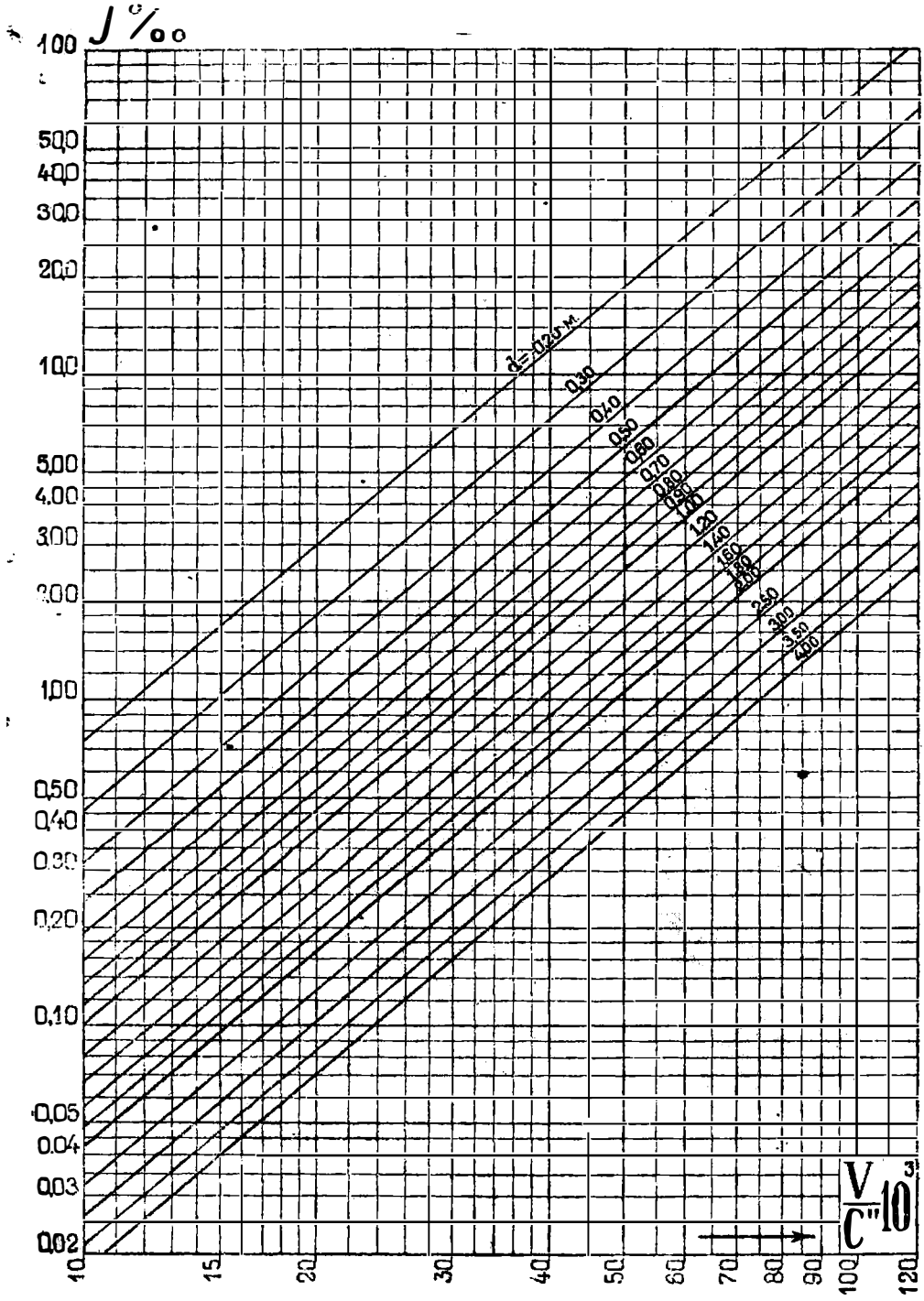
(при условии, что диаметр выражается в *см*, скорость — в *м/сек*).

Класс трубопровода по Scobey	A''	C''	Примечание
I	0,484	1,437	Характеристику „классов" трубопроводов см. в табл. 60.
II	0,359	1,669	
III	0,290	1,857	
IV	0,252	1,992	

В табл. 62 даем для некоторых справок приблизительное „соответствие" между коэфициентами Scobey для бетонных труб и коэфициен-

ТАБЛИЦА 62.

Класс трубопровода по Scobey	C_s по Scobey	C_{HW} (для фут.)	n	
			При $d < 0{,}75$ *м*	При $d > 0{,}75$ *м*
I	0,267	90	0,014	0,015
II	0,310	110	0,013	0,014
III	0,345	120	0,012	0,013
IV	0,370	140	0,011	0,012



Фиг. 114. — График для расчета бетонных и железо-бетонных труб по формуле Scobey.

тами: C_{HW} (по Hazen-Williams'y) и n (по шкале Гангилье-Куттера). Надо указать, что Scobey приводит более сложное соответствие между C_s и n, но мы не видим необходимости усложнять предлагаемую табличку, поскольку для более точных расчетов бетонных труб, собственно, и предназначается формула Scobey, а не „переводы" ее на язык других формул.

3°. Железные и стальные трубопроводы. Для клепаных железных и стальных трубопроводов больших диаметров, применяемых, главным образом, в области гидросиловых установок и иногда в водопроводном деле, гидравлические сопротивления по длине зависят не только от коэфициента шероховатости стенок и гидравлического радиуса труб, но в некоторой мере и от характера клепки их (клепка в стык или в нахлестку, толщина склепываемых листов, величина выступающих заклепочных головок и т. д.). Различая „легкую" и „тяжелую" клепку по степени вносимых ею гидравлических сопротивлений, можем оценить влияние клепки по формуле Хэзен-Вильямса (Hazen-Williams, см. § 59). Эта формула для железных и стальных труб имеет обширное применение в Америке; она рекомендуется, как единственная расчетная формула для таких трубопроводов в известном руководстве Кригера и Джастина (Creager and Justin) по гидроэлектрическим установкам [1]).

Напомнив здесь, что формула Хэзен-Вильямса может быть написана в двух видах (для метров):

$$\left.\begin{aligned} V &= C' R^{0,63} J^{0,54}; \\ J &= \frac{A' V^{1,85}}{R^{1,17}}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (640)$$

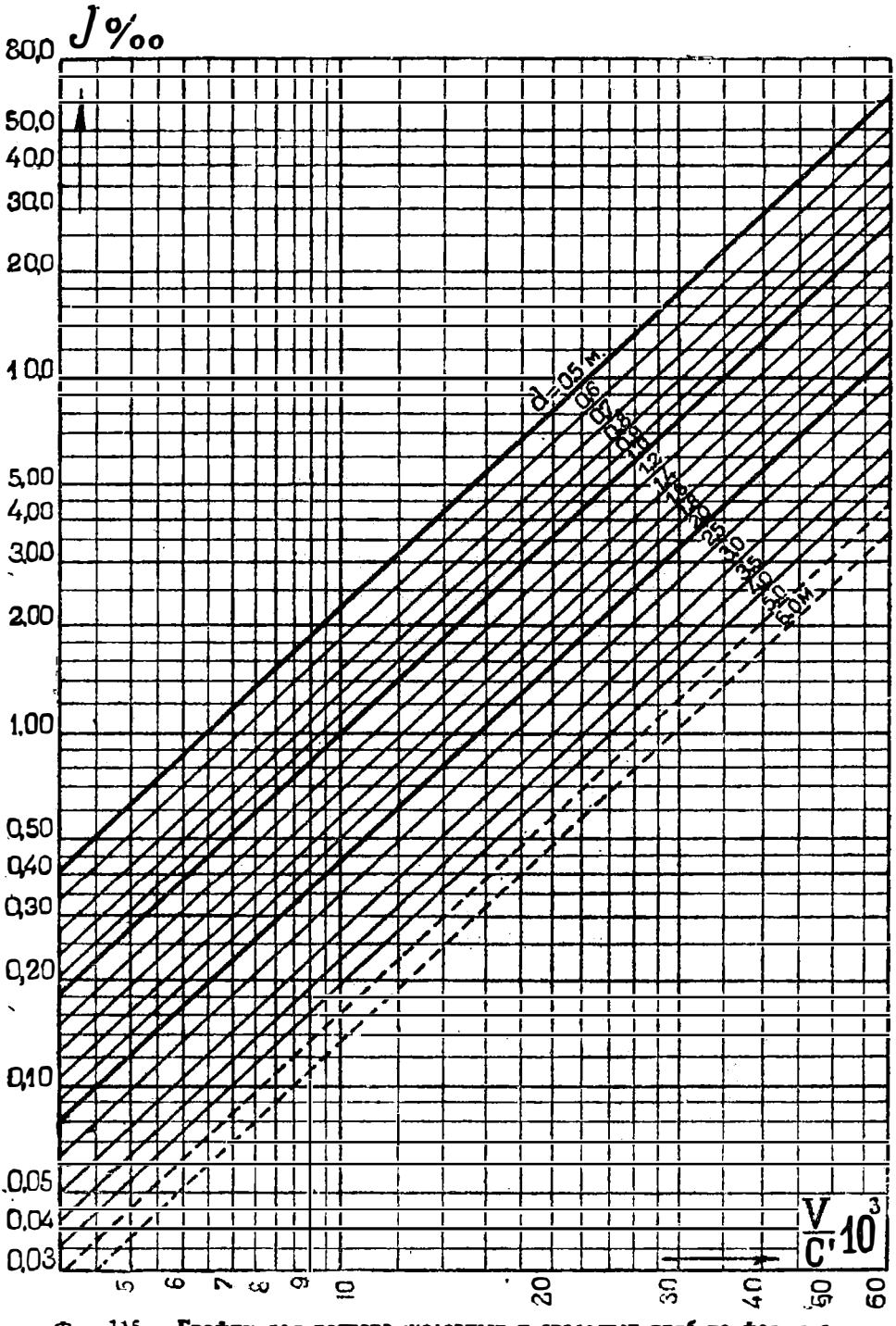
приведем к этим формулам табличку расчетных значений (для метров) коэфициентов C' и A' (табл. 63), к которым добавлены также и соответствующие значения основного коэфициента C_{HW} для английского написания формулы в виде (592) или (595).

ТАБЛИЦА 63.

№№	Характеристика конструкции труб	C_{HW}	C'	A'
1	Легкая клепка	112 – 113	95	0,00022
2	Тяжелая клепка	100	85	0,00027
3	„Средняя" клепка	106 – 107	90	0,00024
4	Сварные трубы в средних условиях	120	100	0,00020

В этой табличке нами добавлены значения коэфициентов для „средних условий" клепки, остальные значения даны в соответствии с указаниями, приводимыми авторами формулы, и некоторыми предложениями Кригера; сварные трубы (по Кригеру $C_{HW} = 120$), естественно, дают меньшие гидравлические сопротивления, чем клепаные трубопроводы. На фиг. 115 даем график для расчета железных и стальных труб по формуле Хэзен-Вильямса, составленной нами аналогично двум подобным же графикам, приведенным для той же формулы в § 59.

[1]) „Hydro-electric Handbook", New York, 1927, § 73.



Фиг. 115. — **График для расчета железных и стальных труб по формуле Hazen-Williams'a.**

В последнее время для железных и стальных трубопроводов в Америке инж. Скобеем (Scobey) предложена новая формула[1]) сложно-показательного типа, обоснованная как более совершенными опытами U. S. Departement of Agriculture, так и прежним опытным материалом, в следующих достаточно широких пределах: $d = 0{,}10 - 4{,}25$ *м*; $V = 0{,}2 - 7{,}0$ *м/сек*; $Q \cong$ от 25 *л/сек* до 28 *м³/сек*.

Формула эта, которую, как весьма подробную, можно рекомендовать для практических расчетов, в английских мерах пишется автором в виде:

$$J^0/_{00} = 1000\,J = \frac{K_s V^{1,9}}{d^{1,1}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (641)$$

где V выражается в фут/сек, d в футах; K_s есть коэфициент Скобея, зависящий от рода стенок трубопровода, а также от возраста последнего. Влияние возраста трубопровода на сопротивление движению воды Скобей предлагает учитывать по формуле:

$$K_s = k'_s \cdot e^{0{,}010\,N}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (642)$$

где e — основание натуральных логарифмов, N — возраст трубы (в годах), K'_s — коэфициент, зависящий только от характера внутренней поверхности стенок (табл. 64), причем формула (642) дана для средних условий коррозии трубопровода. При более „аггрессивных" свойствах воды в отношении коррозии металла, Скобей дает вторую опытную зависимость взамен (642):

$$K_s = K'_s \cdot e^{0{,}015\,N} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (643)$$

При переводе в метрические меры формула (641) примет вид (для метров):

$$J = \frac{A'' V^m}{d^p} = \frac{A'' V^{1,9}}{d^{1,1}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (644)$$

что и дает для формулы Скобея II вид по типу „сложно-показательных" формул в соответствии с (617), причем для коэфициента A'' можем написать:

$$A'' = a_s \cdot \sigma_N, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (645)$$

где a_s зависит только от рода стенок и где имеем:

$$\sigma_N = e^{0{,}010\,N}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (646)$$

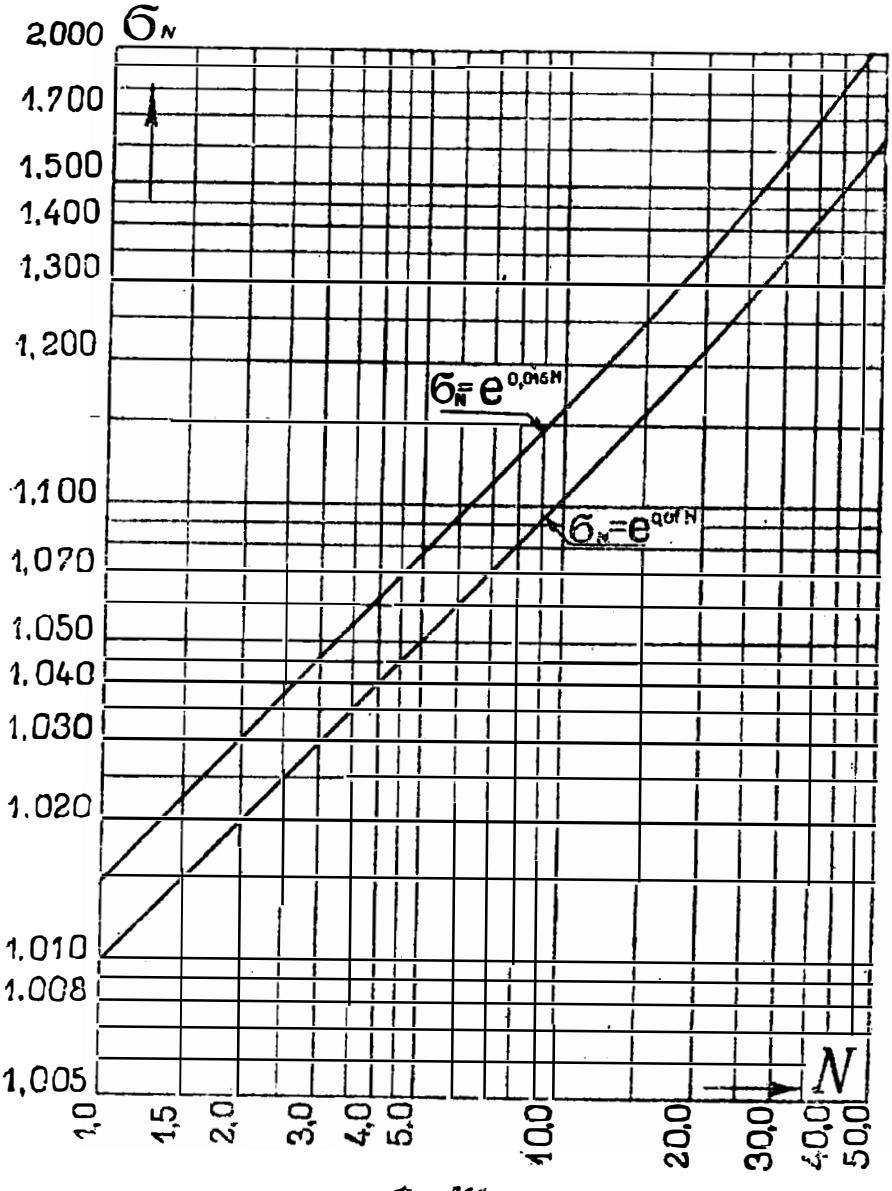
$$\sigma_N = e^{0{,}015\,N} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (646')$$

соответственно для средних и более тяжелых условий в отношении коррозии стенок трубопровода.

Для величины σ_N („поправка на возраст" трубопровода) нами дается график (фиг. 116), где две линии отвечают зависимости (646) и (646'). Значения коэфициента a_s (для метров) приводятся в табл. 64, в которой характеристику „классов" трубопроводов даем в сравнительно кратком, но достаточном виде, сохраняя, как и у Скобея, три класса с подразделением I класса на четыре „подкласса". Заметим, что для сварных труб

[1]) См: Eng. News - Record, 1931, Febr. 12, p. 173, „New Formula for Friction Losses in Steel Pipe".

следует пользоваться значениями коэфициентов II и III класса, в зависимости от конструкции трубопровода.



Фиг. 116.

Что касается I вида формулы Скобея для железных и стальных труб, то в соответствии с (615) для скорости V будет:

$$V = C''d^{Y}J^{Z} = C''d^{0,58}J^{0,525} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (647)$$

причем по (620)

$$C'' = \frac{1}{(A'')^{Z}} = \frac{1}{(A'')^{0,525}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (648)$$

ТАБЛИЦА 64.

Коэфициенты к формуле Скобея (Scobey) для железных и стальных труб.

Класс	Характеристика трубопровода	K'_s	a_s	c_s
I	Трубопроводы с продольной и поперечной клепкой, с разделением их на следующие четыре подкласса:			
	I^a — толщина склепываемых листов $\delta \leqslant 5$ *мм* .	0,38	0,000983	37,91
	I^b — толщина листов $\delta = 5 - 10$ *мм* при соединении в нахлестку	0,44	0,001138	35.12
	I^c — толщина листов $\delta \geq 12$ *мм* при соединении в нахлестку и $\delta = 6 - 10$ *мм* при соединении в стык	0,48	0,001242	33,54
	I^d — толщина листов $\delta \geq 12$ *мм* при соединении в стык	0,52	0,001345	32,15
II	Трубопроводы с поперечной клепкой, причем продольные соединения устроены так, что не вносят практически заметных гидравлических сопротивлений	0,34	0,000880	40,20
III	Трубопроводы с поперечными и продольными соединениями, не дающими практически заметных гидравлических сопротивлений	0,32	0,000828	41.50

Подставляя в (648) выражение для A'' из (645), можно дать коэфициенту C'' вид:

$$C'' = \sigma'_N \cdot c_s , \quad . . . . . (649)$$

где

$$c_s = \frac{1}{a_s^{0,525}} , \quad . . . . . (650)$$

причем по (650) значения c_s (для метров) даны нами в табл. 64; для поправочного (на возраст труб) коэфициента σ'_N, входящего в формулу (649), можно дать такие выражения:

$$\sigma'_N = e^{-0,005N} ; \quad . . . . . (651)$$

$$\sigma'_N = e^{-0,0075N} , \quad . . . . . (651')$$

из коих первое относится к средним, а второе — к более тяжелым условиям работы металлических трубопроводов в смысле коррозии их стенок, в соответствии с указанными выше предложениями Скобея (642) и (643). Для величины σ'_N по (651) и (651′) нами построен вспомогательный график (фиг. 117).

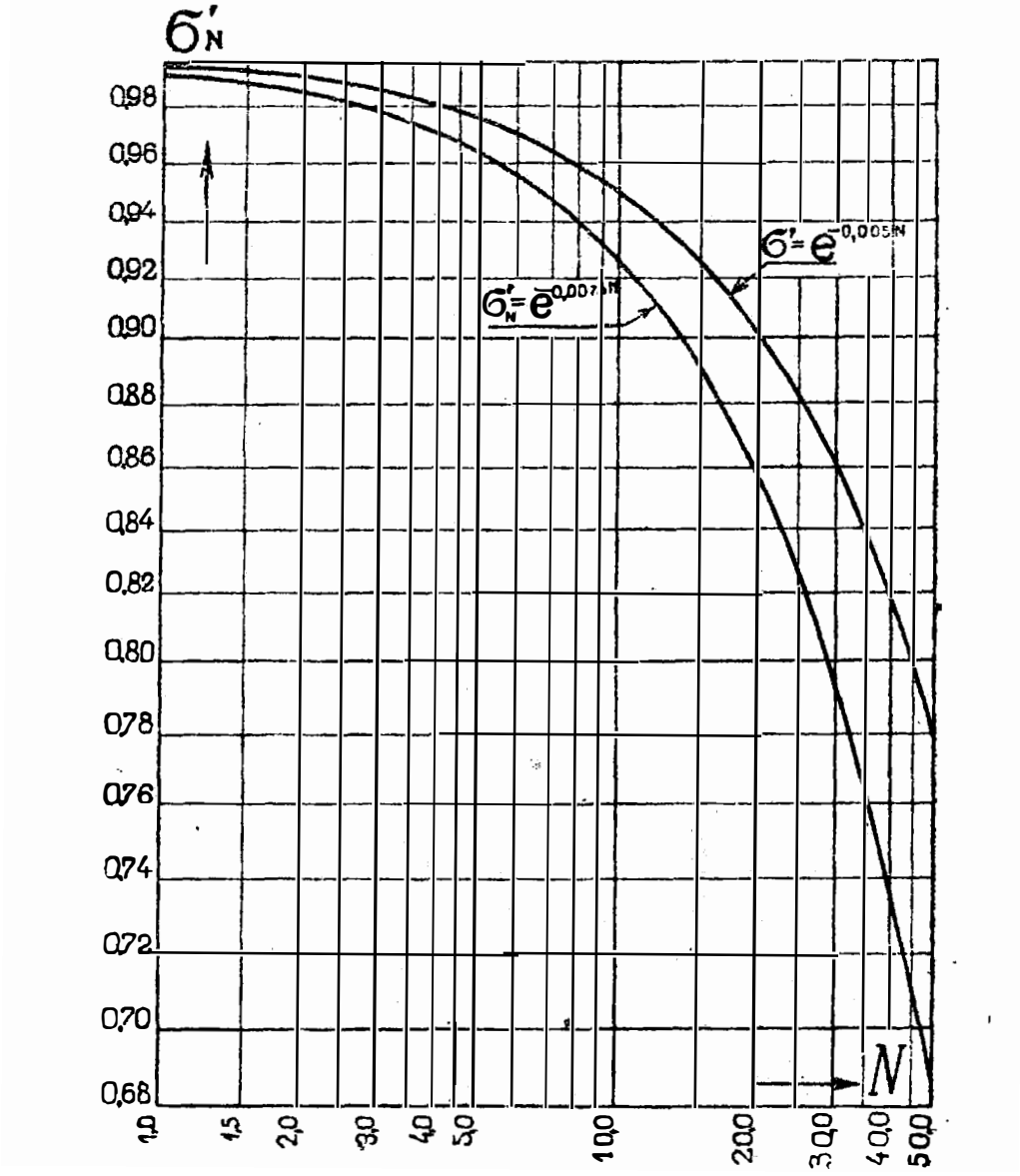
Из выражения (647) видим, что в рассматриваемой формуле Скобея имеем такие показатели:

$$\left.\begin{aligned} Y &= 0,58; \quad y = 0,08; \\ Z &= 0,525; \quad z = 0,025, \end{aligned}\right\} \quad . . . . . (652)$$

и, следовательно, по (621) для коэфициента Шези C по Скобею будет:

$$C = 2C'' d^{0,08} J^{0,025} \quad . . . . . (653)$$

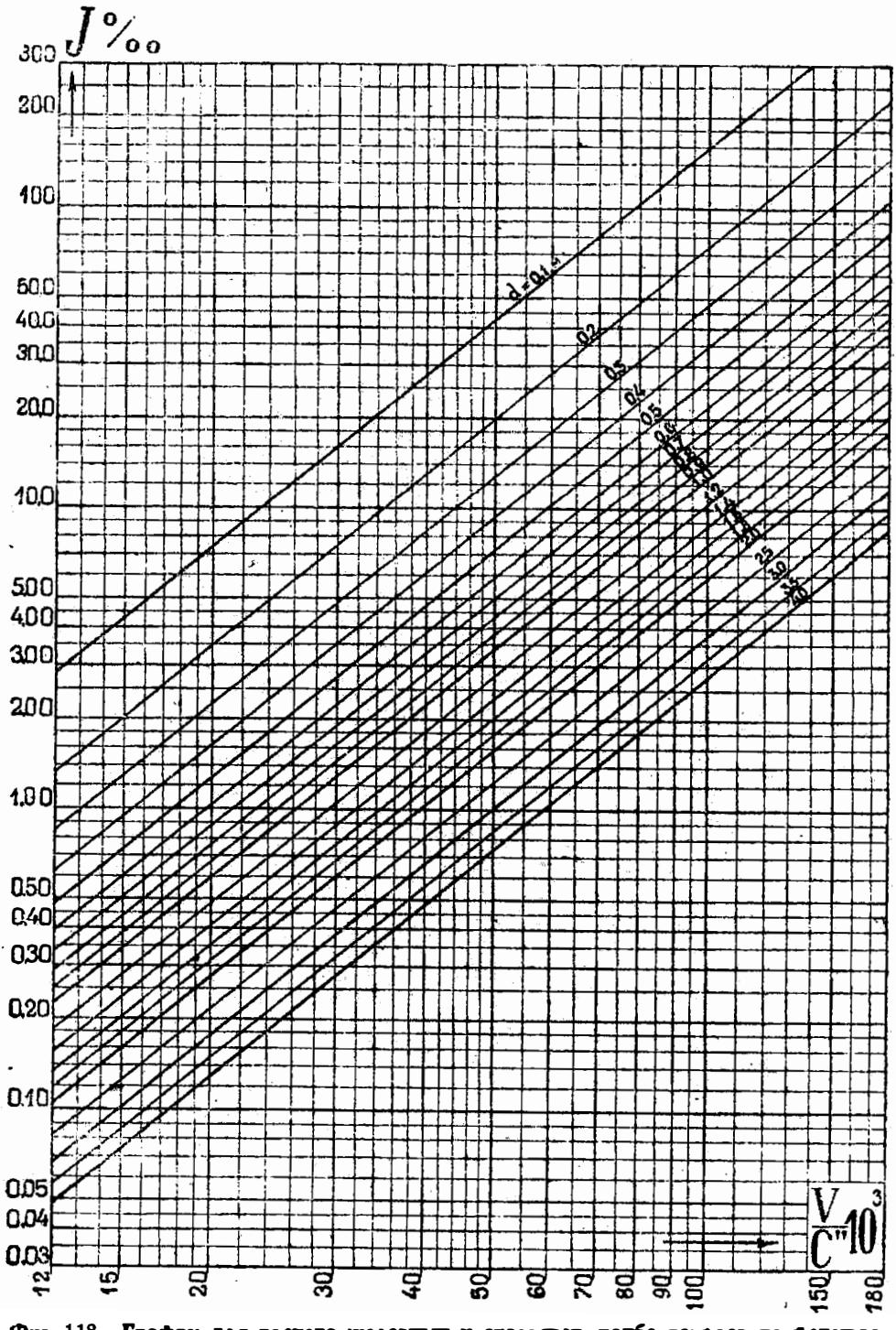
Для гидравлического расчета железных и стальных трубопроводов по формуле Скобея нами составлен (фиг. 118) логарифмический график, соответствующий формуле (647) и по своему построению аналогичный другим нашим графикам, данным в § 59 и 60 для различных показательных формул. Пример применения графика по фиг. 118 приводится в § 62.



Фиг. 117.

Что касается коэфициентов шероховатости n (по шкале Гангилье-Куттера), приблизительно соответствующих формуле Скобея для железных и стальных трубопроводов, то Скобей не рекомендует какого-либо подробного „соответствия", с чем следует вполне согласиться, и указывает лишь, что и для названных труб коэфициент n изменяется в пределах:

$$n = 0{,}011 - 0{,}013,$$



Фиг. 118.—График для расчета железных и стальных трубопроводов по формуле Scobey.

причем мы полагаем, что при расчетах примерно можно принимать:

для клепаных железных и стальных труб . . . . . $n = 0{,}013$;
для сварных труб . . . . . $n = 0{,}012$.

В заключение настоящего параграфа отметим, что для эскизного расчета деревянных, бетонных и железо-бетонных, железных и стальных трубопроводов, а также при аналитическом исследовании некоторых относящихся к ним вопросов можно пользоваться формулами „простого показательного типа", принимая в них величину коэфициента шероховатости n, как указано выше (п.п. 1°, 2° и 3° настоящего параграфа).

Допуская дальнейшее упрощение в выборе величины n, в формуле типа

$$C = C'R^y = \frac{1}{n}R^y$$

можно пользоваться следующими значениями (для метров):

для деревянных клепочных труб . . . . . $C' = \frac{1}{n} \cong 85$;

„ сварных железных и стальных труб . . . . . $C' = \frac{1}{n} \cong 83$;

„ клепаных „ „ „ „ . . . . . $C' = \frac{1}{n} \cong 77$;

„ бетонных и железо-бетонных труб . . . . . $C' = \frac{1}{n} \cong 80$.

Наконец, для грубых подсчетов пользуются иногда формулой Дарси при определении потери напора h_f по длине трубопровода l:

$$h_f = \frac{\lambda \cdot l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g},$$

где при этом можно предложить следующие ориентировочные значения коэфициента λ:

для деревянных труб . . . . . $\lambda = \frac{1}{52}$;

„ сварных железных и стальных труб . . . . . $\lambda = \frac{1}{50}$;

„ клепаных „ „ „ „ . . . . . $\lambda = \frac{1}{42}$;

„ бетонных и железо-бетонных труб . . . . . $\lambda = \frac{1}{45}$.

Для более точного определения коэфициента λ следует пользоваться зависимостью (591) или (623) — (624), причем в (623), при применении формул „простого показательного типа", величина $2z = 0$, так что вместо (623) будет:

$$\lambda = \frac{2g}{(C'')^2 d^{2y}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (654)$$

где C'' связано с коэфициентом C' зависимостью (616).

§ 61. Формулы для потери напора в трубопроводах некоторых специальных видов.

В настоящем параграфе дадим формулы для потери напора в трубопроводах, не вошедших в предыдущее изложение, каковы: 1) этернитовые трубы, 2) группа сравнительно гладких труб и 3) пожарные рукава.

1°. Этернитовые (асбоцементные) трубы. Для этернитовых (или асбоцементных) труб, сравнительно недавно вошедших в европейскую практику, в настоящее время можно указать лишь полученную в Италии формулу Шимеми (Scimemi), которая является формулой сложно-показательного типа и пишется для новых труб в виде:

$$V = 64{,}3\, d^{0{,}68}\, J^{0{,}56}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (655)$$

расчетная же формула, т. е. для труб, бывших некоторое время в работе, имеет вид:

$$V = 57{,}7\, d^{0{,}68}\, J^{0{,}56}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (656)$$

причем в формулах (655) и (656) диаметр d выражен в метрах, V — в *м/сек*.

2°. Группа сравнительно гладких труб. К этой группе можно отнести трубы: свинцовые, латунные, медные, из оцинкованного железа и пр. Трубы эти имеют обыкновенно малые диаметры, и поэтому для них, в практических условиях их службы, из гидравлических формул мы можем рекомендовать формулу Хэзен-Вильямса (Hazen-Williams) в соответствии со сказанным выше в § 59, п. 2°. Названные авторы предлагают в данном случае значение $C_{HW} = 130$, чему в формуле (597) соответствует значение

$$C' = 110, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (657)$$

и формула Хэзен-Вильямса приобретает вид (для метров):

$$V = 110\, R^{0{,}63}\, J^{0{,}54} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (658)$$

Данный выше (§ 59) логарифмический график для водопроводных труб малых диаметров пригоден и для труб рассматриваемой группы. Однако надо заметить, что для наиболее гладких новых труб из указанных материалов, а также для труб стеклянных более подходящей формулой являются формулы Блазиуса или Прандтля, о коих будет сказано ниже в § 63.

3°. Для гибких (пожарных) рукавов потери напора [1]) на трение по длине h_f могут быть найдены по формуле типа Дарси:

$$h_f = \frac{\lambda l}{d} \frac{V^2}{2g},$$

где по Фаннингу (Fanning) коэфициент λ зависит от материала рукава и скорости течения воды в нем, изменясь, как указано в таблице 65:

ТАБЛИЦА 65.

Значения коэфициента λ для гибких рукавов по Фаннингу.

№	Род рукава	Скорость течения в *м/сек*				
		4	6	10	15	20
1	Хорошо прорезиненный пеньковый рукав	0,024	0,023	0,022	0,019	0,018
2	Грубо прорезиненный пеньковый рукав	0,030	0,030	0,030	0,030	0,029
3	Непрорезиненный пеньковый рукав	0,038	0,038	0,037	0,035	0,034

[1]) Более подробно о гидравлическом расчете гибких рукавов и о расчете пожарных струй см. в курсах водоснабжения, а также, напр., в специальной работе инж. В. Г. Лобачева: „Расчет противопожарных водопроводов и пожарных струй", Москва, 2-е изд., 1929.

По Фриману (Freeman) коэфициент λ для гибких рукавов имеет численные значения, указанные в таблице 66:

ТАБЛИЦА 66.

№	Род рукава	λ
1	Обыкновенный резиновый рукав	0,018
2	Гладкий прорезиненный рукав .	0,017
3	Шероховатый прорезиненный рукав	0,032
4	Обыкновенный пеньковый (непрорезиненный) рукав	0,042
5	Лучший кожаный рукав	0,028

Можно еще указать другой вид расчетной формулы для гибких рукавов, по второму типу основной зависимости для потери напора h_f (см. § 57):

$$h_f = \frac{lQ^2}{ad^5} = \frac{1}{a} \cdot \frac{lQ^2}{d^5}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (659)$$

или

$$J = \frac{1}{a} \cdot \frac{Q^2}{d^5}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (660)$$

где, выражая расход Q в *литр/сек*, а диаметр d в *см*, по Фаннингу имеем:

для непрорезиненных пеньковых рукавов . . . . . $\frac{1}{a} \simeq 30$;

„ шероховатых прорезиненных рукавов . . . . . $\frac{1}{a} \simeq 25$.

§ 62. Простейшие задачи по напорному движению в трубах и применение таблиц и графиков для расчета.

Рассматриваемые ниже основные простейшие задачи по напорному движению в трубах являются лишь „гидравлическими схемами“; в дальнейшем изложении мы увидим, как они усложняются в различных практических расчетах. Будем пользоваться фиг. 110, где имеется в виду участок трубопровода постоянного диаметра d; длина участка l во всех здесь приводимых задачах известна; h_f есть потеря напора на трение по длине рассматриваемого участка.

1°. Применение квадратичных формул [1]. При этом основными зависимостями для решения простейших задач по напорным трубам являются формулы (154) и (571), каковые и выпишем здесь, вводя в первую из них подстановку $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$:

$$\left.\begin{aligned} &\text{I.} \ldots\ldots Q = \frac{\pi d^2}{4} V; \\ &\text{II.} \ldots\ldots h_f = \frac{lQ^2}{K^2}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (661)$$

[1] Изложенные здесь приемы решения основных задач пригодны и при применении формул простого показательного типа.

I задача. Дано: d и Q; найти h_f. Зная диаметр d, находим K^2 по табл. 53 или по табл. 54, после чего по формуле (661—II) имеем h_f. Если нужно найти и скорость V, то таковая легко определится из ф-лы (661—I):

$$V = \frac{4Q}{\pi d^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (662)$$

Пример 42. Дано: $d = 300$ *мм*, $Q = 40$ *л/сек* (при $l = 1000$ *м*). По табл. 53 имеем: $K^2 = 1{,}024 \cdot 10^6$ $(л/сек)^2$ и по формуле (661—II) находим:

$$h_f = \frac{1000 \cdot 40^2}{1{,}024 \cdot 10^6} = 1{,}56 \text{ м}.$$

Скорость V по (662) будет:

$$V = \frac{4 \cdot 0{,}040}{3{,}14 \cdot 0{,}300^2} = 0{,}57 \text{ м/сек}.$$

II задача. Дано: d, h_f; найти Q. Определяем K^2 по табл. 53 или по табл. 54, после чего из формулы (661—II) будет:

$$Q^2 = \frac{h_f}{l} K^2, \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (663)$$

откуда находим Q^2 и Q. Скорость V вычисляем по (662).

Пример 43. Дано: $d = 200$ *мм*, $h_f = 2{,}0$ *м* (при $l = 800$ *м*). По табл. 53 будет: $K^2 = 110{,}0 \cdot 10^3$ $(л/сек)^2$; далее по (663)

$$Q^2 = \frac{20 \cdot 110 \cdot 10^3}{800} = 2750 \ (л/сек)^2,$$

откуда

$$Q = \sqrt{2750} = 52{,}5 \text{ л/сек}.$$

III задача. Дано: h_f и Q; найти d. Из формулы (661—II) имеем:

$$K^2 = \frac{lQ^2}{h_f}, \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (664)$$

откуда определим K^2 и затем, пользуясь табл. 53 или 54, найдем ближайший больший диаметр сортамента.

Пример 44. Дано: $Q = 200$ *л/сек*; $h_f = 10$ *м* (при $l = 500$ *м*). Имеем по (664)

$$K^2 = \frac{500 \cdot 200^2}{10} = 2 \cdot 10^6 \ (л/сек)^2,$$

чему по табл. 53 отвечает диаметр $d = 350$ *мм* (для коего $K^2 = 2{,}379 \cdot 10^6$).

Кроме этих трех задач, можно поставить три дополнительные задачи, в которых задана определенная скорость V, причем для решения служат те же две основные зависимости (661), к которым для последней задачи (см. ниже задачу „в") полезно добавить зависимость (579). Дополнительные простейшие задачи таковы.

а) Дано: V, Q; найти d, h_f. Из (661—I) для диаметра d имеем:

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V}}, \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (665)$$

после чего дальнейшее сводится к I основной задаче.

б) Дано: V, d; найти Q, h_f. Прежде всего находим расход Q по (661—I); после этого величину потери напора h_f определяем, как в I основной задаче.

в) Дано: V, h_f; найти d, Q (напомним, что длина трубопровода известна). Из указанной в § 57 зависимости (579):

$$h_f = \frac{lV^2}{W^2}$$

находим квадрат модуля скорости:

$$W^2 = \frac{lV}{h_f}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (666)$$

после чего, зная W^2, по табл. 53 или по табл. 54 подбираем ближайший больший диаметр сортамента; расход Q определяем по (661—I).

Пример 45. Дано: $V = 1{,}2$ *м/сек*, $h_f = 3{,}0$ *м*, $l = 600$ *м*. По (666) имеем:

$$W^2 = \frac{600 \cdot 1{,}2^2}{3{,}0} = 288 \ (м/сек)^2$$

и по табл. 58 подбираем диаметр:

$$d = 400 \ мм = 4{,}0 \ дцм;$$

при заданной скорости $V = 1{,}2$ *м/сек* $= 12$ *дцм/сек* этот трубопровод пропустит расход

$$Q = \frac{\pi \cdot 4{,}0^2}{4} \cdot 12 = 150{,}8 \ л/сек \cong 151 \ л/сек.$$

ТАБЛИЦА 67.

d	$\frac{\pi d^2}{4}$	d	$\frac{\pi d^2}{4}$	d	$\frac{\pi d^2}{4}$	d	$\frac{\pi d^2}{4}$	d	$\frac{\pi d^2}{4}$
1	0,79	13	133	25	491	95	7088	225	39761
2	3,14	14	154	30	707	100	7854	250	49087
3	7,07	15	177	35	962	110	9503	300	70686
4	12,6	16	201	40	1256	120	11310	400	125664
5	19,6	17	227	45	1590	125	12272	450	159043
6	28,3	17,5	241	50	1963	130	13273	500	196350
7	38,5	18	254	55	2376	140	15394	600	282743
7,5	44,2	19	284	60	2827	150	17671	700	384845
8	50,3	20	314	65	3318	160	20106	750	441786
9	63,6	21	346	70	3848	170	22698	800	502655
10	78,5	22	380	75	4418	175	24053	900	636173
11	95,0	22,5	398	80	5027	180	25447	1000	785398
12	113	23	415	85	5674	190	28353		
12,5	123	24	452	90	6362	200	31416		

В качестве вспомогательных материалов для расчета напорных труб (главным образом—водопроводных), помимо таблиц 53 и 54, помещенных в § 58, даем часто приводимую в немецких руководствах Табл. XXII (см. в конце книги), составленную по формуле Куттера с коэфициентом $k = 0{,}25$ и приспособленную нами для сортамента водопроводных труб, применяемого в СССР, а также аналогичную Табл. XXIII, составленную нами по формуле Маннинга при коэфициенте $n = 0{,}012$. Кроме этих таблиц, помещаем данные о весе водопроводных труб (Табл. XXIV в конце книги);

значения площадей $\frac{\pi d^2}{4}$ (табл. 67) и величины расходов Q в напорных трубах при различных скоростях V и диаметрах d (табл. 68).

ТАБЛИЦА 68.

Величины расходов Q *л/сек* в трубах при различных диаметрах d и скоростях V.

Диаметр трубы *мм*	Скорости V *м/сек*									
	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
40	0,628	0,754	0,880	1,005	1,131	1,257	1,571	1,885	2,199	2,513
50	0,982	1,178	1,374	1,571	1,767	1,964	2,454	2,945	3,436	3,927
75	2,209	2,651	3,093	3,534	3,976	4,418	5,522	6,627	7,731	8,836
100	3,927	4,712	5,498	6,283	7,069	7,854	9,817	11,781	13,744	15,708
125	6,136	7,363	8,590	9,817	11,045	12,272	15,340	18,408	21,746	24,544
150	8,836	10,603	12,370	14,137	15,904	17,672	22,089	26,507	30,925	35,343
(175)	12,026	14,432	16,837	19,242	21,648	24,053	30,056	36,079	42,092	48,106
200	15,708	18,850	21,991	25,133	28,274	31,416	39,270	47,124	54,950	62,832
(225)	19,880	23,875	27,833	31,809	35,785	39,761	49,701	59,641	69,581	79,522
250	24,544	29,452	34,361	39,270	44,179	49,087	61,359	73,631	85,903	98,175
300	35,343	42,411	49,480	56,549	63,617	70,686	88,357	106,03	123,70	141,37
350	48,106	57,727	67,348	76,969	86,590	96,211	120,26	144,32	168,37	192,42
400	62,832	75,398	87,965	100,53	113,10	125,66	157,08	188,50	219,91	251,33
450	79,522	95,426	111,33	127,23	143,14	159,04	198,80	238,57	278,33	318,09
500	98,175	117,81	137,45	157,08	176,72	196,35	245,44	294,53	343,61	392,70
600	141,37	169,65	197,92	226,19	254,47	282,74	353,43	424,11	494,80	565,49
700	192,42	230,91	269,39	307,88	346,36	384,85	481,06	577,27	673,48	769,69
(750)	220,89	265,07	309,25	353,43	397,61	441,79	552,23	662,68	773,13	883,57
800	251,33	301,59	351,80	402,12	452,39	502,66	628,32	753,98	879,65	1005,3
900	318,09	381,70	445,32	508,94	572,56	636,17	795,22	954,26	1113,3	1272,3
1 000	392,70	471,24	549,78	628,32	706,86	785,40	981,75	1178,1	1374,4	1570,8
1 200	565,49	678,58	791,68	904,78	1017,9	1131,0	1413,7	1696,5	1979.2	2261,9

Дадим теперь два примера применения Табл. XXII, при помощи которой, как и при помощи Табл. XXIII, расчеты сводятся к простейшим арифметическим действиям.

Пример 46. Дано: $l = 2000$ *м*, $h_f = 4$ *м*, $Q = 13{,}5$ *л/сек*; найти d. Здесь

$$J = \frac{4}{2000} = 0{,}002;$$

для этого уклона по Табл. XXII находим:

$Q = 10{,}3$ *л/сек* при $d = 175$ *мм*,
$Q = 14{,}8$ *л/сек* при $d = 200$ *мм*;

поэтому следует взять $d = 200$ *мм*. Через строку ниже в том же столбце видим, что для $Q = 13{,}5$ *л/сек* будет: $V = 0{,}43$ *м/сек*.

Пример 47. Дано: $l = 3500$ *м*, $h_f = 9$ *м*, $d = 175$ *мм*; найти Q. Здесь

$$J = \frac{9}{3500} = 0{,}00\,57;$$

при $J = 0{,}0025$ и при $d = 175$ *мм* по Табл. XXII находим $Q = 11{,}5$ *л/сек*; при том же d и при $J = 0{,}00267$ находим $Q = 11{,}8$ *л/сек*, т. е. разности уклонов

$$0{,}00267 - 0{,}0025 = 0{,}00017$$

соответствует разность расходов:

$$11{,}8 - 11{,}5 = 0{,}3 \text{ л/сек};$$

поэтому разности уклонов

$$0{,}00257 - 0{,}0025 = 0{,}00007$$

будет отвечать (при линейной интерполяции, что достаточно) разность расходов:

$$\frac{7 \cdot 0{,}3}{17} \cong 0{,}1 \text{ л/сек}.$$

Итак, искомое Q будет:

$$Q = 11{,}5 + 0{,}1 = 11{,}6 \text{ л/сек}.$$

2°. Применение показательных формул. Три указанные выше основные простейшие задачи, а равно и три дополнительные задачи могут быть решены аналитически путем непосредственного применения показательных формул (266) и (271), приведенных в главе IV, или формул (615) и (617), данных в § 60 настоящей главы. Мы, однако, ограничимся здесь краткими указаниями о том, как решаются те же задачи при пользовании нашими графиками, составленными для различных видов трубопроводов на основании показательных формул. Перечень этих графиков, которые были приведены в §§ 59 и 60, дается в табл. 69.

ТАБЛИЦА 69.

Наименование графика	Формула	Параграф	Фигура
1) График для расчета водопроводных труб по формуле Hazen-Williams'a	$V = C' R^{0,63} J^{0,54}$	§ 59, п. 1°	фиг. 111
2) График для расчета труб малых диаметров по формуле Hazen-Williams'a . . .	$V = C' R^{0,63} J^{0,54}$	§ 59, п. 2°	фиг. 112
3) График для расчета деревянных труб по формуле Scobey	$V = 49{,}7\, d^{0,65} J^{0,555}$	§ 60, п. 1°	фиг. 113
4) График для расчета бетонных труб по формуле Scobey	$V = C'' d^{0,625} J^{0,5}$	§ 60, п. 2°	фиг. 114
5) График для расчета железных и стальных труб по формуле Hazen-Williams'a .	$V = C' R^{0,63} J^{0,54}$	§ 60, п. 3°	фиг. 115
6) График для расчета железных и стальных труб по формуле Scobey	$V = C' d^{0,58} J^{0,525}$	§ 60, п. 3°	фиг. 118

Так как $J = \frac{h_f}{l}$ и $h_f = J \cdot l$, то в числе заданных или искомых величин потеря напора h_f может быть заменена уклоном J, как и сделано в рассматриваемых здесь задачах. Для сокращения объяснений на фиг. 119 дана общая схема предлагаемых графиков [1]), на которую и будем ссылаться при рассмотрении задач. „Дополнительные задачи" (с заданной скоростью V, см. выше в п. 1°) решаются по графикам наиболее просто, почему с таких задач и начнем.

[1]) Для деревянных труб данный в § 60 график несколько проще, но общий ход пользования им тот же, что и для других графиков, схематизированных на фиг. 119. Два примера для деревянных труб см. в конце настоящего параграфа.

а) Дано: V, Q; **найти** d, J. Диаметр d определяем по (665); затем находим величину: [1])

$$\frac{V}{C}10^3 \text{ или } \frac{V}{C'}10^3, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (667)$$

где C или C' выбираются в зависимости от рода стенок данного трубопровода. Дальнейшая схема действий для определения J показана на фиг. 119 пунктирной линией 1—2—3 (для диаметра $d = d_4$).

Пример 48. Дано: $V = 1$ *м/сек*, $Q = 125$ *л/сек*; найти J по формуле Хазен-Вильямса при $C' = 100$ (водопроводная труба).

По (665) определяем диаметр трубы:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 125}{3{,}14 \cdot 10}} \cong 4 \text{ дцм} = 400 \text{ мм}$$

и затем вычисляем величину (667):

$$\frac{V}{C'}10^3 = \frac{1}{100} \cdot 10^3 = 10{,}0,$$

после чего по графику (фиг. 111) найдем:

$$J \cong 0{,}00285.$$

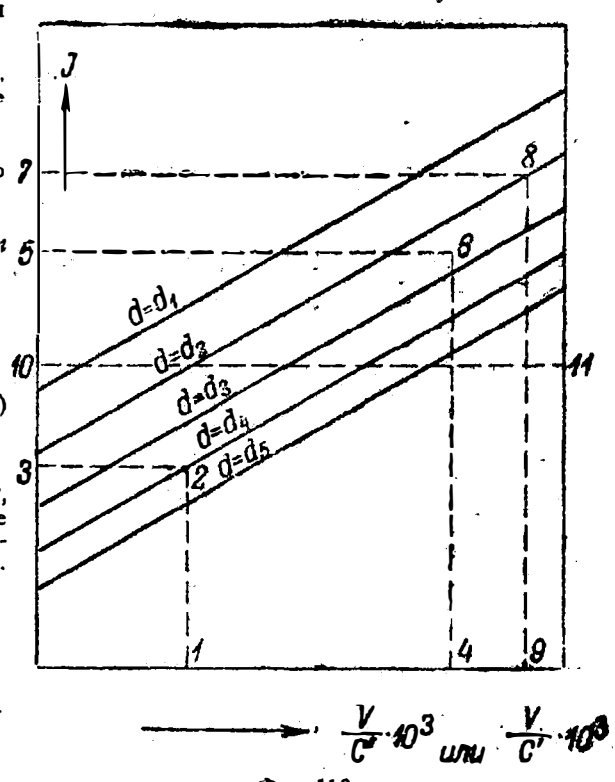
Пример 49. Дано: $V = 2$ *м/сек*, $Q = 6{,}30$ *м³/сек*; найти J по формуле Хазен-Вильямса при $C' = 100$ (сварной трубопровод в средних условиях).

По (665) вычисляем d:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 6{,}30}{3{,}14 \cdot 2}} \cong 2{,}00 \text{ м},$$

после чего для $\frac{V}{C'}10^3 = 20$ по графику (фиг. 115) найдем

$$J = 0{,}0016.$$



Фиг. 119.

Вычислением по (640) при $A' = 0{,}00020$ (см. табл. 63) получим $J = 0{,}00163$ (расходимость несколько меньше 2%).

б) Дано: V, d; **найти** Q, J. Определив величину (667), находим J, как в предыдущей задаче. Расход Q получим по (661—I).

Пример 50. Дано: $d = 2''$ (5 *см*), $V = 1$ *м/сек*; найти J по формуле Хазен-Вильямса $C' = 85$ (водопроводная труба малого диаметра).

Вычисляем значение величины (667):

$$\frac{V}{C'}10^3 = \frac{1}{85} \cdot 1000 = 11{,}7,$$

после чего по графику на фиг. 112 (для труб малых диаметров) найдем: $J = 0{,}045$.

Расход Q найдем по (661—I); при этом $Q = 1{,}95$ *л/сек*.

в) Дано: V, J; **найти** d, Q. Вычислив величину (667), проводим вертикальную линию 4—6 и горизонтальную линию 5—6 (см. фиг. 119, пунктир), которые своею точкою пересечения 6 определят искомый диаметр (по интерполяции или ближайший больший). Расход Q получим по (661—I).

---

[1]) Напоминаем, что для всех приведенных выше графиков эта величина должна вычисляться в метровой мере. — Бо́льшая часть этих графиков, по моим указаниям, построена инж. А. П. Зегжда и П. М. Бобылым.

Пример 51. Дано: $V = 2$ *м/сек*, $J = 0{,}002$; найти d и Q по формуле Скобея для железобетонного трубопровода (III класса).

Из табл. 60 берем значение $C'' = 33{,}03$ (для метровых мер) и вычисляем величину (667):

$$\frac{V}{C''}10^3 = \frac{2}{33{,}03} \cdot 1000 = 60{,}5;$$

затем по графику на фиг. 114 определяем (интерполируя) искомый диаметр:

$$d \cong 1{,}63 \text{ м}.$$

Вычислением на основании (634) имеем $d = 1{,}62$ *м*, что дает расхождение около 0,6%. Наконец по (661-I) определим расход

$$Q = 4{,}175 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Обратимся теперь к основным задачам, имея в виду те же задачи, что и в п. 1° настоящего параграфа.

I задача. Дано: d и Q; найти J. Определив скорость V по (662), находим величину (667), т. е.

$$\frac{V}{C'}10^3 \text{ или } \frac{V}{C''}10^3,$$

после чего поступаем, как в рассмотренных выше задачах (а) или (б), см. на фиг. 119 пунктирную линию 1—2—3.

Пример 52. Дано: $d = 2{,}0$ *м*, $Q = 6{,}28$ *м*^{3}*/сек*; найти J для стального трубопровода II класса по формуле Скобея.

Определяем скорость V по (662):

$$V = \frac{4 \cdot 6{,}28}{\pi \cdot 2{,}0^2} = 2{,}0 \text{ м/сек},$$

после чего (при $c_S = 40{,}20$ для трубопровода II класса, табл. 64) находим коэфициент C'':

$$C'' = \sigma'_N \cdot c_S = 0{,}95 \cdot 40{,}20 = 38{,}20,$$

причем σ'_N берем по графику на фиг. 117 для $N = 10$ (в средних условиях коррозии металла).

Далее имеем:

$$\frac{V}{C''} \cdot 10^3 = \frac{2{,}0 \cdot 10^3}{38{,}2} = 52{,}4$$

и по графику (фиг. 118) определяем уклон:

$$J = 0{,}00172.$$

II задача. Дано: d, J; найти Q. Зная J и d, находим величину (667), как показано пунктирной линией 7—8—9 на схеме графика по фиг. 119. Положим, что величина эта оказалась равной x; тогда для скорости V получим:

$$V = \frac{C'x}{1000} \text{ или } V = \frac{C''x}{1000}, \quad \ldots\ldots\ldots (668)$$

после чего расход Q определим по (661—I).

III задача. Даны пьезометрический уклон $= J$, расход $Q = Q'$; найти d. Проведя (см. фиг. 119) из точки 10, отвечающей данному уклону J, горизонтальную линию 10—11, видим, что она пересекает линии диаметров:

$$d = d_1, d_2, d_3, d_4, d_5; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (669)$$

к этим диаметрам, как указано в предыдущей задаче, находим соответствующие скорости:

$$V = V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (670)$$

и по (661—I) соответствующие расходы:

$$Q = Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (671)$$

Если, положим, $Q_3 < Q'$, но $Q_4 > Q'$, то диаметр d_4 и является ближайшим большим, решающим нашу задачу. Если же допустимы и „промежуточные" диаметры (не написанные на расчетном графике), то, построив по (669) и (671) кривую $Q = f(d)$, найдем по ней искомый диаметр $d = d'$, вполне отвечающий данному расходу $Q = Q'$.

В заключение решим два примера для деревянных клепочных труб, характеризуя этим пользование более простым графиком, данным для таких труб на фиг. 113.

Пример 53. Дано: $d = 150$ *см*, $V = 1{,}2$ *м/сек*, найти J. По графику на фиг. 113 (для формулы Скобея) получим

$$J = 0{,}00077;$$

вычисляя по (626'), имеем:

$$J = 0{,}196\,\frac{1{,}2^{1{,}8}}{150^{1{,}17}} = 0{,}0007745,$$

что дает расходимость $\sim 0{,}6\%$.

Пример 54. Дано: $d = 220$ *см*, $J = 0{,}00035$; найти V. По графику на фиг. 113 имеем

$$V = 1{,}0 \text{ м/сек};$$

вычислением по (627) получим:

$$V = 49{,}7 \cdot 2{,}20^{0{,}65} \cdot 0{,}00035^{0{,}565} = 0{,}998 \text{ м/сек} \cong 1{,}0 \text{ м/сек}.$$

§ 63. Опытно-гидромеханические формулы для потери напора в трубах.

Произведенные до сего времени гидромеханические исследования по вопросу о движении различных жидкостей в трубах указали лишь на то, что существует некоторая зависимость между потерей напора по длине h_l и числом Рейнольдса Re, или, что все равно, между коэфициентом Дарси[1]) λ и числом Рейнольдса[2]), причем, однако, сам вид этой зависимости теоретически пока не установлен. В связи с этим необходимо помнить, что приводимые ниже гидромеханические формулы для потери напора в трубах h_l при движении в них различных жидкостей являются по существу эмпирическими; мы называем их „опытно-гидромеханическими" в отличие от гидравлических формул, указанных в предыдущих параграфах.

1°. Формула Блазиуса (Blasius) для гладких труб такова:

$$\lambda = \frac{0{,}316}{\sqrt[4]{Re}}, \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (672)$$

что чаще пишется в виде:

$$\lambda = \frac{0{,}316}{\sqrt[4]{Re}}, \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (673)$$

где λ — коэфициент Дарси, Re — число Рейнольдса, определяемое по отношению к диаметру трубы d, т. е.

$$Re = \frac{Vd}{\nu}, \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (674)$$

---

[1]) Наименование „коэфициент Дарси" здесь относится лишь к самому обозначению λ в формуле Дарси, но не к численной величине этого коэфициента по (591) или по (623) – (624).

[2]) Число Рейнольдса во всех формулах в §§ 63–64 берется по отношению к диаметру трубы.

причем диаметр d и средняя скорость V должны быть выражены, разумеется, в тех же мерах, что и кинематический коэфициент вязкости ν. Яснее вместо (674) для числа Рейнольдса по отношению к диаметру можно было бы написать:

$$Re_d = \frac{Vd}{\nu}, \quad \ldots \quad (674')$$

но для простоты письма в дальнейшем (§ 63—64) значок d при Re везде опущен. Напомним, что как λ, так и Re суть числа безразмерные (отвлеченные). Для шероховатых труб Блазиус формулы не дает.

2°. Формула Ланга (Lang) может быть написана в виде:

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{1{,}7}{\sqrt{Re}}, \quad \ldots \quad (675)$$

где относительно числа Re следует иметь в виду сказанное в предыдущем пункте. Что касается величины λ_0, то по Лангу имеем:

для гладких труб . . . . . $\lambda_0 = 0{,}01$;
иногда для гладких труб указывается . . . . . $\lambda_0 = 0{,}012$;
для шероховатых труб (чугунных и железных) . . $\lambda_0 = 0{,}02$.

Более подробной градации для коэфициента λ_0 у Ланга не находим.

Заметим еще, что, предлагая для „туберкулированных" (покрытых осадками) труб определять потери напора h_f по „исправленной" формуле Дарси:

$$h_f = \frac{\sigma\lambda l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}, \quad \ldots \quad (676)$$

и беря при этом λ по (675), — Ланг учитывает коэфициент „поправки на загрязненно" σ по зависимости:

$$\sigma = \left(\frac{d}{d_0}\right)^5, \quad \ldots \quad (677)$$

где d — внутренний диаметр „чистой" (новой) трубы, d_0 — средний диаметр в свету для „загрязненной" (туберкулированной) трубы. Зависимость (677) вполне соответствует известному выражению (578) для потери напора в трубах. Значения σ по (677) приводятся в таблице 70:

ТАБЛИЦА 70.

$\frac{d}{d_0} =$	1,00	0,98	0,95	0,93	0,90
$\sigma = \left(\frac{d}{d_0}\right)^5 =$	1,00	1,18	1,29	1,48	1,69
$\frac{d}{d_0} =$	0,85	0,80	0,70	0,60	0,50
$\sigma = \left(\frac{d}{d_0}\right)^5 =$	2,27	3,06	5,95	12,8	32,0

3°. Формула Мизеса (Mises) имеет наиболее развитой вид и уделяет, сравнительно с другими опытно-гидромеханическими формулами, наибольшее внимание „шероховатым" трубам:

$$\lambda = 0{,}0096 + \sqrt{\frac{k}{d}} + \frac{1{,}7}{\sqrt{Re}}, \quad \ldots \quad (678)$$

что будем писать с некоторым округлением первого члена правой части в виде:

$$\lambda = 0{,}01 + \sqrt{\frac{k}{d}} + \frac{1{,}7}{\sqrt{Re}}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (679)$$

где k — коэфициент шероховатости, имеющий линейное измерение; величина $\frac{k}{d}$ может быть названа „относительной шероховатостью“ (число отвлеченное); прочие обозначения ясны из предыдущего.

ТАБЛИЦА 71.

Значения коэфициента шероховатости к формуле Мизеса для труб.

№	Материал трубы	$k \cdot 10^3$ (*см*)		$\sqrt{k} \cdot 10^3$ ($см^{1/2}$)	
		от	до	от	до
1	Стекло	6,4	25,6	2,5	5,1
2	Тянутые трубы из латуни, свинца, меди	6,4	32,0	2,5	5,7
3	Цемент шлифованный	240	480	15,5	22
4	Цемент обыкновенный	640	1280	25	36
5	Резиновые рукава обыкновенные	200	400	14	20
6	Резиновые рукава шероховатые	480	960	22	31
7	Железные газовые трубы	640	1600	25	40
8	Железные асфальтированные трубы	950	1900	31	44
9	Чугунные новые трубы	3200	6400	57	80
10	Чугунные старые трубы	8000	16000	90	126
11	Доски, гладко оструганные	800	1600	28	40
12	Доски обыкновенной обработки	1600	3200	40	57
13	Шероховатые доски	6400	12800	80	113

Для коэфициента k Мизес дает особую таблицу, которую приводим[1]) здесь в части, относящейся главным образом к трубам (таблица 71), при измерении k в сантиметрах, почему и диаметр d в формуле (679) должен выражаться также в сантиметрах.

Формула Мизеса из группы „опытно-гидромеханических“ формул является до настоящего времени (1934 г.) наиболее приемлемой для „шероховатых“ труб. Недостатком ее при практическом применении, как видим из таблицы 71, является не вполне выработанная шкала коэфициентов шероховатости k для трубопроводов из различных материалов. О применении этой формулы к гидравлическому расчету трубопроводов, несущих отличные от воды жидкости, будет сказано в следующем параграфе, здесь же по поводу формулы Мизеса заметим, что она может быть рекомендована, как о с н о в а при выработке практической расчетной формулы для водопроводных труб м а л ы х

[1]) M i s e s, „Elemente der techn. Hydromech.“, 1 Teil, 1914, Leipzig und Berlin, S. 63; см. также изд. 1924 г.—Цифры для k соответственно нами перечислены, так как у Мизеса формула (679) дана в несколько ином виде.

диаметров (чугунных и железных), для чего необходимо опытным путем установить для этих труб более определенные значения коэфициентов шероховатости k [1]).

4°. **Формула Прандтля (Prandtl).** Новейшая формула Прандтля для гладких труб [2]) гласит:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\ \mathrm{Log}_{10}\ (Re\cdot\sqrt{\lambda}) - 0{,}8, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (680)$$

где имеются в виду обыкновенные (десятичные) логарифмы. Как видим, величина λ дается по этой формуле в виде неявной фукции от числа Рейнольдса Re. Из формулы (680) не трудно получить:

$$Re^2 = \frac{6{,}31\cdot 10^{\frac{1}{\sqrt{\lambda}}}}{\lambda}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (681)$$

или (что удобнее для вычислений):

$$\mathrm{Log}_{10}\ Re = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - \mathrm{Log}_{10}\lambda\right) + 0{,}4 \quad \ldots\ldots \quad (682)$$

Подставляя в (682) различные значения λ, можно найти соответствующие значения числа Re и, составив подробный график, определить по последнему величину λ при различных заданных величинах Re. Таблица значений λ по формуле Прандтля дана ниже (§ 64, табл. 72).

Формула Прандтля прекрасно укладывается на поток опытных точек для гладких труб, причем максимальное значение Re составляет $3{,}4\times 10^6$. Из рассмотрения картины опытных точек, приводимой Прандтлем в вышеуказанной статье [3]), видно, что формула Блазиуса, начиная от значения $Re = \sim 100\,000$ (и выше), постепенно все больше отклоняется от формулы Прандтля, и потому формула Блазиуса при $Re > 100\,000$ не может быть рекомендована. В названной статье Прандтль приводит также и некоторые данные об опытах с „шероховатыми" трубами, но опыты эти еще не вполне закончены, и потому расчетной зависимости для λ при „шероховатых" трубах автор в указанной статье не дает.

По поводу четырех приведенных выше формул в заключение отметим, что формула Прандтля является более совершенной, чем формула Блазиуса; формуле Мизеса следует отдать предпочтение перед формулой Ланга. Практическое значение указанных формул будет ясно из следующего параграфа.

§ 64. Формулы для потери напора в трубах при движении жидкостей, отличных от воды.

Для определения потери напора по длине при движении в напорных трубах жидкостей, отличных от воды при обыкновенной ее температуре (т. е. при движении нефти, керосина, бензина, различных масел и др.), а также горячей воды, прежде всего необходимо выяснить режим движения: ламинарный или турбулентный. Вопрос этот решается путем применения критерия Рейнольдса, как указано в § 29.

---

[1]) До выполнения этой работы мы и рекомендовали в § 59 для водопроводных труб малого диаметра формулу Хазен-Вильямса.

[2]) L. Prandtl, „Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung", V. D. J., Band 77, 1933, № 5, S. 105.

[3]) Цитированная статья, фиг. 8

1°. Ламинарный режим. Для ламинарного режима[1]) потеря напора h на длине l определяется зависимостью:

$$h_f = \frac{32\mu}{\gamma} \cdot \frac{V}{d^2} \cdot l, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (683)$$

где μ — коэфициент вязкости (§ 3), γ—вес единицы объема жидкости, V— средняя скорость в трубе. Если искомой величиной является скорость V, то через пьезометрический уклон J она выражается так:

$$V = \frac{\gamma J}{32\mu} d^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (684)$$

Вводя в формулы (683) и (684) кинематический коэфициент вязкости (см. § 3):

$$\nu = \frac{\mu}{\rho},$$

можем эти формулы написать в виде:

$$h_f = \frac{32\nu}{g} \cdot \frac{V}{d^2} \cdot l \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (685)$$

и

$$V = \frac{gJ}{32\nu} d^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (686)$$

Так как на ламинарное движение шероховатость стенок не оказывает влияния[2]), то формулы (683)—(686) приложимы к трубопроводам, имеющим как гладкие, так и шероховатые стенки.

Отметим, что по формулам ламинарного движения иногда следует вести расчет и для воды обыкновенной температуры. Это приходится делать при малых диаметрах труб, когда число Рейнольдса (по отношению к диаметру) имеем $\leqslant 2000$, что и следует проверять по формуле (614) при пользовании графиком для труб малых диаметров, данным выше на фиг. 112 (см. § 59, п. 2°).

2°. Турбулентный режим. Остановимся сначала на формулах для гладких труб, затем—для труб „шероховатых".

а) Гладкие трубы. При турбулентном режиме для гладких труб следует в первую очередь рекомендовать формулу Прандтля (680), которая при значениях числа Рейнольдса

$$Re \leqslant 100000 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (687)$$

по получаемым величинам коэфициента λ практически мало отличается от формулы Блазиуса. При условии (687) и эта последняя формула может быть применяема для гладких труб.

Формула Блазиуса в последние годы получила в СССР большое распространение при расчете нефтепроводов, причем расчеты по этой формуле ведутся и для труб, находящихся в практических условиях работы (т. е. обладающих некоторой шероховатостью), чем, строго говоря, до известной степени экстраполируется область применения формулы Блазиуса. В виду этого, для уточнения расчета нефтепроводов следует обращаться к тем формулам, которые ниже указываются для „шероховатых" труб; здесь же отметим, что и в области нефтепроводов, если к ним применять формулу для гладких труб, принципиально следует в настоящее время от формулы Блазиуса перейти к формуле Прандтля.

---

[1]) Подробнее см. в нашей книге: „Гидравлика", часть I, Ленинград, 1928, стр. 249—252.
[2]) См. там же, стр. 242—243.

ТАБЛИЦА 72.

Значения коэфициента λ по формуле Прандтля.

$Re \cdot 10^{-3}$	λ	$Re \cdot 10^{-3}$	λ
4	0,0400	150	0,0166
5	0,0372	200	0,0157
6	0,0356	250	0,0150
7	0,0338	300	0,0145
8	0,0327	350	0,0141
10	0,0309	400	0,0137
15	0,0278	450	0,0134
20	0,0258	500	0,0132
25	0,0244	600	0,0128
30	0,0235	700	0,0124
35	0,0226	800	0,0121
40	0,0220	1000	0,0117
45	0,0214	1500	0,0109
50	0,0209	2000	0,0104
60	0,0200	2500	0,0100
70	0,0194	3000	0,00975
80	0,0188	3500	0,0095
100	0,0180		

ТАБЛИЦА 73

Значения коэфициента λ по формуле Блазиуса.

$Re \cdot 10^{-3}$	λ	$Re \cdot 10^{-3}$	λ
2	0,0472	200	0,0150
3	0,0427	250	0,0142
4	0,0401	300	0,0135
5	0,0376	350	0,0130
6	0,0359	400	0,0126
7	0,0346	450	0,0121
8	0,0335	500	0,0119
10	0,0316	600	0,0114
15	0,0295	700	0,0109
20	0,0266	800	0,0106
25	0,0252	1000	0,0100
30	0,0240	1500	0,0094
35	0,0231	2000	0,0084
40	0,0224	2500	0,00795
45	0,0217	3000	0,0076
50	0,0212	3500	0,0073
60	0,0202		
70	0,0195		
80	0,0188		
100	0,0177		
150	0,0161		

В таблицах 72 и 73 даны значения коэфициента Дарси λ в зависимости от числа Re по формуле Прандтля (табл. 72) и по формуле Блазиуса (табл. 73), причем в этой последней таблице значения λ для $Re > 100000$ даны не для пользования, а лишь для сравнения с соответствующими значениями λ по Прандтлю.

б) „Шероховатые" (негладкие) трубы. Как уже указано в § 63, в настоящее время (1934 г.) наиболее приемлемой формулой для „шероховатых" (негладких) труб является формула Мизеса. Эту формулу следует рекомендовать и для трубопроводов, по коим перемещаются различные виды нефтепродуктов. [1])

Из сказанного в § 63 ясно уже то основное затруднение, которое возникает при практическом применении формулы Мизеса: оно состоит в недостаточно определенной разработке значений коэфициента шероховатости k в таблице 71 для труб из различных материалов. Однако, следует отметить, что в наиболее важной для практики области возможного и желательного применения формулы Мизеса, а именно — при расчете нефтепроводов, за последние 15 лет в СССР получено много непосредственных опытных данных по перекачке различных нефтепродуктов, и эти данные должны лечь в основу выработки коэфициентов для формулы Мизеса. В настоящее время данные эти используются в применении к несколько упрощенной формуле Мизеса, на чем здесь вкратце и остановимся.

Если в правой части формулы Мизеса (679) сумму первых двух членов обозначим через λ_0, т. е. положим

$$0{,}01 + \sqrt{\frac{k}{d}} = \lambda_0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (688)$$

то формула Мизеса приводится к тому же виду, в котором выше (§ 63) написана формула Ланга (675):

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{1{,}7}{\sqrt{Re}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (689)$$

Эту упрощенную формулу нередко называют формулой Ланга, что не вполне справедливо, так как Ланг для шероховатых труб дал лишь одно значение $\lambda_0 = 0{,}02$, и мы будем называть выражение (689) формулой Ланга—Мизеса.

По экспериментальным [2]) данным, полученным в СССР, для иллюстрации опытных величин коэфициента λ_0 в формуле (689) приведем следующие цифры:

для чистой парафинистой нефти . . . . . $\lambda_0 = 0{,}0111$;

для смеси $\frac{1}{3}$ бензина и $\frac{2}{3}$ парафин. нефти . . . . . $\lambda_0 = 0{,}0161$;

для смеси $\frac{2}{3}$ бензина и $\frac{1}{3}$ нефти . . . . . $\lambda_0 = 0{,}0175$;

для Балаханской легкой масляной нефти. . . . . $\lambda_0 = 0{,}0136$;

для Сураханской легкой нефти . . . . . $\lambda_0 = 0{,}0129$.

---

[1]) Отметим, что очень интересный способ весьма значительного уменьшения гидравлических сопротивлений при перекачке нефти упоминается в справочной книге Merriman'a: „American Civil Engineers' Handbook". New York, 1930, p. 1337—1338, где приводятся и некоторые опытные данные, резко отличающиеся от тех, которые получаются при обычных способах перекачки нефти.

[2]) См., напр., книгу: „Гидравлика" (руководство для нефтян. ВТУЗов, техникумов и работников нефтян. промышленности), составленную коллективом авторов: проф. Л. С. Лейбензон, Д. С. Вилькер, П. П. Шумилов и В. С. Яблонский, Нефт. издат., 1932 г., стр. 78—81, стр. 137. См. также более подробные отчеты по опытам Гос. Исслед. Нефт. Института.

В других случаях, не имея подобных конкретных данных, при пользовании формулой Мизеса (679) для негладких труб приходится брать коэфициент k по таблице 71 или же применять формулу Ланга в виде:

$$\lambda = 0{,}02 + \frac{1{,}7}{\sqrt{Re}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (689')$$

Для облегчения расчетов по формуле Ланга и Мизеса приводим таблицу 74, где даны значения величины $\frac{1{,}7}{\sqrt{Re}}$ при различных значениях числа Рейнольдса Re (взятого по отношению к диаметру).

ТАБЛИЦА 74.

Re	$\frac{1{,}7}{\sqrt{Re}}$	Re	$\frac{1{,}7}{\sqrt{Re}}$	Re	$\frac{1{,}7}{\sqrt{Re}}$	Re	$\frac{1{,}7}{\sqrt{Re}}$	Re	$\frac{1{,}7}{\sqrt{Re}}$
2000	0,0380	12000	0,0155	25000	0,0108	90000	0,0057	500000	0,0024
3000	0,0310	13000	0,0149	27500	0,0103	100000	0,0054	600000	0,0022
4000	0,0269	14000	0,0144	30000	0,0098	125000	0,0048	700000	0,0020
5000	0,0240	15000	0,0139	35000	0,0091	150000	0,0044	800000	0,0019
6000	0,0219	16000	0,0134	40000	0,0085	200000	0,0038	900000	0,0018
7000	0,0203	17000	0,0130	45000	0,0080	250000	0,0034	1000000	0,0017
8000	0,0190	18000	0,0127	50000	0,0076	300000	0,0031	1500000	0,0014
9000	0,0179	19000	0,0123	60000	0,0069	350000	0,0029	2000000	0,0012
10000	0,0170	20000	0,0120	70000	0,0064	400000	0,0027	2500000	0,0011
11000	0,0162	22500	0,0113	80000	0,0060	450000	0,0025	3000000	0,0010
								3500000	0,0009

Определив коэфициент λ по одной из указанных формул, величину потери напора h_f на трение по длине находим по формуле:

$$h_f = \frac{\lambda l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

как для гладких, так и для „шероховатых" труб.

В заключение заметим, что для определения потери напора h_f в трубах при движении жидкостей, отличных от воды, иногда рекомендуется формула Биля (Biel), но, в соответствии со сказанным в конце § 41, мы полагаем, что лишь для более шероховатых стенок при помощи формулы Биля может быть иногда желателен некоторый контроль расчетных результатов, получаемых по формуле Мизеса, при отсутствии прямых опытных данных. Из второй формулы Биля (326) выражение для коэф. λ получается в таком виде:

$$\lambda = 0{,}0094 + 0{,}1 \sqrt{\frac{\varepsilon}{d}} + \frac{39}{Re_d} \sqrt{\frac{d}{\varepsilon}}; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (690)$$

значения ε (линейная величина) были указаны в конце § 41.

§ 65. Местные потери напора.

Местные потери напора, как указано в § 34, выражаются по формуле Вейсбаха (Weissbach):

$$h_j = \zeta_j \frac{V^2}{2g}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (691)$$

где ζ_j—коэфициент сопротивления, соответствующий роду данного местного „препятствия", V—скорость течения за этим препятствием, $\frac{V^2}{2g}$—скоростной напор, отвечающий этой скорости. В тех случаях, когда в формулу (691) вводится не скорость за рассматриваемым препятствием, а некоторая другая, будут сделаны соответствующие оговорки. Значения коэфициентов сопротивления ζ_j определялись различными гидравликами отчасти теоретически [1]), главным же образом—путем опытов, пока еще неполных, недостаточно точных и согласованных. При настоящем состоянии вопроса можно указать следующие данные, хотя бы для приближенного учета важнейших местных потерь напора (для воды).

1°. Внезапное расширение (фиг. 120-I). По теореме Borda [2]) имеем:

$$h_{в.\,р.} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (692)$$

что можно привести к типу формулы Вейсбаха:

$$h_{в.\,р.} = \frac{1}{2g}(V_1 - V_2)^2 = \zeta'_{в.\,р.} \frac{V_1^2}{2g} = \zeta_{в.\,р.} \frac{V_2^2}{2g}, \quad \ldots \ldots \quad (693)$$

$$\zeta'_{в.\,р.} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2; \quad \zeta_{в.\,р.} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 \quad \ldots \ldots \quad (694)$$

2°. Внезапное сужение (фиг. 120-II):

$$h_{в.\,с.} = \zeta_{в.\,с.} \frac{V_2^2}{2g}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (695)$$

причем $\zeta_{в.\,с.}$ есть соответствующий коэфициент сопротивления, значения которого приводятся в табл. 75 по Вейсбаху и по более новым данным [3]) Мерримэна (Merriman) с поправкой Кригера (Creager).

ТАБЛИЦА 75.

Отношение площадей сечений $\frac{\omega_2}{\omega_1}$		0,01	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,00
$\zeta_{в.\,с.}$	По Вейсбаху .	0,50	0,50	0,42	0,34	0,25	0,15	0,00
	По Мерримэну—Кригеру . .	0,45	0,39	0,35	0,28	0,20	0,09	0,00

[1]) Об этом см., напр., в нашей книге: „Гидравлика", часть I, Ленинград, 1928, стр 347—357.

[2]) Подробнее см. в § 34.

[3]) Creager and Justin, „Hydro-electric Handbook", New York, 1927, p. 122.

3°. **Для входа в трубу без скругления** кромки входного отверстия (фиг. 120-III) имеем:

$$h_{вх} = \zeta_{вх} \frac{V^2}{2g}, \quad \ldots \quad (696)$$

где

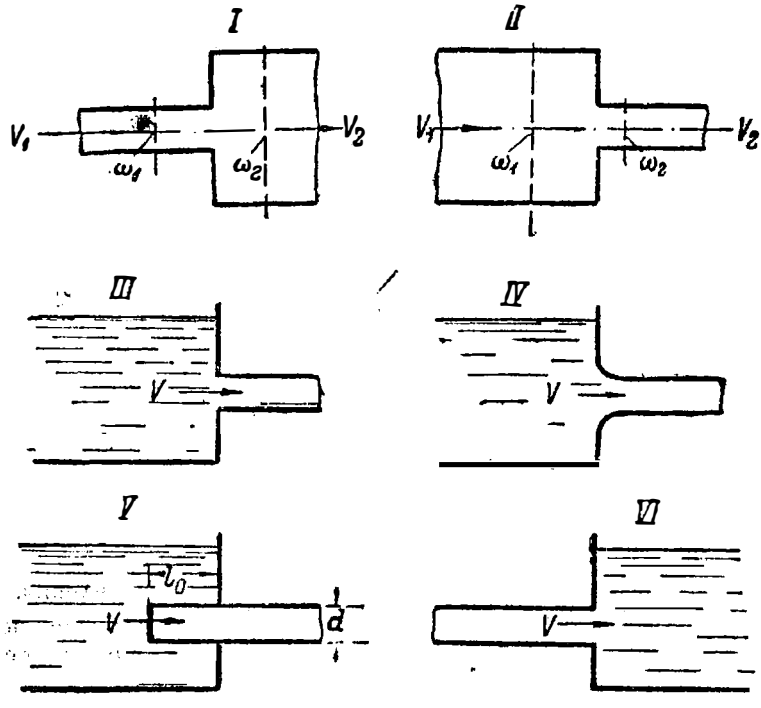
$$\zeta_{вх} = 0{,}5; \quad \ldots \quad (697)$$

если же вход в трубу (в месте ее вывода из резервуара, бассейна и пр.) очерчен весьма плавно, то

$$\zeta_{вх} = 0{,}05—0{,}10; \quad \ldots \quad (698)$$

в зависимости от степени совершенства такого „скругления". При слегка скругленной кромке входного отверстия в трубу можно считать (фиг. 120-IV):

$$\zeta_{вх} = 0{,}20—0{,}25 \quad \ldots \quad (699)$$



Фиг. 120.

Наконец, если труба заделана не „за-под-лицо", а несколько вдвинута внутрь резервуара (фиг. 120-V), то при $l_0 < (2—3)\,d$ можно считать, что

$$\zeta_{вх} \cong 0{,}75, \quad \ldots \quad (700)$$

при $l_0 \geqslant 4d$ коэфициент сопротивления

$$\zeta_{вх} = 1{,}0 \quad \ldots \quad (701)$$

4°. **При выходе из трубы** в бак больших размеров, бассейн, реку или канал (фиг. 120-VI) потеря напора равна

$$h_{вых} = \zeta_{вых} \frac{V^2}{2g}, \quad \ldots \quad (702)$$

где V—скорость течения в трубе, причем непосредственно по теореме Borda находим, что

$$\zeta_{\text{вых}} = 1 \quad \ldots \ldots \quad (703)$$

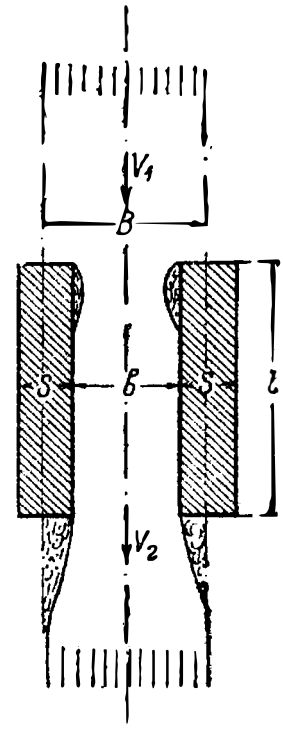
5°. Потеря в решетках. Вопрос о потерях напора в решетках наиболее важное значение имеет при проектировании гидросиловых установок, хотя иногда может встретиться и в области водоснабжения, ирригации и пр. По формуле Киршмера (Kirschmer), полученной им при опытах в Мюнхенском Гидравлическом Институте в 1926 г., для потери напора в вертикальных решетках ($h_{\text{реш}}$) имеем:

$$h_{\text{реш}} = \beta \left(\frac{s}{b}\right)^{4/3} \frac{V_1^2}{2g}, \quad \ldots \ldots \quad (704)$$

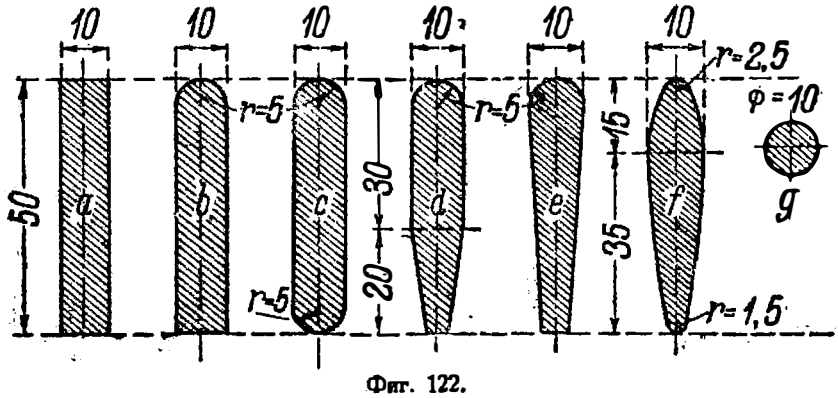
где обозначения ясны из фиг. 121; таким образом, для коэфициента сопротивления решетки можем написать

$$\zeta_{\text{реш}} = \beta \left(\frac{s}{b}\right)^{4/3}, \quad \ldots \ldots \quad (705)$$

причем β, не завися от отношения $\frac{s}{b}$, определяется лишь типом поперечного сечения стержней решетки [1]), как указано по Киршмеру в следующей таблице (обозначения типов сечений стержней пояснены на фиг. 122):



Фиг. 121.



Фиг. 122.

ТАБЛИЦА 76.

Тип сечения стержней решетки	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*
Коэфициент β	2,42	1,83	1,67	1,035	0,92	0,76	1,79

[1]) Подробнее о потере напора в решетках см.: 1) Проф. В. Т. Бовин, журнал „Гидротехническое Строительство", 1930 г., № 2 3; 2) Проф. И. В. Егиазаров, „Гидроэлектрические силовые установки", ч. II, ГНТИ, 1931, стр. 52. Отметим, что цифры, проставленные на фиг. 122, характеризуют лишь соотношение размеров поперечных сечений стержней решетки.

При наклонных решетках (под углом α к горизонту) коэфициент сопротивления уменьшается пропорционально синусу этого угла, т. е. в этом случае

$$\zeta_{реш} = \beta \sin \alpha \left(\frac{s}{b}\right)^{4/3} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (706)$$

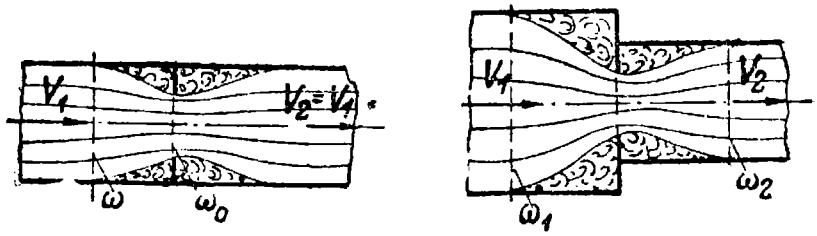
6°. Для диафрагмы в трубе постоянного сечения (фиг. 123, слева) по Вейсбаху имеем следующие значения коэфициента сопротивления ζ_0:

ТАБЛИЦА 77.

$\frac{\omega_0}{\omega}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ζ_0	226	47,8	17,5	7,80	3,75	1,80	0,80	0,29	0,06	0,00

7°. Для внезапного сужения с диафрагмой (фиг. 123, справа) по Вейсбаху следует различать два случая: а) случай „совершенного" сжатия ($\omega_1 > 20\omega_0$) и б) случай „несовершенного" сжатия ($\omega_1 < 20\omega_0$), где ω_0 — площадь отверстия диафрагмы.

В первом случае величину коэфициента сопротивления $\zeta_{в.\,с.\,д.}$ Вейсбах определяет таблицей:



Фиг. 123.

ТАБЛИЦА 78

$\frac{\omega_0}{\omega_2}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\zeta_{в.\,с.\,д.}$	232	51,0	19,8	9,61	5,26	3,08	1,88	1,17	0,73	0,48

Во втором случае коэфициент сопротивления $\zeta_{в.\,с.\,д.}$ определяется зависимостью:

$$\zeta_{в.\,с.\,д.} = \left(\frac{\omega_2}{\varepsilon\,\omega_0} - 1\right)^2, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (707)$$

где величина ε есть мера сжатия струи по выходе ее из отверстия диафрагмы и может быть названа „коэфициентом сжатия", причем значения ε определяются таблицей Вейсбаха:

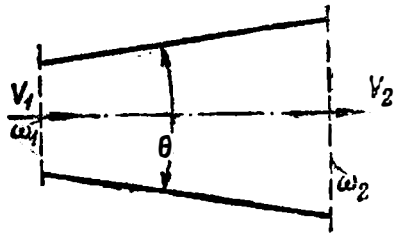
ТАБЛИЦА 79.

$\frac{\omega_1}{\omega_2}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ε	0,62	0,63	0,64	0,66	0,68	0,71	0,76	0,81	0,89	1,00

8°. Для переходных конусов (расходящихся) потеря напора $h_{пер}$ может быть определена по формуле (фиг. 124):

$$h_{пер} = \frac{k(V_1 - V_2)^2}{2g}, \quad \ldots \quad (708)$$

причем для коэфициента k приводим в таблице 80 средние численные значения из опытов Гибсона (Gibson)[1]). Зависимость (708) можно привести к типу формулы Вейсбаха:



Фиг. 124.

$$h_{пер} = \zeta'_{пер}\frac{V_1^2}{2g} = \zeta_{пер}\frac{V_2^2}{2g}, \quad \ldots \quad (709)$$

где

$$\left.\begin{aligned} \zeta'_{пер} &= k\left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2; \\ \zeta_{пер} &= k\left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (710)$$

ТАБЛИЦА 80.

Угол θ	Коэфициент k	Угол θ	Коэфициент k
5°	0,13	60°	1,12
10°	0,17	70°	1,13
15°	0,26	80°	1,10
20°	0,41	90°	1,07
30°	0,71	100°	1,06
40°	0,90	120°	1,05
45°	0,98	140°	1,04
50°	1,03	160°	1,02

[1]) Gibson, „Hydraulics and its Applications", London, 1930, Ch. V, § 44. Эти опыты произведены с круговыми переходными конусами; там же см. сводку опытных данных для расходящихся пирамидальных переходов прямоугольного сечения. Отметим, что несколько иные данные для коэфициента k находим у Кинга (King), „Handbook of Hydraulics", New York and London, 1929, p. 191.

9°. Резкий поворот на трубе постоянного диаметра (фиг. 125-I) по Вейсбаху:

$$\zeta_n = 0{,}946 \sin^2 \frac{\theta}{2} + 2{,}05 \sin^4 \frac{\theta}{2}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (711)$$

причем имеем:

ТАБЛИЦА 81.

θ	20°	40°	60°	80°	90°	100°	120°	140°
ζ_n	0,045	0,14	0,36	0,74	0,98	1,26	1,86	2,43

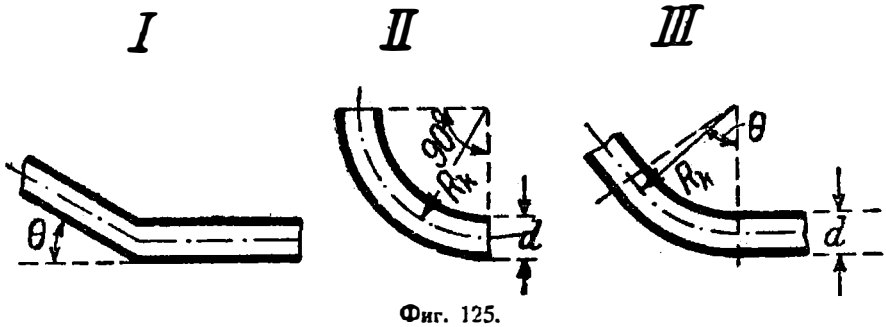
Для случая резкого поворота на трубе прямоугольного сечения Гибсон (Gibson) приводит [1]) следующие значения коэфициента сопротивления ζ_n:

ТАБЛИЦА 82.

θ	15°	30°	45°	60°	90°
ζ_n	0,025	0,11	0,26	0,49	1,20

10°. Для колена (плавного закругления) на круглой трубе (фиг. 125, II-III) по Вейсбаху имеем:

$$\zeta_k = \left[0{,}0835 + 1{,}18 \left(\frac{d}{R_k}\right)^{3{,}5}\right] \cdot \theta, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (712)$$



Фиг. 125.

если угол θ выражен в долях π; если же угол θ выражен в градусах, то

$$\zeta_k = \left[0{,}131 + 0{,}163 \left(\frac{d}{R_k}\right)^{3{,}5}\right] \cdot \frac{\theta^\circ}{90^\circ}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (713)$$

или

$$\zeta_k = \zeta_k' \frac{\theta^\circ}{90^\circ}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (714)$$

[1]) „Hydraulics and its Applications", London, 1930, Ch. X, § 88.

где ζ'_k определяется по таблице:

ТАБЛИЦА 83.

$\frac{d}{2R_k}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ζ'_k	0,13	0,14	0,16	0,21	0,29	0,44	0,66	0,98	1,41	1,98

Для трубы прямоугольного сечения, с размером b в плоскости закругления, Вейсбах дает такую формулу и таблицу:

$$\zeta_k = \left[0{,}124 + 3{,}104\left(\frac{b}{2R_k}\right)^{3{,}5}\right]\cdot\frac{\theta^\circ}{90^\circ} = \zeta'_k\cdot\frac{\theta^\circ}{90^\circ} \quad \ldots\ldots \quad (715)$$

ТАБЛИЦА 84.

$\frac{b}{2R_k}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ζ'_k	0,12	0,14	0,18	0,25	0,40	0,64	1,02	1,55	2,27	3,23

Приведенные формулы Вейсбаха для оценки потерь напора в коленах (плавных закруглениях) основаны на старых опытах Дюбюа (Dubuat) и самого Вейсбаха с трубами малых сечений и в настоящее время не могут быть признаны достаточными для практических расчетов. Отметим, однако, что вопрос о движении жидкости по закруглению представляется весьма сложным и вполне удовлетворительно не разрешен даже и позднейшими исследованиями [1]).

С этой оговоркой мы и приводим здесь кривые Кригера (Creager) для определения потерь напора в коленах круглых труб (фиг. 126—127); эти кривые составлены по более новым данным, и потому, можно думать, заслуживают предпочтения по сравнению с формулами Вейсбаха. Обозначая, как и ранее, коэфициент сопротивления для колена в 90° через ζ'_k и коэфициент сопротивления для колена с любым центральным углом θ—через ζ_k, по Кригеру можем написать:

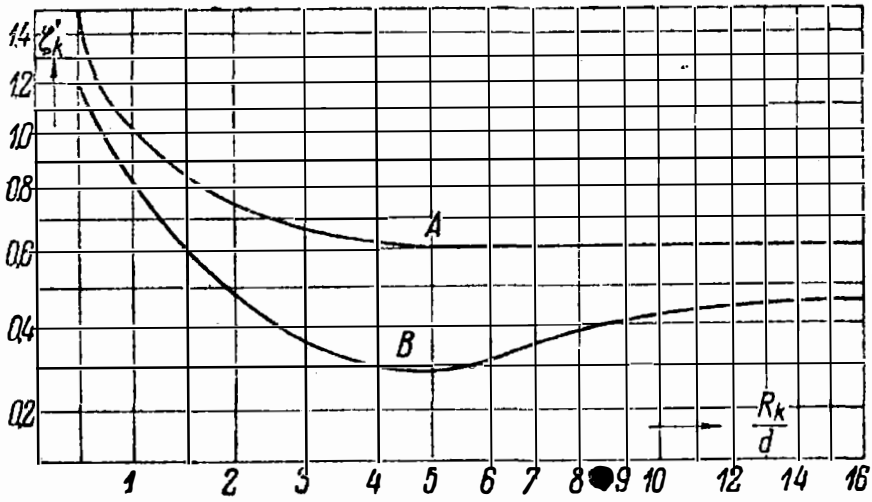
$$\zeta_k = a\zeta'_k, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (716)$$

где ζ'_k находим по фиг. 126 для данного отношения радиуса закругления R_k к диаметру трубы d, величину же a определяем по фиг. 127 для данного значения центрального угла колена θ. Поясним, что на фиг. 126 кривая A построена по опытным точкам, дающим наибольшие значения ζ'_k, а кривая B проведена по средним опытным значениям ζ'_k. Как видим из

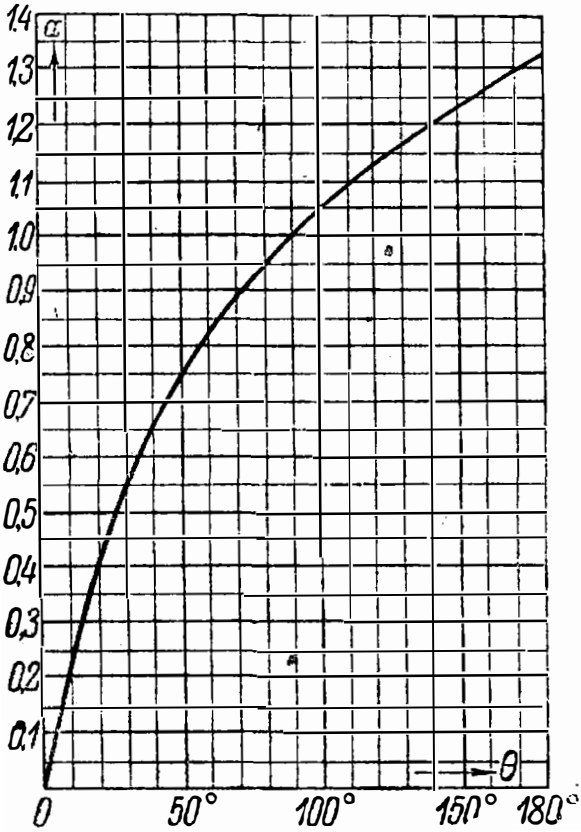
[1]) О таковых см., напр., у следующих авторов: 1) Creager and Justin, „Hydroelectric Handbook", New York, 1927, p. 118; 2) King, „Handbook of Hydraulics", New York and London, 1929, p. 193; 3) Gibson, „Hydraulics and its Applications", London, 1930, Ch. X, § 88.—Некоторые новые данные см. также в книге проф. В. Л. Александрова: „Техническая гидродинамика", Москва, 1932, Гос. авиац. и автотр. изд., стр. 134—139.

кривой B, наименьшие потери в коленах имеют место при радиусах закругления

$$R_k \cong (3-7)\, d, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (717)$$



Фиг. 126.



Фиг. 127.

что в общем подтверждается и опытами других исследователей; при соотношении (717) можно примерно считать

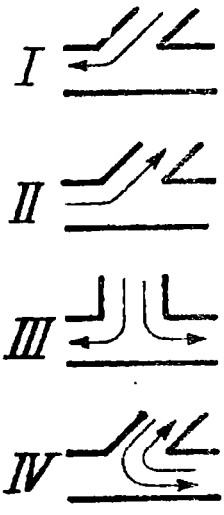
$$\zeta'_k \cong 0{,}33 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (718)$$

По мнению Кригера, для колен сварных труб величину ζ'_k следует увеличивать на 50% против определяемой по фиг. 126. Потери в коленах безнапорных водоводов, по тому же автору, можно находить, пользуясь кривой B (фиг. 126), с уменьшением на 50%. Что касается колен в прямоугольных трубах, то для них, за неимением специальных данных, повидимому, можно также применять формулу (716) и кривые, приведенные на фиг. 126—127, причем на фиг. 126 по оси абсцисс следует откладывать значения R_k/b, где b — размер поперечного сечения прямоугольной трубы в плоскости закругления.

Напомним, что вышеприведенными формулами и кривыми учитывается только влия-

ние искривления потока при движении его в пределах колена; потерю напора на трение по длине колена следует определять особо по тем же формулам, что и для прямолинейных труб, вводя в расчет длину ссевой линии закругления.

11°. Для фасонных частей труб примерные значения коэфициента сопротивления $\zeta_ф$ можно брать, как предложено Кригером[1]) для некоторых характерных схем (см. фиг. 128 и табл. 85); на этих схемах стрелками показано то направление течения, для которого приводятся значения коэфициента $\zeta_ф$; двойные стрелки на некоторых схемах обозначают, что коэфициент сопротивления дается для того и другого направления течения.

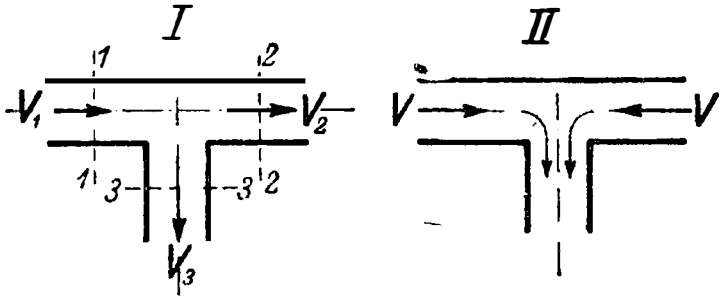


Фиг. 128.

ТАБЛИЦА 85.

Схема по фиг. 128	$\zeta_ф$
I	0,5
II	1,0
III	1,5
IV	3,0
V	0,05
VI	0.10
VII	0,15

К схемам Кригера добавим здесь еще две (фиг. 129). Для случая тройника, показанного по фиг. 129-I,



Фиг. 129.

по старым данным д'Обюиссона (d'Aubuisson) в прямом направлении, т. е. по отношению к скорости V_2, можно примерно считать

$$\zeta_ф = \eta^2 - 1, \quad \ldots \quad (719)$$

где

$$\eta = \frac{V_1}{V_2} = \frac{Q_1}{Q_2}, \quad \ldots \quad (720)$$

если Q_1 и Q_2 суть расходы воды соответственно в сечениях 1—1 и 2—2. В направлении отвода, т. е. по отношению к скорости V_3, по тем же данным

$$\zeta_ф \cong 2 \quad \ldots \quad (721)$$

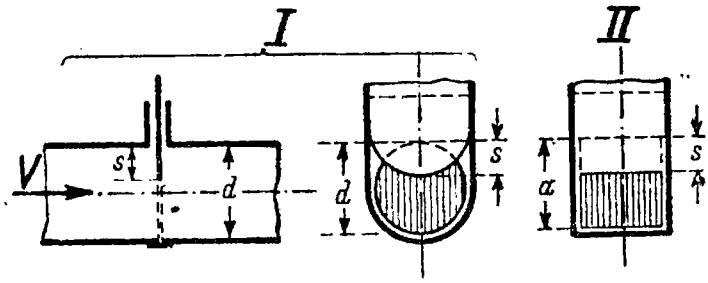
[1]) Creager and Justin, „Hydro-electric Handbook", New York, 1927, p. 120. Какого-либо пояснения к приводимым схемам фасонных частей Кригер не дает.

Для схемы двустороннего питания ответвления (фиг. 129-II) в практике применяется иногда ориентировочное значение

$$\zeta_\varphi \cong 3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (722)$$

§ 66. Продолжение (о местных потерях напора).

Приведем теперь имеющиеся опытные данные о гидравлических сопротивлениях (местных потерях напора), вносимых устраиваемыми на трубопроводах затворами разного рода, каковы: задвижка в круглой и прямоугольной трубе, кран (также в круглой и прямоугольной трубе), поворотный клапан, откидной шарнирный клапан, конический вентиль и пр. [1]). В заключение настоящего параграфа будет приведена краткая табличка средних эскизных данных для главнейших местных потерь напора.



Фиг. 130.

12°. При задвижке в круглой трубе коэфициент сопротивления $\zeta_з$ по опытам Вейсбаха и Грасгофа зависит от отношения $\frac{s}{d}$ (фиг. 130-I) и определяется таблицей:

ТАБЛИЦА 86.

Отношение $\frac{s}{d}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$
Отношение площадей соответств. сечений . .	1,000	0,948	0,856	0,740	0,609	0,466	0,315	0,159
Коэфициент $\zeta_з$	0,00	0,07	0,26	0,81	2,06	5,52	17,0	97,8

При задвижке в трубе прямоугольного сечения (фиг. 130-II) вместо этой таблицы имеем такую:

[1]) Нумерация отдельных пунктов настоящего параграфа является продолжением предыдущей (§ 65).

ТАБЛИЦА 87.

Отношение $\frac{s}{a}$	0	0,1	0,2	0 3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Отношение площадей соответств. сечений .	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Коэфициент $\zeta_з$	0,00	0,09	0,39	0,95	2,08	4,02	8,12	17,8	44,5	193,0

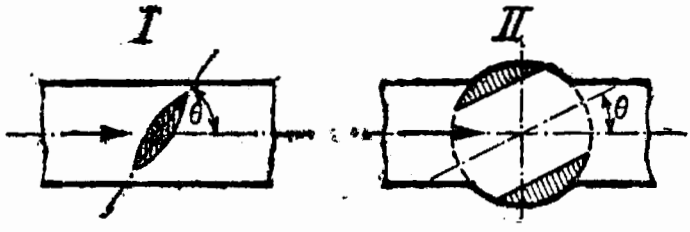
В приведенных двух таблицах для вполне открытой задвижки ($s = 0$) указано значение коэфициента $\zeta_з = 0$; однако, правильнее полагать при этом

$$\zeta_з = 0{,}05 - 0{,}10, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (723)$$

или по более подробным данным, применяемым в водоснабжении, считать, что для открытой задвижки на круглой трубе:

$$\left.\begin{aligned} &\zeta_з = 0{,}10 \text{ (при } d = 50-90 \text{ мм)};\\ &\zeta_з = 0{,}09 \text{ (при } d = 100-175 \text{ мм)};\\ &\zeta_з = 0{,}08 \text{ (при } d = 200-250 \text{ мм)};\\ &\zeta_з = 0{,}07 \text{ (при } d = 300 \text{ мм}). \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (724)$$

13°. Кран в круглой трубе (фиг. 131-I) может быть характеризован в отношении коэфициентов сопротивления $\zeta_{кр}$ следующими данными:



Фиг. 131.

ТАБЛИЦА 88.

Угол θ	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
Отношение площадей сечений .	0,926	0,850	0,772	0,692	0,613	0,535	0,458
Коэфициент $\zeta_{кр}$	0,05	0,29	0,75	1,56	3,10	5,47	9,68
Угол θ	40°	45°	50°	55°	60°	65°	82°
Отношение площадей сечений .	0,385	0,315	0,250	0,190	0,137	0,091	0
Коэфициент $\zeta_{кр}$	17,3	31,2	52,6	106	205	486	∞

По проф. Бахметеву для такого крана в среднем

$$\zeta_{кр} = 5—7 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (725)$$

Для крана в прямоугольных трубах:

ТАБЛИЦА 89.

Угол θ	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Отношение площадей сечений . .	0,93	0,85	0,77	0,69	0,60	0,52
Коэфициент $\zeta_{кр}$	0,05	0,31	0,88	1,84	3,45	6,15
Угол θ	35°	40°	45°	50°	55°	67°
Отношение площадей сечений . .	0,44	0,35	0,27	0,19	0,11	0
Коэфициент $\zeta_{кр}$	11,2	20,7	41,0	95,3	275	∞

14°. В поворотном (горловом) клапане коэфициент сопротивления $\zeta_{кл}$ зависит от угла поворота θ (фиг. 131-II):

ТАБЛИЦА 90.

Угол θ	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
Отношение площадей сечений	0,913	0,826	0,741	0,658	0,577	0,500	0,426
Коэфициент $\zeta_{кл}$	0,24	0,52	0,90	1,54	2,51	3,91	6,22
Угол θ	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°
Отношение площадей сечений	0,357	0,293	0,234	0,181	0,134	0,094	0,060
Коэфициент $\zeta_{кл}$	10,8	18,7	32,6	58,8	118	256	751

При $\theta = 90°$ будет, конечно, $\zeta_{кл} = \infty$.

15°. Для откидного шарнирного клапана (фиг. 132-I) по Грасгофу имеем:

ТАБЛИЦА 91.

θ	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°
$\zeta_{ш.к.}$	1,7	2,3	3,2	4,6	6,6	9,5	14	20	30	42	62	90

16°. Для конического вентиля [1]) (фигура 132-II)

$$\zeta_в = (1{,}537\frac{\omega}{\omega_0} - 1)^2 \quad . \quad . \quad . \quad (726)$$

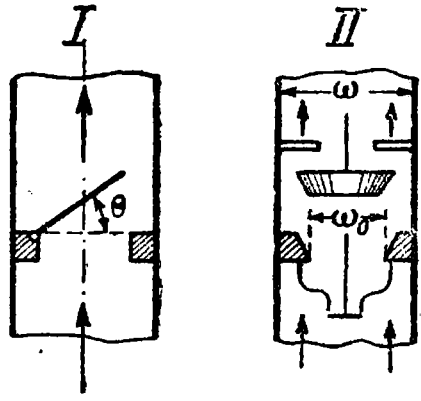
17°. Для входа в заборную трубу (сетка с запорным клапаном) в зависимости от конструкции можно полагать:

$$\zeta_{заб} = 5 - 10 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (727)$$

По проф. А. А. Сурину [2]) имеем такие коэфициенты сопротивления:

ТАБЛИЦА 92.

Внутр. диаметр всасывающей трубы (*мм*)	Коэфициент сопротивления	
	Пятовой всасывающий клапан	Обратный клапан
50	10	18
63	9	15
76	8	10
89	7,5	9
100	7	8
125	6,5	7
150	6	6,5
175	5,6	6
200	5,2	5,5
250	4,4	4,5
300	3,7	3,5



Фиг. 132.

18. Дополнительные замечания о сопротивлении затворов. В пунктах 12°—17° настоящего параграфа приведены имеющиеся данные о коэфициентах сопротивления в задвижках, кранах и клапанах, причем следует отметить, что данные эти были получены путем опытов лишь при небольших диаметрах труб. В связи с этим некоторые гидравлики не видят особой надобности делать различие между типами вышеуказанных затворов в отношении создаваемых ими местных потерь напора и дают для приближенных расчетов при наличии „местных препятствий" на трубопроводах лишь одну таблицу значений коэфициентов сопротивления. Приводим здесь по Кингу [3]) такую „обезличенную" таблицу 93,

ТАБЛИЦА 93.

Отношение $\frac{\omega}{\omega_0}$	1,05	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,5
Коэфиц. сопротивления	0,10	0,19	0,42	0,96	1,54	2,17	2,70	3,27	4,00
Отношение $\frac{\omega}{\omega_0}$	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	∞
Коэфиц. сопротивления	5,06	6,75	8,01	9,40	10,4	11,3	12,5	13,5	∞

[1]) Более подробные данные о сопротивлении тарельчатых насосных клапанов по опытам Баха можно найти в „Гидравлике" проф. А. И. Астрова, Москва, 1909, стр. 239–241.

[2]) „Водоснабжение", ч. II, 1932, стр. 186—187.

[3]) King, „Handbook of Hydraulics," New York and London, 1929, p. 193, p. 253

в которой ω обозначает площадь сечения трубопровода, ω_0 — площадь живого сечения потока при прохождении его через „местное препятствие" (затвор).

Для затворов типа „Батерфляй" („Butterfly") и системы Джонсона, при наибольшем их открытии можно указать следующие данные [1]).

Обозначая для первого из названных затворов коэфициент сопротивления через ζ_B, по опытам Доу (Daw) имеем:

$$\zeta_B = \frac{t}{d}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (728)$$

где d—диаметр затвора, t—толщина диска его, причем соответствующая местная потеря напора

$$h_B = \zeta_B \frac{V^2}{2g}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (729)$$

если V—скорость течения в нестесненном сечении трубопровода.

Для затвора системы Джонсона коэфициент сопротивления обозначим через $\zeta_Д$, причем по Кригеру

$$\zeta_Д = \frac{0.123}{\sqrt[3]{d}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (730)$$

где d—диаметр трубопровода у низового конца затвора, выражаемый в метрах; по тому же диаметру рассчитывается и скорость течения для определения величины соответствующей потери напора $h_Д$ по формуле Вейсбаха:

$$h_Д = \zeta_Д \frac{V^2}{2g}. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (731)$$

19°. В заключение этого параграфа приведем **краткую табличку средних данных** о главнейших местных потерях напора, составленную и упрощенную нами для предварительных, весьма эскизных подсчетов.

ТАБЛИЦА 94.

Средние эскизные данные для местных потерь напора.

№№ по пор.	Наименование „местного препятствия"	Коэф. сопротивления
1	Вход в трубу без скругления кромки входного отверстия .	$\zeta_{вх} = 0{,}5$
2	То же, но при хорошо скругленной кромке	$\zeta_{вх} = 0{,}1$
3	То же, что в № 1, но при слегка скругленной кромке входного отверстия	$\zeta_{вх} = 0{,}25$
4	Выход из трубы в бак больших размеров, бассейн или реку	$\zeta_{вых} = 1{,}0$
5	Резкий поворот трубы без переходного закругления, при угле поворота $\cong 90°$	$\zeta_{пов} = 1{,}25 - 1{,}5$
6	Колено (плавное закругление) на трубе с углом $\theta = 90°$, при $R_к \geqslant 2d$ (см. фиг. 125-II)	$\zeta_к = 0{,}5$
7	То же, но при оптимальном соотношении: $R_к \cong (3-7)\,d$ . .	$\zeta_к = 0{,}3$
8	Задвижка на круглой трубе при среднем открытии	$\zeta_з = 2{,}0$
9	Открытая задвижка на круглой трубе	$\zeta_з = 0{,}10$
10	Кран (по Бахметеву)	$\zeta_{кр} = 5-7$
11	Вход в заборную водопроводную трубу (предохранительная сетка с запорным клапаном)	$\zeta_{заб} = 5-10$

[1]) Creager and Justin, „Hydro-electric Handbook", New York, 1927, p. 120—121; p. 378 [illegible]

§ 67. Сложение потерь напора.

Если на данном участке трубы постоянного диаметра имеется несколько местных потерь (т. е. труба, например, имеет n колен, n_1 — кранов и т. д.), то сумма их может быть выражена так:

$$\sum h_j = \frac{V^2}{2g}(\zeta_{вх} + n\zeta_k + n_1\zeta_{кр} + \dots) = \frac{V^2}{2g}\sum \zeta_j \quad \dots\dots (732)$$

Если в формуле типа Дарси обозначим:

$$\frac{\lambda l}{d} = \zeta_l, \quad \dots\dots (733)$$

называя ζ_l коэфициентом сопротивления на трение по длине, то, складывая потери напора на трение по длине для данного участка трубы и все местные его потери, получим для полной потери напора h_w выражение:

$$h_w = h_l + \sum h_j = \frac{V^2}{2g}\left(\zeta_l + \sum \zeta_j\right) = \zeta_s \frac{V^2}{2g}, \quad \dots\dots (734)$$

где

$$\zeta_s = \zeta_l + \sum \zeta_j \quad \dots\dots (735)$$

Таким образом, коэфициент ζ_s характеризует полную потерю напора или полное гидравлическое сопротивление на данном участке трубы, с имеющимися на этом участке „местными препятствиями" различного рода. Для величины ζ_s проф. Бахметевым предложено название „коэфициента сопротивления системы".

Полученная формула (734) дает выражение для полной потери напора некоторого участка трубопровода постоянного сечения; если же, положим, трубопровод состоит из нескольких участков различных сечений, то вместо (734) будет, очевидно:

$$h_w = \sum \zeta_l \frac{V^2}{2g} + \sum \zeta_j \frac{V^2}{2g}, \quad \dots\dots (736)$$

где V — соответствующие каждому участку скорости.

В этом последнем случае нередко оказывается более удобным выразить все потери (как h_l, так и h_j) в долях только одного какого-либо скоростного напора, т. е. в долях напора, соответствующего скорости на каком-либо одном участке. Для этого все остальные скорости следует выразить через скорости этого „основного" участка.

Для пояснения возьмем поток, показанный на фиг. 133, в части его от начального сечения A до данного сечения $x-x$, и выразим все скорости через скорость, положим, третьего участка V_3, пользуясь выражением начала неразрывности:

$$\omega_1 V_1 = \omega_2 V_2 = \omega_3 V_3, \quad \dots\dots (737)$$

откуда

$$V_1 = \frac{\omega_3}{\omega_1} V_3; \qquad V_2 = \frac{\omega_3}{\omega_2} V_3 \quad \dots\dots (738)$$

Называя здесь отношение площади сечения основного участка ω_3 к площадям ω_1 и ω_2 через δ_1 и δ_2, т. е. полагая:

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \delta_1; \qquad \frac{\omega_3}{\omega_2} = \delta_2, \quad \dots\dots (739)$$

вместо (738) получим:

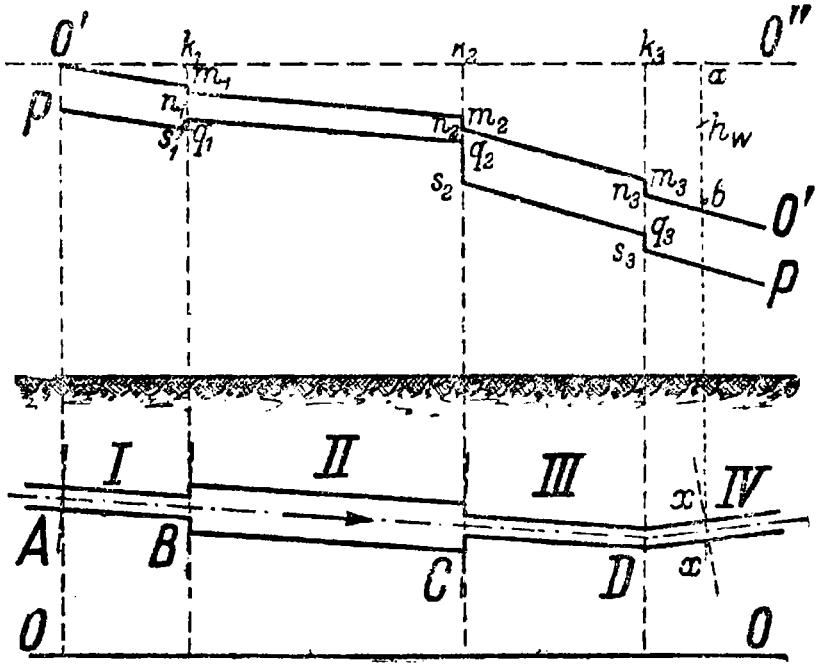
$$V_1 = \delta_1 V_3; \qquad V_2 = \delta_2 V_3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (740)$$

Обозначая теперь коэфициенты сопротивлений по длине I, II, III участка соответственно через $\zeta_f^{(1)}$, $\zeta_f^{(2)}$ и $\zeta_f^{(3)}$, можем для суммы потерь по длине этих участков от сечения A до сечения $x-x$ написать:

$$\sum h_f = \zeta_f^{(1)} \frac{V_1^2}{2g} + \zeta_f^{(2)} \frac{V_2^2}{2g} + \zeta_f^{(3)} \frac{V_3^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots (741)$$

или, в виду (740),

$$\sum h_f = \left(\zeta_f^{(1)} \delta_1^2 + \zeta_f^{(2)} \delta_2^2 + \zeta_f^{(3)}\right) \frac{V_3^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (742)$$



Фиг. 133.

Для суммы же местных потерь, встречающихся от сечения A до сечения $x-x$, в нашем примере по ф-ле Вейсбаха имеем (см. фиг. 133):

$$\sum h_j = \zeta_{в.р.} \frac{V_2^2}{2g} + \zeta_{в.с.} \frac{V_3^2}{2g} + \zeta_{п.} \frac{V_3^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots (743)$$

или, опять-таки в виду (740),

$$\sum h_j = (\zeta_{в.р.} \delta_2^2 + \zeta_{в.с.} + \zeta_{п.}) \frac{V_3^2}{2g}. \quad \ldots\ldots\ldots (744)$$

Таким образом, в данном случае для общей потери h_w будет:

$$h_w = \left[\left(\zeta_f^{(1)} \delta_1^2 + \zeta_f^{(2)} \delta_2^2 + \zeta_f^{(3)}\right) + \left(\zeta_{п.р} \delta_2^2 + \zeta_{в.с.} + \zeta_{п.}\right)\right] \frac{V_3^2}{2g} \quad \ldots\ldots (745)$$

В более сложных случаях, когда местные потери существуют и на первом участке и когда число участков, положим, равно n, а число местных

препятствий" равно m, вместо (745) получим соответственно и более сложное выражение, которое символически представится так:

$$h_w = \left\{ \sum_{k=1}^{k=n} \zeta_f^{(k)} \delta_k^2 + \sum_{k=1}^{k=m} \zeta_j^{(k)} \delta_k^2 \right\} \cdot \frac{V_{\text{осн}}^2}{2g}, \quad \ldots\ldots (746)$$

где $\zeta_f^{(k)}$ и $\zeta_j^{(k)}$ суть обозначения для коэфициентов сопротивлений по длине и местных, причем значок (k) указывает номер участка или номер „местного препятствия", и суммирование производится в первой сумме, стоящей в фигурных скобках, от $k=1$ до $k=n$, а во второй — от $k=1$ до $k=m$; через $V_{\text{осн}}$ обозначается скорость на основном участке.

Выражение, стоящее в фигурных скобках в (746), можем для краткости обозначить одной буквой, — положим ζ_s, т. е.

$$\zeta_s = \sum_{k=1}^{k=n} \zeta_f^{(k)} \delta_k^2 + \sum_{k=1}^{k=m} \zeta_j^{(k)} \delta_k^2, \quad \ldots\ldots\ldots (747)$$

или подробнее:

$$\zeta_s = (\zeta_f^{(1)} \delta_1^2 + \zeta_f^{(2)} \delta_2^2 + \ldots + \zeta_f^{(n)} \delta_n^2) + (\zeta_j^{(1)} \delta_1^2 + \zeta_j^{(2)} \delta_2^2 + \ldots + \zeta_j^{(m)} \delta_m^2); \quad \ldots\ldots (748)$$

При сокращенном обозначении ζ_s, вместо (746) будет:

$$h_w = \zeta_s \frac{V^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (749)$$

где скорость на основном участке для простоты обозначена через V.

Таким образом, по (749) мы получили, что полная потеря напора h_w выражается, как некоторая доля скоростного напора на основном участке. Зависимость (749) можно назвать обобщенной формулой Вейсбаха. Входящий в нее коэфициент ζ_s характеризует полную потерю напора на данной совокупности различных участков потока, с имеющимися на них „местными препятствиями"; для величины ζ_s, конечно, можно сохранить, как и выше, название коэфициента сопротивления системы.

Отметим теперь, что указанное сложение потерь напора того и другого рода практически необходимо лишь тогда, когда та и другая их часть, т. е. Σh_f и Σh_j, являются величинами одного и того же порядка по своему численному значению. Понятно, однако, что в длинных потоках преобладание потерь на сопротивление по длине настолько велико, что по сравнению с ними местными потерями часто можно пренебрегать. Но при сравнительно коротких потоках нередки случаи, когда местные потери примерно того же порядка, что и потери по длине; для наиболее коротких потоков местные потери могут значительно преобладать, и тогда, наоборот, можно пренебрегать потерями h_f. Каких-либо „норм" для характеристики „длинных" и „коротких" потоков дать нельзя: при практических расчетах часто совершенно очевидно, надо ли считать поток длинным или коротким; если же такой очевидности нет, то приходится сначала хотя бы грубо подсчитать величину тех и других потерь, и тогда уже рассматривать поток, как „длинный", либо как „короткий".

Вопрос о местных потерях напора большое практическое значение может иметь при расчете сравнительно коротких водопроводных и иных труб, водонапорных галлерей разного рода (например, в судоходных шлюзах) и др. водоводов, имеющих на небольшой длине значительное количество поворотов

кранов, резких изменений сечения и т. д.; сюда относятся некоторые виды труб под насыпями дорог и каналов, дюкера, сифоны и пр. Когда влияние местных потерь невелико, но мы все же не желаем ими вовсе пренебрегать, то можно оценивать их лишь приблизительно; обыкновенно при этом на местные потери прибавляют 5—10% от потерь на трение по длине, так что

$$h_w \cong (1{,}05 - 1{,}10) \sum h_l \quad \ldots\ldots\ldots \quad (750)$$

Не следует думать, что сложение потерь напора h_l на трение по длине трубопровода и местных потерь h_l возможно производить лишь при применении для h_l формулы типа Дарси (588), — такое сложение потерь напора весьма просто возможно осуществить и в том случае, если потеря h_l определяется по основной зависимости (571). Для этого нужно представить формулу Вейсбаха (691) в следующем виде:

$$h_j = \zeta_j \frac{V^2}{2g} = \frac{\zeta_j}{2g\omega^2} Q^2, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (751)$$

где ω — живое сечение, в котором скорость $= V$.

При этом для полной потери напора h_w на участке трубы постоянного диаметра d, т. е. с постоянной площадью поперечного сечения ω, вместо (734) получим:

$$h_w = h_l + \sum h_j = \left\{ \frac{l}{K^2} + \frac{1}{2g\omega^2} \sum \zeta_j \right\} Q^2, \quad \ldots\ldots \quad (752)$$

или короче:

$$h_w = A_s Q^2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (753)$$

где

$$A_s = \frac{l}{K^2} + \frac{1}{2g\omega^2} \sum \zeta_j \quad \ldots\ldots\ldots \quad (754)$$

Если трубопровод состоит из нескольких участков различных диаметров d и, следовательно, имеет различные площади сечения ω, то вместо (746) будет:

$$h_w = \left\{ \sum \frac{l}{K^2} + \frac{1}{2g} \sum \frac{\zeta_j}{\omega^2} \right\} Q^2, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (755)$$

или

$$h_w = A_s Q^2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (756)$$

где

$$A_s = \sum \frac{l}{K^2} + \frac{1}{2g} \sum \frac{\zeta_j}{\omega^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (757)$$

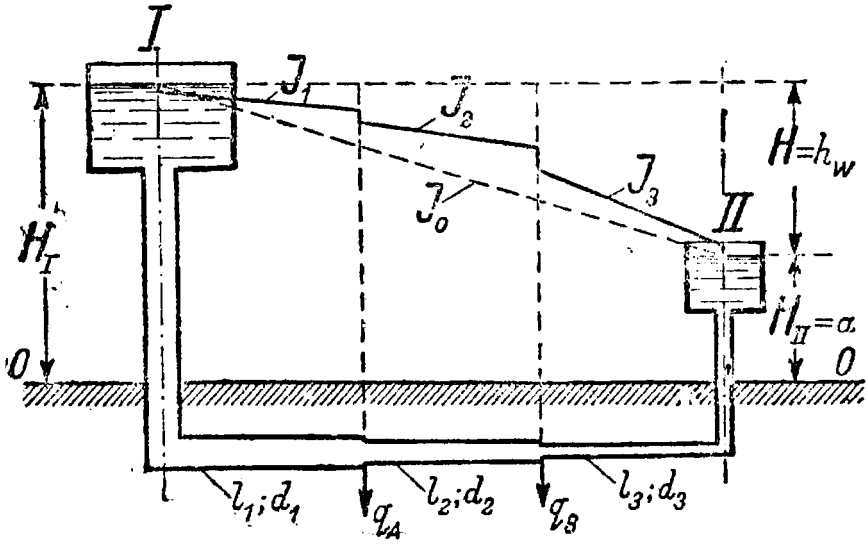
§ 68. Простой водопровод.

Водопровод без боковых ответвлений, ведущий жидкость из верхнего резервуара I в нижний резервуар II (фиг. 134) или же выпускающий жидкость (фиг. 135) в атмосферу, — называется простым в отличие от сложного, характеризуемого наличностью ответвлений. Простой водопровод вообще может состоять из нескольких участков разных диаметров d и длин l; на фиг. 134—135 показано для примера три таких участка. Будем обозначать: длины через l, площади сечения — через ω, диаметры — через d (с соответствующими значками: 1, 2, 3 и т. д.).

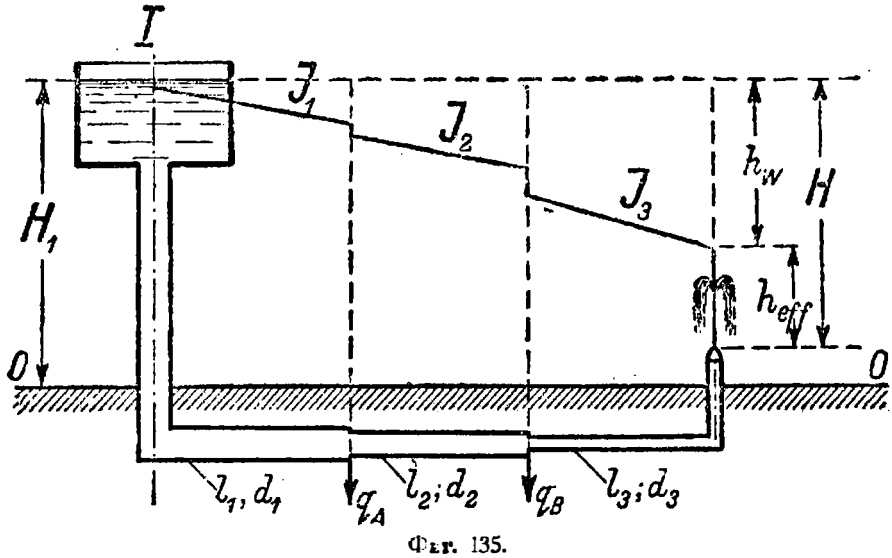
Применение уравнения Бернулли в данном случае показывает, что напор H при истечении под уровень (в бак сравнительно больших размеров и т. п.) затрачивается целиком на сопротивления (по длине и местные), а при истечении в атмосферу — на сопротивления и создание скорости при выходе из конечного отверстия. При этом будет:

1) при истечении в нижний бак (фиг. 134):

$$H = h_w = \sum h_l + \sum h_j; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (758)$$



Фиг. 134.



Фиг. 135.

2) при истечении в атмосферу через некоторое „отверстие" (напр., насадка фонтана, разборный кран и т. д.), находящееся на нижнем конце трубопровода (фиг. 135):

$$H = h_w + \frac{V_a^2}{2g\,\mu^2} = \sum h_l + \sum h_j + \frac{V_a^2}{2g\,\mu^2}, \quad \ldots\ldots \quad (759)$$

где V_a — скорость в выходном отверстии, μ — так называемый, „коэфициент расхода" этого отверстия, зависящий от типа последнего. На фиг. 135 величина h_{eff} есть та часть напора, которая сохраняется перед выходным отверстием; эта часть напора и идет на образование скорости V_a, причем

$$h_{eff} = \frac{V_a^2}{2g\mu^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (760)$$

так что уравнение (759) можно написать в виде:

$$H = \Sigma h_f + \Sigma h_j + h_{eff} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (761)$$

Эти общие уравнения простого водопровода и служат для решения различных практических задач; потери напора h_f и h_j приходится при этом выражать в более явной форме — либо через расход, либо через скорость в трубопроводе. Рассмотрим подробнее получаемые при этом зависимости для случая, когда в отдельных точках водопровода нет разбора воды, т. е. если (см. по фиг. 134—135) $q_A = 0$, $q_B = 0$ и т. д., так что проходящий из бака I в бак II расход Q постоянен по всей длине водопровода.

а) При выражении потерь через расход Q имеем вместо (758)—(759) на основании § 67:

$$1)\ h_w = H = Q^2 \left\{ \sum \frac{l}{K^2} + \frac{1}{2g} \sum \frac{\zeta_j}{\omega^2} \right\}; \quad \ldots\ldots \quad (762)$$

$$2)\ h_w = H = Q^2 \left\{ \sum \frac{l}{K^2} + \frac{1}{2g} \sum \frac{\zeta_j}{\omega^2} + \frac{1}{2g\mu^2\omega_a^2} \right\}, \quad \ldots\ldots \quad (763)$$

где ω_a — площадь выходного отверстия.

б) При выражении потерь через скорость надо по § 67 прежде всего взять скорость $V_{осн}$ на одном из участков („основной участок"), к которой и „привести" все остальные скорости, пользуясь зависимостью:

$$Q = \omega_1 V_1 = \omega_2 V_2 = \ldots \omega_n V_n = \omega_a V_a,$$

где ω_a — площадь выходного отверстия, если оно имеется (фиг. 135). При этом получим вместо (758)—(759):

$$1)\ h_w = H = \frac{V_{осн}^2}{2g} \left\{ \sum \frac{\lambda l}{d} \delta^2 + \sum \zeta_j \delta^2 \right\}; \quad \ldots\ldots \quad (764)$$

$$2)\ h_w = H = \frac{V_{осн}^2}{2g} \left\{ \sum \frac{\lambda l}{d} \delta^2 + \sum \zeta_j \delta^2 + \delta_a^2 \right\}, \quad \ldots\ldots \quad (765)$$

где для какого-либо участка $\delta = \frac{\omega_{осн}}{\omega}$, для выходного же отверстия

$$\delta_a = \frac{\omega_{осн}}{\mu\omega_a}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (766)$$

причем $\omega_{осн}$ есть площадь сечения „основного участка".

Предыдущие зависимости значительно упрощаются, если можно пренебречь местными потерями. При этом вместо (762) получим:

$$H = Q^2 \sum \frac{l}{K^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (767)$$

с вместо (763):

$$H = Q^2 \left\{ \sum \frac{l}{K^2} + \frac{1}{2g\mu^2\omega_a^2} \right\} \quad \ldots\ldots\ldots (768)$$

При приближенном учете местных потерь напора по (750), вместо (767) можно написать:

$$H = (1{,}05 - 1{,}10)\, Q^2 \sum \frac{l}{K^2}; \quad \ldots\ldots\ldots (769)$$

аналогично перепишется и формула (768).

В связи со сказанным в § 62 и в настоящем параграфе, легко понять ход решения **основных задач** на простой водопровод (длины l даны во всех задачах).

1-я **задача** (даны: Q и все диаметры d, в том числе и диаметр выходного отверстия d_a; найти H) решается непосредственно по (762)—(763) или (764)—(765).

2-я **задача** (даны: H и все диаметры; найти Q) решается по тем же зависимостям, удобнее по (762)—(763).

3-я **задача**: (даны Q, H и d_a; найти все d). Обращаясь к зависимостям (762)—(763), видим, что общая величина выражения в скобках легко находится, ибо H и Q известны; по этой величине и необходимо **подобрать** диаметры d. Однако такая задача неопределенна (можно подобрать довольно много комбинаций диаметров, удовлетворяющих указанному условию); на практике ставится еще требование **экономичности** подбора диаметров, для чего должно быть: $\Sigma ld = \text{minim}$. При этом практически и получается определенное решение. Если имеем только один участок ($d = \text{const}$), то, конечно, задача решается без этого условия. Заметим, что при решении 3-й задачи можно **предварительно** пользоваться зависимостями (767)—(768).

Ясно, как упрощаются названные задачи, если можно пренебречь местными потерями.

В заключение этого параграфа остановимся вкратце на том случае простого водопровода, **когда в отдельных точках его имеется разбор воды**; т. е. $q_A \neq 0$, $q_B \neq 0$ и т. д. (см. фиг. 134 и фиг. 135).

Общие зависимости (758)—(759) сохраняются и для этого случая, но вместо (762)—(763) соответственно будет:

$$1)\ h_w = H = \sum \frac{lQ^2}{K^2} + \frac{1}{2g} \sum \zeta_j \frac{Q^2}{\omega^2}; \quad \ldots\ldots\ldots (770)$$

$$2)\ h_w = H = \sum \frac{lQ^2}{K^2} + \frac{1}{2g} \sum \zeta_j \frac{Q^2}{\omega^2} + \frac{Q_a^2}{2g\mu^2\omega_a^2}, \quad \ldots\ldots (771)$$

где через Q обозначены **различные** расходы на отдельных участках трубопровода, Q_a — расход через выходное отверстие (фиг. 135).

Если можно пренебречь местными потерями напора, то при истечении **в нижний бак** получим вместо (770) более простое выражение:

$$H = \sum \frac{lQ^2}{K^2}, \quad \ldots\ldots\ldots (772)$$

что для конкретного случая трубопровода из трех участков (фиг. 134) более наглядно можно написать в виде:

$$H = \frac{l_1 Q_1^2}{K_1^2} + \frac{l_2 Q_2^2}{K_2^2} + \frac{l_3 Q_3^2}{K_3^2} \quad \ldots\ldots\ldots (773)$$

Соответственно при истечении в атмосферу (фиг. 135) вместо (771) будет:

$$H=\sum\frac{lQ^2}{K^2}+\frac{Q_a^2}{2g\mu^2\omega_a^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (774)$$

Указанные выше в настоящем параграфе три основные задачи на простой водопровод несколько усложняются при условии $q_A \neq 0$, $q_B \neq 0$, но общий ход их решения остается прежним, почему не будем здесь на этом останавливаться подробнее.

§ 69. Формулы для простого водопровода постоянного диаметра и их практические предложения.

Когда простой водопровод состоит только из трубы постоянного диаметра d, что в различных практических вопросах встречается весьма часто, то в качестве расчетной зависимости очень удобно пользоваться формулой для расхода в виде:

$$Q=\mu_s\omega\sqrt{2gH}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (775)$$

где H — действующий напор для этого водопровода (см., например, фиг. 136); коэфициент μ_s именуется коэфициентом расхода системы аналогично коэфициенту ζ_s, причем

$$\mu_s=\sqrt{\frac{1}{\zeta_s}} \text{ (при истечении под уровень)} \quad \ldots (776)$$

$$\mu_s=\sqrt{\frac{1}{1+\zeta_s}} \text{ (при истечении в атмосферу)} \quad \ldots (776')$$

Так как коэфициент сопротивления системы ζ_s выражается (§ 67) зависимостью (735) или

$$\zeta_s=\frac{\lambda l}{d}+\sum\zeta_j, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (777)$$

то для коэфициента μ_s вместо (776) — (776') соответственно имеем:

$$\mu_s=\frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda l}{d}+\sum\zeta_j}}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (778)$$

$$\mu_s=\frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda l}{d}+\sum\zeta_j+1}} \quad \ldots\ldots\ldots (778')$$

Коэфициент скорости системы для рассматриваемого трубопровода $=\varphi_s=\mu_s$, причем

$$V=\varphi_s\sqrt{2gH} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (779)$$

Значения λ, которые в среднем можно принимать при приближенных расчетах, для труб из различных материалов указаны в конце § 60. Точнее эти значения следует определять, помня, что $\lambda=\frac{8g}{C^2}$.

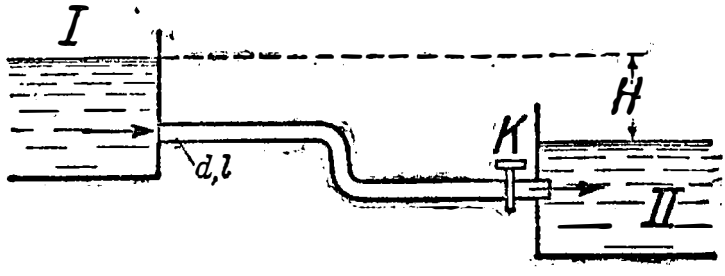
Приведенные здесь зависимости для простого водопровода необходимы при расчете разного рода одиночных труб, работающих под напором, сифонов,

дюкеров, водоспусков из водохранилищ, заборных труб и т. д. [1]). Мы остановимся, для пояснения приемов расчета, лишь на трех типичных случаях расчета: для одиночной трубы под напором, для сифонной трубы и для напорной трубы под насыпью.

1°. Расчет одиночной трубы, работающей под напором. Одна из типичных схем таких труб показана на фиг. 136, причем длина l обычно известна; из остальных трех элементов: H, Q и d два заданы, один же является искомым.

1) Если при данных d и H необходимо найти пропускаемый трубою расход Q, то прежде всего по (777) находим ζ_s, затем μ_s по (778) и, наконец, по (775) непосредственно определим Q.

2) Если по данным d и Q требуется определить необходимый напор H, то, опять таки, предварительно найдя ζ_s и μ_s, обращаемся к уравнению (775), где единственным неизвестным будет искомое H.



Фиг. 136.

3) Наконец, когда по заданным Q и H требуется рассчитать диаметр d, то вопрос решается подбором, а именно — из (775) имеем:

$$\frac{Q}{\sqrt{2gH}}\text{ (величина известная)} = \mu_s \omega = f(d), \quad \ldots\ldots \quad (780)$$

где и подбираем d таким образом, чтобы удовлетворить этому условию, причем удобно применять графический прием решения. Для этого задаемся различными величинами диаметров:

$$d = d_1,\ d_2,\ d_3 \text{ и т. д.} \quad \ldots\ldots \quad (781)$$

и вычисляем соответствующие значения коэфициентов μ_s по (776) и площадей сечения $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$, после чего находим соответствующие каждому из диаметров (781) значения функции $f(d) = \mu_s \omega$, причем будем иметь

$$f(d_1),\ f(d_2),\ f(d_3) \text{ и т. д.;} \quad \ldots\ldots \quad (781')$$

откладывая величины (781) как абсциссы, а величины (781') как ординаты, строим по получаемым точкам кривую, по которой, зная ординату $= \frac{Q}{\sqrt{2gH}}$, найдем соответствующую абсциссу, т. е. искомый диаметр трубы.

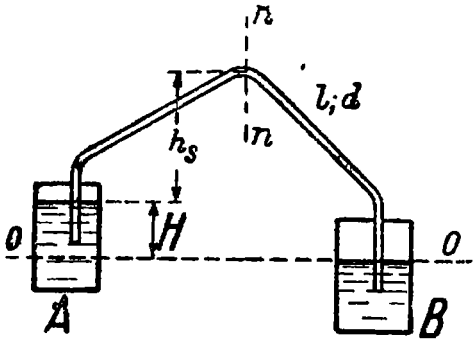
2°. Расчет сифонов. Схема представлена на фиг. 137, где даны и обозначения. Обычно при расчете известен пропускаемый расход Q, а также

[1]) Некоторые из случаев приложения теории простого водопровода весьма изящно и ясно рассмотрены в курсе „Гидравлики" проф. Бахметева (по изд. 1932 г. см., напр., стр. 164—168)

длина сифона l; требуется найти: а) либо H (при данном d); б) либо d (при данном H).

Первый вопрос решается весьма просто: находим μ_s по (778), после чего H определится из (775), где все остальные величины известны.

Второй вопрос решается подбором, как в предыдущем случае (п. 1°,3).



Фиг. 137.

Полученное d, вообще говоря, приходится округлять; следует при этом проверять получаемую в сифоне скорость (не должна быть > наибольшей допустимой).

При расчете сифонов необходимо считаться с величиной получаемого в нем вакуума (Vac). При этом для наиболее „невыгодного" сечения (например, n-n на фиг. 137) можно написать

$$\text{Vac} = h_s + (1+\zeta'_s)\frac{V^2}{2g}; \quad \ldots \quad (782)$$

где ζ'_s — коэфициент сопротивления системы до сечения $n-n$. Практически допускается вакуум не более 6—7 $м$; по (782) мы и можем найти наибольший вакуум в сифоне, зная h_s и d, или же, задаваясь вакуумом и зная d, найти допустимое при этом h_s. Сказанным очерчивается лишь сущность расчета сифонов.

3°. Гидравлический расчет напорных труб под насыпями. Обычно задача состоит в том, что требуется найти диаметр трубы d и глубину воды с верховой стороны, причем l, Q и h_e известны (см. фиг. 220 в главе VIII). По соображениям, указанным в § 109, задача эта рассматривается нами в главе VIII.

§ 70. Некоторые случаи сложного водопровода.

Не рассматривая здесь сложных сетей труб, остановимся лишь на двух случаях сложного водопровода: а) задаче о трех резервуарах и б) случае разветвления труб.

а) Задача о трех резервуарах. Комбинация 3 резервуаров показана на фиг. 138. Даны напоры H_1, H_2, H_3, длины l_1, l_2, l_3, диаметры d_1, d_2, d_3; требуется выяснить работу этой системы, т. е. найти направление течения в трубах, расходы в них Q_1, Q_2, Q_3 и пьезометрические линии.

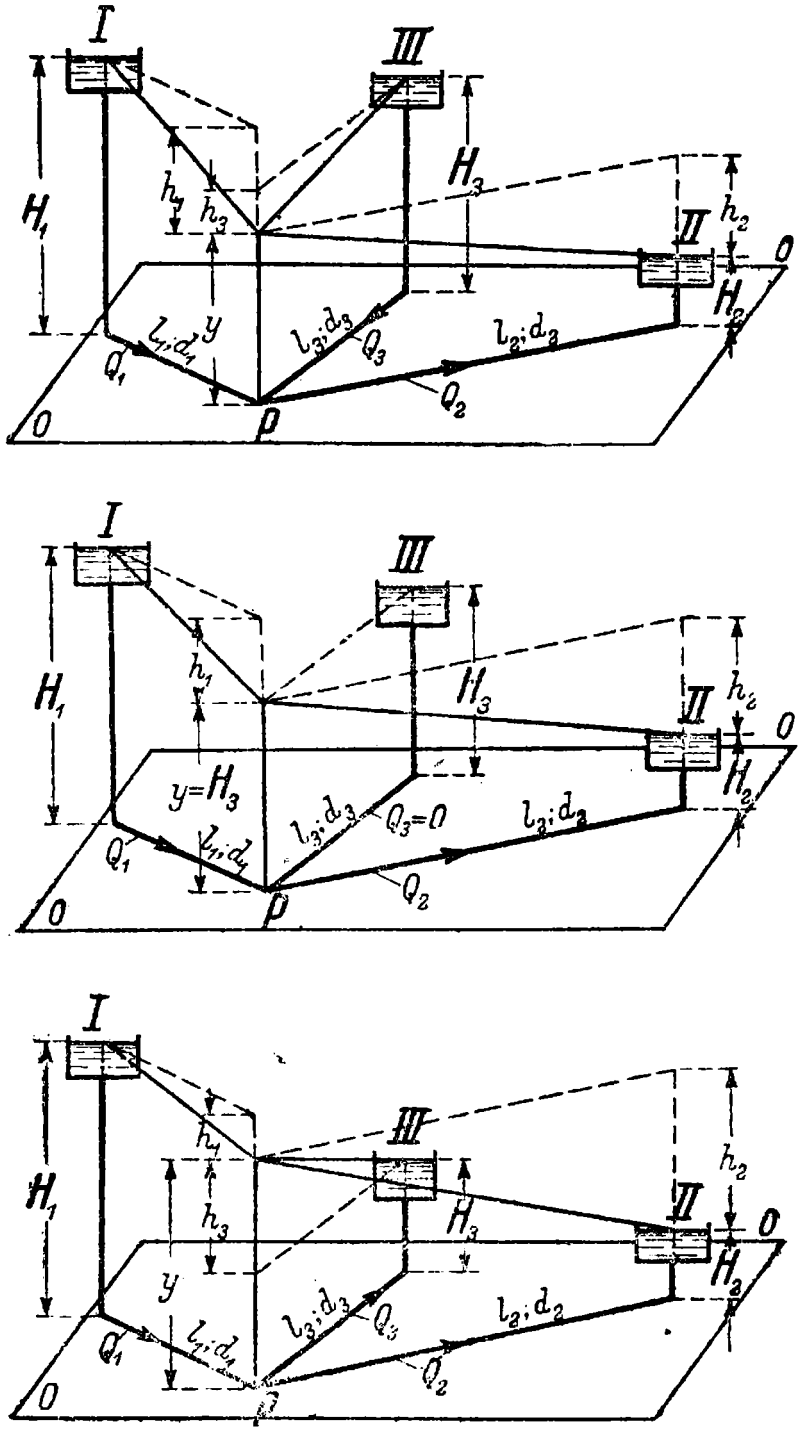
Можно показать, что направление течения определяется условиями:

$$\frac{H_1 - H_3}{l_1} K_1^2 \lessgtr \frac{H_3 - H_2}{l_2} K_2^2, \quad \ldots \quad (783)$$

причем резервуар III является питающим, бездействующим или питаемым в зависимости от того, какой из трех знаков соединяет эти два выражения (в них K_1 и K_2 — модули расхода линий l_1 и l_2).

Для доказательства (783) прежде всего положим, что мы имеем схему (фиг. 138-В), когда резервуар III бездействует, т. е.

$$y = H_3, \quad \ldots \quad (784)$$



Фиг. 138.

причем имеем:

$$Q_1^2 = J_1 K_1^2 = \frac{H_1 - H_3}{l_1} K_1^2; \quad \ldots\ldots\ldots (785)$$

$$Q_2^2 = J_2 K_2^2 = \frac{H_3 - H_2}{l_2} K_2^2, \quad \ldots\ldots\ldots (786)$$

где для схемы B, очевидно,

$$Q_1 = Q_2, \quad \ldots\ldots\ldots (787)$$

а потому из (785) — (786) получим:

$$\frac{H_1 - H_3}{l_1} K_1^2 = \frac{H_3 - H_2}{l_2} K_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots (788)$$

Теперь нетрудно видеть, что когда резервуар III является питающим (фиг. 138 А), то

$$\frac{H_1 - H_3}{l_1} K_1^2 < \frac{H_3 - H_2}{l_2} K_2^2; \quad \ldots\ldots\ldots (789)$$

если же резервуар III является питаемым (фиг. 138-С), то будет:

$$\frac{H_1 - H_3}{l_1} K_1^2 > \frac{H_3 - H_2}{l_2} K_2^2, \quad \ldots\ldots\ldots (790)$$

чем и доказываются условия (783).

Когда течение происходит по схеме A, то, обозначив чере y неизвестный напор в точке P, можем написать:

$$\left.\begin{aligned} H_1 - y &= \frac{l_1 Q_1^2}{K_1^2}; \\ y - H_2 &= \frac{l_2 Q_2^2}{K_2^2}; \\ H_3 - y &= \frac{l_3 Q_3^2}{K_3^2}; \\ Q_1 + Q_3 &= Q_2; \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots\ldots (791)$$

из этих четырех уравнений и находим неизвестные: y, Q_1, Q_2, Q_3, после чего нетрудно определить потери напора h_1, h_2, h_3 и построить пьезометрические линии.

При схеме B расход Q_1 ($= Q_2$) легко получить непосредственно по (785) или (786).

Наконец, имея схему C для определения четырех неизвестных (y, Q_1, Q_2, Q_3) решаем систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} H_1 - y &= \frac{l_1 Q_1^2}{K_1^2}; \\ y - H_2 &= \frac{l_2 Q_2^2}{K_2^2}; \\ y - H_3 &= \frac{l_3 Q_3^2}{K_3^2}; \\ Q_1 &= Q_2 + Q_3, \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots\ldots (792)$$

после чего находим потери напора (h_1, h_2, h_3) и строим пьезометрические линии.

При приведенном выше рассмотрении вопроса мы пренебрегали местными потерями напора, т. е. для каждой из линий l_1, l_2, l_3 пользовались формулой:

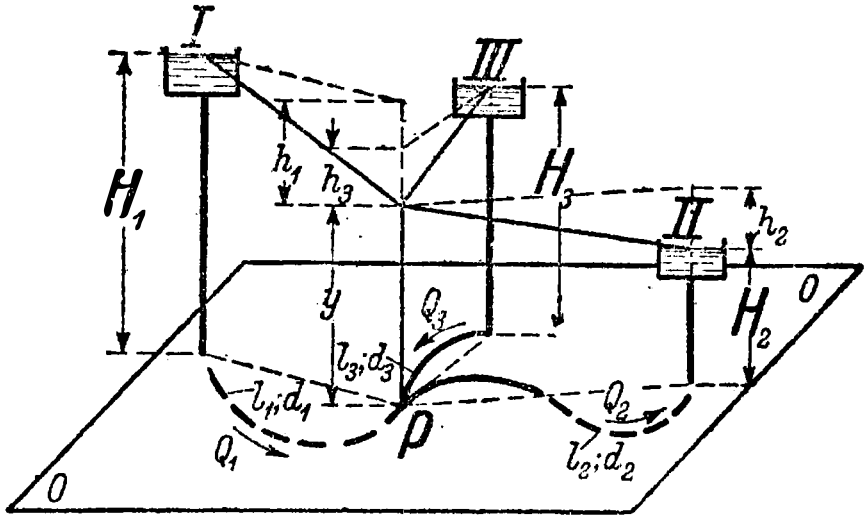
$$h_w \cong h_l = \frac{l\,Q^2}{K^2}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (793)$$

вместо чего, однако, можно по (750) применять и формулу:

$$h_w = (1{,}05 - 1{,}10)\,h_l = (1{,}05 - 1{,}10)\,\frac{l\,Q^2}{K^2}, \quad \ldots\ldots\ldots (794)$$

условия (783) останутся при этом в прежнем виде, но уравнения: (791) — (792), а также (785) — (786) несколько изменятся в соответствии с (794), что понятно без дальнейших пояснений.

Наконец, отметим, что на фиг. 138 показаны горизонтальные части линий l_1, l_2 и l_3 в плоскости $O-O$ (для упрощения чертежей), что, однако, не суще-



Фиг. 139.

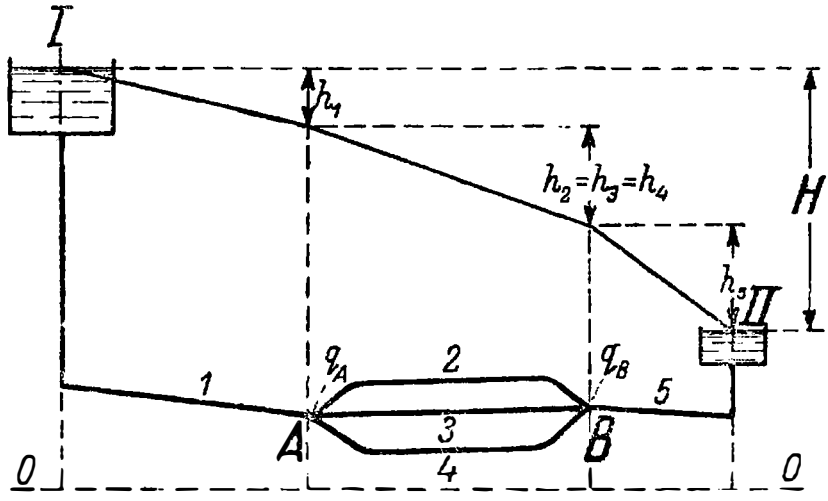
ственно. Решение вопроса не изменится и при схеме, показанной на фиг. 139, заменяющей фиг. 138-А, если плоскость $O-O$ рассматривать как плоскость сравнения, от которой производится отсчет напоров.

б) Случай разветвления труб. Имеем систему, показанную на фиг. 140; линия 1 в точке A разветвляется на три направления (2, 3 и 4), которые в B вновь сливаются в одну линию 5. Дан напор H, длины и диаметры труб и узловые расходы: q_A (из точки A) и q_B (из точки B); требуется найти расходы воды во всех трубах и построить пьезометрические линии.

Исходим из того соображения, что потери напора по разветвлениям 2, 3, 4 — одинаковы. Имеем:

$$\left.\begin{aligned} &Q_1 = q_A + Q_2 + Q_3 + Q_4;\\ &Q_2 + Q_3 + Q_4 = q_B + Q_5;\\ &\frac{l_2\,Q_2^2}{K_2^2} = \frac{l_3\,Q_3^2}{K_3^2} = \frac{l_4\,Q_4^2}{K_4^2};\\ &\frac{l_1\,Q_1^2}{K_1^2} + \frac{l_2\,Q_2^2}{K_2^2} + \frac{l_5\,Q_5^2}{K_5^2} = H. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (795)$$

Из этих пяти уравнений находим пять расходов, после чего весьма просто найти потери напора h_1, $h_2 = h_3 = h_4$ и h_5.



Фиг. 140.

§ 71. Непрерывный расход. Правило Дюпюи.

Если вода из трубопровода расходуется во многих точках его (например, у каждого дома), то для упрощения расчета полагают, что расходование происходит по пути непрерывно, причем на единицу длины трубопровода приходится q куб. единиц. Для расчета берется при этом так называемый „эквивалентный" расход Q_l, который относится уже ко всему участку, т. е. предполагается постоянным на всем участке. Он определяется из того условия, чтобы на данном участке длиною l и диаметром d такой расход Q_l дал ту же потерю напора, что и непрерывный расход, составляющий q куб. единиц на единицу длины участка. Можно показать, что

$$Q_l = 0{,}55\,ql = \sim 0{,}5\,ql \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (79б)$$

Если, кроме „непрерывного" расхода в трубе, имеется еще и „транзитный" расход Q_t, т. е. целиком идущий на питание дальнейших участков, то расчетный расход будет

$$Q = Q_t + Q_l = Q_t + 0{,}55\,ql \cong Q_t + 0{,}5\,ql \quad \ldots\ldots \quad (79в)$$

Этот расход Q и вводится в вышеприведенные формулы (для потерь напора и пр.).

Перейдем теперь к правилу Дюпюи (Dupuit). Применение правила может быть полезно при длинных трубопроводах, состоящих из участков различных диаметров; для облегчения расчетов такой трубопровод заменяется трубой постоянного диаметра. Эта труба называется „эквивалентною"; она должна дать ту же потерю напора, что и действительно имеющийся трубопровод. При этом можно итти двумя путями: 1) взять длину L эквивалентной трубы равной действительной длине всех участков данного трубопровода ($L = \Sigma l$) и найти ее диаметр d_r („приведенный" диаметр); 2) или взять для эквивалентной трубы какой-либо диаметр d_0 (например, один из диаметров трубопровода или некоторый средний из них) и найти „приведенную" длину ее L_r.

Если трубопровод имеет, положим, n участков различных диаметров, по которым проходит **один и тот же расход** Q, то потеря напора в таком трубопроводе будет (местными потерями пренебрегаем):

$$h_w = \sum h_l,$$

где для h_l можно взять **второй вид** основной формулы потери напора по длине трубопровода, т. е. формулу (578), причем имеем:

$$h_w = \sum \frac{lQ^2}{ad^5} = Q^2 \sum \frac{l}{ad^5} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (798)$$

Обращаемся теперь к первому и второму пути для получения размеров эквивалентной трубы постоянного диаметра.

1) При длине эквивалентной трубы $L = \Sigma l$, **„приведенный" диаметр** ее d_r определяется зависимостью:

$$\frac{LQ^2}{a_r d_r^5} = Q^2 \sum \frac{l}{ad^5}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (799)$$

или

$$\frac{\Sigma l}{a_r d_r^5} = \sum \frac{l}{ad^5}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (800)$$

где величины a и a_r выражаются на основании (577). Пренебрегая изменением этих величин с изменением диаметра (а следовательно — и гидравлического радиуса) трубы, из (800) имеем, как первое приближение:

$$d_r = \sqrt[5]{\frac{\Sigma l}{\sum \frac{l}{d^5}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (801)$$

2) Для определения **„приведенной длины"** L_r эквивалентного трубопровода при постоянном диаметре его $= d_0$ (см. выше) получим вместо (800) зависимость:

$$\frac{L_r}{a_0 d_0^5} = \sum \frac{l}{ad^5}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (802)$$

откуда, опять-таки пренебрегая изменением величин a и a_0 с изменением диаметра, находим:

$$L_r = \sum l \left(\frac{d_0}{d}\right)^5, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (803)$$

или подробнее:

$$L_r = l_1 \left(\frac{d_0}{d_1}\right)^5 + l_2 \left(\frac{d_0}{d_2}\right)^5 + \ldots l_n \left(\frac{d_0}{d_n}\right)^5 \quad \ldots\ldots\ldots (803')$$

Зависимости (801) и (803) и являются выражением **правила Шапюи**.

Эти зависимости можно уточнить, не делая вышеуказанного пренебрежения относительно изменения величин: a, a_r и a_0, и пользуясь, положим,

формулой Маннинга для коэфициента Шези C, входящего в формулу (577). Тогда вместо (801) и (803) соответственно получим [1]):

$$1)\quad d_r = \sqrt[5{,}33]{\frac{\Sigma l}{\sum \frac{l}{d^{5}}}}; \qquad (804)$$

$$2)\quad L_r = \sum l \left(\frac{d_0}{d}\right)^{5{,}33} \qquad (805)$$

Определив соответствующий размер эквивалентной трубы (т. е. d_r по первому приему или L_r по второму приему), в дальнейшие расчеты вводим полученную трубку постоянного диаметра. Какому из указанных **двух приемов** следует отдать предпочтение, зависит от характера расчетов, которые приходится производить с данным трубопроводом.

Заметим, что правило Дюпюи может быть выражено не только при пользовании **вторым видом** основной зависимости для h_l (как обычно указывается в руководствах по водоснабжению), но и при применении **первого вида** для этой зависимости, т. е. формулы (571). В последнем случае вместо указанных выше выражений для d_r и L_r получим:

$$1)\quad K_r^2 = \frac{\Sigma l}{\sum \frac{l}{K^2}}; \qquad (806)$$

$$2)\quad L_r = K_0^2 \sum \frac{l}{K^2} = \sum l \left(\frac{K_0}{K}\right)^2 \qquad (807)$$

В этих зависимостях K_r есть модуль расхода для трубы „приведениого" диаметра d_r; K_0 — модуль расхода для трубы диаметром d_0 (см. выше); прочие обозначения понятны без пояснений. Значения K^2 и K_0^2 берутся по соответствующим таблицам (табл. 53 или 54). Длина L_r по (807) находится непосредственно; что же касается диаметра d_r, то его находим, зная K_r^2 из (806), причем приходится пользоваться интерполяцией или графическим построением для зависимости квадрата модуля расхода от диаметра трубы (на основании таблиц для K^2).

§ 72. Краткие указания о гидравлическом расчете частей водопроводной сети.

Изложенные выше гидравлические формулы находят обширные применения при проектировании водопроводов. Не входя в подробности, что относится уже к области водоснабжения, мы дадим здесь лишь **некоторые весьма краткие указания** о гидравлическом расчете частей водопроводной сети.

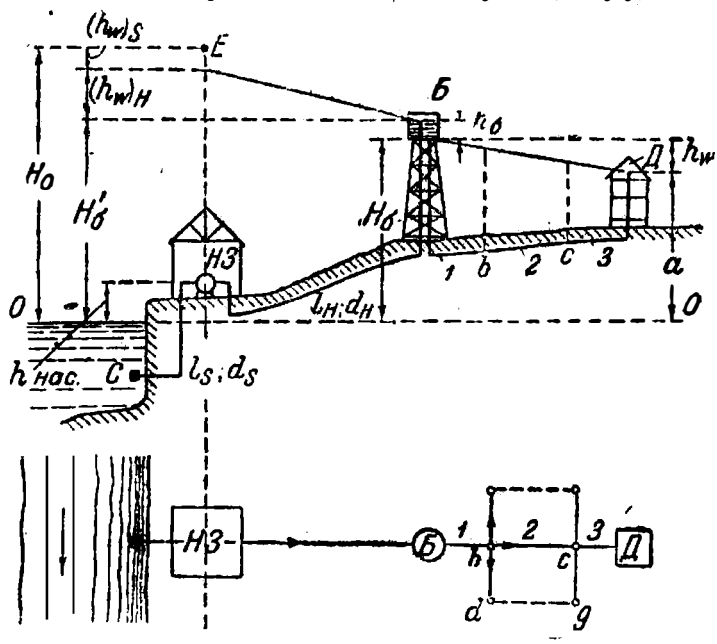
Сущность дела может быть пояснена на типовом случае, представленном на фиг. 141. Здесь C—$H.\,З.$ есть всасывающая линия, $H.\,З.$ — $Б$ — напорная линия, $Б$ — $Д$ — разводящая сеть; далее, C — сетка (с запорным клапаном) на всасывающей трубе, $H.\,З.$ — насосное здание, $Б$ — напорная башня с баком, $Д$ — одно из зданий, куда подается вода. Расходы, длины,

[1]) При применении нашей ф-лы (307) для C, в зависимостях (804) и (805) вместо числа 5,33 будет: $5 + 2y$.

диаметры и скорости будем обозначать соответственно так: для всасывающей линии — через Q_s, l_s, d_s, V_s; для напорной — $Q_н$, $l_н$, $d_н$, $V_н$; для разводящей сети — через Q, l, d, V со значками, которыми обозначается номер участка.

Гидравлический расчет для рассматриваемого случая может вестись следующим образом.

а) **Разводящая сеть.** Возьмем незамкнутую сеть (см. план ее на фиг. 141). Обычно даются: длины ее участков (l_1, l_2, ...), расходы в узловых точках (q_b, q_c ... и т. д.), необходимый минимальный напор (a) в сети, считаемый над некоторой горизонтальной плоскостью $O-O$ (например, над уровнем воды в источнике водоснабжения, как показано на фиг. 141). Требуется найти: диаметры сети и необходимую высоту установки бака $H_б$.



Фиг. 141.

Прежде всего определяются расходы Q_1, Q_2 и т. д. на отдельных участках (по расходам q_b, q_c и т. д.); затем, задаваясь расчетным значением скорости V в сети ($V=0{,}8-1{,}2$ *м/сек* [1]), в среднем $V\sim 1$ *м/сек*), находим диаметры d:

$$Q=\frac{\pi d^2}{4}V, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (808)$$

откуда

$$d=\sqrt{\frac{4Q}{\pi V}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (809)$$

Эти диаметры округляем до имеющихся в сортаменте. Для определения $H_б$ напишем, пренебрегая местными сопротивлениями, выражение потери напора h_w для наиболее „невыгодной точки" (например, $Д$ на фиг. 141):

$$h_w=\frac{l_1Q_1^2}{K_1^2}+\frac{l_2Q_2^2}{K_2^2}+\frac{l_3Q_3^2}{K_3^2}=\text{вообще}\ \sum\frac{lQ^2}{K^2}, \quad \ldots\ldots (810)$$

[1]) При расчетах на тушение пожаров и наполнение тендеров на ж.-д. станциях берутся другие нормы скорости (см. курсы водоснабжения).

или, приближенно учитывая местные потери:

$$h_w = (1{,}05 - 1{,}10) \sum \frac{l Q^2}{K^2}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (811)$$

после чего имеем:

$$H_б = a + h_w \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (812)$$

б) Напорная линия. Можно различать два способа расчета напорной линии: 1) по средней скорости; 2) экономический. Мы ограничимся здесь лишь первым способом [1]).

В этом способе в качестве расчетного значения скорости берется примерно: $V_н = 1$ *м/сек*, после чего подбирается диаметр:

$$d_н = \sqrt{\frac{4 Q_н}{\pi V_н}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (813)$$

и находится потеря напора $(h_w)_н$ по известным уже формулам ($Q_н$, $l_н$ — известны).

в) Всасывающая линия. Диаметр ее d_s подбирается по расходу Q_s и допустимой в ней скорости $V_s = 0{,}75 - 1{,}0$ *м/сек* (лучше меньший предел); Q_s дано. Затем следует определить высоту установки насоса $h_{нас}$ из зависимости:

$$\text{Vac} = h_{нас} + (1 + \zeta_s) \frac{V_s^2}{2g}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (814)$$

где допустимый вакуум в насосе не $> 6 - 7$ *м*. Наконец, находим потерю напора во всасывающей трубе $(h_w)_s$.

Отметим, что находимые потери напора послужат и для определения мощности двигателей у насосов; действительная („эффективная") высота подъема воды H_0 равна

$$H_0 = H_б' + (h_w)_н + (h_w)_s = H_б + h_б + (h_w)_н + (h_w)_s, \quad \ldots \ldots \quad (815)$$

причем $h_б$ есть глубина воды в баке.

Дадим теперь некоторые дополнительные указания о расчете разводящей сети.

Иногда при расчете сети может встретиться случай, когда дан начальный и конечный напор и требуется определить диаметры (расходы на участках известны). Здесь только вкратце поясним этот случай, пользуясь фиг. 134. Удобнее всего предварительно найти средний пьезометрический уклон $J_0 = \frac{H}{\Sigma l}$, затем для каждого участка определить соответствующий модуль расхода $K = \frac{Q}{\sqrt{J_0}}$ и по этому модулю подобрать диаметры (например, по табл. 53 — 54). При этом в табл. 53 — 54 вообще не будем иметь точно требуемые модули K, но можем найти для каждого участка лишь ближайшие к ним: $K' < K$ и $K'' > K$, коим соответствуют диаметры d' и d''. Надо выбрать такую комбинацию диаметров, чтобы для всей рассматриваемой линии труб (в нашем примере для трех участков) было $\Sigma ld = \text{minimum}$ (условие экономичности), причем, конечно, выбираются лишь такие комбинации диаметров, для которых сумма потерь напора не больше H.

---

[1]) „Экономические" расчеты водопроводных линий см. в руководствах по водоснабжению.

Сделаем в заключение краткое замечание о замкнутой сети. Пример замкнутой простейшей сети получим, если на плане (фиг. 141) проведем показанные пунктиром линии *ef* и *dg*. В этом случае расчет усложняется, иногда весьма значительно (подробнее см. в курсах водоснабжения). В качестве предварительного приема можно пользоваться таким: в магистральном кольце befcgdb (считая линию *bc* за второстепенную) задаемся некоторой „раздельной" точкой (например, „*c*"), т. е. такой, в которой встречаются „токи воды", разветвляющиеся в точке „*b*"; для той же точки „*c*" следует задаться и распределением расходов, питающих эту точку по линиям *fc* и *gc*. После этого, взяв линию *Бbefc* и *Бbdgc*, сводим вопрос к незамкнутой сети. Если раздельная точка выбрана правильно, то падение напора по обеим этим линиям должно быть одинаково или, практически, почти одинаково. Очевидно, этого можно добиться лишь путем попыток.

§ 73. Замечания о расчете различных напорных водоводов.

Помимо расчета круглых напорных труб в узком смысле этого слова, в гидротехническом проектировании нередко встречается необходимость также и в гидравлическом расчете различных других напорных водоводов, к каковым, напр., относятся: напорные туннели водоспусков и водоприемников из водохранилищ; штольни давления гидросиловых установок; заборные галлереи, устраиваемые при водоснабжении из рек, озер и прудов; различного рода дюкера и сифоны некруглого сечения; водопроводные галлереи в судопропускных шлюзах и пр. К числу напорных водоводов особого типа можно отнести также и канализационные коллектора, когда, при известных условиях, допускается их работа как напорных труб.

1°. **Для круглых напорных водоводов** сохраняются, конечно, те же основные расчетные зависимости, как и для круглых труб в узком смысле [1]). При этом для расчета напорных водоводов, имеющих внутреннюю поверхность, обделанную бетоном, железобетоном, железом и сталью, можно пользоваться соответственно теми же формулами, которые указаны выше в § 60 (формулы Скобея и Хэзен-Вильямса). Если же условия производства работ или характер обделки водоводов по ее качеству или материалу не соответствуют описанию, приведенному в таблицах § 60, то значение коэфициента шероховатости n можно брать по соображению с таблицами § 44 (глава V) и определять коэфициент Шези C по формуле Гангилье-Куттера или по формуле

$$C = \frac{1}{n} \cdot R^{y}.$$

В частности отметим, что в тех случаях, когда определяются потери напора по длине h_l в напорных туннелях, проведенных в необлицованной скале, то в расчетах следует принимать по Кригеру

$$n = 0{,}035 - 0{,}040,$$

как и указано в § 56, гл. V. При заделке бетоном более заметных впадин на поверхности таких туннелей значение коэфициента шероховатости можно брать $n = 0{,}030$. Напомним, далее, что для напорных водосточных коллекторов, применяя формулу Куттера (или сокращенную формулу Гангилье-Куттера), следует пользоваться для коэфициента шероховатости значением $k = 0{,}30$ ($n = 0{,}013$).

[1]) Основные задачи для круглых напорных водоводов — те же, что и в § 62.

Укажем, что для напорных туннелей, обделанных бетоном или железо-бетоном, Кригер (Creager) рекомендует[1]) не формулу Скобея, а формулу Хэзен-Вильямса (см. § 59), при следующих значениях входящих в нее коэфициентов C_{HW} или C' (первый — для футов, второй — для метров):

а) При наилучшем бетоне, прочных металлических формах, смазанных маслом, при полном отсутствии отдельных просадок обделки:

при наилучшем производстве работ . . $C_{HW}=150$; $C'=127$;
расчетное среднее значение . . . . . $C_{HW}=140$; $C'=118$;
при относительно низком качестве производства работ . . . . . $C_{HW}=120$; $C'=100$.

б) При деревянных формах, с учетом возможности некоторых просадок форм при бетонировании:

при наилучшем производстве работ . . $C_{HW}=130$; $C'=110$
среднее расчетное значение . . . . . $C_{HW}=120$; $C'=100$,
при низком качестве производства работ $C_{HW}=90$; $C'=75$.

в) Если можно ожидать отложения насосов по названным туннелям, то по Кригеру следует вышеуказанные значения C_{HW} или C' уменьшать примерно на следующие величины:

при наилучшем производстве работ . . . . . на 15%;
при среднем качестве производства работ . . „ 12%;
при низком качестве производства работ . . . „ 10%.

Для расчета указанных напорных водоводов по формуле Хэзен-Вильямса может служить данный в § 60 график (фиг. 115), на котором для таких водоводов добавлены пунктиром две линии ($d=5$ *м* и $d=6$ *м*).

2°. Некруглые напорные водоводы в отношении гидравлического расчета подчиняются общим зависимостям, данным в § 33 и в несколько преобразованном виде приведенным в § 57 настоящей главы. Напомним, что для потери напора h_f будет:

$$h_f=\frac{lQ^2}{K^2} \text{ или } h_f=\frac{lV^2}{W^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (816)$$

где модуль расхода K и модуль скорости W определяются по известным уже формулам:

$$\left.\begin{aligned} K&=\omega C\sqrt{R}\,;\\ W&=C\sqrt{R}\,,\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (817)$$

в соответствии с геометрической формой поперечного сечения водовода при сплошном его заполнении, что не требует здесь дальнейших пояснений. Для непосредственного выражения пьезометрического уклона J служат известные формулы:

$$\left.\begin{aligned} J&=\frac{V^2}{C^2R};\\ J&=\frac{Q^2}{K^2};\\ J&=\frac{V^2}{W^2}.\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (818)$$

Общий ход решения основных задач по некруглым напорным водоводам в основном тот же, что и для круглых труб (§ 62).

[1]) Creager and Justin, „Hydro-electric Handbook", New York, 1927, p. 130.

Для определения коэфициента C при некруглых поперечных сечениях формулы Скобея не предназначаются автором их; поэтому для напорных водоводов с бетонными и железобетонными стенками или такой же обделкой следует определять C по формуле Гангилье-Куттера или же по нашей формуле (307), выбирая значения коэфициента n, как указано в предыдущем пункте настоящего параграфа (т. е. по данным, приведенным в § 44). Для напорных туннелей в скале без обделки и с грубой обделкой и для некруглых напорных водосточных коллекторов значения n берутся также по предыдущему пункту (п. 1°) настоящего параграфа. Для деревянных водозаборных галлерей при водоснабжении из рек, озер и прудов значения коэфициента шероховатости n следует брать по данным для деревянных лотков (§ 44, глава V).

Отметим, что для обделанных бетоном или железобетоном напорных гидротехнических туннелей и напорных штолен гидросиловых установок при некруглом их сечении (каковое, впрочем, редко в этих случаях встречается) можно пользоваться и рекомендуемой Кригером формулой Хэзен-Вильямса с теми значениями C_{HW} или C', которые указаны в предыдущем пункте настоящего параграфа. При этом может быть применен и график, представленный на фиг. 115, для чего, зная гидравлический радиус R данного некруглого сечения, следует найти соответствующий диаметр d „эквивалентного" круглого сечения:

$$d = 4R, \quad \ldots \quad (819)$$

и по этому значению d вести расчет, пользуясь графиком, как для круглых труб. Тот же прием можно применить и для расчета некруглых сечений, обделанных железными или стальными листами, опять-таки по фиг. 115.

Что касается местных потерь напора при некруглых водоводах, то некоторые данные были приведены в §§ 65—66 (данные эти еще менее разработаны, чем для круглых труб). При сложении потери напора h_f и h_j можно пользоваться зависимостью (752) или же, что несколько удобнее, преобразованным выражением для потери h_f. Это преобразование заключается в следующем:

$$h_f = \frac{lV^2}{C^2R} = \frac{2gl}{C^2R} \cdot \frac{V^2}{2g}, \quad \ldots \quad (820)$$

где обозначим

$$\frac{2g}{C^2} = \lambda', \quad \ldots \quad (821)$$

так что будет:

$$h_f = \frac{\lambda' l}{R} \cdot \frac{V^2}{2g}, \quad \ldots \quad (822)$$

причем λ' легко определяется по (821).

Формула (822) для некруглых напорных водоводов заменяет формулу типа Дарси, и для коэфициента потери напора по длине ζ_f в таких водоводах, как видно из (822), можно написать:

$$\zeta_f = \frac{\lambda' l}{R}, \quad \ldots \quad (823)$$

и далее:

$$h_f = \zeta_f \frac{V^2}{2g}, \quad \ldots \quad (824)$$

откуда ясно, что для полной потери напора h_w в некруглом напорном водоводе получаем те же зависимости (734) — (735), которые были указаны в § 67 для круглых труб.

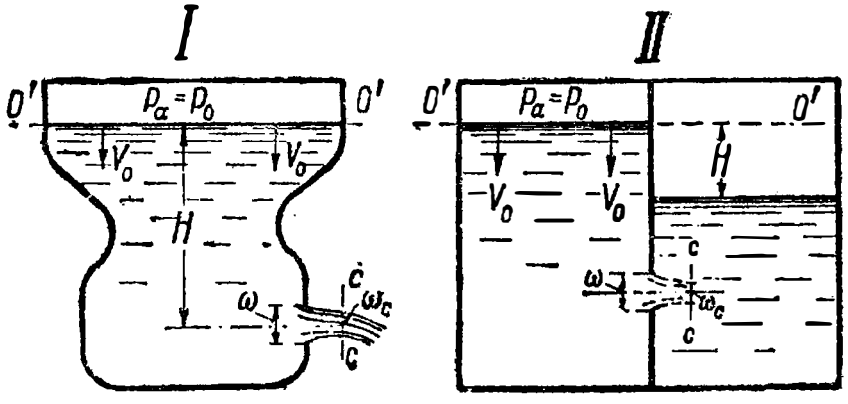
ГЛАВА VII.

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЯ.

§ 74. Малые отверстия в тонкой стенке.

Обозначим площадь отверстия через ω, расход воды через Q, среднюю скорость в „сжатом" сечении (c-c, фиг. 142) через V для реальной и через V_t — для совершенной жидкости; далее, пусть H—напор над центром тяжести незатопленного отверстия (т. е. при истечении в атмосферу, как на фиг. 142-I) или разность уровней жидкости перед и за отверстием, если последнее затоплено, т. е. при истечении под уровень (фиг. 142-II).

При этих обозначениях для „малого" отверстия, т. е. для такого, размеры коего малы по сравнению с H, в обоих случаях (для незатопленного и затопленного отверстия), пренебрегая скоростным напором, имеем одинаковые выражения:



Фиг. 142.

$$V_t = \sqrt{2gH} \text{ (формула Торичелли)}; \quad . \quad . \quad . \quad (825)$$

$$V = \varphi\sqrt{2gH}; \quad . \quad . \quad . \quad (826)$$

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH}, \quad . \quad . \quad . \quad (827)$$

где φ — коэфициент скорости, μ — коэфициент расхода, причем φ выражается через коэфициент сопротивления ζ таким образом:

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}}, \quad . \quad . \quad . \quad (828)$$

а коэфициент μ равен

$$\mu = \varepsilon\varphi, \quad . \quad . \quad . \quad (829)$$

где ε есть коэфициент сжатия, т. е. отношение площади сжатого сечения ω к площади ω (фиг. 142):

$$\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega} \quad . \quad . \quad . \quad (830)$$

Обратим внимание, что, таким образом, при рассмотрении истечения через отверстие мы имеем дело с 4 коэфициентами:

$$\zeta,\ \varphi,\ \varepsilon,\ \mu, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (831)$$

значения коих для малых отверстий весьма близки к следующим:

$$\zeta = 0{,}06;\ \varphi = 0{,}97;\ \varepsilon = 0{,}64;\ \mu = 0{,}62 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (832)$$

Отметим попутно, что зависимость (828) между коэфициентом скорости φ и коэфициентом сопротивления ζ имеет приложения не только в вопросе истечения через малые отверстия, но и в некоторых других вопросах гидравлики, причем могут встретиться различные значения ζ, почему по выражению (828) даем здесь табличку связи между ζ и φ (табл. 95).

ТАБЛИЦА 95.

ζ	φ	ζ	φ	ζ	φ	ζ	φ
0,02	0,99	0,20	0,91	0,90	0,73	4,50	0,43
0,04	0,98	0,25	0,89	1,00	0,71	5,00	0,41
0,06	0,97	0,30	0,88	1,50	0,63	5,50	0,39
0,08	0,96	0,40	0,85	2,00	0,58	6,00	0,38
0,10	0,95	0,50	0,82	2,50	0,54	7,00	0,35
0,13	0,94	0,60	0,79	3,00	0,50	8,00	0,33
0,15	0,93	0,70	0,77	3,50	0,47	9,00	0,32
0,18	0,92	0,80	0,75	4,00	0,45	10,00	0,30

Дадим теперь еще следующие дополнительные сведения об истечении через отверстия в тонкой стенке: 1) об учете скорости подхода; 2) о случае, когда давление на свободной поверхности больше атмосферного; 3) о траектории струи, вытекающей из малого отверстия.

1°. **Влияние скорости подхода** V_0, т. е. скорости на свободной поверхности $O'-O'$ (для случаев I и II по фиг. 142), легко учитываемой путем введения в рассмотрение величины H_0, т. е. величины напора, исправленной „на скорость подхода“:

$$H_0 = H + \frac{\alpha V_0^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (833)$$

где для истечения через разного рода отверстия обычно полагают коррективв на распределение скоростей $\alpha \cong 1$, а потому

$$H_0 = H + \frac{V_0^2}{2g}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (834)$$

При этом вместо (826) и (827) для скорости в „сжатом сечении“ V и для расхода Q имеем:

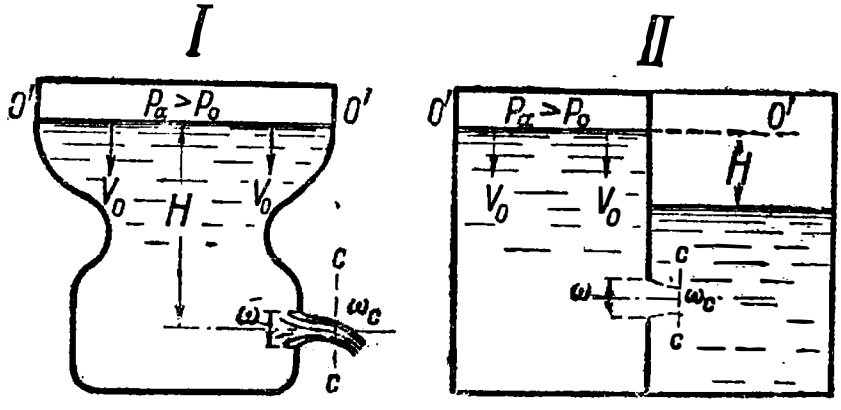
$$V = \varphi \sqrt{2g\left(H + \frac{V_0^2}{2g}\right)} = \varphi \sqrt{2gH_0}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (835)$$

$$Q = \mu\omega \sqrt{2g\left(H + \frac{V_0^2}{2g}\right)} = \mu\omega \sqrt{2gH_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (836)$$

2°. Для случая, когда давление на свободной поверхности жидкости p_0 **больше атмосферного давления** p_a (фиг. 143, I и II) вместо (835) и (836) для скорости V и расхода Q будет:

$$V = \varphi \sqrt{2g\left(H_0 + \frac{p_0 - p_a}{\Delta}\right)}; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (837)$$

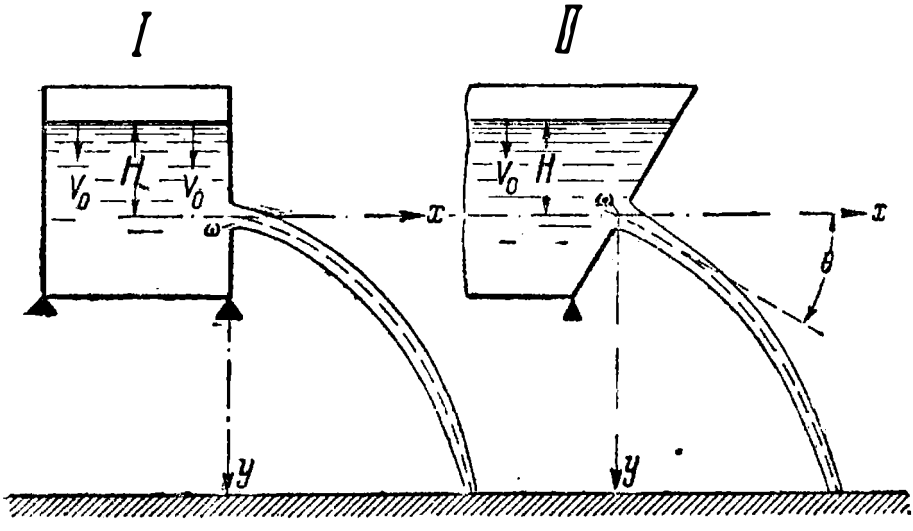
$$Q = \mu\omega \sqrt{2g\left(H_0 + \frac{p_0 - p_a}{\Delta}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (838)$$



Фиг. 143.

3°. Траектория струи. Если отверстие ω **расположено в вертикальной плоскости** (фиг. 144-I), то уравнение „оси струи", при указанных на фигуре осях координат, дает параболу:

$$y = \frac{gx^2}{2V^2}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (839)$$



Фиг. 144.

или

$$y = \frac{x^2}{4\varphi^2 H_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (840)$$

Если же направление вытекающей из отверстия струи образует угол θ с осью x-ов при тех же осях координат, то (фиг. 144-II)

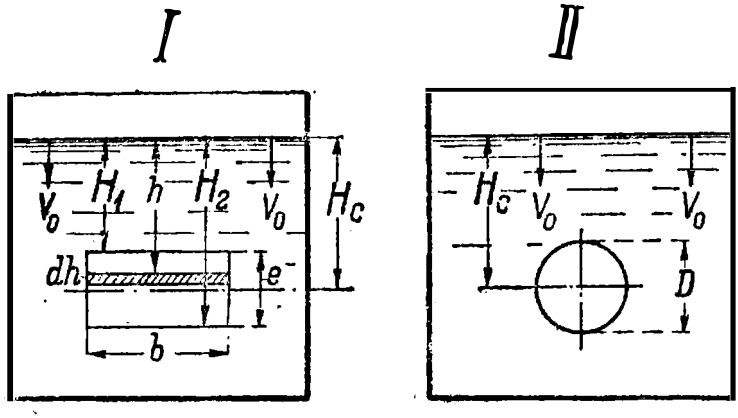
$$y = \frac{gx^2}{2V^2\cos^2\theta} + x\operatorname{tg}\theta, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (839')$$

или

$$y = \frac{x^2}{4\varphi^2 H_0\cos^2\theta} + x\operatorname{tg}\theta. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (840')$$

§ 75. Большие отверстия в тонкой стенке.

Для больших незатопленных отверстий уже нельзя считать, что в плоскости их во всех точках напоры остаются одинаковыми, а потому приходится применять прием разбивки отверстия на бесконечно малые элементы (как. напр., на фиг. 145-I) и для каждого получаемого при этом элементар-



Фиг. 145.

ного отверстия выражать расход dQ по предыдущим формулам, после чего остается лишь суммировать (интегрировать) эти элементарные расходы.

Это возможно с формальной стороны сделать для отверстий различных форм; из них для практики наибольшее значение имеют прямоугольные отверстия, для коих мы и укажем следующие выражения (фиг. 145-I), пренебрегая скоростью подхода V_0:

$$dQ = \mu b\, dh\sqrt{2gh};$$

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left[H_2^{3/2} - H_1^{3/2}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 841)$$

Если же плоскость отверстия наклонена под углом θ к горизонту, то

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\,\frac{H_2^{3/2} - H_1^{3/2}}{\sin\theta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (841')$$

При учете скорости подхода вместо (841) получим:

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left[\left(H_2+\frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2}-\left(H_1+\frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right] \quad \ldots\ldots (842)$$

и вместо (841'):

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\cdot\frac{\left(H_2+\frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2}-\left(H_1+\frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2}}{\sin\theta} \quad \ldots\ldots (842')$$

Дадим, далее, выражение (841) и (842) в преобразованном виде. Для этого, обозначая через H_c напор над центром тяжести отверстия (фиг. 145-I), подставим в формулу (841) следующие выражения для H_1 и H_2:

$$H_1 = H_c - \frac{e}{2};\ H_2 = H_c + \frac{e}{2}; \quad \ldots\ldots (843)$$

затем, пользуясь разложением степеней по биному Ньютона, вместо (841) получим:

$$H_1 = \mu be\sqrt{2gH_c}\left[1-\frac{1}{96}\frac{e^2}{H_c^2}-\frac{1}{2048}\frac{e^4}{H_c^4}-\ldots\right], \quad \ldots\ldots (844)$$

что весьма близко к выражению:

$$Q = \mu be\left(1-\frac{1}{96}\frac{e^2}{H_c^2}\right)\sqrt{2gH_c} \quad \ldots\ldots (845)$$

Если учитывается скорость подхода V_0, то вместо H_c следует соответственно брать величину напора H_0, исправленную „на скорость подхода":

$$H_0 = H_c + \frac{V_0^2}{2g}, \quad \ldots\ldots (846)$$

причем формула (845) заменяется такой:

$$Q = \mu be\left(1-\frac{1}{96}\frac{e^2}{H_0^2}\right)\sqrt{2gH_0} \quad \ldots\ldots (847)$$

Для круглых незатопленных отверстий, подобно предыдущему, получаем (фиг. 145-II):

$$Q = \mu\frac{\pi D^2}{4}\sqrt{2gH_c}\left[1-\frac{1}{128}\frac{D^2}{H_c^2}-\frac{5}{16348}\frac{D^4}{H_c^4}-\ldots\right], \quad \ldots\ldots (848)$$

или, в соответствии с (845):

$$Q = \mu\frac{\pi D^2}{4}\left(1-\frac{1}{128}\frac{D^2}{H_c^2}\right)\sqrt{2gH_c}, \quad \ldots\ldots (849)$$

где следует вместо H_c подставлять H_0 по (846), если имеем, что $V_0 \neq 0$.

Полученные формулы для расхода через большие прямоугольные и круглые отверстия практически могут быть заменены более простыми, так как вышеуказанные выражения в скобках при обычных условиях мало отличаются от единицы. Так, в формуле (845) двучлен в скобках при $H_c = 2e$ имеет значение = 0,997 и при $H_c = e$ — значение = 0,990; в формуле (849), двучлен в скобках при $H_c = 2D$ составляет 0,998, а при $H_c = D$ его значение = 0,992; при больших напорах величины этих двучленов еще ближе к еди-

нице. Ввиду этого вместо формулы (847) для прямоугольного отверстия можем написать:

$$Q = \mu be\sqrt{2gH_0}, \quad \ldots \quad (850)$$

а вместо формулы (849) для круглого отверстия будет:

$$Q = \mu \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{2gH_0} \quad \ldots \quad (851)$$

Обе формулы можно объединить в виде:

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH_0}, \quad \ldots \quad (852)$$

где, как уже указывалось выше,

$$H_0 = H_c + \frac{V_0^2}{2g};$$

если же пренебрегаем скоростью подхода ($V_0 \cong 0$), то

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH_c}, \quad \ldots \quad (853)$$

причем можно показать, что те же формулы (852) и (853) остаются в силе и для отверстий других форм (треугольных, эллиптических и пр.).

Для больших затопленных отверстий различных форм выражение для расхода имеем также в виде:

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH_0}, \quad \ldots \quad (854)$$

где

$$H_0 = H + \frac{V_0^2}{2g}, \quad \ldots \quad (855)$$

если H—разность горизонтов перед и за отверстием.

Зависимости (852), (853) и (854) обычно и являются основными расчетными формулами для больших отверстий. Формулы типа (847) и (849) применяются в практике весьма редко; к затопленным же отверстиям эти формулы и вовсе не относятся.

Во всех предыдущих формулах для больших отверстий, строго говоря, уже нельзя брать значение коэфициента расхода μ как для „малого" отверстия: величина его будет здесь иная; она далеко не столь постоянна, как для малого отверстия, изменяясь в зависимости от различных частных условий. Поэтому на практике, пользуясь зависимостями (852), (853) и (854), вводят в них некоторый иной коэфициент расхода μ (для „большого отверстия"), значения коего берутся по опытным данным (см. § 76).

§ 76. Опытные данные о коэфициенте расхода при истечении через отверстия.

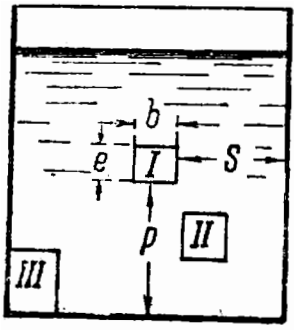
Величина коэфициента расхода зависит, главным образом, от размеров и формы отверстия, от величины напора и от условий подвода (подхода) воды к отверстию. Что следует понимать под этими последними, можно в общем короче всего выразить пояснением следующих понятий (см. отверстия I, II и III на фиг. 146).

Совершенное сжатие имеет место для отверстия I, где границы отверстия достаточно удалены от границ жидкости в сосуде, для чего по опытным данным, как иногда указывается, необходимо примерно иметь

$$s > 3b; \qquad p > 3e \quad \ldots \quad (856)$$

Если для какой-либо стороны отверстия такое условие не соблюдено, сжатие будет несовершенным (отверстие II на фиг. 146). Наконец, сжатие называется неполным (или частичным), если с какой-либо стороны струя вовсе не испытывает сжатия (отверстие III, фиг. 146).

Обращаясь теперь к опытным данным по коэфициентам расхода через отверстия, рассмотрим их в следующем порядке: 1) влияние неполного сжатия; 2) влияние несовершенного сжатия; 3) непосредственные опытные данные.



Фиг. 146.

1°. Неполное сжатие. Обозначим весь периметр отверстия через P, а неиспытывающую сжатия часть его через P'; отношение величин P' и P обозначим через n:

$$n = \frac{P'}{P} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (857)$$

При этом по некоторым имеющимся опытам коэфициент расхода при неполном сжатии μ может быть выражен через коэфициент расхода μ_n (соответствующий полному сжатию) таким образом:

Для круглых отверстий по Бидону

$$\mu = \mu_n (1 + 0{,}128\ n); \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (858)$$

для малых квадратных отверстий по Бидону

$$\mu = \mu_n (1 + 0{,}152\ n); \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (859)$$

для прямоугольных отверстий 16×20 *см* по Вейсбаху

$$\mu = \mu_n (1 + 0{,}157\ n); \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (860)$$

для прямоугольников меньших размеров по Вейсбаху

$$\mu = \mu_n (1 + 0{,}134\ n). \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (861)$$

Таким образом, вообще по этим опытам имеем:

$$\mu = \mu_n (1 + kn), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (862)$$

где

$$k \cong 0{,}13 - 0{,}16, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (863)$$

но мы не можем рекомендовать данные этих старых опытов для практического применения, так как они относятся к отверстиям сравнительно малых размеров, а главное—значения (863) в форме (862) при больших n оказываются преуменьшенными, как видно из следующих соображений.

Полагая $\mu_n \cong 0{,}6$, из (862) имеем для $n = 1$:

$$\mu = 0{,}6\ (1 + k), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (864)$$

откуда при $k \cong 0{,}15$ получим, что $\mu \cong 0{,}69$, между тем как при полном отсутствии сжатия струи ($n = 1$) значение μ должно быть теоретически равно единице или практически, во всяком случае, не менее 0,9. Полагая в (864) значение $\mu = 0{,}9$, получим, что $k = \sim 0{,}5$. Если, далее, из осторожности считать, что $\mu_n \cong 0{,}65$ (а не 0,6), то для определения k имеем по (862) при $n = 1$ и $\mu \cong 0{,}9$:

$$0{,}9 = 0{,}65\ (1 + k), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (865)$$

откуда

$$k = \sim 0{,}4,$$

так что при различных значениях n можно, повидимому, предложить для коэфициента расхода μ такую приближенную зависимость при неполном сжатии:

$$\mu = \mu_n (1 + 0{,}4\ n) \quad (866)$$

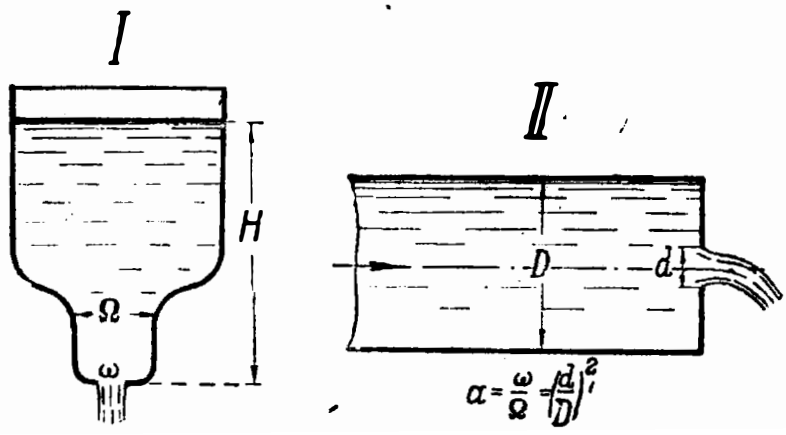
2°. Несовершенное сжатие. Обозначая площадь отверстия через ω, а площадь живого сечения потока перед отверстием—через Ω и вводя отношение

$$a = \frac{\omega}{\Omega}, \quad (867)$$

укажем следующие эмпирические формулы Вейсбаха для коэфициента расхода μ при несовершенном сжатии (фиг. 147-I) в зависимости от коэфициента расхода μ_c при сжатии совершенном:

для круглых отверстий

$$\mu = \mu_c [1 + 0{,}0456 (14{,}8^a - 1)]; \quad (868)$$



Фиг. 147.

для прямоугольных отверстий

$$\mu = \mu_c [1 + 0{,}076 (9^a - 1)]; \quad (869)$$

сокращенная формула для случая $a \leqslant 0{,}5$:

$$\mu = \mu_c (1 + 0{,}64\ a^2) \quad (870)$$

Эти формулы в более общем виде можно записать так:

$$\mu = \mu_c \left(1 + \frac{\tau}{100}\right), \quad (871)$$

причем „поправка" τ на несовершенное сжатие может быть вычислена в процентах из формул (868)—(870), что и дано по Вейсбаху в таблице 96, где приведены также и округленные значения τ.

Из позднейших опытов по несовершенному сжатию отметим здесь опыты, которые в Гидравлической лаборатории Калифорнийского университета[1]) произвел Guha. Преобразовывая данную им эмпирическую формулу,

[1]) См.: Le Conte, „Hydraulics", New York, 1926, p. 54.

ТАБЛИЦА 96.

Значения в процентах поправок τ на несовершенное сжатие в формуле (871).

При $\frac{\omega}{\Omega} = a =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Для круглых отверстий по формуле (868)	1,4	3,4	5,9	9,2	13,4	18,9	26,0	35,1	47,1
Для прямоугольных отверстий по формуле (869)	1,9	4,2	7,1	10,7	15,2	20,8	27,8	36,5	47,3
По сокращенной формуле (870)	0,6	2,6	5,8	10,3	16,0	—	—	—	—
Округленные значения τ для прямоугольных отверстий	2	4	7	11	15	21	28	36	47
Округленные значения τ для круглых отверстий	1,5	3,5	6	9	13	19	26	35	47
По опытам Guha	1	2	4	7	11	17	24	35	49

можно привести ее к виду (871), причем

$$\tau = \frac{1-\mu_c}{\mu_c} \cdot f(a), \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (872)$$

где

$$f(a) = \frac{472^{\sqrt{a}} - 1}{4{,}71} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (873)$$

Значения поправок τ по опытам Guha даны нами в таблице 96, при значении $\mu_c \cong 0{,}6$ в формуле (872). Эти опыты производились лишь для круглых труб и круглых отверстий по схеме, указанной на фиг. 147-II, причем $a = \frac{\omega}{\Omega} = \left(\frac{d}{D}\right)^2$.

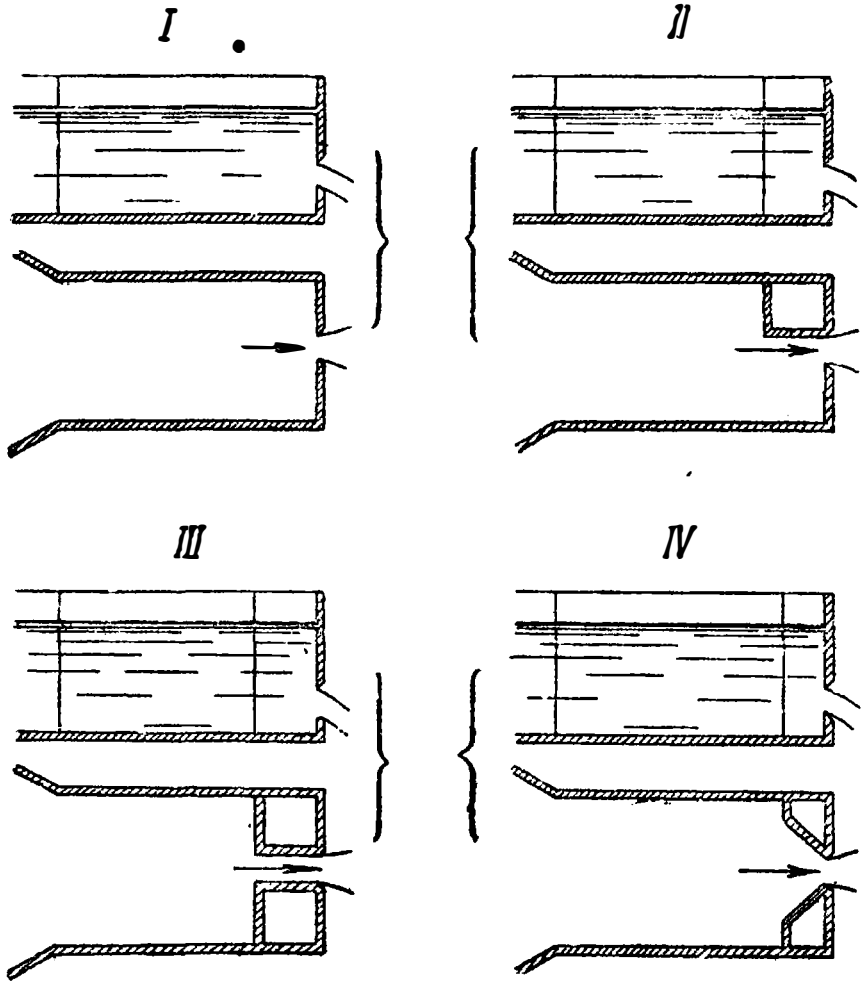
Принимая во внимание несколько различные схемы опытов Weissbach'a и Guha, из таблицы 96 видим, что результаты тех и других в общем достаточно близки между собою. В опытах Guha влияние „несовершенства сжатия" струи при истечении через отверстие характеризуется более четко, чем в опытах Weissbach'a, в которых при больших значениях величины $a = \frac{\omega}{\Omega}$ мы имеем уже не „отверстие", а скорее своеобразный насадок плавной формы. Вообще следует заметить, что для больших значений отношения $\frac{\omega}{\Omega}$ явление уже не укладывается в схему „истечения через отверстие", а потому мы полагаем, что при

$$a = \frac{\omega}{\Omega} > 0{,}7 - 0{,}8$$

численные результаты, представленные в таблице 96, едва ли имеют какое-либо практическое значение; при меньших же отношениях $\frac{\omega}{\Omega}$ опыты дают не-

которое, хотя и весьма схематическое, понятие о влиянии „несовершенства сжатия струи".

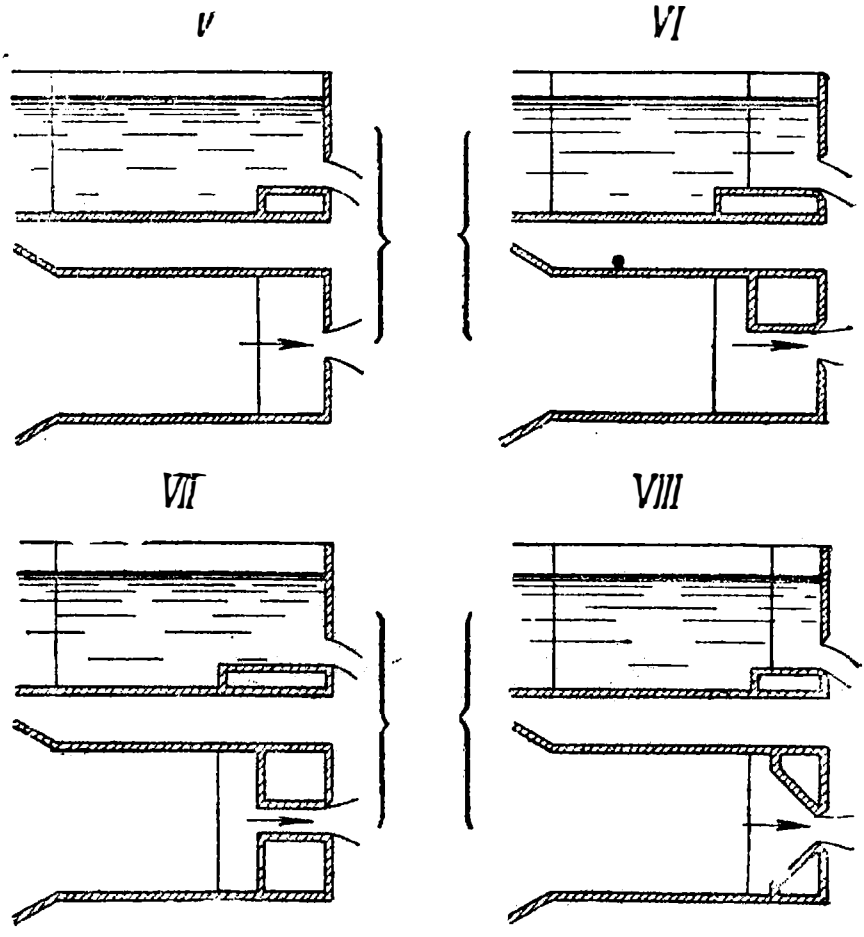
3°. **Непосредственные опытные данные.** Приходится признать, что имеющиеся опытные данные о величинах коэфициента расхода μ для истечения через отверстия не позволяют составить систематическую сводку материала, а потому остается лишь пользоваться отдельными „отчетными" данными разных исследователей, подыскивая каждый раз наи-



Фиг. 148.

более подходящие к тем условиям, в которых находится интересующий нас случай; при таком взгляде на имеющиеся опытные данные они могут иногда принести некоторую пользу при расчетах.

Приводим таблицы данных опытов следующих авторов: табл. 97—98 по опытам Hamilton'a Smith'a; табл. 99 по опытам Ponselet и Lesbros; табл. 100 по опытам Lesbros (см. фиг. 148—149); табл. 101 по опытам Graeff'a. В таблицах указано, к каким типам отверстий относятся эти данные. Названные опыты были произведены еще весьма давно, но тщательность их выполнения (а равно отсутствие более новых столь же подробных исследований) побуждает большинство авторов курсов и руководств по



Фиг. 149.

ТАБЛИЦА 97.

Величины коэфициентов расхода μ через круглые отверстия в тонкой вертикальной стенке по опытам Hamilton'a Smith'a.

Напор над центром отверстия в *м*	Диаметр отверстия в *м*					
	0,006	0,015	0,030	0,060	0,180	0,300
0,12	—	0,631	0,618	—	—	—
0,15	—	0,627	0,615	0,600	0,592	—
0,18	0,655	0,624	0,613	0,601	0,593	—
0,21	0,651	0,622	0,611	0,601	0,594	0,590
0,24	0,648	0,620	0,610	0,601	0,594	0,591
0,27	0,646	0,618	0,609	0,601	0,595	0,591
0,30	0,644	0,617	0,608	0,600	0,595	0,591
0,40	0,638	0,613	0,605	0,600	0,596	0,593
0,60	0,632	0,610	0,604	0,599	0,597	0,595
0,90	0,627	0,606	0,603	0,599	0,597	0,597
1,20	0,623	0,605	0,602	0,599	0,598	0,596
1,80	0,618	0,604	0,600	0,598	0,597	0,596
2,40	0,614	0,603	0,600	0,598	0,596	0,596
3,00	0,611	0,601	0,598	0,597	0,596	0,595
6,00	0,601	0,598	0,596	0,596	0,596	0,594
30,00	0,593	0,592	0,592	0,592	0,592	0,592

ТАБЛИЦА 98.

Величины коэфициентов расхода μ через квадратные отверстия в тонкой вертикальной стенке по опытам Hamilton'a Smith'a.

Напор над центром отверстия в *м*	Сторона квадрата в *м*					
	0,006	0,015	0,03	0,05	0,18	0,30
0,12	—	0,637	0,621	—		—
0,15	—	0,633	0,619	0,605	0,597	—
0,18	0,660	0,630	0,617	0,605	0,598	—
0,21	0,656	0,628	0,616	0,605	0,599	0,596
0,24	0,652	0,625	0,615	0,605	0,600	0,597
0,27	0,650	0,623	0,614	0,605	0,601	0,598
0,30	0,648	0,622	0,613	0,605	0,601	0,599
0,40	0,642	0,618	0,610	0,605	0,602	0,601
0,60	0,637	0,615	0,608	0,605	0,604	0,602
0,90	0,632	0,612	0,607	0,605	0,604	0,603
1,20	0,628	0,610	0,606	0,605	0,603	0,602
1,80	0,623	0,609	0,605	0,604	0,603	0,602
2,40	0,619	0,608	0,605	0,604	0,603	0,602
3,00	0,616	0,606	0,604	0,603	0,602	0,601
6,00	0,606	0,603	0,602	0,602	0,601	0,600
30,00	0,599	0,598	0,598	0,598	0,598	0,598

ТАБЛИЦА 99.

Величины коэфициентов расхода μ через прямоугольные отверстия в тонкой вертикальной стенке по опытам Poncelet и Lesbros.

Напор в *м* над верхним ребром отверстия	Ширина отверстия $b = 0{,}200$ *м*						$b = 0{,}600$ *м*	
	Высота отверстия e (*м*)						e (*м*)	
	0,01	0,02	0,03	0,05	0,10	0,20	0,02	0,20
0,01	0,701	0,650	0,630	0,607	—	—	0,644	—
0,02	0,694	0,659	0,634	0,615	0,596	0,572	0,643	—
0,03	0,688	0,659	0,638	0,620	0,600	0,578	0,642	0,593
0,04	0,683	0,658	0,640	0,623	0,603	0,582	0,642	0,595
0,05	0,679	0,658	0,640	0,625	0,605	0,585	0,641	0,597
0,06	0,676	0,657	0,640	0,627	0,607	0,587	0,641	0,599
0,08	0,670	0,656	0,638	0,629	0,610	0,589	0,640	0,601
0,10	0,666	0,654	0,637	0,630	0,611	0,592	0,639	0,602
0,14	0,660	0,651	0,635	0,630	0,613	0,595	0,637	0,603
0,20	0,655	0,648	0,633	0,630	0,615	0,598	0,635	0,605
0,30	0,650	0,644	0,632	0,629	0,616	0,600	0,633	0,607
0,50	0,644	0,640	0,630	0,628	0,617	0,603	0,630	0,607
1,00	0,632	0,633	0,628	0,626	0,615	0,605	0,626	0,605
1,50	0,615	0,619	0,620	0,620	0,611	0,602	0,623	0,602
2,00	0,611	0,612	0,612	0,613	0,607	0,601	0,620	0,602
3,00	0,609	0,610	0,608	0,606	0,603	0,601	0,615	0,601

гидравлике и до сего времени приводить этот опытный материал для некоторой характеристики вопроса, хотя эти данные, как нетрудно видеть, далеко не охватывают тех случаев, которые могут интересовать нас при гидравлических расчетах разного рода гидротехнических сооружений.

ТАБЛИЦА 100.

Величины коэфициентов расхода μ через квадратное отверстие 0,20 м × 0,20 м в вертикальной стенке при различных условиях сжатия струи по опытам Lesbros.

Напор над верхней кромкой отверстия в м	Типы устройства отверстий										
	I	II	III	IV	V	V′	VI	VI′	VII	VII′	VIII
	1. Истечение в атмосферу:										
0.02	0,572	0,587	—	0,589	0,599	—	—	—	—	—	—
0,05	0,585	0,593	0,631	0,595	0,608	—	0,622	—	—	—	0,636
0,10	0,592	0,600	0,631	0,601	0,615	—	0,628	—	—	—	0,639
0.20	0,598	0,606	0,632	0,607	0,621	—	0,633	—	0,708	—	0,643
0,50	0,603	0,610	0,631	0,611	0,623	—	0,636	—	0,680	—	0,644
1,00	0,605	0,611	0,628	0,612	0,624	—	0,637	—	0,667	—	0,642
1,50	0,602	0,611	0,627	0,611	0,624	—	0,637	—	0,672	—	0,641
2 00	0,601	0,610	0,626	0,611	0,619	—	0,636	—	0,668	—	0,640
3,00	0,601	0,609	0,624	0,610	0,614	—	0,634	—	0,665	—	0,638
	2. Истечение в лоток: а) горизонтальный — тип I, II, III, V, VI, VII и VIII; б) наклонный — тип V′, VI′ VII′										
0,02	0,480	0,489	0,496	—	0,480	0,527	—	—	—	—	0,488
0,05	0,511	0,517	0,531	—	0,510	0,553	0,509	0,546	0,528	—	0,520
0,10	0,542	0,545	0,563	—	0,538	0,574	0,534	0,569	0,560	0,593	0,552
0,20	0,574	0,576	0,591	—	0,566	0,592	0,562	0,589	0,589	0,617	0,582
0,50	0,599	0,602	0,621	—	0,592	0,607	0,591	0,608	0,591	0,632	0,613
1,00	0,601	0,609	0,628	—	0,600	0,610	0,601	0,615	0,601	0,638	0,623
1,50	0,601	0,610	0,627	—	0,602	0,610	0,604	0,617	0 604	0,641	0,624
2,00	0,601	0,610	0,626	—	0,602	0,609	0,604	0,617	0,604	0,642	0,624
3,00	0,601	0,609	0,624	—	0,601	0,608	0,602	0,616	0,602	0,641	0,622

В данной таблице обозначено (см. фиг. 148—149):

I — отверстие в тонкой стенке с полным сжатием;
II — „ „ „ „ без сжатия с одной боковой стороны;
III — „ „ „ „ „ „ „ обеих боковых сторон;
IV — „ „ „ „ снабженное вертикальными подводящими щеками, составляющими между собою в плане угол в 90°;
V — „ „ „ „ без сжатия с нижней стороны;
VI — „ „ „ „ „ „ „ одной боковой стороны и снизу;
VII — „ „ „ „ „ „ „ обеих боковых сторон и снизу;
VIII — „ такое же, что и IV, но без сжатия снизу.

ТАБЛИЦА 101.

Величины коэфициентов расхода μ через прямоугольные отверстия в вертикальной стенке при различных условиях сжатия струи по опытам Graeff'a.

Значения $\frac{H_1}{e}$	Типы отверстий (при $e > 0{,}03$ м)							Типы отверстий (при $e < 0{,}03$ м)						
	A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
	1. Истечение в атмосферу:													
1	0,61	0,65	0,67	0,70	0,65	0,68	—	0,67	0,70	0,71	0,72	0,71	0,75	—
5	0,62	0,64	0,67	0,69	0,67	0,70	—	0,66	0,66	0,70	0,71	0,70	0,74	—
10	0,62	0,63	0,67	0,69	0,68	0,71	—	0,65	0,65	0,69	0,70	0,70	0,74	—
20	0,61	0,63	0,66	0,68	0,68	0,71	—	0,64	0,65	0,69	0,70	0,70	0,74	—
40	0,61	0,62	0,66	0,68	0,68	0,70	—	0,63	0,64	0,69	0,69	0,69	0,73	—
100	0,60	0,60	0,66	0,68	0,66	0,69	—	0,61	0,63	0,68	0,68	0,69	0,72	—
400	0,60	0,60	0,65	0,67	0,66	0,68	—	0,60	0,63	0,68	0,68	0,68	0,71	—
1000 и выше	0,60	0,60	0,65	0,67	0,66	0,68	—	0,60	0,62	0,67	0,67	0,68	0,71	—
	2. Истечение в короткий желоб:													
1	0,57	0,64	0,60	0,60	0,62	0,65	—	0,65	0,67	0,67	0,69	0,68	0,70	—
5	0,61	0,64	0,62	0,64	0,63	0,66	—	0,64	0,66	0,67	0,68	0,67	0,71	—
10	0,61	0,63	0,63	0,65	0,64	0,67	—	0,64	0,65	0,67	0,68	0,67	0,71	—
20	0,61	0,63	0,63	0,65	0,65	0,67	—	0,63	0,64	0,66	0,68	0,67	0,70	—
40	0,61	0,62	0,63	0,65	0,64	0,66	—	0,62	0,63	0,66	0,67	0,65	0,70	—
100	0,60	0,60	0,62	0,64	0,63	0,65	0,84	0,61	0,62	0,65	0,67	0,66	0,69	0,86
400	0,60	0,60	0,62	0,63	0,63	0,64	0,81	0,60	0,61	0,65	0,66	0,65	0,68	0,84
1000 и выше	0,60	0,60	0,62	0,63	0,63	0,64	0,80	0,60	0,61	0,64	0,66	0,65	0,67	0,81

В данной таблице обозначено:

A) Отверстие в тонкой стенке с полным сжатием.
B) „ без сжатия по бокам; верхняя и нижняя кромки тонкие.
C) „ „ „ внизу; прочие три кромки тонкие.
D) „ „ „ внизу и по бокам; верхняя кромка тонкая.
E) „ в стенке толщиной 40—50 мм; сжатие со всех сторон.
F) „ подобное *C*, но в толстой стенке.
G) „ „ *D*, но в толстой стенке.

Примечания: 1) Напоры H_1 отсчитывались над верхней кромкой отверстия и достигали 40 м;

2) e обозначает высоту отверстия (в одной группе опытов $e > 0{,}03$ м, в другой $e < 0{,}03$ м).

§ 77. Предварительные расчетные формулы.

Для предварительных расчетов отверстий, имеющих сжатие со всех сторон, нередко берут $\mu = 0{,}6 - 0{,}65$, в среднем $\mu = \sim 0{,}625$, для отверстий же донных, т. е. неимеющих сжатия по дну (фиг. 150), $\mu = \sim 0{,}7$.

Помимо только что указанных значений μ, в гидротехнической практике находят применение и более детализированные значения коэфициентов расхода μ, на которые, однако, также приходится смотреть в общем как на предварительные, в более ответственных случаях проверяя их путем непосредственных лабораторных опытов. Так, в английской и американской гидротехнике (главным образом в ирригации) пользуются коэфициентами, которые частью получены непосредственными отдельными наблюдениями, частью оправданы просто применением их при расчетах, причем в общем они не приводили на практике к каким-либо заметным ошибкам [1]). В нашей ирригационной практике (главным образом в Средней Азии) применяются несколько иные значения [2]) коэфициентов μ.

Предложим, со своей стороны, следующую классификацию значений μ, настоятельно подчеркивая ее предварительный характер.

ТАБЛИЦА 102.

Малые отверстия с полным сжатием	$\mu = 0{,}60$;
Отверстия средних размеров со сжатием струи со всех сторон, при отсутствии направляющих стенок, в среднем	$\mu = 0{,}65$;
Отверстия больших размеров, с несовершенным, но всесторонним сжатием, без более точного определения условий подхода воды к отверстию, в среднем	$\mu = 0{,}70$;
Донные отверстия (т. е. вовсе не имеющие сжатия по дну) со значительным влиянием бокового сжатия	$\mu = 0{,}65 - 0{,}70$;
Донные отверстия с умеренным влиянием бокового сжатия	$\mu = 0{,}70 - 0{,}75$;
Донные отверстия с плавными боковыми подходами	$\mu = 0{,}80 - 0{,}85$;
Исключительные случаи весьма плавных подходов воды к отверстию со всех сторон (при условии обязательной лабораторной проверки)	$\mu = 0{,}90$.

Необходимо отметить, что в вышеприведенной таблице под „донным отверстием“ понимаются отверстия по фиг. 150 (схема *A* и *B*), т. е. такие, в которых за отверстием имеется вертикальный или весьма крутой уступ (стенка падения), причем дно отводящего русла (нижнего бьефа) не оказывает влияния на форму струи в части ее, непосредственно вытекающей из отверстия. Такие отверстия можно назвать „донными отверстиями I рода“. На фиг. 150 схема *A* представляет случай истечения в атмосферу (незатопленное донное отверстие I рода), схема *B* — случай истечения струи целиком под уровень (затопленное донное отверстие I рода). Что касается донных отверстий II рода, в которых требуется рассмотрение условий движения потока в отводящем русле непосредственно за отверстием, то о них будет сказано в главе X.

Для расчета отверстий вместо (852) и (854) удобнее пользоваться формулой вида

$$Q = M\omega\sqrt{H_0}, \quad \ldots \quad (874)$$

[1]) С некоторыми изменениями (в сторону „запаса“) значения этих коэфициентов приведены в нашем „Гидравлическом справочнике“, изд. 1924 г., стр. 38–39.

[2]) См., напр.: проф. В. Д. Журин, „Гидравлический справочник решения задач“. Ташкент, 1929 г., стр. 59.

где

$$M = \mu\sqrt{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (875)$$

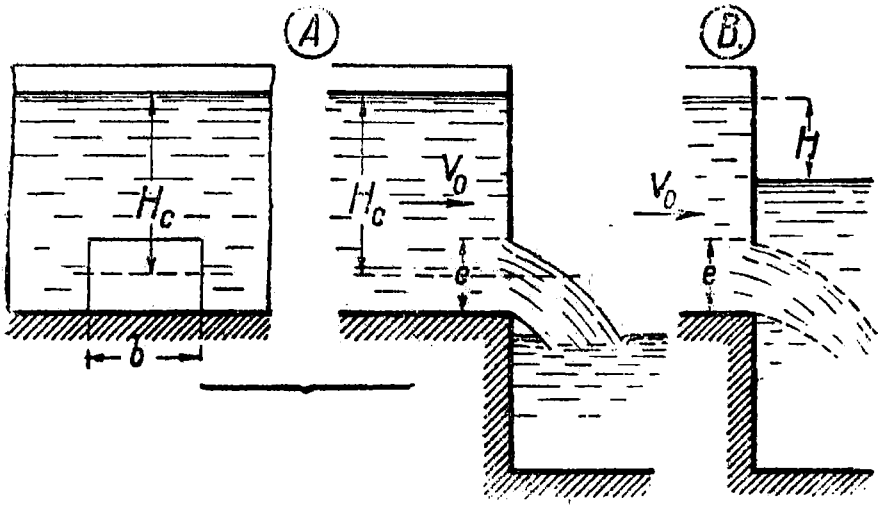
При этом имеем следующие несколько округленные значения M:

ТАБЛИЦА 103.

μ	M (для *м*)	M (для *фут*)	μ	M (для *м*)	M (для *фут*)
0,60	2,66	4,80	0,75	3,32	6,00
0,625	2,75	5,00	0,80	3,54	6,40
0,650	2,88	5,20	0,85	3,77	6,80
0,700	3,10	5,60	0,90	3,99	7,20

По (874) нами построена номограмма (фиг. 151) для расчета отверстий при $\mu = 0{,}625$ для метровых размеров, т. е. при $M = 2{,}75$.

Шкалы этой номограммы названы: ω, Q и H, причем под H надо здесь понимать полный напор, т. е. исправленный „на скорость подхода“ [1]).



Фиг. 150.

Эта же номограмма может быть использована и при других μ, принимая во внимание следующую таблицу, дающую относительные изменения расхода Q с изменением μ:

ТАБЛИЦА 104.

μ	Q	μ	Q	μ	Q
0,575	0,92 Q	0,725	1,16 Q	0,875	1,40 Q
0,600	0,96 Q	0,750	1,20 Q	0,900	1,44 Q
0,625	1,00 Q	0,775	1,24 Q	0,925	1,48 Q
0,650	1,04 Q	0,800	1,28 Q	0,950	1,52 Q
0,675	1,08 Q	0,825	1,32 Q		
0,700	1,12 Q	0,850	1,36 Q		

Пример 55. Дано: $\omega = 0{,}5$ *м*^{2}, $H = 9{,}0$ *м*, $\mu = 0{,}625$; найти Q. По номограмме (фиг. 151) имеем $Q = 4{,}18$ *м*^{3}/*сек*. Вычислением находим:

$$Q = 0{,}625 \cdot 0{,}5 \cdot 4{,}43 \cdot \sqrt{9{,}0} = 4.15 \text{ м}^3/\text{сек},$$

так что расходимость составляет $\sim 0.7\%$.

[1]) Для облегчения вычисления скоростного напора может служить табл. 138, данная главе VIII (см. там же таблицу 139).

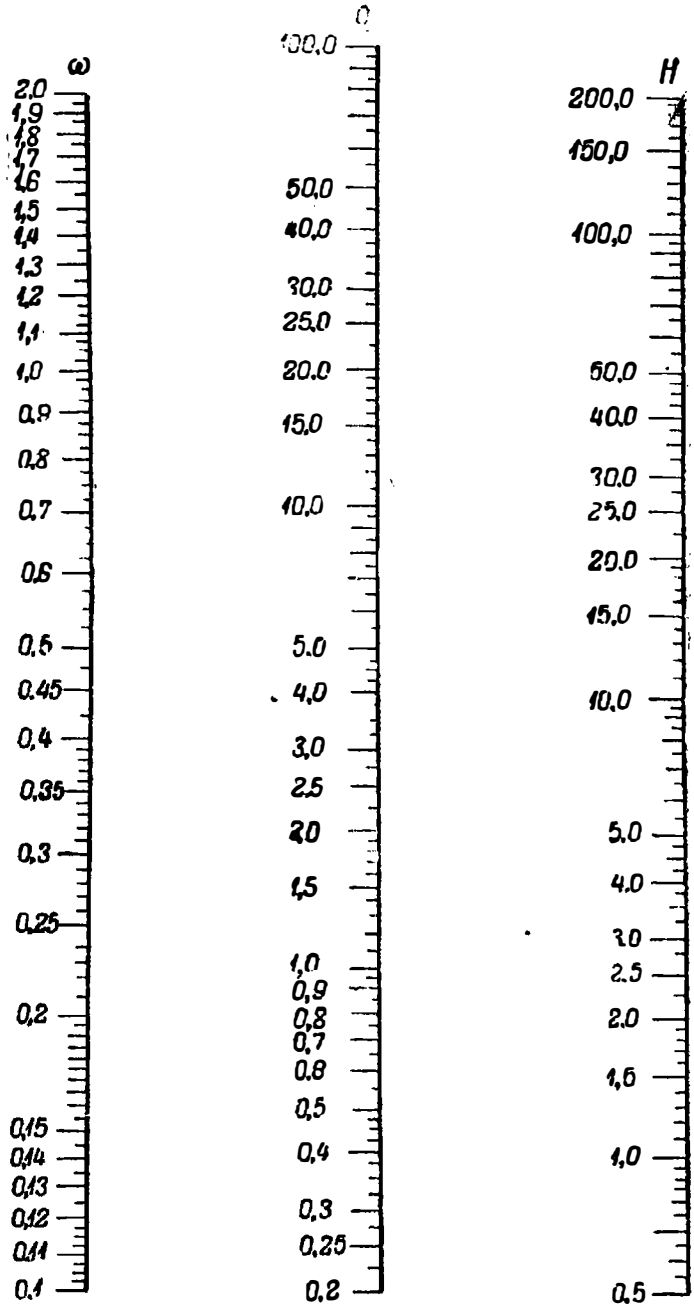
Пример 56. Дано: $\omega = 0{,}75\ м^2$, $H = 16\ м$, $\mu = 0.7$; найти Q. По номограмме для $\mu = 0{,}625$ имеем $Q = 8{,}35\ м^3/сек$, после чего для $\mu = 0{,}7$ по табл. 104 получим:

$$Q = 1{,}12 \cdot 8{,}35 = 9{,}29\ м^3/сек.$$

Вычислением находим:

$$Q = 0{,}7 \cdot 0{,}75\sqrt{2g} \cdot \sqrt{16} = 9{,}30\ м^3/сек.;$$

расходимость — около 0,1%.



Фиг. 151.— **Номограмма для расчета отверстий (метровые размеры) при $\mu = 0{,}625$.**

§ 78. Полузатопленные отверстия.

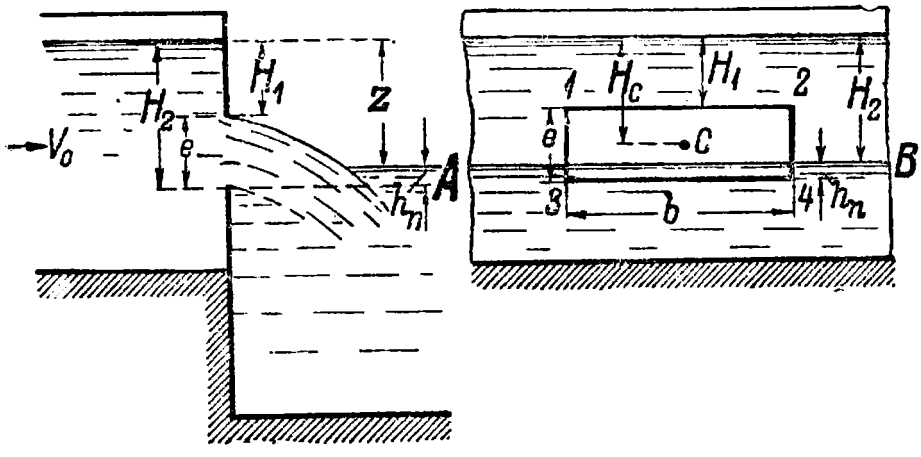
Остановимся теперь на формулах для так называемого „полузатопленного отверстия" (фиг. 152), для которого и до настоящего времени нет достаточно разработанной „гидравлической теории", и потому приводимые ниже способы следует рассматривать лишь как приближенные расчетные приемы, которые приходится применять за неимением других [1]) и которые в более ответственных случаях следует подвергать лабораторной проверке.

1°. Наиболее грубый способ состоит в том, что полузатопленное отверстие (т. е. такое, где по фиг. 152 низовой уровень воды непосредственно за отверстием стоит выше нижнего ребра его 3—4, но ниже верхнего ребра 1—2) рассматривается как незатопленное при условии

$$h_n < \frac{e}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (876)$$

и как затопленное при условии

$$h_n > \frac{e}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (877)$$



Фиг. 152.

В первом случае при обозначениях, указанных на фиг. 152, имеем:

$$Q = \mu\, be\sqrt{2gH_0}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (878)$$

где

$$H_0 = H_n + \frac{V_0^2}{2g}.$$

Во втором случае $\left(h_n > \frac{e}{2}\right)$

$$Q = \mu\, be\sqrt{2g\left(z + \frac{V_n^2}{2g}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (879)$$

[1]) Из работ последнего времени по истечению через отверстия (в том числе — полузатопленные) следует отметить две интересные работы инж. Б. Ф. Рельтова, помещенные в Известиях Научно-Мелиорац. Инст. (Вып. XX, 1930 г. и Вып. XXIII, 1931 г.) Однако, работы эти еще не вполне закончены для получения соответствующих расчетных формул.

или, при пренебрежении скоростью подхода,

$$Q = \mu be\sqrt{2gz} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (880)$$

Прием этот, как весьма условный, вообще не может быть рекомендован, но мы считали все же полезным упомянуть о нем.

2°. В заграничной практике (особенно англо-американской и германской) чаще всего применяется прием, аналогичный способу, данному Dubuat для затопленных водосливов (см. § 93); этот же прием нередко указывается и в наших гидравлических руководствах и пособиях. Состоит он в том, что верхняя часть отверстия (выше линии $A-B$, фиг. 152) рассматривается как незатопленная при коэфициенте расхода $=\mu_1$, нижняя же часть отверстия (ниже линии $A-B$) трактуется как затопленная с коэфициентом расхода $=\mu_2$.

При этом, пренебрегая скоростью подхода V_0, получим для расхода Q следующую зависимость:

$$Q = \frac{2}{3}\mu_1 b\sqrt{2g}\,(z^{3/2} - H_1^{3/2}) + \mu_2 b h_n\sqrt{2gz}, \quad \ldots\ldots \quad (881)$$

если же желаем учесть скорость подхода, то

$$Q = \frac{2}{3}\mu_1 b\sqrt{2g}\left[\left(z+\frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(H_1+\frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right] + \mu_2 b h_n\sqrt{2g\left(z+\frac{V_0^2}{2g}\right)} \quad (882)$$

Эти формулы можно писать и в другом виде, помня, что

$$z = H_2 - h_n, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (883)$$

причем вместо двух предыдущих формул соответственно будет:

$$Q = \frac{2}{3}\mu_1 b\sqrt{2g}\left[(H_2-h_n)^{3/2} - H_1^{3/2}\right] + \mu_2 b h_n\sqrt{2g(H_2-h_n)} \quad \ldots \quad (884)$$

и

$$Q = \frac{2}{3}\mu_1 b\sqrt{2g}\left[\left(H_2-h_n+\frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(H_1+\frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right] + \mu_2 b h_n\sqrt{2g\left(H_2-h_n+\frac{V_0^2}{2g}\right)} \quad \ldots\ldots \quad (885)$$

По существу прием этот — чисто формальный; недостаток этот не устраняется и при попытке так или иначе подобрать численные значения коэфициентов расхода μ_1 и μ_2, так как практика показала, что они не имеют достаточно определенного характера [1]). В связи с этим при расчетах большею частью полагают

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (886)$$

принимая для μ значения 0,60 — 0,70 (в среднем 0,65).

При условии (886) вид формул (881) и (884) несколько изменяется, а именно — вместо формулы (881) имеем:

$$Q = \mu b\sqrt{2g}\left[\frac{2}{3}(z^{3/2} - H_1^{3/2}) + h_n\sqrt{z}\right], \quad \ldots\ldots \quad (887)$$

а вместо (884) будет:

$$Q = \mu b\sqrt{2g}\left\{\frac{2}{3}\left[(H_2-h_n)^{3/2} - H_1^{3/2}\right] + h_n\sqrt{H_2-h_n}\right\}, \quad \ldots \quad (888)$$

[1]) Ср. со сказанным в § 93 о коэфициентах μ_1 и μ_2 к формуле Dubuat.

в соответствии с чем нетрудно видеть, как изменятся и вышеприведенные зависимости (882) и (885).

3°. В последнее время (при составлении настоящего „Справочника") нами сделана некоторая попытка наметить более подходящую формулу для полузатопленных отверстий, которая и может быть здесь указана лишь как чисто расчетный прием, не являющийся „теорией" полузатопленных отверстий. Этот прием вкратце изложим.

В способе американских инженеров (§ 93) для рассмотрения затопленного водослива расход Q через такой водослив представляется в виде произведения:

$$Q = Q_{\text{нез}} \cdot \sigma, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (889)$$

где $Q_{\text{нез}}$ — расход через тот же водослив, но незатопленный, а коэфициент σ — „поправка на затопление". В том же виде (889) можно попытаться искать выражение расхода Q полузатопленного отверстия по фиг. 152, понимая под $Q_{\text{нез}}$ расход через соответствующее незатопленное отверстие.

Вводя обозначения:

$$\eta = \frac{h_н}{H_2}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (890)$$

$$\psi = \frac{H_1}{H_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (891)$$

и называя величину η относительным затоплением, а величину ψ — относительным напором для верхнего ребра отверстия, будем иметь:

$$e = (1 - \psi)\, H_2; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (892)$$

$$H_c = \frac{1 + \psi}{2} \cdot H_2; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (893)$$

$$z = (1 - \eta)\, H_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (894)$$

Кроме того для расходов $Q_{\text{нез}}$ и $Q_{\text{зат}}$ найдем:

$$Q_{\text{нез}} = M b H_2^{3/2} (1 - \psi) \sqrt{\frac{1 + \psi}{2}} \quad \ldots \ldots \quad (895)$$

и

$$Q_{\text{зат}} = M b H_2^{3/2} (1 - \psi) \sqrt{1 - \eta}, \quad \ldots \ldots \quad (896)$$

где $Q_{\text{зат}}$ обозначает расход через вполне затопленное отверстие и где введен по (875) коэфициент расхода $M = \mu \sqrt{2g}$.

Величину коэфициента „поправки на затопление" σ будем искать, как функцию от η и ψ:

$$\sigma = F(\eta, \psi), \quad \ldots \ldots \ldots \quad (897)$$

но не в аналитическом виде, а графически, в виде системы кривых

$$\sigma = f(\eta), \quad \ldots \ldots \ldots \quad (898)$$

каждая из которых отвечает определенному значению ψ, как показано схематически на фиг. 153, где по горизонтальной оси откладываются значения η, а по вертикальной — значения σ.

Обычно основная формула незатопленного водослива получается из формулы (841) для незатопленного прямоугольного отверстия при подстановке $H_1 = 0$, причем недостатки этого вывода корректируются выбором соответствующей величины коэфициента расхода водослива.

Подобным же образом, если для полузатопленного отверстия напишем формулу

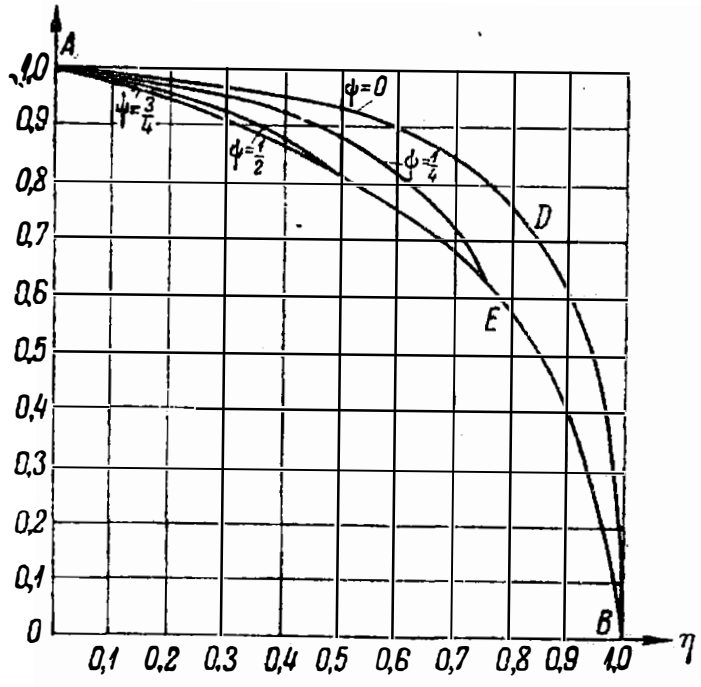
$$Q = Q_{\text{нез}}\,\sigma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (889)$$

и далее по (897)

$$Q = Q_{\text{нез}} \cdot F(\eta, \psi), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (899)$$

то, полагая в последней зависимости $\psi = 0$ (при $H_1 = 0$), получим для затопленного водослива:

$$Q = Q_{\text{нез}} \cdot \sigma = Q_{\text{нез}} \cdot F(\eta, 0), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (900)$$



Фиг. 153.

где $F(\eta, 0) = \sigma$ дается американской таблицей 118 [1]); таким образом, для $\psi = 0$ на фиг. 153 мы уже имеем кривую $A - D - B$.

Далее, можем получить еще одну характерную кривую. Для этого заметим, что отверстие из полузатопленного переходит в затопленное (см. фиг. 152) при

$$h_n = e = H_2 - H_1 = (1 - \psi) H_2, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (901)$$

откуда, обозначая относительное затопление для этого случая через η_p („раздельное“ относительное затопление), получим, что

$$\eta_p = \frac{h_n}{H_2} = 1 - \psi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (902)$$

[1]) См. ниже § 93; в этой таблице коэфициент поправки на затопление водослива обозначен через σ_κ.

Соответствующее значение σ также назовем „раздельным" и обозначим через $\sigma_р$. Эту последнюю величину можем определить на основании зависимости (889) и формул (895) и (896), предварительно написав последнюю формулу (для $\eta = \eta_р$) в виде:

$$Q_{разд} = M b H_2^{3/2} (1-\psi) \sqrt{1-\eta_р}, \quad \ldots \quad (903)$$

после чего видим, что

$$\sigma_р = \sqrt{\frac{2(1-\eta_р)}{1+\psi}}, \quad \ldots \quad (904)$$

или, в виду (902),

$$\sigma_р = \sqrt{\frac{2(1-\eta_р)}{2-\eta_р}} \quad \ldots \quad (905)$$

По этой зависимости и может быть построена кривая $A-E-B$ (фиг. 153). Между кривыми $A-D-B$ и $A-E-B$ должны разместиться искомые кривые, графически представляющие функцию $\sigma = F(\eta, \psi)$, причем нетрудно видеть, что кривые эти для всех значений ψ должны начинаться в общей точке A и кончаться в различных точках, лежащих на линии $A-E-B$. Абсциссы $\eta_р$ этих „концевых точек" для данного значения ψ находим по (902).

Имея граничные кривые $A-D-B$ и $A-E-B$, точки A и B и „концевые точки", можем прочертить искомые кривые для функции $\sigma = F(\eta, \psi)$, стараясь распределить их равномерно и соображаясь с характером первой кривой $A-D-B$, как то и сделано на Графике XIII (в конце книги).

Построив в достаточно крупном масштабе подобные кривые для коэфициента σ при значениях ψ, изменяющихся через 0,1, можем заменить график таблицею, которая здесь и приводится (табл. 105).

ТАБЛИЦА 105.

Значения коэфициента σ для полузатопленных отверстий.

η \ ψ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,1	0,991	0,989	0,987	0,985	0,983	0,981	0,979	0,977	0,975	0,973	—
0,2	0,981	0,977	0,973	0,968	0,963	0,958	0,953	0,948	0,943	—	—
0,3	0,970	0,963	0,956	0,945	0,934	0,922	0,914	0,907	—	—	—
0,4	0,956	0,947	0,932	0,917	0,898	0,879	0,866	—	—	—	—
0,5	0,937	0,922	0,901	0,874	0,840	0,816	—	—	—	—	—
0,6	0,907	0,885	0,845	0,803	0,756	—	—	—	—	—	—
0,7	0,856	0,817	0,762	0,679	—	—	—	—	—	—	—
0,8	0,778	0,712	0,577	—	—	—	—	—	—	—	—
0,9	0,621	0,426	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1,0	0,000	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Итак, по предлагаемому расчетному приему расход через прямоугольное полузатопленное отверстие (фиг. 152) определяется по весьма простой формуле:

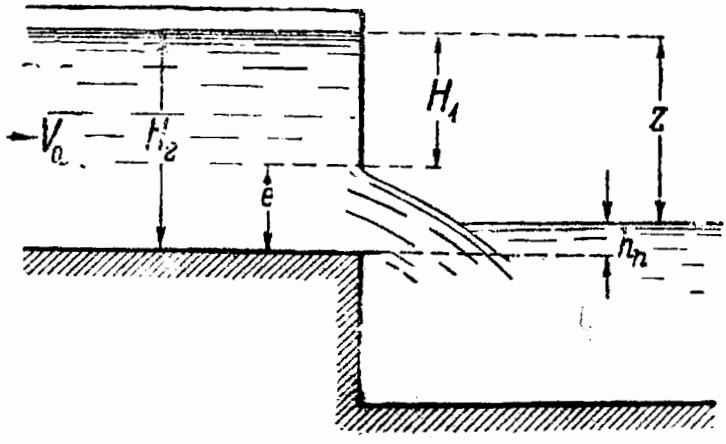
$$Q = \sigma \mu b e \sqrt{2g H_c} \quad \ldots \quad (906)$$

при пренебрежении скоростью подхода V_0; коэфициент расхода μ берется для **незатопленного** отверстия. Если же не полагаем $V_0 = 0$, то следует пользоваться формулой:

$$Q = \varepsilon \mu b e \sqrt{2g H_0}, \quad \ldots \quad (907)$$

где

$$H_0 = H_c + \frac{V_0^2}{2g}.$$

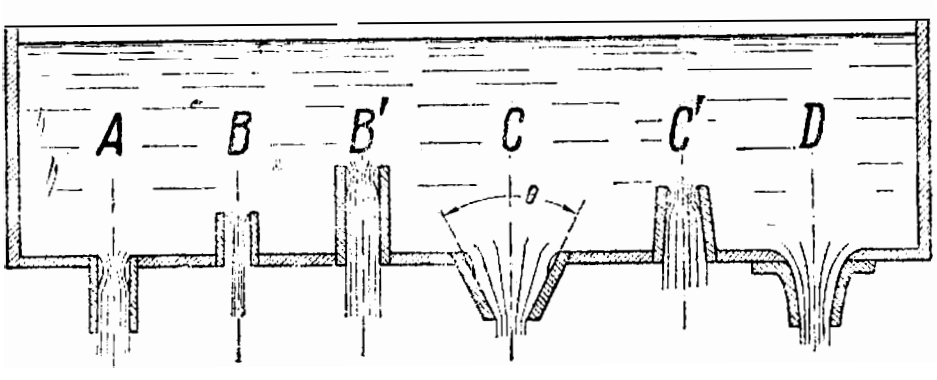


Фиг. 154.

Отметим, что и **донное отверстие I рода** может быть **полузатопленным**, как, например, показано на фиг. 154; для расчета такого отверстия также могут служить указанные в настоящем параграфе формулы.

§ 79. Истечение через насадки.

Насадком называется короткая трубка или труба, присоединенная к отверстию. Укажем следующие главные типы насадков (фиг. 155): насадок



Фиг 155.

Вентури (Venturi) или внешний цилиндрический (схема A); насадок **Борда** (Borda) или внутренний цилиндрический (B и B'); конический (C — сходящийся, C' — расходящийся), коноидальный (D). Расход через незатоп

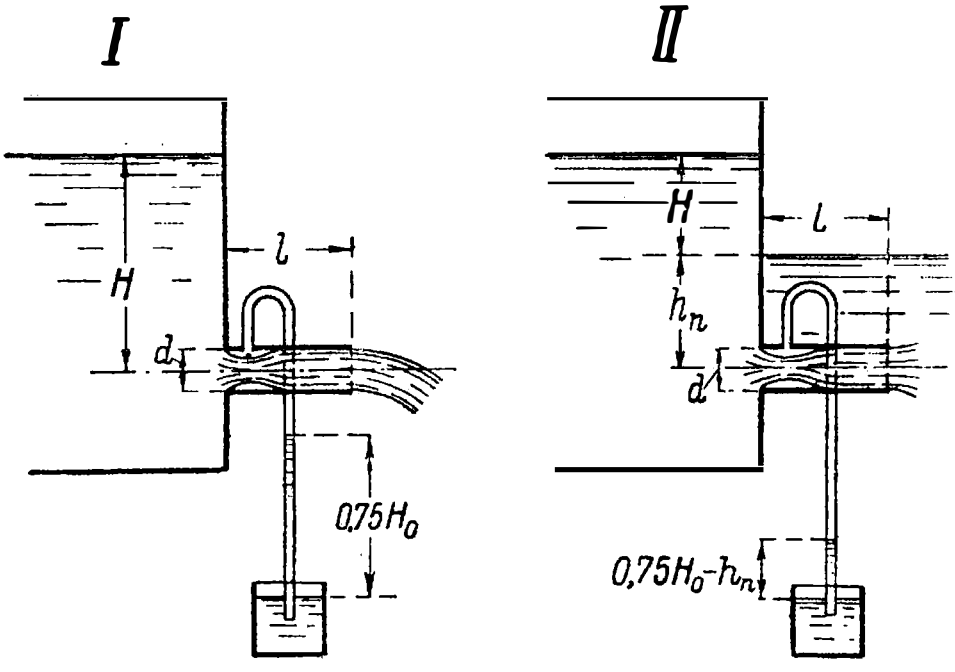
ленные и затопленные насадки определяется формулой:

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH_0} = \mu\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{2gH_0}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (908)$$

где d — диаметр выходного отверстия, H_0 — напор, исправленный „на скорость подхода", как в формулах для отверстий, μ — коэфициент расхода, имеющий для каждого насадка особые значения.

1°. Насадок Вентури (фиг. 156). Здесь имеем расчетные значения:

$$\varepsilon = 1; \zeta = 0{,}5; \varphi = \mu = 0{,}82 \ldots\ldots\ldots \quad (909)$$



Фиг. 156

Вакуум в сжатом сечении при незатопленном (фиг. 156-I) и затопленном (фиг. 156-II) насадке соответственно равен:

$$Vac = \sim 0{,}75H_0; \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (910)$$

$$Vac \cong 0{,}75\,H_0 - h_n, \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (911)$$

где h_n — величина затопления, т. е. погружение центра тяжести выходного отверстия под уровень с низовой стороны (за насадком).

Весьма важно отметить, что не всегда можно пользоваться значениями (909), но лишь тогда, когда обеспечены условия правильной работы такого насадка, а именно:

а) вакуум в сжатом сечении (Vac), определяемый по (910) или (911), не должен быть больше практически допускаемой величины (обычно $\sim 6 - 7$ *м*), т. е. необходимо, чтобы

$$Vac \leqslant 6{,}0 - 7{,}0\ м; \ldots\ldots\ldots \quad (912)$$

б) длина насадка l должна быть не менее четырехкратного его диаметра d:

$$l \geqslant 4d; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (913)$$

в) для большей надежности работы желательно иметь насадок при начале его работы заполненным водою.

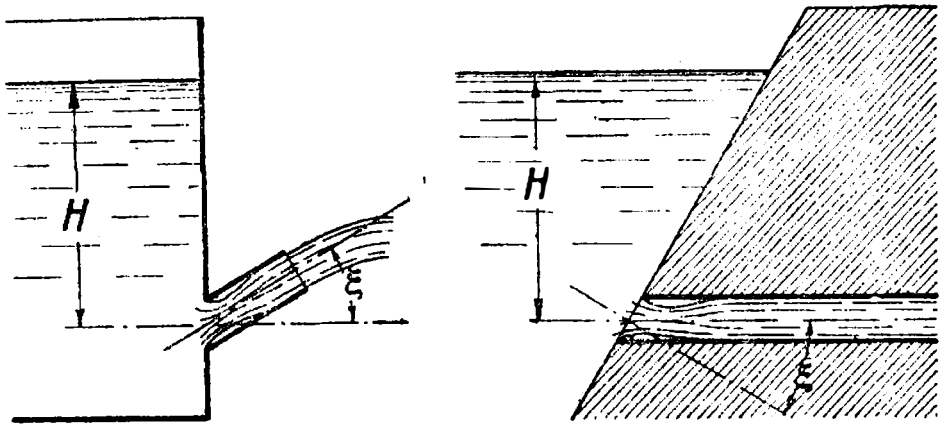
При расчете насадков Вентури обязательно следует проверять, исполнены ли эти условия; если нет, то следует считать, что мы имеем лишь простое отверстие без насадка (коэфициент μ следует тогда брать, как для отверстия).

В вышеприведенных указаниях имелся в виду случай совершенного сжатия струи. В случае, если сечение сосуда Ω в непосредственной близости от места присоединения насадка не столь велико в сравнении с поперечным сечением самого насадка, имеет место несовершенное сжатие струи. В этом случае коэфициент расхода может быть определен по формуле Вейсбаха, имеющей вид:

$$\mu = \mu_c (1 + 0{,}102a + 0{,}067a^2 + 0{,}046a^3), \quad \ldots \ldots \quad (914)$$

где μ_c — коэфициент расхода насадка при совершенном сжатии и $a = \frac{\omega}{\Omega}$.

Если насадок Вентури косо соединен со стенкой (фиг. 157), то по опытам Вейсбаха коэфициент расхода μ уменьшается в зависимости от угла ξ,



Фиг. 157.

как указано в таблице 106, причем, конечно, при расчетах следует округлять значения μ до двух десятичных знаков.

ТАБЛИЦА 106.

$\xi =$	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
$\mu =$	0.815	0,799	0,782	0,764	0,747	0,731	0,719

2°. Насадок Борда. Различается два вида насадков Борда (или внутренних цилиндрических): незаполненный и заполненный.

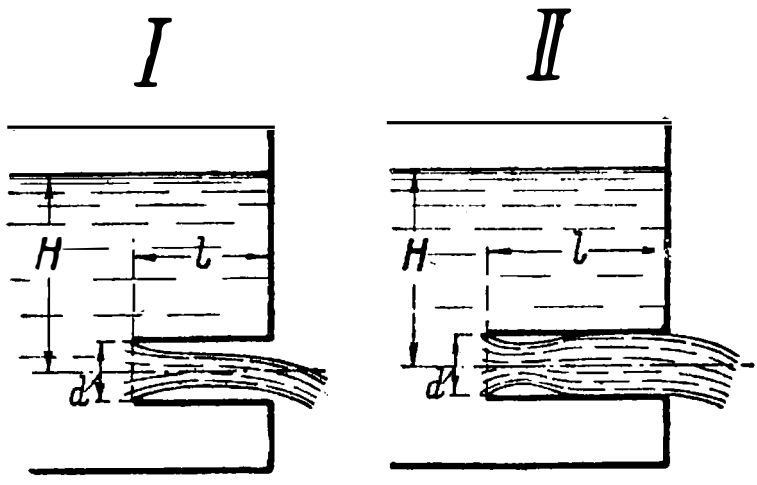
Схема первого помечена на фиг. 155 буквою B, схема второго — буквою B'; кроме того эти виды насадков соответственно представлены на фиг. 158 (I и II).

Незаполненный насадок Борда может быть характеризован следующими коэфициентами:

$$\varepsilon = 0{,}53;\ \zeta = 0{,}06;\ \varphi = 0{,}97;\ \mu = 0{,}51, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (915)$$

причем для практических целей можно считать, что длина насадка l не превышает трехкратного его диаметра d, т. е.

$$l \leqslant 3d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (916)$$



Фиг. 158.

Для заполненного насадка Борда имеем:

$$\varepsilon = 1;\ \zeta = 1;\ \varphi = \mu = 0{,}71, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (917)$$

причем длина насадка l обычно указывается неравенством:

$$l > 3d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (918)$$

Необходимо помнить, что в насадке Борда стенки трубки должны иметь сравнительно небольшую толщину t, — практически можно считать для толщины t:

$$t < 0{,}2d;$$

если же $t > 0{,}2d$, то для незаполненного насадка Борда следует применять коэфициенты (832), как для отверстия в тонкой стенке, а для заполненного — коэфициенты (909), как для насадка Вентури.

3°. Конические насадки. Следует различать сходящиеся и расходящиеся конические насадки.

а) Для сходящихся конических насадков (фиг. 155, C), относя коэфициенты φ и μ к выходному сечению, можно привести (табл. 107) следующие данные по опытам Д'Обюиссона (D'Aubuisson) и Кастеля (Castel):

ТАБЛИЦА 107.

Угол конусности θ (фиг. 155, C)	Коэфициент скорости φ	Коэфициент расхода μ
0°	0,829	0,829
1°	0,852	0,852
3°	0,892	0,892
5°	0,920	0,920
10°	0,949	0,937
13°	0,961	0,945
13° 24′	0,963	0,946
16°	0,969	0,938
20°	0,971	0,922
25°	0,974	0,908
30°	0,975	0,896
35°	0,977	0,883
45°	0,983	0,857

Как видим из таблицы, наилучший угол конусности (в смысле увеличения коэфициента расхода) $\theta = \sim 13°$.

Одно из весьма важных применений конических сходящихся насадков имеем в наконечниках пожарных рукавов (брандспойтах). По опытам Фримэна (Freeman), произведенным в Америке, коэфициент расхода μ в рационально очерченных брандспойтах составляет 0,96—0,98; для расчета рекомендуется значение

$$\mu = 0{,}97, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (919)$$

так что формула расхода воды для брандспойта имеет вид:

$$Q = 0{,}97\omega\sqrt{2gH} = 0{,}76d^2\sqrt{2gH} = 3{,}38d^2\sqrt{H_м}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (920)$$

где ω—площадь выходного отверстия, H—напор, считаемый обычно у основания брандспойта.

б) Конические расходящиеся насадки (фиг. 155, C′) значительно увеличивают расход по сравнению с тем, который прошел бы при том же напоре через простое отверстие, равное по площади входному отверстию этого насадка; другая особенность таких насадков—значительные потери напора. Конечно, выходные скорости в расходящихся насадках могут быть значительно понижены против входных скоростей при надлежащем выборе выходного диаметра. Основное условие правильной работы расходящегося насадка состоит в том, что струя, пройдя входное и следующее затем „сжатое" сечение, должна заполнить насадок, не отрываясь от стен его, для чего угол конусности не должен превосходить примерно 7°—13°. Условия работы расходящегося насадка значительно улучшаются при плавном входе в него жидкости.

Ограничиваясь лишь весьма краткими указаниями по вопросу об этих насадках, отметим, что для углов конусности 5°—7° в среднем можно приблизительно считать, что

$$\varphi = \mu = \sim 0{,}5, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (921)$$

если относить эти коэфициенты к выходному сечению, причем соответствующее значение коэфициента сопротивления насадка $\zeta = \sim 3$; $\varepsilon = 1$. Величины φ и μ в расходящемся насадке вообще изменяются весьма значительно

в зависимости от его форм; так, по опытам Фрэнсиса (Francis) $\varepsilon = \mu \cong 0{,}95—0{,}15$ по отношению к выходному сечению; по отношению же ко входному сечению $\varphi = \mu = \sim 0{,}93—2{,}40$.

4°. **Коноидальный насадок** (фиг. 155, *D*). При насадках, достаточно хорошо подходящих к форме, вытекающей из отверстия струи, μ достигает значений 0,97 — 0,98. Такие очертания сложны; если их заменить простым закруглением, то можно считать при не слишком малых радиусах $\mu = 0{,}95$ (с хорошим запасом $\mu = \sim 0{,}9$).

§ 80. Истечение при переменном напоре.

При рассмотрении истечения под переменным напором будем иметь в виду истечение как через простые отверстия, так и через насадки. Примем нижеследующие обозначения:

z—переменный напор, т. е. переменная глубина погружения центра тяжести незатопленного отверстия (насадки) или переменная разность уровней перед и за отверстием (насадкой), если таковые затоплены;

Ω—площадь „зеркала“ воды в сосуде или резервуаре, т. е. площадь горизонтального их сечения при напоре z;

Q'—секундное количество воды, притекающее в сосуд (по схеме *A*, *B*, *C* и *D* (фиг. 159) или забираемое из него (по схеме *E* и *F*);

H_1—начальный напор, т. е. напор, с которого мы начинаем рассмотрение интересующего нас явления истечения в том или ином случае;

H_2—конечный напор, т. е. напор, на котором мы кончаем рассмотрение указанного явления;

t_1 и t_2—моменты времени, соответствующие напорам H_1 и H_2, причем будем обозначать:

$$t_2 - t_1 = T; \quad \ldots \quad (922)$$

t—момент времени, соответствующий напору z;

ω—площадь сечения отверстия или насадки;

μ—коэфициент расхода отверстия или насадки.

Для истечения под переменным напором основная зависимость (при медленно изменяющемся по времени движении) имеет вид:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{Q' - \mu\omega\sqrt{2gz}}{\Omega}, \quad \ldots \quad (923)$$

где вообще

$$Q' = f(t); \quad \ldots \quad (924)$$

$$\Omega = F(z). \quad \ldots \quad (925)$$

Подчеркнем, что зависимость (923) пригодна для всех случаев, показанных на фиг. 159, при сохранении за обозначением Q' того смысла, который оговорен выше. Укажем для ясности, что на схемах A, B и E представлены случаи наполнения сосуда, причем

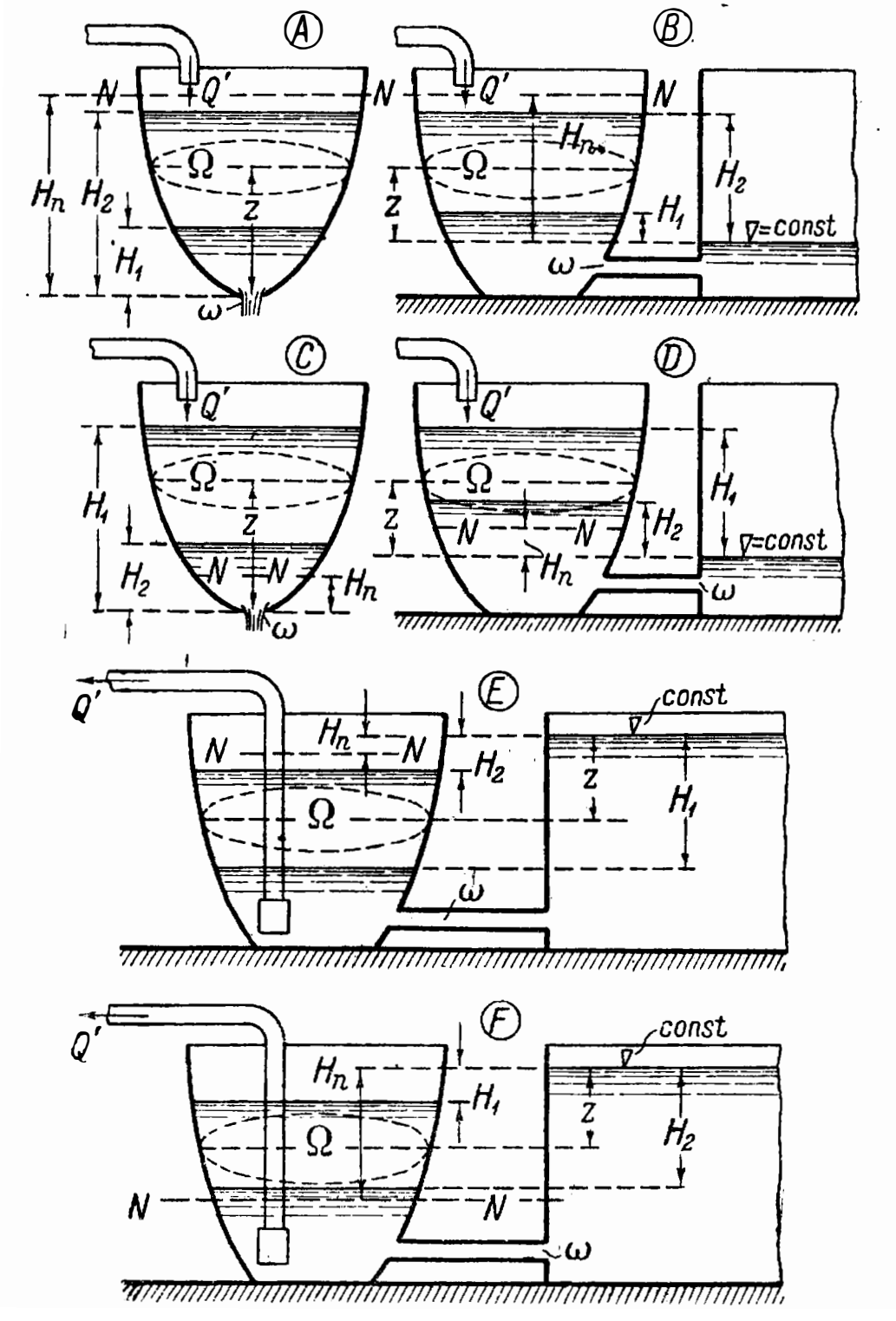
$$H_2 > H_1; \quad dz > 0, \quad \ldots \quad (926)$$

на схемах же C, D и F—случаи опорожнения сосуда, когда

$$H_2 < H_1; \quad dz < 0 \quad \ldots \quad (927)$$

На схемах A и C имеем незатопленное отверстие, на прочих схемах — затопленное (затопленные насадки). На схемах A—D жидкость вытекает из сосуда через отверстие („расходный“ тип отверстия или насадки), на схемах же E и F жидкость втекает в сосуд через отверстие („приточный“ тип отверстия или насадки).

При условиях (924)—(925) диференциальное ур-ние (923) интегрируется вообще лишь приближенно, для практики же наиболее важны следующие частные случаи.



Фиг. 159.

I случай: величина Q' **постоянна**, площадь же зеркала жидкости в сосуде **изменяется** при различных наполнениях, т. е.

$$Q' = \text{const}; \quad \Omega = F(z) \ldots\ldots\ldots\ldots (928)$$

При этом ур-ние (923) приводится к квадратуре; имеем:

$$t_2 - t_1 = T = \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega dz}{Q' - \mu\omega\sqrt{2gz}}, \ldots\ldots\ldots (929)$$

где под интегралом находится лишь функция от z. Этот интеграл разрешается в приближенной или точной форме в зависимости от того, какой функцией представляется выражение для площади зеркала Ω.

При рассмотрении данного случая истечения весьма важно определить тот напор H_n, при котором отверстие (насадок) пропускает расход, равный постоянной величине Q'; напор H_n, очевидно, найдется из условия:

$$Q' = \mu\omega\sqrt{2gH_n}, \ldots\ldots\ldots\ldots (930)$$

откуда

$$H_n = \frac{(Q')^2}{2g\mu^2\omega^2}, \ldots\ldots\ldots\ldots (931)$$

причем величина H_n может быть названа „нормальным напором", а соответствующий уровень $(N—N)$ — „нормальным уровнем". Этот уровень, как и напор H_n, показан на всех схемах фиг. 159, в которых при этом надо считать $Q' = \text{const}$.

В зависимости от соотношения величин H_n и H_1 (т. е. „нормального" и начального напоров) получаем два под-случая: а) **наполнение** сосуда и б) **опорожнение** его.

Для „**расходного**" типа отверстий под-случай (а) имеет место (схемы A и B), если

$$H_1 < H_n, \ldots\ldots\ldots\ldots (932)$$

причем наполнение сосуда выше уровня $N—N$ невозможно. Под-случай (б) получаем (схемы C и D), если

$$H_1 > H_n; \ldots\ldots\ldots\ldots (933)$$

при этом понижение горизонта жидкости в сосуде ниже уровня $N—N$ произойти не может. Что касается „**приточного**" типа отверстий, то для них получим обратные неравенства: наполнение сосуда происходит (схема E), если

$$H_1 > H_n, \ldots\ldots\ldots\ldots (932')$$

опорожнение же (схема F)—при условии

$$H_1 < H_n. \ldots\ldots\ldots\ldots (933')$$

Отметим еще, что для всех схем при условии $H_1 = H_n$ напор в течение всего времени истечения остается, конечно, **постоянным**.

II случай: как величина Q', так и площадь зеркала жидкости в сосуде—постоянны (фиг. 160), т. е.

$$Q' = \text{const}; \quad \Omega = \text{const} \ldots\ldots\ldots\ldots (934)$$

Интеграл, входящий в зависимость (929), в данном случае (цилиндрические и призматические сосуды) может быть выражен в точной форме, так

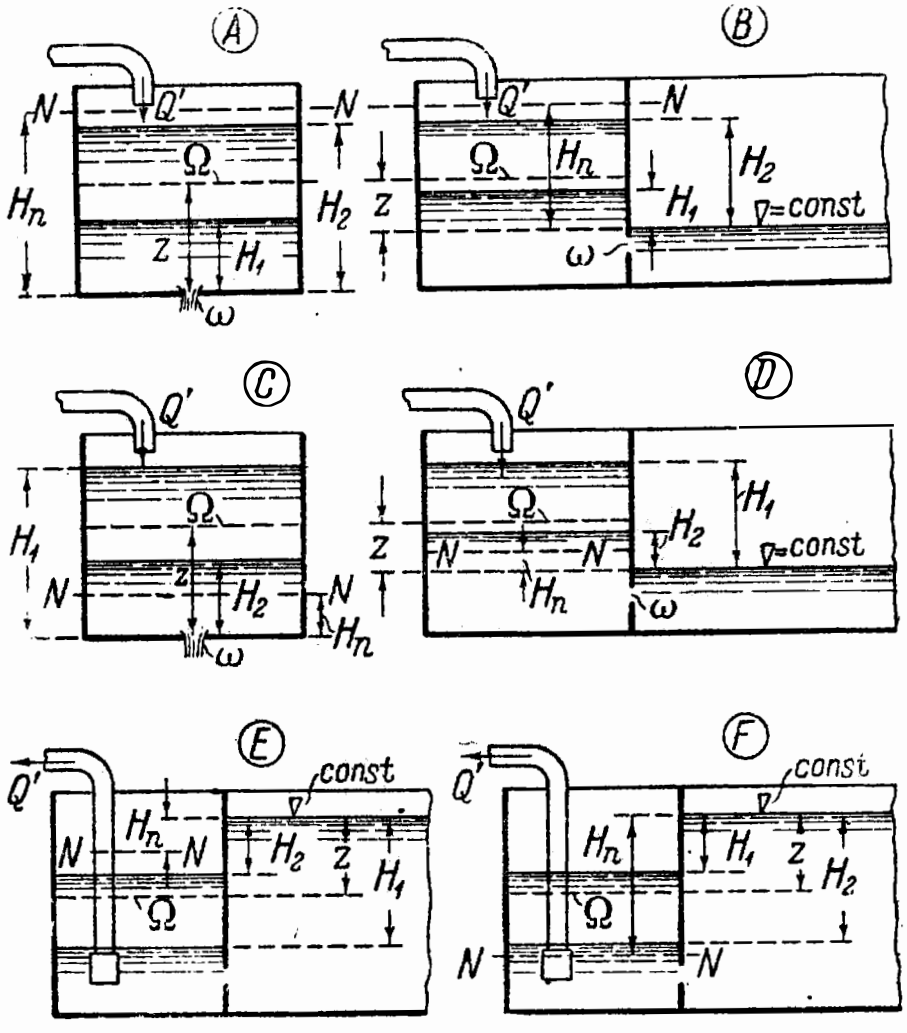
что вместо (929) получим:

$$t_2-t_1=T=\Omega\int_{H_1}^{H_2}\frac{dz}{Q'-\mu\omega\sqrt{2gz}}=$$

$$=\frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\left[\sqrt{H_n}\log\text{ nat}\frac{\sqrt{H_n}-\sqrt{H_1}}{\sqrt{H_n}-\sqrt{H_2}}+(\sqrt{H_1}-\sqrt{H_2})\right], \quad . . . . . (935)$$

где по (931)

$$\sqrt{H_n}=\frac{Q'}{\mu\omega\sqrt{2g}} \quad . . . . . (936)$$



Фиг. 160.

Зависимость (935) справедлива для всех схем данного случая, показанных на фиг. 160; эти схемы: A, B, C, D, E и F соответствуют схемам того же наименования, представленным выше на фиг. 159 для более общих условий.

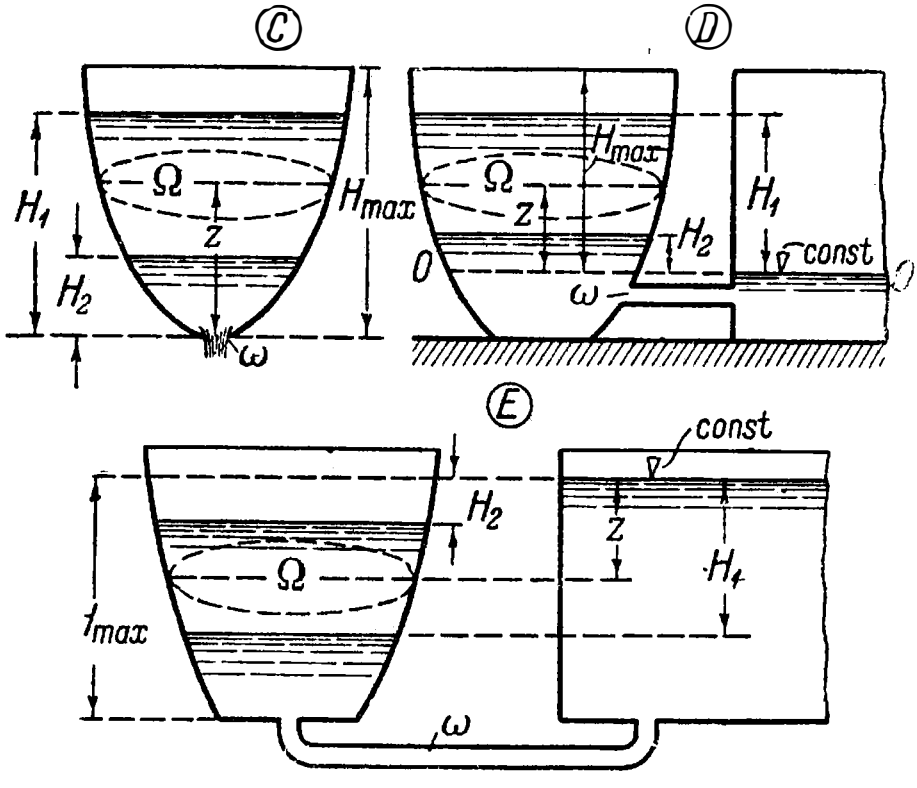
В рассматриваемом случае, как и в случае I, можно также различать два под-случая, в соответствии с двумя неравенствами вида (932) и (933), т. е. наполнение и опорожнение сосуда. Отметим, что при

$$H_2 = H_n \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (937)$$

по (935) имеем: $T = \infty$. Это надо понимать в том смысле, что, при наличии постоянного притока воды Q' в сосуд (схемы A, B, C и D, фиг. 160) или такого же постоянного водоразбора из сосуда (схемы E и F, фиг. 160), этот сосуд не может опорожниться ниже „нормального" уровня $N—N$ в схемах C, D, E и, равным образом, не может наполниться выше этого уровня в схемах A, B, E; горизонт жидкости в сосуде может лишь как угодно близко подойти к „нормальному" уровню $N—N$ при достаточно большом промежутке времени T.

III случай: горизонтальное сечение сосуда изменяется по высоте его; посторонний приток воды Q' (или такой же водоразбор) отсутствует, т. е.:

$$Q' = 0; \quad \Omega = F(z) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (938)$$



Фиг. 161.

При этом из зависимости (929) получим:

$$t_2 - t_1 = T = \frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} \frac{\Omega}{\sqrt{z}}\, dz, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (939)$$

где под интегралом имеем, конечно, лишь функцию от z, причем интеграл берется в точной или приближенной форме (смотря по тому, какова функция Ω).

Понятно, что при $Q'=0$ соответствующий „нормальный“ напор

$$H_{\text{н}}=0; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (940)$$

из схем, показанных выше на фиг. 159, для рассматриваемого случая сохраняются лишь три схемы: C, D и E, которые и даны отдельно под теми же наименованиями на фиг. 161 (при $Q'=0$).

На этих схемах, помимо уже известных из предыдущего величии, указана еще величина H_{max}, т. е. тот наибольший начальный напор, который в данном сосуде или резервуаре возможен по конструктивным условиям (высота стен сосуда и пр.). Время, необходимое для снижения напора от наибольшей величины H_{max} до нуля, будем обозначать через T_{max}. Величина T_{max} найдется из (939) при подстановке:

$$H_1=H_{max}; \quad H_2=0, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (941)$$

причем будет:

$$T_{max}=\frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}}\int_0^{H_{max}}\frac{\Omega}{\sqrt{z}}dz \quad \ldots \ldots \ldots \quad (942)$$

Время T_{max} для краткости можно назвать временем полного опорожнения или наполнения сосуда или резервуара,—что, впрочем, иногда имеет несколько условный смысл (напр., для схемы D по фиг. 161, где опорожнение сосуда ниже уровня 0—0 через показанную насадку невозможно).

IV случай: горизонтальное сечение сосуда — постоянно (цилиндрические или призматические сосуды); посторонний приток Q' (или такой же водоразбор) отсутствует, т. е.

$$Q'=0; \quad \Omega=\text{const} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (943)$$

В этом случае, для которого (как и для случая III) возможны лишь схемы C, D и E (фиг. 162), из (939) при $\Omega=\text{const}$ находим:

$$t_2-t_1=T=\frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}(\sqrt{H_1}-\sqrt{H_2}), \quad \ldots \ldots \ldots \quad (944)$$

время же полного опорожнения или наполнения сосуда по (944) при подстановке (941) будет:

$$T_{max}=\frac{2\Omega\sqrt{H_{max}}}{\mu\omega\sqrt{2g}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (945)$$

Полученное значение T_{max} вдвое более того времени, которое требуется для опорожнения или наполнения того же сосуда при постоянном напоре $H=H_{max}$.

V случай: истечение при переменном напоре под переменный уровень. Этот случай уже не является частным случаем основного диференциального ур-ния (923), как предыдущие четыре случая, но требует особого рассмотрения.

Если истечение из сосуда A (фиг. 163-I) при переменном напоре происходит под переменный уровень в сосуд B, то для общего случая непризматических сосудов

$$dt=-\frac{\Omega_a\cdot\Omega_b}{\Omega_a+\Omega_b}\cdot\frac{1}{\mu\omega\sqrt{2gz}}dz, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (946)$$

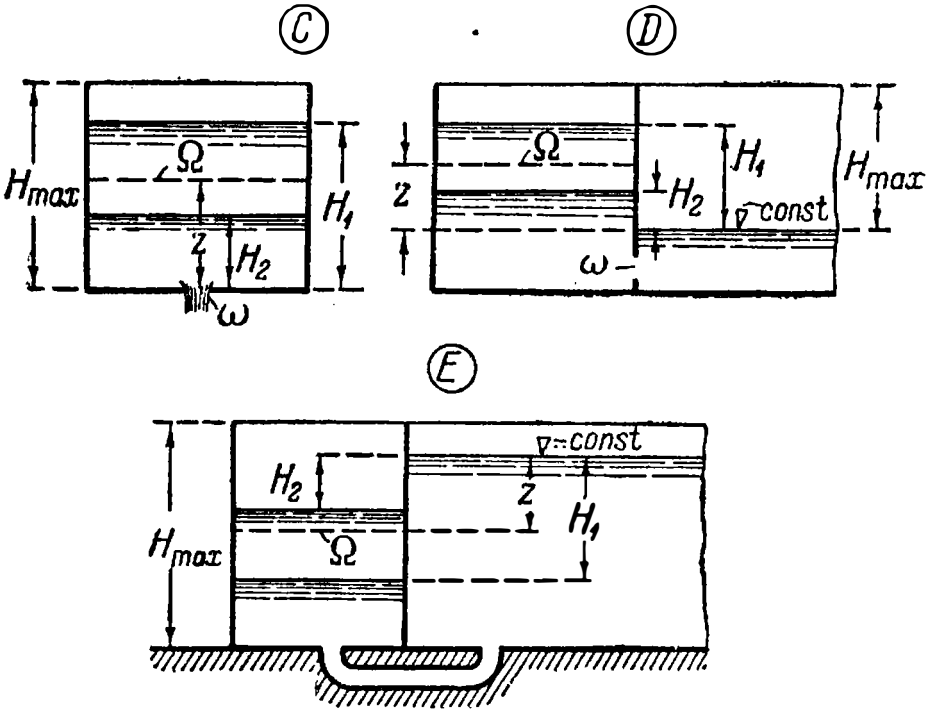
откуда

$$t_2 - t_1 = T = \frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_{h_2}^{h_1} \frac{\Omega_a \cdot \Omega_b}{\Omega_a + \Omega_b} \cdot \frac{dz}{\sqrt{z}}, \quad \ldots\ldots\ldots (947)$$

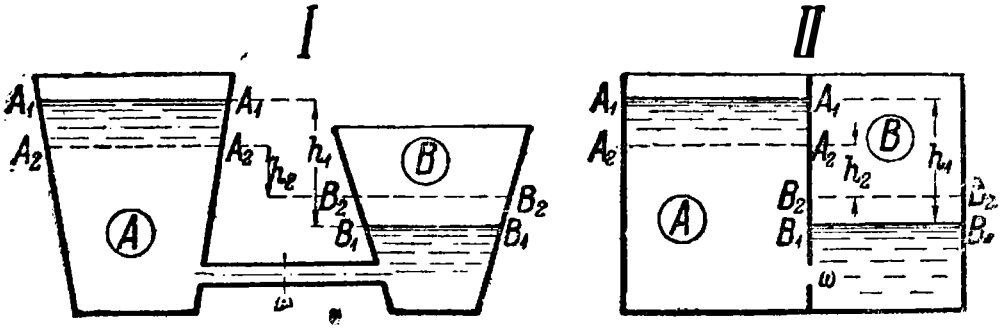
где Ω_a и Ω_b суть горизонтальные сечения сосудов A и B, причем Ω_a и Ω_b являются функциями от z:

$$\Omega_a = f_a(z); \quad \Omega_b = f_b(z); \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (948)$$

прочие обозначения в (947) ясны из предыдущего.



Фиг. 162.



Фиг. 163.

Для призматических сосудов (фиг. 163-II), когда $\Omega_a = \text{const}$, $\Omega_b = \text{const}$, по (947) имеем:

$$t_2 - t_1 = \frac{2\Omega_a \cdot \Omega_b(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2})}{(\Omega_a + \Omega_b) \cdot \mu\omega\sqrt{2g}}; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (949)$$

чтобы определить время $T_{\max}$, в течение которого уровни в сосудах сравняются, здесь следует положить $h_2 = 0$, причем будет:

$$t_2 - t_1 = T_{\max} = \frac{2\Omega_a \cdot \Omega_b\sqrt{h_{\max}}}{(\Omega_a + \Omega_b)\mu\omega\sqrt{2g}}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (950)$$

где $h_{\max}$—начальная разность уровней.

§ 81. Практические приложения к случаям сосудов и резервуаров правильной формы.

Гидравлическая теория истечения из отверстий при переменном напоре, вкратце изложенная в § 80, имеет обширные практические приложения, главным образом—при расчетах, связанных с исчислением времени опорожнения и наполнения разного рода резервуаров, бассейнов, камер судоходных шлюзов, водохранилищ и пр. При таких расчетах для коэфициента расхода μ, входящего в формулы предыдущего параграфа, следует по §§ 76—77 брать значения, соответствующие тому типу отверстия или насадка, который имеется в данной задаче; если же истечение происходит по некоторому трубопроводу (напр., фиг. 161—Е), то вместо μ следует подставлять величину коэфициента расхода системы μ_s (см. § 69). Для такого специального случая, как судоходные шлюзы, значения коэфициентов расхода указываются ниже (п. 5 настоящего параграфа).

Предварительно несколько преобразуем полученные в предыдущем параграфе зависимости для случаев I—IV, в целях упрощения внешнего вида дальнейших формул.

Взяв более общую зависимость (929) для случая I (фиг. 159) и выразив в ней Q' через „нормальный" напор H_n по (930), вместо (929) получим:

$$t_2 - t_1 = T = \frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega dz}{\sqrt{H_n} - \sqrt{z}}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (951)$$

где вместо $\mu\sqrt{2g}$ по (875) будем писать

$$\mu\sqrt{2g} = M,$$

так что будет:

$$t_2 - t_1 = T = \frac{1}{M\omega} \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega dz}{\sqrt{H_n} - \sqrt{z}}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (952)$$

Введем здесь обозначение:

$$Z = \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega dz}{\sqrt{H_n} - \sqrt{z}}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (953)$$

и вместо (952) окончательно получим:

$$T = \frac{Z}{M\omega} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (954)$$

Нетрудно видеть, что эта же зависимость сохраняется и для других случаев при соответствующем значении величины Z. Так, для случая II (§ 80, фиг. 160) в зависимости (954) имеем:

$$Z = \Omega \int_{H_1}^{H_0} \frac{dz}{\sqrt{H_n - \sqrt{z}}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (955)$$

для случая III (§ 80, фиг. 161)

$$Z = \int_{H_2}^{H_1} \frac{\Omega}{\sqrt{z}}\, dz, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (956)$$

и, наконец, для случая IV (§ 80 фиг. 162)

$$Z = \Omega \int_{H_2}^{H_1} \frac{dz}{\sqrt{z}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (957)$$

Время полного опорожнения или наполнения сосуда T_{max} для случаев III и IV может быть определено также по зависимости типа (954), а именно:

$$T_{max} = \frac{Z_{max}}{M\omega}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (958)$$

где для случая III

$$Z_{max} = \int_0^{H_{max}} \frac{\Omega}{\sqrt{z}}\, dz \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (959)$$

и для случая IV

$$Z_{max} = \Omega \int_0^{H_{max}} \frac{dz}{\sqrt{z}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (960)$$

В выражениях (953), (956) и (959) интегралы разрешаются в точной или приближенной формуле в зависимости от вида функции Ω; в выражениях (955), (957) и (960) интегралы легко берутся в точной форме, которая дается ниже в п. 1° настоящего параграфа.

Итак, для определения времени T при истечении через отверстие или насадку под переменным напором во всех четырех случаях [1]), рассмотренных в § 80, имеем основные расчетные зависимости в одном и том же виде (954):

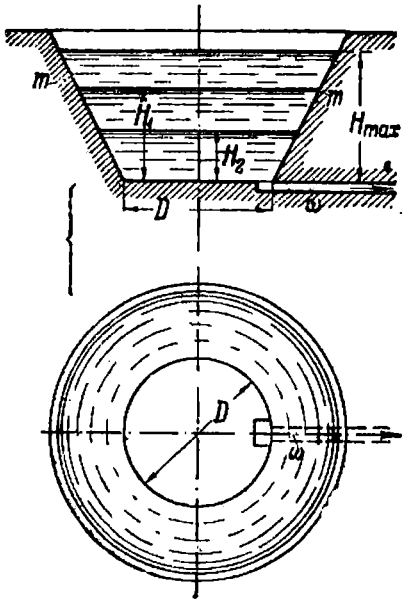
$$T = \frac{Z}{M\omega}.$$

Для определения времени T_{max} (случай III—IV) служит зависимость (958). Величина Z (и Z_{max}) может быть названа „модулем истечения".

[1]) Зависимость для T в виде (954) сохраняется и в случае V (§ 80), но на этом не будем здесь останавливаться подробнее.

„Модуль истечения“ и представляет главную величину, которую необходимо определить при решении практических задач, связанных с истечением через отверстия и насадки при переменном напоре; имея Z или Z_{max}, легко уже найти и соответствующее время T или T_{max}. Поэтому ниже (как в настоящем, так и в следующем параграфе) для различных практических случаев мы даем лишь выражения для „модуля истечения“ Z и Z_{max}.

1°. Призматические и цилиндрические сосуды. Для таких сосудов в предыдущем параграфе (см. случай II и IV) уже были указаны формулы, пригодные для расчетов. Если желаем пользоваться формулой (954), то для модуля истечения при призматических и цилиндрических сосудах ($\Omega = \text{const}$) имеем при $Q' = \text{const} \neq 0$ (фиг. 160):



Фиг. 164.

$$Z = 2\Omega \left[\sqrt{H_n} \log \text{nat} \frac{\sqrt{H_n} - \sqrt{H_1}}{\sqrt{H_n} - \sqrt{H_2}} + (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}) \right], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (961)$$

если же $Q' = 0$ (фиг. 162), то

$$Z = 2\Omega (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}); \quad . \quad . \quad . \quad (962)$$

$$Z_{max} = 2\Omega \sqrt{H_{max}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (962')$$

2°. Резервуар в виде усеченного конуса (фиг. 164). При обозначениях, показанных на фиг. 164, для случая отсутствия притока воды или водоразбора ($Q' = 0$) пользуемся для Z выражением (956) и, производя интегрирование, имеем:

$$Z = \pi \left[\frac{D^2}{2} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}) + \frac{2}{3} mD (H_1^{3/2} - H_2^{3/2}) + \frac{2}{5} m^2 (H_1^{5/2} - H_2^{5/2}) \right], \quad . \quad (963)$$

где D—диаметр нижнего основания, m—коэфициент откоса, т. е. котангенс угла наклонения образующих конуса к горизонту. Полагая в (963) $H_1 = H_{max}$ и $H_2 = 0$, для Z_{max} находим:

$$Z_{max} = \pi \sqrt{H_{max}} \left[\frac{D^2}{2} + \frac{2}{3} mH_{max} + \frac{2}{5} m^2 H^2_{max} \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (964)$$

3°. Для бассейна, имеющего форму трапецоидальной прямой призмы с вертикальными торцовыми плоскостями (фиг. 165-I), при $Q' = 0$ имеем по (956):

$$Z = 2l \left[b (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}) + \frac{2}{3} m (H_1^{3/2} - H_2^{3/2}) \right], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (965)$$

где m—коэфициент боковых откосов, прочие обозначения ясны из фиг. 165-I.

Отсюда

$$Z_{max} = 2l \sqrt{H_{max}} \left[b + \frac{2}{3} mH_{max} \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (966)$$

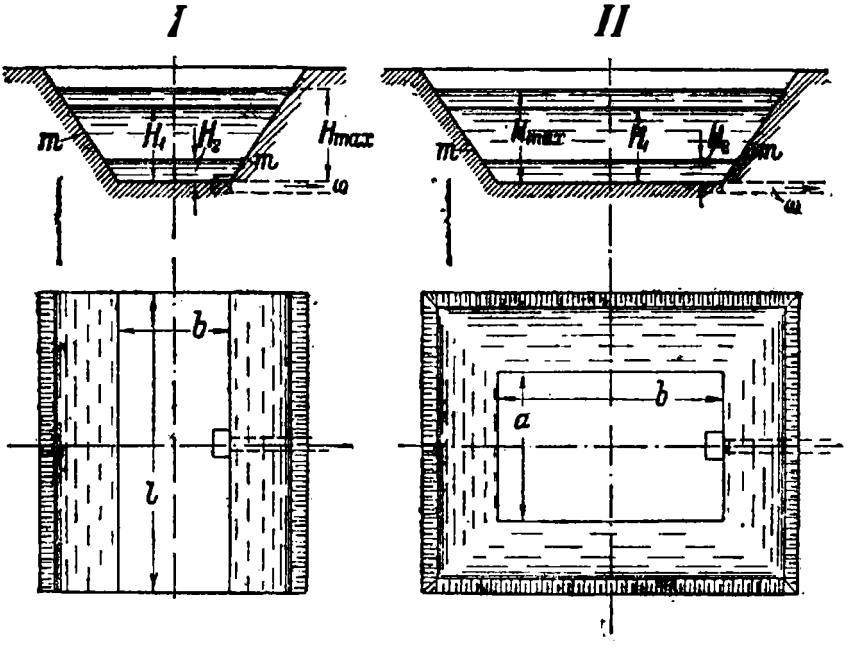
4°. Бассейн или водоем в виде усеченной пирамиды (фиг. 165-II). Для модуля истечения, при $Q'=0$ и показанных на чертеже обозначениях, найдем на основании (956):

$$Z=2\left[ab(\sqrt{H_1}-\sqrt{H_2})+\frac{2}{3}m(a+b)(H_1^{3/2}-H_2^{3/2})+\frac{4}{5}m^2(H_1^{5/2}-H_2^{5/2})\right] \quad (967)$$

и

$$Z_{max}=2\sqrt{H_{max}}\left[ab+\frac{2}{3}m(a+b)H_{max}+\frac{4}{5}m^2H^2_{max}\right] \quad . \quad . \quad . \quad (968)$$

5°. Камеры судоходных шлюзов. С гидравлической точки зрения камеры судоходных шлюзов в отношении времени их наполнения и опорожнения представляют рассмотренные в предыдущем параграфе случаи II



Фиг. 165

и IV (в настоящем параграфе—см. пп. 1° и 3°). Не входя здесь в подробности[1]), укажем лишь значения коэфициента расхода μ, применяемые при гидравлическом расчете шлюзных водопроводов:

а) для отверстий в полотнищах ворот шлюза . . . . . $\mu=0{,}62$;
б) для круговых водопроводов в головах шлюза . . . $\mu=0{,}65-0{,}70$;
в) для шлюзных водопроводных галлерей с системой выходных отверстий . . . . . $\mu=0{,}55-0{,}65$.

Эти коэфициенты имеют лишь ориентировочный характер, в особенности для случая (в), в котором явление гораздо сложнее[2]), чем в простой схеме истечения из отверстия при переменном напоре

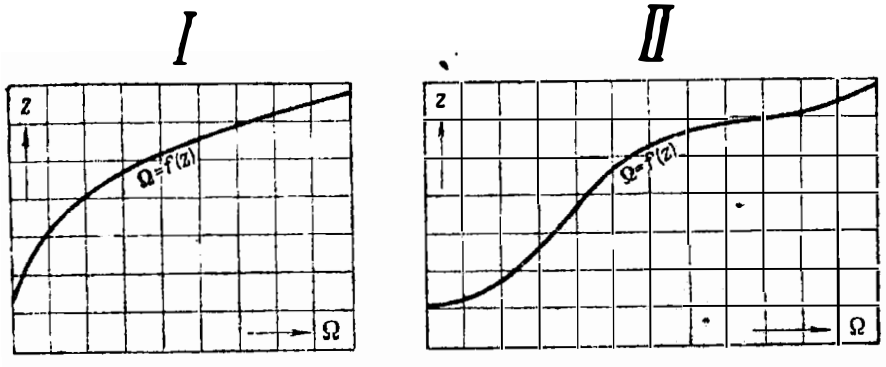
[1]) Указания о расчете времени наполнения и опорожнения камер судоходных шлюзов см, напр., в книге проф. Б. Ю. Калиновича: „Судоходный шлюз и его расчет", 1932 г., стр. 22.

[2]) По вопросу о проектировании шлюзных водопроводных галлерей с выходными отверстиями см.: В. М. Маккавеев, „Гидромеханические процессы, сопровождающие шлюзование судов", Сборник Лен. Инст. Инж. п. с., 1930 г., вып. 107.

§ 82. Опорожнение и наполнение водохранилищ.

В водохранилищах площади горизонтальных сечений Ω, естественно, имеют неправильный вид, причем величина этих площадей обычно характеризуется графически, при помощи так называемых кривых „зеркал водохранилища". Кривую зеркал для данного водохранилища легко построить, имея его план в горизонталях и откладывая, положим, на оси ординат отметки горизонталей, а по оси абсцисс — соответствующие этим отметкам площади водного зеркала Ω. Вместо отметок горизонталей можно откладывать по оси абсцисс величины z, т. е. напоры, действующие в отверстиях, через которые происходит выпуск воды из водохранилища, — как и сделано для примера на фиг. 166, где левый чертеж представляет схему сравнительно плавной кривой зеркал, а правый — схему менее плавной кривой.

При таких условиях для определения модуля истечения Z в вопросах об исчислении времени наполнения и опорожнения водохранилищ приходится



Фиг. 166.

обращаться к приближенным способам, из которых мы рассмотрим: а) способ трапеций, б) приложение формулы Симпсона, в) предлагаемый нами способ.

При этом нам понадобится знать величину „нормального напора" H_n, определяемую по (931), как указано в § 80. Напомним, что при

$$H_1 > H_n$$

имеем случай опорожнения водохранилища (см. по фиг. 167-I), а при

$$H_1 < H_n$$

случай наполнения (см. по фиг. 167-III). Если приток в водохранилище $Q' = 0$ (фиг. 167-II), то, конечно,

$$H = 0.$$

На фиг. 167 (схема I и III) линия $N—N$ обозначает „нормальный уровень" в том смысле, какой дан этому определению выше (§ 80, случай I).

а) Способ трапеций. Для удобства дальнейших обозначений будем писать вместо H_1 и H_2 соответственно H_I и H_{II} (начальный и конечный напоры для

рассматриваемого промежутка времени $t_2 - t_1 = T$), так что для модуля истечения по (953) будет:

$$Z = \int_{H_{II}}^{H_I} \frac{\Omega}{\sqrt{z} - \sqrt{H_n}}\, dz \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (969)$$

Для простоты письма обозначим здесь подинтегральную функцию через y:

$$y = \frac{\Omega}{\sqrt{z} - \sqrt{H_n}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (970)$$

причем ясно, что y есть функция от z, величину которой легко найти для любого значения z, имея кривую площадей зеркала водохранилища. При таком обозначении получим вместо (969):

$$Z = \int_{H_{II}}^{H_I} y\, dz \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (971)$$

Разбив разность между начальным и конечным напором на n равных промежутков, по способу трапеций выражение для Z напишем в виде суммы (число членов коей $= n$):

$$Z = -\sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{2}[y_{k+1} + y_k] \cdot \delta z_{k,\, k+1}, \quad \ldots\ldots\ldots (972)$$

где y_{k+1} и y_k — значения функции (970) соответственно для напоров z_{k+1} и z_k, причем $k = 1, 2, 3 \ldots n$; отметим, что $z_1 = H_I$; $z_{n+1} = H_{II}$. Далее, в формуле (972) $\delta z_{k,\, k+1}$ обозначает положительное или отрицательное „приращение" напора при подъеме или понижении горизонта воды с отметки z_k до отметки z_{k+1} (напомним, что „отметки" z считаются над горизонтальной плоскостью, проходящей через центр тяжести незатопленного отверстия, или над горизонтом нижнего бьефа, если выпускное отверстие затоплено). В формуле (972) всегда получаем, что

$$Z > 0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (973)$$

так как в случае опорожнения водохранилища (при $H_I > H_n$, фиг. 167-I) имеем, что $\delta z < 0$, но $y > 0$; в случае же наполнения (при $H_I < H_n$, фиг. 167-III) $\delta z > 0$, но $y < 0$.

Зная Z по (972), находим затем по общей формуле (954) время T, в течение коего горизонт в водохранилище опускается от уровня H_I до H_{II} (фиг. 167-I) или поднимается с уровня H_I до H_{II} (фиг. 167-III).

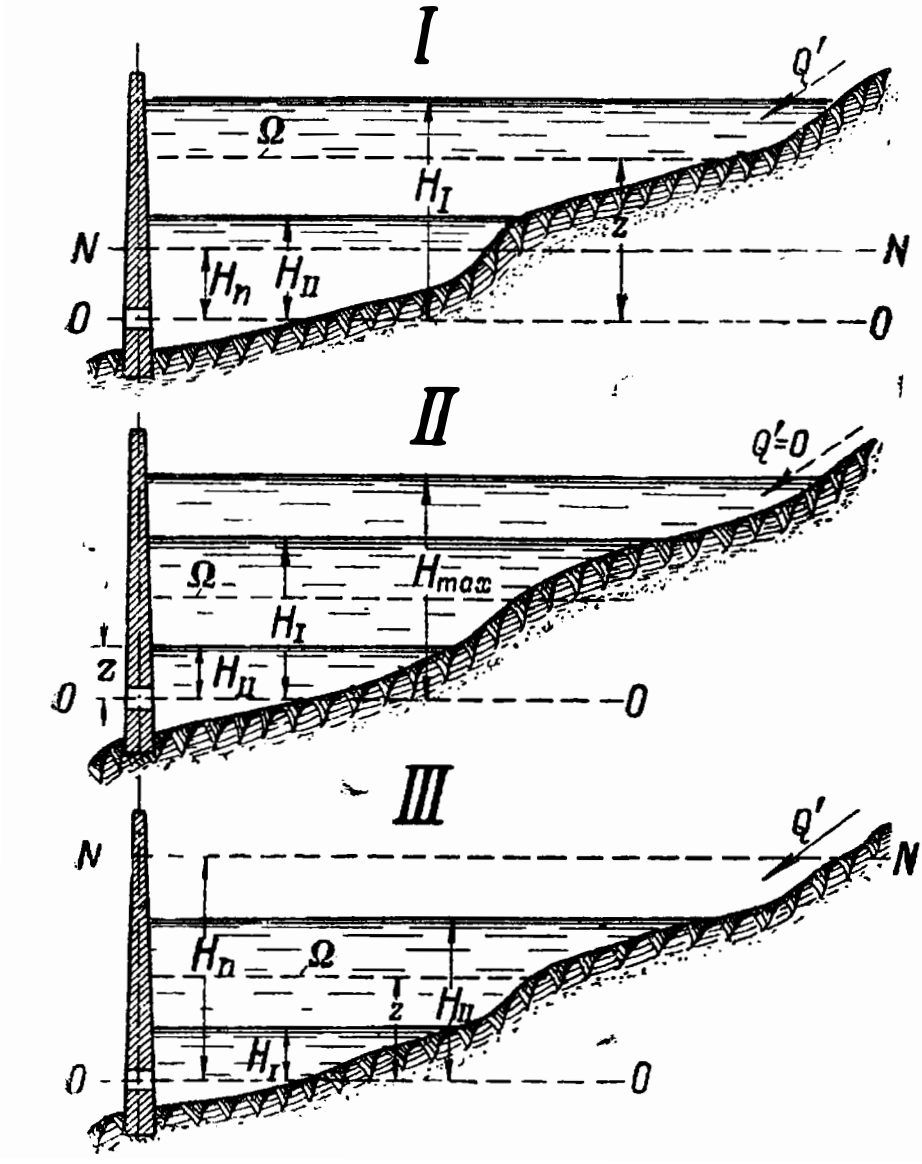
При отсутствии притока ($Q' = 0$) для модуля истечения Z вместо (969) имеем:

$$Z = \int_{H_{II}}^{H_I} \frac{\Omega}{\sqrt{z}}\, dz, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (974)$$

так что подинтегральная функция равна

$$y = \frac{\Omega}{\sqrt{z}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (975)$$

причем и в этом случае определение Z способом трапеций производится по вышеуказанной формуле (972).



Фиг. 167.

б) Приложение формулы Симпсона. Разбив разность между начальным и конечным уровнем воды в водохранилище на $2n$ равных промежутков (интервалов), по формуле Симпсона получаем для Z:

$$Z=\int_{H_{II}}^{H_I} y\,dz=\frac{H_I-H_{II}}{6n}\,[y_1+y_{2n+1}+4(y_2+y_4+\ldots)+2(y_3+y_5+\ldots)], \quad (976)$$

где y_1 есть величина функции (970) или (975) при $z=z_1=H_1$; y_2 — величина той же функции при $z=z_2$ и т. д.; наконец, y_{2n+1} обозначает величину

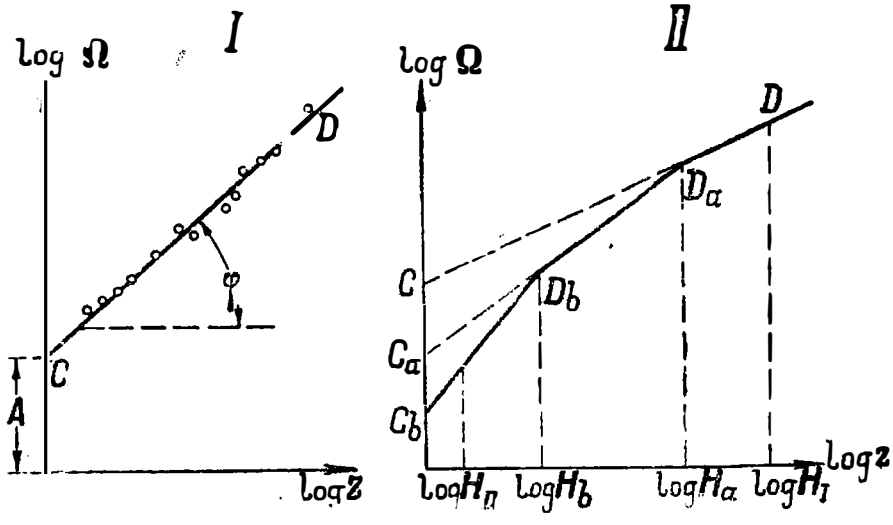
той же функции при $z = z_{2n+1} = H_{II}$. Нетрудно показать, что, как и в способе трапеций, величина Z, определяемая по (976), всегда > 0 (как при опорожнении, так и при наполнении водохранилища).

Число интервалов $2n$ в формуле Симпсона, как и число интервалов n в способе трапеций, зависит от желаемой точности расчета; кроме того, отметим, что при плавной кривой зеркал по схеме I (фиг. 166) число интервалов можно брать меньше, чем, например, при кривой по схеме II (фиг. 166).

в) Предлагаемый нами способ для определения модуля истечения Z при исчислении времени опорожнения водохранилищ в случае отсутствия притока или пренебрежения им ($Q' \cong 0$, фиг. 167-II) основан на том, что для площади зеркала Ω, как функции от z, можно с достаточной для практики точностью во многих случаях принять показательную зависимость: [1])

$$\Omega = \Omega' z^p, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (977)$$

где Ω' есть значение функции Ω при $z = 1$ и p — некоторый показатель степени, причем формула (977) дается нами при условии, что для $z = 0$ будет и $\Omega = 0$ (или $\Omega \cong 0$), как то имеет место, если выпускное отверстие (водоспуск) рас-



Фиг. 168

положено в наиболее пониженной точке водохранилища; если $\Omega \neq 0$ при $z = 0$, то формулу (977) следует несколько изменить, как о том сказано ниже.

Чтобы определить величину показателя степени p, построим логарифмическую анаморфозу для площади зеркала Ω в зависимости от напора (или „отметки") z, беря значения Ω по кривой зеркал (фиг. 166). При этом, вообще говоря, полученные на анаморфозе точки не ложатся точно на прямую линию, но все же часто могут быть в среднем охвачены таковою, как и показано для примера на схеме фиг. 168-I. Для „осредняющей" прямой имеем, очевидно, уравнение:

$$\log \Omega = A + \operatorname{tg} \varphi \cdot \log z, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (978)$$

где начальную ординату A и величину $\operatorname{tg} \varphi$ берем непосредственно из построенной анаморфозы.

[1]) Этот способ с 1924 г. излагается мною на лекциях по курсу Гидравлики.

С другой стороны, логарифмируя ур-ние (977), получим:

$$\log \Omega = \log \Omega' + p \log z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (979)$$

и, сравнивая с (978), видим, что

$$\left.\begin{aligned} \log \Omega' &= A; \\ p &= \operatorname{tg} \varphi, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (980)$$

откуда и находим величины Ω' и p, так как значения A и $\operatorname{tg}\varphi$ известны (по анаморфозе). Отметим при этом, что значение Ω', получаемое таким путем, может несколько отличаться от значения площади, получаемой из кривой зеркал для $z = 1$.

Получив ур-ние (977) в числовом виде, находим соответствующий модуль истечения Z по (974):

$$Z = \int_{H_{II}}^{H_I} \frac{\Omega}{\sqrt{z}}\, dz = \int_{H_{II}}^{H_I} \frac{\Omega' z^p}{\sqrt{z}}\, dz = \Omega' \int_{H_{II}}^{H_I} z^{p-1/2} dz, \quad \ldots\ldots (981)$$

или

$$Z = \frac{2\Omega'}{2p+1} \left(H_I^{p+1/2} - H_{II}^{p+1/2}\right), \quad \ldots\ldots\ldots (982)$$

где начальный и конечный напоры, действующие в отверстии, обозначены соответственно через H_I и H_{II}. Полагая в (982): $H_I = H_{max}$ и $H_{II} = 0$, получим для модуля истечения Z_{max} при полном опорожнении водохранилища (до „отметки" $z = 0$):

$$Z_{max} = \frac{2\Omega' H_{max}^{p+1/2}}{2p+1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (983)$$

Обращаясь теперь к случаю, когда $\Omega \neq 0$ при $z = 0$, можно искать выражение для функции Ω в виде:

$$\Omega = \Omega_0 + (\Omega' - \Omega_0) z^p, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (984)$$

где Ω_0 есть величина площади зеркала водохранилища при отметке $z = 0$. Переписав это выражение в виде:

$$\Omega - \Omega_0 = (\Omega' - \Omega_0) z^p, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (985)$$

нетрудно понять, что величины Ω' и p определятся и здесь путем построения логарифмической анаморфозы, — с тем лишь отличием, что в данном случае по оси ординат вместо $\log \Omega$ следует откладывать значения $\log(\Omega - \Omega_0)$.

Для модуля истечения Z имеем:

$$Z = \int_{H_{II}}^{H_I} \frac{\Omega}{\sqrt{z}}\, dz = \int_{H_{II}}^{H_I} \frac{\Omega_0 + (\Omega' - \Omega_0) z^p}{\sqrt{z}}\, dz =$$

$$= \Omega_0 \int_{H_{II}}^{H_I} \frac{dz}{\sqrt{z}} + (\Omega' - \Omega_0) \int_{H_{II}}^{H_I} z^{p-1/2} dz, \quad \ldots\ldots\ldots (986)$$

или

$$Z = 2\left[\Omega_0 \left(\sqrt{H_I} - \sqrt{H_{II}}\right) + \frac{\Omega' - \Omega_0}{2p+1} \left(H_I^{p+1/2} - H_{II}^{p+1/2}\right)\right] \ldots (987)$$

Отсюда для Z_{max} (при $H_I = H_{max}$ и $H_{II} = 0$) будет:

$$Z_{max} = 2\sqrt{H_{max}}\left[\Omega_0 + \frac{(\Omega' - \Omega_0)\,H_{max}^{p}}{2^{p+1}}\right] \quad \ldots\ldots (988)$$

В заключение укажем, что, если одной „осредняющей" прямой через нанесенные на анаморфозе точки провести не удается, то можно „охватить" эти точки ломаной линией, как показано для примера на фиг. 168-II. При этом для каждого из участков анаморфозы ($C_b - D_b$, $D_b - D_a$ и $D_a - D$) получим различные значения Ω' и p, в соответствии с чем процесс опорожнения водохранилища следует, напр., разбить по фиг. 168-II на три части: 1) от H_I до H_a, 2) от H_a до H_b и 3) от H_b до H_{II}, причем H_I — начальный напор, H_{II} — конечный напор, H_a и H_b — „переломные" напоры, отмеченные на фиг. 168-II. Для каждой из этих частей модули истечения определяются по предыдущему.

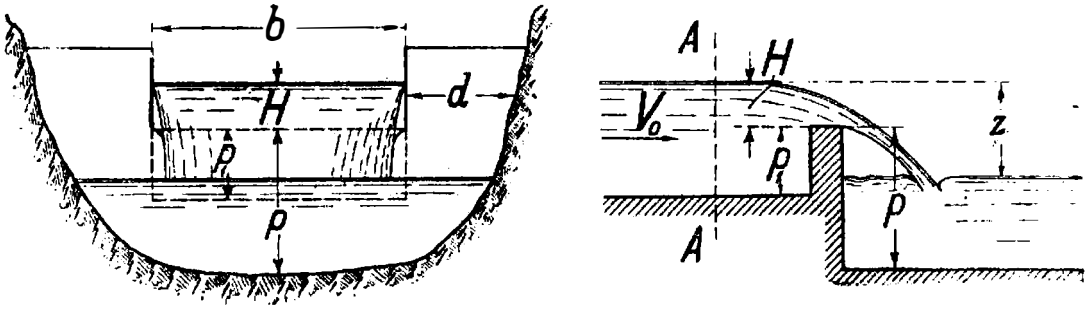
Изложенные приемы определения времени опорожнения и наполнения водохранилищ могут найти применение при решении аналогичных вопросов относящихся также и к другим водоемам, имеющим „неправильные" очертания, каковы, напр., пруды (копани) и пр.

ГЛАВА VIII.

ВОДОСЛИВЫ.

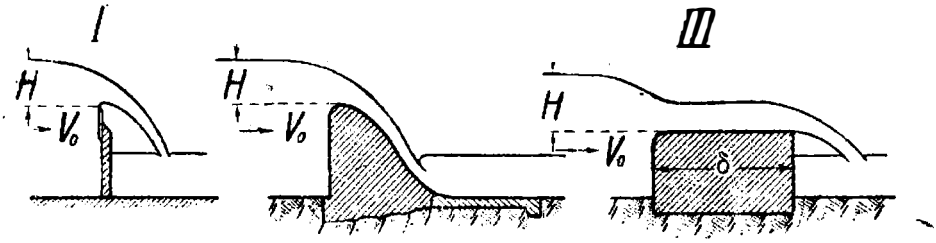
§ 83. Терминология и классификация.

Если струя жидкости переливается (фиг. 169) через вырез в некоторой стенке, преграждающей поток, то мы называем получаемое при этом гидравлическое явление — **водосливом**. Будем пользоваться (фиг. 169) такими терминами и обозначениями: H — статический напор на водосливе, z — перепад, b — ширина водослива, p_1 и p — высота стенки водослива с вер-



Фиг. 169.

ховой и низовой стороны, Q — расход воды через водослив, V_0 — скорость подхода, т. е. средняя скорость потока в некотором сечении $A-A$, где еще нет понижения уровня воды, вызываемого водосливом.



Фиг. 170.

Предварительно необходимо напомнить следующую **классификацию водосливов** по важнейшим признакам [1]).

1°. **По типу стенки** различаются:

а) водосливы с тонкой стенкой,
б) „ практических профилей,
в) „ с широким порогом.

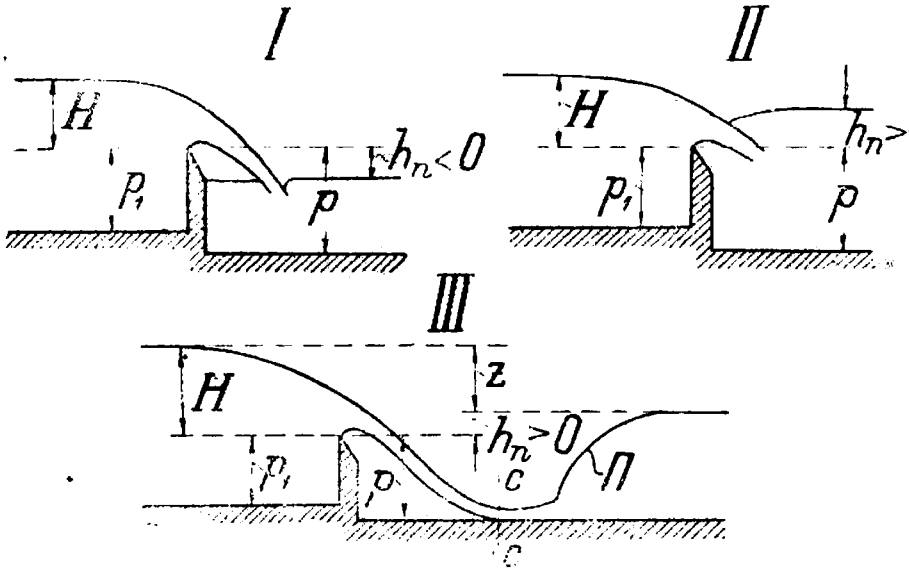
[1]) Здесь мы касаемся только тех сторон вопроса, которые наиболее важны для практических (расчетных) целей.

В первом типе для ребра водослива берется, напр., заостренный железный лист (фиг. 170-I). В третьем типе имеем каменный, деревянный и т. д. порог (фиг. 170-III) шириной $\delta > (2-3)H$, при каковом условии на пороге наблюдается приблизительно параллельно-струйное течение. Наконец, второй тип является промежуточным между только что названными; формы его весьма различны (одна из них представлена на фиг. 170-II).

2. По типу сопряжения струи с низовой частью потока (с нижним бьефом) различаются водосливы:

а) незатопленные,
б) затопленные.

В первых низовой уровень не влияет на истечение, во вторых влияет. Это и есть наиболее общее определение незатопленного и затоплен-



Фиг. 171.

ного водослива. Для водослива с тонкой стенкой и практических профилей это определение может быть заменено более простым [1]: в незатопленных водосливах уровень воды непосредственно за стенкой—ниже ребра водослива (фиг. 171-I), а в затопленных — выше ребра (фиг. 171 II); по этому определению и показанный на фиг. 171-III водослив с „отогнанным прыжком" (*П*) следует считать незатопленным, ибо в сечении непосредственно за стенкой уровень воды ниже порога [2]. На фиг. 171 показаны схемы водослива с тонкой стенкой, но те же три схемы сохраняются и для водосливов практических профилей.

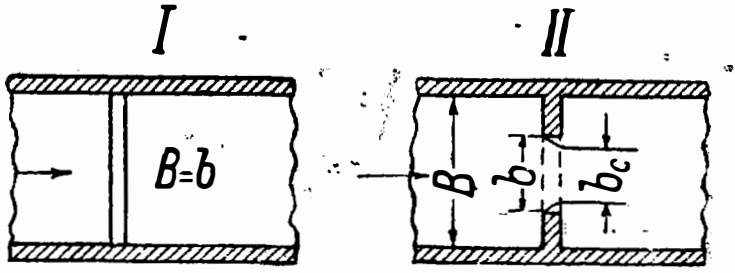
Необходимо твердо помнить, что классификация по п. 1° и 2° имеет важнейшее практическое значение.

---

[1]) Для водосливов с широким порогом понятие о „незатопленности" или „затопленности" их будет ближе выяснено в §§ 84—85.

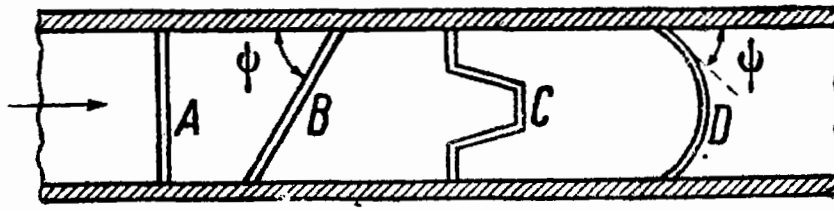
[2]) Прыжок есть резкое расширение струи в вертикальном направлении; о прыжке см ниже, §§ 131 — 134, глава X.

3°. В отношении расположения в плане водосливы могут быть: а) без бокового сжатия и б) с боковым сжатием (фиг. 172, I и II).



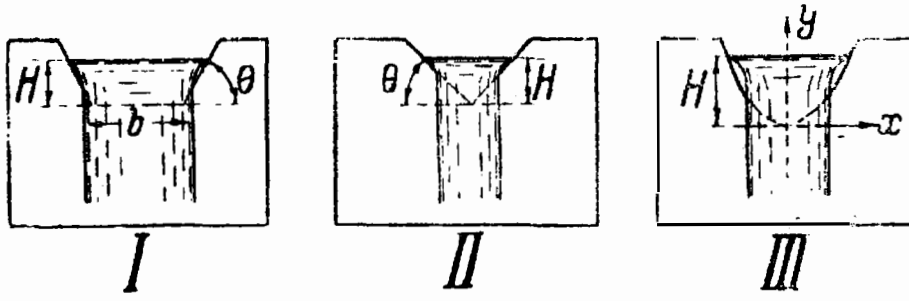
Фиг. 172.

4°. По начертанию ребра в плане водосливы разделяются (фиг. 173) на прямые (схема A), косые (схема B), ломаные (схема C), криволинейные (схема *D*).



Фиг. 173.

5°. По форме выреза в стенке водослива различаем водосливы: прямоугольные (фиг. 169), треугольные (фиг. 174-II), трапецоидальные (фиг. 174-I), параболические (фиг. 174-III) и некоторых других форм.



Фиг. 174.

Для практики наибольшее значение представляют водосливы прямые (п. 4°) и при том прямоугольные (п. 5°). К таким водосливам мы прежде всего и обратимся.

§ 84. Основная формула водослива.

Возьмем для начала рассмотрения такой простейший случай: прямой и при том прямоугольный водослив, без бокового сжатия, неза топленный, причем, кроме того, можно пренебрегать влиянием скорости подхода. Основ-

ную зависимость для расхода с формальной стороны при этом можно получить из зависимости (842) для отверстия, полагая в ней $H_1 = 0$, $H_2 = H$, $V_0 = 0$, при каковых условиях для указанного водослива будет:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g}\, H^{3/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (989)$$

Обозначив

$$\frac{2}{3} \mu = m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (990)$$

и называя m коэфициентом расхода через водослив, получим:

$$Q = m b \sqrt{2g}\, H^{3/2} \quad \ldots\ldots\ldots (991)$$

Эта простейшая зависимость и может быть названа основной. Заметим, что для некоторого упрощения внешнего вида этой зависимости можно (как нередко делается, напр., в американских руководствах по гидравлике) вместо коэфициента расхода m вводить коэфициент M:

$$M = m \sqrt{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (992)$$

где M не есть уже отвлеченное число (как m), но имеет размерность, как $\sqrt{g}$. При этом основная формула водослива (991) примет вид:

$$Q = M b H^{3/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (993)$$

Для отличия коэфициентов: μ, m и M будем иногда называть: μ—первым коэфициентом расхода через водослив, m—вторым коэфициентом расхода и M—третьим коэфициентом расхода.

Получив основную формулу (991) или (993) в дальнейшем необходимо учесть:

1) влияние типа стенки водослива (тонкая; практической формы; с широким порогом);

2) изменение коэфициента m для каждого типа при различных условиях (влияние формы стенки и величины напора);

3) влияние скорости подхода;

4) влияние бокового сжатия;

5) влияние затопления водосливной струи.

Первый из этих факторов (тип стенки), как самый существенный, обычно особенно выделяется, т. е. для каждого из трех названных (п. 1) типов стенки водослива дается отдельное рассмотрение влияния прочих факторов, причем иногда изменяется даже самый вид основной формулы, что имеет место, как увидим дальше, для водослива с широким порогом.

Однако, такое отдельное рассмотрение для трех типов стенки, по нашему мнению, должно быть только методом исследования, результаты же его должны быть объединены. Здесь мы и делаем попытку такого объединения: для всех типов стенки и для всех упомянутых выше факторов даем только одну обобщенную формулу.

Эта обобщенная формула водослива имеет вид:

$$Q = m_r \sqrt{2g}\, \sigma_f \sigma_H \sigma_n b_c H_0^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots (994)$$

где мы называем:

m_r — „приведенным“ коэфициентом расхода (т. е. при условиях: $\sigma_f = \sigma_H = \sigma_n = 1$),
σ_f — коэфициентом формы,
σ_H — коэфициентом полноты напора,
σ_n — коэфициентом затопления. $\quad \ldots\ldots (995)$

Далее можно назвать: b_c — действительной („эффективной“) шириной водослива, H_0 — полным напором (или „исправленным на скорость подхода“).

Здесь мы не можем входить в дальнейшие пояснения по поводу предлагаемой формулы (994); впрочем, для понимания ее достаточно того, что будет сказано в следующих параграфах.

Дальнейшее изложение разобьем на такие разделы:

A. Водосливы с тонкой стенкой.
B. Водосливы практических профилей.
C. Водосливы с широким порогом.
D. Дополнительные сведения о водосливах.
E. Практические приложения теории водосливов.

A. ВОДОСЛИВЫ С ТОНКОЙ СТЕНКОЙ.

§ 85. Незатопленный водослив с тонкой стенкой.

До настоящего времени лучше всего исследован незатопленный водослив с тонкой вертикальной стенкой, без бокового сжатия, расположенный в прямоугольном канале, при условии свободного доступа воздуха под струю.

1°. Наиболее полные опыты, принадлежащие Базену (Bazin), опубликованы к 1898 г.; в этих классических опытах водосливы (фиг. 171-I) имели ширину $b \leqslant 2$ *м*, высоту $p_1 \leqslant 0{,}75$ *м*, напор $H \leqslant 0{,}60$ *м*. В позднейшее время (1919 — 1920 г.) результаты этих опытов по исследованиям [1]) Нэглера (Nagler) найдены вполне справедливыми и для бо́льших размеров, а именно:

$$p_1 \leqslant 1{,}13 \text{ м}, \quad b \leqslant 2 \text{ м}, \quad H \leqslant 1{,}24 \text{ м}.$$

По Базену имеем:

$$Q = m_0 b \sqrt{2g} H^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (996)$$

где для метровых размеров

$$m_0 = \left(0{,}405 + \frac{0{,}003}{H}\right) \cdot \left[1 + 0{,}55 \frac{H^2}{(H + p_1)^2}\right], \quad \ldots\ldots (997)$$

причем здесь первый множитель учитывает изменение коэфициента расхода с напором, а второй — скорость подхода.

Значения коэфициента m_0, который может быть назван „нормальным“ коэфициентом расхода, помещены в табл. 108.

Такой водослив („нормальный“ водослив Базена) является прекрасным измерителем расхода воды и весьма важен для лабораторных работ, для гидрометрии и проч. При этом ошибка измерений расхода (при правильной работе) вообще не более 1%.

Из сказанного видно, каким образом [см. формулу (997)] Базен учитывает изменение коэфициента расхода в зависимости от напора и влияние скорости подхода. Если подводящий канал не прямоугольного сечения, то влияние скорости подхода не может быть учтено указанной формулой: в этом случае приходится обращаться к другим фор-

[1]) F. A Nagler. „Verification of the Bazin Weir Formula by hydrochemical Gaugings“. Trans. Amer Soc. Civ. Eng., vol. LXXXIII, 1919 - 20, pp. 105—199.

ТАБЛИЦА 108.

Значения коэфициента расхода m_0 для водослива с тонкой стенкой по формуле Базена (Bazin).

Напор H (м)	Высота стенки водослива p_1 со стороны верхнего бьефа (в м)									
	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,80	1,0	1,5	2,0	∞
0,05	0,475	0,470	0,468	0,467	0,467	0,466	0,466	0,466	0,465	0,465
0,06	0,468	0,462	0,459	0,458	0,457	0,456	0,456	0,455	0,455	0,455
0,08	0,462	0,452	0,449	0,447	0,446	0,445	0,444	0,443	0,443	0,443
0,10	0,462	0,450	0,445	0,442	0,440	0,438	0,437	0,436	0,436	0,435
0,12	0,463	0,449	0,443	0,439	0,437	0,434	0,433	0,431	0,431	0,430
0,14	0,466	0,450	0,442	0,438	0,435	0,432	0,430	0,428	0,427	0,426
0,16	0,470	0,452	0,443	0,437	0,434	0,430	0,428	0,426	0,425	0,424
0,18	0,474	0,454	0,444	0,438	0,434	0,429	0,427	0,424	0,423	0,422
0,20	0,478	0,457	0,445	0,439	0,434	0,429	0,426	0,423	0,422	0,420
0,22	0,482	0,460	0,448	0,440	0,435	0,429	0,426	0,422	0,421	0,419
0,24	0,486	0,463	0,450	0,442	0,436	0,430	0,426	0,422	0,420	0,418
0,26	0,490	0,468	0,452	0,443	0,438	0,430	0,426	0,422	0,420	0,417
0,28	0,494	0,469	0,455	0,445	0,439	0,431	0,427	0,421	0,419	0,416
0,30	0,497	0,472	0,457	0,447	0,440	0,432	0,427	0,421	0,419	0,415
0,35	—	0,480	0,463	0,451	0,444	0,435	0,429	0,422	0,419	0,414
0,40	—	0,487	0,469	0,457	0,449	0,438	0,431	0,423	0,419	0,413
0,45	—	0,493	0,475	0,463	0,452	0,441	0,434	0,424	0,419	0,412
0,50	—	0,499	0,481	0,468	0,458	0,444	0,436	0,425	0,420	0,411
0,60	—	—	0,491	0,477	0,466	0,451	0,442	0,428	0,422	0,410
0,70	—	—	0,500	0,486	0,475	0,458	0,447	0,432	0,424	0,409

мулам, — напр., к той, которая ниже указана для водосливов практических профилей.

Влияние бокового сжатия Базеном не было изучено; для водослива с тонкой стенкой это сделал Эгли (Hégly), сотрудник Базена [1]).

2°. Формула Эгли (Hégly) для водосливов с боковым сжатием имеет вид (996), но для коэфициента расхода m_0 следует пользоваться уже иною зависимостью, а именно (при метровых размерах)

$$m_0 = \left(0{,}405 + \frac{0{,}0027}{H} - 0{,}030\,\frac{B-b}{B}\right)\cdot\left[1+0{,}55\,\frac{b^2}{B^2}\cdot\frac{H^2}{(H+p_1)^2}\right], \quad (998)$$

где B — ширина прямоугольного подводящего канала, прочие же обозначения — как в формуле Базена.

При весьма больших значениях B по сравнению с шириной водослива b, по Эгли следует несколько изменить первый множитель (трехчлен в скобках) в формуле (998) и писать формулу в виде:

$$m_0 = \left(0{,}405 + \frac{0{,}0027}{H} - \frac{0{,}033}{1+\frac{b}{B}}\right)\cdot\left[1+0{,}55\,\frac{b^2}{B^2}\cdot\frac{H^2}{(H+p_1)^2}\right]. \quad (999)$$

[1]) См. „La Houille Blanche", № 178 Sept.—Oct., 1922, p. 179.

При отсутствии бокового сжатия, очевидно,

$$b = B; \quad \frac{b}{B} = 1, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1000)$$

причем формула (998) дает:

$$m_0 = \left(0{,}405 + \frac{0{,}0027}{H}\right) \cdot \left[1 + 0{,}55 \frac{H^2}{(H + p_1)^2}\right], \quad \ldots \quad (1001)$$

что несколько отличается от формулы Базена (997), но Эгли указывает, что выражение (1001) для коэфициента расхода m_0 при водосливе без бокового сжатия ближе соответствует опытным данным, чем прежняя зависимость Базена (997), особенно при малых напорах H. В виду этого в таблице 109 мы даем значения нормального коэфициента расхода m_0 по формуле (1001), которую можно назвать формулой Базена — Эгли.

ТАБЛИЦА 109.

Значения коэфициента расхода m_0 для водослива с тонкой стенкой по формуле Базена-Эгли.

Напор H (м)	Высота стенки водослива p_1 (м)									
	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,80	1,0	1,5	2,0	∞
0,05	0,469	0,464	0,462	0,461	0,461	0,460	0,460	0,459	0,459	0,459
0,06	0,463	0,457	0,454	0,453	0,452	0,451	0,451	0,450	0,450	0,450
0,08	0,458	0,449	0,446	0,443	0,442	0,441	0,440	0,439	0,439	0,439
0,10	0,458	0,447	0,442	0,439	0,437	0,435	0,434	0,433	0,433	0,432
0,12	0,461	0,447	0,440	0,436	0,434	0,432	0,430	0,429	0,428	0,428
0,14	0,464	0,448	0,440	0,436	0,433	0,430	0,428	0,426	0,425	0,424
0,16	0,468	0,450	0,441	0,436	0,432	0,428	0,426	0,424	0,423	0,422
0,18	0,472	0,453	0,442	0,436	0,432	0,428	0,425	0,423	0,422	0,420
0,20	0,476	0,455	0,444	0,437	0,433	0,428	0,425	0,422	0,420	0,419
0,22	0,480	0,459	0,446	0,439	0,434	0,428	0,425	0,421	0,420	0,417
0,24	0,484	0,462	0,448	0,440	0,435	0,428	0,425	0,421	0,419	0,416
0,26	0,488	0,467	0,451	0,442	0,436	0,429	0,425	0,420	0,418	0,415
0,28	0,492	0,468	0,453	0,444	0,438	0,430	0,426	0,420	0,418	0,415
0,30	0,496	0,471	0,456	0,446	0,439	0,431	0,426	0,420	0,418	0,414
0,35	—	0,479	0,462	0,451	0,444	0,434	0,428	0,421	0,418	0,413
0,40	—	0,486	0,468	0,457	0,448	0,437	0,430	0,422	0,418	0,412
0,45	—	0,492	0,474	0,462	0,452	0,440	0,433	0,423	0,419	0,411
0,50	—	0,499	0,480	0,467	0,457	0,444	0,436	0,425	0,419	0,410
0,60	—	—	0,491	0,477	0,466	0,451	0,441	0,428	0,421	0,410
0,70	—	—	0,500	0,485	0,474	0,458	0,447	0,432	0,424	0,409

3°. Из других формул для незатопленного водослива с тонкой стенкой отметим формулу Общества швейцарских инженеров и формулу проф. Ребока (обе формулы — без бокового сжатия).

Формула Общества швейцарских инженеров и архитекторов (1924 г.) дана для коэфициента расхода m_0, входящего в выше-

указанную зависимость (996), причем для метровых размеров [1])

$$m_0 = 0{,}410 \left(1 + \frac{1}{1000H + 1{,}6} \right) \cdot \left[1 + 0{,}5 \frac{H^2}{(H + p_1)^2} \right] . \quad (1002)$$

По формуле Ребока (Rehbock, 1929 г.), имеем [2]) при метровых размерах:

$$Q = \left(1{,}782 + 0{,}24 \frac{H + 0{,}0011}{p_1} \right) b \cdot \left(H + 0{,}0011 \right)^{3/2} . \quad . \quad . \quad (1003)$$

Указанные выше формулы для водосливов с тонкой стенкой без бокового сжатия в общем дают близкие между собой результаты; для практических целей мы рекомендуем зависимость (1001), т. е. формулу Базена-Эгли, как основанную на весьма тщательных и обстоятельных опытах Базена, получивших широчайшую известность, и исправленную в соответствии с позднейшими исследованиями Эгли. Что касается водосливов с тонкой стенкой при наличии бокового сжатия, то для них пока можно указать лишь формулы Эгли (998) и (999).

§ 86. Затопленный водослив с тонкой стенкой.

Базеном (Bazin) исследован также затопленный водослив с тонкой стенкой.

Прежде всего необходимо помнить два условия, необходимые и достаточные для того, чтобы считать водослив затопленным (фиг. 171-II):

1) Уровень нижнего бьефа непосредственно за водосливом должен быть выше ребра водослива, что можно написать в виде:

$$h_n > 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1004)$$

2) Относительный перепад, т. е. $\frac{z}{p}$, должен быть по опытам Базена $< 0{,}7$,

$$\frac{z}{p} < 0{,}7 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1005)$$

Если первое условие не соблюдено, то во всяком случае (независимо от второго условия) имеем незатопленный водослив, как на фиг. 171-I, где можно написать: $h_n < 0$. Если, хотя бы и при $h_n > 0$, не соблюдено второе условие, то получим за стенкой отогнанный прыжок П, как на фиг. 171-III, т. е. опять-таки незатопленный водослив.

Для затопленного водослива расход определяется Базеном по формуле, которая по виду одинакова с формулой (996) для водослива незатопленного, но отличается от последней величиной входящего в нее коэфициента m, а именно:

$$Q = mb\sqrt{2g}\, H^{3/2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1006)$$

причем

$$m = m_0 \cdot 1{,}05 \cdot \left(1 + 0{,}2 \frac{h_n}{p} \right) \sqrt[3]{\frac{z}{H}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1007)$$

Здесь численный коэфициент 1,05 учитывает то влияние на расход, которое оказывает переход струи от типа „свободной" (с подводом воздуха

[1]) См., напр.: Forchheimer, „Hydraulik", 1930, *S.* 379.
[2]) См. там же.

ТАБЛИЦА 110.

Значения коэфициента затопления σ_n для водослива с тонкой стенкой по опытам Базена.

$\frac{z}{p}$ \ $\frac{h_n}{p}$	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50
0,05	1,00	0,80	0,70	0,65	0,61	0,55	0,51	0,49	0,48	0,46	0,45	0,44	0,43	0,43	0,42	0,42	0,42	0,41
0,10	1,00	0,88	0,81	0,76	0,72	0,67	0,63	0,61	0,58	0,57	0,55	0,54	0,54	0,53	0,52	0,52	0,51	0,51
0,15	1,00	0,91	0,86	0,82	0,78	0,73	0,70	0,67	0,66	0,64	0,63	0,62	0,61	0,60	0,60	0,59	0,59	0,58
0,20	1,00	0,93	0,89	0,86	0,83	0,78	0,75	0,72	0,70	0,68	0,67	0,66	0,65	0,66	0,65	0,65	0,64	0,64
0,25	1,00	0,95	0,91	0,87	0,86	0,82	0,78	0,76	0,74	0,73	0,71	0,71	0,70	0,69	0,68	0,68	0,68	0,67
0,30	1,00	0,96	0,92	0,89	0,87	0,81	0,81	0,79	0,77	0,76	0,75	0,74	0,73	0,73	0,72	0,72	0,71	0,71
0,35	1,00	0,96	0,93	0,91	0,89	0,86	0,84	0,82	0,80	0,79	0,78	0,77	0,76	0,76	0,75	0,75	0,75	0,74
0,40	1,00	0,97	0,94	0,92	0,90	0,87	0,86	0,84	0,83	0,81	0,80	0,80	0,79	0,78	0,78	0,78	0,77	0,77
0,45	1,00	0,97	0,95	0,93	0,91	0,89	0,87	0,86	0,85	0,83	0,83	0,82	0,81	0,81	0,80	0,80	0,80	0,80
0,50	1,00	0,98	0,96	0,94	0,93	0,90	0,88	0,87	0,86	0,85	0,85	0,84	0,83	0,83	0,83	0,82	0,82	0,82
0,55	1,00	0,98	0,96	0,95	0,93	0,91	0,89	0,88	0,87	0,86	0,86	0,86	0,85	0,85	0,84	0,84	0,84	0,84
0,60	1,00	0,98	0,97	0,95	0,94	0,93	0,91	0,89	0,88	0,87	0,87	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,85
0,65	1,00	0,99	0,97	0,96	0,95	0,93	0,92	0,91	0,90	0,88	0,88	0,88	0,87	0,87	0,87	0,87	0,86	0,86
0,70	1,00	0,99	0,97	0,96	0,95	0,94	0,93	0,91	0,91	0,90	0,89	0,89	0,89	0,88	0,88	0,88	0,88	0,87

ТАБЛИЦА 111.

Значения $1{,}05\ \sigma_n$ по Базену для затопленного водослива с тонкой стенкой.

$\frac{z}{p}$ \ $\frac{h_n}{p}$	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50
0,05	1,05	0,84	0,74	0,68	0,64	0,58	0,54	0,52	0,50	0,48	0,47	0,46	0,45	0,45	0,44	0,44	0,44	0,43
0,10	1,05	0,93	0,85	0,80	0,76	0,70	0,66	0,64	0,61	0,60	0,58	0,57	0,57	0,56	0,55	0,55	0,54	0,54
0,15	1,05	0,96	0,90	0,86	0,82	0,77	0,74	0,71	0,69	0,67	0,66	0,65	0,64	0,63	0,63	0,62	0,62	0,61
0,20	1,05	0,98	0,94	0,90	0,87	0,82	0,79	0,76	0,74	0,72	0,71	0,70	0,69	0,69	0,68	0,68	0,67	0,67
0,25	1,05	1,00	0,96	0,92	0,90	0,86	0,82	0,80	0,78	0,77	0,75	0,75	0,74	0,73	0,72	0,72	0,72	0,71
0,30	1,05	1,01	0,97	0,94	0,92	0,88	0,85	0,83	0,81	0,80	0,79	0,78	0,77	0,77	0,76	0,76	0,75	0,75
0,35	1,05	1,01	0,98	0,96	0,94	0,90	0,88	0,86	0,84	0,83	0,82	0,81	0,80	0,80	0,79	0,79	0,79	0,78
0,40	1,05	1,02	0,99	0,97	0,95	0,92	0,90	0,88	0,87	0,85	0,84	0,84	0,83	0,82	0,82	0,82	0,81	0,81
0,45	1,05	1,02	1,00	0,98	0,96	0,94	0,92	0,90	0,89	0,87	0,87	0,86	0,85	0,85	0,84	0,84	0,84	0,84
0,50	1,05	1,03	1,01	0,99	0,98	0,95	0,93	0,92	0,90	0,89	0,89	0,88	0,87	0,87	0,87	0,86	0,86	0,86
0,55	1,05	1,03	1,01	1,00	0,98	0,96	0,94	0,93	0,92	0,91	0,90	0,90	0,89	0,89	0,88	0,88	0,88	0,88
0,60	1,05	1,03	1,02	1,00	0,99	0,98	0,96	0,94	0,93	0,92	0,92	0,91	0,91	0,90	0,90	0,90	0,90	0,89
0,65	1,05	1,04	1,02	1,01	1,00	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,93	0,93	0,92	0,92	0,92	0,92	0,91	0,91
0,70	1,05	1,04	1,02	1,01	1,00	0,99	0,98	0,96	0,96	0,95	0,94	0,94	0,94	0,93	0,93	0,93	0,93	0,92

под струю) к типу „подтопленной снизу" (т. е. не имеющей такого подвода воздуха вследствие затопления); поэтому влияние собственно затопления учитывается лишь следующим множителем правой части (1007), который и может быть назван „коэфициентом затопления" (по нашему обозначению — σ_n):

$$\sigma_n = \left(1 + 0{,}2\,\frac{h_n}{p}\right)\sqrt[3]{\frac{z}{H}}, \quad . \quad (1008)$$

причем формула (1007) представится в виде:

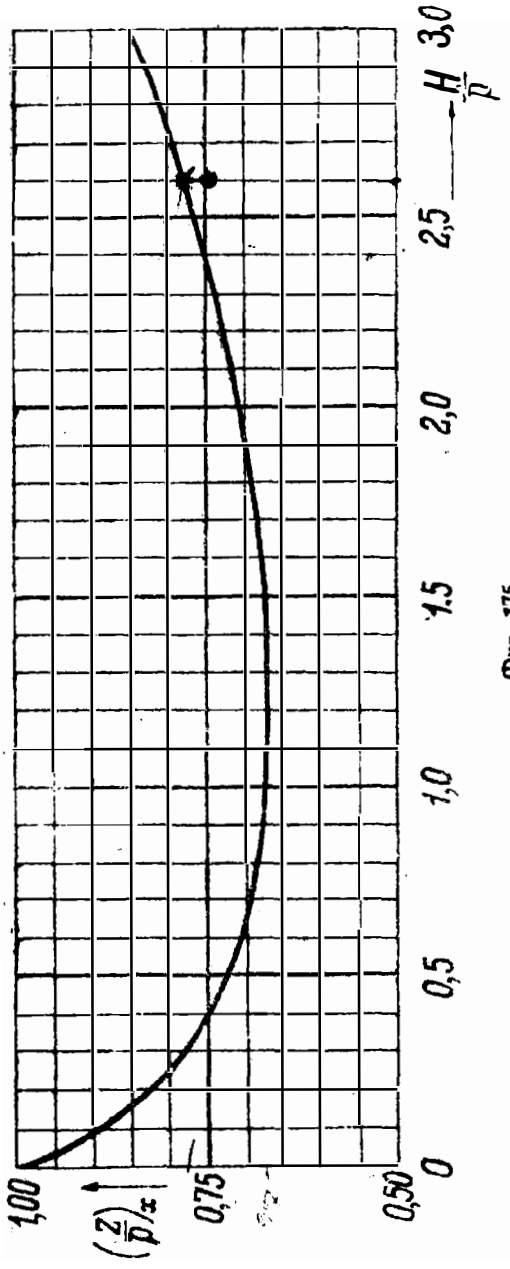
$$m = 1{,}05\,\sigma_n\, m_0 \quad . \quad . \quad . \quad (1009)$$

Значения коэфициента затопления σ_n по формуле (1008) даны нами в таблице 110. Обычно в руководствах по гидравлике даются не значения σ_n, а значения величины $1{,}05\,\sigma_n$, которые мы приводим в таблице 111.

В заключение отметим важное уточнение, которое, на основании исследования проф. Бахметева [1]), можно внести во второе условие затопления водослива (1005). Условие это, данное Базеном, представляет результат некоторого осреднения опытных данных, более же точно по Бахметеву следует вместо (1005) писать:

$$\frac{z}{p} < \left(\frac{z}{p}\right)_x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1010)$$

где величина $\left(\frac{z}{p}\right)_x$ уже не равна постоянному значению 0,7, но определяется в зависимости от отношения $\frac{H}{p}$, причем p есть высота стенки водослива с низовой стороны (см., напр., фиг. 171-III). Значения $\left(\frac{z}{p}\right)_x$ можно брать из графика, приводимого на фиг. 175 (график этот построен для среднего коэфициента расхода водослива с тонкой стенкой $\cong 0{,}42$, что достаточно для практических целей).



Фиг. 175.

[1]) „К вопросу о расчете перепадов", Петроград, 1915 (см. его же: „О неравномерном движении жидкости в открытом русле", Ленинград, изд. 1928 г., стр. 211 и след.). — Величина, обозначаемая нами через $\left(\frac{z}{p}\right)_x$, у проф. Бахметева обозначается через $\left(\frac{z}{p}\right)_0$.

В. ВОДОСЛИВЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ.

§ 87. Общие указания.

Для водосливов практических профилей будем пользоваться вышеуказанной нашей формулой (994), которую для удобства вновь выпишем здесь:

$$Q = m_r \sqrt{2g}\, \sigma_f\, \sigma_H\, \sigma_n\, b_c\, H_0^{3/2}. \quad \ldots\ldots\ldots (994)$$

Обозначения к этой формуле пояснены нами выше в § 84, после формулы (994).

Напомним, что с гидравлической стороны водосливы практических профилей по существу не отличаются от водосливов с тонкой стенкой, и весь вопрос заключается в определении величин b_c и H_0 и коэфициентов: m_r, σ_f, σ_H, σ_n.

К этому мы и переходим, причем позволяем себе прежде всего привести следующую выписку [1]) из нашего „Гидравлического Справочника" (изд. 1924 г.).

„Вопросом о водосливах практических профилей с экспериментальной и расчетной сторон занимались в разное время (в течение почти всего XIX века и по настоящее время) весьма многие авторы: Дюбюа (Dubuat), Лебро (Lesbros), Фрэнсис (Francis), Фтилн и Стирнс (Fteley, Stearns), Рафтер и Фримэн (Rafter, Freeman), Базен (Bazin), Гершель (Herschel), Хортон (Horton), Паркер (Parker), Ребок (Rehbock), Бахметев, Кригер (Creager) и др. Кроме того этим вопросом, главным образом в Америке, занимались целые научно-технические организации, каковы: Unit. States Deep Waterway Board, U. S. Geological Survey и др. В Америке и (реже) в Европе производились также исследования отдельных профилей в гидравлических лабораториях в связи с нуждами конкретных проектов и построек.

Из всех этих опытов и работ, однако, до сих пор не сделано общих выводов, и результаты их представляются в виде таблиц для отдельных исследованных моделей, либо просто в виде отдельных средних цифр. При этом, в сущности, почти нет возможности пользоваться этими разрозненными материалами при проектировании.

В виду этого мы сделали попытку систематизации имеющихся материалов о коэфициенте расхода для водосливов практических профилей, в соответствии с вышепредложенной формулой (994). При этом нам пришлось встретиться с весьма значительными трудностями, вследствие крайнего разнообразия имеющихся материалов, их разрозненности, иногда невозможности сопоставления опытов отдельных авторов и т. д.

На приводимые ниже цифры поэтому надо смотреть не как на безусловные „нормы", но лишь как на наше предложение, которое в дальнейшем должно пополняться на основании новых работ и опытов, а равно в связи с практикой проектирования. Во всяком случае, мы не считали бы возможным при расчетах ограничиваться лишь некоторыми грубо-средними значениями коэфициентов m, как иногда делается: имеющиеся материалы все же позволяют учитывать эти коэфициенты точнее; кроме того, по предлагаемым далее цифрам, мы можем при проектировании ближе подойти к оценке влияния особенностей формы водослива и величин напоров на коэфициент расхода".

Посмотрим, что теперь можно добавить к вышесказанному по поводу водосливов практических профилей с экспериментальной и расчетной стороны.

---

[1]) Н. Н. Павловский, „Гидравлический Справочник", Ленинград, 1924, стр. 49.

Прежде всего, в этой области казалось бы возможным ожидать некоторой разработки вопроса в наших гидротехнических, научно-исследовательских и производственных организациях, которые в различных других вопросах гидравлики, несомненно, имеют ряд весьма существенных достижений. Однако, к сожалению, по рассматриваемому вопросу до сего времени нельзя указать каких-либо существенно новых результатов работ упомянутых организаций. Правда, следует отметить ряд весьма тщательных и подробных лабораторных исследований, произведенных в СССР для определения коэфициентов расхода отдельных строящихся и проектируемых плотин и др. гидротехнических сооружений, каковы, напр.: плотины Днепростроя и Свирьстроя, плотины ряда Кавказских гидроустановок и пр.,— но все же приходится признать, что эти лабораторные работы не вышли из стадии индивидуальных исследований для каждого данного случая и не повели к каким-либо обобщениям.

С другой стороны, и заграницей положение вопроса по существу не изменилось по сравнению с очерченным выше, хотя за последнее десятилетие и в европейских гидравлических и гидротехнических лабораториях значительно увеличилось число испытаний для отдельных водосливных профилей в связи с производственными запросами.

Насколько нам известно, произведенные в СССР лабораторные исследования для большого количества водосливных профилей в основном подтвердили достаточную правильность предложенной нами в 1924 г. классификации профилей практической формы и намеченную для них шкалу расчетных коэфициентов расхода. В связи с этим и принимая во внимание сказанное о современном состоянии вопроса, мы и в настоящем издании „Гидравлического Справочника“ приводим предложенные нами в 1924 г. указания[1]) для расчета, которые в более ответственных случаях, конечно, необходимо подвергать лабораторной проверке.

В дальнейшем изложении сначала мы укажем, как учитывается при расчетах влияние бокового сжатия и скорости подхода, затем перейдем к коэфициенту расхода для незатопленного водослива практических профилей и, наконец, — к формулам для затопленного водослива.

§ 88. Влияние скорости подхода и бокового сжатия.

В действительных условиях подводящее русло у водослива имеет, вообще говоря, неправильное сечение с неправильным распределением скоростей. С этим и необходимо считаться при рассмотрении вопроса о водосливах практических профилей; в виду этого для таких профилей уже нельзя пользоваться зависимостями „лабораторного“ типа, каковы, напр., формулы Базена (996)—(997).

а) Влияние скорости подхода. Если в данной для прямоугольного отверстия формуле (812) положим:

$$H_2 = 0,\ H_1 = H,\ V_0 \neq 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1011)$$

и введем уже известное нам обозначение $\frac{2}{3}\mu = m$, то получим:

$$Q = mb\sqrt{2g}\left[\left(H + \frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right], \quad \ldots\ldots \quad (1012)$$

где иногда скоростной напор $\frac{V_0^2}{2g}$ снабжают коррективом (множителем) α, зависящим от условий подводящего русла, причем по опытам получено значе-

[1]) Некоторые дополнения даны в §§ 88, 91 и 92.

ние: $\alpha = 1 - 1{,}5$. Однако, в виду того, что на скорость подхода вблизи водослива (плотины) в действительных условиях может влиять ветер, лед и другие обстоятельства, обычно считают $\alpha = 1$; кроме того, пренебрегают последним членом в (1012). При этом будет:

$$Q = mb\sqrt{2g}\left(H + \frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1013)$$

В этом виде и пользуются формулой для практических профилей.

Вводя, как и для отверстий, понятие „полного напора" (исправленного на скорость подхода), т. е. обозначая

$$H_0 = H + \frac{V_0^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1014)$$

получим вместо (1013):

$$Q = mb\sqrt{2g}\ H_0^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1015)$$

где при малых V_0 (напр., при $V_0 < 0{,}5$ *м/сек*) можно считать

$$H_0 \simeq H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1016)$$

б) Влияние бокового сжатия. Чаще всего влияние бокового сжатия учитывают тем, что вместо геометрической ширины водослива b вводят в расчет „эффективную" („действительную") ширину его b_c (фиг. 176-I), получая таковую путем некоторого уменьшения величины b, как то и следует из самого понятия сжатия струи. По Фрэнсису (Francis)[1]) при одном отверстии водослива (фиг. 176-I)

$$b_c = b - 0{,}2H_0; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1017)$$

если же имеем несколько водосливных отверстий, то (фиг. 176-II)

$$b_c = b - 0{,}1n\,H_0; \quad \ldots \quad (1018)$$

где n — число отдельных „сжатий", b — полная геометрическая ширина всех отверстий водослива, b_c — соответствующая полная „эффективная" ширина всех отверстий, причем, напр., для четырехпролетной схемы, показанной на чертеже, $b_c = 4l_c$ (фиг. 176-II), вообще же $b_c = \Sigma l_c$; именно величина b_c и определяется по (1018).

Поясним, что в формуле (1017) для однопролетного водослива (фиг. 176-I) $n = 2$, для схемы же по фиг. 176-II с четырьмя отверстиями $n = 2 \cdot 4 = 8$, а потому

$$b_c = b - 0{,}8H_0.$$

Это однако относится, собственно, к случаям достаточного („совершенного") бокового сжатия; на практике весьма часты случаи сжатия „несовершенного" или ослабленного плавной формой устоев и быков водослива (плотины или моста). В виду этого заслуживает внимания указание Кригера (Creager) о том,[2]) что в таких случаях входящий в формулу (1018) множитель 0,1 должен быть уменьшен. Для весьма плавной формы устоев и быков, показанной на фиг. 177-I, Кригер рекомендует в формуле (1018) множитель 0,1 заменить множителем 0,04 и указывает, что для менее плавных форм, очевидно, следует брать некоторые промежуточные между 0,04 и 0,1 значения, не приводя однако каких-либо числовых данных.

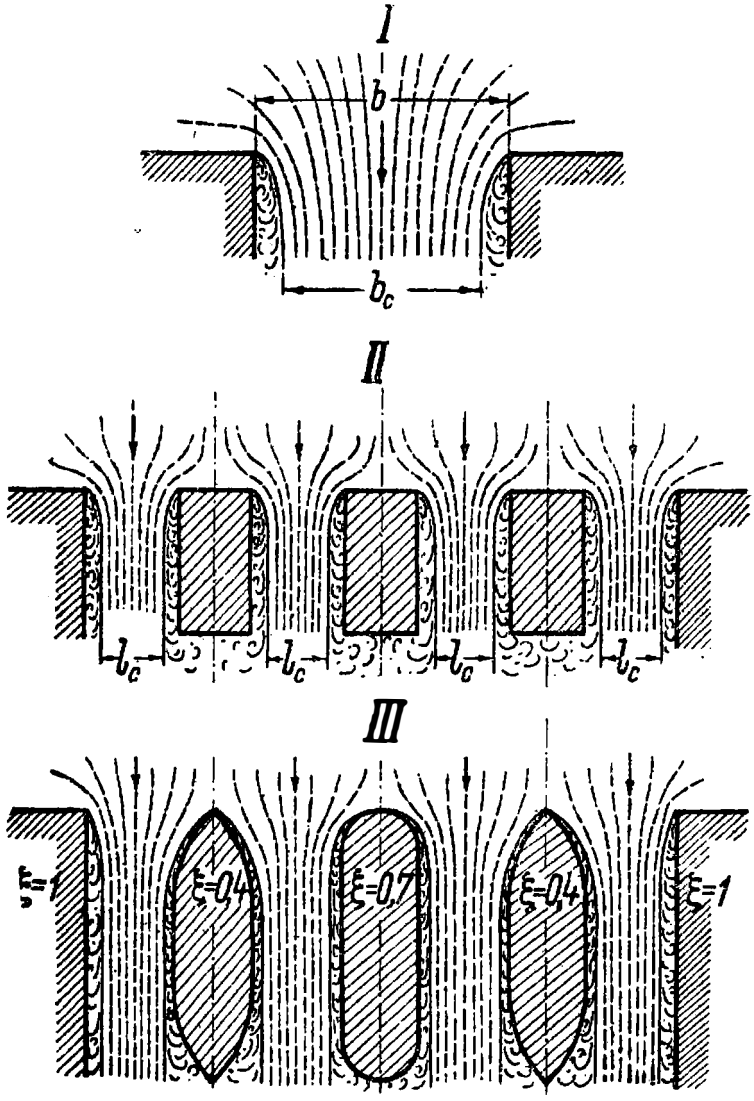
[1]) Часто в формулу Фрэнсиса (1017) вводится лишь напор H, без учета скорости подхода; мы полагаем, однако, что более логично давать эту формулу в виде (1017).

[2]) Creager, „Engineering for Masonry Dams", sec. ed., New York, 1929, p. 114, 115.

В целях некоторого обобщения формулы (1018) будем писать ее в виде:

$$b_c = b - 0{,}1\xi n H_0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1019)$$

где ξ назовем „коэфициентом уменьшения" к формуле Фрэнсиса. По Кригеру, как мы видели, можно принять $\xi = 0{,}4$ для весьма плавной формы устоев и быков, показанной на фиг. (177-I), где даны и основные со-



Фиг. 176

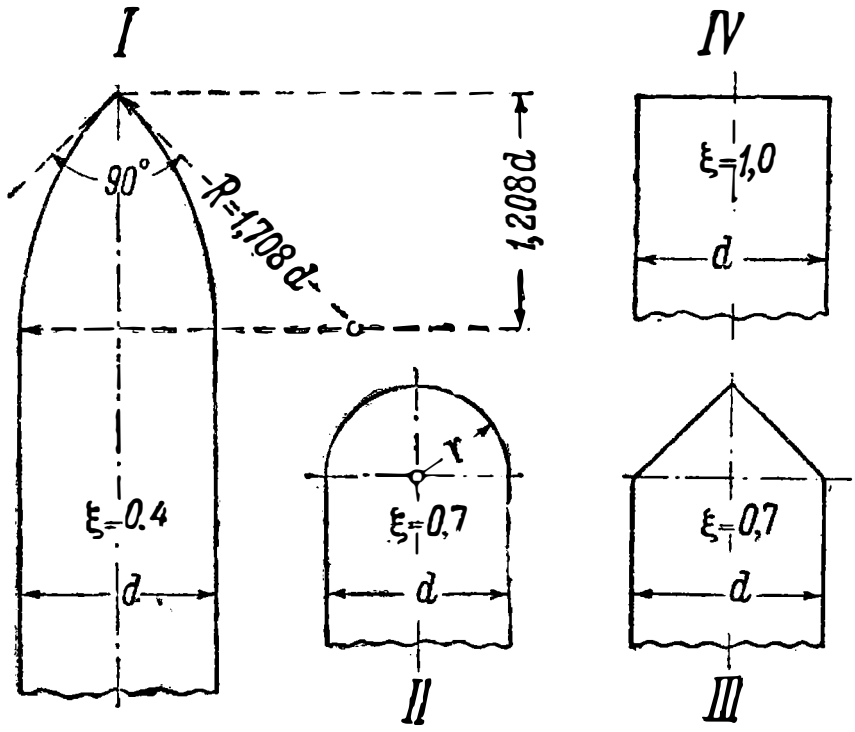
отношения размеров; эта форма очертания может быть вполне рекомендована для практических целей. Для более грубых форм можно принимать промежуточные между 0,4 и 1,0 значения коэфициента.

Для практических расчетов мы полагали бы возможным наметить следующие значения:

Очертание головы опор:

Заостренное криволинейно (по фиг. 177-I) . . . . . $\xi = 0{,}4$;
Полуциркульное (фиг. 177-II) или прямолинейно заостренное (фиг. 177-III) . . . . . $\xi = 0{,}7$;
Прямоугольное (фиг. 177-IV) . . . . . $\xi = 1{,}0$,

причем последнее значение ($\xi = 1$) относится к весьма толстым прямоугольным быкам (или к устоям неплавной формы, как на фиг. 176-III); для прямоугольных быков средней толщины коэфициент ξ должен быть не-



Фиг. 177.

сколько меньше единицы, но, за отсутствием опытных данных, и в этом случае пока приходится считать $\xi = 1$.

Полезно отметить еще и дальнейшее обобщение формулы (1018), заключающееся в следующем. Если форма очертания устоев и быков в плане неодинакова, то и характер отдельных „сжатий" водосливных струй будет различен, а потому вместо (1018) следует, напр., писать:

$$b_c = b - 0{,}1\,H_0\,(\xi_1 n_1 + \xi_2 n_2 + \xi_3 n_3), \quad \ldots\ldots \quad (1020)$$

где ξ_1, ξ_2 и ξ_3 суть коэфициенты ξ для различных типов очертания устоев и быков; n_1, n_2 и n_3 — соответствующие числа различных по характеру „сжатий". Так, напр., для схемы по фиг. 176-III имеем:

$$\left.\begin{array}{l} \xi_1 = 1; \quad n = 2 \text{ (устои)}; \\ \xi_2 = 0{,}7; \; n = 2 \text{ (средний бык)}; \\ \xi_3 = 0{,}4; \; n = 4 \text{ (прочие быки)}, \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1021)$$

а потому по (1020)

$$b_c = b - 0{,}1\,H_0\,(2 + 1{,}4 + 1{,}6) = b - 0{,}50\,H_0.$$

Следует иметь в виду, что вышеприведенными формулами для определения „эффективной ширины" b_c можно пользоваться при условии:

$$\frac{H_0}{b} \leqslant 1, \quad \ldots \quad (1022)$$

как то и имеет место в большинстве практических случаев. Если же

$$\frac{H_0}{b} > 1 \quad \ldots \quad (1023)$$

то исходная формула Фрэнсиса (1017) уже не является подходящей, и вместо (1019) величину b_c лучше считать, как мы полагаем, [1]) по формуле:

$$b_c = (1 - 0{,}1\,\xi n)\,b; \quad \ldots \quad (1024)$$

вместо же (1020) будет:

$$b_c = [1 - 0{,}1\,(\xi_1 n_1 + \xi_2 n_2 + \xi_3 n_3)] \cdot b \quad \ldots \quad (1025)$$

Если водослив (плотина) по ширине разбивается на ряд более мелких частей при помощи промежуточных стоек, то, примерно, полагают в среднем

$$b_c = \varepsilon b, \quad \ldots \quad (1026)$$

где

$$\varepsilon = 0{,}95 - 0{,}85 \quad \ldots \quad (1027)$$

в зависимости от степени стеснения потока этими стойками и плавности их очертаний.

Таким образом, при наличии бокового сжатия вместо (1013) имеем:

$$Q = m b_c \sqrt{2g}\, H_0^{3/2}, \quad \ldots \quad (1028)$$

где учтено также и влияние скорости подхода.

Для незатопленных водосливов коэфициент затопления $\sigma_n = 1$, а потому для них коэфициент расхода в соответствии с нашей формулой будет

$$m = m_1\, \sigma_f \cdot \sigma_H \quad \ldots \quad (1029)$$

для которого и укажем теперь численные величины.

§ 89. Коэфициенты расхода для незатопленных водосливов прямоугольных профилей (группа I).

Примем следующую классификацию профилей по группам: I) прямоугольные профиля; II) трапецоидальные профиля; III) полигональные профиля; IV) криволинейные профиля. Внутри каждой из этих групп будем различать типы и под-типы, как будет указано далее.

Обратимся к прямоугольным профилям.

Тип I_a: чистый прямоугольный профиль (фиг. 178). По Базену для такого профиля коэфициент полноты напора σ_H можно выразить эмпирической зависимостью:

$$\sigma_H = 0{,}70 + 0{,}185\,\frac{H}{\delta} \quad \ldots \quad (1030)$$

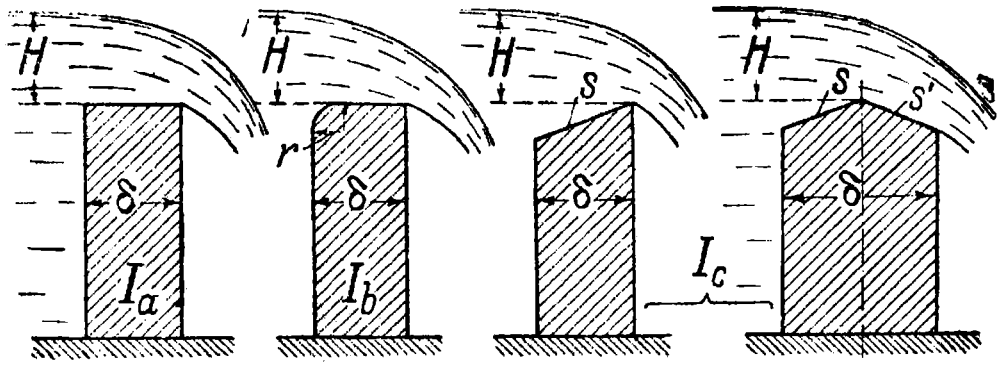
[1]) Формулы (1024) и (1025) можно получить из того соображения Кригера, что на водосливе даже при $\xi = 1$ линейное сжатие струи не может быть больше, чем получаемое при малом отверстии в тонкой стенке, где коэфициент площадного сжатия $\varepsilon \cong 0{,}64$ и, следовательно, коэфициент линейного сжатия $= \sqrt{\varepsilon} \cong 0{,}8$.

Принимая для m среднее значение $m_r = 0{,}42$, получим следующую табличку:

ТАБЛИЦА 112.

$\frac{H}{\delta}$	σ_H	$m_r\ \sigma_H = m$
0,10	0,72	0,30
0,33	0,76	0,32
0,5	0,79	0,33
1,0	0,88	0,37
1,5	0,98	0,41
1,5—2,0	1,00	0,42

При $\frac{\delta}{H} > 2$, т. е. при $\frac{H}{\delta} < 0{,}5$ получаем, собственно, не водослив практического профиля, а водослив с широким порогом. При $1{,}5 < \frac{H}{\delta} < 2{,}0$ можно просто считать: $\sigma_H = 1$, $m_r\ \sigma \cong 0{,}42$; при $\frac{H}{\delta} > 2$ — считать m, как для тонкой стенки.



Фиг. 178.

Коэфициент формы для чистого прямоугольного водослива $\sigma_f = 1$, а потому указанные в последней графе таблицы 112 цифры и представляют собой окончательные значения коэфициента расхода m.

Тип I_b: прямоугольный профиль с закруглением входного ребра (фиг. 178). Для этого профиля изменится лишь коэфициент формы, каковой по Базену и другим авторам равен

$$\sigma_f = 1 + \frac{r}{H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1031)$$

при наиболее удачных соотношениях $\frac{r}{\delta}$ (т. е. около $\frac{1}{10} - \frac{1}{20}$). В среднем, — и при том с достаточной осторожностью, — можно проще считать

$$\sigma_f = 1{,}05 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1032)$$

Тип I_c: прямоугольный профиль с наклонным верхом [1]) (фиг. 178). Для этого профиля изменяется также лишь коэфициент σ_f, причем можно предложить такие его значения:

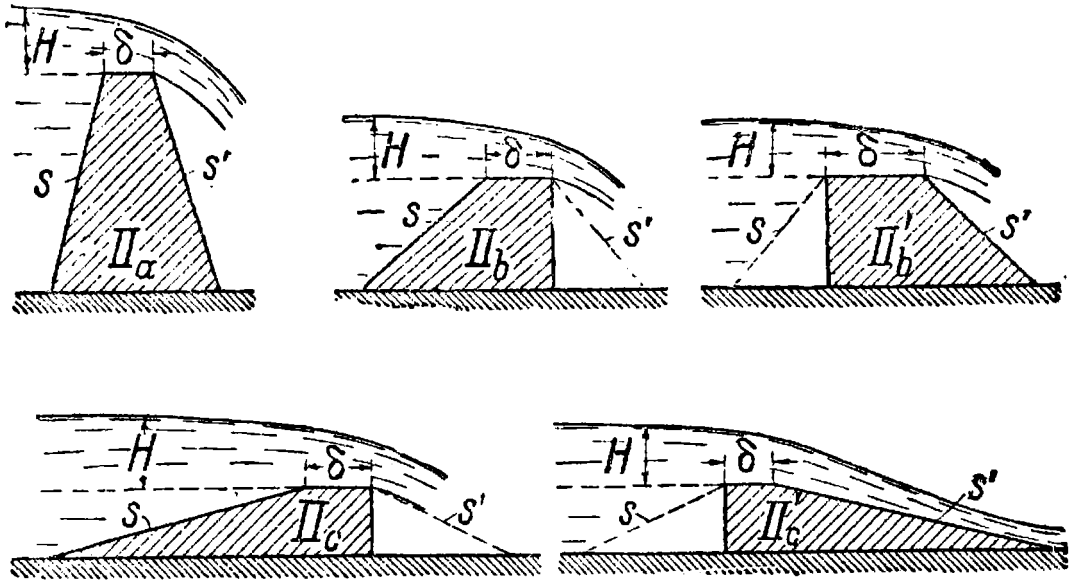
$$\text{при } s > 10,\ \sigma_f = 1; \quad \text{при } s = 10 - 5,\ \sigma_f = 1{,}05 \ . \ . \ . \ . \quad (1033)$$

Те же значения (1033) можно принять и для двускатного верха (фиг. 178); если же имеется только обратный скат s', то коэфициент σ_f сохраняет постоянное значение: $\sigma_f = 1$.

Сказанное относится к значениям s и s' не < 5, ибо за этим пределом прямоугольный профиль уже теряется (переходя в полигональный, см. § 91), в особенности при сравнительно низких водосливах.

§ 90. Коэфициенты расхода для незатопленных водосливов трапецоидальных профилей (группа II).

Трапецоидальные профиля (фиг. 179) мы считаем удобным разделить на три типа: a) высокие (узкие); b) средние; c) низкие (растянутые). Помимо того, в двух последних типах, в соответствии с возможными на



Фиг. 179.

практике случаями, приходится различать по два под-типа: с наклонной верховой гранью и с наклонной низовой гранью.

Деля таким образом трапецоидальные профиля на типы и под-типы, мы тем самым в скрытом виде подходим к коэфициенту формы σ_f: внутри каждого типа (правильнее, внутри под-типа) форма остается одинаковой и потому, естественно, вместе с тем и $\sigma_f = 1$.

Что касается коэфициента полноты напора σ_H, то также подходим к нему, деля на типы и самые напоры по отношению H/δ; внутри каждого такого

[1]) s и s' суть котангенсы угла наклона граней к горизонту.

„типа" $\sigma_H = 1$. При этом более наглядно удается, повидимому, представить полученные нами результаты, что и сделано в таблице 113. За обозначениями отсылаем к фиг. 179; s и s', как и выше, суть котангенсы угла наклона соответствующих граней к горизонту.

К указанным в таблице типам можно еще добавить два комбинированные из типов II_b и II'_b и из типов II_c и II'_c. Эти типы более редки, почему и не помещены в таблицу. Коэфициенты для них можно получить из типов II'_b

ТАБЛИЦА 113.

Значения коэфициента m для трапецоидальных профилей.

Группа	Тип профилей	Тип напора			
		$H/\delta > 2$	$H/\delta = 2-1$	$H/\delta = 1-\frac{1}{2}$	$H/\delta < \frac{1}{2}$
Высокие	**Тип II_a** $s \leqq \frac{1}{2}$; $s' \leqq \frac{1}{2}$	0,43 – 0,42	0,40—0,38	0,36 – 0,35	
Средние	**Тип II_b** (с наклонной верховой гранью)				
	1°. При $s = 1$	0,44	0,42	0,40	*
	2°. „ $s = 2$	0,43	0,41	0,39	
	Тип II'_b (с наклонной низовой гранью)				
	1°. При $s' = 1$	0,42	0,40	0,38—0,37	*
	2°. „ $s' = 2$	0,40	0,38	0,36 – 0,35	
Низкие (растянутые)	**Тип II_c** (с развитой понурной частью)				
	1°. При $s = 3$	0,42	0,40	0,38	*
	2°. „ $s = 4$	0,41	0,39	0,37	
	3°. „ $s = 5$	0,40	0,38	0,36	
	4°. „ $s = 10$	0,38	0,36	*	
	Тип II'_c (с развитой водосливной частью)				
	1°. При $s' = 3$	0,39	0,37	0,35	*
	2°. „ $s' = 5$	0,375	0,35	*	
	3°. „ $s' = 10$	0,35	*	*	

Примечание: звездочка * обозначает переход к водосливу с широким порогом.

и II'_c, предполагая, что к этим последним прибавляется наклонная верховая грань (как и показано пунктиром на фиг. 179). Влияние такой прибавки, насколько мы могли уяснить путем изучения соответствующих опытов, выражается в процентах таким образом:

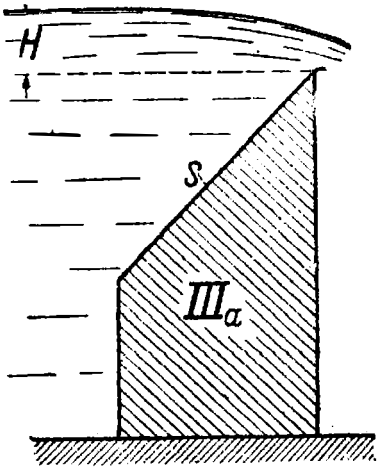
Наклон s	$<1/2$	1—2	3	4	5	10
Прибавлять к значениям m для типов с вертикальной верховой гранью	0%	+ 5%	+ 2%	0%	— 3%	—10%

. . . . (1034)

В заключение заметим, что, взяв за основной один какой-либо тип трапецоидального профиля (и при том — с определенным „типом напора"), было бы нетрудно по отношению к нему дать для всех остальных типов таблицы 113 значения m_r, σ_n, σ_f, что подтверждает нашу „обобщенную" формулу (994).

§ 91. Коэфициенты расхода для незатопленных водосливов полигональных профилей (группа III).

Полигональные профиля вообще характеризуются крайне разнообразными возможными очертаниями, в виду чего трудно говорить о какой-либо систематизации для коэфициентов расхода их. Впрочем, такие профиля имеют скорее второстепенное техническое значение, — по крайней мере в тех случаях, когда они заметно уклоняются от прямоугольного или трапецоидального типа.



Фиг. 180.

По имеющимся американским опытным материалам можно привести следующие средние значения коэфициентов расхода для „типовых примеров" и отдельных случаев полигональных и некоторых близких к ним „неправильных" профилей, для которых на нижеприводимых чертежах соотношение размеров выдержано в масштабе.

Тип III_a — сравнительно высокий профиль с резко скошенным верхом (фиг. 180):

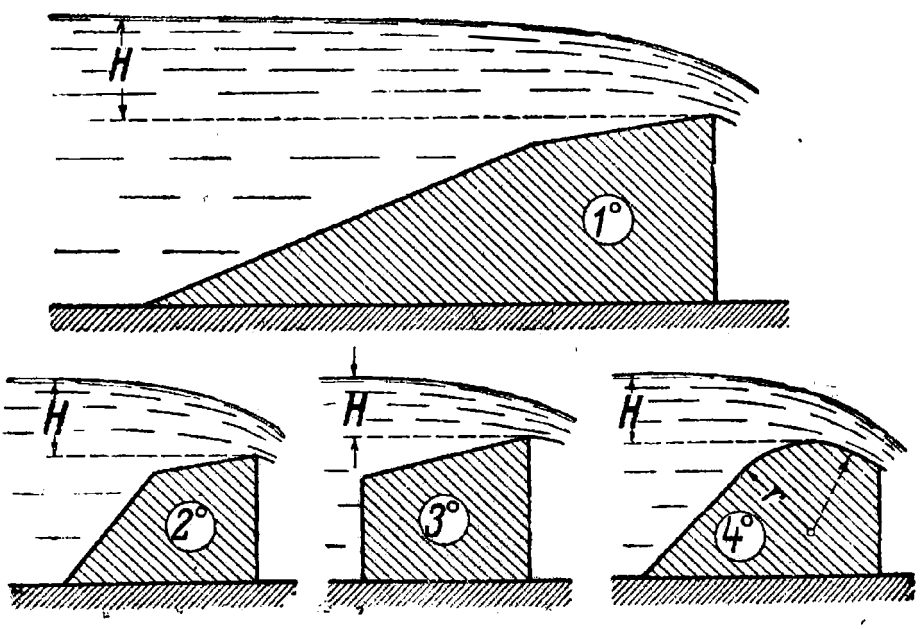
$$m = 0{,}45 \quad . \quad . \quad . \quad (1035)$$

Тип III_b — средние профиля для различных случаев, а именно:

ТАБЛИЦА 114.

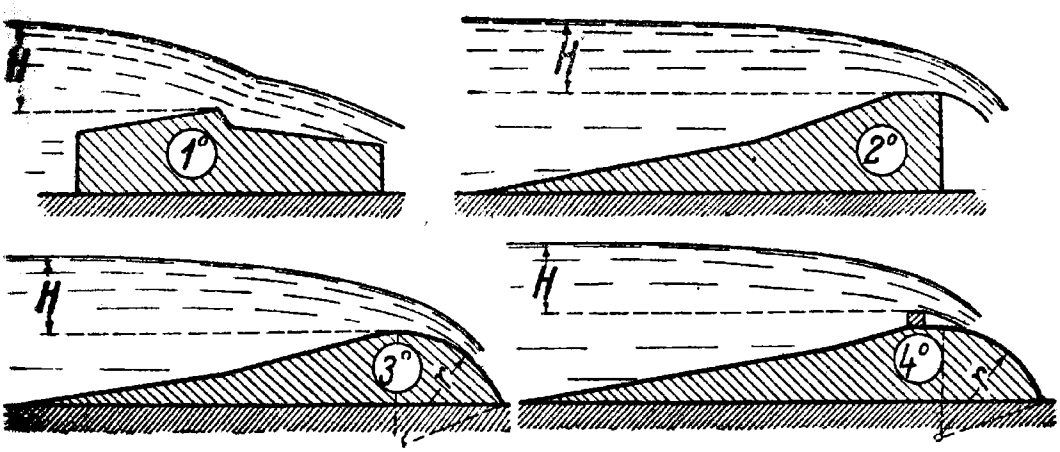
Случай	Коэфициент расхода	Примечание
III_b, 1°	$m = 0{,}42$	Фиг. 181, 1°
III_b, 2°	$m = 0{,}42 - 0{,}43$	Фиг. 181, 2°
III_b, 3°	$m = 0{,}42 - 0{,}43$	Фиг. 181, 3°
III_b, 4°	$m = 0{,}43 - 0{,}44$	Фиг. 181, 4°

Тип III_b



Фиг. 181.

Тип III_c



Фиг. 182.

Тип III_c — растянутые (низкие) профиля для случаев, показанных на фиг. 182:

ТАБЛИЦА 115.

Случай	Коэфициент расхода	Примечание
III_c, 1°	$m = 0{,}39-0{,}40$	Фиг. 182, 1°
III_c, 2°	$m = 0{,}39-0{,}40$	Фиг. 182, 2°
III_c, 3°	$m = 0{,}40$ $m = 0{,}37-0{,}38$	Фиг. 182, 3°. Значение $m = 0{,}40$ соответствует обычному (сравнительно гладкому) состоянию поверхности водослива, значение же $m = 0{,}37-0{,}38$ получено (Cornell University, U. S. A.) при более шероховатой поверхности.
III_c, 4°	$m = 0{,}45$	Фиг. 182, 4° (следует обратить внимание на наличие бруска на гребне водослива).

§ 92. Коэфициенты расхода для незатопленных водосливов криволинейных профилей (группа IV).

Криволинейные профиля (фиг. 183) [1]) весьма удобно, как и трапецоидальные, разделить на три главных типа: a) высокие, b) средние, c) низкие (растянутые), причем опять-таки в двух последних типах будем различать по два под-типа: с наклонной верховой и с наклонной низовой гранью; для первого же типа (высокие профиля) приходится ввести, как увидим, 4 под-типа.

a) Высокие профиля. Эти профиля (общий вид коих указан на фиг. 183, IV_a) будем более подробно делить по оголовкам (верхним частям) их.

Типовые оголовки, насколько нужно для наших целей, показаны на фиг. 184. В дальнейшем для краткости примем такие условные обозначения:

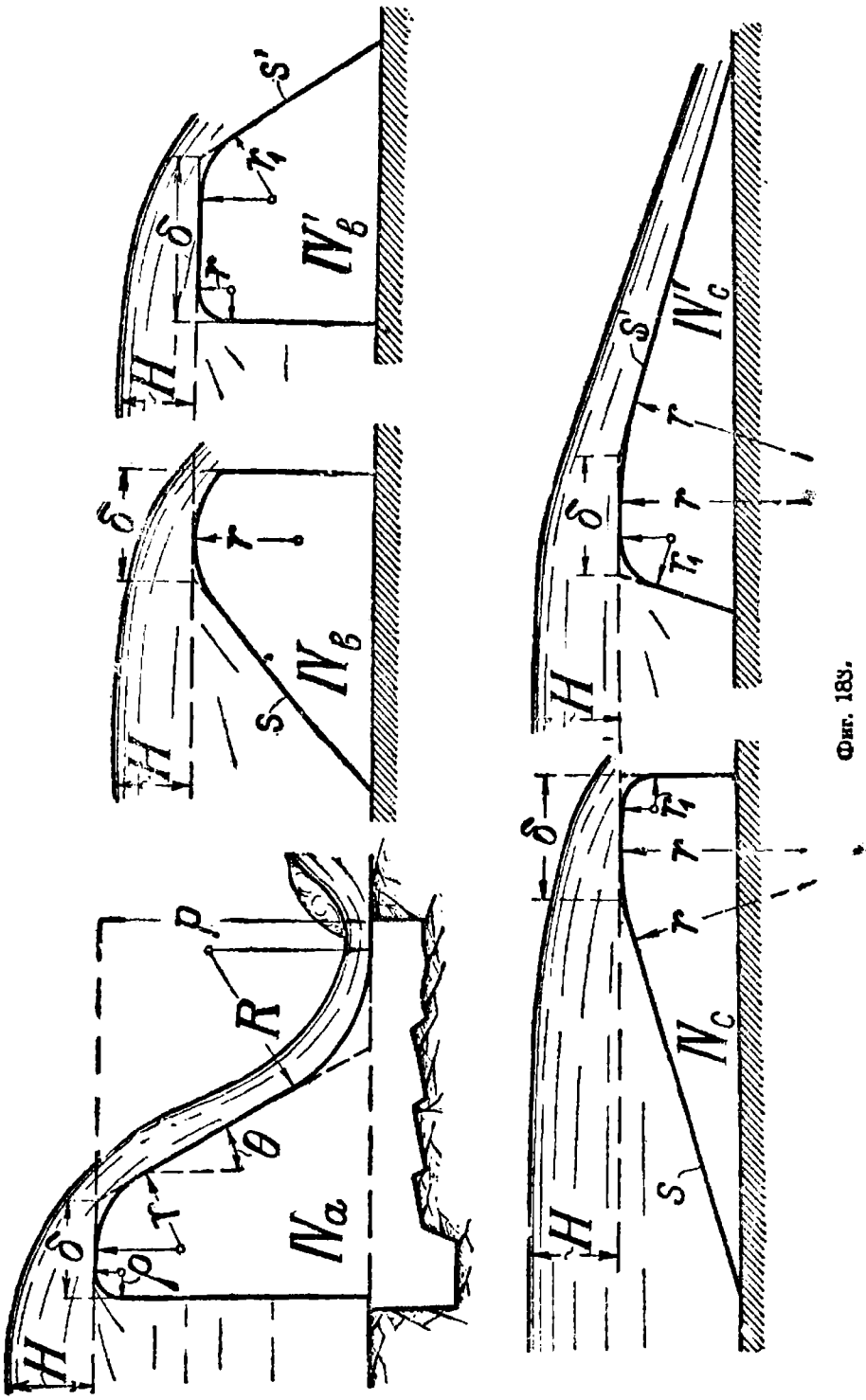
Наименование оголовка:	Условное обозначение
1° — оголовок с вертикальной смоченной гранью по Кригеру (Creager) [2])	Тип IV_a, 1°.
2° — оголовок с вертикальной смоченной гранью, получаемый путем скругления трапецоидального очертания	Тип IV_a, 2°.
3° — то же, что и 1°, но с наклонной (под углом 45°) смоченной гранью	Тип IV_a, 3°.
4° — то же, что и 2°, но с наклонной (под различными углами) смоченной гранью	Тип IV_a, 4°.

На основании данных различных американских авторов (в том числе — инженера Кригера) мы полагали бы возможным указать такие значения коэфициентов m_r, σ_f, σ_H к формуле (1029).

---

[1]) Для профилей IV_b, IV_b', IV_c, IV_c' на чертеже выдержано соотношение размеров соответствующих моделей.

[2]) Creager, „Engineering for Masonry Dams", New York, second ed., 1929, p. 109—110, 116.



Фиг. 183.

Тип IV_a, 1°:

$$m_r = 0{,}49;\ \sigma_f = 1; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1036)$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_H &= 0{,}785 + 0{,}25\,\frac{H}{H_{пр}}\ \left(\text{при}\ \frac{H}{H_{пр}} = 0{,}1 - 0{,}8\right); \\ \sigma_H &= 0{,}88 + 0{,}12\,\sqrt{\frac{H}{H_{пр}}}\ \left(\text{при}\ \frac{H}{H_{пр}} > 0{,}8\right). \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1037)$$

Здесь $H_{пр}$ — тот напор, на который проектируется[1]) оголовок плотины; H — какой-либо напор ($< H_{пр}$), для которого желаем определить σ_H (т. е. „коэфициент полноты напора" по нашей терминологии).

Тип IV_a, 2°:

$$m = 0{,}49;\ \ \sigma_f = 0{,}97 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1038)$$

Коэфициент σ_H можно взять по (1037).

Тип IV_a, 3°:

$$m_r = 0{,}48;\ \sigma_f = 1; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1039)$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_H &= 0{,}805 + 0{,}31\,\frac{H}{H_{пр}}\ \left(\text{при}\ \frac{H}{H_{пр}} = 0{,}1 - 0{,}5\right); \\ \sigma_H &= \sqrt[20]{\frac{H}{H_{пр}}}\ \left(\text{при}\ \frac{H}{H_{пр}} > 0{,}5\right). \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1040)$$

Для удобства подсчетов даем таблицу значений $\sqrt[20]{N}$.

ТАБЛИЦА 116.

$N =$	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\sqrt[20]{N} =$	0,966	0,971	0,975	0,979	0,982	0,986	0,989	0,992	0,995	0,997	1,00

Тип IV_a, 4°:

$$m_r = 047; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1041)$$

$$\sigma_f = 1{,}02 - 0{,}02s - 0{,}02\left(\frac{a}{r} - 1\right) \quad \ldots\ldots \quad (1042)$$

Здесь $s = \frac{c}{a}$; значения букв: a, c, r указаны на фиг. 184, 4°.[2])

Коэфициент σ_H можно взять по (1040), за неимением других данных. Для облегчения вычисления приводим таблицу к формуле (1042).

---

[1]) В обозначении $H_{пр}$ индекс образован двумя первыми буквами слова „проектный" (напор).

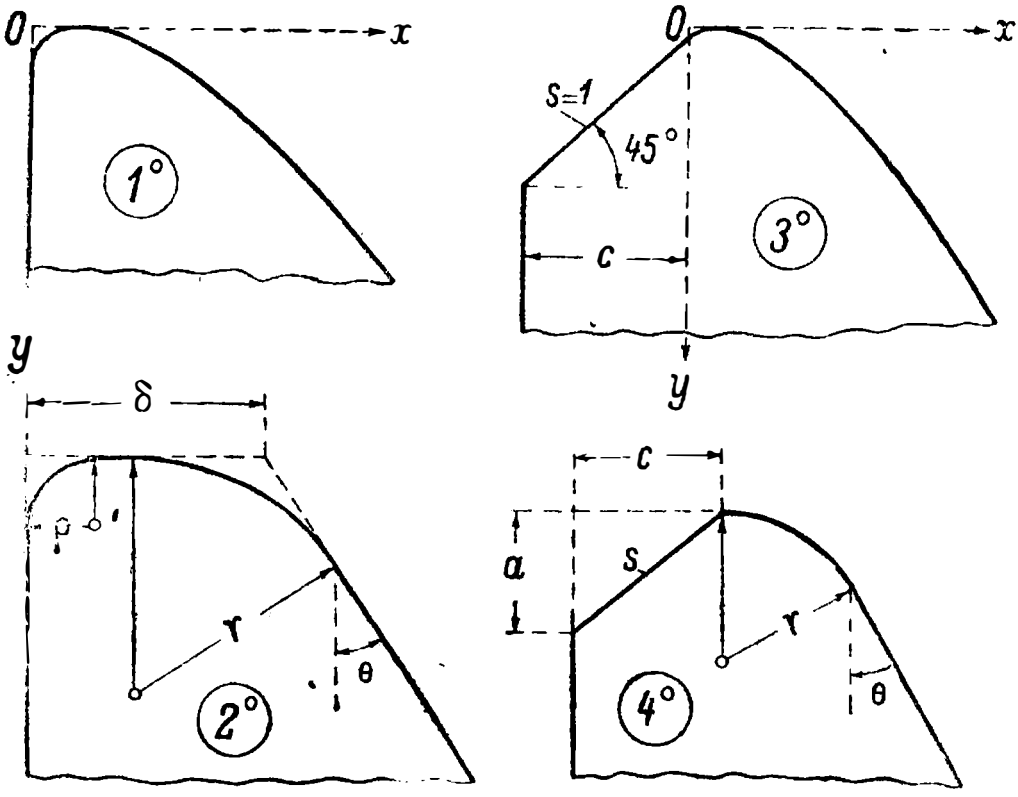
[2]) О величинах s и $\frac{a}{r}$ см. ниже в § 105.

ТАБЛИЦА 117.

Значения коэфициента σ_f.

$\frac{a}{r}$	$s=1$	$s=2$	$s=4$
1	1,00	0,98	0,94
2	0,98	0,96	0,92
4	0,94	0,92	0,88

Указанные выше, иногда довольно сложные, выражения для σ_f и σ_H получены нами путем обработки имеющихся данных, каковые мы и попытались уложить в приведенные „статистические" формулы.



Фиг. 184.

В заключение для высоких профилей приведем еще два составленных нами (по данным Кригера, с некоторым запасом) выражения для коэфициента σ_H, относящиеся к тем случаям, когда, запроектировав оголовок плотины на напор $H_{пр}$, мы желаем найти расход через полученный профиль при напоре

$$H > H_{пр}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1043)$$

между тем как выше были даны формулы для σ_H лишь при $H < H_{пр}$.

При (1043) для оголовков типа IV_a, 1° и IV_a, 2° можно считать:

$$\sigma_H = 1{,}085 - 0{,}085\,\frac{H}{H_{пр}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1044)$$

при оголовках же типа IV_a, 3° и IV_a, 4°:

$$\sigma_H = 1{,}017 - 0{,}017\,\frac{H}{H_{пр}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1045)$$

причем в последнем случае коэфициент σ_H сравнительно мало отличается от единицы. Обе приведенные формулы для σ_H получены нами в пределах:

$$\frac{H}{H_{пр}} = 1{,}0 - 1{,}6 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1046)$$

Вследствие $H > H_{пр}$ водосливная струя уже не прилегает к поверхности оголовка, так что между этой поверхностью и падающей с гребня водослива струей образуется некоторый „зазор", причем выражения (1044) и (1045) предлагаются для случая, когда под струю обеспечен доступ воздуха во избежание вакуума. Если же такой „аэрации" струи нет, то, естественно, получим, что $\sigma_H > 1$ вследствие наличия вакуума, но в этом случае оценить численное значение σ_H можно лишь лабораторным путем.

b) Средние профиля (тип IV_b и IV_b'). Для этих профилей (фиг. 183) достаточно удовлетворительные результаты получаются путем сравнения с соответствующими средними трапецоидальными профилями, имеющими те же наклоны s и s': а именно — цифры таблицы 113 достаточно увеличить для криволинейных профилей на 5%.

c) Низкие (растянутые) профиля (тип IV_c и IV_c'). Для этих типов (фиг. 183) также достаточно увеличить на 5% соответствующие цифры таблицы 113. Заметим, что, если низкий криволинейный профиль имеет обе наклонные грани, то поправка (1034) для него видоизменяется: остаются лишь отрицательные поправки, положительных же правильнее не делать.

§ 93. Затопленные водосливы практических профилей.

Для водосливов практических профилей признаки затопления выражаются теми же двумя неравенствами (1004) и (1005), которые в § 86 даны для водосливов с тонкой стенкой. Однако как и для тонкой стенки, второе неравенство можно уточнить по проф. Бахметеву [1]) в виде (1010), причем признаки затопления [2]) водосливов практических профилей представятся так (фиг. 185-II):

1. Уровень нижнего бьефа непосредственно за водосливом должен быть выше ребра водослива, что запишем в виде:

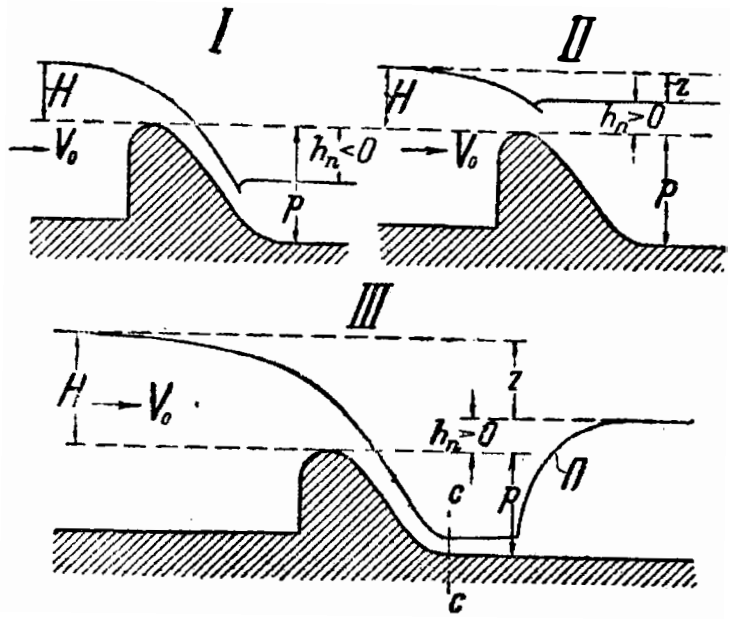
$$h_n > 0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1047)$$

2. Относительный перепад $\frac{z}{p}$ должен быть меньше величины $\left(\frac{z}{p}\right)_x$, т. е.

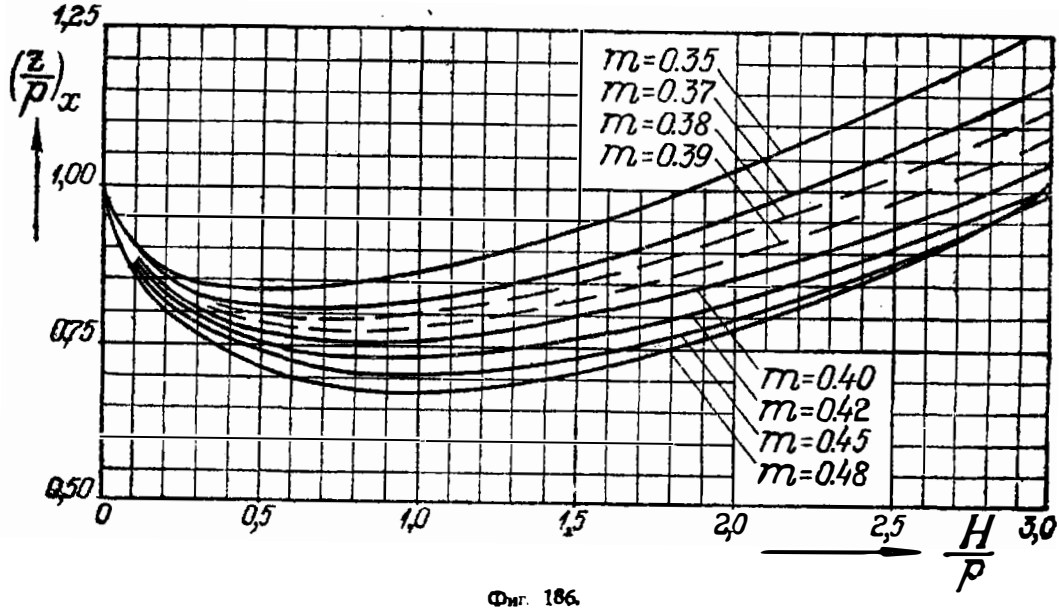
$$\frac{z}{p} < \left(\frac{z}{p}\right)_x, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1048)$$

[1]) См. его работы, указанные в сноске к § 86.

[2]) Для наглядности на фиг. 185 представлен также случай незатопленного водослива практического профиля (схема I) и случай водослива с отогнанным прыжком (схема III).



Фиг. 185.



Фиг. 186.

где $\left(\frac{z}{p}\right)_x$ определяется по графику, представленному на фиг. 186, в зависимости от коэфициента расхода m соответствующего профиля и от отношения $\frac{H}{p}$.

К кривым, данным проф. Бахметевым, нами добавлены[1]) на графике (фиг. 186) кривые для $m=0{,}37$ и $m=0{,}40$. Укажем еще, что, если не желаем пренебрегать скоростью подхода V_0, то в условии (1048) под величиной z надо понимать перепад, исправленный на скорость подхода; равным образом, и в отношение $\frac{H}{p}$, откладываемое по оси абсцисс на фиг. 186, нужно подставлять вместо H „полный напор", т. е. напор, исправленный на скорость подхода.

Что касается выражения расхода через затопленные водосливы практических профилей, то можно указать три способа.

1°. Старая формула Дюбюа (Dubuat). Формула эта, данная еще в начале XIX в., прежде пользовалась весьма большим распространением. Она находит применение еще и в настоящее время (особенно — в Германии и даже иногда в Америке), в виду чего и следует указать ее здесь. По этой формуле имеем (обозначения по фиг. 185-II; z — разность горизонтов):

$$Q=\frac{2}{3}\mu_1 b\sqrt{2g}\left[\left(z+\frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2}-\left(\frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right]+$$
$$+\mu_2 b h_n\sqrt{2g\left(z+\frac{V_0^2}{2g}\right)}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1049)$$

или, пренебрегая в прямых скобках отрицательным членом:

$$Q=\frac{2}{3}\mu_1 b\sqrt{2g}\left(z+\frac{V_0^2}{2g}\right)^{3/2}+\mu_2 b h_n\sqrt{2g\left(z+\frac{V_0^2}{2g}\right)}, \quad \ldots \quad (1050)$$

или, наконец, при малых скоростях подхода:

$$Q=\left[\frac{2}{3}\mu_1 z+\mu_2 h_n\right] b\sqrt{2gz} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1051)$$

Если считать: $\mu_1=\mu_2=\mu$, то будет вместо (1050):

$$Q=\mu b\sqrt{2gz}\left[\frac{2}{3}z+h_n\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1052)$$

Выражения эти (есть и другие их виды) получены путем чисто формальным: разбитием затопленного водослива на водослив незатопленный (верхняя часть) и на отверстие (нижняя часть), что не отвечает существу явления.

Еще более дело ухудшается тем, что эта формула не имеет достаточно устойчивых коэфициентов. Так, немецкие гидравлики часто дают: $\mu_1=0{,}63$ $\left(\frac{2}{3}\mu_1=0{,}42\right)$, $\mu_2=0{,}53$; по американским опытам для этой формулы в среднем $\mu_1=\mu_2=\mu=0{,}6$; немецкие инженеры при расчете отверстий плотин

[1]) Кривая для $m=0{,}40$ дана при коэфициенте $\varphi_c\cong 0{,}95$, кривая для $m=0{,}37$ — при $\varphi_c\cong 0{,}9$ (о коэфициенте φ_c см. ниже, глава X). Пунктирные кривые для $m=0{,}39$ и $m=0{,}38$ проведены на графике (фиг. 186) по интерполяции, что для целей этого графика достаточно.

иногда берут: $\mu_1 = 0{,}83$; $\mu_2 = \sim 0{,}65 - 0{,}70$, иногда же полагают $\mu_1 = \mu_2 = \sim 0{,}8$.

2°. Формула Базена (Bazin). Прием Базена для определения расхода воды через затопленный водослив с тонкой стенкой состоит, как указано выше (§ 86), в том, что в формулу для незатопленного водослива вводится по (1008) коэфициент $\sigma_n < 1$ („коэфициент затопления"), значения коего даны в таблице 110.

Этот же прием целиком предлагается иногда [1]) и для водосливов практических профилей, причем будет:

$$Q = \left(1 + 0{,}2\frac{h_n}{p}\right)\sqrt[3]{\frac{z}{H}} \cdot m b_c \sqrt{2g}\, H_0^{3/2}, \quad \ldots\ldots \quad (1053)$$

где m — коэфициент расхода для незатопленного водослива того же профиля.

Мы, однако, не можем согласиться с таким способом: опыты Базена над водосливами практических профилей совершенно ясно показали, [2]) что влияние затопления на расход в них сказывается меньше, чем в водосливах с тонкой стенкой, и формула (1053) дает преуменьшенное значение Q.

3°. Способ американских инженеров. В Америке для практических гидравлических расчетов, вместо старой формулы Dubuat, рекомендуется указанный прием Базена, но с определением коэфициента затопления σ_n не по (1008), а на основании специальных опытов с затопленными водосливами практических профилей. [3])

При этом приходим к формуле:

$$Q = \sigma_n m b_c \sqrt{2g}\, H_0^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1054)$$

где следует брать b_c и H_0 — по § 88, m — по §§ 89 — 92 в зависимости от профиля водослива (напоминаем, что здесь коэфициент $m = m_r\, \sigma_f\, \sigma_H$), σ_n — по нижеследующей табличке, в коей величина σ_n связана с величиной „относительного затопления" $\frac{h_n}{H}$ (обозначения h_n и H см. на фиг. 185-II):

ТАБЛИЦА 118.

$\frac{h_n}{H}$	σ_n	$\frac{h_n}{H}$	σ_n	$\frac{h_n}{H}$	σ_n
0	1,000	0,4	0,956	0,8	0,778
0.1	0,991	0,5	0,937	0,9	0,621
0,2	0,983	0,6	0,907	1,0	0,000
0,3	0,972	0,7	0,856		

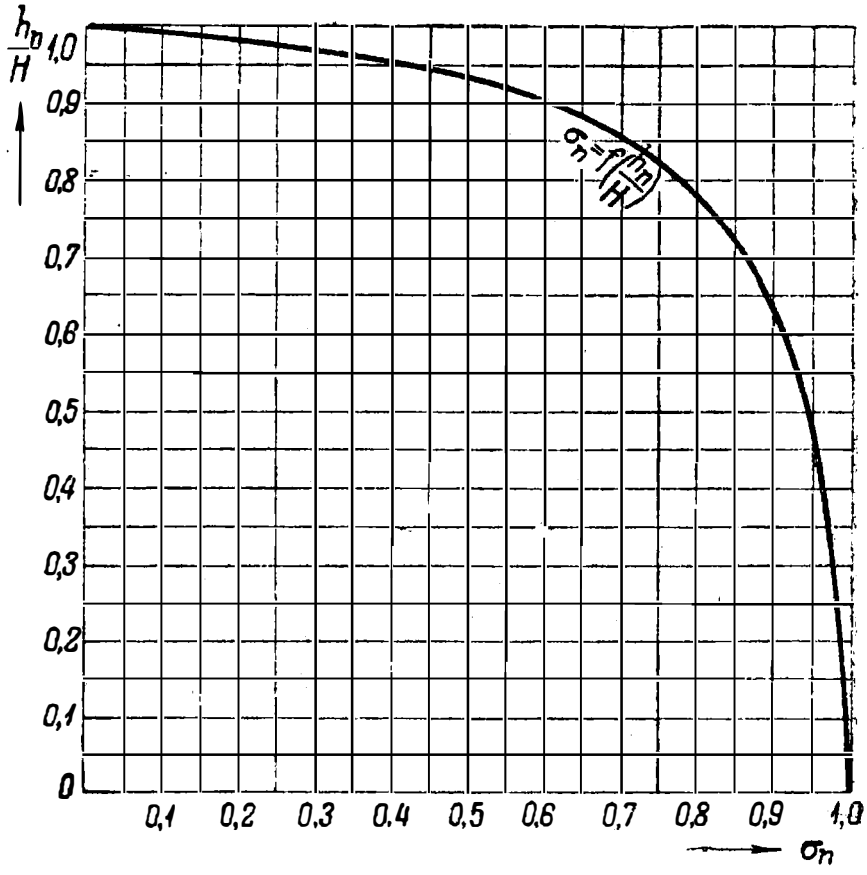
[1]) Напр., проф. Бахметев, „Гидравлика" (Часть II), изд. 1913 г., стр. 136 (по изд. 1934 г. — стр. 305).

[2]) Bazin, „Experiences nouvelles sur l'écoulement en déversoir", Paris, 1898, Ch. XII, p. 107, 113, 115.

[3]) См.: Creager, „Engineering for Masonry Dams", sec. ed., New York, 1929. p. 117; также: Creager and Justin, „Hydro-electric Handbook". N. York, 1927, p. 134. Самые опыты впрочем не новы, — они были поставлены U. S. Deep Waterway Board около 1900 г.

При этом влияние затопления на расход получается меньше, чем для тонкой стенки, что согласно и с вышеуказанными опытами Базена. Во всяком случае этот способ безусловно надо предпочесть двум первым, изложенным в п. 1° и 2° настоящего параграфа.

Численные значения σ_n в будущем, конечно, должны быть дополнены на основании новых опытов; в настоящее же время мы можем отметить, что коэфициенты σ_n, рекомендуемые американскими инженерами, вообще несколько преуменьшены, т. е. заключают в себе некоторый запас, как показали



Фиг. 187.

наши предварительные опыты по затопленным водосливам, произведенные для различных практических профилей в 1928 г. в Гидравлической лаборатории б. Научно-Мелиорационного Института в Ленинграде.

На фиг. 187 мы приводим (по таблице 118) график изменения величины σ_n в зависимости от отношения $\frac{h_a}{H}$. Таблица 118, помещаемая в американских руководствах, несколько неудобна для пользования в виду ее краткости, почему здесь даем более подробную таблицу 119, где дополнительные значения σ_n получены по соответствующей интерполяции из таблицы 118.

ТАБЛИЦА 119.

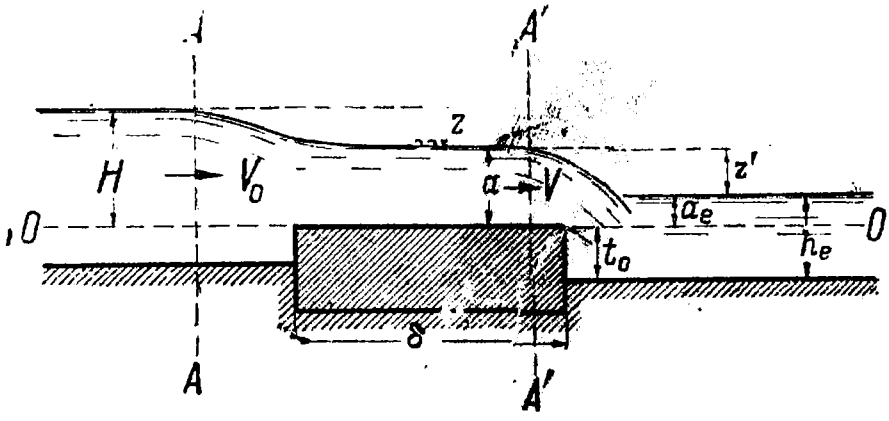
$\frac{h_n}{H}$	σ_n	$\frac{h_n}{H}$	σ_n	$\frac{h_n}{H}$	σ_n
0	1,000	0,55	0,923	0,84	0,725
0,05	0,996	0,60	0,907	0,85	0,709
0,10	0,991	0,65	0,886	0,86	0,696
0,15	0,986	0,70	0,856	0,88	0,661
0,20	0,981	0,72	0,843	0,90	0,621
0,25	0,976	0,74	0,830	0,92	0,562
0,30	0,970	0,75	0,821	0,94	0,487
0,35	0,963	0,76	0,815	0,95	0,438
0,40	0,956	0,78	0,797	1,00	0
0,45	0,948	0,80	0,778		
0,50	0,937	0,82	0,752		

С. ВОДОСЛИВ С ШИРОКИМ ПОРОГОМ.

§ 94. Незатопленный водослив с широким порогом.

Водослив с широким порогом (фиг. 170-III), как уже отмечено выше (§ 83), характеризуется тем, что на нем наблюдается приблизительно параллельно-струйное течение, для чего должно быть $\frac{\delta}{H} > 2{,}0 - 3{,}0$.

Обращаясь к незатопленному водосливу с широким порогом, отметим в нем прежде всего наличие двух перепадов: z и z' (фиг. 188). Если через a обозначить глубину водосливной струи в конце порога в сече-



Фиг. 188.

нии $A'-A'$, в котором еще нет резкого падения свободной поверхности потока, и через a_e — возвышение низового горизонта потока над порогом, то для незатопленного водослива с широким порогом

$$a_e < a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1055)$$

Величина a_e находится весьма просто: из фиг. 188 ясно, что

$$a_e = h_e - t_0, \quad \ldots \quad (1056)$$

где t_0 — возвышение верха порога над дном нижнего бьефа непосредственно в конце водослива, а h_e — естественная (бытовая) глубина потока за водосливом. Отметим, что, если $h_e < t_0$, то величина a_e получается даже отрицательной ($a_e < 0$), т. е. при этом низовой горизонт потока будет ниже верха порога, но это не нарушает сущности явления, изображенного на фиг. 188.

Написав уравнение Бернулли от сечения $A - A$ до сечения $A' - A'$ (фиг. 188), получим для скорости V в конце порога:

$$V = \varphi \sqrt{2g(H_0 - a)}, \quad \ldots \quad (1057)$$

где φ — коэфициент скорости и $H_0 = H + \frac{V_0^2}{2g}$, как и раньше (§ 88). Для расхода поэтому будет (при отсутствии бокового сжатия):

$$Q = \varphi b a \sqrt{2g(H_0 - a}, \quad \ldots \quad (1058)$$

где b — ширина водосливного отверстия или, короче, ширина водослива; при этом мы здесь имеем в виду лишь „прямоугольный" водослив с широким порогом (см. терминологию в § 83, п. 5°).

Таким образом, для определения V и Q необходимо знать величину a. Для нахождения ее можно указать два способа.

а) По так называемому **постулату Беланже (Bélanger)** глубина a устанавливается такая, при которой расход на водосливе достигает maximum'а, для чего должно быть, как нетрудно получить по (1058):

$$a = \frac{2}{3} H_0 \quad \ldots \quad (1059)$$

Тогда по (1058) будет:

$$Q = \varphi b \cdot \frac{2}{3} H_0 \cdot \sqrt{2g \frac{H_0}{3}} = 0{,}385 \varphi \sqrt{2g}\, H_0^{3/2} \quad \ldots \quad (1060)$$

Обозначив здесь:

$$0{,}385 \varphi = m \text{ (коэффициент расхода)}, \quad \ldots \quad (1061)$$

имеем вместо (1060):

$$Q = m b \sqrt{2g} H_0^{3/2}, \quad \ldots \quad (1062)$$

т. е. формулу, по виду одинаковую с таковою же для водосливов с тонкой стенкой и практических профилей.

При $\varphi = 0{,}91$, чему по (1061) отвечает $m = 0{,}35$, получаем известную формулу Бресса (Bresse):

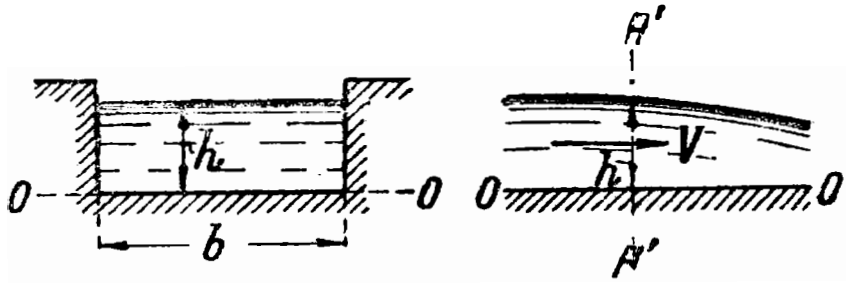
$$Q = 0{,}35 b \sqrt{2g}\, H_0^{3/2} \quad \ldots \quad (1063)$$

б) По способу Буссинеска - Бахметева [1]) принимается, что в конце порога водослива устанавливается так называемая „критическая глубина", т. е. такая глубина h_k, при которой удельная энергия движущегося по водосливу потока достигает minimum'а:

$$a = h_k \quad \ldots \quad (1064)$$

[1]) О наименовании способа см. в конце настоящего параграфа.

Подробнее о критической глубине будет сказано в § 110 (гл. IX), здесь же коснемся этого понятия лишь весьма кратко, поскольку нужно для вопроса о водосливе с широким порогом. Для этого возьмем (фиг. 189) открытый поток прямоугольного сечения с горизонтальным дном (такой поток мы и имеем в пределах рассматриваемого водослива с широким порогом) и обозначим в некотором сечении $A' - A'$ глубину этого потока через h, ширину



Фиг. 189.

его — через b. Выражение для удельной энергии потока E в сечении $A' - A'$ при плоскости сравнения $O - O$ можно написать в виде:

$$E = \frac{\alpha V^2}{2g} + h + \frac{p_a}{\gamma}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1065)$$

где p_a — атмосферное давление. Для скорости V имеем:

$$V = \frac{Q}{\omega} = \frac{Q}{bh} = \frac{q}{h}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1066)$$

где

$$q = \frac{Q}{b} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1067)$$

есть, как видим, расход воды, приходящийся на единицу ширины потока и называемый поэтому „единичным“ (или иногда „удельным“) расходом. Подставляя (1066) в выражение (1065), получим:

$$E = \frac{\alpha q^2}{2g h^2} + h + \frac{p_a}{\gamma} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1068)$$

Взяв производную $\frac{dE}{dh}$ и приравняв ее нулю (условие minimum'а для E), нетрудно найти, что

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1069)$$

или при $\alpha = 1$ (как обычно полагают при расчете водосливов):

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1070)$$

Возвращаясь к рассматриваемому способу для незатопленных водосливов с широким порогом, укажем, что в этом способе формула (1062) сохраняется, но вместо (1061) получается более общее выражение для коэфициента расхода:

$$m = \varphi \cdot k \cdot \sqrt{1 - k}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1071)$$

где обозначено

$$k=\frac{a}{H_0}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1072)$$

так что

$$a=kH_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1072')$$

Значение k связано следующими зависимостями с коэфициентами φ и m:

$$k=\frac{2\varphi^2}{1+2\varphi^2}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1073)$$

$$k=\sqrt[3]{2m^2}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1073')$$

исключая k из (1073) — (1073'), имеем:

$$m=2\left(\frac{\varphi^2}{1+2\varphi^2}\right)^{3/2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1074)$$

По имеющимся (хотя и весьма малочисленным) опытам и некоторым проектным данным можно принимать приводимые в табл. 120 значения φ, вычисляя соответственные величины k по (1073) и затем m по (1071).

ТАБЛИЦА 120.

№№	Характеристика порога водослива	φ	k	m	$k'=1-k$
1	Предельный „теоретический" случай водослива при отсутствии гидравлических потерь	1,00	$^2/_3$	0,385	$^1/_3$
2	При хорошо подобранной форме входной части водослива	0,95	0,645	0,365	0,355
3	Порог с закругленным входным ребром . .	0,92	0,63	0,35	0,37
4	Промежуточный случай между (3) и (5), напр., при „притупленном" входном угле	0,88	0,61	0,335	0,39
5	Порог без закругления входного ребра (напр., по фиг. 188)	0,85	0,59	0,32	0,41
6	Порог без закругления входного ребра, т. е. как (5), но при более неблагоприятных гидравлических условиях (неровный, шероховатый вход и т. п.)	0,80	0,56	0,30	0,44

Указанные в табл. 120 значения коэфициентов φ **следует считать лишь ориентировочными**; для уточнения их необходимы систематические эксперименты, при которых надо принимать во внимание не только форму порога водослива, но также и величину δ (фиг. 188), степень шероховатости порога и некоторые другие факторы. В табл. 120 относительно лучше (но все же недостаточно) освещены уже имеющимися до сего времени опытами случаи (3) и (5), т. е. значения $\varphi=0{,}92$ и $\varphi=0{,}85$, каковые чаще всего и применяются в практике.

Таким образом, для обычных условий входа воды на водослив, имеем: $m = 0{,}35 - 0{,}32$; $\varphi = 0{,}92 - 0{,}85$. При этом $k = 0{,}63 - 0{,}59$, т. е. в среднем $k \simeq 0{,}6$. Поэтому в способе Буссинеска-Бахметева для незатопленного водослива с широким порогом можно принять приблизительно

$$a \simeq 0{,}6\, H_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1075)$$

Сравнивая оба указанные способа [пункты (*а*) и (*б*) настоящего параграфа], легко видеть, что они дают практически почти одинаковые результаты при определении расхода Q, ширины водослива b или напора H (смотря по тому, которая из этих величин является искомой). В самом деле, в обоих случаях основная формула (1062) одна и та же; коэфициенты расхода почти не отличаются: при $\varphi = 0{,}92 - 0{,}85$, для m по (1071) имеем значения $0{,}354 - 0{,}327$, т. е. почти те же, что по табл. 120. Наконец, по обоим приемам получаем, что, пока $a_e < a$ (фиг. 188), низовой уровень не оказывает влияния на истечение. Надо лишь отметить, что по Белаиже глубина a в конце порога примерно на 10% больше (а скорость V примерно на 10% меньше), нежели по Буссинеску-Бахметеву. Однако, последний способ лучше освещает явление с физической стороны.

Приведем теперь расчетные зависимости для незатопленного водослива с широким порогом.

Критерий незатопленности дается одним из неравенств:

$$\left.\begin{aligned} &a_e < \frac{2}{3} H_0 \text{ (по Беланже);} \\ &a_e < k H_0 \text{ (по Буссинеску-Бахметеву),} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1076)$$

причем вместо последнего неравенства можно пользоваться и таким:

$$a_e < h_\kappa, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1077)$$

где h_κ определяется по (1073),—однако, лишь в тех случаях, когда „единичный" расход q известен (или мы в некоторых вопросах задаемся им).

Основная формула для расхода Q приведена выше в виде (1062):

$$Q = mb\sqrt{2g}\, H_0^{3/2},$$

причем надо напомнить, что формула эта дана при отсутствии бокового сжатия; если же таковое имеет место, то, как и для водосливов практических профилей, вместо геометрической ширины b следует вводить „эффективную" ширину b_e:

$$Q = mb_e\sqrt{2g}\, H_0^{3/2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1078)$$

где b_e определяется по § 88, — см. о влиянии бокового сжатия.[1])

Обозначая

$$z_0 = z + \frac{V_0^2}{2g}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1079)$$

для скорости V в конце порога водослива, т. е. в сечении $A'—A'$ (фиг. 188), вместо (1057) можно написать:

$$V = \varphi\sqrt{2g z_0}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1080)$$

[1]) См. также ниже, § 106.

где перепад z_0 по Беланже равен

$$z_0 = \frac{H_0}{3} \quad \ldots \quad (1081)$$

и по Буссинеску-Бахметеву

$$z_0 = (1-k) H_0, \quad \ldots \quad (1082)$$

причем здесь введем обозначение

$$k' = 1 - k,$$

так что

$$z_0 = k' H_0 \quad \ldots \quad (1083)$$

Во всем предыдущем, если можно пренебрегать скоростью подхода, следует, конечно, принимать:

$$H_0 \cong H; \; z_0 \cong z,$$

и вместо (1081) — (1083) соответственно будет:

$$z = \frac{H}{3}; \quad \ldots \quad (1081')$$

$$z = (1-k) H; \quad \ldots \quad (1082')$$

$$z = k' H \quad \ldots \quad (1083')$$

Второй перепад z' при неватопленном водосливе с широким порогом (фиг. 188), очевидно, равен

$$z' = a - a_c \quad \ldots \quad (1084)$$

В заключение настоящего параграфа укажем, что более правильное, чем по Беланже, теоретическое рассмотрение вопроса о водосливе с широким порогом впервые произведено [1]) Буссинеском (Boussinesq), который, рассматривая явления в конце водослива как остановившуюся волну перемещения, для глубины a в сечении $A'—A'$ (фиг. 188) дает соотношение:

$$V = \sqrt{ga};$$

отсюда $\left(\text{так как } V = \frac{q}{a}\right)$ легко получить, что $a = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$, и в виду (1070) имеем, что $a = h_k$, т. е. приходим к основному положению, которое в виде (1064) дано проф. Бахметевым. У Буссинеска находим и вывод весьма важных в данном вопросе формул (1073) и (1074). В несколько ином освещении вопроса (энергетическое рассмотрение) теория Буссинеска переработана проф. Бахметевым [2]) в применении к непосредственным гидравлическим расчетам водосливов с широким порогом.

В виду сказанного мы и полагали бы правильным излагаемый в пункте (6) настоящего параграфа способ назвать способом Буссинеска-Бахметева. Здесь же отметим, что это же наименование представлялось бы, по нашему мнению, уместным отнести и к способу, излагаемому в следующем параграфе для затопленного водослива с широким порогом (обращаем внимание на первую сноску в § 95).

---

[1]) Boussinesq, „Essai sur la théorie des eaux courantes", Mémoires présentés par div. sav. à l'Académie des Sciences de l'Inst. de France, Tome XXIII, Paris, 1877, pp. 569—596.

[2]) „Гидравлика" (часть II), 1913 г., стр. 109 и след. (по изданию 1934 г.—стр. 277 и след.). Там же см некоторые результаты эскизных лабораторных опытов по вопросу об истечении через водослив с широким порогом.

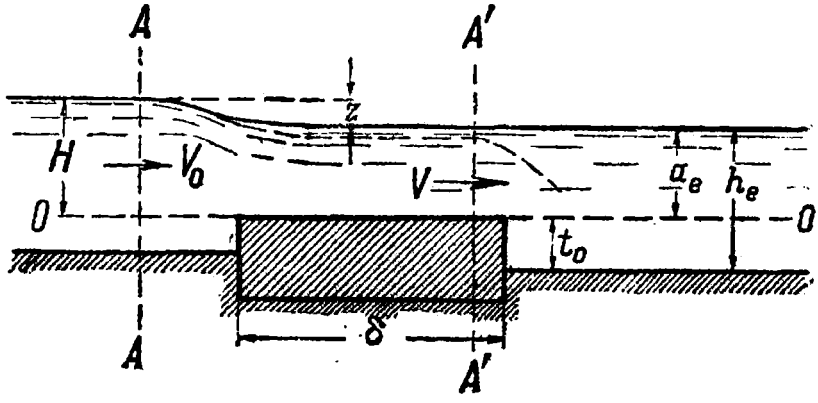
§ 95. Затопленный водослив с широким порогом.

Взяв фиг. 188, представим себе, что низовой уровень за порогом начинает подниматься, т. е. глубина a_e увеличивается. До тех пор, пока $a_e < a$, водослив остается все же незатопленным; когда же a_e увеличится настолько, что

$$a_e > a, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1085)$$

то можно [1]) положить, что низовой уровень надвинется на водослив (фиг. 190), т. е. водослив станет затопленным. При этом в конце порога устанавливается глубина a_e, при одном только перепаде z.

Так как в предыдущем параграфе уже указаны два способа для определения величины a, то здесь, помня данные для незатопленного водослива



Фиг. 190.

неравенства (1076), можем сказать, что водослив с широким порогом будет затопленным при условии:

$$\left.\begin{aligned} &a_e > \frac{2}{3} H_0 \text{ (по Беланже);} \\ &a_e > k H_0 \text{ (по Буссинеску-Бахметеву),} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1086)$$

причем вместо последнего неравенства можно пользоваться и таким:

$$a_e > h_k, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1087)$$

о котором можно повторить сказанное в предыдущем параграфе по поводу неравенства (1077).

Обозначим через z_0 перепад, „исправленный на скорость подхода“ V_0, т. е. положим, как и в § 94:

$$z_0 = z + \frac{V_0^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1088)$$

---

[1]) Пренебрегая так называемым восстановлением живой силы при выходе потока с водослива в нижний бьеф, как и предлагает проф. Бахметев (см. предыдущую сноску). Буссинеск (Boussinesq) более сложно и подробно рассматривает вопрос о затопленном водосливе с широким порогом (см. работу, названную выше в предпоследней сноске § 94); однако, без учета указанного восстановления живой силы и по Буссинеску получаем нижеприводимое условие (1086) и зависимости (1090) — (1091).

где

$$z = H - a_e; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1089)$$

при этом имеем для скорости V в конце водослива (фиг. 190):

$$V = \varphi \sqrt{2g z_0}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1090)$$

где φ — коэфициент скорости.

Расход через затопленный водослив с широким порогом выражается по формуле:

$$Q = \varphi b_c a_e \sqrt{2g z_0}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1091)$$

где b_c — как в предыдущем параграфе; без учета же бокового сжатия (т. е. при $b_c = b$) вместо (1091) будет:

$$Q = \varphi b a_e \sqrt{2g z_0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1092)$$

Формулы (1091) и (1092) иногда пишутся также в виде:

$$Q = \varphi b_c a_e \sqrt{2g\left(z + \frac{V_0^2}{2g}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1093)$$

$$Q = \varphi b a_e \sqrt{2g\left(z + \frac{V_0^2}{2g}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1094)$$

Формулы (1091) — (1094) заметно отличаются по виду от формулы расхода через водослив для ранее рассмотренных случаев. Однако, как указано проф. Бахметевым,[1]) и для затопленного водослива с широким порогом можно сохранить данный выше вид водосливной формулы (1054), т. е. писать:

$$Q = \sigma_n m b_c \sqrt{2g} H_0^{3/2}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1095)$$

где для коэфициента затопления σ_n нами вычислены (табл. 121) соответствующие значения в зависимости от $\frac{a_e}{H_0}$ или от $\frac{z_0}{H_0}$ следующим образом.

Из сравнения формул (1091) и (1095) нетрудно видеть, что

$$\sigma_n = \frac{\varphi}{m} \frac{a_e}{H_0} \sqrt{1 - \frac{a_e}{H_0}}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1096)$$

или

$$\sigma_n = \frac{\varphi}{m}\left(1 - \frac{z_0}{H_0}\right)\sqrt{\frac{z_0}{H_0}}; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1096')$$

взяв здесь величину $\frac{\varphi}{m}$ по Беланже, т. е. из формулы (1061), мы и можем составить табл. 121. На фиг. 191 дан график для коэфициента затопления σ_n по (1096).

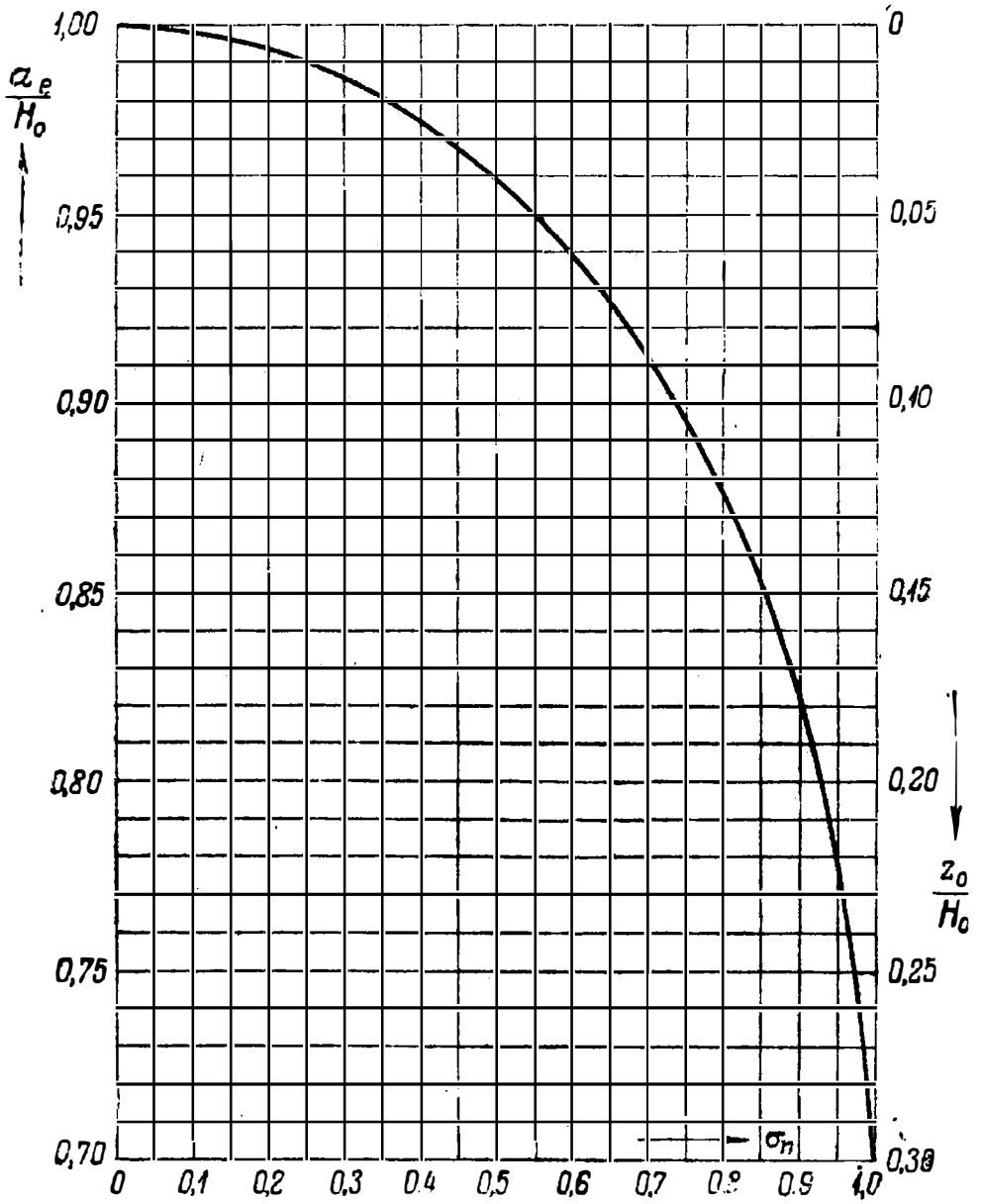
Из всего сказанного о незатопленном и затопленном водосливе с широким порогом нетрудно видеть, как для такого водослива, при имеющемся опытном материале, можно выразить коэфициенты

$$m_r, \sigma_f, \sigma_H, \sigma_n$$

[1]) См. стр. 120 его „Гидравлики" (часть II), 1913 г. (по изд. 1934 г. — стр. 287).

ТАБЛИЦА 121.

$\frac{a_e}{H_0}$	$\frac{z_0}{H_0}$	σ_n	$\frac{a_e}{H_0}$	$\frac{z_0}{H_0}$	σ_n	$\frac{a_e}{H_0}$	$\frac{z_0}{H_0}$	σ_n
до 0,7	≥ 0,30	1,000	0,90	0,10	0,739	0,98	0,02	0,360
0,75	0,25	0,974	0,92	0,08	0,676	0,99	0,01	0,257
0,80	0,20	0,929	0,94	0,06	0,598	0,995	0,005	0,183
0,83	0,17	0,889	0,95	0,05	0,552	0,997	0,003	0,142
0,85	0,15	0,855	0,96	0,04	0,499	0,998	0,002	0,116
0,87	0,13	0,815	0,97	0,03	0,436	0,999	0,001	0,082



Фиг. 191

к нашей формуле (994). В самом деле, обращаясь к табл. 120, возьмем за основную форму водослива случай (5), т. е. порог без закругления входного ребра, причем и получим, что $m_r = 0{,}32$ и что коэфициент формы ε_f имеет следующие значения:

для случая (1) . . . . . $\varepsilon_f = 1{,}20$;	для случая (4) . . . . . $\varepsilon_f = 1{,}05$;
„ „ (2) . . . . . $\varepsilon_f = 1{,}14$;	„ „ (5) . . . . . $\varepsilon_f = 1{,}00$;
„ „ (3) . . . . . $\varepsilon_f = 1{,}09$;	„ „ (6) . . . . . $\varepsilon_f = 0{,}94$.

Далее, так как в табл. 120, за неимением соответствующих опытных данных, не могло быть отражено влияние отношения $\frac{H}{\delta}$ (фиг. 188) на коэфициент расхода m, то приходится считать $\varepsilon_H = 1$. Наконец, что касается коэфициента затопления ε_n, то для водосливов с широким порогом численные величины ε_n, которые можно принимать при расчетах, приведены в табл. 121.

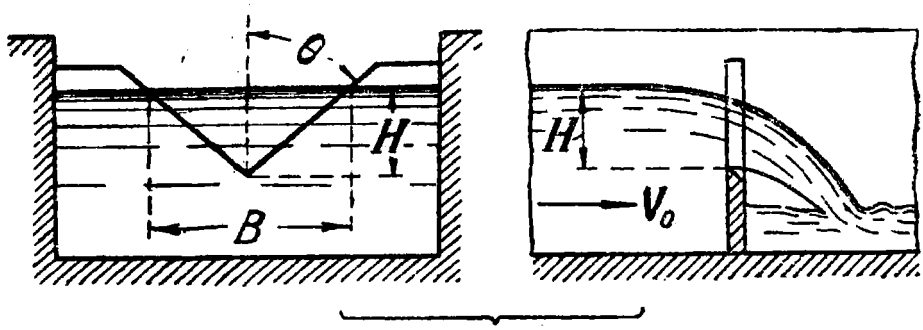
D. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО ВОДОСЛИВАМ.

§ 96. Треугольный водослив с тонкой стенкой.

Если обозначить напор на водосливе через H (см. фиг. 192, продольный разрез) и угол наклона боковой стороны к вертикали через θ, то для расхода через треугольный равнобедренный незатопленный водослив имеем зависимость:

$$Q = \frac{8}{15}\mu\sqrt{2g}\,\mathrm{tg}\,\frac{\theta}{2}\cdot H^{\frac{5}{2}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1097)$$

без учета скорости подхода; μ есть коэфициент расхода, который по своему смыслу соответствует коэфициенту μ в формуле (989) для прямоугольного



Фиг. 192.

водослива и потому может быть назван „первым коэфициентом расхода".

Как и при прямоугольном водосливе, в формулу расхода для треугольного водослива можно ввести второй и третий коэфициенты расхода, (m и M), полагая:

$$m = \frac{8}{15}\mu, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1098)$$

$$M = \frac{8}{15}\mu\sqrt{2g} = m\sqrt{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1099)$$

причем получим:

$$Q = m\sqrt{2g}\,\mathrm{tg}\,\vartheta \cdot H^{5/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1100)$$

или

$$Q = M\,\mathrm{tg}\,\vartheta \cdot H^{5/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1101)$$

Треугольный водослив, нередко называемый **водосливом Томсона**, находит практическое применение при измерениях сравнительно **малых расходов воды**, — главным образом, в гидравлических и гидротехнических лабораториях и иногда в области гидрометрии. При этом чаще всего применяется водослив в форме прямоугольного треугольника, т. е. с углом при вершине $2\vartheta = 90°$. Тогда вместо формул (1097), (1100) и (1101) соответственно будем иметь:

$$Q = \frac{8}{15}\mu\sqrt{2g}H^{5/2}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1102)$$

$$Q = m\sqrt{2g}H^{5/2}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1103)$$

$$Q = MH^{5/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1104)$$

Именно для такого водослива ($2\vartheta = 90°$), являющегося **весьма точным** измерителем расхода, имеются **обстоятельные опытные данные** о коэфициентах расхода. Впервые величины коэфициентов расхода для указанного водослива были получены проф. Томсоном (Thomson), по опытам которого, при напорах $H = 0{,}2 - 0{,}8$ фут. (или $H \cong 0{,}05 - 0{,}25$ *м*), можно приблизительно принимать постоянное значение коэфициента расхода, а именно (в среднем)

$$\mu = 0{,}593. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1105)$$

При этом значении μ имеем:

$$M = 2{,}536 \quad \text{(для футов)}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1106)$$

$$M = \sim 1{,}40 \,\text{(для метров)}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1107)$$

$$m = \sim 0{,}318, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1108)$$

так что расход для водосливов с углом $2\vartheta = 90°$ при вершине может быть выражен простой зависимостью:

$$Q = 2{,}536H^{5/2} \,\text{(для футов)}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1109)$$

$$Q = 1{,}4H^{5/2} \,\text{(для метров)}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1110)$$

для облегчения расчетов приводим таблицу 122, содержащую значения $H^{5/2}$.

Позднее более подробными опытами было установлено, что коэфициент расхода треугольного водослива при угле $2\vartheta = 90°$ несколько изменяется с напором, и была выявлена определенная зависимость этого коэфициента от напора. Так, по опытам Барра (Barr) для водослива с углом 90°

$$M = \frac{2{,}48}{H^{0{,}02}} \,\text{(для футов)}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1111)$$

$$M = \frac{1{,}336}{H^{0{,}02}} \,\text{(для метров)}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1112)$$

так что (для метров)

$$Q = MH^{5/2} = \frac{1{,}336}{H^{0{,}02}}H^{5/2}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1113)$$

или

$$Q = 1{,}336H^{2{,}48} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1114)$$

ТАБЛИЦА 122.

Значения $H^{3/2}$.

(В таблице везде выпущен перед точкой нуль как целое число)

H	.000	001	.002	003	.004	.005	006	.007	.008	.009
.00	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
.01	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
.02	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001
.03	.0001	.0001	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0003	.0003	.0003
.04	.0003	.0003	.0004	0004	.0004	.0004	.0005	.0005	.0005	.0005
.05	.0006	.0006	.0006	.0006	.0007	.0007	.0007	.0008	0008	.0008
.06	.0009	.0009	.0010	.0010	.0010	.0011	.0011	.0012	.0012	.0013
.07	.0013	.0013	.0014	.0014	.0015	.0015	.0016	.0016	.0017	.0018
.08	.0018	.0019	.0019	.0020	.0020	.0021	.0022	.0022	.0023	.0024
.09	0024	.0025	.0026	.0026	.0027	.0028	0029	.0029	.0030	.0031
.10	.0032	.0032	.0033	.0034	.0035	.0036	.0037	.0037	.0038	.0039
.11	.0040	.0041	.0042	.0043	.0044	.0045	.0046	.0047	.0048	.0049
.12	.0050	.0051	.0052	.0053	.0054	.0055	.0056	.0057	.0059	.0060
.13	.0061	.0062	.0063	.0065	.0066	.0067	0068	.0069	.0071	.0072
.14	.0073	.0075	.0076	0077	0079	.0080	.0081	.0083	.0084	.0086
.15	.0087	.0089	.0090	.0092	.0093	.0095	.0096	.0098	.0099	.0101
.16	.0102	.0104	.0106	.0107	0109	.0111	.0112	.0114	.0116	.0117
.17	.0119	.0121	.0123	.0124	.0126	.0128	.0130	.0132	.0134	.0136
.18	.0137	.0139	.0141	.0143	.0145	.0147	.0149	.0151	.0153	.0155
.19	.0157	0159	.0162	.0164	.0166	.0168	.0170	.0172	.0174	.0177
.20	.0179	.0181	0183	.0186	.0188	.0190	.0193	.0195	.0197	.0200
.21	.0202	.0205	.0207	.0209	.0212	.0214	.0217	.0219	.0222	.0224
.22	.0227	.0230	.0232	.0235	.0237	.0240	.0243	.0246	.0248	.0251
.23	.0254	.0256	.0259	.0262	.0265	.0268	.0271	.0273	.0276	.0279
.24	.0282	.0285	.0288	.0291	.0294	.0297	.0300	.0303	0306	.0309
.25	.0312	.0316	.0319	.0322	.0325	.0328	.0332	0335	0338	0341
.26	.0345	.0348	.0351	.0355	.0358	.0362	.0365	.0368	.0372	.0375
.27	.0379	.0382	.0386	.0389	.0393	.0397	.0400	.0404	.0407	.0411
.28	.0415	0419	.0422	.0426	.0430	.0434	.0437	.0441	.0445	.0449
.29	.0453	.0457	.0461	.0465	.0469	.0473	.0477	.0481	.0485	.0489
.30	.0493	.0497	.0501	.0505	.0510	.0514	.0518	.0522	.0526	.0531
.31	.0535	.0539	.0544	.0548	.0552	0557	.0561	.0566	0570	.0575

Продолжение табл. 122.

H	.000	.001	.002	.003	.004	.005	.006	.007	.008	.009
.32	.0579	.0584	.0588	.0593	.0598	.0602	.0607	.0611	.0616	.0621
.33	.0626	.0630	.0635	.0640	.0645	.0650	.0654	.0659	.0664	.0669
.34	.0674	.0679	.0684	.0689	.0694	.0699	.0704	.0709	.0714	.0720
.35	.0725	.0730	.0735	.0740	.0746	.0751	.0756	.0762	.0767	.0772
.36	.0778	.0783	.0788	.0794	.0799	.0805	.0810	.0816	.0822	.0827
.37	.0833	.0838	.0844	.0850	.0855	.0861	.0867	.0873	.0878	.0884
.38	.0890	.0896	.0902	.0908	.0914	.0920	.0926	.0932	.0938	.0944
.39	.0950	.0956	.0962	.0968	.0974	.0981	.0987	.0993	.0999	.1006
.40	.1012	.1018	.1025	.1031	.1037	.1044	.1050	.1057	.1063	.1070
.41	.1076	.1083	.1090	.1096	.1103	.1109	.1116	.1123	.1130	.1136
.42	.1143	.1150	.1157	.1164	.1171	.1178	.1184	.1191	.1198	.1205
.43	.1212	.1220	.1227	.1234	.1241	.1248	.1255	.1262	.1270	.1277
.44	.1284	.1292	.1299	.1306	.1314	.1321	.1328	.1336	.1343	.1351
.45	.1358	.1366	.1374	.1381	.1389	.1396	.1404	.1412	.1420	.1427
.46	.1435	.1443	.1451	.1459	.1467	.1474	.1482	.1490	.1498	.1506
.47	.1514	.1522	.1531	.1539	.1547	.1555	.1563	.1571	.1580	.1588
.48	.1596	.1605	.1613	.1621	.1630	.1638	.1647	.1655	.1664	.1672
.49	.1681	.1689	.1698	.1707	.1715	.1724	.1733	.1741	.1750	.1759
.50	.1768	.1777	.1785	.1794	.1803	.1812	.1821	.1830	.1839	.1848
.51	.1857	.1867	.1876	.1885	.1894	.1903	.1913	.1922	.1931	.1941
.52	.1950	.1959	.1969	.1978	.1988	.1997	.2007	.2016	.2026	.2035
.53	.2045	.2055	.2064	.2074	.2084	.2094	.2103	.2113	.2123	.2133
.54	.2143	.2153	.2163	.2173	.2183	.2193	.2203	.2213	.2223	.2233
.55	.2243	.2254	.2264	.2274	.2284	.2295	.2305	.2315	.2326	.2336
.56	.2347	.2357	.2368	.2378	.2389	.2400	.2410	.2421	.2431	.2442
.57	.2453	.2464	.2475	.2485	.2496	.2507	.2518	.2529	.2540	.2551
.58	.2562	.2573	.2584	.2595	.2606	.2618	.2629	.2640	.2651	.2662
.59	.2674	.2685	.2697	.2708	.2719	.2731	.2742	.2754	.2765	.2777
.60	.2789	.2800	.2812	.2824	.2835	.2847	.2859	.2871	.2882	.2894
.61	.2906	.2918	.2930	.2942	.2954	.2966	.2978	.2990	.3002	.3015
.62	.3027	.3039	.3051	.3064	.3076	.3088	.3101	.3113	.3125	.3138
.63	.3150	.3163	.3175	.3188	.3201	.3213	.3226	.3239	.3251	.3264
.64	.3277	.3290	.3302	.3315	.3328	.3341	.3354	.3367	.3380	.3393
.65	.3406	.3419	.3433	.3446	.3459	.3472	.3485	.3499	.3512	.3525
.66	.3539	.3552	.3566	.3579	.3593	.3606	.3620	.3633	.3647	.3661

Продолжение табл. 122.

H	.000	.001	.002	.003	.004	.005	.006	.007	.008	.009
.67	.3674	.3688	.3702	.3716	.3729	.3743	.3757	.3771	.3785	.3799
.68	.3813	.3827	.3841	.3855	.3869	.3884	.3898	.3912	.3926	.3940
.69	.3955	.3969	.3984	.3998	.4012	.4027	.4041	.4056	.4070	.4085
.70	.4100	.4114	.4129	.4144	.4158	.4173	.4188	.4203	.4218	.4233
.71	.4248	.4263	.4278	.4293	.4308	.4323	.4338	.4353	.4368	.4384
.72	.4399	.4414	.4429	.4445	.4460	.4476	.4491	.4506	.4522	.4538
.73	.4553	.4569	.4584	.4600	.4616	.4631	.4647	.4663	.4679	.4695
.74	.4711	.4727	.4743	.4759	.4775	.4791	.4807	.4823	.4839	.4855
.75	.4871	.4888	.4904	.4920	.4937	.4953	.4969	.4986	.5002	.5019
.76	.5035	.5052	.5069	.5085	.5102	.5119	.5135	.5152	.5169	.5186
.77	.5203	.5220	.5237	.5254	.5271	.5288	.5305	.5322	.5339	.5356
.78	.5373	.5390	.5408	.5425	.5442	.5460	.5477	.5495	.5512	.5530
.79	.5547	.5565	.5582	.5600	.5618	.5635	.5653	.5671	.5689	.5706
.80	.5724	.5742	.5760	.5778	.5796	.5814	.5832	.5850	.5869	.5887
.81	.5905	.5923	.5941	.5960	.5978	.5996	.6015	.6033	.6052	.6070
.82	.6089	.6107	.6126	.6145	.6163	.6182	.6201	.6220	.6238	.6257
.83	.6276	.6295	.6314	.6333	.6352	.6371	.6390	.6409	.6429	.6448
.84	.6467	.6486	.6505	.6525	.6544	.6564	.6583	.6603	.6622	.6642
.85	.6661	.6681	.6700	.6720	.6740	.6760	.6779	.6799	.6819	.6839
.86	.6859	.6879	.6899	.6919	.6939	.6959	.6979	.6999	.7019	.7040
.87	.7060	.7080	.7101	.7121	.7141	.7162	.7182	.7203	.7223	.7244
.88	.7265	.7285	.7306	.7327	.7347	.7368	.7389	.7410	.7431	.7452
.89	.7473	.7494	.7515	.7536	.7557	.7578	.7599	.7620	.7642	.7663
.90	.7684	.7706	.7727	.7749	.7770	.7792	.7813	.7835	.7856	.7878
.91	.7900	.7921	.7943	.7965	.7987	.8009	.8030	.8052	.8074	.8096
.92	.8118	.8140	.8163	.8185	.8207	.8229	.8251	.8274	.8296	.8318
.93	.8341	.8363	.8386	.8408	.8431	.8453	.8476	.8499	.8521	.8544
.94	.8567	.8590	.8612	.8635	.8658	.8681	.8704	.8727	.8750	.8773
.95	.8796	.8820	.8843	.8866	.8889	.8913	.8936	.8959	.8983	.9006
.96	.9030	.9053	.9077	.9101	.9124	.9148	.9172	.9195	.9219	.9243
.97	.9267	.9291	.9315	.9339	.9363	.9387	.9411	.9435	.9459	.9483
.98	.9507	.9532	.9556	.9580	.9605	.9629	.9654	.9678	.9703	.9727
.99	.9752	.9777	.9801	.9826	.9851	.9875	.9900	.9925	.9950	.9975
1.00	1.0000	1.0025	1.0050	1.0075	1.0100	1.0125	1.0151	1.0176	1.0201	1.0227

Значения M по (1112) для метровых размеров приведены в нижеследующей таблице:

ТАБЛИЦА 123.

Напор H (в метр.)	0,075	0,10	0,15	0,20	0,25
M	1,405	1,400	1,385	1,380	1,375

В среднем по Барру можно принять

$$Q = 1{,}39H^{5/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1115)$$

при $H = 0{,}075 - 0{,}25$ *м*. Что касается меньших напоров, то для характеристики значений коэфициента расхода приводится таблица 124 непосредственно по опытам Барра [1]).

ТАБЛИЦА 124.

H (фут)	M (для фут)	H (метр)	M (для метр.)
0,06	2,415	0,0189	1,333
0,07	2,440	0,0213	1,347
0,08	2,465	0,0244	1,361
0,09	2,485	0,0274	1,372
0,10	2,505	0,0305	1,384
0,12	2,535	0,0366	1,398
0,14	2,541	0,0427	1,404
0,16	2,543	0,0488	1,406
0,18	2,540	0,0549	1,403
0,20	2,539	0,0609	1,402

По формуле Кинга (King), составленной на основании опытов в Мичиганском Университете (США) при $H = 0{,}2 - 1{,}8$ фут. ($0{,}05 - 0{,}55$ *м*) для M имеем [2])

$$M = \frac{2{,}52}{H^{0{,}03}} \text{ (для футов)}; \quad \ldots\ldots \quad (1116)$$

$$M = \frac{1{,}343}{H^{0{,}03}} \text{ (для метров)}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1117)$$

и следовательно (для метров)

$$Q = MH^{5/2} = \frac{1{,}343}{H^{0{,}03}} H^{5/2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1118)$$

или

$$Q = 1{,}343H^{2{,}47} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1119)$$

[1]) См., напр.: Le Conte, „Hydraulics", New York, 1926, p. 72.
[2]) King, Handbook of Hydraulics, New York and London, 1929, p. 93.

Значения расходов Q, выраженные в секундо-литрах по формуле (1118), даны в краткой таблице 125, в которой пределы для напора взяты от 0,03 до 0,65 метр., в соответствии с тем, что автор формулы (1118) дал свою таблицу для футовых мер в пределах значений напоров от 0,1 до 2,1 фут. (хотя в опытах напоры изменялись от 0,2 до 1,8 фут.).

ТАБЛИЦА 125.

Величины расходов через треугольный водослив с тонкой стенкой при угле $2\theta = 90°$ по формуле Кинга (King).

H (*м*)	Q *л/сек*	H (*м*)	Q *л/сек*
0,03	0,23	0,18	19,43
0,04	0,47	0,20	25,29
0,05	0,81	0,25	43,82
0,06	1,29	0,275	55,36
0,07	1,88	0,30	68,67
0,08	2,62	0,35	100,4
0,09	3,50	0,40	139,9
0,10	4,55	0,45	186,9
0,12	7,14	0,50	242,7
0,14	10,45	0,55	306,0
0,15	12,40	0,60	380,1
0,16	14,54	0,65	463,2

Формулу Кинга мы рекомендуем принять в качестве основной формулы для треугольного водослива. Отметим, что в опытах Мичиганского Университета, послуживших основанием для этой формулы, отверстие для водослива было образовано путем выреза треугольной щели в листе железа при обычном состоянии его поверхности; в опытах Барра щель была вырезана в полированном медном листе. В последнем случае скорости течения частиц, движущихся по поверхности медного листа при подходе к щели, были несколько бо́льшими, чем в опытах с обычным листом железа, что вызвало соответственно большее сжатие водосливной струи, а следовательно — и уменьшение коэфициента расхода. Барр отмечает даже, что, замедляя указанные скорости путем придания искусственной шероховатости водосливному листу (напр., наклейкой наждачного порошка), можно увеличить коэфициент расхода до 2% по сравнению с случаем полированного листа.

Обратимся теперь к случаям, когда треугольный водослив имеет при вершине угол, отличный от прямого. Для угла $\theta = 45°$ (т. е. при $2\theta > 90°$, фиг. 192) приходится указать, что соответствующих опытов почти не имеется, так как такие водосливы редко применяются. Можно лишь отметить, что по некоторым опытам Томсона при $\operatorname{tg}\theta = 2$ в среднем $\mu = 0{,}618$; при более пологих откосах отверстия треугольного водослива значения этого коэфициента в среднем приближаются к величине $\mu = 0{,}620$. Если угол 2θ лишь немного отличается от 90°, то можно пользоваться [1]) значениями

[1]) King and Wisler. „Hydraulics", New York, 1927, p. 118.

коэфициентов расхода для случая $2\theta = 90°$, подставляя их в формулы (1097), (1100) или (1101).

Что касается треугольного водослива с углом $2\theta < 90°$, то здесь можно указать уже некоторые более подробные опытные данные. Так, в таблице 126 приводим по опытам [1]) Штауса (Staus) значения коэфициентов расхода μ для трех треугольных водосливов с тонкой стенкой: I — с углом при вершине $2\theta = 11°21',6$; II — при угле $2\theta = 22°28',7$; III — при угле $2\theta = 53°14',7$. Цифры этой таблицы получены нами из „осредняющих" кривых, проведенных Штаусом по опытным точкам.

ТАБЛИЦА 126.

Значения коэфициента расхода μ для треугольного водослива ($2\theta < 90°$) по Штаусу.

H (см)	При углах водослива		
	$2\theta = 11°21',6$	$2\theta = 22°28',7$	$2\theta = 53°14',7$
25	0,613	0,602	0,589
20	0,645	0,606	0,588
15	0,660	0,610	0,589
10	0,679	0,622	0,593
7	0,692	0,650	0,601
6	0,698	—	—

Для сравнительно малого угла при вершине треугольного водослива ($2\theta = 9°32'$) можно отметить опыты, произведенные в недавнее время [2]) Рейнгольдом (Reinhold) при напорах $H =$ от 0,06 до 0,45 *м*. В этих пределах автор дает два выражения для расхода Q через исследованный им водослив, а именно:

$$Q = 0{,}11378 H^{2{,}377} \text{ (при } H \geqslant 0{,}10 \text{ м)}; \quad \ldots\ldots \quad (1120)$$

$$Q = 0{,}049 H^{2{,}04} \text{ (при } H \leqslant 0{,}10 \text{ м)}, \quad \ldots\ldots \quad (1121)$$

где Q выражается в $м^3/сек$, H — в *м*, причем первое выражение дает, по Рейнгольду, точность $\pm 2\%$, на точности же второго выражения автор не останавливается.

Сравнивая (1120)—(1121) с формулой (1097) и вычисляя $\operatorname{tg}\theta = \operatorname{tg} 4°46'$, найдем, что по опытам названного автора коэфициент расхода μ выражается так:

$$\mu = \frac{0{,}578}{H^{0{,}123}} \text{ (при } H = 0{,}45 - 0{,}10 \text{ м)}; \quad \ldots\ldots \quad (1122)$$

$$\mu = \frac{0{,}249}{H^{0{,}[illegible]}} \text{ (при } H = 0{,}10 - 0{,}06 \text{ м)} \quad \ldots\ldots \quad (1123)$$

[1]) Staus, „Überfallversuche", Das Gas- und Wasserfach, 1924, Heft 26, S. 371. — В этой же работе находим и опытные данные (не приводимые нами здесь) о расходах через треугольный водослив, обращенный вершиной кверху, — при углах, указанных в табл. 126, и кроме того для $2\theta = 90°$. Такой водослив интересен в том отношении, что в нем расход Q достаточно удовлетворительно подчиняется линейной зависимости от напора H (по опытам Штауса примерно при $H =$ от 0,05 до 0,20 — 0,25 *м*).

[2]) Reinhold, „Ein bemerkenswertes Eichverfahren für Meßüberfälle insbesondere bei kleinsten Überfallhöhen", Wasserkraft und Wasserwirtschaft, Heft 23, Dez. 1933, S. 274.

Один из водосливов Штауса (см. табл. 126) имел угол $2\theta = 11°21',6$, т. е. сравнительно близкий к углу Рейнгольда; однако, значения (1122) — (1123) довольно заметно отличаются от данных Штауса. Не имея материалов для выяснения этого обстоятельства, укажем лишь, что при углах $2\theta \neq 90°$ треугольные водосливы, для достижения большей точности измерения ими расходов, предварительно должны подвергаться специальной тарировке.

В тех случаях, когда в треугольном водосливе желательно учесть скорость подхода, в предыдущие формулы для расхода Q можно подставлять напор, исправленный на скорость подхода

$$H_0 = H + \frac{\alpha V_0^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1124)$$

где, при правильном подводе воды к водосливу, для лабораторных условий $\alpha \cong 1{,}2$, как нередко рекомендуется американскими гидравликами.

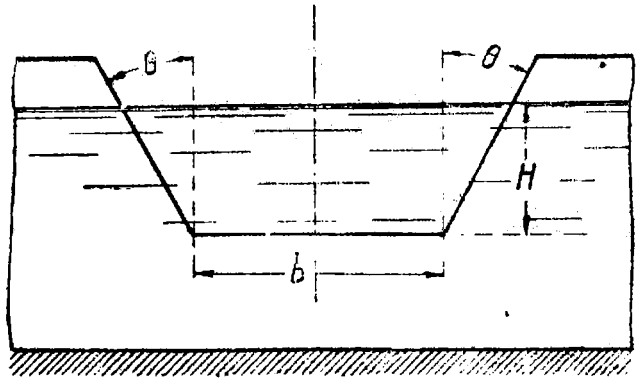
§ 97. Трапецоидальные водосливы.

Рассмотрев в предыдущем параграфе треугольный водослив, дадим теперь (§§ 97 — 98) краткие указания о главнейших видах других непрямоугольных водосливов: трапецоидальных, параболических и круговых и приведем соответственные основные зависимости без выводов, понимая под величиной H статический (геометрический) напор на незатопленном водосливе (если же желательно учесть скорость подхода, то это можно сделать, как указано в конце предыдущего параграфа для треугольного водослива).

В настоящем параграфе скажем сначала о трапецоидальных водосливах вообще, а затем — об их разновидностях: водосливе Чипполетти и „щелевом" водосливе.

1°. Основная формула трапецоидального водослива. При обозначениях, указанных на фиг. 193, для трапецоидального водослива имеем:

$$Q = \frac{2}{3}\mu_1 b\sqrt{2g}\cdot H^{3/2} + \frac{8}{15}\mu_2\sqrt{2g}\operatorname{tg}\theta\cdot H^{5/2} \quad \ldots\ldots \quad (1125)$$



Фиг. 193.

где в правой части первый член выражает расход через прямоугольную (среднюю) часть водослива, а второй — расход через два боковых треугольника, причем μ_1 и μ_2 суть соответственные коэфициенты расходов для прямоугольной и треугольной частей. Формулу (1125) можно также написать в виде:

$$Q = \left(\frac{2}{3}\mu_1 b + \frac{8}{15}\mu_2\operatorname{tg}\theta\cdot H\right)\sqrt{2g}H^{3/2}. \quad \ldots\ldots \quad (1126)$$

Вводя второй и третий коэфициенты расхода, т. е. полагая:

$$m_1 = \frac{2}{3}\mu_1;\quad m_2 = \frac{8}{15}\mu_2; \qquad (1127)$$

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= m_1\sqrt{2g};\\ M_2 &= m_2\sqrt{2g} = \frac{8}{15}\mu_2\sqrt{2g}, \end{aligned}\right\} \qquad (1128)$$

вместо (1125) и (1126) будем иметь соответственно:

$$Q = (m_1 b + m_2 \operatorname{tg}\theta \cdot H)\sqrt{2g}H^{3/2} \qquad (1129)$$

$$Q = (M_1 b + M_2 \operatorname{tg}\theta \cdot H)H^{3/2} \qquad (1130)$$

Иногда приравнивают μ_1 и μ_2, полагая

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu, \qquad (1131)$$

так что вместо (1126) будет:

$$Q = \frac{2}{3}\mu\sqrt{2g}(b + 0{,}8\operatorname{tg}\theta \cdot H)H^{3/2}, \qquad (1132)$$

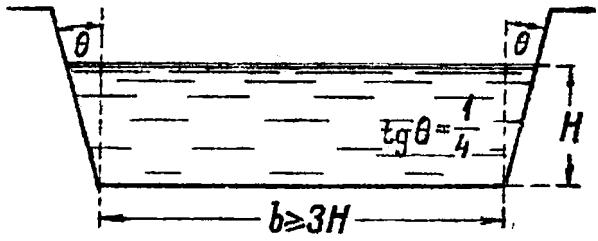
откуда, полагая $m = \frac{2}{3}\mu$ и $M = m\sqrt{2g}$, находим:

$$Q = m\sqrt{2g}(b + 0{,}8\operatorname{tg}\theta \cdot H)H^{3/2}; \qquad (1133)$$

$$Q = M(b + 0{,}8\operatorname{tg}\theta \cdot H)H^{3/2} \qquad (1134)$$

Данных о величине коэфициента расхода трапецоидальных водосливов вообще до сего времени почти не имеется, и можно указать лишь данные для двух специальных видов трапецоидальных водосливов, имеющих наибольшее практическое значение, а именно — для водосливов Чиполетти и щелевых водосливов.

2°. **Водослив Чиполетти (Cippoletti).** Трапецоидальный водослив с тонкой стенкой, у которого $\operatorname{tg}\theta = \frac{1}{4}$ (фиг. 194), называется водосливом Чиполетти, — по имени итальянского инженера, впервые установившего, что именно таким устройством водослива компенсируется влияние бо-



Фиг. 194.

кового сжатия струи, так что при определении расхода Q можно вводить при всех напорах H полную ширину водослива по низу b, не исправляя ее за счет „бокового сжатия", как это требуется делать при прямоугольном водосливе с боковым сжатием. Величину $\operatorname{tg}\theta = \frac{1}{4}$ Чип-

полетти нашел как приблизительными подсчетами, так и непосредственными опытами, нашедшими впоследствии достаточное для практики подтверждение.

Таким образом, для водослива Чипполетти имеем:

$$Q = m b \sqrt{2g} H^{3/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1135)$$

или

$$Q = M b H^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1136)$$

где

$$\left.\begin{aligned} m &= 0{,}42; \\ M &= 1{,}86 \text{ (для метр.)}; \\ M &= 3{,}367 \text{ (для фут.)}; \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (1137)$$

следовательно, для метровых мер

$$Q = 1{,}86\, b H^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1138)$$

а для футовых мер

$$Q = 3{,}367\, b H^{3/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1139)$$

Удельный или „единичный" расход

$$q = \frac{Q}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1140)$$

для водослива Чипполетти выражается формулой (для метров):

$$q = 1{,}86 H^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1141)$$

по каковой и составлена таблица 127.

Водослив Чипполетти весьма часто применяется как водомер на ирригационных каналах, но он может быть использован как измеритель расхода и в других случаях, не требующих особой точности, если треугольный водослив недостаточен по своей сравнительно малой пропускной способности, а применение прямоугольного водослива (без бокового сжатия) почему-либо затруднительно. Для правильной работы водослива Чипполетти надо иметь в виду следующие главнейшие условия:

а) водослив должен быть незатопленным, и под ниспадающую струю должен быть обеспечен свободный доступ воздуха;

б) ширина по низу (фиг. 194) должна быть не менее тройного напора, т. е.

$$b \geq 3H,$$

причем некоторые американские гидравлики (например, Кинг) указывают, что лучше иметь величину $b \geq 4H$;

в) водослив должен иметь „совершенное сжатие" струи как по дну, так и с боков;

г) желательно, чтобы скорость подхода имела малую величину, которой безусловно было бы возможно пренебрегать.

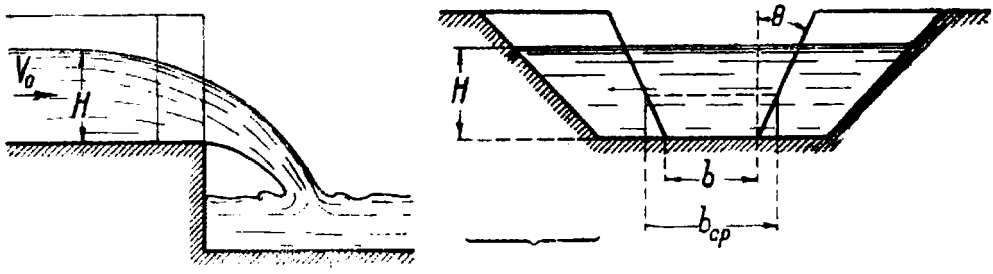
3°. Щелевой водослив. Переходим теперь к другому специальному виду трапецоидального водослива, а именно к „щелевым водосливам", которые устраиваются при так называемых щелевых перепадах. Схема их показана на фиг. 195, где представлен поперечный профиль канала, который выделен штриховкой, и трапецоидальный вырез над гребнем перепада; таких вырезов может быть и несколько, но это не меняет расчетных формул для расхода через каждый вырез. Как видно, сжатие по дну в данном типе водослива отсутствует. Назначение таких водосливов состоит в том, чтобы по возможности при всех расходах поддерживать перед водосливом такие же

ТАБЛИЦА 127.

Величины удельных расходов воды через водослив Чиполетти (Cippoletti) по формуле $q = 1{,}86\ H^{3/2}$.

H (м)	q (в литрах)	H (м)	q (в литрах)	H (м)	q (в литрах)	H (м)	q (в литрах)
0,050	20,79	0,17	133,98	0,34	368,8	0,62	907,2
0,055	23,98	0,18	141,96	0,35	380,9	0,64	953,4
0,060	27,34	0,19	154,14	0,36	401,9	0,66	995,4
0,065	29,83	0,20	162,1	0,37	418,8	0,68	1042
0,070	34,44	0,21	178,9	0,38	436,0	0,70	1088
0,075	38,22	0,22	191,9	0,39	453,2	0,72	1163
0,080	42,08	0,23	205,4	0,40	474,6	0,74	1184
0,085	46,12	0,24	218,8	0,42	508,2	0,76	1231
0,090	50,23	0,25	232,7	0,44	541,8	0,78	1281
0,095	54,43	0,26	246,5	0,46	579,6	0,80	1331
0,10	58,80	0,27	260,8	0,48	617,4	0,85	1457
0,11	68,04	0,28	275,5	0,50	659,4	0,90	1588
0,12	77,28	0,29	281,0	0,52	697,2	0,95	1722
0,13	87,36	0,30	305,8	0,54	739,2	1,00	1860
0,14	97,44	0,31	321,3	0,56	781,2		
0,15	107,94	0,32	336,8	0,58	823,2		
0,16	118,66	0,33	352,8	0,60	865,2		

глубины H, какие получаются и по условию равномерного движения в канале при тех же расходах.



Фиг. 195.

Формула расхода для незатопленных щелевых водосливов пишется в виде (1132)—(1134), но в данном случае иногда желательно вместо напора H вводить напор, исправленный на скорость подхода:

$$H_0 = H + \frac{V^2}{2g},$$

и тогда вместо формул (1132)—(1134) можно писать:

$$Q = \frac{2}{3}\mu\sqrt{2g}\,(b + 0{,}8\,\mathrm{tg}\,\theta \cdot H_0)\,H_0^{3/2}; \quad \ldots\ldots (1142)$$

$$Q = m\sqrt{2g}\,(b + 0{,}8\,\mathrm{tg}\,\theta \cdot H_0)\,H_0^{3/2}; \quad \ldots\ldots (1143)$$

$$Q = M\,(b + 0{,}8\,\mathrm{tg}\,\theta \cdot H_0)H_0^{3/2} \quad \ldots\ldots (1144)$$

В формулах для щелевых водосливов, по данным инж. Рейда (Индия) и Гарвея (Англия), можно принимать следующие значения коэфициентов расхода (величины M — для метров):

1) Щелевые водосливы на распределительных каналах (по Рейду):
$$\mu = 0{,}70;\ m = 0{,}47;\ M = 2{,}10.$$
2) Щелевые водосливы на магистральных каналах (по Рейду):
$$\mu = 0{,}78;\ m = 0{,}52;\ M = 2{,}30.$$
3) Глубокие щелевые водосливы (H = до 3 $м$, по Гарвею):
$$\mu = 0{,}90;\ m = 0{,}60;\ M = 2{,}65.$$

В нашей ирригационной практике данные Гарвея не получили распространения; что же касается коэфициентов Рейда, то им придан более определенный характер в зависимости от напора H щелевого водослива, как видно из следующей таблицы [1]):

ТАБЛИЦА 128

H ($м$)	m	M	Примечание
До 1,0	0,475	2,10	Значения коэфициентов M даны для метров
1,5	0,485	2,15	
2,0	0,495	2,20	
2,5	0,510	2,25	

Отметим, что вышеуказанные значения коэфициентов расхода даны для щелевых водосливов, обычно устраиваемых по „Пенджабскому типу" (Индия), в котором щели имеют в плане специальные плавные очертания и снабжены с низовой стороны особым выступом, очерченным по дуге круга [2]).

§ 98. Круговые и параболические водосливы.

В настоящем параграфе приведем краткие сведения о двух видах водосливов с криволинейным очертанием выреза для их отверстия, а именно — о водосливах круговых и параболических.

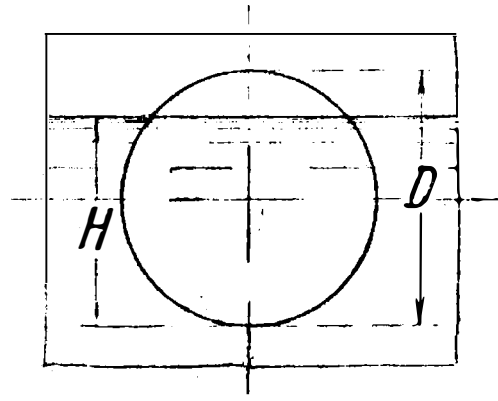
1°. Круговой водослив. Круговой водослив с тонкой стенкой исследован [3]) лишь в недавнее время. Как измеритель расхода, круговой водослив является более совершенным, чем прямоугольный Базеновский водо-

[1]) Значения M приводятся по таблице проф. Е. А. Замарина, „Гидротехнические сооружения", т. 1, изд. „Сазгипровод", Ташкент, 1932, стр. 20.

[2]) Подробности по этому вопросу, как и вообще о расчете щелевых перепадов, см. в курсах и руководствах по ирригации. Мы ограничиваемся здесь лишь указанными сведениями.

[3]) См., напр., статью Зандена (Sanden) и Штауса (Staus) в журнале „Das Gas- und Wasserfach", 1926, №№ 27 — 30 и статью Штауса в журнале „Wasserkraft und Wasserwirtschaft", 1930, № 11 и 1931, № 4. На русском языке некоторые сведения об этом водосливе и относящихся к нему опытах изложены в Известиях Научно-Исслед. Инст. Гидротехники, том 2, 1931, стр. 185, статья инж. Семчиновой.

слив, если расход Q не больше 10 *л/сек* (вообще же область применения кругового водослива ограничена расходами, не превышающими ~ 100 *л/сек*). По сравнению с треугольным водосливом, круговой водослив не имеет преимуществ и даже уступает первому, так как в круговом водосливе коэфициент расхода зависит от величины диаметра, и лишь при точности измерений расхода $\pm 2\%$ можно пренебречь этой зависимостью. Ввиду сказанного мы не видим особых оснований к распространению кругового водослива как измерителя расхода и даем о нем лишь некоторые указания для сведения работников гидравлических и гидротехнических лабораторий и гидрометров, которые в отдельных случаях (напр., по конструктивным соображениям), может быть, и найдут полезным применение этого водослива.



Фиг. 196.

Теория кругового водослива (фиг. 196), основанная на общем приеме, применяющемся при гидравлическом рассмотрении больших отверстий (§ 75), приводит к эллиптическим интегралам I и II рода, на основании чего Зандеи (Sanden) и получил[1]) выражение расхода Q через круговой водослив. Кроме того, без ущерба для точности этот автор представил свое решение в весьма простой форме:

$$Q = \mu\, Q_1\, D^{5/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1145)$$

где μ — коэфициент расхода (по нашей терминологии надо иметь в виду „первый коэфициент расхода"); D — диаметр данного водослива в дециметрах; Q_1 — расход в секундо-литрах при диаметре, равном 1 дециметру и при том же отношении $\frac{H}{D}$, как и в данном водосливе. Значения Q_1 приведены в таблице 129, в зависимости от отношения $\frac{H}{D}$.

ТАБЛИЦА 129.

$\frac{H}{D}$	Q_1 *л/сек*	$\frac{H}{D}$	Q_1 *л/сек*	$\frac{H}{D}$	Q_1 *л/сек*
0,00	0,0000	0,52	2,5489	0,84	5,8051
0,05	0,0272	0,54	2,7289	0,85	5,9133
0,10	0,1072	0,56	2,9132	0,86	6,0215
0,15	0,2380	0,58	3,1016	0,87	6,1294
0,20	0,4173	0,60	3,2929	0,88	6,2370
0,25	0,6428	0,62	3,4869	0,89	6,3443
0,30	0,9119	0,64	3,6891	0,90	6,4511
0,32	1,0312	0,66	3,8916	0,91	6,5575
0,34	1,1571	0,68	4,0968	0,92	6,6632
0,36	1,2891	0,70	4,3047	0,93	6,7682
0,38	1,4272	0,72	4,5148	0,94	6,8724
0,40	1,5713	0,74	4,7269	0,95	7,9756
0,42	1,7210	0,76	4,9407	0,96	7,0777
0,44	1,8763	0,78	5,1558	0,97	7,1786
0,46	2,0369	0,80	5,3718	0,98	7,2779
0,48	2,2027	0,82	5,5884	0,99	7,3754
0,50	2,3734	0,83	5,6967	1,00	7,4705

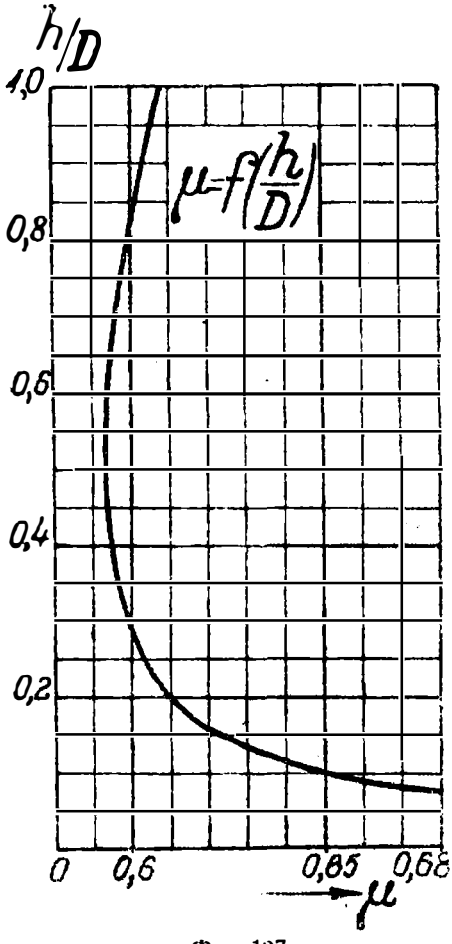
[1]) См. предыдущую сноску.

Для коэфициента расхода Штаус (Staus) предложил следующую „осредненную формулу", дающую точность $\pm 2\%$ и полученную из опытов при $D = 150 - 300$ *мм*:

$$\mu = 0{,}555 + 0{,}041\,\frac{H}{D} + \frac{1}{110\,\frac{H}{D}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1146)$$

для которой приведен график на фиг. 197 при значениях $\frac{H}{D} = 1{,}0 - 0{,}075$ (при меньших отношениях $\frac{H}{D}$ измерение расхода круговым водосливом не рекомендуется).

При желании иметь большую точность, вместо формулы (1146) следует непосредственно пользоваться опытными данными по круговому водосливу. Отметим еще, что для более грубых подсчетов Штаус предлагает значение $\mu = \sim 0{,}6$, причем по графику (фиг. 197) можно видеть примерно ту степень точности исчисления расхода Q, которую мы получаем при $\mu = 0{,}6$.



Фиг. 197.

2°. Параболический водослив. Опытное изучение параболического водослива с тонкой стенкой было произведено [1]) Греве (Greve) в гидравлической лаборатории Университета Purdue (США), причем были исследованы водосливы, очерченные по обыкновенной параболической кривой (фиг. 198):

$$x^2 = 2py, \quad \ldots\ldots (1147)$$

где p — параметр параболы, изменявшийся в названных опытах в пределах от 0,1″ до 2″ (от 0,25 до 5 *см*); напоры на водосливе составляли примерно от 0,1 до 2 футов (от 0,03 *м* до 0,6 *м*).

Расход через параболический водослив определяется такой зависимостью:

$$Q = \frac{\mu\pi}{4}\sqrt{2p}\cdot\sqrt{2g}\,H^2, \quad \ldots (1148)$$

где μ — „первый коэфициент расхода" (по нашей терминологии). Вводя далее второй и третий коэфициенты расхода, т. е. обозначая

$$m = \frac{\mu\pi}{4}\sqrt{2p}, \quad \ldots\ldots\ldots (1149)$$

$$M = m\sqrt{2g} = \frac{\mu\pi}{4}\sqrt{2p}\cdot\sqrt{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots (1150)$$

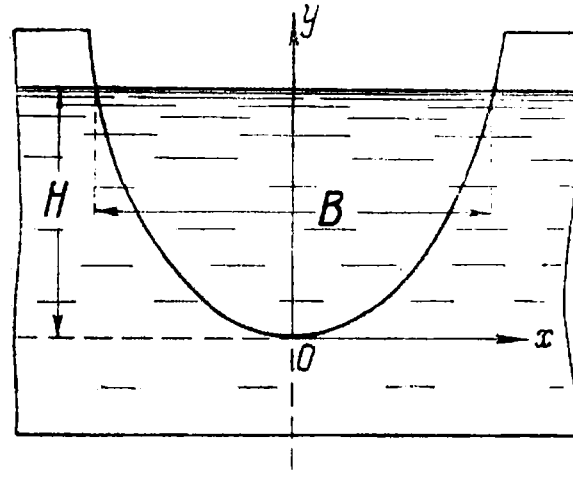
[1]) F. Greve, „Parabolic Weirs", Trans. of Amer. Soc. of Civ. Eng., Vol LXXXIV, 1921, p. 486. — Вкратце см. в нашей статье: „О новых работах по гидравлике", Изв. Научно-Мел. Инст., вып. 8—9, 1925 г.

вместо (1148) соответственно получим:

$$Q = m\sqrt{2g}\,H^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1151)$$

$$Q = MH^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1152)$$

Опытные данные о коэфициентах расхода подвергнуты названным экспериментатором подробной графической обработке, которая указывает на вполне достаточную устойчивость значений коэфициентов μ, m и M для данного параметра параболы, т. е. для данного очертания параболического водослива, несмотря на изменение напора H. Для примера на фиг. 199 приведен график опытных точек и проведенных в соответствии с ними прямых, дающих значения коэфициентов расхода μ для параметров: 0,30″, 0,50″ и 1,25″. На той же фигуре (справа) даны для примера в $^1/_{20}$ н. в. некоторые формы параболических водосливов при различных значениях параметра p; во всех четырех схемах (I—IV), для сравнимости их форм, напор принят равным $H = 30$ *см*, значения же ширины по верху B написаны на соответствующих чертежах.



Фиг. 198.

Что касается коэфициента расхода M, входящего в наиболее простую зависимость (1152), то для него Греве указывает на основании своих опытов следующую зависимость:

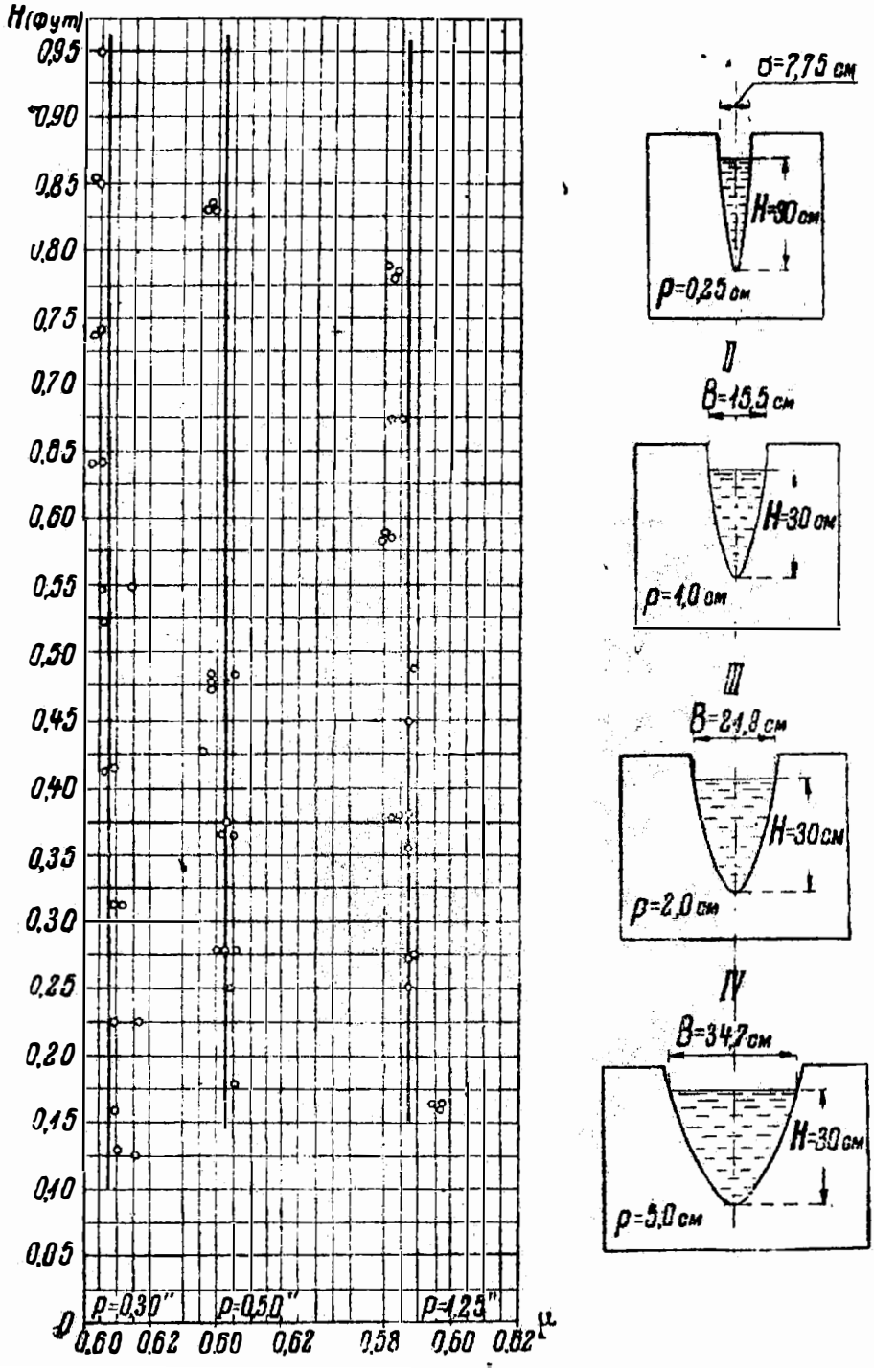
$$M = 1{,}512\,p^{0{,}488}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1153)$$

где M дано для выражения расхода в футовых мерах, причем p выражается в дюймах. Если желаем по формуле (1152) определить расход в $м^3/сек$, выражая параметр p в *см*, то для коэфициента M вместо (1153) будет:

$$M = 0{,}293\,p^{0{,}488}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1154)$$

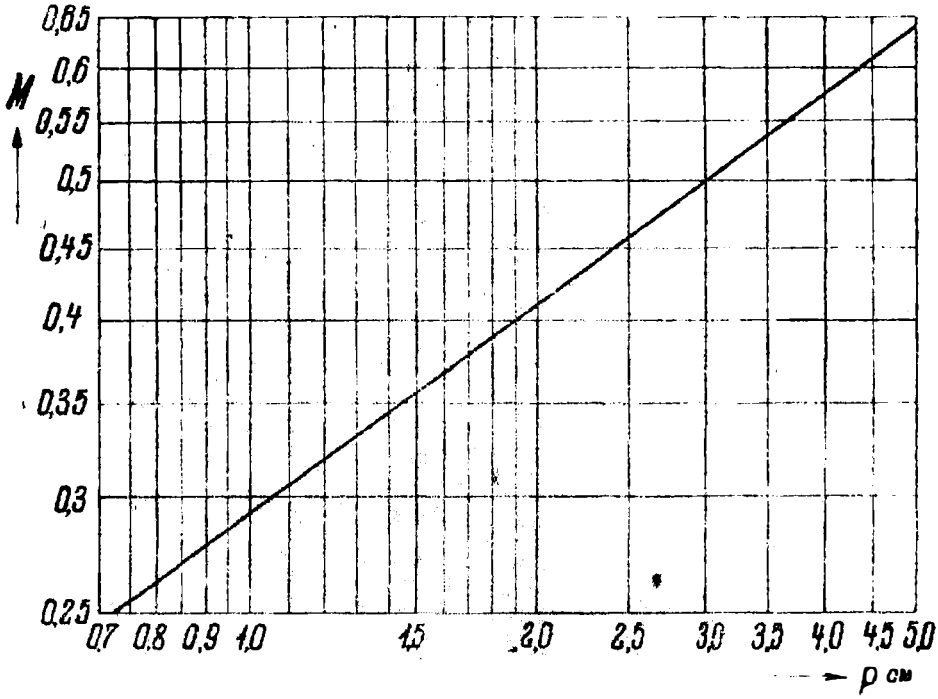
для предварительных расчетов значения M можно брать из приводимого графика (фиг. 200).

В заключение отметим, что параболический водослив представляет один из лучших измерителей расхода (водосливного типа), подчиняясь к тому же весьма простой зависимости для расхода Q. Практически коэфициенты расхода этого водослива хорошо определяются его геометрическими очертаниями, выражаясь с достаточной точностью формулой (1553) — (1154). Следует, кроме того, иметь в виду, что параболический водослив восполняет тот пробел, который в известной мере и до сего времени остается в области треугольного водослива, а именно: этот последний главным образом, берется с углом при вершине $2\theta = 90^\circ$, так как для других углов значения коэфициента расхода треугольного водослива недостаточно изучены, между тем как иногда желательно иметь сравнительно узкий водослив; хорошее и простое средство для таких случаев и дает параболический водослив. В связи со сказанным мы полагаем, что параболический водослив


H(фут)
0,95
0,90
0,85
0,80
0,75
0,70
0,65
0,60
0,55
0,50
0,45
0,40
0,35
0,30
0,25
0,20
0,15
0,10
0,05
0
p=0,30"
p=0,50"
p=1,25"
0,60 0,62 0,60 0,62 0,58 0,60 0,62
H
b=7,75 см
H=30 см
p=0,25 см
II
B=15,5 см
H=30 см
p=1,0 см
III
B=21,8 см
H=30 см
p=2,0 см
IV
B=34,7 см
H=30 см
p=5,0 см

Фиг. 199.

в лабораторной области, в гидрометрии, ирригации и пр. заслуживает, несомненно, значительно большего распространения, чем то было до настоящего времени.

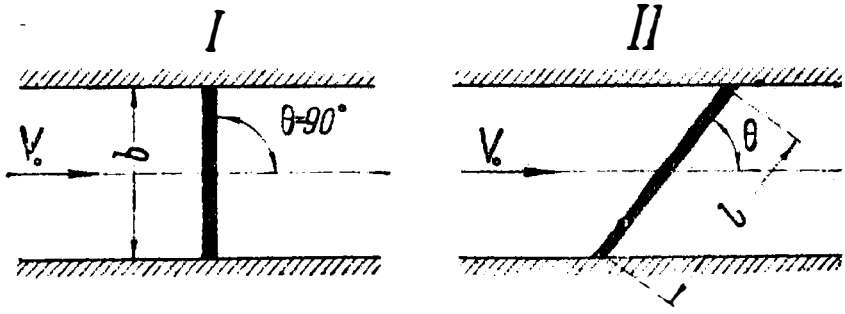


Фиг. 200.

§ 99. Косые, боковые, ломаные и криволинейные в плане водосливы.

Приведем в настоящем параграфе расчетные указания, связанные с особенностями расположения водосливов в плане.

1°. **Косые водосливы.** Если стенка водослива в плане образует с осью водотока угол $\theta = 90°$ (фиг. 201-I), то водослив носит название „прямого“,



Фиг. 201

если же угол $\theta < 90°$, то имеем так наз. „косой водослив“ (фиг. 201-II). Косые водосливы в отношении расчетных зависимостей мало изучены до сего

времени, и потому для них приходится здесь ограничиться указанием основной водосливной формулы лишь в следующем ориентировочном виде:

$$Q = \sigma_k m \sqrt{2g}\, l H_0^{3/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1155)$$

или

$$Q = \sigma_k M l H_0^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1156)$$

где l — длина незатопленного водослива без бокового сжатия (по схеме II, фиг. 201), σ_k — коэфициент поправки на косину водослива; прочие обозначения ясны из предыдущего.

Значения коэфициента σ_k в ориентировочной формуле (1155) — (1156) можно брать из следующей таблицы, на основании старых опытов Буало (Boileau):

ТАБЛИЦА 130.

α	90°	60°	45°	30°	15°
σ_k	1,0	0,96	0,94	0,91	0,86
Уменьшение пропускной способности по сравнению с прямым водосливом той же длины l	0%	4%	6%	9%	14%

В некоторых руководствах и пособиях по гидравлике иногда указываются данные производившихся в Германии опытов Айхеля (Aichel) с косыми и ломаными водосливами (1907—1910 гг.); однако данные эти, в виду ограниченности самого экспериментального материала, едва ли могут иметь серьезное расчетное значение, почему мы их здесь и не приводим.

Таблица 130 относится только к расположению косых водосливов по схеме 201-II. На ряду с этой схемой в недавнее время в Институте Водгео (Москва) были произведены опытные исследования и для некоторых других схем расположения косых водосливов,[1]) причем следует отметить, что к схемам, отличным от 201-II, таблица по Буало, вообще говоря, неприменима.

Если косой водослив по схеме 201-II затоплен, то вместо (1155) и (1156) соответственно имеем:

$$Q = \sigma_k \sigma_n m \sqrt{2g}\, l H_0^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1155')$$

$$Q = \sigma_k \sigma_n M l H_0^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1156')$$

где коэфициент затопления σ_n для водосливов практических профилей можно брать, как для прямых водосливов, [2]) т. е. по табл. 118 — 119.

2°. Боковой водослив. Если ребро водослива расположено параллельно направлению течения водного потока, из которого вода поступает на водослив, то такой водослив называется „боковым“ (фиг. 202). К схеме бокового водослива мы не можем формально перейти от схемы косого водослива, показанного на фиг. 201 - II, полагая $\alpha = 0$: боковой водослив отнюдь не

[1]) См. работу инж. Истоминой: „Косые водосливы“ (Госстройиздат, 1934), где можно найти некоторые весьма полезные данные и указания по гидравлике этого вида водосливов.

[2]) Это подтверждается и опытными данными, приводимыми в работе, названной в предыдущей сноске.

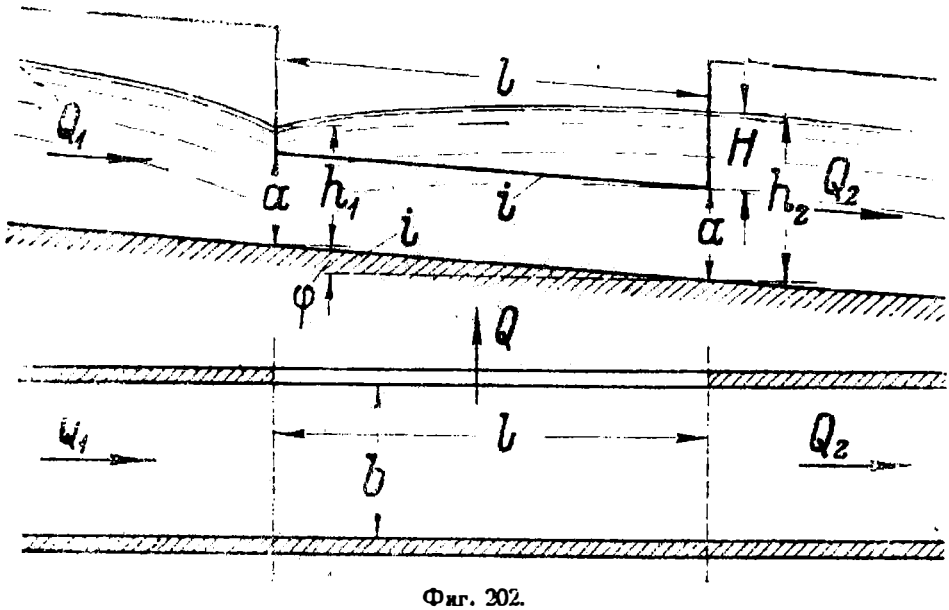
следует рассматривать, как частный случай косого водослива, так как при боковом водосливе мы имеем уже совершенно иное гидравлическое явление. В самом деле, здесь до водослива (см. фиг. 202) расход в главном русле $= Q_1$, через водослив идет расход Q, за водосливом по главному руслу — расход Q_2, причем

$$Q = Q_1 - Q_2, \text{ где } Q_1 > Q_2; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1157)$$

между тем, при косом водосливе, очевидно,

$$Q_1 = Q = Q_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1158)$$

Сложное гидравлическое явление, получаемое в целом при боковом водосливе, выходит далеко за рамки отдела гидравлики, трактующего о водосливах, и здесь мы можем дать лишь формулы расхода через водослив



Фиг. 202.

указанного рода. Для этой цели приведем здесь краткие сведения о работе проф. Энгельса (H. Engels) по вопросу о боковом водосливе. [1])

Работа эта носит почти исключительно экспериментальный характер. Опыты производились Энгельсом в Дрезденской гидротехнической лаборатории, в канале прямоугольного сечения, в вертикальной стенке которого устраивался вырез, представляющий боковой водослив (фиг. 202); ребро водослива было не горизонтально, а параллельно линии дна канала, т. е. имело тот же продольный уклон, так что высота расположения ребра водослива (a) над дном канала была одинакова по всей длине водослива. Постановка опытов с количественной стороны характеризуется вкратце следующими данными: ширина опытного канала $b = 0{,}2 - 2{,}0$ *м*, длина ребра водослива $l = 0.5 - 10{,}0$ *м*, расход в канале перед водосливом $Q_1 = 15 - 180$ *л/сек*.

---

[1]) H. Engels, „Handbuch d. Wasserbaues", Leipzig, 1923, I Band, S. 505. Подробнее работа Энгельса реферирована в нашей статье: „О новых работах по гидравлике", Известия Научно-Мел. Инст., № 8—9 (или отдельный оттиск, Ленинград, 1925), где имеется ссылка на другую статью Энгельса, в которой более полно изложена его работа по данному вопросу.

Опыты показали, что уровень воды в канале сильнее всего понижается у начала водослива, после чего повышается вновь, причем глубина увеличивается от h_1 до h_2. Таким образом, по Энгельсу в верховой части канала (до водослива) мы имеем кривую спада (т. е. неравномерное движение с уменьшающейся вниз по течению глубиной); в низовой части канала (за водосливом) при опытах поддерживалось равномерное движение с глубиной $= h_2$.

Расход через боковой незатопленный водослив по Энгельсу может быть выражен следующей формулой:

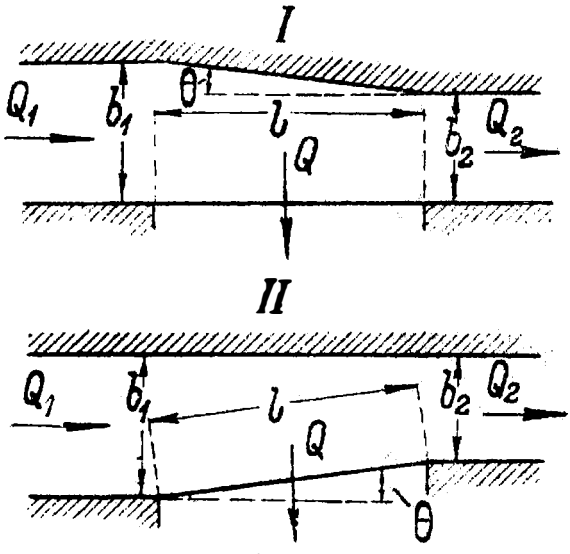
$$Q = m\sqrt{2g}\sqrt[3]{l^{2,5}H^5} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1159)$$

или (при $M = m\sqrt{2g}$)

$$Q = M\sqrt[3]{l^{2,5}H^5}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1160)$$

причем следует иметь в виду, что для бокового водослива напор изменяется в разных точках по длине его l (см. фиг. 202), и величина H есть напор над ребром водослива в конце его.

В одной части опытов Энгельса ребро водослива было скошено (заострено), в другой части — закруглено; для этих моделей Энгельс соответственно полагает $m = 0{,}49$ и $m = 0{,}57$, но для расчета практических сооружений он предлагает брать среднее значение $m = \sim 0{,}40$. Мы полагаем, что значения m и M в формулах (1159) и (1160) следовало бы выбирать в соответствии с типом водослива, согласно нашей классификации, данной в §§ 89—92.



Фиг. 203.

Выражения (1159) и (1160) можно представить и в более обычном виде водосливных формул:

$$Q = \sigma_{бок} m l \sqrt{2g} H^{3/2} \quad \ldots \quad (1161)$$

и

$$Q = \sigma_{бок} M l H^{3/2}, \quad \ldots \quad (1162)$$

где поправочный коэфициент бокового водослива:

$$\sigma_{бок} = \sqrt[6]{\frac{H}{l}} = \left(\frac{H}{l}\right)^{1/6} \quad \ldots \quad (1163)$$

Отметим еще, что при расположении бокового водослива по „косой" схеме I или II (фиг. 203) пропускная способность водослива, согласно опытам Энгельса, заметно увеличивается. При этом пропускаемый водосливом расход Q по Энгельсу определится формулой (для схем I и II, где $b_2 < b_1$):

$$Q = m\sqrt{2g}\sqrt[3]{l^{2,7}H^{4,8}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1164)$$

или

$$Q = M\sqrt[3]{l^{2,7}H^{4,8}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1165)$$

причем формулы эти автор их считает пригодными для случаев, когда в главном русле за боковым водосливом имеется равномерное движение и когда $\operatorname{tg}\theta$

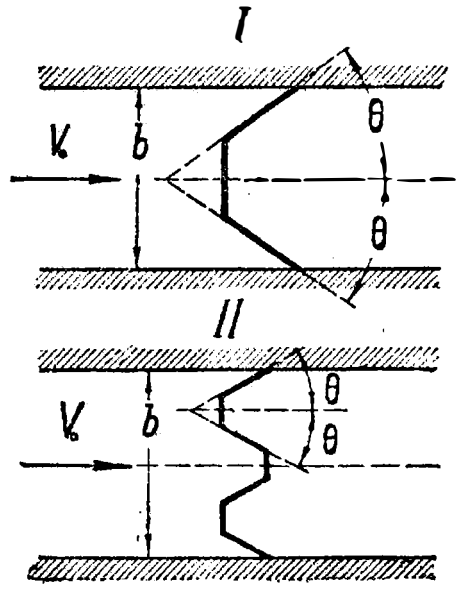
находится в пределах: $\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}=\frac{1}{40}-\frac{1}{3}$ (см. фиг. 203). Формулы (1164) и (1165) можно писать и в виде (1161) и (1162), полагая при этом для поправочного коэфициента бокового водослива

$$\sigma_{бок}=\sqrt[10]{\frac{H}{l}}=\left(\frac{H}{l}\right)^{0,1}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1166)$$

как ясно из сравнения формул (1161)—(1162) и (1164)—(1165).

Существенным недостатком работы Энгельса по боковому водосливу является отсутствие теоретического исследования вопроса; однако, данные Энгельсом формулы, как основанные на непосредственном лабораторно-экспериментальном материале, для эскизных расчетов могут быть применяемы.

3°. **Ломаный водослив.** На фиг. 204 показаны две примерные схемы „ломаного" водослива, т. е. расположенного в плане по ломаной линии того или иного вида. В состав такого водослива вообще входят „прямые" и „косые" водосливные участки; так, напр., на схеме II (фиг. 204) имеется три прямых и четыре косых водосливных участка, из коих первые составляют с направлением потока угол $=90°$, вторые — угол $\theta<90°$.



Фиг. 204.

В соответствии с формулами (1155)—(1156), указанными в п. 1° настоящего параграфа, расход через незатопленный ломаный водослив по схемам I и II при ориентировочных расчетах может быть выражен так:

$$Q=m(l_0+\sigma_к l_к)\sqrt{2g}H_0^{3/2} \quad \ldots \quad (1167)$$

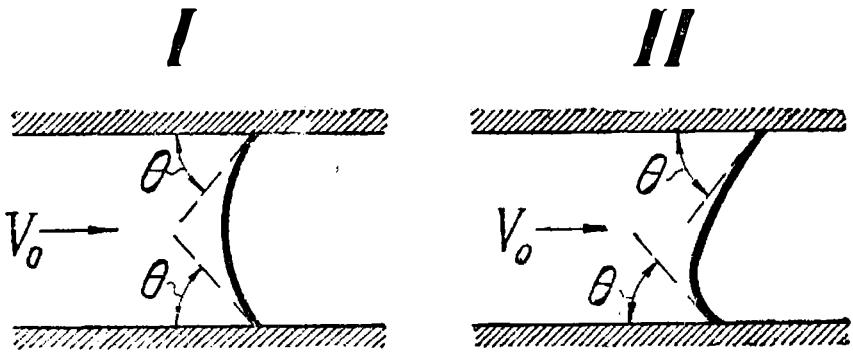
или

$$Q=M(l_0+\sigma_к l_к)H_0^{3/2}, \quad \ldots \quad (1168)$$

где l_0 — длина всех „прямых" водосливных участков, $l_к$ — длина всех „косых" участков, $\sigma_к$ — коэфициент поправки на косину, как и в п. 1° (косой водослив), причем формулы (1167) — (1168) даны для случая, когда все косые участки образуют с направлением потока одинаковый угол θ. Если эти углы не одинаковы для различных косых участков, то для таких участков и коэфициенты поправки на косину следует брать неодинаковыми, в зависимости от угла θ.

4°. **Криволинейные в плане водосливы** исследованы весьма мало. По опытам Айхеля (Aichel) для криволинейного водослива, обращенного выпуклостью в сторону верхнего бьефа, можно пользоваться формулой (1155)—(1156) с ее поправочным коэфициентом $\sigma_к$, если углы θ

с обеих сторон водослива одинаковы (фиг. 205, I и II) и кроме того $\theta \geqslant 45°$. При этом водосливная дуга может быть как симметричной (I), так и несим-



Фиг. 205.

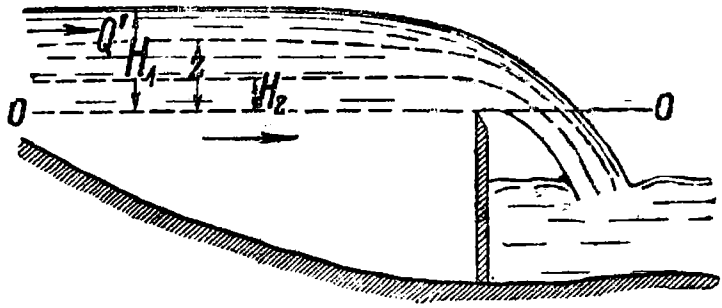
метричной (II) относительно продольной оси потока. Разумеется, прием этот применим лишь при ориентировочных расчетах.

§ 100. Водосливы с переменным напором.

Будем пользоваться такими обозначениями:

z — переменный напор над ребром водослива, т. е. над плоскостью $O-O$ (фиг. 206);

Ω — площадь „зеркала" воды в сосуде или водохранилище (т. е. площадь горизонтального сечения сосуда на высоте z);



Фиг. 206.

Q' — приток воды в сосуд или водохранилище в единицу времени;

t — время;

t_1 и t_2 — моменты времени, соответствующие напорам: $z = H_1$ (начальный момент) и $z = H_2$ (конечный момент);

H_1 и H_2 — начальный и конечный напоры;

b — ширина водослива;

$M\,(= m\sqrt{2g})$ — коэфициент расхода водослива.

При медленно изменяющемся во времени движении, основная зависимость (при незатопленном водосливе) как для случая повышения горизонта воды, так и для случая понижения его представится в виде:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{Q' - Mbz^{3/2}}{\Omega}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1169)$$

где вообще

$$\left.\begin{aligned} Q' &= f(t), \\ \Omega &= F(z), \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1170)$$

при каковом условии уравнение (1169) интегрируется лишь приближенно как и для аналогичного случая истечения через отверстие при переменном напоре.

Рассмотрим несколько частных случаев, имея в виду главным образом истечение через водосливы при водохранилищах, так как именно к этой области и относятся наиболее важные применения зависимости (1169).

1°. **При $Q' = \text{const}$** из (1169) имеем:

$$t_2 - t_1 = \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega dz}{Q' - Mbz^{3/2}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1171)$$

или, обозначив через T промежуток времени $t_2 - t_1$:

$$T = \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega dz}{Q' - Mbz^{3/2}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1172)$$

Далее, как и при истечении через отверстия (§§ 80, 82), введем в рассмотрение „нормальный напор" на водосливе H_n, т. е. тот напор, при котором водослив пропускает расход Q':

$$Q' = MbH_n^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1173)$$

откуда

$$H_n = \sqrt[3]{\frac{Q'^2}{M^2b^2}} = \left(\frac{Q'}{Mb}\right)^{2/3}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1174)$$

и зависимость (1172) представится в виде:

$$T = \frac{1}{Mb} \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega dz}{z^{3/2} - H_n^{3/2}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1175)$$

Обращаясь к понятию „модуля истечения" Z, предложенному в § 81, найдем в данном случае:

$$Z = \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega dz}{z^{3/2} - H_n^{3/2}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1176)$$

так что

$$T = \frac{Z}{Mb}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1177)$$

причем $\Omega = F(z)$. Зная Z, можно находить время T по формуле (1177).

Для определения величины модуля истечения Z следует обращаться к тем же приближенным способам, которые изложены выше в § 82 (о наполнении и опорожнении водохранилищ). При этом будем писать для модуля истечения:

$$Z = \int_{H_{II}}^{H_I} \frac{\Omega}{z^{3/2} - H_n^{3/2}} dz, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1178)$$

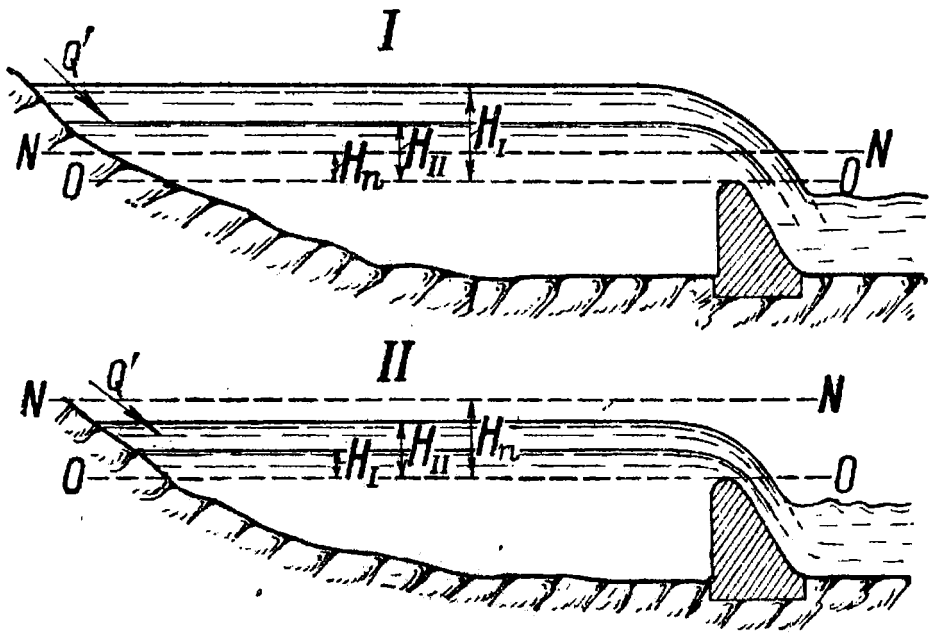
где введены обозначения H_I и H_{II} (см. фиг. 207, I и II) для начального и конечного напоров на водосливе, вместо обозначений тех же величин через H_1 и H_2, входящих в формулу (1176). Далее, обозначим через y подинтегральную функцию в выражении (1178):

$$y = \frac{\Omega}{z^{3/2} - H_n^{3/2}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1179)$$

так что

$$Z = \int_{H_{II}}^{H_I} y\,dz \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1180)$$

По способу трапеций величина Z находится при помощи формулы (972), а по способу Симпсона — при помощи формулы (976), как указано в § 82, причем по поводу водосливов с переменным напором можно



Фиг. 207.

повторить все то, что сказано о способе трапеций и способе Симпсона в применении к истечению через отверстия. На фиг. 207 схема I относится к случаю понижения уровня в водохранилище, схема же II — к случаю повышения уровня. В схеме I начальный напор $H_I > H_n$; в схеме II имеем, что $H_I < H_n$.

При отсутствии притока ($Q' = 0$) для модуля истечения вместо (1178) будет:

$$Z = \int_{H_{II}}^{H_I} \frac{\Omega}{z^{3/2}}\,dz, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1181)$$

подинтегральная же функция в этом случае

$$y = \frac{\Omega}{z^{3/2}}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1182)$$

определение Z и здесь производится по формулам (972) или (976), указанным в § 82.

2°. **По предложенному нами способу** в случае отсутствия притока или пренебрегая им ($Q' \cong 0$), выражение (1181) для модуля истечения легко интегрируем, полагая

$$\Omega = \Omega_0 + \Omega' z^p, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1183)$$

где смысл величин Ω_0, Ω' и p уже объяснен в § 82 (в); там же указан и способ определения показателя степени p.

Подставляя (1183) в зависимость (1181), находим:

$$Z = \int_{H_{II}}^{H_I} \frac{\Omega dz}{z^{3/2}} = \int_{H_{II}}^{H_I} \frac{\Omega_0 + \Omega' z^p}{z^{3/2}} dz =$$

$$= \Omega_0 \int_{H_{II}}^{H_I} \frac{dz}{z^{3/2}} + \Omega' \int_{H_{II}}^{H_I} z^{p-\frac{3}{2}} dz, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1184)$$

откуда

$$Z = 2\left[\frac{\Omega'}{2p-1}\left(H_I^{p-\frac{1}{2}} - H_{II}^{p-\frac{1}{2}}\right) + \Omega_0\left(\frac{1}{\sqrt{H_{II}}} - \frac{1}{\sqrt{H_I}}\right)\right]. \quad \ldots \quad (1185)$$

3°. **В тех случаях, когда $Q' \neq 0$ и $\Omega = \text{const}$** (например, в некоторых сосудах и резервуарах правильной формы), для модуля истечения по (1178) имеем:

$$Z = \Omega \int_{H_{II}}^{H_I} \frac{dz}{z^{3/2} - H_n^{3/2}}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1186)$$

здесь можно для удобства при расчетах ввести относительный напор:

$$\zeta = \frac{z}{H_n}; \quad \zeta_1 = \frac{H_I}{H_n}; \quad \zeta_2 = \frac{H_{II}}{H_n}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1187)$$

причем будет:

$$Z = \frac{\Omega}{\sqrt{H_n}} \int_{\zeta_2}^{\zeta_1} \frac{d\zeta}{\zeta^{3/2} - 1}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1188)$$

или

$$Z = -\frac{\Omega}{\sqrt{H_n}} \int_{\zeta_2}^{\zeta_1} \frac{d\zeta}{1 - \zeta^{3/2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1189)$$

Обозначив

$$\int \frac{1}{1 - \zeta^{3/2}} d\zeta = \varphi(\zeta), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1190)$$

вместо (1189) получим:

$$Z = \frac{\Omega}{\sqrt{H_n}} [\varphi(\zeta_2) - \varphi(\zeta_1)]; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1191)$$

значения функции $\varphi(\zeta)$ даны для облегчения расчетов в таблице 131.

ТАБЛИЦА 131

Значения функции $\varphi(\zeta)$.

ζ	$\varphi(\zeta)$	Δ	ζ	$\varphi(\zeta)$	Δ	ζ	$\varphi(\zeta)$	Δ
0,00	0,000	0,051	0,88	1,617	0,060	1,13	2,177	— 0,048
0,05	0,051	0,051	0,89	1,677	0,065	1,14	2,129	— 0,044
0,10	0,102	0,052	0,90	1,742	0,035	1,15	2,085	— 0,042
0,15	0,154	0,054	0,905	1,777	0,037	1,16	2,043	— 0,039
0,20	0,208	0,056	0,910	1,815	0,038	1,17	2,004	— 0,036
0,25	0,264	0,059	0,915	1,853	0,042	1,18	1,968	— 0,035
0,30	0,323	0,061	0,920	1,895	0,044	1,19	1,933	— 0,033
0,35	0,384	0,066	0,925	1,939	0,047	1,20	1,900	— 0,031
0,40	0,450	0,068	0,930	1,986	0,050	1,21	1,869	— 0,029
0,45	0,518	0,074	0,935	2,036	0,054	1,22	1,840	— 0,028
0,50	0,592	0,081	0,940	2,090	0,059	1,23	1,812	— 0,027
0,55	0,673	0,089	0,945	2,149	0,064	1,24	1,785	— 0,026
0,60	0,762	0,019	0,950	2,213	0,071	1,25	1,759	— 0,025
0,61	0,781	0,019	0,955	2,284	0,078	1,26	1,734	— 0,023
0,62	0,800	0,020	0,960	2,362	0,091	1,27	1,711	— 0,023
0,63	0,820	0,020	0,965	2,453	0,104	1,28	1,688	— 0,022
0,64	0,840	0,021	0,970	2,557	0,122	1,29	1,666	— 0,021
0,65	0,861	0,021	0,975	2,679	0,150	1,30	1,645	— 0,020
0,66	0,882	0,022	0,980	2,829	0,193	1,31	1,625	— 0,020
0,67	0,904	0,023	0,985	3,022	0,271	1,32	1,605	— 0,019
0,68	0,927	0,023	0,990	3,293	0,463	1,33	1,586	— 0,018
0,69	0,950	0,024	0,995	3,756		1,34	1,568	— 0,018
0,70	0,974	0,024	1,000	∞		1,35	1,550	— 0,018
0,71	0,998	0,025	1,005	4,328	— 0,461	1,36	1,532	— 0,017
0,72	1,023	0,026	1,010	3,867	— 0,269	1,37	1,515	— 0,016
0,73	1,049	0,027	1,015	3,598	— 0,192	1,38	1,499	— 0,016
0,74	1,076	0,029	1,020	3,406	— 0,147	1,39	1,483	— 0,015
0,75	1,105	0,029	1,025	3,259	— 0,121	1,40	1,468	— 0,015
0,76	1,134	0,030	1,030	3,138	— 0,101	1,41	1,453	— 0,015
0,77	1,164	0,031	1,035	3,037	— 0,089	1,42	1,438	— 0,014
0,78	1,195	0,033	1,040	2,948	— 0,078	1,43	1,424	— 0,014
0,79	1,228	0,035	1,045	2,870	— 0,069	1,44	1,410	— 0,013
0,80	1,263	0,035	1,05	2,801	— 0,120	1,45	1,397	— 0,014
0,81	1,298	0,038	1,06	2,681	— 0,101	1,46	1,383	— 0,013
0,82	1,336	0,040	1,07	2,580	— 0,088	1,47	1,370	— 0,012
0,83	1,376	0,043	1,08	2,492	— 0,077	1,48	1,358	— 0,012
0,84	1,419	0,045	1,09	2,415	— 0,068	1,49	1,346	— 0,013
0,85	1,464	0,047	1,10	2,347	— 0,062	1,50	1,333	— 0,056
0,86	1,511	0,051	1,11	2,285	— 0,057	1,55	1,277	— 0,052
0,87	1,562	0,055	1,12	2,228	— 0,051	1,60	1,225	— 0,046

ζ	$\varphi(\zeta)$	Δ	ζ	$\varphi(\zeta)$	Δ	ζ	$\varphi(\zeta)$	Δ
1,65	1,179	— 0,043	2,2	0,837	— 0.043	3,5	0,476	— 0,080
1.70	1,136	— 0,040	2,3	0,794	— 0,038	4,0	0,396	— 0,064
1,75	1,096	— 0 036	2,4	0,756	— 0,035	4,5	0,332	— 0,055
1,80	1,060	— 0,034	2,5	0,721	— 0,032	5,0	0,277	— 0,070
1,85	1,026	— 0,032	2,6	0,689	— 0,030	6,0	0,207	— 0,160
1,90	0,994	— 0,030	2,7	0,659	— 0,028	8,0	0,047	— 0,047
1,95	0,964	— 0,028	2,8	0,631	— 0,027	10,0	0,000	
2,0	0,936	— 0,052	2,9	0,604	— 0,025			
2,1	0,884	— 0,047	3,0	0,579	— 0,103			

Указанный прием определения модуля истечения Z (а следовательно, и времени T) может быть приближенно применен и к случаям водосливов с переменным напором при водохранилищах, если в пределах напоров от H_{I} до H_{II} площадь зеркала изменяется сравнительно мало, так что формулу (1178) можно писать приближенно в виде:

$$Z = \Omega_{\text{ср}} \int_{H_{\text{II}}}^{H_{\text{I}}} \frac{dz}{z^{3/2} - H_n^{3/2}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1192)$$

где $\Omega_{\text{ср}}$ есть средняя величина площади зеркала в пределах от $z = H_{\text{I}}$ до $z = H_{\text{II}}$. При этом для модуля истечения Z вместо (1191) будет:

$$Z = \frac{\Omega_{\text{ср}}}{\sqrt{H_n}} [\varphi(\zeta_2) - \varphi(\zeta_1)] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1193)$$

Для уточнения расчетов полезно разбить явление повышения или понижения уровня от H_{I} до H_{II} на несколько интервалов и для каждого интервала определить соответствующий модуль истечения Z.

4°. При отсутствии притока ($Q' = 0$; $H_n = 0$) прием, указанный в предыдущем пункте, весьма упрощается и не требует даже применения таблиц. При этом вместо (1191) для модуля истечения Z из (1186) имеем:

$$Z = \Omega \int_{H_{\text{II}}}^{H_{\text{I}}} \frac{dz}{z^{3/2}} = 2\Omega \left(\frac{1}{\sqrt{H_{\text{II}}}} - \frac{1}{\sqrt{H_{\text{I}}}} \right), \quad \ldots\ldots \quad (1194)$$

и соответственно вместо (1193):

$$Z = 2\Omega_{\text{ср}} \left(\frac{1}{\sqrt{H_{\text{II}}}} - \frac{1}{\sqrt{H_{\text{I}}}} \right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1195)$$

Е. ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ВОДОСЛИВОВ.

§ 101. Предварительные замечания к гидравлическому расчету плотин.

При гидравлическом расчете плотин главнейшее значение имеют водосливы практических профилей и с широким порогом, водосливы же с тонкой стенкой могут встретиться сравнительно весьма редко, почему в настоящем разделе такие водосливы и не имеются в виду.

1°. Сводка расчетных формул. Необходимые для гидравлического расчета плотин формулы указаны выше (разделы B и C настоящей главы). Для практического применения в эти формулы удобнее ввести „третий коэфициент расхода" M, связанный со „вторым коэфициентом" m зависимостью, указанной в § 83:

$$M = m\sqrt{2g} = 4{,}43\ m; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1196)$$

кроме того, вместо коэфициента скорости φ, входящего в некоторые формулы для водосливов с широким порогом, можно ввести коэфициент Φ:

$$\Phi = \varphi\sqrt{2g} = 4{,}43\ \varphi, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1197)$$

называя φ — „первым коэфициентом скорости", а Φ — „вторым коэфициентом скорости".

Применяя коэфициенты M и Φ, даем сводку формул, необходимых для гидравлического расчета плотин, пользуясь известными уже обозначениями, на основании сказанного выше (разделы B и C).

При отсутствии бокового сжатия и прибрежная скоростью подхода, т. е. для условий:

$$b_c = b;\ H_0 \cong H,$$

имеем:

1) Расход для незатопленных водосливов практических профилей и с широким порогом (см. напр., фиг. 185-I и фиг. 188)

$$Q = MbH^{3/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1198)$$

2) Расход для затопленных водосливов практических профилей (напр., фиг. 185-II)

$$Q = \sigma_n MbH^{3/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1199)$$

3) Расход для затопленных водосливов с широким порогом (фиг. 190)

$$Q = \varphi b a_e\sqrt{2gz} = \Phi b a_e\sqrt{z} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1200)$$

4) Скорость V для незатопленного и затопленного водослива с широким порогом в сечении $A' - A'$ (фиг. 188 и 190)

$$V = \Phi\sqrt{z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1201)$$

При наличии бокового сжатия и при учете скорости подхода, т. е. для условий:

$$b_c < b;\ H_0 > H,$$

расчетные формулы таковы:

1) Расход для незатопленных водосливов практических профилей и с широким порогом (напр., по фиг. 185-I и фиг. 188)

$$Q = Mb_c H_0^{3/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1202)$$

2) Расход для затопленных водосливов практических профилей (фиг. 185-II)

$$Q = \sigma_n Mb_c H^{3/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1203)$$

3) Расход для затопленных водосливов с широким порогом (фиг. 190)

$$Q = \varphi b_c a_e\sqrt{2gz_0} = \Phi b_c a_e\sqrt{z_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1204)$$

4) Скорость V для незатопленного и затопленного водослива с широким порогом в сечении $A'-A'$ (фиг. 188 и 190)

$$V=\Phi\sqrt{z_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1205)$$

Приведем еще расчетные формулы для „единичного“, или „удельного“ расхода q. Пренебрегая скоростью подхода, имеем:

1) Удельный расход для незатопленных водосливов практических профилей и с широким порогом (фиг. 185-I, фиг. 188)

$$q=MH^{3/2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1206)$$

2) Удельный расход для затопленных водосливов практических профилей (фиг. 185-II)

$$q=\sigma_n MH^{3/2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1207)$$

3) Удельный расход для затопленных водосливов с широким порогом (фиг. 190)

$$q=\varphi a_e\sqrt{2gz}=\Phi a_e\sqrt{z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1208)$$

При учете скорости подхода вместо этих формул для „удельного“ расхода соответственно получим:

$$1)\ q=MH_0^{3/2}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1209)$$

$$2)\ q=\sigma_n MH_0^{3/2}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1210)$$

$$3)\ q=\varphi a_e\sqrt{2gz_0}=\Phi a_e\sqrt{z_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1211)$$

Скажем теперь несколько слов о расчетном виде нашей обобщенной формулы (994) для расхода через водослив. Написав вновь эту формулу:

$$Q=m_r\sqrt{2g}\,\sigma_f\sigma_H\sigma_n b_c H_0^{3/2},$$

обозначим в ней „второй коэфициент расхода“ через m':

$$m'=m_r\sigma_f\sigma_H\sigma_n, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1212)$$

так что

$$Q=m'\sqrt{2g}\,b_c H_0^{3/2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1213)$$

Вместо (1212) коэфициент расхода m' может быть выражен и в виде:

$$m'=m\sigma_n, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1214)$$

где m — коэфициент расхода для незатопленного водослива, определяемый зависимостью (1029):

$$m=m_r\sigma_f\sigma_H,$$

как уже было указано в конце § 88.

Обозначая „третий коэфициент расхода“ к нашей формуле через M':

$$M'=m'\sqrt{2g}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1215)$$

по (1213) имеем:

$$Q=M'b_c H_0^{3/2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1216)$$

причем эта зависимость и может служить единой расчетной формулой при водосливах всех типов и форм.

Для облегчения подсчетов даем две таблицы, выражающие связь между коэфициентами m и M и коэфициентами φ и Φ для метровых размеров (табл. 132 и табл. 133); таблицы эти вычислены с точностью до 0,005.

ТАБЛИЦА 132.

m	$M = m\sqrt{2g}$	m	$M = m\sqrt{2g}$	m	$M = m\sqrt{2g}$
0,50	2,215	0,43	1,905	0,36	1,595
0,49	2,17	0,425	1,885	0,35	1,55
0,485	2,15	0,42	1,86	0,34	1,51
0,48	2,125	0,41	1,82	0,33	1,46
0,475	2,10	0,40	1,775	0,325	1,44
0,470	2,08	0,39	1,73	0,32	1,42
0,46	2,04	0,38	1,68	0,31	1,37
0,45	2,00	0,375	1,66	0,30	1,33
0,44	1,95	0,37	1,64	0,28	1,24

ТАБЛИЦА 133.

φ	0,80	0,85	0,88	0,90	0,92	0,95	0,97	1,00
$\Phi = \varphi\sqrt{2g}$	3,545	3,765	3,90	3,985	4,075	4,205	4,295	4,43

2°. Формулы для предварительных расчетов. Для предварительных расчетов (при выборе вариантов, при сравнении различных типов плотин и т. д.) можно, при желании сократить работу по подсчету, брать лишь примерные значения коэфициентов расхода m и M, пользуясь притом формулами (1198) — (1200). Такими значениями можно считать для незатопленных водосливов:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Для криволинейных профилей} \ldots\ldots\ldots\ m = \sim 0{,}45; \\ \text{Для неплавных практических профилей (трапецоидальных, полигональных, прямоугольных и проч.)} \ldots\ldots\ldots\ m = \sim 0{,}40; \\ \text{Для широкого порога в среднем} \ldots\ldots\ldots\ m = \sim 0{,}335. \end{array}\right\} \quad (1217)$$

При затопленных водосливах эти значения, конечно, следует умножать на коэфициент затопления σ_n (см. выше, § 93). При средних значениях m по (1217) имеем такую табличку соответственных коэфициентов M для метрических и футовых мер (с небольшим округлением M).

ТАБЛИЦА 134.

m	M	
	Метр	Фут
0,45	2,00	3,6
0,40	1,75	3,2
0,335	1,50	2,7

Что касается значений коэфициента Φ для предварительных расчетов, то, принимая в среднем $\varphi = 0{,}88$, имеем:

$$\Phi = \varphi\sqrt{2g} = 3{,}90 \text{ (для метр.)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1218)$$

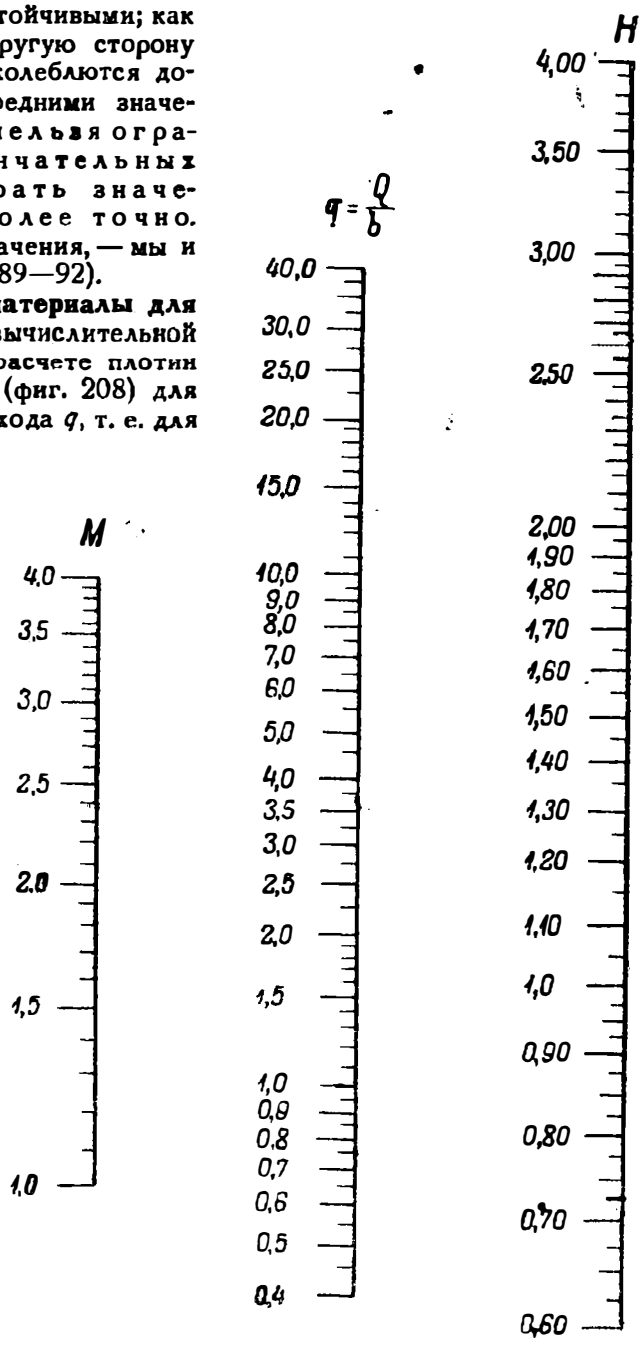
и

$$\Phi = \varphi\sqrt{2g} = \sim 7{,}00 \text{ (для фут.)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1218')$$

Считаем нужным указать, что значения (1217) далеко не являются устойчивыми; как ясно из §§ 89—92, в ту и другую сторону для различных условий они колеблются довольно заметно, а потому средними значениями (1217) никоим образом нельзя ограничиваться; при окончательных подсчетах следует брать значения коэфициентов m более точно. Каковы эти более точные значения, — мы и старались указать выше (§§ 89—92).

3°. Вспомогательные материалы для расчета. Для облегчения вычислительной работы при гидравлическом расчете плотин нами построена номограмма (фиг. 208) для единичного („удельного") расхода q, т. е. для величины

$$q = \frac{Q}{b} = MH^{3/2}; \quad . \quad . \quad (1219)$$



эта номограмма имеет три шкалы: M, q и H и годна для любых мер. При значительных скоростях подхода здесь под H следует понимать „полный" („исправленный") напор; при наличии бокового сжатия — под b понимать „действительную" („эффективную") ширину водослива. Шкала M пригодна, очевидно, и для нашего обобщенного коэфициента M' в формуле (1216).

Кроме указанной номограммы, из вспомогательных материалов, полезных при гидравлическом расчете плотин, приводим здесь следующие: табл. 135, содержащую значения чисел в степени три вторых ($N^{3/2}$), и табл. 136, где указаны значения чисел в степени две трети ($N^{2/3}$), а также табл. 137

ТАБЛИЦА 135.

Значения $N^{3/2}$.

N	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
0	0,000	0,0111	0,0316	0,0580	0,0894	0,1250	0,1643	0,2070	0,2530	0,3018	0,3535	0,4079	0,4647	0,5240	0,5856	0,6495	0,7155	0,7836	0,8538	0,9259
1	1,000	1,076	1,153	1,232	1,315	1,397	1,482	1,568	1,656	1,746	1,837	1,930	2,024	2,120	2,217	2,315	2,414	2,516	2,619	2,723
2	2,828	2,935	3,043	3,152	3,263	3,375	3,485	3,602	3,718	3,834	3,953	4,072	4,192	4,314	4,436	4,560	4,685	4,811	4,939	5,067
3	5,196	5,327	5,458	5,591	5,725	5,859	5,994	6,131	6,269	6,408	6,548	6,689	6,831	6,974	7,117	7,261	7,407	7,554	7,702	7,851
4	8,00	8,150	8,301	8,454	8,607	8,761	8,916	9,072	9,229	9,387	9,546	9,706	9,867	10,03	10,19	10,35	10,51	10,68	10,84	11,01
5	11,18	11,34	11,51	11,68	11,85	12,03	12,20	12,37	12,54	12,72	12,89	13,06	13,24	13,42	13,60	13,78	13,96	14,14	14,32	14,51
6	14,70	14,88	15,06	15,24	15,43	15,62	15,81	16,00	16,19	16,38	16,57	16,76	16,95	17,14	17,34	17,53	17,72	17,92	18,12	18,32
7	18,52	18,71	18,92	19,12	19,31	19,52	19,72	19,92	20,12	20,33	20,54	20,74	20,95	21,16	21,37	21,58	21,79	22,00	22,21	22,42
8	22,63	22,84	23,05	23,26	23,47	23 69	23,91	24,12	24,34	24,56	24,78	25,00	25,22	25,44	25,66	25,89	26,11	26,33	26,56	26,78
9	27,00	27,22	27,45	27,67	27,90	28,13	28,36	28,59	28,82	29,05	29,28	29,51	29,75	29,98	30,22	30,45	30,68	30,92	31,15	31,39
10	31,62	31,85	32,09	32,33	32,57	32,81	33,05	33,29	33,53	33,77	34,02	34,26	34,51	34,75	35,00	35,24	35,49	35,73	35,98	36,23

ТАБЛИЦА 136.

Значения $N^{2/3}$.

N	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
0	0,000	0,136	0,215	0,282	0,342	0,397	0,448	0,497	0,543	0,587	0,630	0,671	0,711	0,750	0,788	0,825	0,862	0,897	0,932	0,966
1	1,000	1,033	1,065	1,097	1,129	1,160	1,191	1,221	1,251	1,281	1,310	1,339	1,368	1,396	1,424	1,452	1,480	1,507	1,534	1,561
2	1,587	1,613	1,639	1,665	1,691	1,717	1,742	1,767	1,792	1,817	1,842	1,867	1,891	1,915	1,939	1,963	1,987	2,010	2,034	2,057
3	2,080	2,103	2,126	2,149	2,172	2,194	2,217	2,239	2,261	2,283	2,305	2,327	2,349	2,371	2,393	2,414	2,435	2,456	2,477	2,498
4	2,519	2,540	2,561	2,582	2,603	2,624	2,645	2,666	2,686	2,706	2,726	2,746	2,766	2,786	2,806	2,826	2,846	2,866	2,886	2,905
5	2,924	2,944	2,964	2,983	3,002	3,021	3,040	3,059	3,078	3,097	3,116	3,135	3,154	3,173	3,192	3,210	3,229	3,248	3,266	3,284
6	3,302	3,321	3,339	3,357	3,375	3,393	3,411	3,429	3,447	3,465	3,483	3,501	3,519	3,537	3,555	3,572	3,590	3,608	3,625	3,642
7	3,659	3,677	3,695	3,712	3,729	3,746	3,764	3,781	3,798	3,815	3,832	3,849	3,866	3,883	3,900	3,916	3,933	3,950	3,967	3,984
8	4,000	4,017	4,034	4,051	4,067	4,083	4,100	4,117	4,133	4,149	4,165	4,182	4,198	4,214	4,230	4,246	4,262	4,278	4,294	4,310
9	4,326	4,343	4,359	4,375	4,491	4,407	4,423	4,439	4,455	4,471	4,486	4,502	4,518	4,534	4,549	4,564	4,580	4,596	4,612	4,627
10	4,642	4,658	4,672	4,689	4,704	4,719	4,735	4,750	4,765	4,780	4,795	4,811	4,825	4,841	4,856	4,871	4,886	4,901	4,916	4,931

ТАБЛИЦА 137.

Величины расходов q на единицу ширины водослива при различных напорах H_0 и коэфициентах расхода m.

Напор H_0 м	$\sqrt{2g} \cdot H_0^{3/2}$	Расход q м²/сек при значении коэфициента m				
		0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
0,050	0,0495	0,015	0,017	0,020	0,022	0,025
0,055	0,0571	0,017	0,020	0,023	0,026	0,029
0,060	0,0651	0,020	0,023	0,026	0,029	0,033
0,065	0,0734	0,022	0,026	0,029	0,033	0,037
0,070	0,0820	0,025	0,029	0,033	0,036	0,041
0,075	0,0910	0,027	0,032	0,036	0,041	0,046
0,080	0,1002	0,030	0,035	0,040	0,045	0,050
0,085	0,1098	0,033	0,038	0,044	0,049	0,055
0,090	0,1196	0,036	0,042	0,048	0,054	0,060
0,095	0,1296	0,039	0,045	0,052	0,058	0,065
0,10	0,140	0,042	0,049	0,056	0,063	0,070
0,11	0,162	0,049	0,057	0,065	0,073	0,081
0,12	0,184	0,055	0,064	0,074	0,083	0,092
0,13	0,208	0,062	0,073	0,083	0,094	0,104
0,14	0,232	0,070	0,081	0,093	0,104	0,116
0,15	0,257	0,077	0,090	0,103	0,116	0,129
0,16	0,283	0,085	0,099	0,113	0,127	0,142
0,17	0,310	0,093	0,109	0,124	0,140	0,155
0,18	0,338	0,101	0,118	0,135	0,152	0,169
0,19	0,367	0,110	0,128	0,147	0,165	0,184
0,20	0,396	0,119	0,139	0,158	0,178	0,198
0,21	0,426	0,128	0,149	0,170	0,192	0,213
0,22	0,457	0,137	0,160	0,183	0,205	0,228
0,23	0,489	0,147	0,171	0,196	0,220	0,244
0,24	0,521	0,156	0,182	0,208	0,234	0,260
0,25	0,554	0,166	0,194	0,222	0,249	0,277
0,26	0,587	0,176	0,205	0,235	0,264	0,293
0,27	0,621	0,186	0,217	0,248	0,279	0,310
0,28	0,656	0,197	0,230	0,262	0,295	0,328
0,29	0,692	0,208	0,242	0,277	0,311	0,346
0,30	0,728	0,218	0,255	0,291	0,328	0,364
0,31	0,765	0,230	0,268	0,306	0,344	0,382
0,32	0,802	0,241	0,281	0,321	0,361	0,401
0,33	0,840	0,252	0,294	0,336	0,378	0,420
0,34	0,878	0,263	0,307	0,351	0,395	0,439
0,35	0,917	0,275	0,321	0,367	0,413	0,458
0,36	0,957	0,287	0,335	0,383	0,431	0,478
0,37	0,997	0,299	0,349	0,399	0,449	0,498
0,38	1,038	0,311	0,363	0,415	0,467	0,519
0,39	1,079	0,324	0,378	0,432	0,486	0,540
0,40	1,13	0,339	0,395	0,452	0,508	0,565
0,42	1,21	0,363	0,423	0,484	0,544	0,605
0,44	1,29	0,387	0,452	0,516	0,580	0,645
0,46	1,38	0,414	0,483	0,552	0,621	0,690
0,48	1,47	0,441	0,514	0,588	0,661	0,735

Продолжение табл. 137.

Напор H_0 *м*	$\sqrt{2g} \cdot H_0^{3/2}$	Расход q *м²сек* при значении коэфициента m				
		0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
0,50	1,57	0,471	0,549	0,628	0,706	0,785
0,52	1,66	0,498	0,581	0,664	0,747	0,830
0,54	1,76	0,528	0,616	0,704	0,792	0,880
0,56	1,86	0,558	0,651	0,744	0,837	0,930
0,58	1,96	0,588	0,686	0,784	0,882	0,980
0,60	2,06	0,618	0,721	0,824	0,927	1,030
0,62	2,16	0,648	0,756	0,864	0,972	1,080
0,64	2,27	0,681	0,794	0,908	1,021	1,135
0,66	2,37	0,711	0,829	0,948	1,066	1,185
0,68	2,48	0,745	0,868	0,992	1,116	1,240
0,70	2,59	0,777	0,906	1,036	1,165	1,295
0,72	2,71	0,813	0,948	1,084	1,219	1,355
0,74	2,82	0,846	0,987	1,128	1,269	1,410
0,76	2,93	0,879	1,025	1,172	1,318	1,465
0,78	3,05	0,915	1,057	1,220	1,372	1,525
0,80	3,17	0,951	1,109	1,268	1,426	1,585
0,85	3,47	1,041	1,214	1,388	1,561	1,735
0,90	3,78	1,134	1,323	1,512	1,701	1,890
0,95	4,10	1,230	1,435	1,640	1,845	2,050
1,00	4,43	1,329	1,550	1,772	1,993	2,215
1,05	4,77	1,431	1,669	1,908	2,146	2,385
1,10	5,11	1,533	1,788	2,044	2,299	2,555
1,15	5,46	1,638	1,911	2,184	2,457	2,730
1,20	5,82	1,746	2,037	2,328	2,619	2,910
1,25	6,19	1,857	2,166	2,476	2,785	3,095
1,30	6,56	1,969	2,296	2,624	2,952	3,280
1,35	6,95	2,085	2,432	2,780	3,127	3,475
1,40	7,34	2,202	2,569	2,936	3,303	3,670
1,45	7,73	2,319	2,705	3,092	3,478	3,865
1,50	8,14	2,442	2,849	3,256	3,663	4,070
1,60	8,96	2,688	3,136	3,584	4,032	4,480
1,70	9,82	2,946	3,437	3,928	4,419	4,910
1,80	10,70	3,210	3,745	4,280	4,815	5,350
1,90	11,60	3,480	4,060	4,640	5,220	5,800
2,00	12,52	3,756	4,382	5,008	5,634	6,260
2,50	17,51	5,253	6,129	7,004	7,880	8,755
3,00	23,01	6,905	8,054	9,207	10,357	11,509
3,50	29,01	8,701	10,151	11,601	13,051	14,501
4,00	35,44	10,631	12,404	14,175	15,947	17,720
4,50	42,28	12,684	14,798	16,912	19,026	21,140
5,00	49,52	14,856	17,332	19,808	22,284	24,760

ТАБЛИЦА 138.

Значения $h_v = \frac{V_0^2}{2g}$ (*м*).

V_0	h_v	V_0	h_v
0,10	0,0005	4,10	0,86
0,20	0,002	4,20	0,90
0,30	0,005	4,30	0,94
0,40	0,008	4,40	0,99
0,50	0,013	4,50	1,03
0,60	0,018	4,60	1,08
0,70	0,025	4,70	1,13
0,80	0,033	4,80	1,17
0,90	0,041	4,90	1,22
1,00	0,051	5,00	1,27
1,10	0,062	5,10	1,33
1,20	0,073	5,20	1,38
1,30	0,086	5,30	1,43
1,40	0,100	5,40	1,49
1,50	0,115	5,50	1,54
1,60	0,130	5,60	1,60
1,70	0,147	5,70	1,66
1,80	0,165	5,80	1,71
1,90	0,184	5,90	1,77
2,00	0,204	6,00	1,84
2,10	0,225	6,10	1,90
2,20	0,247	6,20	1,96
2,30	0,270	6,30	2,02
2,40	0,294	6,40	2,09
2,50	0,319	6,50	2,15
2,60	0,345	6,60	2,22
2,70	0,372	6,70	2,29
2,80	0,400	6,80	2,36
2,90	0,429	6,90	2,43
3,00	0,459	7,00	2,50
3,10	0,490	7,10	2,57
3,20	0,522	7,20	2,64
3,30	0,555	7,30	2,72
3,40	0,589	7,40	2,79
3,50	0,624	7,50	2,87
3,60	0,661	7,60	2,94
3,70	0,698	7,70	3,02
3,80	0,736	7,80	3,10
3,90	0,775	7,90	3,18
4,00	0,816	8,00	3,26

ТАБЛИЦА 139.

Значения $V_0 = \sqrt{2gh_v}$ *м/сек.*

h_v	V_0	h_v	V_0	h_v	V_0
0,0001	0,044	0,045	0,940	1,60	5,60
0,0002	0,063	0,050	0,990	1,70	5,78
0,0003	0,077	0,055	1,039	1,80	5,94
0,0004	0,089	0,060	1,085	1,90	6,11
0,0005	0,099	0,065	1,129	2,00	6,26
0,0006	0,108	0,070	1,172	2,20	6,57
0,0007	0,117	0,075	1,213	2,40	6,86
0,0008	0,125	0,080	1,253	2,60	7,14
0,0009	0,133	0,090	1,329	2,80	7,41
0,0010	0,140	0,100	1,401	3,00	7,67
0,0012	0,153	0,11	1,469	3,20	7,92
0,0015	0,171	0,12	1,534	3,40	8,17
0,0020	0,198	0,13	1,597	3,60	8,40
0,0025	0,221	0,14	1,657	3,80	8,64
0,0030	0,243	0,15	1,715	4,00	8,86
0,0035	0,262	0,16	1,77	4,50	9,39
0,0040	0,280	0,18	1,88	5,00	9,90
0,0045	0,297	0,20	1,98	5,50	10,39
0,0050	0,313	0,22	2,08	6,00	10,85
0,0060	0,343	0,24	2,17	6,50	11,29
0,007	0,370	0,26	2,26	7,00	11,72
0,008	0,396	0,28	2,34	7,50	12,13
0,009	0,420	0,30	2,43	8,00	12,53
0,010	0,443	0,35	2,62	9,00	13,29
0,011	0,464	0,40	2,80	10,00	14,01
0,012	0,485	0,45	2,97	12,0	15,34
0,013	0,505	0,50	3,13	14,0	16,57
0,014	0,524	0,55	3,28	15,0	17,15
0,015	0,542	0,60	3,43	20,0	19,8
0,016	0,560	0,65	3,57	25,0	22,1
0,018	0,594	0,70	3,71	30,0	24,3
0,020	0,626	0,75	3,84	35,0	26,2
0,022	0,657	0,80	3,96	40,0	28,0
0,024	0,686	0,90	4,20	45,0	29,7
0,026	0,714	1,00	4,43	50,0	31,3
0,028	0,741	1,10	4,65	60,0	34,3
0,030	0,767	1,20	4,85	70,0	37,1
0,032	0,792	1,30	5,05	80,0	39,6
0,035	0,829	1,40	5,24	90,0	42,0
0,040	0,886	1,50	5,42	100,0	44,3

для „единичных" (удельных) расходов при различных коэфициентах расхода m:

$$q = m\sqrt{2g}\,H^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1220)$$

в последней таблице даны также и значения

$$q' = \sqrt{2g}\,H^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1221)$$

причем, умножая эту величину на коэфициент расхода m, находим единичный расход

$$q = mq' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1222)$$

Для облегчения нахождения скоростного напора $h_v = \frac{V_0^2}{2g}$ может служить табл. 138 (см. также табл. 139, которая может быть полезна при гидравлическом расчете плотин и содержит численные значения величины $V_0 = \sqrt{2gh_v}$).

§ 102. Простейшие основные задачи при гидравлическом расчете плотин.

При решении основных задач в области гидравлического расчета плотин можно рекомендовать следующий общий порядок:

1) выясняем тип водослива (с тонкой стенкой, практический профиль или широкий порог);

2) определяем, будет ли водослив при данных условиях незатопленным или затопленным;

3) выбираем соответствующую водосливную формулу;

4) находим коэфициент расхода водослива m или коэфициент скорости φ, а затем соответственный коэфициент M или Φ;

5) применяем полученную формулу к расчету.

При этом необходимо напомнить, что иногда, если нельзя непосредственно ответить на некоторые из этих вопросов, приходится решать задачу путем последовательных приближений или же путем подбора (лучше всего — графически).

1°. Основные схемы. Основные схемы удобнее всего пояснить, исходя из формул (1198) — (1201) для упрощенных условий, т. е. для случая без бокового сжатия ($b_c = b$) и пренебрегая скоростью подхода ($H_0 \cong H$) [1]).

I схематическая задача: дана ширина водослива b и напор H; найти расход Q. Задача решается непосредственно по формулам (1198) — (1200); при этом напомним, что для затопленного водослива с широким порогом (фиг. 190)

$$z = H - a_e,$$

где H и a_e известны.

Пример 57. Определить расход Q незатопленного водослива практической формы при следующих данных: $m = 0{,}48$; $b = 30{,}0$ *м*; $H = 3{,}0$ *м*.

По табл. 132, или пользуясь формулой (1196), находим $M = 2{,}125$, после чего по (1198) получим:

$$Q = MBH^{3/2} = 2{,}125 \cdot 30{,}0 \cdot 3{,}0^{3/2} = 331{,}2 \ м^3/сек,$$

причем значение $3{,}0^{3/2} = 5{,}196$ взято из табл. 135. Пользуясь номограммой (фиг. 203) для заданного $H = 3{,}0$ *м* и найденного $M = 2.125$, получим $q = 11{,}1$ $м^3/сек$, так что

$$Q = qb = 11{,}1 \cdot 30{,}0 = 333 \ м^3/сек;$$

расходимость $< 1\%$.

[1]) Во всех дальнейших задачах этого параграфа отметки горизонта нижнего бьефа заданы, что каждый раз особо не оговариваем.

II схематическая задача: дан расход Q и напор H; найти ширину водослива b. Из формул (1198) — (1200) соответственно имеем:

$$b = \frac{Q}{MH^{3/2}}; \quad \ldots \quad (1223)$$

$$b = \frac{Q}{\sigma_n MH^{3/2}}; \quad \ldots \quad (1224)$$

$$b = \frac{Q}{\varphi a_e \sqrt{2gz}} = \frac{Q}{\Phi a_e \sqrt{z}}, \quad \ldots \quad (1225)$$

причем в (1225) z определяется, как в I задаче.

Пример 58. Определить ширину водослива практического профиля, если дано: $H = 2{,}50$ *м*; $m = 0{,}46$; $Q = 80$ *м*^{3}/*сек*; водослив заведомо не затоплен.

По таблице 132 находим $M = 2{,}04$, после чего по формуле (1223) имеем:

$$b = \frac{Q}{MH^{3/2}} = \frac{80{,}0}{2{,}04 \cdot 2{,}5^{3/2}} = 9{,}92 \text{ м},$$

где значение $2{,}5^{3/2} = 3{,}953$ взято из табл. 135. По номограмме (фиг. 208), при $M = 2{,}04$ и $H = 2{,}5$, найдем $q = 8{,}10$ *м*^{3}/*сек*, так что

$$b = \frac{Q}{q} = \frac{80{,}0}{8{,}10} = 9{,}88 \text{ м};$$

расходимость $\sim 0{,}5\%$.

III схематическая задача: дан расход воды $Q = Q'$ [1]) и ширина водослива b; найти напор H. Рассмотрим задачу отдельно для водослива практического профиля и водослива с широким порогом.

а) Водослив практического профиля. Если такой водослив заведомо не затоплен ($h_n < 0$, см. фиг. 185-I), то из (1198) сразу найдем [2])

$$H = \left(\frac{Q}{Mb}\right)^{2/3} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{M^2 b^2}} \quad \ldots \quad (1226)$$

Если же $h_n > 0$ (фиг. 185-II и 185-III), то для выяснения вопроса о незатопленности или затопленности водослива удобнее всего поступать так: обозначая через z_x тот перепад, при котором наш водослив переходит из незатопленного в затопленное состояние, определим z_x по Базену на основании зависимости (см. § 86 и § 93):

$$\frac{z_x}{p} = 0{,}7, \quad \ldots \quad (1227)$$

откуда

$$z_x = 0{,}7\ p, \quad \ldots \quad (1228)$$

где высота стенки водослива p известна. Далее имеем:

$$H_x = h_n + z_x, \quad \ldots \quad (1229)$$

где H_x — напор на водосливе, соответствующий перепаду z_x.

---

[1]) Здесь Q — общее обозначение расхода, Q' — данная его величина.

[2]) Пока напор H неизвестен, в этой формуле приходится применять некоторое „среднее значение" коэфициента M; найдя H, можно уточнить величину M и вновь определить напор по (1226).

Расход при напоре H_x („раздельный расход") будет:

$$Q_x = MbH_x^{3/2}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1230)$$

и, сравнивая этот расход с данным расходом водослива $Q = Q'$, мы можем сказать, что если

$$Q' > Q_x, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1231)$$

то рассматриваемый водослив является незатопленным, если же

$$Q' < Q_x, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1232)$$

то водослив затоплен.

При **незатопленном** водосливе напор определится по указанной выше формуле (1225). Что касается случая **затопленого** водослива, то здесь для решения задачи приходится применять способ подбора: задаваясь различными значениями H:

$$H = H_1, H_2, H_3 \ldots \ldots H_n, \quad \ldots \ldots \quad (1233)$$

определяем, как в задаче I, соответственные величины расходов (беря M для указанных значений H):

$$Q = Q_1, Q_2, Q_3, \ldots \ldots Q_n, \quad \ldots \ldots \quad (1234)$$

после чего (см. фиг. 209 для примера 60) строим график для

$$Q = f(H), \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1235)$$

по которому находим искомую величину $H =$ (положим) H', зная, что $Q = Q'$, причем Q' по условиям задачи известно.

Если в рассматриваемой задаче на водослив практического профиля желаем вместо критерия Базена (1227) воспользоваться критерием **Бахметева** по (1048), то задачу приходится решать также подбором, но без возможности предварительного определения „раздельного расхода" Q_x, а именно: задаемся различными значениями H и находим соответствующие величины Q; после этого строим график для (1235), которым и пользуемся, как уже указано (см., напр., фиг. 209).

6) **Водослив с широким порогом.** Если такой водослив явно **незатоплен**, то напор H определится непосредственно по формуле (1226); если нужно **предварительно установить** незатопленность или затопленность водослива с широким порогом, то в условиях данной задачи следует найти [1]) критическую глубину h_k по (1070):

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}},$$

где $q = \frac{Q}{b}$ (единичный расход), и сравнить величину h_k с известной величиной a_e (фиг. 188 и 190) по неравенствам (1077) и (1087), как указано в §§ 94—95.

При **незатопленном** водосливе с широким порогом напор H находим по (1226), после чего первый и второй перепады z и z' (фиг. 188) легко находим по напору H, пользуясь формулами, приведенными в § 94.

---

[1]) Можно, впрочем, и для водослива с широким порогом применить способ „раздельного расхода" Q_x (см., напр., ниже в § 104, задача C).

При затопленном водосливе с широким порогом на основании (1200) для перепада z имеем:

$$z = \frac{Q^2}{2g(\varphi b a_e)^2} = \left(\frac{Q}{\Phi b a_e}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1236)$$

и для напора (фиг. 190):

$$H = z + a_e \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1235')$$

Скорость V в конце порога водослива находим по (1201); эту скорость можно определить также и из общего выражения $V = \frac{Q}{\omega}$, где ω — площадь живого сечения водотока по $A' - A'$ (фиг. 188 и 190), причем для незатопленного водослива в рассматриваемой задаче (фиг. 188)

$$\omega = ba, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1237)$$

для затопленного водослива (фиг. 190)

$$\omega = ba_e \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1237')$$

Пример 59. Определить напор H для водослива прямоугольного профиля (тип I_a, см. § 89), если дано: $Q = 300$ *м³/сек*; $b = 30$ *м*; водослив не затоплен ($h_n < 0$); толщина водосливной стенки $\delta = 2{,}50$ *м*.

Принимая в первом приближении (при $m = 0{,}40$) коэфициент расхода M равным $M = m\sqrt{2g} = 4{,}43 \cdot 0{,}40 = 1{,}775$ (табл. 132), по формуле (1226) вычислим напор H:

$$H = \left(\frac{Q}{bM}\right)^{2/3} = \left(\frac{300}{30 \cdot 1{,}775}\right)^{2/3} = 3{,}16 \text{ м}.$$

Затем, учитывая коэфициент σ_H (см. § 89), уточним полученное значение H, для чего по формуле (1030) находим:

$$\sigma_H = 0{,}70 + 0{,}185\frac{H}{\delta} = 0{,}70 + 0{,}185\frac{3{,}16}{2{,}50} = 0{,}934,$$

так что

$$M = m_r\sqrt{2g} \cdot \sigma_H = 1{,}74,$$

а потому уточненное значение напора H будет весьма мало отличаться от полученного в первом приближении; в самом деле,

$$H = \left(\frac{300}{30 \cdot 1{,}74}\right)^{2/3} = 3{,}19 \text{ м}.$$

Пример 60. Найти напор H для водослива практического профиля при следующих данных: $Q = 200$ *м³/сек*; $b = 20{,}0$ *м*; $h_n = 1{,}0$ *м*; высота водослива со стороны нижнего бьефа (фиг. 185), $p = 4{,}0$ *м*; оголовок водослива — типа IV_a, 3^0 (см. § 92), $m_r = 0{,}48$; напор, на который запроектирован оголовок водослива, $H_{пр} = 4{,}0$ *м*.

Пользуясь критерием Базена, определим по (1228) значение z_x:

$$z_x = 0{,}7p = 0{,}7 \cdot 4{,}0 = 2{,}8 \text{ м},$$

после чего по (1229) найдем соответствующий напор H_x:

$$H_x = z_x + h_n = 2{,}8 + 1{,}0 = 3{,}8 \text{ м};$$

затем берем по табл. 132 значение $M = 2{,}125$, отвечающее коэфициенту $m \cong m_r = 0{,}48$, и по (1230) определяем „раздельный расход" Q_x:

$$Q_x = M b H_x^{3/2} = 2{,}125 \cdot 20{,}0 \cdot 3{,}8^{3/2} = 315{,}2 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Сравнение Q_x и заданного расхода Q дает неравенство:

$$200 < 315{,}2, \text{ т. е. } Q < Q_x;$$

водослив затоплен. Поэтому для определения искомого H применяем графический способ указанный выше. Зададимся значением $H = H_1 = 1{,}5$ *м*; тогда

$$\frac{H_1}{H_{пр}} = \frac{1{,}5}{4{,}0} = 0{,}375,$$

чему (см. § 92) по формуле (1010) соответствует значение коэфициента σ_H:

$$(\sigma_H)_1 = 0{,}805 + 0{,}31\ \frac{H_1}{H_{пр}} = 0{,}805 + 0{,}31 \cdot 0{,}375 = 0{,}92,$$

и, следовательно,

$$M_1 = m_r \sqrt{2g} \cdot (\sigma_H)_1 = 2{,}125 \cdot 0{,}92 = 1{,}958.$$

Далее, для относительного затопления

$$\frac{h_п}{H_1} = \frac{1{,}0}{1{,}5} = 0{,}667$$

по табл. 118 (см. § 93) находим коэфициент $\sigma_п = (\sigma_п)_1 = 0{,}873$, после чего по формуле (1199) вычислим Q_1, соответствующее напору H_1:

$$Q_1 = M_1 (\sigma_п)_1\ b\ H_1^{3/2} = 1{,}958 \cdot 0{,}873 \cdot 20{,}0 \cdot 1{,}5^{3/2} = 62{,}7\ м^3/сек.$$

Задаемся еще рядом значений $H = H_2, H_3, H_4$ и аналогично сказанному, вычисляем соответствующие величины: σ_H, M, $\sigma_п$ и Q; данные вычислений сводим в таблицу 140.

ТАБЛИЦА 140.

H (*м*)	$\frac{H}{H_{пр}}$	σ_H	M	$\frac{h_п}{H}$	$\sigma_п$	Q *м³/сек*
1,5	0,375	0,921	1.958	0,667	0,873	62,70
2,0	0,500	0,960	2,040	0,500	0,937	108,10
2,5	0,625	0,977	2,076	0,400	0,956	156,80
3,0	0,750	0,985	2,094	0,334	0,967	210,40

Для полученных значений H и Q строим график (фиг. 209) $Q = f(H)$, из которого и получаем (для заданного расхода $Q = 200{,}0\ м^3/сек$) искомый напор $H = 2{,}90$ *м*.

Построенной кривой можно пользоваться, если в данной задаче приходится определять напоры и при некоторых других расходах; так, напр., при расходе $= 100\ м^3/сек$ по фиг. 209 находим, что соответствующий напор $= 1.94$ *м*.

Пример 61. Найти напор H для водослива с широким порогом, если дано: $Q = 240\ м^3/сек$; $b = 40$ *м*; $a_в = 2{,}2$ *м*; коэфициент скорости в этом примере возьмем $\varphi = 0{,}88$, чему соответствует $\Phi = 3{,}90$.

Для выяснения вопроса о затопленности (или незатопленности) водослива, определим удельный расх д $q = \frac{Q}{b} = \frac{240}{40} = 6{,}0\ м^2/сек$, а затем по (1070) — критическую глубину

$$h_к = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}0^2}{9{,}81}} = 1{,}54\ м,$$

сравнение которой с заданной глубиной $a_в$ дает неравенство:

$$1{,}54 < 2{,}20,\ \text{т. е.}\ h_к < a_в,$$

что говорит о затопленности водослива. Поэтому по формуле (1236) находим z:

$$z = \left(\frac{Q}{\Phi\, b\, a_в}\right)^2 = \left(\frac{240}{3{,}90 \cdot 40 \cdot 2{,}20}\right)^2 \cong 0{,}50\ м,$$

а по (1236′) вычислим искомый напор:

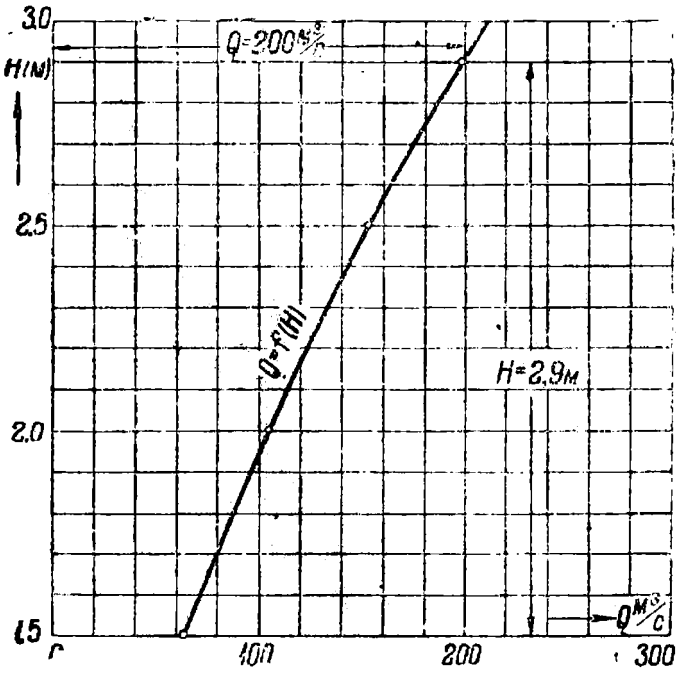
$$H = z + a_1 = 0{,}50 + 2{,}20 = 2{,}70\ м.$$

2°. Основные задачи с учетом скорости подхода и бокового сжатия. При учете скорости подхода и бокового сжатия получаем три основные задачи, решаемые, как и три предыдущие схематические задачи, но лишь с соответственными сравнительно небольшими дополнениями.

I основная задача: дана геометрическая ширина водослива b и напор H; определить расход Q. Прежде всего находим эффективную ширину водослива b_c, как указано в § 88; что касается скорости подхода V_0, то таковая выражается простой зависимостью

$$V_0 = \frac{Q}{\omega_0}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1238)$$

где ω_0 — площадь подпертого живого сечения перед водосливом (величина известная), но до определения расхода Q скорость подхода V_0 не может быть



Фиг 209.

найдена по (1238), а потому сначала, для первого приближения, приходится принять

$$\left.\begin{aligned} H_0 &= H; \\ z_0 &= z, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1239)$$

причем эти величины H_0 (или z_0) и следует подставлять в данные выше формулы (1202) — (1204) для расхода Q. Найдя таким образом предварительное (первое) значение Q, определим скорость подхода V_0 по (1238), а затем более точные величины H_0 и z_0

$$\left.\begin{aligned} H_0 &= H + \frac{V_0^2}{2g}; \\ z_0 &= z + \frac{V_0^2}{2g}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1240)$$

после чего по (1202)—(1204) получим уточненное (второе) значение расхода Q, которое обычно достаточно при решении данной задачи. Если же нужно дальнейшее уточнение, то по второму найденному значению Q вновь определяем по (1240) величины H_0 или z_0 и затем подсчитываем третье значение Q по (1202)—(1204).

II основная задача: дан расход Q и напор H; определить геометрическую ширину водослива b. Так как расход Q известен, то скорость подхода V_0 находим по формуле (1238), указанной в предыдущей задаче, после чего по (1240) будет известна и величина H_0 (или z_0), и из зависимостей (1202)—(1204) соответственно имеем:

$$b_c = \frac{Q}{M H_0^{3/2}}; \quad \ldots \quad (1241)$$

$$b_c = \frac{Q}{\sigma_n M H_0^{3/2}}; \quad \ldots \quad (1242)$$

$$b_c = \frac{Q}{\Phi a_\varepsilon \sqrt{z_0}} \quad \ldots \quad (1243)$$

Зная b_c, легко найти и величину b, пользуясь приведенными в § 88 зависимостями для b_c. Так, напр., при однопролетном водосливе

$$b_c = b - 0{,}2\,H,$$

откуда

$$b = b_c + 0{,}2\,H; \quad \ldots \quad (1244)$$

если для b_c служит формула (1019), то

$$b = b_c + 0{,}1\,\xi\, n H; \quad \ldots \quad (1245)$$

наконец, если водослив по ширине разбит на ряд более мелких частей при помощи промежуточных стоек, то в соответствии с (1026) получим:

$$b = \frac{b_c}{\varepsilon} \quad \ldots \quad (1246)$$

III основная задача: дан расход воды и геометрическая ширина водослива b; определить напор H. Так как напор H неизвестен, то непосредственно ни величины b_c, ни величины $V_0 = \frac{Q}{\omega_0}$ определить нельзя, и потому, в качестве первого приближения, следует сначала положить:

$$b_c = b; \quad V_0 = 0, \quad \ldots \quad (1247)$$

причем получаем III схематическую задачу, которую и решаем, как указано выше, в п. 1° настоящего параграфа, т. е. определяем величину H в первом приближении. Получив эту величину H, находим ω_0 (площадь подпертого живого сечения перед водосливом) и скорость подхода V_0 по (1238), так что скоростной напор

$$h_v = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\,\omega_0^2}; \quad \ldots \quad (1248)$$

затем определяем „эффективную" ширину водослива b_c по § 88.

Теперь можем применить, в соответствии с имеющимся случаем водослива, одну из вышеуказанных расчетных формул (1202)—(1204), из которых имеем следующее:

1) Для **незатопленного** водослива практического профиля [1]) или с широким порогом из (1202) находим:

$$H_0 = \left(\frac{Q}{M b_c}\right)^{2/3} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{M^2 b_c^2}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1249)$$

откуда находим значение напора H во **втором приближении**:

$$H = H_0 - \frac{V_0^2}{2g} = H_0 - h_v, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1250)$$

где h_v было определено по (1248).

2) Для **затопленного** водослива практического профиля по (1203) будет:

$$H_0 = \left(\frac{Q}{\sigma_n M b_c}\right)^{2/3} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{(\sigma_n M b_c)^2}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1251)$$

где σ_n определится из таблицы 118 — 119 по известному значению h_n (фиг. 185-II) и предварительному (в первом приближении) значению H; величину напора H во втором приближении и здесь находим по формуле (1250).

3) Наконец, для **затопленного** водослива с широким порогом

$$z_0 = \frac{Q^2}{2g(\varphi b_c a_c)^2} = \frac{Q^2}{(\Phi b_c a_c)^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1252)$$

откуда

$$z = z_0 - \frac{V_0^2}{2g} = z_0 - h_v, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1253)$$

где h_v определено по (1248); далее (фиг. 190), напор H во втором приближении будет:

$$H = z + a_c.$$

Таким образом, для каждого из трех указанных случаев найден напор H во втором приближении, что обычно достаточно для решения задачи. Если желательно дальнейшее уточнение, то, исходя из величины H во втором приближении, можем получить **третье приближение** для напора совершенно так же, как только что нашли второе его приближение, исходя из первого.

§ 103. Более сложные основные задачи при гидравлическом расчете плотин.

Рассмотренные в § 102 три задачи являются лишь простейшими, но в практике часто встречаются и задачи более сложные, когда плотина заключает в себе водосливы **разных напоров и разных типов**. Решение таких задач также, конечно, основано на приложении изложенных выше формул для водосливов и на правильном выборе коэфициентов в них, причем и здесь полезно иметь в виду общий порядок решения, намеченный в начале предыдущего параграфа.

Из более сложных задач при гидравлическом расчете плотин мы рассмотрим здесь лишь те, которые могут быть **отнесены к числу основ-**

[1]) Для водослива практической формы коэфициент расхода M в ф-лах (1249) и (1251) берем по напору H, полученному в первом приближении.

ных и которые в общем соответствуют указанным выше более простым задачам. Так, в первой из приводимых ниже задач искомой величиной является расход, пропускаемый плотиной; во второй задаче требуется найти ширины водосливов плотины, и, наконец, в третьей определяются напоры водосливов. В связи с этим, по существу „тем", составляющих главное содержание нижеприводимых задач, последние могут быть наименованы так:

Задача А — определение пропускной способности плотины;
Задача В — расчет отверстий плотины;
Задача С — определение отметки подпорного горизонта у плотины.

При практическом проектировании в рассматриваемых здесь задачах, конечно, возможны различные видоизменения, „разветвления", дополнительные условия и проч. Поэтому надо отметить, что изложенное в настоящем и следующем параграфе должно служить главным образом для выяснения основных методов решения подобного рода задач при гидравлическом расчете плотин. При чтении этих двух параграфов надо иметь в виду также все сказанное в двух предыдущих параграфах.

В дальнейшем различные „отметки" будем обозначать знаком ∇ с нижеследующим их подразделением [1]):

Отметка подпорного горизонта у плотины (отметка горизонта верхнего бьефа) . . . . . $\nabla_в$;
Отметка горизонта нижнего бьефа за плотиной . . . . . $\nabla_н$;
Отметка гребня водослива I части плотины (см. фиг. 210—212) ∇_1;
Отметка гребня (порога) водослива II части плотины (см. фиг. 210 — 212) . . . . . ∇_2.

Известные уже из предыдущего обозначения: M, b, b_c, H, H_0, Q и пр., будем, где нужно, снабжать значками 1 и 2, чтобы указать, к какой части плотины относятся соответствующие величины. На приводимых ниже схематических чертежах затворы плотин не показаны, чтобы не затемнять гидравлической сущности рассматриваемых схем.

Задача А: Определение пропускной способности плотины. При данной подпорной отметке $\nabla_в$ найти расход Q, пропускаемый плотиной, которая схематически показана на фиг. 210 и имеет водосливы двух видов: I — глухой водослив (без щитов) и II — водослив со щитами на гребне („щитовой водослив"). Величины отверстий водосливов известны; отметки ∇_1 и ∇_2 (а следовательно — и величины H_1 и H_2) также известны; расход требуется определить при условии, что все щиты открыты. Отметка горизонта воды в нижнем бьефе за плотиной $\nabla_н$ задана [2]).

Не зная скорости подхода, определим сначала в первом приближении расходы Q_1 и Q_2 для I и II части, как было указано в I основной задаче (см. п. 2°, § 102), т. е. принимая $V_0 = 0$. Положим для определенности, что водослив II затоплен; водослив I, как видим, не затоплен; оба водослива практической формы [3]). Тогда в первом приближении имеем:

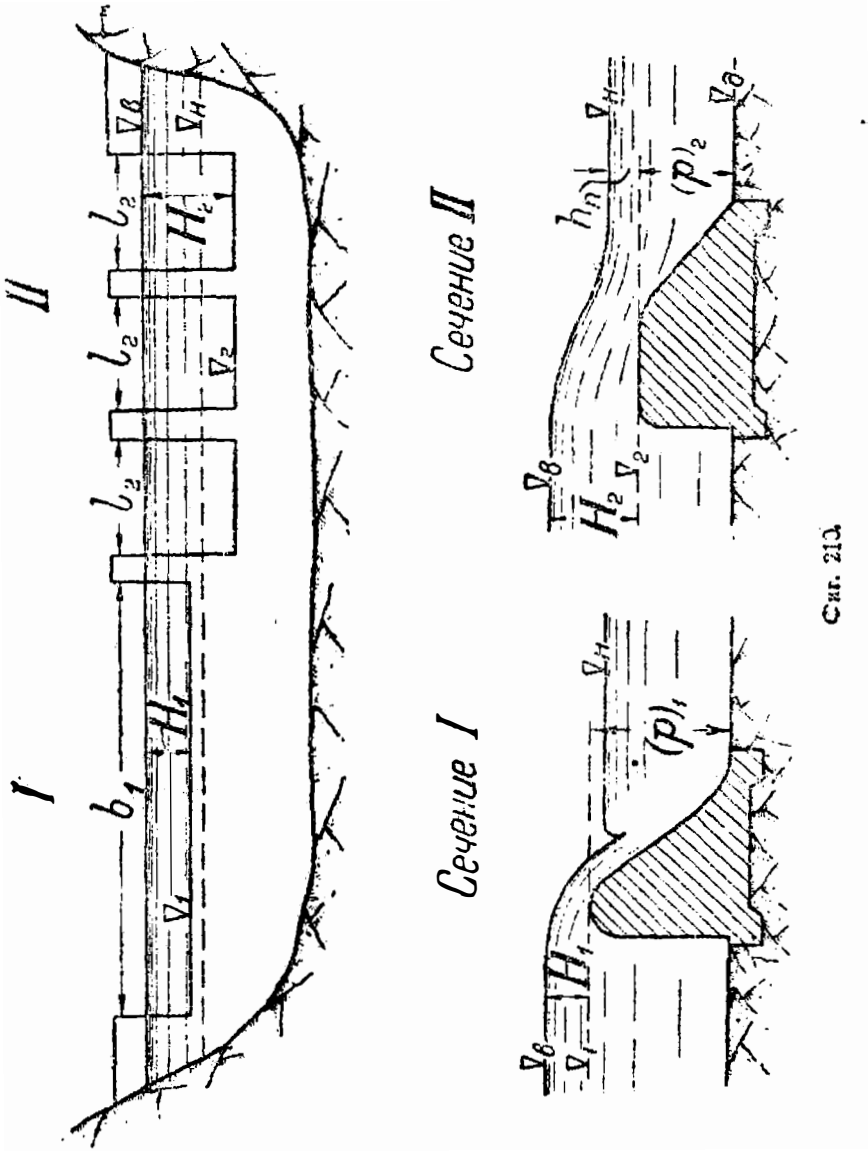
$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= M_1 (b_c)_1 H_1^{3/2} \\ Q_2 &= \sigma_д M_2 (b_c)_2 H_2^{3/2} \end{aligned}\right\}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1254)$$

[1]) В нижеприводимых примерах 62—64 будут введены дополнительные обозначения для некоторых других отметок.

[2]) О случае, когда отметка $\nabla_н$ не задана, сказано ниже, перед примером 62.

[3]) При других видах водосливов в I и II части, ход решения задачи, конечно, не изменится.

где значки при величинах Q, M, b_c и H указывают на соответственные части плотины (I и II); коэфициенты M_1 и M_2 вообще отличны друг от друга; $(b_c)_1$ и $(b_c)_2$ находятся по § 88 (поэтому — по напорам H_1 и H_2).



Зная частичные расходы Q_1 и Q_2 по (1254), определяем общий расход через плотину (или ее искомую пропускную способность):

$$Q = Q_1 + Q_2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1255)$$

что дает **первое приближение.**

Для дальнейшего уточнения находим скорости подхода для I и II частей плотины:

$$\left.\begin{aligned}(V_0)_1 &= \frac{Q_1}{(\omega_0)_1}\\ (V_0)_2 &= \frac{Q_2}{(\omega_0)_2}\end{aligned}\right\}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1256)$$

где Q_1 и Q_2 берем по (1254) и где $(\omega_0)_1$ и $(\omega_0)_2$ суть площади подпертого живого сечения, приходящиеся соответственно на I и II часть плотины. Затем находим Q_1 и Q_2 уже с учетом скоростей подхода и получаем во втором приближении общий расход $Q = Q_1 + Q_2$. Впрочем на практике вместо (1256) скорость подхода чаще определяют по (1233):

$$V_0 = \frac{Q}{\omega_0},$$

т. е. учитывают среднюю скорость подхода V_0 для всего подпорного живого сечения, не делая различия между $(V_0)_1$ и $(V_0)_2$.

Рассмотренный выше случай [1]) задачи А, когда отметка горизонта воды в нижнем бьефе $\nabla_н$ задана, не является только упрощением задачи, но в той или иной форме находит и свои приложения в практическом проектировании. Остановимся теперь на том случае задачи А, когда отметка $\nabla_н$ не задана. Случай этот сводится к предыдущему, как можно видеть из следующих кратких замечаний [2]).

Задаваясь различными значениями отметок $\nabla_н = \nabla'_н, \nabla''_н, \nabla'''_н \ldots$, находим, как указано выше, соответствующие значения пропускаемых плотиной расходов $Q = Q', Q'', Q''', \ldots$ и строим график функции

$$Q = f(\nabla_н); \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1257)$$

затем строим для тех же значений $\nabla_н$ кривую связи

$$Q = F(\nabla_н); \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1257')$$

между отметками $\nabla_н$ и расходами, пропускаемыми при этих отметках отводящим руслом, получая численные значения (1257') по гидрометричным данным или, за неимением таковых, по формуле Шези (см. гл. V, § 52). Точка пересечения кривых (1257) и (1257') легко определит как искомый расход Q, так и соответствующую отметку $\nabla_н$.

Пример 62. Определить пропускную способность (расход Q) для плотины, показанной на фиг. 210, при следующих данных:

Отметка подпорного горизонта у плотины	$\nabla_в$	= 21.2 *м*;
Отметка горизонта воды в нижнем бьефе	$\nabla_н$	= 19.8 *м*;
Отметка гребня глухого водослива (I часть плотины)	∇_1	= 20,0 *м*;
Отметка гребня щитового водослива (II часть плотины)	∇_2	= 18,8 *м*;
Отметка дна нижнего бьефа непосредственно за II частью плотины	$\nabla_д$	= 16,3 *м*;
Площадь подпертого живого сечения перед плотиной	ω_0	= 625 *м*^{2};
Геометрическая ширина глухого водослива	b_1	= 75,0 *м*;
Геометрическая ширина одного щитового отверстия.	l_2	= 20 *м*;
Суммарная геометрическая ширина щитового водослива . . . . . $b_2 = \Sigma l_2 = 3 l_2$		= 60 *м*.

[1]) По существу сюда же относится и тот случай, когда, не зная величины $\nabla_н$, мы все же знаем, что заведомо $\nabla_н < \nabla_2 < \nabla_1$ (см. по фиг. 210).

[2]) Имеется в виду установившееся движение воды за плотиной.

Водослив в I части плотины имеет оголовок типа IV_a, 1°; щитовой водослив II части — типа IV'_b (см. § 92). Напоры, на которые запроектированы оголовки плотины в I и II части, суть соответственно: $(H_1)_{пр} = 3{,}0\ м$ и $(H_2)_{пр} = 4{,}2\ м$ [1]).

Решение. По заданным отметкам вычислим: перепад на плотине z, напоры H_1 и H_2 на водосливах в частях I и II, а также $h_п$ и высоту водослива над дном нижнего бьефа $(p)_2$ для II части плотины:

$$\begin{aligned} z &= \nabla_в - \nabla_н = 21{,}2 - 19{,}8 = 1{,}4\ м; \\ H_1 &= \nabla_в - \nabla_1 = 21{,}2 - 20{,}0 = 1{,}2\ м; \\ H_2 &= \nabla_в - \nabla_2 = 21{,}2 - 18{,}8 = 2{,}4\ м; \\ h_п &= \nabla_н - \nabla_2 = 19{,}8 - 18{,}8 = 1{,}0\ м; \\ (p)_2 &= \nabla_2 - \nabla_д = 18{,}8 - 16{,}3 = 2{,}5\ м. \end{aligned}$$

Далее, в первом приближении определяем по (1254) расходы Q_1 и Q_2, пропускаемые частями плотины I и II.

1. Для глухого незатопленного водослива I части коэфициент расхода m_1 [2]) по (1029) равен

$$m_1 = m_r \sigma_H \sigma_f,$$

где по § 92

$$m_r = 0{,}49;\ \sigma_f = 1{,}0;$$

$$\sigma_H = 0{,}785 + 0{,}25 \frac{H_1}{(H_1)_{пр}} = 0{,}785 + 0{,}25 \frac{1{,}2}{3{,}0} = 0{,}885,$$

так что

$$m_1 = 0{,}49 \cdot 0{,}885 \cdot 1{,}0 = 0{,}434,$$

и соответствующее коэфициенту m_1 значение коэфициента M_1 будет

$$M_1 = m_1 \sqrt{2g} = 1{,}92.$$

Эффективную ширину водослива I части, положим — для полуциркулярного очертания голов опор, находим по формуле 1019) при коэфициенте $\xi = 0{,}7$ и полагая $(H_2)_1 = H_1$:

$$(b_c)_1 = b_1 - 0{,}1\,\xi \cdot 2 H_1 = 75{,}0 - 0{,}1 \cdot 0{,}7 \cdot 2 \cdot 1{,}2 = 74{,}83\ м,$$

после чего имеем расход

$$Q_1 = M_1 (b_c)_1 H_1^{3/2} = 1{,}92 \cdot 74{,}83 \cdot 1{,}2^{3/2} = 189{,}0\ м^3/сек.$$

2. Для щитового водослива II части $h_п > 0$ и

$$\frac{z}{(p)_2} = \frac{1{,}4}{2{,}5} = 0{,}555 < 0{,}7,$$

т. е. по Базену водослив затоплен. По таблице 119 для отношения

$$\frac{h_п}{H_2} = \frac{1{,}0}{2{,}4} = 0{,}417$$

найдем $\sigma_п = 0{,}953$. Коэфициент расхода m_2 [3]) для водослива типа IV'_b по § 92, положим, в данном случае определяется равным 0,44, причем соответствующий коэфициент $M_2 = m_2 \sqrt{2g} = 1{,}95$

Далее, как и для I части, получим эффективную ширину $(b_c)_2$ водослива II части по (1019):

$$(b_c)_2 = b_2 - 0{,}1\,\xi \cdot 6 H_2 = 60{,}0 - 0{,}1 \cdot 0{,}7 \cdot 6 \cdot 2{,}4 = 59{,}0\ м$$

и расход

$$Q_2 = \sigma_п M_2 (b_c)_2 H_2^{3/2} = 0{,}953 \cdot 1{,}95 \cdot 59{,}0 \cdot 2{,}4^{3/2} = 408{,}0\ м^3/сек.$$

---

[1]) Обращаем внимание, что в данном примере требуется определить пропускную способность плотины при отметке $\nabla_в < \nabla_{пр}$, где $\nabla_{пр}$ — отметка подпорного горизонта воды, при котором запроектированы оголовки плотины.

[2]) Значок при m_1 отмечает здесь, что этот коэфициент относится к I части плотины.

[3]) См. предыдущую сноску.

Суммируя расходы Q_1 и Q_2, найдем в первом приближении расход Q через обе части плотины:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 189{,}0 + 408{,}0 = 597{,}0 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Для уточнения решения учтем теперь скорость подхода по (1238):

$$V_0 = \frac{Q}{\omega_0} = \frac{597{,}0}{625{,}0} = 0{,}955 \text{ м/сек},$$

так что полные напоры на водосливах будут:

$$(H_0)_1 = H_1 + \frac{V_0^2}{2g} = 1{,}2 + \frac{0{,}955^2}{19{,}62} = 1{,}25 \text{ м};$$

$$(H_0)_2 = H_2 + \frac{V^2}{2g} = 2{,}4 + \frac{0{,}955^2}{19{,}62} = 2{,}45 \text{ м},$$

в соответствии с чем по (1019) имеем теперь:

$$(b_c)_1 = b_1 - 0{,}1\,\xi \cdot 2\,(H_0)_1 = 75{,}0 - 0{,}1 \cdot 0{,}7 \cdot 2 \cdot 1{,}25 = 74{,}82 \text{ м};$$
$$(b_c)_2 = b_2 - 0{,}1\,\xi \cdot 6\,(H_0)_2 = 60{,}0 - 0{,}1 \cdot 0{,}7 \cdot 6 \cdot 2{,}45 = 58{,}97 \text{ м}.$$

Определяя расходы Q_1 и Q_2:

$$Q_1 = M_1\,(b_c)_1\,(H_0)_1^{3/2} = 1{,}92 \cdot 74{,}82 \cdot 1{,}25^{3/2} = 203{,}0 \text{ м}^3/\text{сек};$$

$$Q_2 = \sigma_n M_2\,(b_c)_2\,(H_0)_2^{3/2} = 0{,}953 \cdot 1{,}95 \cdot 58{,}97 \cdot 2{,}45^{3/2} = 419{,}0 \text{ м}^3/\text{сек},$$

получаем уточненный суммарный расход

$$Q = Q_1 + Q_2 = 203{,}0 + 419{,}0 = 619 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Задача В: Расчет отверстий плотины. Плотина (фиг. 211) имеет отверстия двух видов: I — глухой водослив (без щитов) и II — донный водоспуск; требуется определить величины отверстий в той и другой части плотины, необходимые при совместной работе их для пропуска данного расхода Q, при данной подпорной отметке $\nabla_в$ горизонта воды у плотины и при условии, что эти отверстия должны быть размещены в пределах длины L (см. фиг. 211; L может быть названо длиной рабочей части плотины). Отметка горизонта воды в нижнем бьефе $\nabla_н$ известна; отметки ∇_1 и ∇_2 (а следовательно — и напоры H_1 и H_2) также известны.

При решении этой задачи удобнее всего исходить из величины удельных („единичных") расходов q_1 и q_2 для I и II части плотины, определяя эти расходы по вышеуказанным формулам (1209) — (1211), в соответствии с типом имеющихся водосливов. Полагая для определенности, что в данной задаче в части I имеем незатопленный водослив практической формы, а в части II — затопленный водослив с широким порогом, по (1209) и (1211) напишем (см. фиг. 211):

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= M_1\,(H_0)_1^{3/2}; \\ q_2 &= \varphi_2\, a_2 \sqrt{2g\,(z_0)_2} = \Phi_2\, a_2 \sqrt{(z_0)_2}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (1258)$$

где

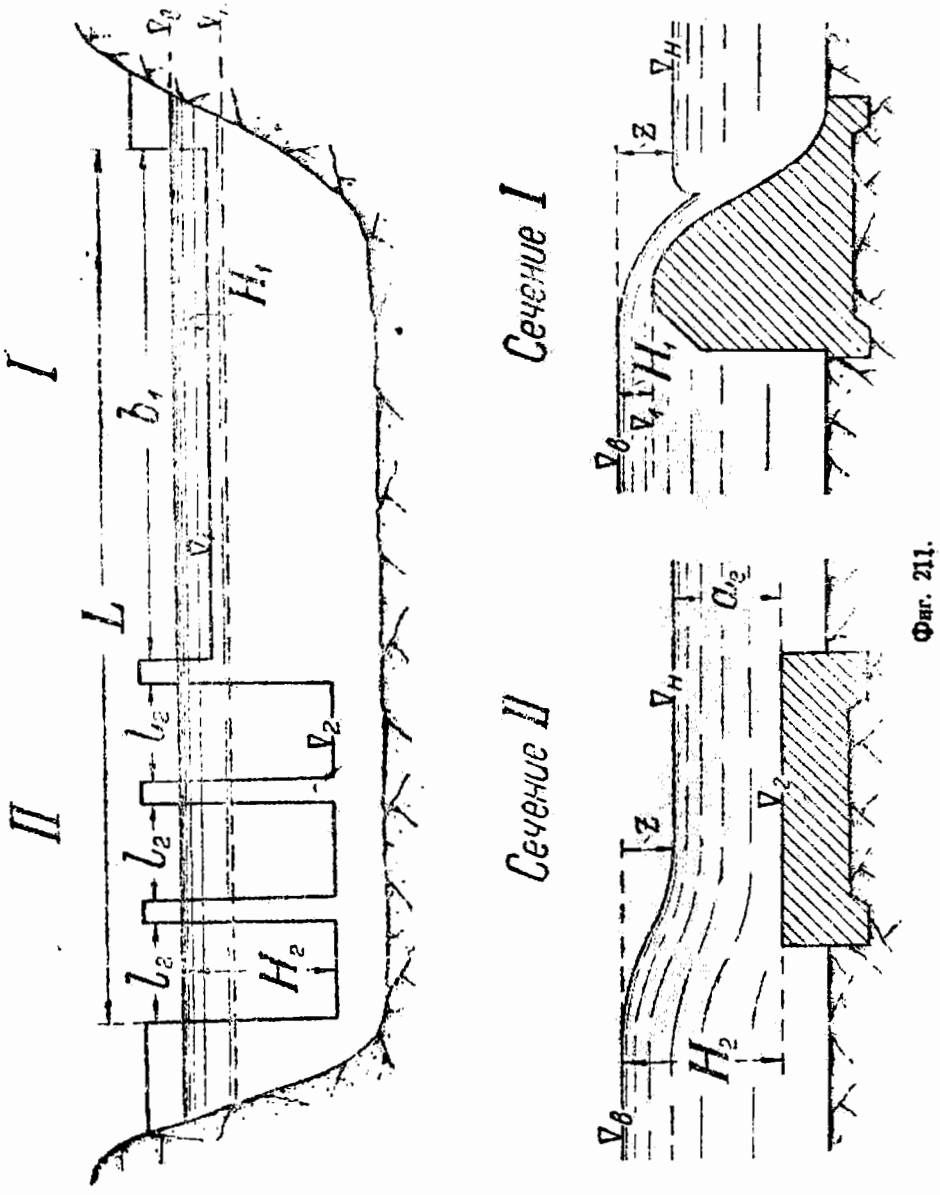
$$\left.\begin{aligned} (H_0)_1 &= H_1 + \frac{V_0^2}{2g}; \\ (z_0)_2 &= z_2 + \frac{V_0^2}{2g} = H_2 - a_2 + \frac{V_0^2}{2g}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (1259)$$

причем значки 1 и 2 указывают на те части плотины, к которым относятся соответствующие величины; скорость подхода V_0 можно определить по формуле (1238), приведенной в пояснениях к I основной задаче (п. 2°, § 102).

Если скоростью подхода можно пренебречь, то в выражениях (1258) следует положить:

$$(H_0)_1 = H_1; \quad (z_0)_2 = z_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1260)$$

В дальнейшем ходе решения задачи будем различать две стадии: предварительный расчет и уточнение решения.



Фиг. 211.

а) При предварительном расчете, не учитывая пока бокового сжатия, напишем прежде всего уравнение расхода:

$$q_1 b_1 + q_2 b_2 = Q, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1261)$$

где b_1 и b_2 суть геометрические ширины водосливов в I и II части плотины, причем $b_2 = \Sigma l_2$; кроме того, имеем геометрическое условие:

$$b_1 + b_2 + D = L, \tag{1262}$$

где D есть сумма толщин всех быков. Так как эта сумма пока еще неизвестна, то в предварительном расчете пренебрежем ею, полагая $D = 0$, причем получим систему двух уравнений:

$$\left.\begin{aligned} q_1 b_1 + q_2 b_2 &= Q; \\ b_1 + b_2 &= L, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \tag{1263}$$

из которой и находим предварительные величины b_1 и b_2.

Нетрудно показать, что эти величины могут быть выражены так:

$$\left.\begin{aligned} b_1 &= \lambda_1 L; \\ b_2 &= \lambda_2 L, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \tag{1264}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{q_2 - q_m}{q_2 - q_1}; \\ \lambda_2 &= \frac{q_m - q_1}{q_2 - q_1}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \tag{1265}$$

если q_m — средний расход на единицу длины рабочей части плотины, т. е.

$$q_m = \frac{Q}{L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \tag{1266}$$

б) Для уточнения решения прежде всего установим число отверстий II части (донные водоспуски), выбирая наиболее рациональный пролет затворов в свету l_2 (фиг. 211); число быков n, очевидно, равно числу отверстий части II. Толщина быков окончательно определяется при детальном проектировании плотины [1]), при гидравлическом же расчете ее обычно принимается толщина быка d примерно от 2 до 4 $м$, в зависимости от типа затворов. Чтобы разместить быки, не увеличивая рабочей длины плотины L, следует сократить длину I части на величину D, причем получим соответствующую потерю пропускной способности плотины

$$Q_6' = q_1 D \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \tag{1268}$$

Кроме того, необходимо теперь учесть и ту потерю пропускной способности плотины, которая вызывается боковым сжатием на водосливах. Эту потерю можем найти следующим образом.

Если b обозначает вообще геометрическую ширину некоторого водослива, b_c — его „эффективную" ширину и b' — потерю полезной ширины вследствие бокового сжатия, то

$$b = b_c + b',$$

откуда

$$b' = b - b_c, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \tag{1269}$$

[1]) На основании соображений, излагаемых в руководствах по проектированию плотин и затворов гидротехнических сооружений.

где b_c определяется по § 88. Имея в виду (1269), для величины потерь полезной ширины в частях плотины I и II можем написать:

$$\left.\begin{aligned} b_1' &= b_1 - (b_c)_1; \\ b_2' &= b_2 - (b_c)_2, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1270)$$

и затем для соответствующих потерь пропускной способности в I и II части плотины имеем:

$$\left.\begin{aligned} Q_1' &= q_1 b_1'; \\ Q_2' &= q_2 b_2'. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1271)$$

Итак, общая потеря пропускной способности плотины Q' будет:

$$Q' = Q_6' + Q_1' + Q_2' = q_1 D + q_1 b_1' + q_2 b_2' \quad \ldots\ldots \quad (1272)$$

Для компенсации этой потери следует уширить отверстие II части (донные водоспуски) на величину l', сокращая настолько же отверстие I части (глухой водослив); для определения l', очевидно, имеем:

$$(q_2 - q_1) l' = Q', \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1273)$$

откуда

$$l' = \frac{Q'}{q_2 - q_1}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1274)$$

что можно представить в ином виде:

$$l' = \lambda' L, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1275)$$

если

$$\lambda' = \frac{q'}{q_2 - q_1}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1276)$$

где q' есть средняя потеря пропускной способности на единицу длины рабочей части плотины:

$$q' = \frac{Q'}{L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1277)$$

Найдя величину l', получим искомые уточненные значения b_1 и b_2:

$$\left.\begin{aligned} b_1 &= (\lambda_1 - \lambda') L - D; \\ b_2 &= (\lambda_2 + \lambda') L, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1278)$$

после чего можем установить и величины расходов, пропускаемых I и II частью плотины:

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= q_1 (b_c)_1; \\ Q_2 &= q_2 (b_c)_2. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1279)$$

Для дальнейшего уточнения расчета, поскольку таковое зависит от способа определения скоростей подхода, можно теперь, получив величины (1279), найти соответствующие значения скоростей подхода для I и II части плотины по формуле (1256) и вновь пересчитать q_1 и q_2 и т. д.; впрочем, в таком уточнении обычно не встречается необходимости.

Пример 63. Рассчитать отверстия плотины, состоящей из глухого водослива I и донных водоспусков II (фиг. 211), при следующих данных:

$$\nabla_в = 20{,}00\ м; \qquad \nabla_н = 18{,}50\ м;$$
$$\nabla_1 = 18{,}80\ м; \qquad \nabla_2 = 14{,}00\ м;$$

Расход, пропускаемый плотиной . . . . . $Q = 960$ *м³/сек*;
Рабочая длина плотины, в пределах которой должны быть размещены отверстия . . . . . $L = 145$ *м*;
Площадь живого сечения реки (для отметки $\nabla_в = 20{,}00$ *м*) при подходе к плотине . . . . . $\omega_0 = 1050$ *м²*.

Водослив в I части плотины — типа IV_a, 3°; донные водоспуски (II часть плотины) представляют водосливы с широким порогом.

Р е ш е н и е. По заданным отметкам находим: перепад на плотине z и напоры H_1 и H_2 в частях ее I и II:

$$z = \nabla_в - \nabla_н = 20{,}0 - 18{,}5 = 1{,}50 \text{ м};$$
$$H_1 = \nabla_в - \nabla_1 = 20{,}0 - 18{,}80 = 1{,}20 \text{ м};$$
$$H_2 = \nabla_в - \nabla_2 = 20{,}0 - 14{,}0 = 6{,}00 \text{ м}.$$

Учитывая по (1238) скорость подхода

$$V_0 = \frac{Q}{\omega_0} = \frac{960}{1050} = 0{,}915 \text{ м/сек},$$

определим полные напоры $(H_0)_1$ и $(H_0)_2$ и перепад z_0:

$$(H_0)_1 = H_1 + \frac{V_0^2}{2g} = 1{,}20 + \frac{0{,}915^2}{19{,}62} = 1{,}24 \text{ м};$$
$$(H_0)_2 = H_2 + \frac{V_0^2}{2g} = 6{,}0 + 0{,}04 = 6{,}04 \text{ м};$$
$$z_0 = z + \frac{V_0^2}{2g} = 1{,}50 + 0{,}04 = 1{,}54 \text{ м}.$$

Из сравнения z и H_1 видно, что глухой водослив незатоплен ($z > H_1$, т. е. $h_n < 0$). Вычисляя превышение уровня нижнего бьефа над порогом донных водоспусков

$$a_в = \nabla_н - \nabla_2 = 18{,}5 - 14{,}0 = 4{,}5 \text{ м},$$

по Б е л а н ж е получим:

$$a_в = 4{,}5 > \frac{2}{3}(H_0)_2 = 4{,}03 \text{ м},$$

что говорит о затопленности водослива во II части плотины [1].

Для водослива I части плотины по (1029) коэфициент расхода $m_1 = m_r \sigma_H \sigma_f$, где по § 92

$$m_r = 0{,}48;\ \sigma_f = 1{,}0;\ \sigma_H = 1\ [2],$$

что дает $m_1 = 0{,}48$ и соответственно

$$M_1 = m_1\sqrt{2g} = 2{,}125.$$

Беря для водослива II части $\varphi = 0{,}85$ (т. е. $\Phi = 3{,}765$ по табл. 133), находим удельные расходы по (1258):

$$q_1 = M_1 (H_0)_1^{3/2} = 2{,}125 \cdot 1{,}24^{3/2} = 2{,}935 \text{ м²/сек};$$
$$q_2 = \Phi_2 a_в \sqrt{z_0} = 3{,}765 \cdot 4{,}5\sqrt{1{,}54} = 21{,}04 \text{ м²/сек}.$$

Затем, вычисляя по (1266) величину

$$q_m = \frac{Q}{L} = \frac{960}{145} = 6{,}62 \text{ м²/сек}$$

и по (1265) величины:

$$\lambda_1 = \frac{q_2 - q_m}{q_2 - q_1} = \frac{21{,}04 - 6{,}62}{21{,}04 - 2{,}935} = 0{,}796,$$
$$\lambda_2 = \frac{q_m - q_1}{q_2 - q_1} = \frac{6{,}62 - 2{,}935}{21{,}04 - 2{,}935} = 0{,}203,$$

---

[1]) Тот же результат, конечно, получим в данной задаче и по способу Буссинеска-Бахметева (§ 94—95).

[2]) Оголовок водослива I части в данном случае проектируется на напор, соответствующий подпорной отметке $\nabla_в$, и коэфициент полноты напора $\sigma_H = 1$, так как $\frac{H_1}{(H_1)_{пр}} = 1$.

по (1264) предварительно определим b_1 и b_2:

$$b_1 = \lambda_1 L = 0{,}796 \cdot 145{,}0 = 115{,}5\ м;$$
$$b_2 = \lambda_2 L = 0{,}203 \cdot 145{,}0 = 29{,}5\ м.$$

Далее, уточняя расчет так, как это пояснено выше (см. задачу В в настоящем параграфе), примем число быков (равное числу отверстий во II части плотины) $n = 3$ и толщину быка $d = 3{,}0\ м$, так что суммарное уменьшение рабочей длины плотины за счет быков будет

$$\Sigma d = D = 3 \cdot 3{,}0 = 9{,}0\ м,$$

и по (1270) вычислим потери полезной ширины b_1' и b_2' на боковое сжатие водосливных струй в соответствии с формулой (101[9]):

$$b_1' = b_1 - (b_c)_1 = 0{,}1\xi \cdot 2\,(H_0)_1 = 0{,}1 \cdot 0{,}7 \cdot 2 \cdot 1{,}24 = 0{,}174\ м,$$
$$b_2' = b_2 - (b_c)_2 = 0{,}1\xi \cdot 6\,(H_0)_2 = 0{,}1 \cdot 0{,}7 \cdot 6 \cdot 6{,}04 = 2{,}54\ м,$$

причем коэфициент ξ принят равным 0,7 (положим, для полуциркульного очертания голов опор).

Затем по (1272) вычислим общую потерю пропускной способности плотины Q':

$$Q' = q_1 (D + b_1') + q_2 b_2' = 2{,}935\,(9{,}0 + 0{,}174) + 21{,}04 \cdot 2{,}54 = 80{,}43\ м^3/сек.$$

Наконец, вычисляя величины (1277) и (1276):

$$q' = \frac{Q'}{L} = \frac{80{,}43}{145{,}0} = 0{,}55\ м^2/сек,$$
$$\lambda' = \frac{q'}{q_2 - q_1} = \frac{0{,}55}{21{,}04 - 2{,}935} = 0{,}0304,$$

по (1278) найдем уточненные значения b_1 и b_2:

$$b_1 = (\lambda_1 - \lambda')\,L - D = (0{,}796 - 0{,}0304)\,145{,}0 - 9{,}0 = 102{,}0\ м;$$
$$b_2 = (\lambda_2 + \lambda')\,L = (0{,}203 + 0{,}0304)\,145{,}0 = 34{,}0\ м.$$

§ 10[4]. Продолжение.

Рассмотрев в предыдущем параграфе решение задачи А на определение пропускной способности плотины и задачи В на расчет отверстий плотины, обратимся теперь к задаче С (определение отметки подпорного горизонта у плотины).

Задача С: Определение подпорного горизонта у плотины. Плотина (фиг. 212) имеет водосливы двух видов: I — водослив со щитами на гребне („щитовой" водослив) и II — донный водоспуск (глубокие отверстия), причем величины всех отверстий известны; равным образом, известны и отметки: $\nabla_н$, ∇_1 и ∇_2. Требуется определить отметку подпорного горизонта $\nabla_в$, при которой плотина пропускает данный расход Q.

Во всем дальнейшем для упрощения внешнего вида формул будем вести отсчет всех отметок от верхней поверхности порога (флютбета) донного водоспуска, составляющего II часть плотины, т. е. положим

$$\nabla_2 = 0, \quad \ldots \quad \ldots \quad (1280)$$

как и указано на фиг. 212. Решение задачи можно разбить на ряд пунктов, которые для ясности и считаем полезным выделить особой нумерацией.

1°. Водослив части I имеет практический профиль и является заведомо незатопленным, как видно из фиг. 212; во II часть плотины входит водослив с широким порогом. Найдем прежде всего, при какой подпорной отметке ∇_x этот последний водослив переходит из затопленного в незатопленное состояние, для чего по Беланже достаточно написать (см. фиг. 212, сечение II):

$$\frac{2}{3} \nabla_x = a_e, \quad \ldots \quad (1281)$$

откуда

$$\nabla_x = \frac{3}{2} a_e, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1282)$$

где $a_e = \nabla_н$ есть величина известная (по условию задачи). По Буссинеску-Бахметеву имеем (§ 94):

$$k\nabla_x = a_e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1283)$$

и

$$\nabla_x = \frac{a_e}{k} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1284)$$

2°. Найдем, далее, тот расход $Q_д$, который проходит [1]) через донный водоспуск при подпорной отметке горизонта у плотины $= \nabla_1$ (см. фиг. 212), т. е. при отметке, совпадающей с отметкой гребня водослива I части (последняя при этом, конечно, не работает). Упомянутый расход $Q_д$ находим, как в I схематической задаче (§ 102, п. 1°), принимая во внимание, что при $\nabla_1 < \nabla_x$ донный водоспуск работает как водослив затопленный, а при $\nabla_1 > \nabla_x$ — как незатопленный; при желании определение $Q_д$ можно уточнить, как указано в I основной задаче (§ 102, п. 2°).

3°. Найдя расход $Q_д$, сравниваем его с заданным по условиям задачи расходом Q и можем сказать, что при

$$Q < Q_д \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1285)$$

весь расход Q пропускается только донным водоспуском, т. е. только II частью плотины, причем получаем уже известную нам III основную задачу (§ 102, п. 2°) на определение напора, которую поэтому нет надобности вновь рассматривать здесь. Если же

$$Q > Q_д, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1286)$$

то для пропуска расхода Q должны работать обе части нашей плотины и, конечно, искомая подпорная отметка

$$\nabla_в > \nabla_1, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1287)$$

как и представлено на фиг. 212.

4°. Для последнего случая, составляющего предмет настоящей задачи, следует теперь установить, будет ли водослив II части затопленным или незатопленным при пропуске расхода Q. Если $\nabla_1 > \nabla_x$, то и подавно

$$\nabla_в > \nabla_x, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1288)$$

т. е. водослив II части работает, как незатопленный. Если же $\nabla_1 < \nabla_x$, то надо найти [2]) расход Q_x („раздельный расход"), соответствующий подпорной отметке ∇_x:

$$Q_x = M_1 b_1 (\nabla_x - \nabla_1)^{3/2} + M_2 b_2 \nabla_x^{3/2}, \quad \ldots \ldots \quad (1289)$$

где b_1 и b_2 суть геометрические ширины водосливов I и II части плотины, причем (см. фиг. 212)

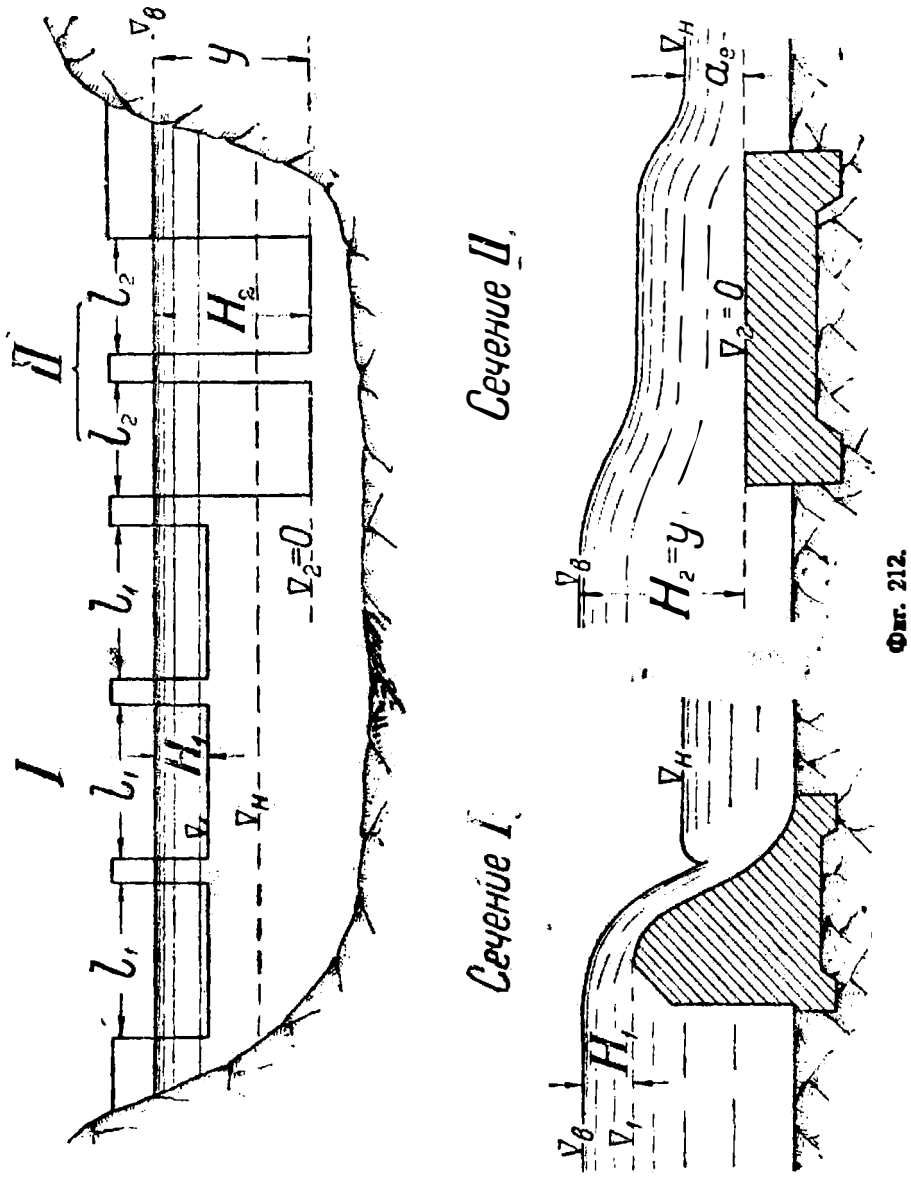
$$b_1 = \Sigma l_1; \; b_2 = \Sigma l_2; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1290)$$

[1]) Отметка гор. нижнего бьефа $= \nabla_н$, как дано в условии задачи.

[2]) Более простой случай определения „раздельного расхода" Q_x см. выше, в III схематической задаче (§ 102).

зависимость (1289) при желании можно и уточнить, как в задаче А предыдущего параграфа, учитывая боковое сжатие и скорость подхода. Найдя Q_x, имеем следующее: водослив II части является незатопленным при расходе Q, если

$$Q > Q_x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1291)$$



Фиг. 212.

незатопленным, если

$$Q < Q_x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1292)$$

5°. Имея в I части плотины незатопленный водослив для расхода Q_1 можем написать:

что же касается II части, то здесь надо иметь в виду две формулы расхода: при незатопленном водосливе будет:

$$Q_2 = M_2 b_2 \nabla_в^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1294)$$

при затопленном же получим:

$$Q_2 = \Phi_2 b_2 a_2 \sqrt{\nabla_в - \nabla_н} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1295)$$

6°. При незатопленном донном водоспуске выражение для общего расхода через плотину Q можем написать в виде:

$$Q = M_1 b_1 (\nabla_в - \nabla_1)^{3/2} + M_2 b_2 \nabla_в^{3/2}, \quad \ldots\ldots \quad (1296)$$

при затопленном же донном водоспуске имеем:

$$Q = M_1 b_1 (\nabla_в - \nabla_1)^{3/2} + \Phi_2 b_2 a_2 \sqrt{\nabla_в - \nabla_н} \quad \ldots\ldots \quad (1297)$$

Для наглядности обозначим искомую величину подпорной отметки через y:

$$\nabla_в = y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1298)$$

и, помня еще, что $\nabla_н = a_в$, перепишем (1296) и (1297) в виде:

$$M_1 b_1 (y - \nabla_1)^{3/2} + M_2 b_2 y^{3/2} = Q. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1299)$$

и

$$M_1 b_1 (y - \nabla_1)^{3/2} + \Phi_2 b_2 a_в \sqrt{y - a_в} = Q \quad \ldots\ldots \quad (1300)$$

В уравнении (1299) или (1300) единственной неизвестной величиной является y. То и другое уравнение удобнее всего решается графически, а именно: задаемся различными значениями y, полагая

$$y = y', y'', y''', \ldots\ldots y^{(n)}, \ldots\ldots\ldots \quad (1301)$$

и определяем по (1299) либо по (1300) соответствующие величины Q:

$$Q = Q', Q'', Q''', \ldots\ldots Q^{(n)}, \ldots\ldots\ldots \quad (1302)$$

после чего строим график для функции

$$y = f(Q), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1303)$$

по которому легко найти искомую величину (ординату) y, зная абсциссу, равную заданному в условии задачи расходу Q. Пример подобного графика имеем ниже на фиг. 213.

При составлении уравнений (1299) и (1300) мы пренебрегаем скоростью подхода и влиянием бокового сжатия, но нетрудно написать и соответствующие уточненные уравнения для определения y. При **незатопленном** донном водоспуске (фиг. 212) вместо (1299) имеем [1]):

$$M_1 (b_c)_1 \left[y - \nabla_1 + \frac{(V_0)_1^2}{2g} \right]^{3/2} + M_2 (b_c)_2 \left[y + \frac{(V_0)_2^2}{2g} \right]^{3/2} = Q, \quad \ldots \quad (1304)$$

вместо же (1300), т. е. при **затопленном** донном водоспуске будет:

$$M_1 (b_c)_1 \left[y - \nabla_1 + \frac{(V_0)_1^2}{2g} \right]^{3/2} + \Phi_2 (b_c)_2 a_в \sqrt{y + \frac{(V_0)_2^2}{2g} - a_в} = Q \quad \ldots \quad (1305)$$

[1]) Коэфициенты M_1 в (1304) — (1305) берем в соответствии с величинами напоров на водосливе I части. При подсчете по (1299) — (1300) можно для M_1 принимать „средние значения".

Эти уравнения, как и выше, решаем графически, т. е. строим график функции $y = F(Q)$, задаваясь различными значениями y и находя по (1304) или (1305) соответственные значения Q. Заметим, что при этом „эффективные" ширины $(b_c)_1$ и $(b_c)_2$ для I и II части плотины находим по § 88 для каждого из значений y, которыми задаемся; скорости подхода $(V_0)_1$ и $(V_0)_2$ вычисляем по формуле (1256), указанной в задаче А предыдущего параграфа, причем в этой формуле Q_1 и Q_2 следует брать из предыдущего расчета, т. е. по формуле (1293) — (1295) для соответствующего значения y. Впрочем, скорость подхода V_0 можно практически считать и по (1238).

Найдя подпорную отметку y, легко получим и напоры H_1 и H_2 на водосливах I и II части:

$$\left.\begin{aligned} H_1 &= y - \nabla_1; \\ H_2 &= y. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1306)$$

Пример 64. Определить отметку подпорного горизонта у плотины (см. фиг. 212), состоящей из щитового водослива I и донных водоспусков II, при следующих данных:

$$\nabla_н = 2{,}80\ м;\ \nabla_1 = 3{,}00;\ \nabla_2 = 0{,}0;$$

Расход, пропускаемый плотиной . . . . . $Q = 1400\ м^3/сек$;
Оголовок I части плотины запроектирован при подпорном горизонте . . . . . $\nabla_{пр} = 8{,}00\ м$;
Геометрическая ширина одного отверстия щитового водослива I части . . . . . $l_1 = 30{,}0\ м$;
Геометрическая ширина одного отверстия донного водоспуска II части . . . . . $l_2 = 10{,}0\ м$;

Площади подпертого живого сечения перед плотиной при различных отметках выражаются следующей табличкой:

Подпорная отметка ($м$)	3,0	4,5	5,0	5,5	6,0	7,0
Площадь живого сечения ($м^2$)	450	694	784	877	975	1 194

В I части плотины имеем водослив практической формы типа IV_a, 4° (по фиг. 184, при $s = 1, \frac{a}{r} = 1$) с тремя отверстиями, так что суммарная геометрическая ширина водослива $b_1 = 3l_1 = 90{,}0\ м$. Во II части плотины—водослив с широким порогом с двумя отверстиями, так что суммарная геометрическая ширина водослива $b_2 = 2l_2 = 20{,}0\ м$. При пропуске вышеуказанного расхода Q все затворы плотины открыты.

Решение. Из условий задачи видно, что водослив I части является незатопленным ($\nabla_1 > \nabla_н$, т. е. $h_n < 0$). Для выяснения характера истечения на водосливе II части, в соответствии с данными выше пояснениями (задача С), определим прежде всего подпорную отметку ∇_x, при которой этот водослив переходит из незатопленного состояния в затопленное, затем — расход $Q_д$ и „раздельный расход" Q_c (см. выше, задача С, п. 1°—4°); при этом пренебрегаем скоростью подхода и боковым сжатием.

Учитывая, что по условиям задачи $a_c = \nabla_н = 2{,}80\ м$, и пользуясь критерием Беланже, по (1282) найдем:

$$\nabla_x = \frac{3}{2} a_c = 1{,}5 \cdot 2{,}8 = 4{,}20\ м,$$

а так как $\nabla_1 = 3{,}0\ м$, то $\nabla_1 < \nabla_x$, и расход $Q_д$ следует определять по формуле для затопленного водослива с широким порогом, т. е. по (1200) при $\varphi = 0{,}85$ ($Ф = 3{,}765$) имеем:

$$Q_д = 3{,}765 \cdot 20{,}0 \cdot 2{,}8 \sqrt{3{,}0 - 2{,}8} \cong 95{,}0\ м^3/сек,$$

откуда видим, что в данной задаче мы получаем критерий (1286):

$$1400 > 95, \text{ т. е. } Q > Q_д,$$

и потому для пропуска расхода Q должны работать обе части плотины.

По (1289) „раздельный расход"

$$Q_x = M_1 b_1 (\nabla_x - \nabla_1)^{3/2} + M_2 b_2 \nabla_x^{3/2} = 2{,}08 \cdot 90{,}0 \cdot (4{,}2 - 3{,}0)^{3/2} + 1{,}42 \cdot 20{,}0 \cdot 4{,}2^{3/2} = 490{,}0 \text{ м}^3/\text{сек},$$

где для I части плотины предварительно берем коэфициент расхода $m_1 \cong m_r = 0{,}47$ (т. е. $M_1 = m_1\sqrt{2g} = 2{,}08$), а для II части (водослив с широким порогом, см. табл. 120 и фиг. 212) $m_2 = 0{,}32$ (т. е. $M_2 = m_2\sqrt{2g} = 1{,}42$).

Сравнивая расходы Q и Q_x, видим, что имеет место критерий (1291):

$$1400 > 490, \text{ т. е. } Q > Q_x,$$

так что заданный расход Q проходит через плотину при незатопленном [1]) водосливе II части. Поэтому задаваясь рядом значений $y = 4{,}5$; 5,0; 5,5 *м* и т. д., по формуле (1299) вычисляем соответствующие величины расходов:

$$Q = M_1 b_1 (y - \nabla_1)^{3/2} + M_2 b_2 y^{3/2}$$

и данные вычислений сводим в табличку:

$y =$	4,50	5,00	5,50	6,00	7,00 *м*
$Q =$	615	847	1 106	1 390	2 022 *м*³/*сек*

Строя график $y = f(Q)$ (см. фиг. 213, пунктирная кривая), найдем из него приближенное значение $y = 6{,}02$ *м* $\cong 6{,}0$ *м*. отвечающее заданному $Q = 1400$ *м*³/*сек*.

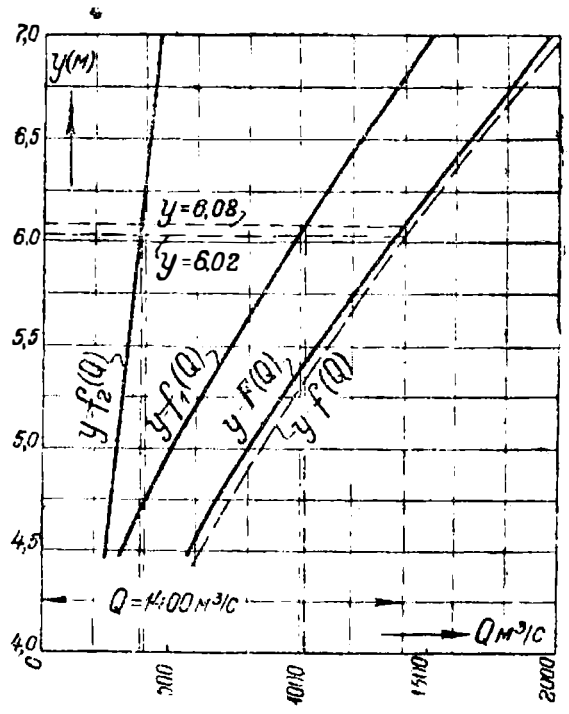
Для уточнения расчета в формуле (1304)

$$Q = M_1 (b_c)_1 \left[y - \nabla_1 + \frac{(V_0)_1^2}{2g}\right]^{3/2} + M_2 (b_c)_2 \left[y + \frac{(V_0)_2^2}{2g}\right]^{3/2}$$

учтем: по (1238) — скорость подхода $V_0 \cong (V_0)_1 \cong (V_0)_2$, по (1040) — коэфициент σ_H (для уточнения M_1) и по формуле (1019) — влияние бокового сжатия (положим, для $\xi = 1$). При определении V_0 расходы берем из только что полученной таблички, а площади ω_0 по таблице, данной в условии задачи; при вычислении σ_H отношение $\frac{H}{H_{пр}}$ определяем из выражения:

$$\frac{H}{H_{пр}} = \frac{y - \nabla_1}{\nabla_{пр} - \nabla_1}.$$

Результаты вычислений сведем в табл. 141 и на фиг. 213 построим уточненную кривую $y = F(Q)$ (сплошная линия), а также отдельные кривые $y = f_1(Q)$ и $y = f_2(Q)$ для расходов, пропускаемых соответственно I и II частью плотины. Из этих кривых находим:



Фиг. 213.

$$y = \nabla_a = 6{,}08 \text{ м}$$

$$Q_1 = 1020 \text{ м}^3/\text{сек}; \quad Q_2 = 380 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

[1]) Тот же результат получим и исходя из (1284).

ТАБЛИЦА 141.

y м	ω_0 м²	V_0 м/сек	$(H_0)_1$ м	$\sigma_н$	M_1	$(b_c)_1$ м	Q_1 м³/сек	$(H_0)_2$ м	$(b_c)_2$ м	Q_2 м³/сек	Q м³/сек
4,5	694	0,88	1,54	0,896	1,865	89,12	317	4,54	18,17	250	567
5,0	784	1,08	2,06	0,929	1,935	88,75	508	5,06	17,97	291	799
5,5	877	1,26	2,58	0,960	2,00	88,45	732	5,58	17,77	332	1 064
6,0	975	1,42	3,10	0,975	2,03	88,15	978	6,10	17,55	375	1 353
7,0	1 194	1,69	4,15	0,982	2,04	87,75	1 513	7,15	17,15	464	1 977

§ 105. К вопросу о построении профилей водосливных плотин.

Очертание профиля водосливной плотины должно возможно больше приближаться к очертанию нижней поверхности сливной струи, с одной стороны — для избежания вакуума под струей, а с другой — для увеличения коэфициента расхода (при отсутствии вакуума). Однако, одних гидравлических соображений в этом вопросе недостаточно: профиль плотины должен удовлетворять еще и условиям прочности и устойчивости (что составляет задачу строительной механики). Поэтому нижеприводимые краткие указания дают не полное решение вопроса об очертании профиля бетонных и каменных водосливных плотин, но лишь как бы „гидравлический профиль“ их.

1°. Способ Кригера (Creager). Американский гидротехник Кригер (Creager) [1]), пользуясь данными опытов Базена по определению формы струи, переливающейся через водослив с тонкой стенкой, дал координаты для построения „гидравлического профиля“ (как мы выразились ниже). Эти координаты мы приводим в табл. 142 и 143, из коих первая относится к плотинам с вертикальной верховой (смоченной) гранью (оголовок по фиг. 184, 1°), вторая — к плотинам с оголовком, скошенным под углом в 45° (фиг. 184, 3°). Расположение координатных осей дано на фиг. 184, а также на фиг. 214. В табл. 142—143 даны также (по Кригеру) координаты внешней и внутренней поверхности свободно падающей с водослива струи, причем кривая внутренней поверхности струи лежит немного левее кривой очертания тела плотины, так как последняя кривая назначена Кригером с некоторым запасом. На фиг. 214 данные таблиц 142 и 143 представлены графически; кривые A и B изображают соответственно внешнюю и внутреннюю поверхность водосливной струи, кривая C — поверхность тела плотины.

Кригером, кроме того, даны кривые для величины радиусов R, плавно сопрягающих водосливную поверхность плотины с дном нижнего бьефа (см. по фиг. 183, IV$_a$). Мы здесь заменяем кривые Кригера таблицей 144 (для метровых размеров); H обозначает напор на водосливе, p — высоту плотины, считая над дном нижнего бьефа.

2°. Приближенный способ. Кроме способа Кригера, известен и ряд других, более или менее однородных между собою приемов, в коих в основном водосливная поверхность плотины очерчивается по параболе, отвечающей траектории падения некоторой материальной точки, для которой начальная скорость горизонтальна. Не касаясь здесь этих способов, укажем, что приближенно, для предварительных проектов, при построении

[1]) „Engineering for masonry Dams“, New York, first ed., 1917, p. 105; second ed., 1929, p. 106.

ТАБЛИЦА 142.
(При оголовке типа IV_a, 1°).

x	y		
	Кривая очертания каменной кладки	Очертания струи	
		Внешняя поверхность	Внутренняя поверхность
0,0	0,126	— 0,831	0,126
0,1	0,036	— 0,803	0,036
0,2	0,007	— 0,772	0,007
0,3	0,000	— 0,740	0,000
0,4	0,007	— 0,702	0,007
0,6	0,060	— 0,620	0,063
0,8	0,142	— 0,511	0,153
1,0	0,257	— 0,380	0,267
1,2	0,397	— 0,219	0,410
1,4	0,565	— 0,030	0,590
1,7	0,870	+ 0,305	0,920
2,0	1,22	0,693	1,31
2,5	1,96	1,50	2,10
3,0	2,82	2,50	3,11
3,5	3,82	3,66	4,26
4,0	4,93	5,00	5,61
4,5	6,22	6,54	7,15

ТАБЛИЦА 143.
(При оголовке типа IV_a, 3°).

x	y		
	Кривая очертания каменной кладки	Очертания струи	
		Внешняя поверхность	Внутренняя поверхность
0,0	0,043	— 0,781	0,043
0,1	0,010	— 0,756	0,010
0,2	0,000	— 0,724	0,000
0,3	0,005	— 0,689	0,005
0,4	0,023	— 0,648	0,023
0,6	0,090	— 0,552	0,090
0,8	0,189	— 0,435	0,193
1,0	0,321	— 0,293	0,333
1,2	0,480	— 0,121	0,500
1,4	0,665	+ 0,075	0,700
1,7	0,992	0,438	1,05
2,0	1,377	0,860	1,47
2,5	2,14	1,71	2,34
3,0	3,06	2,76	3,39
3,5	4,08	4,00	4,61
4,0	5,24	5,42	6,04
4,5	6,58	7,07	7,61

Примечание к табл. 142—143: координаты даны для „полного" напора $H_0 = 1$ (в любых мерах); при других величинах напора следует все числа таблиц умножить на H_0.

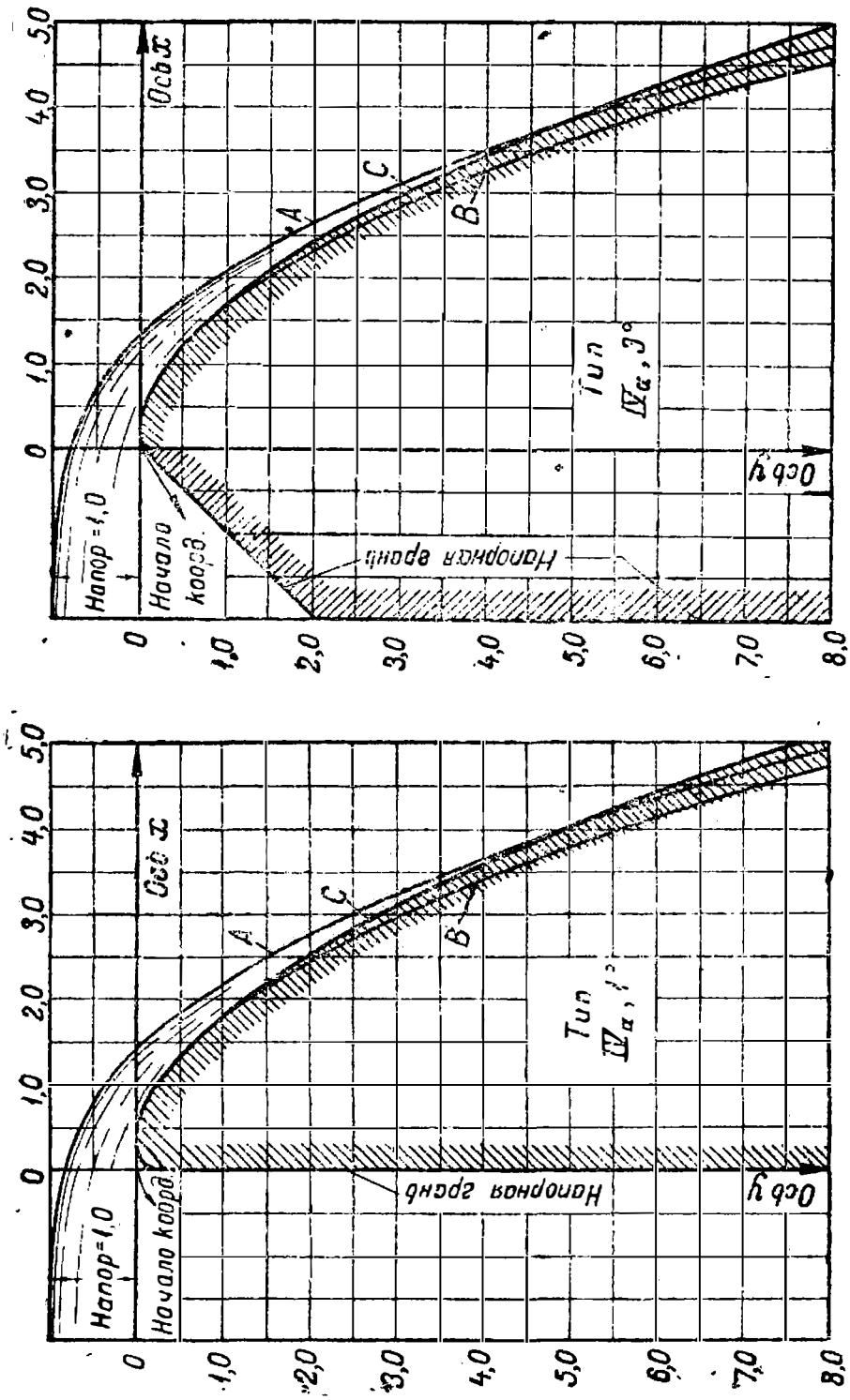
ТАБЛИЦА 144.
Значения сопрягающих радиусов R для плотин по Кригеру (размеры в *м*).

p \ H	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
10	3,0	4,2	5,4	6,5	7,5	8,5	9,6	10,6	11,6
20	4,0	6,0	7,8	8,9	10,0	11,0	12,2	13,3	14,3
30	4,5	7,5	9,7	11,0	12,4	13,5	14,7	15,8	16,8
40	4,7	8,4	11,0	13,0	14,5	15,8	17,0	18,0	19,0
50	4,8	8,8	12,2	14,5	16,5	18,0	19,2	20,3	21,3
60	4,9	8,9	13,0	15,5	18,0	20,0	21,2	22,2	23,2

профилей водосливных плотин можно исходить из профиля трапецоидального, вводя в нем закругления (фиг. 184, 2°).

При этом можно считать:

$$\left.\begin{aligned} R &= (0{,}5 - 1{,}0)\,p; \\ r &= \delta; \\ \rho &= (0{,}25 - 0{,}30)\,\delta, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1307)$$



Фиг. 214. — Водосливные профили по Кригеру.

причем относительно размера δ можно привести следующие приблизительные указания:

для больших напоров . . . . . $\frac{\delta}{H} \leqslant 1{,}0$;

„ средних „ . . . . . $\frac{\delta}{H} \leqslant 1{,}5$;

„ малых „ . . . . . $\frac{\delta}{H} \leqslant 2{,}0$.

Пользуясь приближенным способом, для угла ϑ обычно берут значение $\vartheta \cong 30° - 35°$. В американских профилях (фиг. 183, 4°) со скошенным оголовком

$$\left.\begin{aligned} s = \frac{c}{a} &= 1{,}0 - 4{,}0; \\ \frac{a}{r} &= 1{,}0 - 4{,}0; \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (130\text{в})$$

весьма часто

$$\frac{c}{a} = 1{,}0; \quad \frac{a}{r} = 1{,}0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (130\text{в}')$$

Полученные по приближенному способу профиля водосливных плотин необходимо, конечно, подвергать статическому расчету и, если надо, соответственно этому расчету усиливать.

3°. Дополнительные замечания. — Способ Кригера не является вполне точным, а потому следует иметь в виду, что при лабораторных испытаниях получаемый по этому способу профиль водосливных плотин может иногда дать некоторый вакуум, для окончательного устранения [1]) какового в более ответственных случаях в профиль Кригера вводят поправки, устанавливаемые на основе детальных опытов в лаборатории, как и было сделано, например, при проектировании Днепровской, Свирской и некоторых других плотин.

Заметим еще, что вышеуказанные значения радиусов R (табл. 144) даны лишь для случая плавного сопряжения водосливной поверхности плотины с дном нижнего бьефа; случай неплавного сопряжения (при помощи так называемого низового „носка") здесь не рассматривается, как выходящий за рамки приложений гидравлической теории водосливов.

В заключение укажем, что в недавнее время итальянский профессор Шимеми (Scimemi) на основании своих опытов дал [2]) очертание водосливной поверхности каменных и бетонных плотин с вертикальной напорной гранью, несколько отличающееся от очертаний Кригера. Отличие это, впрочем, практически невелико.

§ 106. Общие указания к определению отверстий малых мостов и безнапорных труб.

Малые мосты и безнапорные трубы устраиваются, главным образом, в качестве отверстий в различного рода насыпях для обеспечения пропуска весенних и ливневых вод. При этом надо иметь в виду не только насыпи железных, шоссейных и грунтовых дорог, но и насыпи каналов; в последнем

[1]) Вопроса о „вакуумных профилях" плотин мы здесь не касаемся.
[2]) „L'Energia Elettrica", Apr., 1930.

случае, как известно, мосты носят название **акведуков**, безнапорные же трубы в насыпях каналов не имеют особого наименования.

Дальнейшее изложение расчетной стороны вопроса даем для наиболее часто встречающегося в практике условия, что в пределах сооружения дно проходящего водного потока горизонтально или имеет слабый уклон, которым можно пренебречь. При этом малые мосты и безнапорные трубы с гидравлической точки зрения представляют **особый случай водослива с широким порогом**, характеризуемый тем, что подпор в этом случае создается лишь устоями и быками (а не возвышением порога водослива над дном водотока), причем формы движения водного потока в пределах указанных мостов и труб — те же, что и вообще на водосливах с широким порогом; в частности, и здесь мы имеем либо один, либо два перепада (см. соответственно на фиг. 217 и 218).

В прежнее время отверстия малых мостов определялись по формуле **Дюбюа** (см., напр., формулу (1055) при $\mu_1 = \mu_2 = 0{,}8 - 0{,}9$), т.е. как для водосливов практических профилей, а отверстия безнапорных труб — по формуле **Бресса** [1]), т. е. как для водосливов с широким порогом. В 1901 г. инж. **Вислоцкий** [2]), указав на неудовлетворительность формулы Дюбюа в применении к расчету отверстий малых мостов, предложил как для таких мостов, так и для безнапорных труб применять теорию водослива с широким порогом, данную **Буссинеском** [3]), и привел ряд расчетных примеров [4]) по этой теории для незатопленных и затопленных водосливов. В 1913 г. проф. **Бахметев** также предложил рассчитывать отверстия малых мостов и безнапорных труб по теории [5]) водослива с широким порогом, причем для затопленных водосливов применил более простой расчетный прием (см. § 95), чем получаемый по теории Буссинеска. Наконец, отметим, что в 1916 г. проф. Г. П. **Передерий** [6]) также пришел к выводу о том, что малые мосты и безнапорные трубы в гидравлическом отношении следует рассчитывать, как водослив с широким порогом; проф. Г. П. Передерий пользуется формулой **Бресса**, данной для водослива с широким порогом на основе постулата Беланже. Нам представлялось бы правильным ввести в названные расчетные способы небольшие изменения, о которых здесь и скажем.

Мы полагаем прежде всего, что при гидравлических расчетах необходимо принимать во внимание **коэфициент бокового сжатия струи** (обозначаемый нам через ε) под мостом или в трубе; практическая значимость этого коэфициента (впрочем, под другим названием, как увидим ниже) признается как в курсах мостов, так и при гидравлических расчетах мостов и труб на железных, шоссейных и грунтовых дорогах. Между тем у Бахметева $\varepsilon = 1$, причем следует отметить, что при расчете отверстия влияние бокового сжатия не может быть учтено принятием хотя бы и пониженного коэфициента скорости φ (по Бахметеву $\varphi = 0,85$). В соответствии с цифрами, указываемыми обычно в курсах мостов и в инструкциях по расчету отвер-

---

[1]) По поводу наименования формулы см. ниже, в конце § 106.

[2]) Инж. **Вислоцкий**, „О неудовлетворительности гидравлических формул, принятых ныне для расчета отверстий малых мостиков, и соображения о замене этих формул другими, ближе выражающими действительность", Журнал Министерства путей сообщения, 1901 г., книга 3 (стр. 122), книга 4 (стр. 59) и книга 5 (стр. 67).

[3]) См. выше, сноски в конце § 94 и в начале § 95.

[4]) См. в V главе названной работы инж. **Вислоцкого** (Журнал М. П. С., 1901 г. книга 5, стр. 112 — 123). Кстати отметим, что в этой работе можно найти и изложение теории Буссинеска для водослива с широким порогом (Журнал М. П. С., 1901, книга 4, стр. 59—96).

[5]) См. выше сноски в конце § 94 и в начале § 95. Применение теории водослива с широким порогом к расчету отверстий малых мостов и безнапорных труб дается проф. Бахметевым на стр. 122 — 130 его „Гидравлики" (часть II), 1913 г (по изд. 1934 г. см. стр. 290 — 298).

[6]) „Мосты малых пролетов", 1916 г. стр. 248. См. его же: „Курс мостов", часть первая (Мосты малых пролетов), изд. пятое, 1931 г., стр. 322.

стий малых мостов и безнапорных труб, приведем для коэфициента сжатия ε следующие значения [1]):

1) для мостов с конусами и труб (независимо от их очертания) с расходящимися откосными крыльями . . $\varepsilon = 0{,}90$;

2) для мостов без конусов и труб (независимо от их очертания) без расходящихся откосных крыльев, а также для труб, срезанных в плоскости откоса насыпи . . . . $\varepsilon = 0{,}80$;

3) для труб с выпущенными из тела насыпи концами, а также для арочных мостов с затопленными пятами . . $\varepsilon = 0{,}75$.

Оговоримся, что значения эти (скорее, несколько преуменьшенные) приводятся нами лишь за отсутствием более обоснованных данных, которые могут быть в дальнейшем получены на основе специальных экспериментальных исследований как в лаборатории, так и в действительных условиях прохождения водного потока через отверстия мостов и труб.

Что касается коэфициента скорости φ, то для него едва ли возможно брать значения в пределах 0,85 — 0,92, так как в мостах и трубах нет возвышения порога над дном водотока, и, пока не имеется достаточно опытного материала, мы рекомендовали бы значение $\varphi = 0{,}95$, как величину, даваемую хотя бы некоторыми опытами при порогах с хорошо очерченным закруглением входа (прямых опытов для условий мостиков и труб не имеется). Отметим, что, как будет пояснено несколько ниже, при применении формулы Беланже-Бресса для расчета отверстий малых мостов и безнапорных труб принимается в неявном виде значение $\varphi = 1$, каковое, конечно, не может иметь места в действительных условиях.

При расчете отверстий малых мостов и безнапорных труб следует различать два случая: 1) незатопленный водослив (чему соответствует кривая свободной поверхности на фиг. 217, при двух перепадах z и z'); 2) затопленный водослив (кривая свободной поверхности на фиг. 218, при одном перепаде z). Глубину в конце незатопленного водослива будем попрежнему обозначать через — a; вместо же обозначения a_c, как было принято §§ 94 — 95, будем писать h_e (это есть глубина в естественных условиях, т. е. в нестесненном русле, или короче — „естественная глубина", иногда называемая также и „бытовой глубиной"). Среднюю скорость в конце водослива будем обозначать через V.

Для суждения о незатопленности или затопленности водослива в малых мостиках и безнапорных трубах имеем следующий критерий:

При условии

$$h_e < a \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1309)$$

водослив является незатопленным.

При условии же

$$h_e > a \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1310)$$

водослив затоплен. Величина a определяется по одной из трех следующих формул (смотря по тому, какие величины нам известны):

$$\left.\begin{aligned} &\text{I.} \quad \ldots \ldots a = \frac{2}{3} H_0; \\ &\text{II.} \quad \ldots \ldots a = \frac{V^2}{g}; \\ &\text{III.} \quad \ldots \ldots a = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b_c^2}} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (1311)$$

[1]) См., напр., „Справочник изыскателя (для дорог с паровой тягой)" ЦИС НКПС. Гострансиздат, 2-е изд., 1932 г., стр. 91.

причем в последней зависимости величина q есть „единичный" (или „удельный") расход

$$q = \frac{Q}{b_c} = \frac{Q}{\varepsilon b}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1312)$$

где b — геометрическая ширина водослива (отверстие моста или трубы в свету или сумма таких отверстий, если имеется несколько пролетов), b_c — эффективная ширина водослива:

$$b_c = \varepsilon b \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1313)$$

По поводу трех зависимостей (1311) укажем здесь следующее. Первая из них отвечает, как видим, постулату Беланже, но и по Буссинеску - Бахметеву, при рекомендуемом нами значении коэфициента скорости $\varphi = 0{,}95$, получаем практически весьма близкий результат, а именно: $a = 0{,}645\, H_0$ (см. § 94, табл. 120), почему и считаем возможным при применении критерия (1309) — (1310) принимать для глубины a значение $\frac{2}{3} H_0$, как более простое и более принятое при практических расчетах.

Далее, вторую зависимость (1311-II) легко получаем, принимая по Буссинеску - Бахметеву, что $a = h_к$, так что

$$a^3 = h_к^3 = \frac{q^2}{g} = \frac{(a\,V)^2}{g}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1314)$$

откуда и имеем для величины a выражение (1311 - II). То же значение $\left(a = \frac{V^2}{g}\right)$ принимается и при выводе формулы Беланже-Бресса для расчета отверстий малых мостов и безнапорных труб, но следует заметить, что применение постулата Беланже приводит к зависимости (1311 - II) лишь при $\varphi = 1$, что, однако, не оговаривается ясно при названном выводе [1]). Если $\varphi \neq 1$, то, как можно видеть из основанной на уравнении Бернулли формулы (1057), для глубины a при постулате Беланже получилось бы выражение $a = \frac{V^2}{g\,\varphi^2}$.

Наконец, третье выражение для величины a (1311 - III) уже известно нам из краткого изложения вопроса о водосливе с широким порогом (§ 94); отметим, что то же выражение можно получить [2]) и при формуле Беланже - Бресса, делая непосредственно в (1311 - II) подстановку:

$$V = \frac{q}{a} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1315)$$

Если не учитывается скорость подхода и боковое сжатие, то вместо (1311) соответственно имеем:

$$\left.\begin{aligned} &\text{I.} \quad \ldots \ldots a = \frac{2}{3} H; \\ &\text{II.} \quad \ldots \ldots a = \frac{V^2}{g}; \\ &\text{III.} \quad \ldots \ldots a = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g\,b^2}} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (1316)$$

[1]) Поэтому выше, говоря о коэфициенте скорости, мы и отметили, что при применении формулы Беланже-Бресса для расчета отверстий мостиков и труб в неявном виде принимается $\varphi = 1$.

[2]) См. предыдущую сноску.

где

$$q = \frac{Q}{b}.$$

Основные формулы, данные выше для водослива с широким порогом (§§ 94—95), сохраняют свое значение, конечно, и для случая малых мостов и безнапорных труб. Однако, в этом случае при решении большинства задач обычно удобнее пользоваться формулами расхода в ином виде, который для незатопленного водослива (фиг. 217) легко получаем из общей зависимости $Q = \omega V$, где

$$\omega = a b_c = \varepsilon a b, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1317)$$

или в виду (1311-II):

$$\omega = \frac{\varepsilon b V^2}{g}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1318)$$

так что

$$Q = \varepsilon a b V = \frac{\varepsilon b V^3}{g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1319)$$

$$b = \frac{Q}{\varepsilon a V} = \frac{g Q}{\varepsilon V^3} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1320)$$

При затопленном водосливе (фиг. 218) в общей зависимости $Q = \omega V$ для ω имеем:

$$\omega = b_c h_e = \varepsilon b h_e, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1321)$$

а потому

$$Q = \varepsilon b h_e V \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1322)$$

и

$$b = \frac{Q}{\varepsilon h_e V} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1323)$$

Что касается скорости V, то в § 101 уже была приведена более удобная расчетная зависимость:

$$V = \Phi \sqrt{z_0}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1324)$$

где

$$\Phi = \varphi \sqrt{2g},$$

причем (1324) пригодно для случая как незатопленного, так и затопленного водослива (фиг. 217 — 218). Для незатопленного водослива (фиг. 217) можно выразить скорость V также и через напор H_0:

$$V = \Phi' \sqrt{H_0}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1325)$$

где

$$\Phi' = \sqrt{\frac{2g\varphi^2}{1 + 2\varphi^2}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1326)$$

Из (1324) и (1325) соответственно имеем расчетные зависимости:

$$z = A V^2 - \frac{V_0^2}{2g}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1327)$$

$$H = A' V^2 - \frac{V_0^2}{2g}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1328)$$

где

$$A = \frac{1}{2g\varphi^2} = \frac{1}{\Phi^2}; \quad \ldots \quad (1329)$$

$$A' = \frac{1+2\varphi^2}{2g\varphi^2} = \frac{1}{(\Phi')^2}, \quad \ldots \quad (1330)$$

причем (1327) — для случая незатопленного и затопленного водослива; формула (1328) — только для случая незатопленного водослива. Для этого последнего можем также написать:

$$H = A''a - \frac{V_0^2}{2g}, \quad \ldots \quad (1331)$$

где

$$A'' = 1 + \frac{1}{2\varphi^2} \quad \ldots \quad (1332)$$

Величины коэфициентов: Φ, Φ', A, A' и A'' при различных значениях φ приводим [1]) в табл. 145, где указаны также соответствующие величины коэфициента расхода M к формуле незатопленного водослива (коэфициенты Φ, Φ', A, A' и M даны для метровых размеров).

ТАБЛИЦА 145.

φ	1,00	0,97	0,95	0,92	0,9	0,88	0,85	0,8
Φ	4,429	4,296	4,207	4,074	3,986	3,897	3,765	3,542
Φ'	2,557	2,529	2,511	2,484	2,465	2,442	2,406	2,345
A	0,0510	0,0542	0,0565	0,0602	0,0629	0,0658	0,0706	0,0797
A'	0,153	0,156	0,159	0,162	0,165	0,168	0,173	0,182
A''	1,500	1,531	1,554	1,591	1,617	1,646	1,692	1,781
M	1,705	1,652	1,616	1,55	1,522	1,484	1,420	1,318

Для наибольших допустимых скоростей V_{max} в табл. 146 указаны соответствующие значения [2]), в зависимости от рода грунта под мостом или от рода укрепления этого грунта в мостах и трубах.

В заключение скажем несколько слов о формуле Беланже — Бресса для расчета отверстий малых мостов и безнапорных труб, отмечая, что обычно она называется „формулой Бресса", но то наименование, которое мы даем этой формуле, представляется более правильным. Согласно этой формуле (в ее наиболее распространенном написании)

$$Q = \frac{\mu b V^3}{g}, \quad \ldots \quad (1333)$$

[1]) Указываемые в табл. 145 численные величины при расчетах, конечно, можно несколько округлять, — напр., с точностью до 0,005 (для коэфициента A — с точностью до 0,0005).

[2]) Табл. 146 приводится нами в основном по „Справ. изыскателя (для дорог с паровой тягой)" ЦИС НКПС, 2-е изд., 1932 г., стр. 93. Указанное в „Справ. изыскат." значение $V_{max} = 0{,}95$ *м/сек* для суглинков и супесков нами в табл. 146 опущено, так как для таких грунтов величина V обычно колеблется примерно в пределах 0,5 — 1,0 *м/сек*; для глины средней плотности в табл. 146 приведено значение $V_{max} = 1{,}0$ *м/сек* (вместо 0,95 *м/сек* по „Справочнику изыскателя"). В скобках поставлены значения скоростей, приводимые нами на основании часто принимаемых величин V_{max} в практике расчета отверстий мостиков и труб; значения эти (строка IV, VIII и X) в „Справочнике изыскателя" не помещены.

ТАБЛИЦА 146.

№	Название грунта или рода укрепления	Предельная средняя скорость V_{max}	Соответств. глубина $a = \frac{V^2_{max}}{g}$
I	Крупный песок	$V_{max} = 0{,}8$ *м/сек*	$a = 0{,}065$ *м*
II	Глина средней плотности	$V_{max} = 1{,}0$ *м/сек*	$a = 0{,}10$ *м*
III	Гравий, мелкая галька	$V_{max} = 1{,}25$ *м/сек*	$a = 0.16$ *м*
IV	Хрящеватый грунт, крупная галька	$V_{max} = 1{,}50$ *м/сек*	$a = 0.23$ *м*
V	Плотная глина, дерновка в стенку	$V_{max} = 1{,}80$ *м/сек*	$a = 0.33$ *м*
VI	Одиночная мостовая	$V_{max} = 2{,}50$ *м/сек*	$a = 0.64$ *м*
VII	Двойная мостовая	$V_{max} = 3{,}50$ *м/сек*	$a = 1.25$ *м*
VIII	Лоток из кирпичной кладки (железняк на цементном растворе) .	$V_{max} = 4{,}50$ *м/сек*	$a = 2{,}06$ *м*
IX	Каменный или бетонный лоток . .	$V_{max} = 5{,}00$ *м/сек*	$a = 2.55$ *м*
X	Деревянный лоток	$V_{max} = 6{,}50$ *м/сек*	$a = 4{,}30$ *м*

откуда

$$b = \frac{gQ}{\mu V^3}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1334)$$

причем для напора H перед мостиком или безнапорной трубой дается выражение:

$$H = \frac{3V^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1335)$$

или, при пренебрежении скоростью подхода V_0:

$$H = \frac{3}{2}\frac{V^2}{g}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1336)$$

Не входя здесь в более подробное рассмотрение вывода этих формул, подчеркнем, что они должны быть относимы лишь к случаю **незатопленного водослива**. Далее, укажем, что в формулах (1333) и (1334) коэфициент μ обычно именуется „коэфициентом расхода" или иногда — „коэфициентом уменьшения расхода", но такое наименование не может быть признано правильным, так как в этих формулах под величиной V понимается не „теоретическая", а **действительная** скорость, и из вышеприведенных зависимостей (1319) — (1320) видно, что в формулах (1333) и (1334) величина μ есть **коэфициент сжатия**, который мы обозначаем через ε. Наконец, напомним, что выражения (1335) и (1336) для напора H, как и вышеуказанное выражение (1331-II) для глубины a, получаются при постулате Беланже, собственно, лишь для $\varphi = 1$. В дальнейшем, при рассмотрении вопроса о расчете отверстий малых мостов и безнапорных труб, мы не будем пользоваться формулой Беланже-Бресса в виде (1333) — (1334).

§ 107. Схематические задачи.

Считаем полезным привести здесь краткие решения отдельных задач при расчете отверстий малых мостов и безнапорных труб, для большей ясности давая эти задачи в основных схемах, без учета скорости подхода и бокового сжатия; затем (в след. параграфе) обратимся к изложению практического хода расчета отверстий названных мостов и труб.

Можно указать пять основных схематических задач по гидравлике малых мостов и безнапорных труб, причем во всех схемах необходимо иметь в виду как случай незатопленного, так и случай затопленного водослива. Обозначения в нижеприводимых задачах понятны из предыдущего (см. также фиг. 217 и 218). Отметим, что глубина потока за мостом или трубой, т. е. глубина в естественных условиях h_e, может считаться известной лишь при условии, что мы знаем величину [1]) расхода Q, подлежащего пропуску через отверстие моста или трубы, когда и соответствующую величину h_e можем найти, применяя [2]) к данному водотоку хотя бы формулу Шези (см. § 52). Если же расход Q в некоторых задачах находится в числе искомых величин (задача на определение пропускной способности моста или трубы), то и „естественная глубина водотока" h_e является неизвестной и подлежит определению при решении задачи.

В пяти нижеприводимых задачах для искомых величин даем иногда несколько равносильных выражений; на самых выводах их не останавливаемся.

I задача: даны Q и V; найти b и H. Определив величину a по (1316-II):

$$a = \frac{V^2}{g},$$

применяем критерий (1309) — (1310), по которому и судим о незатопленности или затопленности данного водослива.

а) При незатопленном водосливе имеем:

$$b = \frac{Q}{aV} = \frac{gQ}{V^3}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1337)$$

верный перепад (фиг. 217)

$$z = \frac{V^2}{2g\varphi^2} = AV^2; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1338)$$

напор

$$H = z + a = A'V^2 = A''a, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1339)$$

где коэфициенты A, A', A'' берем по таблице 145.

б) В случае затопленного водослива будет (фиг. 218):

$$b = \frac{Q}{Vh_e}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1340)$$

перепад z определится по (1338), после чего находим

$$H = z + h_e \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1341)$$

---

[1]) См. „Нормы расчета стока ЦИС НКПС 1931 г.".

[2]) Для определения h_e при расчетах отверстий малых мостов и безнапорных труб, вообще говоря, и приходится прибегать именно к применению формулы Шези, так как в этих случаях непосредственными данными наблюдений над горизонтами и расходами водотока проектировщик обычно не располагает.

II задача: даны Q и H; определить b и V. Глубину a находим по (1316-II):

$$a = \frac{2}{3} H,$$

после чего и можем воспользоваться критерием (1309) — (1310).

а) При **незатопленном** водосливе определяем скорость V по формуле:

$$V = \Phi' \sqrt{H}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1342)$$

для величины отверстия b имеем:

$$b = \frac{gQ}{V^3} = \frac{Q}{MH^{3/2}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1343)$$

где M — коэфициент расхода водослива с широким порогом (см. табл. 145); первый перепад z находим по (1338), как в I задаче.

б) При **затопленном** водосливе сначала вычисляем перепад z (фиг. 218):

$$z = H - h_c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1344)$$

и затем имеем:

$$V = \Phi \sqrt{z}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1345)$$

отверстие b находим по (1340), как в I задаче.

III задача: даны b и Q; найти V и H. Для применения критерия (1309) — (1310) определяем величину a по (1316-III):

$$a = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}},$$

где $q = \frac{Q}{b}$ (величина известная).

а) При **незатопленном** водосливе имеем:

$$V = \sqrt{ga} = \sqrt[3]{gq}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1346)$$

после чего первый перепад z находим по (1338); напор

$$H = A'V^2 = \left(\frac{q}{M}\right)^{2/3}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1347)$$

где M — коэфициент расхода водослива с широким порогом, как уже отмечено во II задаче.

б) Для **затопленного** водослива

$$V = \frac{Q}{bh_c} = \frac{q}{h_c}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1348)$$

затем получим z и H, как в I задаче, т. е. по (1338) и (1341).

IV задача: даны b и V; найти Q и H. Глубину a определяем по (1316-II):

$$a = \frac{V^2}{g},$$

но критерий (1309) — (1310) непосредственно применить не можем, так как глубина h_c здесь неизвестна. В виду этого предварительно находим по фор-

муле [1]) Шези (§ 52) тот расход Q_x („раздельный расход"), который русло водотока в естественных условиях может пропустить при глубине

$$(h_e)_x = a = \frac{V^2}{g}, \quad \ldots \quad (1349)$$

и расход Q', который пропускает наш мост или безнапорная труба, работая, как незатопленный водослив:

$$Q' = ba\,V = \frac{bV^3}{g} \quad \ldots \quad (1350)$$

а) Если

$$Q_x > Q', \quad \ldots \quad (1351)$$

то, очевидно, имеем **незатопленный** водослив, — тогда Q' и есть искомый расход, т. е. $Q = Q'$; перепад z и напор H найдем по (1338) и (1339).

б) Если же

$$Q_x < Q', \quad \ldots \quad (1352)$$

то наш **водослив затоплен**, и для определения величины Q следует построить (обычно — по формуле Шези) кривую связи между глубинами h_e и соответствующими расходами Q_e, пропускаемые руслом водотока в естественном состоянии, т. е. график для функции:

$$h_e = f(Q_e), \quad \ldots \quad (1353)$$

как и представлено схематически на фиг. 215, после чего напишем для моста или трубы:

$$Q = bh_eV = bV \cdot h_e, \quad \ldots \quad (1354)$$

где произведение bV известно, так что (1354) есть уравнение прямой линии OM:

$$h_e = \frac{Q}{bV}, \quad \ldots \quad (1355)$$

которая пересекается с кривой $f(Q_e)$, положим, в точке N. Имея эту точку, на оси абсцисс (фиг. 215) читаем искомый расход

$$Q = Q_{иск}$$

и соответствующую глубину $h_e (= OA)$ на оси ординат. Найдя Q, определяем z и H (фиг. 218), как в I задаче, т. е. по (1338) и (1341).

V задача: даны b и H; найти Q и V. Задача эта близка к предыдущей; определив глубину a по (1316-I):

$$a = \frac{2}{3}H,$$

находим „раздельный расход" Q_x (см. задачу IV) при глубине

$$(h_e)_x = a = \frac{2}{3}H \quad \ldots \quad (1356)$$

и расход Q', который в данной задаче определяем вместо (1350) по формуле:

$$Q' = MbH^{\frac{3}{2}} \quad \ldots \quad (1357)$$

[1]) Ср. предыдущую сноску.

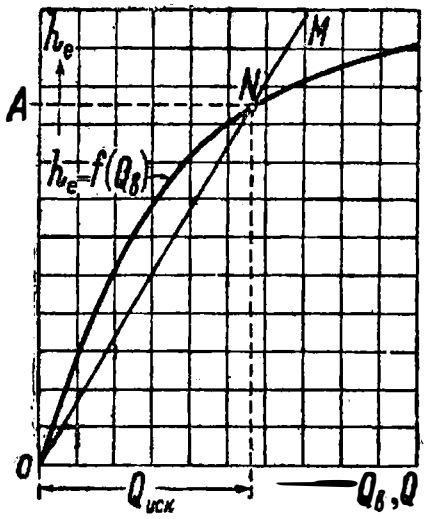
а) Если $Q_x > Q'$, то имеем **незатопленный** водослив; искомый расход $Q = Q'$. Скорость V находим, зная H, по (1342), перепад z — по (1338).

б) При $Q_x < Q'$ получаем **затопленный** водослив. Для определения расхода Q строим график (фиг. 216) для функции (1353): $h_e = f(Q_в)$, как и в задаче IV. Вместо (1354) в данной задаче напишем для моста или трубы:

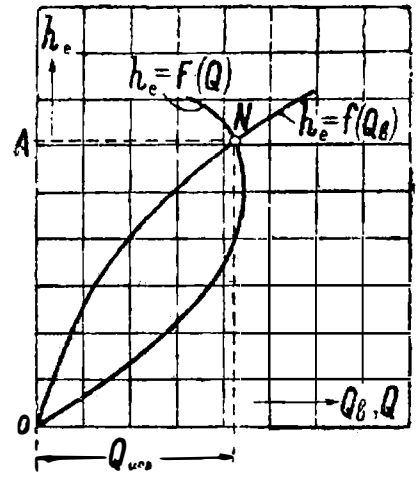
$$Q = \varphi b h_e \sqrt{2g(H - h_e)} = \Phi b h_e \sqrt{H - h_e}, \quad \ldots\ldots \quad (1358)$$

причем по этой зависимости, задаваясь рядом значений h_e и находя соответствующие величины Q, также вычерчиваем кривую:

$$h_e = F(Q) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1359)$$



Фиг. 215.



Фиг. 216.

и затем, имея точку пересечения N двух кривых (см. схему по фиг. 216), находим искомый расход

$$Q = Q_{иск}$$

и соответствующую естественную глубину $h_e (= OA)$. Затем получим перепад z и скорость V по (1344) и (1345), как в задаче II.

§ 108. Расчет отверстий малых мостов и безнапорных труб.

При расчете отверстий малых мостов и безнапорных труб обычно известен расход Q и соответствующая естественная (или „бытовая“) глубина h_e [1]; требуется найти отверстие b (а также глубину перед мостом H). При расчете исходят из наибольшей допустимой скорости $V = V_{max}$ под мостом или в трубе (таблица 146). По этой скорости находим, пользуясь (1311-II), величину a и сравниваем последнюю с естественной глубиной h_e, чем и выясняем, с каким из двух случаев мы имеем дело (т. е. с водосливом незатопленным или затопленным).

[1]) См. первую и вторую сноски в предыдущем параграфе.

I случай: незатопленный водослив. Этот случай с необходимыми обозначениями показан на фиг. 217 (на схеме I — мост малого отверстия, на схеме II — безнапорная труба), причем

$$h_e < a,$$

или:

$$h_e < \frac{V_{max}^2}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1360)$$

1) Исходя из **наибольшей скорости** V_{max} и зная Q, для отверстия b по (1320) имеем:

$$b = \frac{Q}{\varepsilon a V_{max}} = \frac{gQ}{\varepsilon V_{max}^3}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1361)$$

первый перепад по (1327)

$$z = A V_{max}^2 - \frac{V_0^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1362)$$

т. е. для $\varphi = 0{,}95$

$$z = 0{,}057 V_{max}^2 - \frac{V_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1363)$$

или, без учета скорости подхода V_0,

$$z = 0{,}057 V_{max}^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1364)$$

Глубина H перед мостом или трубой

$$H = a + z = A' V_{max}^2 - \frac{V_0^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1365)$$

что для $\varphi = 0{,}95$ дает

$$H = 0{,}159 V_{max}^2 - \frac{V_0^2}{2g}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1366)$$

без учета же скорости подхода

$$H = 0{,}159 V_{max}^2, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1367)$$

причем отметим, что глубину H для незатопленного водослива можно определить и по выражению (1331):

$$H = A'' a - \frac{V_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1368)$$

Следует указать, что до определения напора H скорость подхода V_0 является величиной неизвестной; поэтому сначала находим H в первом приближении (без учета скорости V_0), после чего, зная соответствующее живое сечение ω_0 перед мостом или трубой, определяем скорость V_0:

$$V_0 = \frac{Q}{\omega_0}$$

и вводим эту величину в формулы: (1362), (1363), (1365), (1366), (1368), что обычно достаточно для расчета.

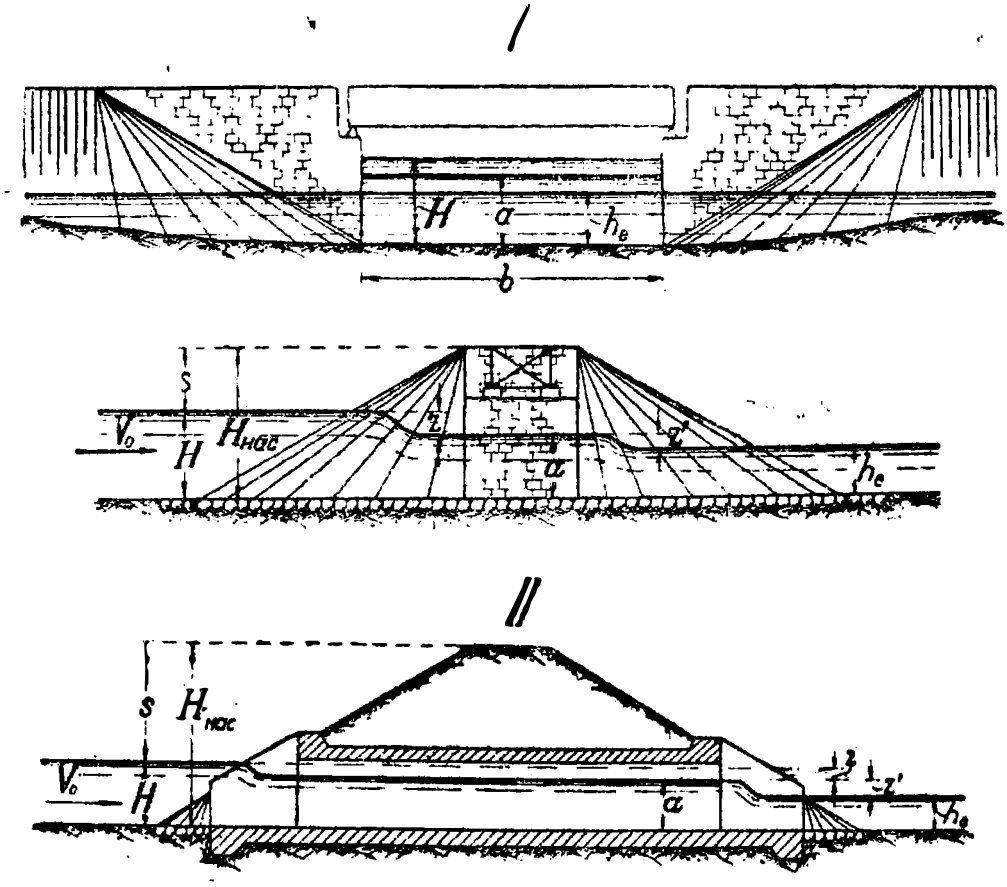
Полный перепад z'' будет:

$$z'' = H - h_e, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1369)$$

второй перепад

$$z' = z'' - z \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1370)$$

2) Найдя отверстие b, необходимо проверить, допустима ли получаемая при этом глубина H перед мостом или трубой (напор H, фиг. 217), т. е. обеспечен ли в высоте насыпи минимальный допустимый запас s_{min} над подпорным горизонтом [1]). Обозначая через s тот запас в высоте насыпи,



Фиг. 217.

который получается над подпорным горизонтом при отверстии b, видим, что должно быть:

$$s \geqslant s_{min}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1371)$$

или

$$H_{нас} - H \geqslant s_{min}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1372)$$

причем высота $H_{нас}$ схематически показана на фиг. 217.

Если условие (1372) удовлетворено, то глубина H допустима; если же неравенство (1372) при отверстии b не выполняется, то при данной [2]) высоте

---

[1]) О нормах, связанных с величиной s_{min} для жел.-дорожных мостов и труб, см. в „Справочнике изыскателя" ЦИС НКПС, 2-е изд., 1932 г., стр. 83 и след.

[2]) Если высоту насыпи можно изменить, то, оставляя прежнее отверстие b для новой высоты насыпи $H'_{нас}$, имеем, очевидно:

$$H'_{нас} = H + s_{min}.$$

насыпи $H_{нас}$ определяем допустимый напор $H_н$:

$$H_н = H_{нас} - s_{min} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1373)$$

и по этому напору и известному расходу Q пересчитываем [1]) отверстие моста или трубы, которое обозначим теперь через $b_н$, где значок „$н$" указывает, что отверстие определяется по напору; тот же значок будем ставить и при обозначении других величин, связанных с напором $H_н$, каковы: $a_н$, $V_н$, $z_н$.

Так как в рассматриваемом случае

$$H_н < H, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1374)$$

то при этом наш водослив из незатопленного может перейти в затопленный, и для суждения об этом находим соответствующую глубину $a_н$:

$$a_н = \frac{2}{3}(H_0)_н, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1375)$$

где

$$(H_0)_н = H_н + \frac{(V_0)_н^2}{2g}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1376)$$

причем скорость подхода может быть определена, так как расход Q и площадь подпертого живого сечения перед сооружением известны (по напору $H_н$). Положим, что мы получили

$$a_н > h_c, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1377)$$

т. е. водослив остается незатопленным [2]).

Находим скорость $V_н$ по (1325):

$$V_н = \Phi' \sqrt{(H_0)_н} = \Phi' \sqrt{H_н + \frac{(V_0)_н^2}{2g}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1378)$$

или при $\varphi = 0{,}95$:

$$V_н = 2{,}51 \sqrt{H_н + \frac{(V_0)_н^2}{2g}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1379)$$

после чего для нового значения отверстия $b_н$ имеем по (1320):

$$b_н = \frac{gQ}{\varepsilon V_н^3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1380)$$

Первый перепад $(z_н)$ найдем на основании (1327):

$$z_н = AV_н^2 - \frac{(V_0)_н^2}{2g}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1381)$$

где $A = 0{,}057$ при $\varphi = 0{,}95$. Полный перепад $z_н''$ и второй перепад $z_н$ получим аналогично с (1369) — (1370). При пренебрежении скоростью подхода $(V_0)_н$ предыдущие формулы несколько упростятся, что ясно без дальнейших указаний.

3) При практических расчетах отверстие b или $b_н$ нередко округляется до ближайшего типового отверстия, которое обозначим

[1]) Расчет можно и начать с определения отверстия по допустимому напору $H_н$.

[2]) Пересчет отверстия по допустимому напору $H_н$ при затопленном водосливе рассматривается в настоящем параграфе ниже, — см. II случай, пункт (2).

через b_t. Указанное округление приходится делать в сторону **увеличения** отверстия, если не желаем превысить скорость V_{max} или преуменьшить величину s_{min}. Для округленного отверстия b_t, при известном расходе Q, и необходимо теперь найти получаемую при этом скорость V_t и напор H_t.

Так как очевидно, в данном случае имеем, что

$$b_t > b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1382)$$

или

$$b_t > b_н, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1383)$$

то необходимо выяснить, переходит ли водослив при округлении отверстия из незатопленного в затопленное состояние, что можем сделать, определяя соответствующую глубину

$$a_t = \sqrt[3]{\frac{q_t^2}{g}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1384)$$

где

$$q_t = \frac{Q}{\varepsilon b_t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1385)$$

Положим, что

$$a_t > h_e,$$

так что мы вновь имеем незатопленный водослив [1]). Скорость V_t находим на основании (1311 - II):

$$V_t = \sqrt{g a_t} = \sqrt[3]{g q_t}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1386)$$

после чего напишем:

$$z_t = A V_t^2 - \frac{V_0^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1387)$$

$$H_t = A' V_t^2 - \frac{V_0^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1388)$$

по каковым формулам и находим z_t и H_t — аналогично с тем, как по выражениям (1362) и (1365) определялись величины z и H. Затем аналогично с (1369) и (1370) найдем полный перепад $z_t^{(0)}$ и второй перепад z_t'.

II случай: затопленный водослив. Этот случай показан на фиг. 218, где даны и обозначения (схема I — для моста малого отверстия, схема II — для безнапорной трубы). При этом

$$h_e > a,$$

или

$$h_e > \frac{V_{max}^2}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1389)$$

1) Исходя из **наибольшей скорости** V_{max} и зная Q, по (1323) для величины отверстия b получим:

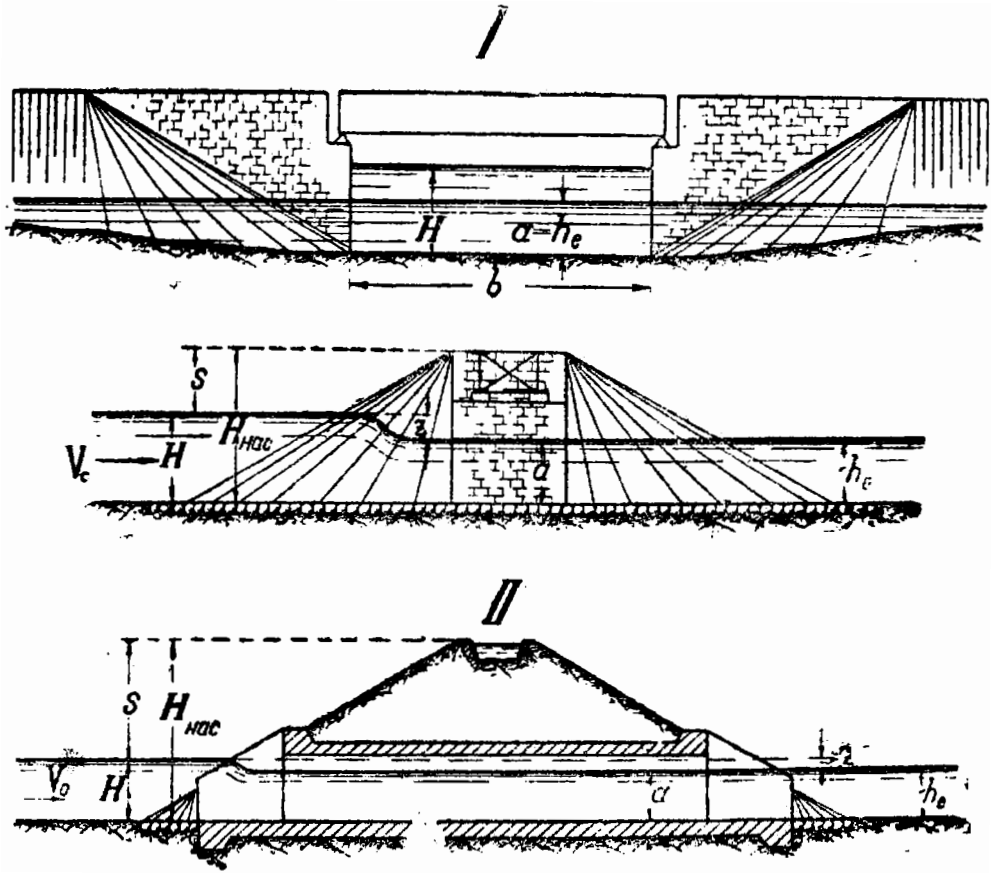
$$b = \frac{Q}{\varepsilon h_e V_{max}}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1390)$$

[1]) Затопленный водослив при округлении отверстия рассматривается в настоящем параграфе ниже,—см. II случай, пункт (3).

перепад z (второго перепада нет) найдется по зависимости (1362) — (1364), как для I случая, после чего для глубины H перед мостом или трубой имеем:

$$H = h_c + z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1391)$$

2) Далее, что касается пересчета отверстия по допустимому напору H, то проверка необходимости такого пересчета делается, как и для I случая, т. е. по (1372). Если это неравенство при отверстии b не



Фиг. 218.

выполняется, то, найдя допустимый напор $H_н$ по (1373), приходим к задаче о нахождении нового отверстия $b_н$ и скорости $V_н$ по напору $H_н$ и известному расходу Q.

Так как $H_н < H$, то ясно, что при пересчете вновь имеем затопленный водослив, для которого прежде всего находим перепад $z_н$:

$$z_н = H_н - h_c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1392)$$

и затем для скорости $V_н$ имеем:

$$V_н = \Phi \sqrt{(z_0)_н} = \Phi \sqrt{z_н + \frac{(V_0)_н^2}{2g}}, \quad \ldots\ldots (1393)$$

где скорость подхода $(V_0)_н$ известна, как и при соответствующем пересчете отверстия для незатопленного водослива (I случай). При $\varphi = 0{,}95$ по (1393) найдем:

$$V_н = 4{,}21 \sqrt{z_н + \frac{(V_0)_н^2}{2g}} \quad \ldots\ldots\ldots (1394)$$

Далее, для новой величины отверстия $b_н$ по (1323) получим:

$$b_н = \frac{Q}{\varepsilon h_e V_н} \quad \ldots\ldots\ldots (1395)$$

3) Если отверстие b или $b_н$ округляется до ближайшей типовой величины b_t, то по этому значению b_t и известному расходу Q требуется найти получающиеся при этом скорость V_t и напор H_t, причем, как легко видеть, водослив остается затопленным.

Для скорости V_t, очевидно, имеем:

$$V_t = \frac{Q}{\varepsilon b_t h_e}, \quad \ldots\ldots\ldots (1396)$$

или проще:

$$V_t = \frac{b V_{max}}{b_t}; \quad \ldots\ldots\ldots (1397)$$

$$V_t = \frac{b_н V_н}{b_t} \quad \ldots\ldots\ldots (1398)$$

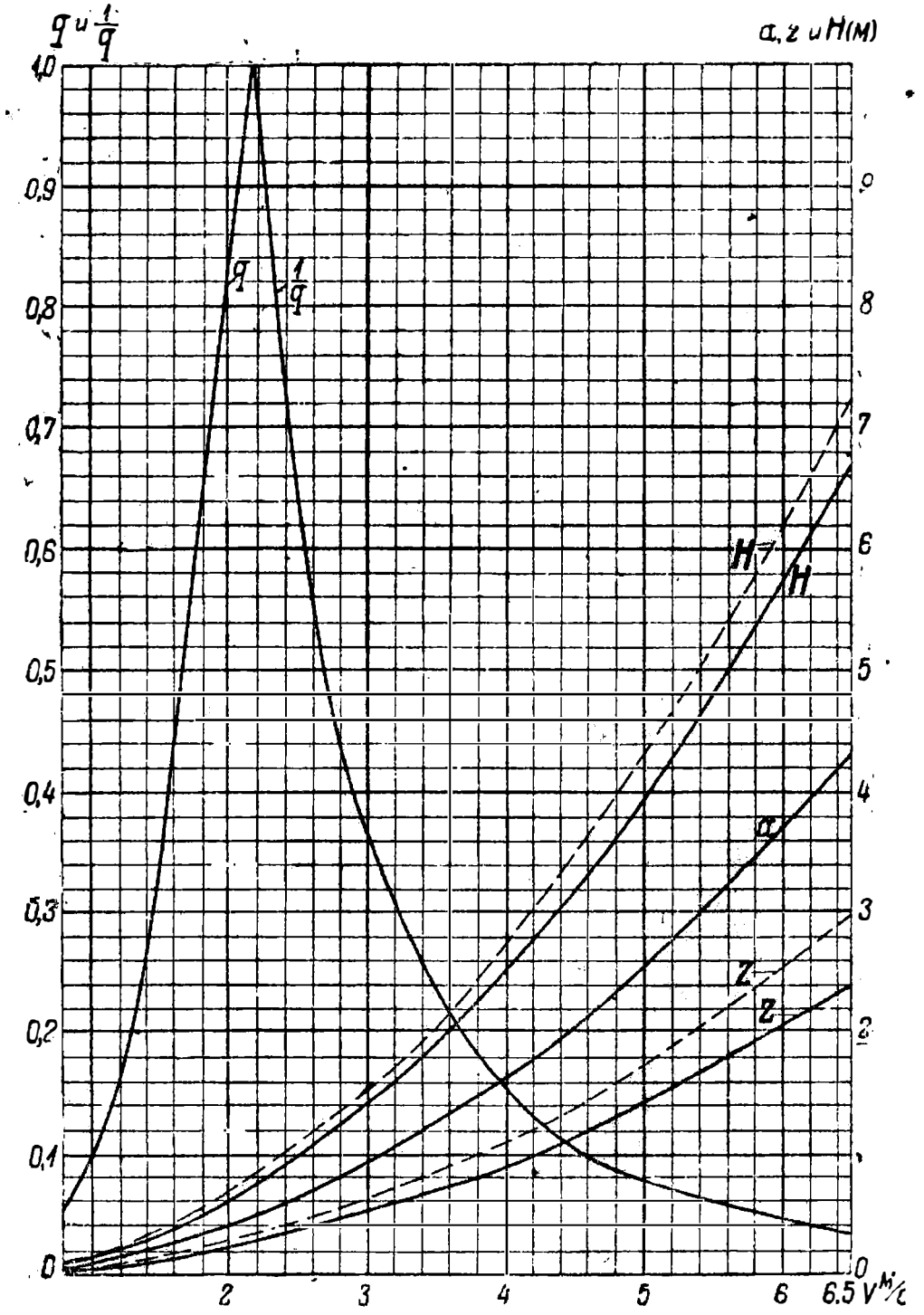
Новое значение перепада z_t находим по (1387), т. е. так же, как при незатопленном перепаде; соответствующую величину напора H_t получим из зависимости

$$H_t = h_e + z_t \quad \ldots\ldots\ldots (1399)$$

В заключение отметим, что как в случае I (незатопленный водослив), так и в случае II (затопленный водослив) при приведенных выше расчетах в пунктах (1), (2) и (3) мы встретились соответственно с тремя первыми задачами, в схематическом виде рассмотренными в § 107. Что касается четвертой и пятой схематических задач, в которых расход Q является величиной искомой, то они также иногда могут встретиться в практике, а именно: при проверке пропускной способности существующих малых мостов и безнапорных труб. На этих задачах здесь не останавливаемся, так как в основном они достаточно освещены в § 107.

График для предварительного расчета. Обратимся теперь к графику, составленному нами для предварительного расчета отверстий малых мостов и безнапорных труб (фиг. 219). На этом графике по оси абсцисс отложены значения скоростей V, а по оси ординат — значения величин a, z и H, причем кривые для H относятся лишь к случаю незатопленного водослива, кривые же для z — к случаю как незатопленного, так и затопленного водослива; сплошные линии z и H даны для $\varphi = 0{,}95$, пунктирные — для $\varphi = 0{,}85$ (все эти кривые построены без учета скорости подхода V_0). Кроме того, по оси ординат отложены также значения „единичных" (или „удельных") расходов ($м^2/сек$):

$$q = \frac{Q}{\varepsilon b} = \frac{V^3}{g} \quad \ldots\ldots\ldots (1400)$$



Фиг. 219. — График для предварительного расчета отверстий малых мостов в безнапорных труб.

для случая незатопленного водослива, причем для $q > 1$ $м^2/сек$ на графике вместо q даны обратные величины $\left(\frac{1}{q}\right)$.

Поясним пользование предлагаемым графиком, предваряя, что при этих кратких пояснениях следует иметь в виду все сказанное выше в настоящем параграфе о расчете отверстий.

Прежде всего, исходя, как и выше, из наибольшей допустимой скорости, находим по графику для скорости $V = V_{max}$ соответствующую глубину a, чем и определится I или II случай (незатопленный или затопленный водослив), для каждого из коих имеем, как уже видели, три пункта расчета.

I случай. При $h < a$ по скорости $V \leq V_{max}$ (где V_{max} — по табл. 146) находим по графику величину q или $\frac{1}{q}$, после чего имеем:

$$b = \frac{1}{q} \cdot \frac{Q}{\varepsilon}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1401)$$

первый перепад z и напор H читаем прямо по графику для скорости $V = V_{max}$.

Если необходимо пересчитать отверстие по допустимому напору $H_н$, то для этого напора по графику находим соответствующую величину $a_н$ [1]) для суждения о незатопленности или затопленности водослива с напором $H_н$. При незатопленном водосливе (о затопленном — см. ниже II случай) для напора $= H_н$ читаем по графику значение скорости $V = V_н$ и соответствующее значение величины $q_н$ или $\frac{1}{q_н}$, причем вычисляем отверстие $b_н$ аналогично (1401):

$$b_н = \frac{1}{q_н} \cdot \frac{Q}{\varepsilon}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1402)$$

перепад $z_н$ берем прямо по графику при скорости $V = V_н$.

Если, наконец, отверстие округляется до типовой величины b_t, то найдя вычислением величину

$$q_t = \frac{Q}{\varepsilon b_t}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1403)$$

или величину

$$\frac{1}{q_t} = \frac{\varepsilon b_t}{Q}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1404)$$

читаем на графике соответствующее значение a_t [2]), по каковому и судим о незатопленности или затопленности водослива с отверстием b_t. Для незатопленного водослива (о затопленном см. ниже), имея ординату q_t или $\frac{1}{q_t}$, непосредственно по графику найдем скорость $V = V_t$, а затем перепад z_t и напор H_t.

---

[1]) При этом, конечно, пользуемся кривыми „H“ и „a“.

[2]) Пользуясь кривыми для „q“ $\left(\text{или } „\frac{1}{q}“\right)$ и для „a“.

II случай. При $h_e > a$ отверстие b находим вычислением по (1390) для скорости $V = V_{max}$, а перепад z — по графику (также для скорости $V = V_{max}$), после чего имеем: $H = h_e + z$.

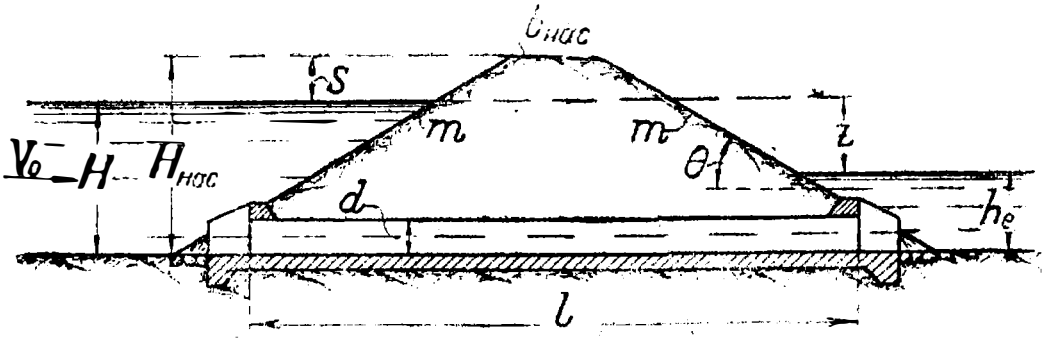
При пересчете отверстия по допустимому напору $H_н$, вычисляем $z_н = H_н - h_e$, по графику при перепаде $z_н$ находим скорость $V = V_н$ и вычисляем отверстие по (1395).

Если отверстие округляется до типовой величины b_t, то вычисляем V_t по (1397) или (1398); затем по графику находим перепад z_t при скорости $V = V_t$ и имеем:

$$H_t = h_e + z_t.$$

§ 109. Гидравлический расчет напорных труб под насыпями.

Обозначим (фиг. 220): z — разность горизонтов перед трубой и за трубой (перепад), l и d — длина и диаметр трубы, Q — пропускаемый расход, V — скорость в трубе, h_e — естественная („бытовая“) глубина водотока. В качестве основных зависимостей для гидравлического расчета круглых



Фиг. 220.

напорных труб под насыпями следует пользоваться соответствующими формулами, указанными выше [1]) для круглых напорных трубопроводов вообще (глава VI, § 69), а именно:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} V, \quad \ldots \quad (1405)$$

$$V = \mu_s \sqrt{2 g z}; \quad \ldots \quad (1406)$$

$$\mu_s = \frac{1}{\sqrt{0{,}5 + \frac{\lambda l}{d} + 1{,}0}} = \frac{1}{\sqrt{1{,}5 + \frac{\lambda l}{d}}}, \quad \ldots \quad (1407)$$

где μ_s — коэфициент расхода системы, λ — коэфициент Дарси (см. § 58, глава VI).

[1]) Поэтому, собственно, вопрос о расчете таких труб относится скорее к отделу движения жидкости по напорным трубопроводам (гл. VI), и мы рассматриваем этот вопрос здесь лишь для того, чтобы лучше подчеркнуть разницу в расчете безнапорных и напорных труб под насыпями.

Что касается численных величин последнего коэфициента, то приближенно для него можно брать такие значения (о коэфициентах λ' будет сказано ниже, см. п. 3° настоящего параграфа):

Бетонные и железобетонные трубы . . . $\lambda = \frac{1}{45}$; $\lambda' = \frac{1}{180}$;

Железные и стальные клапанные трубы . $\lambda = \frac{1}{42}$; $\lambda' = \frac{1}{170}$;

Сварные трубы . . . . . $\lambda = \frac{1}{50}$; $\lambda' = \frac{1}{200}$;

Чугунные трубы . . . . . $\lambda = \frac{1}{50}$; $\lambda' = \frac{1}{200}$.

Более точно значение коэфициента λ определяется по известной формуле:

$$\lambda = \frac{8g}{C^2},$$

где коэфициент Шези C вычисляем, как указано в главе VI, в зависимости от материала трубы и от величины ее гидравлического радиуса (диаметра).

1°. Гидравлический расчет круглых напорных труб. Обычно задача гидравлического расчета напорных труб под насыпями состоит в том, что требуется найти диаметр трубы d и глубину воды H с верховой стороны; величина пропускаемого расхода Q и естественная глубина h_e — известны [1]). При расчете исходят из наибольшей допустимой скорости $V = V_{max}$, значения коей указываются [2]) в соответствующих инструкциях по проектированию напорных труб, в зависимости от конструкции последних. Скоростью подхода V_0 при расчете напорных труб пренебрегаем.

1) Зная расход Q, по скорости $V = V_{max}$ находим из (1405) диаметр трубы:

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V_{max}}} \quad . . . . . (1408)$$

и по (1407) соответствующее значение коэфициента расхода μ_s, причем расчетную длину трубы l можно брать по формуле:

$$l = b_{нас} + 2m(H_{нас} - d), \quad . . . . . (1409)$$

где $b_{нас}$ — ширина насыпи по верху при высоте ее $= H_{нас}$ (фиг. 220), m — коэфициент откоса насыпи ($= \operatorname{ctg}\theta$).

Зная μ_s, из (1406) определяем перепад:

$$z = \frac{V_{max}^2}{2g\mu_s^2} \quad . . . . . (1410)$$

и для глубины воды перед трубой имеем:

$$H = z + h_s. \quad . . . . . (1411)$$

---

[1]) См. две сноски в начале § 107.

[2]) См., напр., выше табл. 146 (§ 106).

2) Затем следует проверить, допустима ли полученная глубина H, для чего служит неравенство (фиг. 220):

$$s \geqslant s_{\min}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1412)$$

или

$$H_{\text{нас}} - H \geqslant s_{\min}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1413)$$

где $s_{\min}$ — минимальный допустимый запас в высоте насыпи над подпорным горизонтом [1]).

Если это неравенство не удовлетворяется, то при данной [2]) высоте насыпи диаметр d необходимо пересчитать [3]), исходя из наиболее допустимого перепада $z_н$:

$$z_н = H_{\text{нас}} - h_e - s_{\min}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1414)$$

причем индекс „$н$" будем ставить не только при обозначении этого перепада, но и при обозначении других связанных с ним величин, как-то: $d_н$, $V_н$ и пр. При этом, соединяя зависимости (1405) и (1406), имеем:

$$Q = \mu_s \frac{\pi d_н^2}{4} \sqrt{2g z_н}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1415)$$

откуда

$$\mu_s d_н^2 = \frac{4Q}{\pi \sqrt{2g z_н}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1416)$$

где правая часть известна, левая же является функцией лишь от диаметра $d_н$:

$$\mu_s d_н^2 = \frac{d_н^2}{\sqrt{1{,}5 + \frac{\lambda l_н}{d_н}}} = f(d_н), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1417)$$

причем длину трубы $l_н$ при диаметре $d_н$ определим по (1409), подставляя $d = d_н$, хотя можно оставить и прежнее значение l по (1409), так как l обычно мало отличается от l.

Написав уравнение (1416) в виде:

$$f(d_н) = \frac{4Q}{\pi \sqrt{2g z_н}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1418)$$

или

$$f(d_н) = \frac{0{,}287\, Q}{\sqrt{z_н}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1419)$$

решаем это уравнение графически, задаваясь различными значениями $d_н$:

$$d_н = d_н', \; d_н'', \; d_н''' \ldots \text{ и т. д.}$$

и определяя соответствующие значения функции $f(d_н)$ по (1417), после чего строим график функции $f(d_н)$, как показано, напр., на схеме фиг. 221. По

---

[1]) О величине $s_{\min}$ см. в различных инструкциях по проектированию напорных труб.

[2]) Если высоту насыпи можно изменить, то, оставляя прежний диаметр d, новую высоту насыпи $H'_{\text{нас}}$ находим из очевидной зависимости: $H'_{\text{нас}} = H + s_{\min} = z + h_e + s_{\min}$.

[3]) Расчет можно и начать с определения диаметра трубы по наибольшему допустимому перепаду $z_н$.

этому графику, зная величину правой части уравнения (1419), легко находим на оси абсцисс искомый диаметр $(d_н)_{иск}$ и для полученного диаметра определим на основании (1407) соответствующий коэфициент расхода μ_s, а затем и скорость $V_н$:

$$V_н = \mu_s \sqrt{2g z_н} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1420)$$

3) Наконец, если диаметр трубы (d или $d_н$) округляется до ближайшего типового значения d_t, то по (1405) находим соответствующую скорость V_t при известном расходе Q:

$$V_t = \frac{4Q}{\pi d_t^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1421)$$

и определяем коэфициент расхода μ_s:

$$\mu_s = \frac{1}{\sqrt{1{,}5 + \frac{\lambda l_t}{d_t}}}, \quad \ldots\ldots \quad (1422)$$

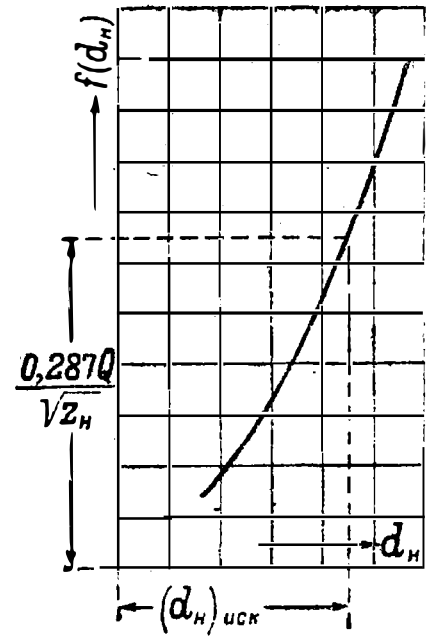
где длина трубы l_t может быть обычно приравнена длине l, определяемой по (1409); впрочем, по этой последней зависимости можно получить и более точную величину l_t, полагая $d = d_t$.

Зная скорость V_t и коэфициент μ_s, найдем на основании (1406) соответствующую величину перепада z_t:

$$z_t = \frac{V_t^2}{2g\mu_s^2}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1423)$$

после чего для глубины воды перед трубой H_t имеем:

$$H_t = h_e + z_t \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1424)$$



Фиг. 221.

Чтобы закончить рассмотрение гидравлического расчета круглых напорных труб под насыпями, укажем, что, если величина диаметра d или $d_н$ получается по расчету слишком большой (неприемлемой по конструктивным условиям), то в тех случаях, когда это разрешается соответствующими техническими инструкциями, вместо одной трубы для пропуска расхода Q можно взять две или даже три трубы меньшего диаметра. Беря, положим, две трубы, получим в каждой из них расход

$$Q_1 = \frac{Q}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1425)$$

и затем расчет ведем по расходу Q_1 для одиночной трубы, как и выше.

2°. График для предварительного гидравлического расчета круглых напорных труб дан нами в логарифмическом масштабе (см. График XIV в конце книги). Значения z и V отложены по абсциссам, значения Q — по ординатам; в правой части графика наклонные прямые отвечают различным значениям диаметра d по формуле (1405):

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} V,$$

в левой же части наклонные прямые даны для различных диаметров в формуле:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \mu_s \sqrt{2gz} ,$$

причем коэфициент расхода μ_s принят $= 0{,}70$, что достаточно для предварительного расчета. Поясним вкратце пользование предлагаемым графиком в соответствии с вышеуказанными в настоящем параграфе тремя пунктами расчета.

1) Зная Q и скорость $V = V_{max}$ по системе наклонных прямых в правой части графика, находим диаметр d; затем по полученному d при расходе Q определяем перепад z, пользуясь левой частью графика.

2) При пересчете диаметра по наибольшему допустимому перепаду $z_н$ находим диаметр $d_н$, зная расход $= Q$ и перепад $= z_н$ (левая часть); затем по правой части графика определим скорость $V = V_н$, зная Q и диаметр $d_н$.

3) Если диаметр d или $d_н$ округляется до ближайшего типового значения d_t, то, зная Q и диаметр $(= d_t)$, находим соответствующую скорость $(= V_t)$ по правой, а перепад $(= z_t)$ по левой части графика.

Что касается пунктирных наклонных прямых на Графике XIV, то о них достаточно дать следующее пояснение. В левой части графика этими пунктирными прямыми следует пользоваться при $V < 1$ *м/сек*, помня, что тогда цифры на горизонтальной оси в этой части графика выражают величину $\frac{1}{V}$ [1]); пунктирными прямыми в правой части графика пользуемся при $z < 1{,}0$ *м*, причем цифры на горизонтальной оси в этой части графика выражают величину $\frac{1}{z}$.

3°. Замечания о гидравлическом расчете прямоугольных труб. Если возникает вопрос о гидравлическом расчете прямоугольных напорных труб, то вместо (1405) — (1407) пользуемся основными зависимостями в виде:

$$Q = \beta h^2 V ; \quad \ldots \quad (1426)$$

$$V = \mu_s \sqrt{2gz} ; \quad \ldots \quad (1427)$$

$$\mu_s = \frac{1}{\sqrt{1{,}5 + \frac{\lambda' l}{R}}} , \quad \ldots \quad (1428)$$

где R — гидравлический радиус; β — отношение ширины трубы b к высоте ее h, определяющее форму прямоугольного поперечного сечения:

$$\beta = \frac{b}{h} , \quad \ldots \quad (1429)$$

причем β известно при расчете. Что касается коэфициента λ', то, как указано в конце § 73,

$$\lambda' = \frac{2g}{C^2},$$

где C — коэфициент Шези; приближенно для λ' можно брать значения по стр. 495.

Так как при прямоугольном сечении

[1]) Обозначение $\frac{1}{V}$ на графике не написано, как и обозначение $\frac{1}{z}$.

$$R=\frac{\beta h}{2+\beta}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1430)$$

то для коэфициента расхода системы μ_s вместо (1407) имеем:

$$\mu_s=\frac{1}{\sqrt{1{,}5+\frac{2+\beta}{\beta}\cdot\frac{\lambda' l}{h}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1431)$$

Ход гидравлического расчета прямоугольных напорных труб — тот же, что и для круглых труб, — отличие состоит лишь в том, что здесь вместо диаметра d мы имеем высоту трубы h, как видно из зависимостей (1426), (1427) и (1431). Поэтому в более подробных указаниях о расчете прямоугольных напорных труб здесь нет надобности. Отметим лишь, что во втором пункте расчета, вместо уравнения (1418) или (1419), для определения высоты трубы $h_н$ при наибольшем допустимом перепаде $z_н$ в данном случае имеем:

$$f(h_н)=\frac{Q}{\beta\sqrt{2g\,z_н}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1432)$$

или

$$f(h_н)=\frac{0{,}226\,Q}{\beta\sqrt{z_н}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1433)$$

причем вместо (1417) для функции $f(h_н)$ будет, как нетрудно видеть:

$$f(h_н)=\frac{h_н^2}{\sqrt{1{,}5+\frac{2+\beta}{\beta}\cdot\frac{\lambda' l_н}{h_н}}}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1434)$$

уравнение (1433) удобнее всего решать графически, как было указано выше для уравнения (1419).

При квадратных трубах $\beta=1$, а потому расчетные зависимости для таких труб получим в виде:

$$\left.\begin{aligned} Q&=a^3V;\\ V&=\mu_s\sqrt{2g\,z};\\ \mu_s&=\frac{1}{\sqrt{1{,}5+\frac{3\lambda' l}{a}}}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1435)$$

где a — сторона квадратного сечения.

ГЛАВА IX.

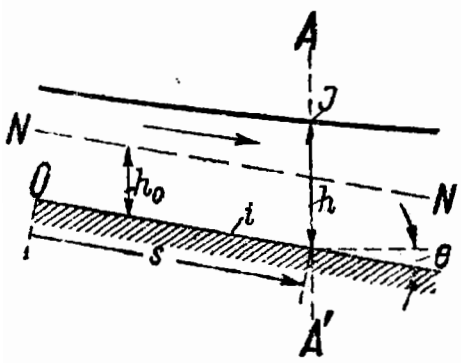
НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ.

§ 110. Предварительные указания.

Для установившегося неравномерного медленно изменяющегося движения воды в открытом русле имеем общее уравнение в виде:

$$J = \alpha \frac{d}{ds}\left(\frac{V^2}{2g}\right) + \frac{V^2}{C^2 R}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1436)$$

где J — поверхностный уклон в каком-либо сечении $A - A'$ (фиг. 222); R, C и V — гидравлический радиус, коэфициент Шези и средняя скорость для того же сечения; α — коэфициент (зависящий от неравномерности распределения скоростей по сечению), для которого можно принять значение $\alpha = \sim 1{,}1$; s — расстояние рассматриваемого сечения $A - A'$ от некоторой точки O, принимаемой за начальную при отсчете расстояний. Расстояния s обычно измеряются вдоль линии дна потока, глубины h — по вертикали. Уравнение (1436) справедливо для непризматических русел вообще, т. е. для таких русел, форма которых вдоль потока изменяется.



Фиг. 222.

Вводя в рассмотрение глубину потока h, вместо (1436) для непризматических русел приходим к уравнению:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{Q^2}{K^2}\left(1 - \frac{\alpha R C^2}{g\omega} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial s}\right)}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{B}{\omega^3}}, \quad \ldots\ldots \quad (1437)$$

где i — уклон дна ($= \sin \theta$), K — модуль расхода, h — глубина в рассматриваемом сечении, ω — площадь живого сечения, B — ширина его по верху, причем ур-ние (1437) короче может быть написано в виде:

$$\frac{dh}{ds} = f(h, s), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1438)$$

откуда видно, что данное ур-ние в общем случае можно интегрировать лишь путем постепенного приближения.

Для призматических русел (иногда называемых также цилиндрическими) уравнение (1436) остается без изменения; вместо же уравне

ния (1437), учитывая, что для этого типа русел $\frac{\partial \omega}{\partial s} = 0$, имеем:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{Q^2}{K^2}}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{B}{\omega^3}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1439)$$

где вторая часть уравнения есть лишь функция от h, т. е. в данном случае

$$\frac{dh}{ds} = f(h), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1440)$$

в виду чего интегрирование уравнения приводится к квадратуре.

Уравнение (1439), являющееся результатом **первого преобразования** общего уравнения (1436) для случая призматических русел, позволяет установить некоторые основные определения, весьма существенные для теории и практических приложений гидравлики неравномерного движения.

1°. **Нормальная глубина.** В призматическом русле данного сечения, при расходе Q и уклоне дна $i > 0$, нормальной глубиной называется глубина наполнения при равномерном движении. Эту глубину мы будем обозначать [1]) через h_0, соответствующий же ей модуль расхода — через K_0. При глубине h_0 числитель правой части уравнения (1439) обращается в нуль, и из уравнения (1439) мы получаем при этом, что

$$\frac{dh}{ds} = 0,$$

как и должно быть при равномерном движении. При $\frac{dh}{ds} = 0$ ур-ние (1439) обращается в формулу Шези.

2°. **Критическая глубина.** Та глубина, при которой знаменатель уравнения (1439) обращается в нуль, называется критической и обозначается [2]) через h_k. При этом мы получаем лишь аналитическое определение этого понятия; его физический смысл поясняется ниже.

Вводя для отношения $\frac{\omega^3}{B}$, как функции от h, сокращенное обозначение:

$$\frac{\omega^3}{B} = \Delta(h) = (\text{короче}) \ \Delta, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1441)$$

для нахождения критической глубины h_k при любой форме поперечного сечения русла можем написать [3]):

$$\Delta(h_k) = \frac{\alpha Q^2}{g}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1442)$$

на основании чего, по данному расходу Q и данной форме русла, мы и можем определить h_k путем подбора или графически. Для этого задаемся разными значениями $h = h_1, h_2, h_3 \ldots\ldots$ и т. д. и вычисляем соответствующие

---

[1]) В дальнейшем индексами „0" будем обозначать все величины, относящиеся к равномерному режиму.

[2]) Индексами „k" будем отмечать также и другие величины, связанные с критической глубиной.

[3]) Как видно из уравнения (1442), численное значение h_k для заданной формы поперечного сечения русла зависит только от величины расхода Q.

значения ω^3 и B, а затем по (1441) — значения $\Delta = \Delta(h_1)$, $\Delta(h_2)$, $\Delta(h_3)$ и т. д., после чего, откладывая по оси абсцисс полученные значения Δ, а по оси ординат — взятые значения h, строим (фиг. 223-I) по этим координатам кривую для $\Delta(h)$. На этой кривой находим точку, отвечающую по (1442) абсциссе, равной $\frac{\alpha Q^2}{g}$; ордината этой точки и дает значение h_k.

Для прямоугольного русла любой ширины b критическая глубина может быть найдена непосредственно по формуле:

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1443)$$

где

$$q = \frac{Q}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1444)$$

есть расход, приходящийся на единицу ширины русла и называемый „единичным“ (или „удельным“) расходом.

Для треугольного русла можно показать, что

$$h_k = \sqrt[5]{\frac{2\alpha Q^2}{gM^2}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1445)$$

где в случае несимметричного поперечного сечения (фиг. 223-II)

$$M = \frac{m_1 + m_2}{2},$$

в случае же симметричного профиля (фиг. 223-III)

$$M = m.$$

Для параболического русла (парабола — квадратичная) имеем:

$$h_k = \sqrt[4]{\frac{3}{2} \cdot \frac{\alpha Q^2}{gP^2}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1446)$$

где в случае несимметричного очертания поперечного сечения (фиг. 223-IV)

$$P = \frac{2}{3}\left(\sqrt{2p_1} + \sqrt{2p_2}\right),$$

в случае же симметричного сечения (фиг. 223-V)

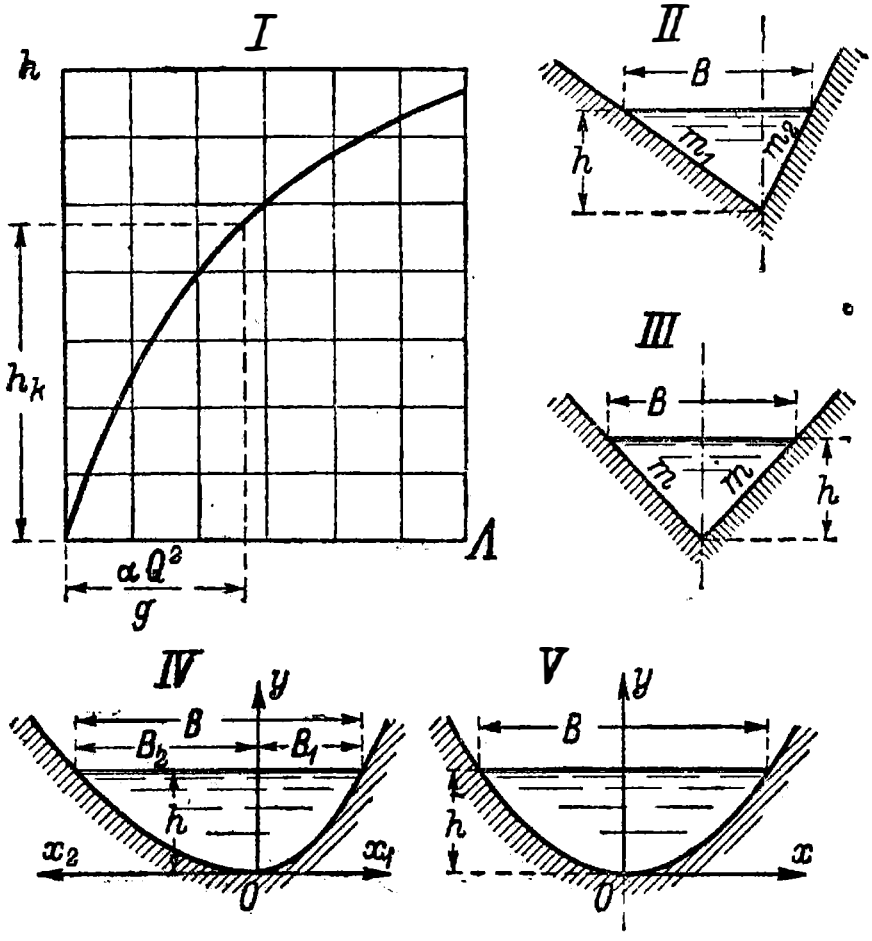
$$P = \frac{4}{3}\sqrt{2p},$$

причем p_1, p_2 и p суть параметры парабол, показанных на чертежах и выражаемых соответственно уравнениями:

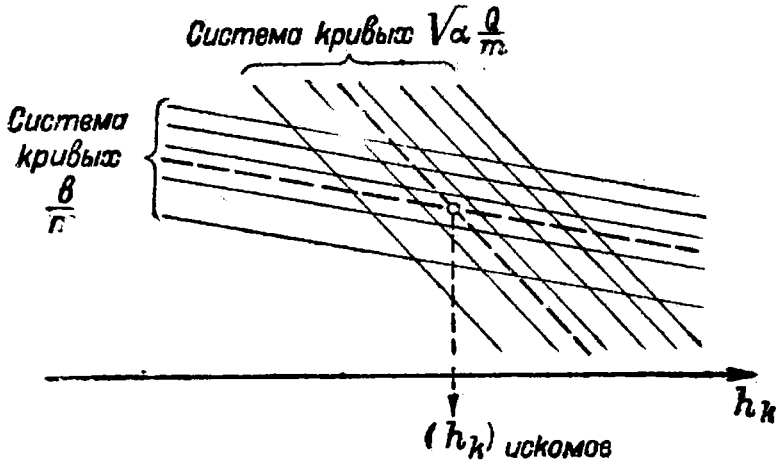
$$x_1^2 = 2p_1 y; \quad x_2^2 = 2p_2 y; \quad x^2 = 2py \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1447)$$

Что касается трапецоидальных русел, то для них величину критической глубины легко можно определить по Графику XV (см. в конце книги [1]), причем предварительно приходится вычислять (в метрах) значения выражений: $\sqrt{\alpha} \cdot \frac{Q}{m}$ и $\frac{b}{m}$, где b — ширина канала по дну и m — „коэфициент откоса“, и затем, обращаясь к графику, отыскивать по оси абсцисс величину h_k, как то показано на схеме, представленной на фиг. 224.

[1]) Из работы проф. А. Н. Рахманова, помещенной в „Известиях Научно-Мелиор. Института“, Ленинград, 1929, вып. XVIII, стр. 81.



Фиг. 223.



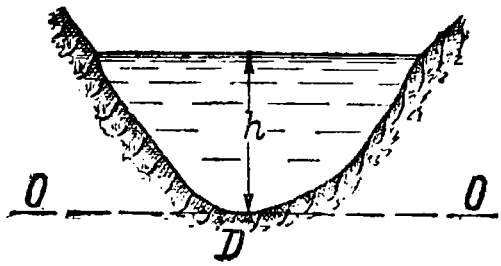
Фиг. 224.

С физической стороны понятие о критической глубине связано с понятием [1]) о так называемой „удельной энергии сечения"; последняя получается из известного выражения для полной удельной энергии потока E, если в этом выражении не учитывать атмосферного давления и, кроме того, положить $z = 0$, т. е. считать, что плоскость сравнения $O—O$ проведена через наинизшую точку дна русла, как то показано на фиг. 225. В связи со сказанным, выражение для удельной энергии сечения, обозначаемой нами через $Э$, имеет вид:

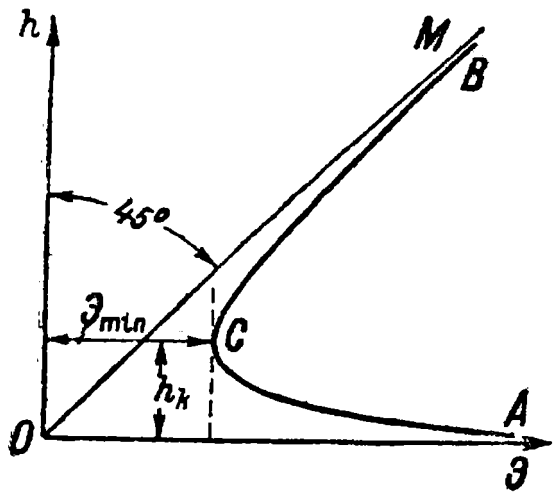
$$Э = h + \frac{\alpha V^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1448)$$

или

$$Э = h + \frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1449)$$



Фиг. 225.



Фиг. 226.

причем по последней зависимости, при данном расходе Q и известной форме русла потока, можно построить кривую изменения $Э$ в зависимости от глубины h (фиг. 226).

Эта кривая имеет две асимптоты: $OЭ$ и OM, и дает минимум $Э$ при глубине h_k (фиг. 226), откуда и ясен физический смысл критической

[1]) Предложенным проф. Бахметевым („О неравномерном движении жидкости в открытом русле", 1912, стр. 38).

глубины. Как видим, построив указанный график для $Э$, мы легко можем из него определить величину h_k, что и дает второй (менее удобный) способ нахождения критической глубины. Можно доказать, что этот способ дает, как и должно быть, ту же величину h_k, что и первый способ (при помощи графика функции Δ).

3°. Критический уклон. Таким уклоном называется тот уклон дна водотока, при котором, для данной формы русла и данного расхода Q, нормальная глубина $h_0 =$ критической глубине h_k. Зная последнюю, критический уклон i_k находим по формуле:

$$i_k = \frac{g}{\alpha C_k^2} \cdot \frac{\chi_k}{B_k}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1450)$$

где C_k, B_k и смоченный периметр χ_k соответствуют критической глубине. При сравнительно широких руслах можно принять вообще, что

$$\chi = B \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1451)$$

и, в частности,

$$\chi_k = B_k, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1452)$$

причем будет:

$$i_k = \frac{g}{\alpha C_k^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1453)$$

А. НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ В ПРИЗМАТИЧЕСКИХ РУСЛАХ.

§ 111. Формы свободной поверхности водотоков [1]) при прямом уклоне дна.

„Прямым уклоном" дна обладает водоток, дно которого падает по направлению течения (обычный случай). При этом, для исследования вида свободной поверхности потока, следует вместо уравнения (1439) пользоваться его преобразованной формой:

$$\frac{dh}{ds} = i \frac{1 - \frac{K_0^2}{K^2}}{1 - \frac{\Delta_k}{\Delta}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1454)$$

что дает **второе преобразование** общего уравнения (1436); Δ_k есть значение функции $\Delta(h)$ или (короче) Δ при критической глубине.

Необходимо различать три случая:

$$\left.\begin{array}{l} \text{I)}\ h_0 > h_k; \\ \text{II)}\ h_0 < h_k; \\ \text{III)}\ h_0 = h_k, \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1455)$$

причем для каждого случая, проводя линию нормальной глубины $N-N$ и линию критической глубины $K-K$, получим вообще три зоны: A, B и C (см. фиг. 227—229). Результаты исследования сводятся к следующему.

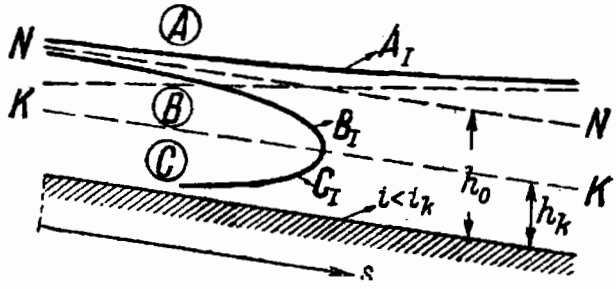
I случай ($h_0 > h_k$, т. е. $i < i_k$). В верхней зоне ($h > h_0$) свободная поверхность дает кривую подпора [2]) A_1, имеющую вогнутую форму [3])

[1]) Для случаев, когда модуль расхода K возрастает при увеличении глубины h, что за редкими исключениями, и имеет место в практике.

[2]) Кривой подпора называется свободная поверхность, когда глубины потока вдоль течения возрастают; кривой спада — свободная поверхность, когда глубины потока вдоль течения убывают.

[3]) Если смотреть сверху, как и в других случаях (см. дальше).

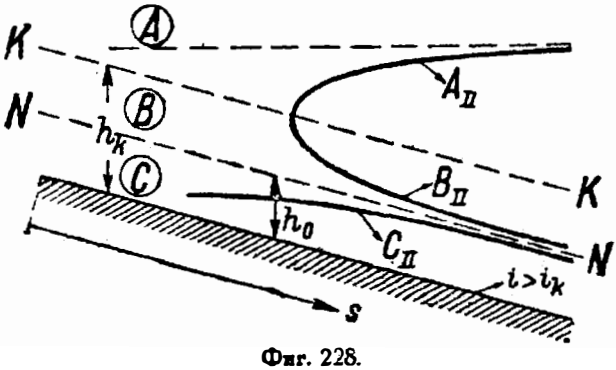
(фиг. 227) с двумя асимптотами: $N-N$ и горизонтальной прямой. В средней зоне ($h_0 > h > h_k$) имеем выпуклую кривую спада B_I с асимпто-



Фиг. 227.

той $N-N$ (см. фиг. 227). Наконец, в нижней зоне ($h < h_k$) получаем вогнутую кривую подпора C_I.

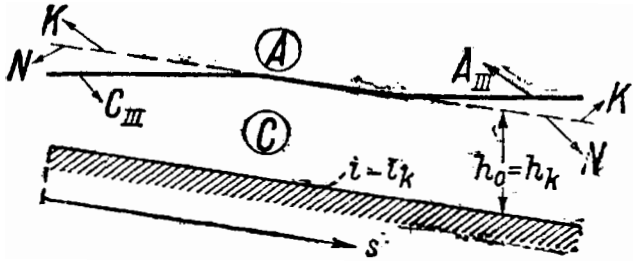
II случай ($h_0 < h_k$, т. е. $i > i_k$). В верхней зоне ($h > h_k$) имеем (фиг. 228) выпуклую кривую подпора A_{II}, для коей горизонтальная прямая является асимптотой. В средней зоне ($h_k > h > h_0$) — вогнутая кривая



Фиг. 228.

спада B_{II} с асимптотой $N-N$. Наконец, в нижней зоне ($h < h_0$) получается выпуклая кривая подпора C_{II}, также с асимптотой $N-N$.

III случай ($h_0 = h_k$, т. е. $i = i_k$). Здесь зона B отсутствует: две остающиеся зоны A и C дают кривые подпора A_{III} и C_{III} (фиг. 229), по



Фиг. 229.

виду близкие к горизонтальным прямым. Кривые A_{III} и C_{III} вполне переходят в горизонтальные прямые лишь для широких русел ($\chi = B$), если притом пренебрегать изменением коэфициента Шези C с глубиной.

Ограничившись сделанными указаниями в отношении возможных форм свободных поверхностей при прямом уклоне дна, отметим, что движение воды при глубинах потока $h > h_k$ принято называть „спокойным" движением и при $h < h_k$ — „бурным" движением.

§ 112. Интегрирование дифференциального уравнения неравномерного движения при прямом уклоне дна водотока по способу Бахметева.

Для интегрирования уравнение (1439) можно преобразовать так:

$$\frac{dh}{ds} = i \frac{1 - \frac{K_0^2}{K^2}}{1 - j\frac{K_0^2}{K^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1456)$$

получая при этом третье преобразование общего уравнения (1436), причем в (1456) величина j имеет значение:

$$j = \frac{\alpha i C^2}{g} \cdot \frac{B}{\chi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1457)$$

или для широких русел ($\chi = B$):

$$j = \frac{\alpha i C^2}{g}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1458)$$

в случае широких прямоугольных русел, полагая коэфициент Шези C неизменяющимся с глубиной, имеем:

$$j = \left(\frac{h_k}{h_0}\right)^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1459)$$

Введем теперь в уравнение (1456) две относительные величины: 1) относительную глубину, как предложено еще французским гидравликом Брэссом (Bresse), и 2) относительный модуль расхода.

Относительная глубина, обозначаемая обычно через η, представляет отношение действительной глубины h в некотором сечении водотока при неравномерном движении к нормальной глубине h_0, т. е.

$$\eta = \frac{h}{h_0}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1460)$$

откуда

$$h = h_0 \eta; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1461)$$

в соответствии с этим, **относительным модулем расхода** $\varkappa$ мы называем величину:

$$\varkappa = \frac{K}{K_0}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1462)$$

где K — модуль расхода при глубине $= h$ и K_0 — модуль расхода при глубине $= h_0$.

Подставляя (1460) и (1462) в ур-ние (1456), получим

$$\frac{i\,ds}{h_0} = \frac{j - \varkappa^2}{1 - \varkappa^2}\, d\eta, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1463)$$

что иначе можно написать и так:

$$\frac{i\,ds}{h_0} = \left(1 - \frac{1 - j}{1 - \varkappa^2}\right) d\eta. \quad \ldots\ldots\ldots (1464)$$

Для интегрирования полученного уравнения (1464) весьма удобно обратиться к „**показательному закону**“, предложенному проф. **Бахметевым** [1]) для отношения модулей расхода (в связи с интегрированием диференциального уравнения неравномерного движения в руслах с прямым уклоном дна). По этому приближенному закону **с достаточной для практики точностью** имеем зависимость:

$$\frac{K''}{K'} = \left(\frac{h''}{h'}\right)^p, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1465)$$

которую можно прочесть так: **модули расхода** K'' и K' **данного открытого русла правильного сечения, соответствующие глубинам наполнения** h'' и h', **относятся между собою, как некоторые степени** (p) **этих глубин, причем для данного русла** (т. е. для русла с известной формой поперечного сечения и известной шероховатостью) показатель p **можно считать независящим от глубин наполнения** (точнее говоря — показатель p изменяется с глубиной сравнительно незначительно).

Возвышая (1465) в квадрат, имеем:

$$\left(\frac{K''}{K'}\right)^2 = \left(\frac{h''}{h'}\right)^{2p}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1466)$$

где обозначим

$$2p = x. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1467)$$

и будем называть величину x **гидравлическим показателем русла** [2]), так что (1466) представится в виде:

$$\left(\frac{K''}{K'}\right)^2 = \left(\frac{h''}{h'}\right)^x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1468)$$

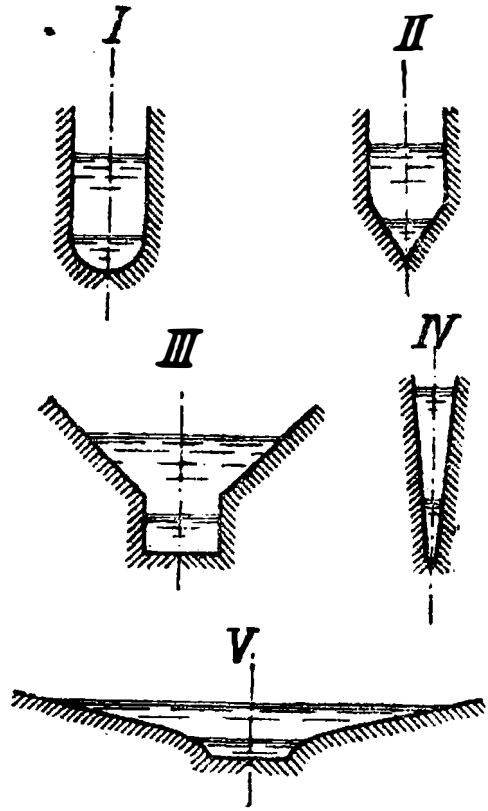
---

[1]) **Бахметев**, „О неравномерном движении жидкости в открытом русле“, 1912, стр. 84—86, 145—147 (предварительная наметка закона). Более определенно этот закон был высказан проф. Бахметевым в его лекциях по Гидравлике в б. Лен. Политехн. Инст. в 1913/14 г.

[2]) Этот термин, как и самое обозначение (x) предложены нами в „Гидравлическом Справочнике“, 1924 г., стр. 127.

Надо сказать, что сам проф. Бахметев трактовал зависимость (1468) достаточно осторожно [1]), хотя и не вполне определенно (за отсутствием подробных исследований); в частности, им отмечалось, что показательный закон не относится к руслам, у которых, начиная с некоторой глубины, модуль расхода K уменьшается с увеличением h. Однако, некоторые позднейшие авторы при формулировке показательного закона относили его к руслам, имеющим любую правильную форму поперечного сечения.

Дальнейшие исследования [2]) показали, что на ряду с руслами, для которых зависимость (1468) является или теоретически точной, или практически достаточно точной, имеется еще ряд геометрически правильных русел, для которых зависимость (1468) в значительной мере отклоняется от действительности, если полагать, как отмечено выше, что показатель x не зависит от h. Учитывая это обстоятельство, все возможные призматические русла в отношении применимости к ним показательного закона Бахметева представляется удобным разбить на следующие четыре категории [3]).



Фиг. 230.

I категория русел — весьма узкие ($\chi \simeq 2h$) прямоугольные и параболические, широкие ($B \cong \chi$) прямоугольные и параболические и все треугольные. Для этих русел зависимость (1468) может считаться теоретически совершенно точной, при условии, что коэфициент Шези C определяется по показательной формуле вида: $C = \frac{1}{n} R^y$, где y имеет постоянное значение для данной шероховатости русла.

II категория русел — прямоугольные и параболические (исключая широкие и узкие), трапецоидальные [4]), а также русла, приближающиеся по своему очертанию к названным. В случае таких русел зависимость (1468) является приближенной, но достаточно точной для практического применения.

III категория русел — русла, образованные замкнутыми и составными профилями, а также геометрически правильные русла, подобные представленным на фиг. 230. К этим руслам зависимость (1468) в значительном числе случаев надлежит считать неприложимой.

IV категория русел. К этой категории следует отнести все остальные русла, не перечисленные выше, причем применимость к ним

[1]) Как сделано и нами при кратком изложении показательного закона в „Гидравлическом Справочнике" (изд. 1924 г., стр. 127) и в „Учебном Гидравлическом Справочнике", II изд., 1931, стр. 126—127.

[2]) См. работу инж. Р. Р. Чугаева: „Некоторые вопросы неравномерного движения воды в открытых руслах". Известия НИИГ, том I, стр. 196.

[3]) Там же, стр. 201.

[4]) Исключение составляют русла с весьма крутыми откосами (но не вертикальными) и малой величиной β (см. поясняемый далее график на фиг. 232). Такие русла надлежит отнести к III категории.

зависимости (1468) должна устанавливаться при практическом расчете в каждом частном случае отдельно путем соответствующего исследования (например, хотя бы путем построения логарифмической анаморфозы, о чем см. далее § 113).

Имея в виду интегрирование уравнения неравномерного движения (в случае $i > 0$) для русел I и II категорий, а также некоторой части IV категории, перепишем показательный закон (1468) в виде:

$$\left(\frac{K}{K_0}\right)^2 = \left(\frac{h}{h_0}\right)^x, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1469)$$

откуда, в виду (1460) и (1462), получаем:

$$\varkappa^2 = \eta^x. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1470)$$

В этой форме, как мы полагаем, для целей интегрирования дифференциального уравнения неравномерного движения, показательный закон выражается удобнее и яснее всего. Подставляя полученную зависимость (1470) в уравнение (1464), найдем:

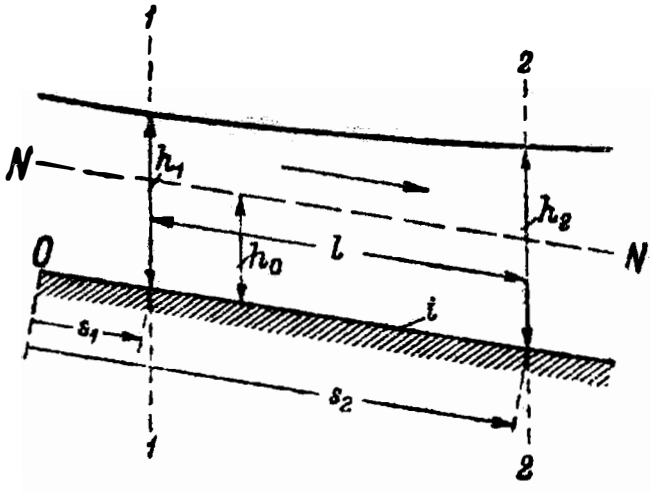
$$\frac{i\,ds}{h_0} = \left(1 - \frac{1-j}{1-\eta^x}\right) d\eta, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1471)$$

или

$$\frac{i\,ds}{h_0} = d\eta - \frac{1-j}{1-\eta^x}\, d\eta. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1472)$$

Интегрируя от сечения 1 до сечения 2 (см. фиг. 231), получим:

$$\frac{i(s_2 - s_1)}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 - \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{1-j}{1-\eta^x}\, d\eta, \quad \ldots\ldots \quad (1473)$$



Фиг. 231.

где значки „1" и „2" указывают на те сечения, к которым относятся соответствующие величины, причем отметим, что интеграл в правой части берется в пределах от $\eta = \eta_1$ (нижний предел в сечении 1) до $\eta = \eta_2$

(верхний предел в сечении 2); величины η_1 и η_2 определяются по (1460) отношениями:

$$\left.\begin{aligned}\eta_1 &= \frac{h_1}{h_0};\\ \eta_2 &= \frac{h_2}{h_0}.\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1474)$$

Входящая в интеграл (1473) величина j, как видно из выражения (1457), не является постоянной, но несколько изменяется вместе с глубиной h. Это изменение обыкновенно сравнительно невелико в пределах рассматриваемого участка кривой подпора или спада, т. е. в пределах от сечения 1 до сечения 2, а потому мы будем вместо переменной величины j рассматривать ее среднее в этих пределах значение [1]) и при таком понимании величины j можем вынести из-под знака интеграла разность $1 - j$.

Тогда вместо (1473) будет:

$$\frac{i(s_2 - s_1)}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1-j)\int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{1}{1-\eta^x}\, d\eta, \quad \ldots \quad (1475)$$

где, как видно из фиг. 231, разность $s_2 - s_1$ равна расстоянию l между сечениями 1 и 2: $s_2 - s_1 = l$, и по (1475) будет:

$$\frac{il}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1-j)\int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{1}{1-\eta^x}\, d\eta \quad \ldots\ldots \quad (1476)$$

Здесь под знаком интеграла показатель x может быть заранее определен для данных условий, как то указано ниже, в § 113, т. е. величина x является известной, и интеграл

$$\int \frac{1}{1-\eta^x}\, d\eta$$

представляет функцию только от η, каковую обозначим через $\varphi(\eta)$, т. е. положим:

$$\varphi(\eta) = \int \frac{1}{1-\eta^x}\, d\eta, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1477)$$

причем по поводу произвольной постоянной интегрирования в (1477) укажем, что она в данном случае не имеет для нас значения, так как при переходе от (1477) к определенному интегралу, входящему в (1476), эта постоянная выпадает.

При обозначении (1477) находим по (1476) окончательное уравнение неравномерного движения (при прямом уклоне дна водотока), представляющее собою уравнение кривой свободной поверхности потока:

$$\frac{il}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1-j)\left[\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1)\right], \quad \ldots\ldots \quad (1478)$$

[1]) Замена переменного значения j некоторым его средним значением, принимаемым постоянным, является вполне допустимой для большинства практических случаев. Исключение составляют только относительно редко встречающиеся случаи.

где $\varphi(\eta_2)$ и $\varphi(\eta_1)$ суть значения функции $\varphi(\eta)$ при $\eta = \eta_2$ и $\eta = \eta_1$. При применении уравнения (1478) следует иметь в виду принятое выше при интегрировании взаимное расположение сечений 1—1 и 2—2 (см. фиг. 231): сечение 2 — 2, для которого подсчитывается η_2, расположено (по течению) ниже, чем сечение 1 — 1, для которого относительная глубина $= \eta_1$; при этом $s_2 - s_1 = l > 0$.

Уравнение (1478) пригодно для весьма многих открытых русел (русла I, II и частично IV категорий), причем в этом уравнении учитывается и изменение коэфициента Шези C в зависимости от глубины h. Отсюда видно то весьма важное значение, которое имеет в гидравлике неравномерного движения уравнение (1478), выведенное проф. Бахметевым на основании предложенного им „показательного закона".

§ 113. Дополнительные указания к уравнению неравномерного движения при прямом уклоне дна.

В настоящем параграфе дадим необходимые указания о нахождении численных значений гидравлического показателя x и функций $\varphi(\eta)$. Основные (простейшие) задачи, встречающиеся при решении вопросов о неравномерном движении воды, приведем в следующем параграфе.

1°. Определение численного значения гидравлического показателя x. При пояснении приемов отыскания величины x для различных случаев, будем придерживаться той классификации русел, которая была приведена в предыдущем параграфе, и остановимся на рассмотрении тех трех категорий русел (I, II и IV), для которых зависимость (1469) может быть приложима.

В случае I категории русел показательная зависимость (1468), а следовательно — и зависимость (1469) является, как указывалось выше, теоретически точной, т. е. гидравлический показатель x для этих русел не зависит от величины рассматриваемых нами глубин; представляется возможным дать для практического пользования следующую табличку численных значений для x:

ТАБЛИЦА 147.

№ по пор.	Вид сечения русла	Значения x при определении C		
		по Маннингу	по Форхгеймеру	по Павловскому
1	Весьма узкое прямоугольное . . .	$x = 2{,}00$	$x = 2{,}00$	$x = 2{,}00$
2	Широкое прямоугольное	$x = 3{,}33$	$x = 3{,}40$	$x = 3{,}0 + 2y$
3	Весьма узкое параболическое . . .	$x = 3{,}67$	$x = 3{,}70$	$x = 3{,}5 + y$
4	Широкое параболическое	$x = 4{,}33$	$x = 4{,}40$	$x = 4{,}0 + 2y$
5	Треугольное	$x = 5{,}33$	$x = 5{,}40$	$x = 5{,}0 + 2y$

Если пренебречь изменением C с глубиной, то для указанных в таблице профилей получим соответственно: $x = 2{,}0$; $x = 3{,}0$; $x = 3{,}5$ $x = 4{,}0$; $x = 5{,}0$. Заметим, что значения $x = 3{,}0$ и $x = 4{,}0$ отвечают старым способам интегрирования диференциального уравнения неравномерного движения при прямом уклоне дна (см. в § 118), а именно: способам Бресса (Bresse) и Дюпюи-Рюльманна (Dupuit-Rühlmann), в которых $x = 3{,}0$, и способу Толькмитта (Tolkmitt), в котором $x = 4{,}0$.

Что касается II категории русел, то в этом случае, логарифмируя зависимость (1469), для определения величины x можно дать следующую формулу:

$$x = \frac{2\,(\lg K_{cp} - \lg K_0)}{\lg h_{cp} - \lg h_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1479)$$

или

$$x = 2\,\frac{\lg \varkappa_{cp}}{\lg \tau_{cp}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1479')$$

где согласно (1460) и (1462):

$$\tau_{cp} = \frac{h_{cp}}{h_0} \quad \text{и} \quad \varkappa_{cp} = \frac{K_{cp}}{K_0},$$

под глубиною же h_{cp} надлежит понимать некоторую среднюю глубину на рассматриваемом участке,—например, глубину

$$h_{cp} = \frac{h_1 + h_2}{2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1480)$$

причем h_1 и h_2 суть крайние глубины на рассматриваемом участке, в пределах которых мы, положим, строим свободную поверхность потока.

Помимо формулы (1479) и (1479'), для определения x представляется удобным пользоваться также формулами, полученными инж. Р. Р. Чугаевым [1]):

а) в случае прямоугольных русел имеем, что

$$x = 3{,}4 - \frac{2{,}8}{\beta + 2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1481)$$

$$\beta = \frac{b}{h_t}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1482)$$

б) в случае трапецоидальных русел

$$x = 3{,}4\left(1 + \frac{m}{\beta + m}\right) - 1{,}4\,\frac{m'}{\beta + m'}, \quad \ldots (1483)$$

где m — коэфициент откоса и $m' = 2\sqrt{1 + m^2}$;

в) в случае параболических русел (образованных простой параболой)

$$x = 5{,}1 - 0{,}7\,\frac{B_t}{h_t}\sqrt{16\left(\frac{h_t}{B_t}\right)^2 + 1}, \quad \ldots\ldots (1484)$$

или

$$x = 5{,}1 - \frac{1{,}4\cdot\tau\cdot\sqrt{1+\tau^2}}{\tau\sqrt{1+\tau^2} - 2{,}3\lg\left(\tau + \sqrt{1+\tau^2}\right)}, \quad \ldots (1485)$$

где

$$\tau = 4\,\frac{h_t}{B_t}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1486)$$

[1]) См. его упомянутую выше (§ 112) работу. Нижеприводимые формулы Р. Р. Чугаева получены им при учете коэфициента Шези C по Форхгеймеру, что для данной цели вполне достаточно.

причем индекс „l" в формулах (1484) — (1486) указывает, что соответствующие гидравлические элементы связаны с глубиной h_l, о которой теперь и скажем.

Величину глубины h_l, входящую в указанные выражения (1481) — (1486), представляется возможным, в случае прямого уклона дна, находить по формуле:

$$h_l = h_0 \sqrt[4]{\eta_1 \cdot \eta_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1487)$$

или по несколько иной формуле:

$$h_l = \sqrt{h_0 \cdot \frac{h_1 + h_2}{2}} = h_0 \sqrt{\frac{\eta_1 + \eta_2}{2}}, \quad \ldots \ldots \quad (1487')$$

где η_1 и η_2 — крайние на рассматриваемом участке относительные глубины, вычисляемые согласно (1474). В частном случае, когда кривая свободной поверхности строится до глубин близких к h_0, в связи с чем величина η_1 или η_2 может быть принята $= 1{,}0$, — зависимости (1487) и (1487′) упрощаются и принимают вид:

$$h_l = h_0 \sqrt[4]{\eta_0}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1488)$$

$$h_l = h_0 \sqrt{\frac{1 + \eta_r}{2}}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1488')$$

где

$$\eta_r \left(= \eta_{r2} \text{ или } \eta_{r1}\right) = \frac{h_r}{h_0},$$

причем под h_r понимается крайняя (граничная) глубина, противоположная нормальной глубине h_0.

Заметим, что в весьма многих случаях глубину h_l представляется возможным вычислять не по формулам (1487) — (1488′), а по более простой ф-ле (1480), считая, что

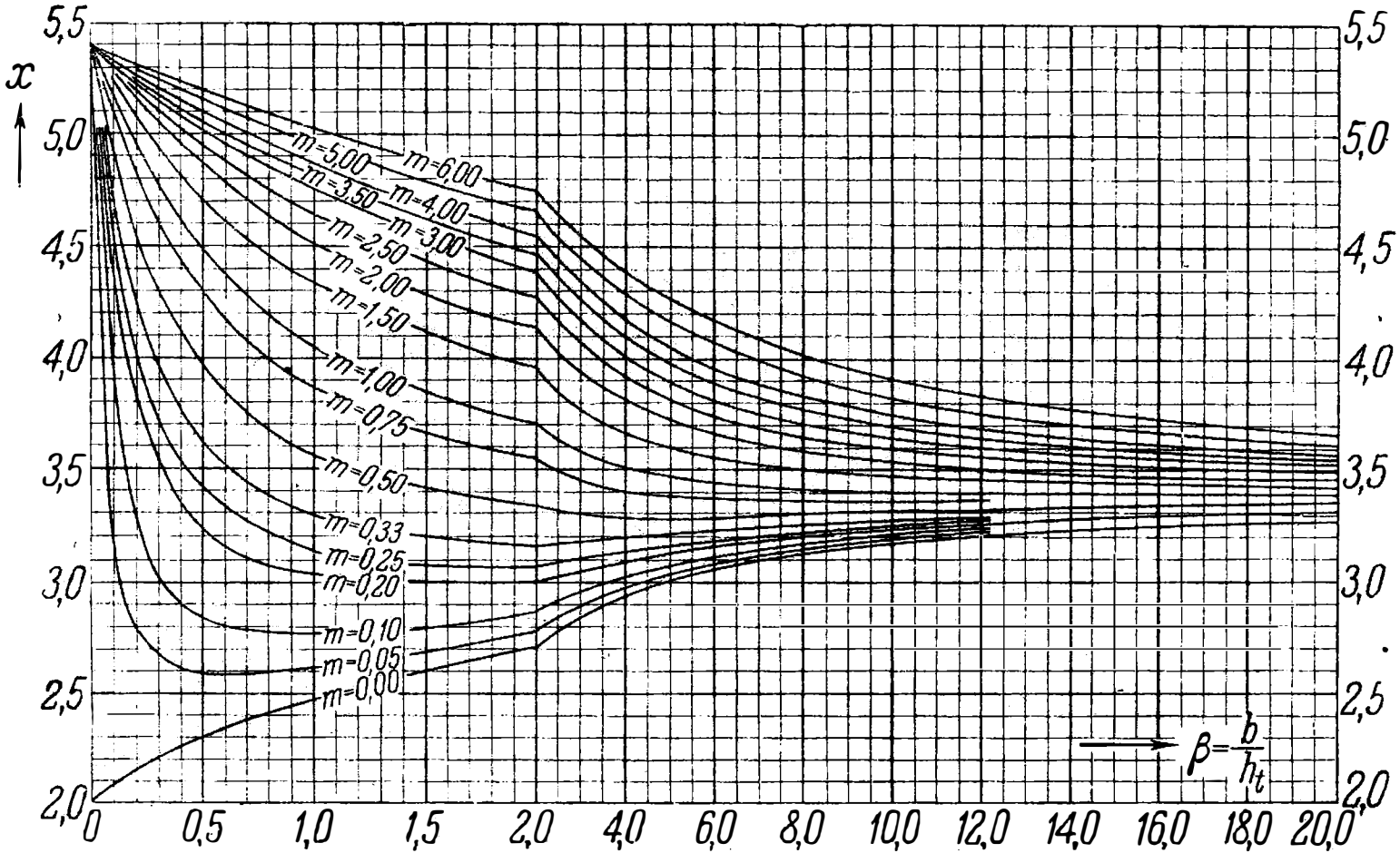
$$h_l = h_{cp} = \frac{h_1 + h_2}{2}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1489)$$

причем ошибка от такого упрощения получается незначительной.

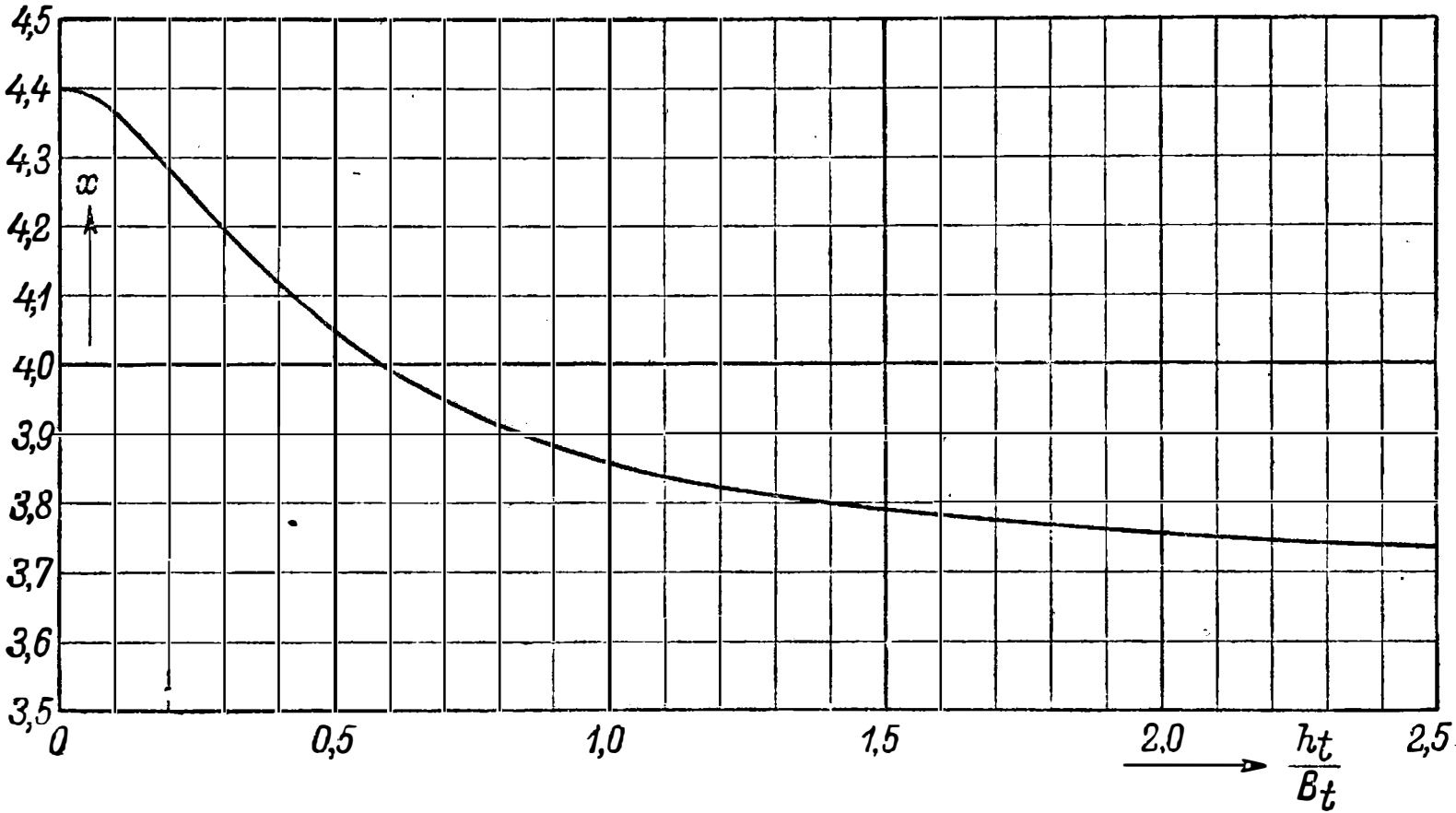
Для облегчения пользования ф-лами (1483) — (1485) даем два графика (составленные Р. Р. Чугаевым): график на фиг. 232 — для случая трапецоидального русла, вычисленный по ф-ле (1483), и график на фиг. 233 — для случая параболического русла, составленный по ф-ле (1485). При применении этих графиков глубину h_l, очевидно, надлежит определять, согласно указанному выше, по одной из формул (1487) — (1489).

В случае русел IV категории, т. е. таких русел, для которых возможность применения уравнения неравномерного движения (1478) заранее неизвестна, величина гидравлического показателя x может быть найдена в связи с исследованием применимости показательного закона (1469) к заданному руслу. Такое исследование удобно проводить путем построения специального графика, называемого логарифмической анаморфозой для модуля расхода K.

Для построения логарифмической анаморфозы берем для данного русла ряд значений наполнения его (например, $h = h'$, $h = h''$, $h = h'''$ и т. д.), затем находим по формуле $K = \omega C \sqrt{R}$ соответствующие модули расхода: $K = K'$, $K = K''$, $K = K'''$ и т. д. и, наконец, взяв прямоугольные координатные оси, откладываем по оси ординат ряд значений $\lg h$, а по оси

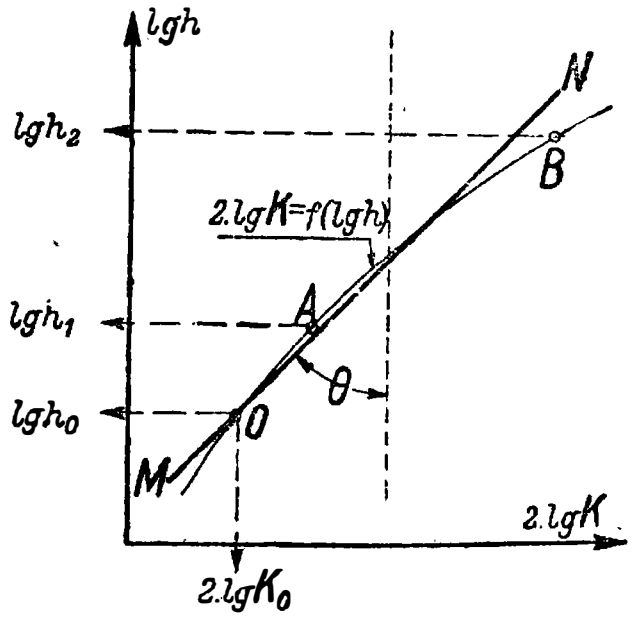


Фиг. 232. — График для определения гидравлического показателя в прямоугольных и трапецоидальных руслах.



Фиг. 233. — График для определения гидравлического показателя в параболических руслах.

абсцисс — ряд соответствующих значений величин $2\lg K$. Таким путем получаем ряд точек, по которым и проводим линию, выражающую зависимость: $2\lg K = f(\lg h)$, см. фиг. 234. В общем случае эта линия будет кривой, причем нетрудно видеть, что, если участок AB полученной кривой, в пределах глубин которого нам предстоит отыскивать точки свободной поверхности потока, по своему виду близок к прямой линии, проходящей через точку O, то зависимость (1468) и ур-ние (1478) могут считаться приемлемыми. Поясним, что точки A, B и O, показанные на фиг. 234, отвечают соответственно глубинам h_1, h_2 и h_0, где h_1 и h_2 суть крайние глубины на рассматриваемом участке потока. На фиг. 234 представлен случай, когда $h > h_0$, но приведенные пояснения вполне применимы и к случаю $h < h_0$.



Фиг. 234.

Установив указанным путем возможность применения к нашему случаю ур-ния (1478), величину x найдем, пользуясь тем же графиком (фиг. 234). Для этого проводим через точку O некоторую „осредняющую" прямую MN, которая пересекала бы участок кривой AB примерно в середине, причем величина x, как это легко показать на основании зависимости (1469), оказывается равной:

$$x = \operatorname{tg}\theta, \quad \ldots \quad (1490)$$

где θ — угол наклона прямой MN к оси ординат, причем в (1490) следует подставлять непосредственно величину $\operatorname{tg}\theta$, а не угла θ. Если при построении логарифмической анаморфозы берутся разные масштабы по оси абсцисс и ординат, то это обстоятельство нельзя упускать из вида при нахождении $\operatorname{tg}\theta$ в (1490).

Понятно, что пояснение выше построение логарифмической анаморфозы для модуля расхода можно применять и в несколько ином виде, а именно: по оси абсцисс будем откладывать $\lg K$ (а не $2\lg K$, как то имели ранее), причем по полученным точкам можем провести кривую $\lg K = f(\lg h)$. Использование этой кривой для выяснения приемлемости зависимости (1469) будет таково же, что и в случае кривой, показанной на фиг. 234; что же касается величины гидравлического показателя, то, очевидно, в данном случае эта величина определится зависимостью:

$$x = 2\operatorname{tg}\theta', \quad \ldots \quad (1491)$$

где θ' — угол наклона соответствующей осредняющей прямой MN к оси ординат.

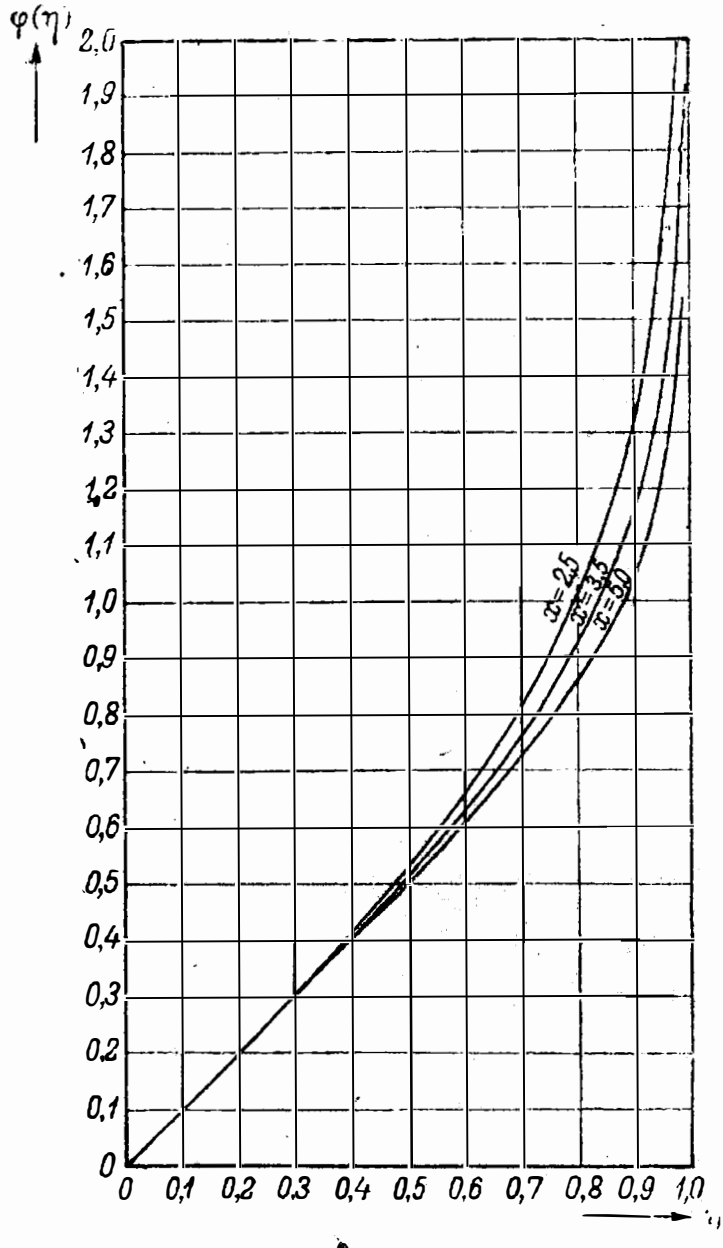
Закончив на этом пояснения в отношении отыскания величины x, перейдем теперь к следующему вопросу, связанному с практическим применением ур-ния (1478).

2°. О численных значениях функций $\varphi(\eta)$, входящих в ур-ние (1478). Для определения значения $\varphi(\eta)$ по заданной величине η или, наоборот, для

нахождения величины η по заданному значению $\varphi(\eta)$, что также может встретиться в практике (см. далее), — служит специальная таблица (см. Таблицу XXV в конце книги). Эта таблица состоит из ряда отдельных табличек, из которых каждая вычислена для определенного значения гидравлического показателя x. Всего мы приводим десять таких отдельных табличек для следующих значений x:

$x = 2{,}0$; $x = 2{,}50$;
$x = 3{,}0$; $x = 3{,}25$;
$x = 3{,}50$; $x = 3{,}75$;
$x = 4{,}0$; $x = 4{,}50$;
$x = 5{,}0$; $x = 5{,}5$.

Структура каждой отдельной таблички следующая: в первом столбце указаны аргументы η, во втором — соответствующие им численные значения функции $\varphi(\eta)$, в третьем столбце—первые разности Δ функции $\varphi(\eta)$, даваемые для удобства интерполяции между табличными значениями $\varphi(\eta)$. Что касается значений аргументов η, то они даны, конечно, не всюду через равные промежутки,—выбор промежутков зависит от характера изменения величины функции $\varphi(\eta)$. Для наглядности приводим здесь два графика, иллюстрирующие ход изменения $\varphi(\eta)$: на фиг. 235 — для случая $\eta < 1{,}0$ и на фиг. 236— для случая $\eta > 1{,}0$.



Фиг. 235.
Иллюстративный график для $\varphi(\eta)$ при $\eta < 1$.

Эти графики могут служить только для общей ориентировки при расчетах.

Таблица XXV взята из исполненной под нашим руководством работы: „Таблицы для построения кривых подпора и спада в руслах с прямым уклоном ($i > 0$) по способу проф. Бахметева“ [1]). В отношении помещаемой

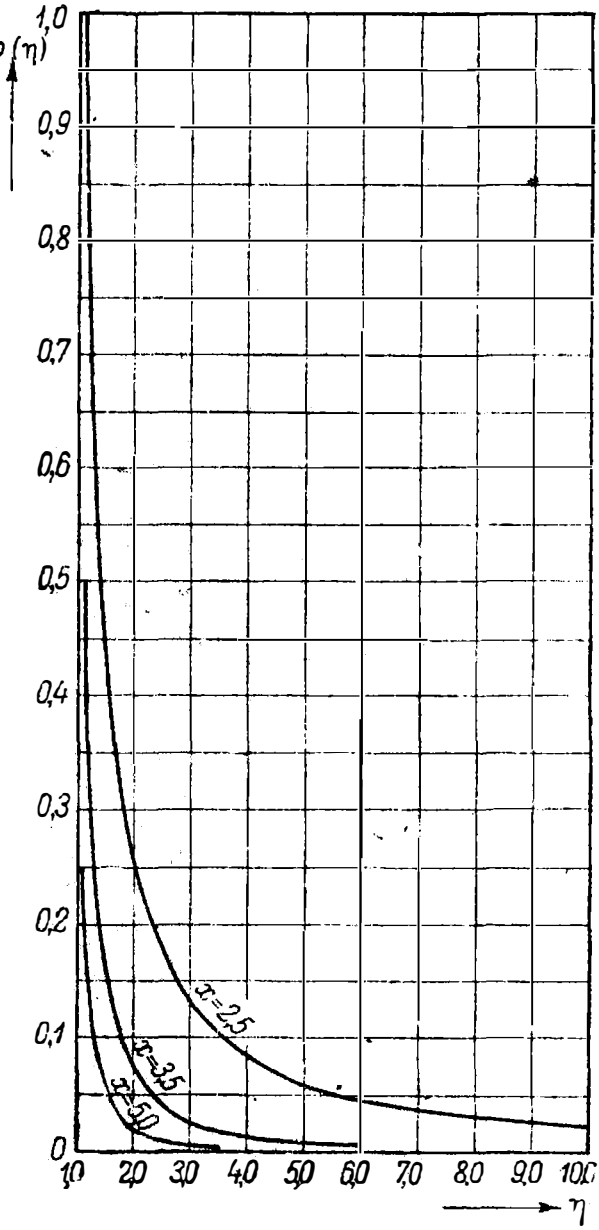
[1]) Издание Гос. Научно-Мелиорат. Института, 1929, стр. 47—68.

здесь таблицы надо отметить, что она приводится в несколько исправленном виде, и в нее внесены, сравнительно с изданием 1929 г., еще следующие изменения: обозначение $\psi(\eta)$ заменено обозначением $\varphi(\eta)$, и каждые две отдельные таблички, даваемые в изд. 1929 г. для определенного x при $\eta > 1$ и при $\eta < 1$, объединены здесь в одну табличку, включающую как значения $\eta > 1$, так и значения $\eta < 1$. Приводимые в Таблице XXV значения [1]) функций $\varphi(\eta)$ вычислены при условии, что в (1477) произвольная постоянная интегрирования равна нулю.

Укажем в заключение, что величина x, найденная согласно изложенному выше, лишь в редких случаях может совпасть с одним из табличных значений x. В большинстве случаев для заданного русла мы получаем такой гидравлический показатель x, для которого нет готовых таблиц $\varphi(\eta)$; при этом часто представляется возможным округлять найденное значение x до ближайшего его табличного значения. Если же мы желаем произвести расчет более точно, то можно пользоваться приемом линейной интерполяции. Так, например, если мы имеем русло с гидравлическим показателем $= x$, величина коего заключается в пределах: $x_a < x < x_b$ (причем для x_a и x_b таблицы имеются), то для функции $\varphi(\eta)$, соответствующей показателю x, берем значение:

$$\varphi(\eta) = \varphi_a(\eta) + \frac{x - x_a}{x_b - x_a}[\varphi_b(\eta) - \varphi_a(\eta)], \quad (1492)$$

где $\varphi_a(\eta)$ и $\varphi_b(\eta)$ суть значения функций при том же аргументе η, но взятые соответственно из таблиц для гидравлического показателя x_a и x_b.



Фиг. 236.
Иллюстративный график для $\varphi(\eta)$ при $\eta > 1$.

[1]) О способе вычисления величин функций $\varphi(\eta)$ см. там же, § 5, стр. 14—17.

§ 114. Основные задачи на неравномерное движение.

Основные задачи по неравномерному движению при применении ур-ния (1478) сводятся к следующим.

Первая задача состоит в том, чтобы, зная глубины h_1 и h_2 (см. фиг. 231) в потоке с данной формой и шероховатостью русла и с данным уклоном дна i и расходом Q, найти расстояние между соответствующими сечениями „1" и „2". Здесь прежде всего необходимо по известным правилам (глава V) определить нормальную глубину h_0, а затем — относительные глубины η_2 и η_1 по (1474), после чего по соответствующей таблице находим $\varphi(\eta_2)$ и $\varphi(\eta_1)$. Определив еще величину j по (1457), учитывая сделанное выше замечание о среднем ее значении на данном участке, видим, что в ур-ние (1478) входит лишь одна неизвестная — расстояние l, которую и находим, решая уравнение.

Пример 65. Для водотока с прямым уклоном дна $i = 0{,}0005$ заданы две глубины: $h_1 = 2{,}0$ *м* и $h_2 = 2{,}5$ *м*. Требуется определить расстояние между сечениями с этими глубинами (l), причем имеются следующие дополнительные условия: $h_0 = 1{,}50$ *м*; $C \cong \text{const} = 45{,}0$; $x = 3{,}50$ и $B \sim \gamma$.

Для решения этой задачи прежде всего находим относительные глубины η_1 и η_2:

$$\eta_1 = \frac{h_1}{h_0} = \frac{2{,}0}{1{,}5} = 1{,}333; \quad \eta_2 = \frac{h_2}{h_0} = \frac{2{,}5}{1{,}5} = 1{,}667,$$

зная которые определяем, пользуясь Таблицей XXV для $x = 3{,}50$, значения $\varphi(\eta_1)$ и $\varphi(\eta_2)$. Из таблицы имеем, что ближайшими к вычисленному значению $\eta_1 = 1{,}333$ являются:

$\eta_1 = 1{,}33$, которому соответствует значение $\varphi(\eta_1) = 0{,}235$;
$\eta_1 = 1{,}34$ „ „ „ $\varphi(\eta_1) = 0{,}229$.

и, интерполируя в этих пределах, находим, что $\varphi(\eta_1) = 0{,}233$. Поступая подобным же образом в отношении $\eta_2 = 1{,}667$, имеем $\varphi(\eta_2) = 0{,}120$.

Далее находим по (1458) величину j:

$$j = \frac{\alpha l C^2}{g} = \frac{1{,}1 \cdot 0{,}0005 \cdot 45{,}0^2}{9{,}81} = 0{,}11,$$

где величина α принята $= 1{,}1$.

Наконец, применяя основное ур-ние (1478), определяем искомую величину l:

$$l = \frac{h_0}{i}[\eta_2 - \eta_1 - (1-j)[\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1)]] =$$

$$= \frac{1{,}5}{0{,}0005}[1{,}667 - 1{,}333 - (1{,}0 - 0{,}11)(0{,}120 - 0{,}233)] \quad 1304 \text{ м}.$$

Вторая задача заключается в определении глубины потока h_2 в сечении „2" при условии, что известна глубина h_1 в сечении „1" и расстояние l между обоими сечениями (фиг. 231); кроме того, как и в первой задаче, дан расход Q, уклон дна i, а также форма и шероховатость русла. Переписав ур-ние (1478) в виде:

$$\eta_2 - (1-j)\varphi(\eta_2) = \frac{il}{h_0} + \eta_1 - (1-j)\varphi(\eta_1), \quad \ldots\ldots \quad (1493)$$

нетрудно заключить, что в правой части все величины могуть быть определены, причем, положим, эта правая часть получает значение $= A$. Тогда имеем:

$$\eta_2 - (1-j)\varphi(\eta_2) = A, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1494)$$

откуда путем подбора или графически можем найти величину h_2 или же предварительно величину η_2, после чего по (1474)

$$h_2 = h_0\eta_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1495)$$

Эта задача требует одного дополнительного пояснения: так как в ней мы не знаем заранее тех пределов, внутри коих изменяются глубины на данном участке, то мы не можем в (1493)—(1494) учесть величину j, как среднюю на участке; в виду этого приходится сначала вычислять j лишь по известной глубине h_1 и оперировать в (1493)—(1494) с таким предварительным значением j. Найдя при этом вышеуказанным путем глубину h_2, можем уточнить значение j, как среднее на участке, и вновь определить h_2 при более точном значении j [1]).

Пример 66. Для водотока с прямым уклоном дна $l = 0{,}0007$ задана глубина $h_1 = 0{,}80$ *м*. Требуется определить глубину h_2 в расстоянии $l = 85{,}0$ *м* от сечения с глубиной h_1. Дополнительные условия имеются следующие: $h_0 = 3{,}00$ *м*; $C \cong \text{const} = 45{,}0$; $x = 4{,}00$; $h_k = 1{,}62$ и $B = \sim$.

Так как заданная глубина h_1 менее h_k, причем

$$h_1 < h_k < h_0,$$

то в данном случае мы имеем кривую свободной поверхности типа C_I (кривую подпора); ясно, что искомая глубина h_2 должна лежать в пределах:

$$h_1 < h_2 < h_k.$$

Теперь находим η_1 и j:

$$\eta_1 = \frac{0{,}80}{3{,}00} = 0{,}267; \quad j = \frac{1{,}1 \cdot 0{,}0007 \cdot 45{,}0^2}{9{,}81} = 0{,}16$$

и затем, зная величину η_1, определяем, как и в предыдущем примере, значение $\varphi(\eta_1)$, пользуясь табличкой, составленной для $x = 4{,}00$ (см. Таблицу XXV). При этом величина $\varphi(\eta_1)$ оказывается равной

$$\varphi(\eta_1) = 0{,}267.$$

Далее, согласно пояснению, сделанному к ф-ле (1493), вычисляем величину A:

$$A = \frac{il}{h_0} + \eta_1 - (1 - j)\varphi(\eta_1) = \frac{0{,}0007 \cdot 85{,}0}{3{,}00} + 0{,}267 - (1 - 0{,}16) \cdot 0{,}267 = 0{,}063,$$

так что ур-ние (1494) перепишется в виде:

$$\eta_2 - 0{,}84 \cdot \varphi(\eta_2) = 0{,}063,$$

где $0.84 = 1 - j$.

Наконец, составляем приводимую здесь табличку, в которой задаемся различными значениями h_2 в пределах:

$$0{,}80\ м < h_2 < 1{,}62\ м,$$

и вычисляем соответствующие значения выражения $\eta_2 - 0{,}84 \cdot \varphi(\eta_2)$, где величины $\varphi(\eta_2)$ определяем по Таблице XXV для $x = 4{,}00$.

h_2 (*м*)	$\eta_2 = \frac{h_2}{3{,}0}$	$\varphi(\eta_2)$	$0{,}84 \cdot \varphi(\eta_2)$	$\eta_2 - 0{,}84\,\varphi(\eta_2)$
1,00	0,333	0,334	0,281	0,052
1,10	0,367	0,368	0,309	0,058
1,20	0,400	0,402	0,338	0,062
1,22	0,407	0,409	0,344	0,063

Как видно из этой таблички, ур-ние (1494) удовлетворяется при $h_2 = 1{,}22$ *м*, т. е. эта величина h_2 и является искомой [2]).

---

[1]) Аналогичное замечание относится также и к величине x.

[2]) Заметим, что в этом примере вследствие условия, что $C \cong \text{const}$ (см. условие примера) нам не пришлось использовать пояснения, приведенные после ф-лы (1495).

Третья задача является лишь видоизменением второй и отличается от последней тем, что глубина h_2 известна, глубину же h_1 требуется определить. Ясно, что способ решения будет такой же, как и в задаче второй.

Четвертая задача. К трем рассмотренным основным задачам можно добавить еще и четвертую (впрочем, реже встречаемую). Она состоит в том, чтобы, зная h_1, h_2 и l (фиг. 231), найти нормальную глубину h_0 (и вместе с тем — расход Q), причем известен уклон дна i, а также форма и шероховатость русла. Для решения этой задачи представим ур-ние (1478) в виде:

$$il = h_0 \cdot \{\eta_2 - \eta_1 - (1-j)[\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1)]\}, \quad . \quad . \quad . \quad (1496)$$

где правая часть, как видно по условиям задачи, является функцией от h_0:

$$h_0 \cdot \{\eta_2 - \eta_1 - (1-j)[\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1)]\} = (\text{положим}) \; f(h_0) \; . \; . \; . \quad (1497)$$

Задаваясь различными значениями h_0, строим график функции $f(h_0)$, откладывая по оси ординат величины h_0, а по оси абсцисс — вычисляемые значения $f(h_0)$; затем по абсциссе, равной величине il, читаем на оси ординат искомое значение нормальной глубины h_0. После этого легко находим и соответствующий расход потока Q по формулам равномерного движения.

Пример 67. В водотоке с прямым уклоном дна $i = 0{,}0008$ имеем кривую спада типа B_1. Определить величину h_0, если известны: $h_1 = 0{,}90$ *м*; $h_2 = 0{,}70$ *м*; $l = 150{,}0$ *м*; величина $(1-f) = 0{,}82$ и величина $x = 3{,}5$.

Для решения этой задачи определяем величину il:

$$il = 0{,}0008 \cdot 150{,}0 = 0{,}12$$

и затем составляем табличку, в которой задаемся различными значениями $h_0 (> h_1)$ и вычисляем, согласно (1497), соответствующие значения $f(h_0)$:

h_0 (*м*)	$\eta_1 = \frac{0{,}90}{h_0}$	$\eta_2 = \frac{0{,}70}{h_0}$	$\varphi(\eta_1)$ по Таблице XXV для $x = 3{,}5$	$\varphi(\eta_2)$ по Таблице XXV для $x = 3{,}5$	$0{,}82[\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1)]$	$f(h_0)$
0,95	0,947	0,737	1.350	0.807	— 0,445	0,223
1,00	0,900	0,700	1,152	0,753	— 0,327	0,127
1,05	0,857	0,667	1,032	0.708	— 0,266	0,080
1,10	0,818	0,636	0,947	0,668	— 0,229	0,052

По данным этой таблицы составляем график для $f(h_0)$ (см. фиг. 237) и, пользуясь этим графиком, находим действительное значение h_0, каковое, очевидно, должно отвечать значению $f(h_0) = il = 0{,}12$:

$$h_0 = 1{,}01 \; м.$$

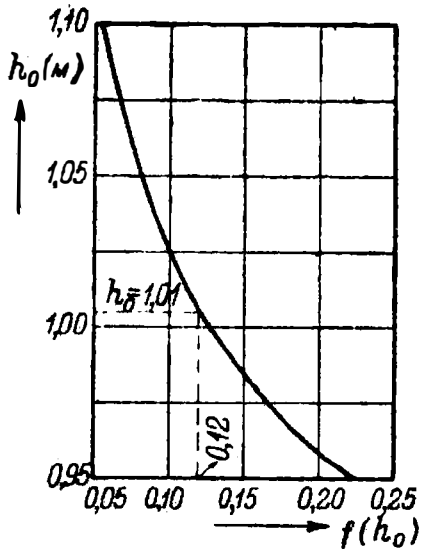
Что касается величины расхода Q, то, при заданной форме поперечного сечения водотока, расход легко найдется по формулам равномерного движения (глава V) при глубине воды $= h_0 = 1{,}01$ *м*.

Указанные задачи при практических расчетах в различных отраслях гидротехники могут видоизменяться, усложняться и комбинироваться [1]), на чем мы не можем здесь останавливаться. Отметим, между прочим, что к **первой** задаче приводится вопрос о **построении** кривых подпора и спада по точкам, как мы сейчас укажем. Зная, положим, начальную глубину h_1 данного водотока, находящегося в неравномерном движении (причем известны

[1]) При практических расчетах желательно, а часто даже **необходимо** ясно представлять себе формы свободной поверхности потока, получаемые в данном вопросе (см. § 111).

Q, i, форма и шероховатость русла), задаемся некоторой, возможной по условиям вопроса, глубиной h_2 и находим, как и в первой задаче, соответствующую длину l_{1-2}, получая тем самым одну точку кривой свободной поверхности потока; затем задаемся некоторой глубиной h_3, определяем расстояние l_{1-3} и получаем вторую точку кривой подпора или спада и т. д.

Надо сказать, что в практических расчетах зачастую приходится определять длину участка, на котором мы имеем неравномерное движение, т. е. „длину кривой подпора" или „длину кривой спада". Длина кривой подпора (типа A_I и C_{II}) или спада (типа B_I и B_{II}), вычисленная по ур-нию (1478), при подстановке в это ур-ние вместо одной из глубин потока величины h_0, получается равной $l = \infty$, что и понятно, так как названные кривые свободной поверхности асимптотически приближаются к линии $N-N$ (см. фиг. 227 и 228). Учитывая это обстоятельство, а также считаясь с тем, что в зоне асимптотического приближения кривых свободных поверхностей к линии $N-N$ неравномерностью движения потока практически надлежит пренебрегать, длины указанных выше кривых подпора или спада находим из ур-ния (1478), как расстояния между некоторой заданной глубиной h_1 или h_2 и глубиной $h_0 \pm \Delta$, принимаемой соответственно за глубину h_2 или h_1, причем величина Δ назначается по практическим соображениям (например, Δ можно принять $\cong 1/4 - 1\%$ от h_0).



Фиг. 237.

Заметим в заключение, что для кривых подпора типа A_I (см. фиг. 227) в руслах с сравнительно малым уклоном дна практически возможно пренебрегать величиною j, и тогда ур-ние (1478) для этого случая получает упрощенный вид:

$$\frac{il}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 - [\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1)], \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1498)$$

каковой, однако, нельзя распространять на другие случаи.

§ 115. Типовые примеры на применение уравнения неравномерного движения в случае прямого уклона дна.

В настоящем параграфе приведем типовые примеры на применение ур-ния (1478), причем в виду недостатка места дадим здесь только три таких примера, — однако, осветив их более подробно, чем то было сделано в предыдущем параграфе.

Пример 68. В земляном канале, находящемся в средних условиях содержания, имеется преграждение. Канал трапецоидальный (фиг. 238): $b = 5{,}0$ *м*; $m = 1{,}5$; $i = 0{,}0006$; $Q = 6{,}6$ *м*^{3}/*сек*. Глубина воды непосредственно у преграждения $h_{III} = 2{,}50$ *м*. Построить кривую свободной поверхности потока.

Решение данного примера, для ясности изложения, разобьем на ряд отдельных пунктов.

1) Определение нормальной глубины наполнения. Модуль расхода для равномерного режима при $Q = 6{,}6$ *м*^{3}/*сек* и $i = 0{,}0006$ определится по ф-ле:

$$K_0 = \frac{Q}{\sqrt{i}} = \frac{6{,}6}{\sqrt{0{,}0006}} = 269{,}4 \text{ м}^3/\text{сек},$$

Задаваясь различными значениями h при $b = 5{,}0$ $м$ и $m = 1{,}5$, определим по известным ф-лам величины ω, χ, R, C и K. Результаты вычислений сведены в таблицу А, где C определялось по сокращенной формуле [1]) Гангилье Куттера, при $n = 0{,}025$ (в виду того, что $i > 0{,}005$).

ТАБЛИЦА А.

h ($м$)	ω	χ	R	$\sqrt{R}$	C	K $м^3/сек$
0,80	4,96	7,88	0,629	0,79	36,5	143,0
0,90	5,72	8,25	0,693	0,83	37,2	176,6
1.00	6,50	8,61	0,755	0,87	38,0	214,9
1,10	7,32	8,97	0,816	0,90	38,4	253,0
1.20	8,16	9,33	0,875	0,94	39,1	300,0

Построив на основании полученных данных кривую $K = f(h)$ (фиг. 239), найдем по ней, что требуемой величине модуля расхода $K_0 = 269{,}4$ $м^3/сек$ соответствует нормальная глубина наполнения $h_0 = 1{,}14$ $м$.

2) Определение критической глубины. Для нахождения критической глубины воспользуемся соотношением (1442). В данном случае величина

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{1{,}1 \cdot 6{,}6^2}{9{,}81} = 4{,}88 \ (м^5) = \Delta(h_k);$$

задаваясь рядом значений h, вычислим соответствующие значения ω, B и Δ, где Δ — по (1441).

Результаты вычислений приведены в таблице В.

ТАБЛИЦА В.

h ($м$)	ω	ω^3	B	$\Delta = \frac{\omega^3}{B}$ ($м^5$)
0,40	2,24	11,24	6,20	1,81
0,50	2,88	23,89	6,50	3,68
0,60	3,54	44,36	6,80	6,52
0,70	4,24	76,23	7,10	10,74
0,80	4,96	122,02	7,40	16,52

Построив по приведенным в таблице данным кривую для Δ (фиг. 240), находим по ней, что при $\Delta(h_k) = 4{,}88$, $h_k = 0{,}55$ $м$ [2]).

3) Установление формы свободной поверхности. Для установления формы свободной поверхности потока сопоставляем между собой численные значения глубин h_0, h_k и $h_{пр}$. Как видно, в данном случае

$$h_{пр} > h_0 > h_k,$$

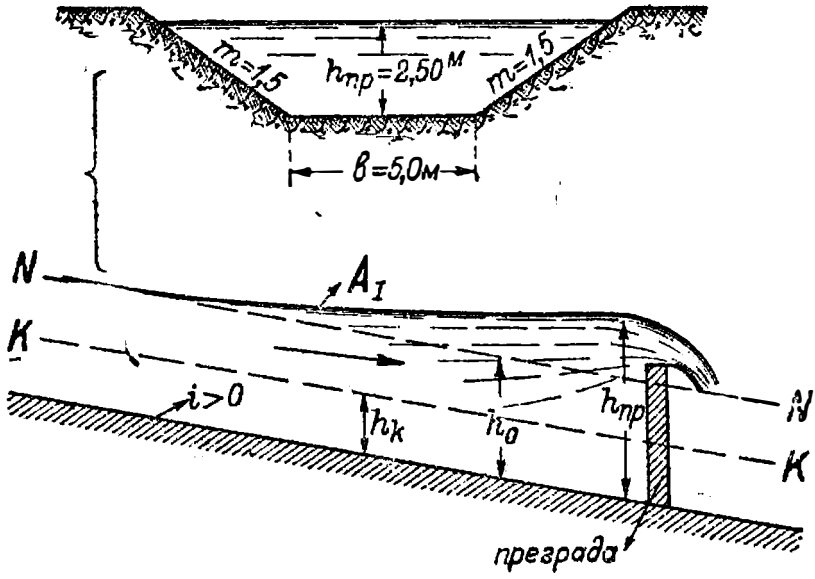
---

[1]) По этой же ф-ле коэфициент C определяется и дальше в данном примере.

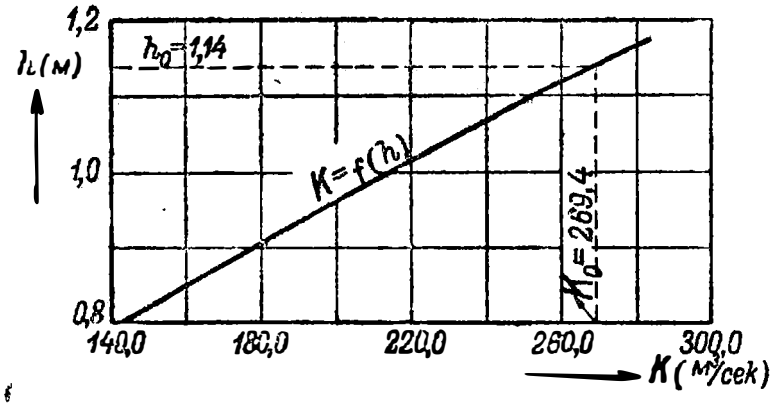
[2]) Если бы для определения h_k мы захотели воспользоваться Графиком XV, то, вычислив предварительно величины $\sqrt{\alpha}\frac{Q}{m}$ и $\frac{b}{m}$:

$$\sqrt{\alpha}\frac{Q}{m} = \sqrt{1{,}1}\frac{6{,}6}{1{,}5} = 4{,}61 \quad \text{и} \quad \frac{b}{m} = \frac{5{,}0}{1{,}5} = 3{,}33,$$

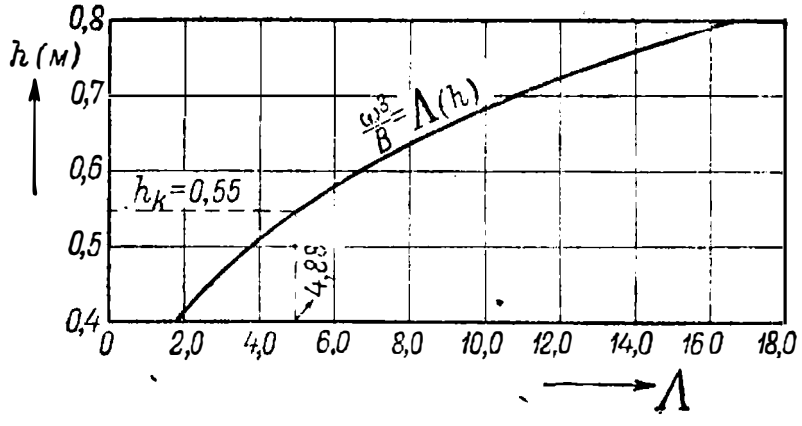
получили бы величину h_k также 0,55 $м$.



Фиг. 238.



Фиг. 239.



Фиг. 240.

и, следовательно, свободная поверхность воды в водотоке представляет собой кривую подпора типа A_I (см. фиг. 227).

4) Определение гидравлического показателя. Гидравлический показатель x найдем по ф-ле (1479), в которой глубину $h_{ср}$ для данного случая будем считать равной:

$$h_{ср} = \frac{h_0 + h_{пр}}{2} = \frac{1{,}14 + 2{,}50}{2} = 1{,}82\ м.$$

Модуль расхода, отвечающий этому значению глубины $h_{ср}$, равен:

$$K_{ср} = \omega_{ср} \cdot C_{ср} \cdot \sqrt{R_{ср}} = 14{,}07 \cdot 41{,}40 \cdot \sqrt{1{,}22} = 642{,}0\ м^3/сек$$

и, следовательно:

$$x = \frac{2(\lg K_{ср} - \lg K_0)}{\lg h_{ср} - \lg h_0} = \frac{2(\lg 642{,}0 - \lg 269{,}4)}{\lg 1{,}82 - \lg 1{,}14} = 3{,}71.$$

Полученную величину x округляем до ближайшего табличного значения (см. Таблицу XXV), причем окончательно имеем $x = 3{,}75$.

Если бы мы пожелали для определения x прибегнуть к ф-ле (1483) [1]), то при этом по формуле (1488) предварительно находим:

$$h_t = h_0 \sqrt[4]{\frac{h_{пр}}{h_0}} = 1{,}14 \sqrt[4]{\frac{2{,}50}{1{,}14}} = 1{,}39\ м,$$

где, как видно, крайняя (граничная) глубина принята $= h_{пр}$; величина β по ф-ле (14 2)

$$\beta = \frac{b}{h_t} = \frac{5{,}0}{1{,}39} = 3{,}60$$

и, наконец, величина гидравлического показателя русла по (1483) будет:

$$x = 3{,}4\left(1 + \frac{m}{\beta + m}\right) - 1{,}4\frac{m'}{\beta + m'} =$$

$$= 3{,}4\left(1 + \frac{1{,}5}{3{,}60 + 1{,}5}\right) - 1{,}4\frac{3{,}61}{3{,}60 + 3{,}61} = 3{,}70 = \sim 3{,}75,$$

где величина $m' = 2\sqrt{1 + m^2} = 3{,}61$.

Отметим, что, если бы в ф-ле (1483) мы взяли глубину h_t не по выражению (1488), а приравняли ее некоторому среднему значению глубины на рассматриваемом участке, например, глубине $h_{ср} = 1{,}82$ (см. ф-лу 1489), то значение x оказалось бы не сильно отличающимся от полученного выше. Действительно, для $h_t = 1{,}82\ м$ величина $\beta = 2{,}75$ и, следовательно,

$$x = 3{,}4\left(1 + \frac{1{,}5}{2{,}75 + 1{,}5}\right) - 1{,}4\frac{3{,}61}{2{,}75 + 3{,}61} = 3{,}81 = \sim 3{,}75.$$

5) Определение величины J. Величина J, входящая в ур-ние неравномерного движения (1478), для рассматриваемого нами случая (кривая подпора типа A_1) может быть принята постоянной по всей длине свободной поверхности потока, причем численное значение J представляется возможным определить, исходя из глубины

$$h_{ср} = \frac{h_0 + h_{пр}}{2} = 1{,}82\ м.$$

Для этой глубины, пользуясь известными формулами, находим:

$$C_{ср} = 41{,}4;\ \chi_{ср} = 11{,}57\ м;\ B_{ср} = 10{,}46\ м,$$

и, следовательно, согласно ф-ле (1457):

$$J = \frac{1{,}1 \cdot 0{,}0006}{9{,}81} \cdot \frac{41{,}4^2}{11{,}57} \cdot \frac{10{,}46}{11{,}57} = 0{,}10.$$

6) Вычисление свободной поверхности потока. Установив выше численные значения для различных величин, входящих в ур-ние неравномерного движения, приступим

---

[1]) Формула (1483) позволяет избежать вычисления среднего значения модуля расхода $K_{ср}$, а также логарифмирования.

непосредственно к вычислению кривой свободной поверхности потока. Общий ход решения задачи примем следующий: принимая в ур-нии (1478) относительную глубину

$$\eta_2 = \frac{h_{пр}}{h_0} = \frac{2{,}50}{1{,}14} = 2{,}19$$

и затем задаваясь различными значениями глубины h_1 в пределах от $h_1 = h_{пр} = 2{,}50$ *м* до $h_1 = h_0 = 1{,}14$ *м*, будем определять из ур-ния (1478) соответствующие длины l, т. е. расстояния от намеченных нами глубин h_1 до преграды, где глубина потока $= h_{пр}$. Получив таким образом данные для нахождения достаточного количества точек кривой, сможем по ним построить и самую кривую свободной поверхности.

В соответствии с принятым приемом построения кривой свободной поверхности, перепишем ур-ние (1478) в виде:

$$l = \frac{h_0}{i}[\eta_2 - (1-j)\varphi(\eta_2)] - \frac{h_0}{i}[\eta_1 - (1-j)\varphi(\eta_1)], \quad \ldots \quad (1499)$$

откуда, вводя обозначение:

$$\frac{h_0}{i}[\eta_2 - (1-j)\varphi(\eta_2)] = A = \text{const}, \quad \ldots \quad (1500)$$

получаем:

$$l = A - \frac{h_0}{i}[\eta_1 - (1-j)\varphi(\eta_1)] \quad \ldots \quad (1501)$$

Пользуясь в дальнейшем этим уравнением, определим численные значения входящих в него констант:

$$1 - j = 1{,}0 - 0{,}10 = 0{,}90;$$

$$\frac{h_0}{i} = \frac{1{,}14}{0{,}0006} = 1900;$$

что же касается определения величины A, то здесь предварительно надлежит найти значения $\varphi(\eta_2)$. С этой целью поступаем следующим образом: из Таблицы XXV при $x = 3{,}75$ находим, что ближайшими к вычисленному выше значению $\eta_2 = 2{,}19$ являются:

$\eta_1 = 2{,}100$, которому соответствует значение $\varphi(\eta_1) = 0{,}049$,
$\eta_1 = 2{,}200$, " " " $\varphi(\eta_1) = 0{,}043$;

интерполируя в этих пределах, получим значение $\varphi(\eta_1)$ при $\eta = \eta_2 = 2{,}19$, т. е. величину

$$\varphi(\eta_2) = 0{,}0436.$$

Найдя таким образом $\varphi(\eta_2)$, имеем:

$$A = 1900\,[2{,}19 - 0{,}9 \cdot 0{,}0436] = 4086,$$

и, следовательно, полученное выше ур-ние (1501) принимает в данном случае вид:

$$l = 4086 - 1900\,[\eta_1 - 0{,}9 \cdot \varphi(\eta_1)].$$

По этому ур-нию и производим вычисления. Эти вычисления сведены в табличке С в которой величины h_1 приняты, как было указано выше, значения же $\varphi(\eta)$ определены по Таблице XXV при $x = 3{,}75$, аналогично тому, как это было пояснено при нахождении величины $\varphi(\eta_2)$.

ТАБЛИЦА С.

h_1 (*м*)	$\eta = \frac{h_1}{1{,}14}$	$\varphi(\eta_1)$	$0{,}9 \cdot \varphi(\eta_1)$	$\eta_1 - 0{,}9 \cdot \varphi(\eta_1)$	$1900 \cdot [\eta_1 - 0{,}9\,\varphi(\eta_1)]$	l (*м*)
2,50	—	—	—	—	—	0
2.30	2.018	0,056	0,050	1,968	3739	347
2.10	1.842	0,072	0,065	1,777	3376	710
1.90	1.666	0,095	0.086	1.580	3002	1084
1.70	1,491	0,135	0,122	1,369	2601	1485
1,50	1.315	0,205	0.185	1,130	2147	1939
1.30	1,140	0.368	0.331	0.809	1537	2549
1.16	1,017	0,892	0,803	0.214	407	3679

Пользуясь полученными данными (см. первую и последнюю графы таблицы), на фиг. 241 намечаем ряд точек, по которым и проводим кривую свободной поверхности потока [1]).

Пример 69. Трапецоидальный земляной канал, находящийся в средних условиях содержания, заканчивается, не изменяя своего сечения, перепадом (фиг. 242-I). Уклон дна канала $i = 0{,}0009$; расход $Q = 15{,}0$ *м*³/*сек*. Поперечное сечение канала определяется размерами: $b = 8{,}0$ *м* и $m = 1{,}5$. Необходимо: 1) определить длину кривой спада; 2) найти глубину в расстоянии 260,0 *м* от перепада и 3) построить кривую спада.

Определив по известным уже способам значения нормальной и критической глубин, находим, что

$$h_0 = 1{,}26 \text{ м} \text{ и } h_k = 0{,}69 \text{ м},$$

где h_0 вычислено по нашей ф-ле для коэфициента Шези C (при $n = 0{,}025$).

Сообразуясь с тем, что глубина в конце канала на ребре перепада в данном случае может быть принята равной h_k [2]), имеем следующие соотношения глубин:

$$h_0 > h > h_k$$

и в связи с этим заключаем, что мы имеем кривую свободной поверхности типа B_I (кривая спада).

Величину гидравлического показателя x находим по графику на фиг. 232. Для этого по ф-ле (1488) вычисляем глубину

$$h_1 = h_0 \sqrt[4]{\eta_r} = 1{,}26 \sqrt[4]{\frac{0{,}69}{1{,}26}} = 1{,}08 \text{ м},$$

где крайнюю (граничную) относительную глубину на рассматриваемом участке η_r, так как нам предстоит строить кривую типа B_I, принимаем равной:

$$\eta_r = \frac{h_k}{h_0}.$$

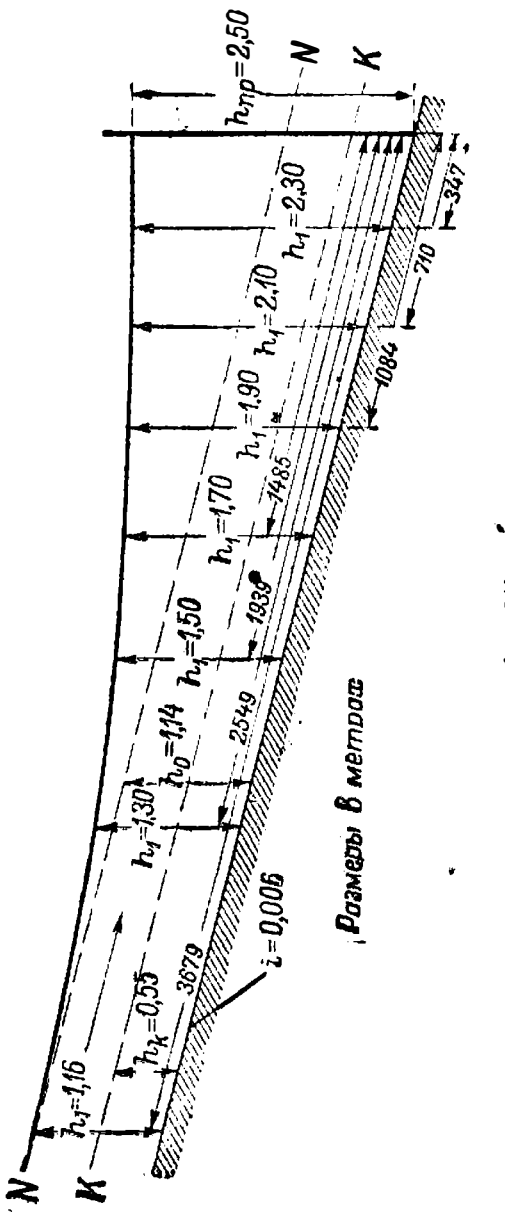
Зная h_1 и определив по (1482) величину β:

$$\beta = \frac{8{,}0}{1{,}08} = 7{,}40,$$

находим по графику, пользуясь кривой для $m = 1{,}5$, величину x, которая оказывается равной: $x = 3{,}50$.

Что касается величины j, то таковую полагаем постоянной на длине всей кривой спада, причем определяем ее для средней глубины

$$h_{ср} = \frac{h_0 + h_k}{2} = \frac{1{,}26 + 0{,}69}{2} = 0{,}98 \text{ м},$$



Фиг. 241.

каковой отвечает: $\chi_{ср} = 11{,}52$ *м*; $R_{ср} = 0{,}80$ *м*; $C_{ср}$ (по нашей формуле при $n = 0{,}025$) будет $= 38{,}0$; $B_{ср} = 10{,}93$ *м*. Пользуясь этими значениями, величину j находим по ф-ле (1457):

$$j = \frac{1{,}1 \cdot 0{,}0009 \cdot 38{,}0^2}{9{,}81} \cdot \frac{10{,}93}{11{,}51} = 0{,}14.$$

[1]) На фиг. 241 взяты различные масштабы для глубин h и длин l.

[2]) Как и для случая неватопленного водослива с широким порогом (см. § 94).

Определив таким образом численные значения отдельных величин, входящих в ур-ние (1478), и установив также тип свободной поверхности потока, перейдем теперь непосредственно к решению поставленных вопросов.

1) **Определение длины кривой спада.** Длину кривой спада будем определять, как расстояние l между сечениями с глубиной $h_k = 0{,}69$ *м*, устанавливающейся на перепаде, и глубиной $h_1 = 1{,}24$ *м*, достаточно близкой к нормальной глубине h_0 ($= 1{,}26$ *м*).

Пользуясь ур-нием (1474) и полагая $h_2 = h_k$, находим:

$$\eta_1 = \frac{h_1}{h_0} = \frac{1{,}24}{1{,}26} = 0{,}984; \quad \eta_2 = \frac{h_k}{h_0} = \frac{0{,}69}{1{,}26} = 0{,}548;$$

далее, обращаясь к Таблице XXV для $x = 3{,}50$, имеем:

$$\varphi(\eta_1) = \varphi(0{,}984) = 1{,}710; \quad \varphi(\eta_2) = \varphi(0{,}548) = 0{,}564.$$

Наконец, применяя ур-ние (1478) в виде:

$$l = \frac{h_0}{i}\left\{\eta_2 - \eta_1 - (1 - f)\left[\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1)\right]\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1502)$$

и подставляя в него найденные величины, получаем, что искомая длина кривой спада [1])

$$l = \frac{1{,}26}{0{,}0009}\left[0{,}548 - 0{,}984 - (1 - 0{,}14)\cdot(0{,}564 - 1{,}710)\right] = 768 \text{ м}.$$

2) **Определение глубины в расстоянии 260 *м* от перепада.** Для решения этой задачи пользуемся ур-нием (1478), переписанным в виде:

$$\eta_1 - (1 - f)\varphi(\eta_1) = \eta_2 - (1 - f)\varphi(\eta_2) - \frac{il}{h_0}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1503)$$

причем, подставляя в это ур-ние найденные выше численные значения для h_0, η_2, $\varphi(\eta_2)$ и f, получаем:

$$\eta_1 - (1 - 0{,}14)\varphi(\eta_1) = 0{,}548 - (1 - 0{,}14)\cdot 0{,}564 - \frac{0{,}0009\cdot 260{,}0}{1{,}26} = -0{,}123,$$

или

$$0{,}86\cdot\varphi(\eta_1) - \eta_1 = 0{,}123,$$

где η_1 есть искомая относительная глубина.

Последнее ур-ние решаем (непосредственно в отношении h_1) графически, пользуясь Таблицей XXV для найденного выше значения $x = 3{,}5$. С этой целью составляем табличку *A*, в которой задаемся рядом h_1 в пределах $h_0 > h_1 > h_k$ и вычисляем левую часть полученного ур-ния.

По данным этой таблицы строим на фиг. 242-II график, откладывая по оси ординат h_1 и по оси абсцисс выражение $0{,}86\,\varphi(\eta_1) - \eta_1$. По графику, откладывая на оси абсцисс величину $0{,}86\,\varphi(\eta_1) - \eta_1 = 0{,}123$, находим, что искомая глубина h_1 на расстоянии 260 *м* от перепада будет $= 1{,}15$ *м*.

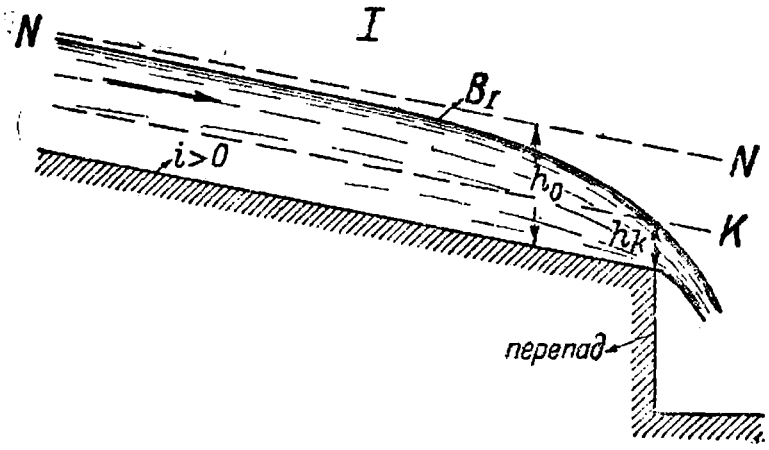
ТАБЛИЦА А.

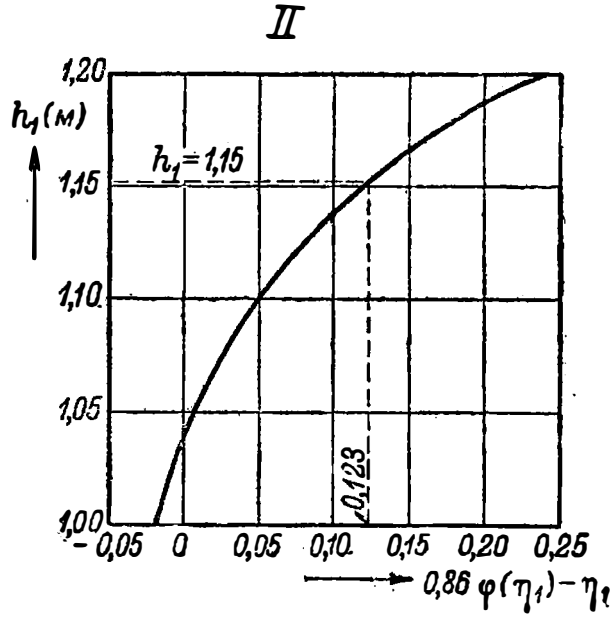
h_1 (*м*)	$\eta_1 = \frac{h_1}{1{,}26}$	$\varphi(\eta_1)$	$0{,}86\,\varphi(\eta_1)$	$0{,}86\,\varphi(\eta_1) - \eta_1$
1,00	0,794	0,902	0,776	−0,018
1,10	0,873	1,073	0,923	+0,050
1,15	0,913	1,197	1,030	0,117
1,20	0,952	1,380	1,187	0,235

[1]) Разумеется, длину кривой спада мы можем также найти в связи с построением этой кривой (см. 3-й пункт примера).

ТАБЛИЦА В.

h_1 (м)	$\eta_1 = \frac{h_1}{1{,}26}$	$\varphi(\eta_1)$	$0{,}86 \cdot \varphi(\eta_1)$	$\eta_1 - 0{,}86 \cdot \varphi(\eta_1)$	$1400 \cdot [\eta_1 - 0{,}86 \cdot \varphi(\eta_1)]$	l (м)
$0{,}69 = h_k$	—	—	—	—	—	0,0
0,80	0,635	0,666	0,573	0,062	85,8	1,4
0,90	0,714	0,773	0,665	0,049	68,6	19,6
1,00	0,794	0,902	0,776	0,018	25,2	63,0
1,10	0,873	1,073	0,923	— 0,050	— 70,0	158,0
1,20	0,952	1,380	1,187	— 0,235	— 329,0	417,0
1,24	0,984	1,710	1,470	— 0,486	— 680,0	768,0



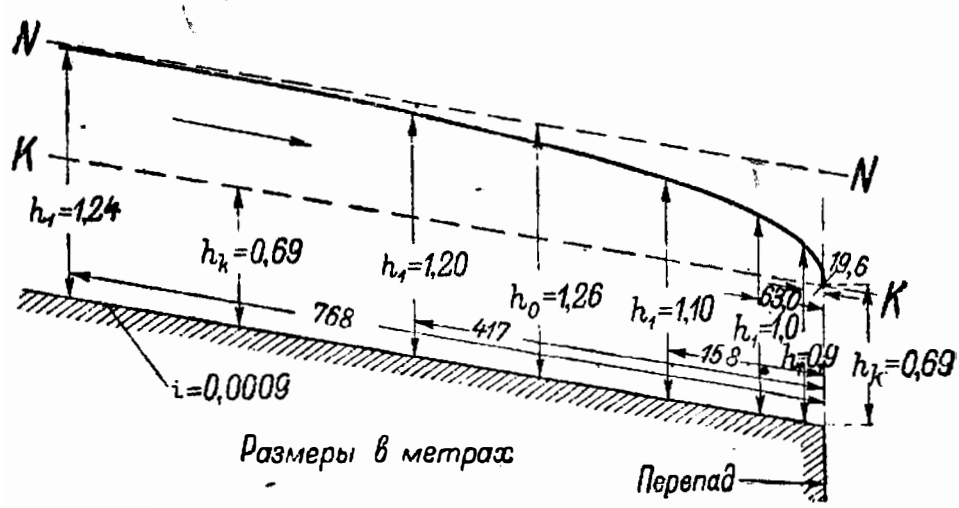


Фиг. 242.

3) **Построение кривой свободной поверхности.** Метод построения свободной поверхности ничем не отличается от принятого при решении предыдущего примера. Воспользовавшись ур-нием (1478), написанным в виде (1501), где через A обозначено выражение (1500), и имея в виду определенные ранее численные значения h_0, j, η_2 и $\varphi(\eta_2$ вычисляем:

$$(1-j) = 1{,}0 - 0{,}14 = 0{,}86; \quad \frac{h_0}{l} = \frac{1{,}26}{0{,}0009} = 1400;$$

$$A = \frac{h_0}{l}[\eta_2 - (1-j)\varphi(\eta_2)] = 1400\,[0{,}548 - 0{,}86 \cdot 0{,}564] = 88{,}2.$$

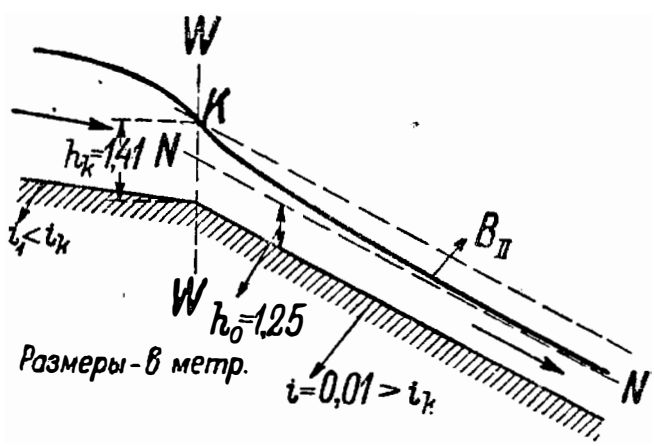


Фиг. 243.

после чего ур-ние (1501) представится в виде:

$$l = 88{,}2 - 1400\,[\eta_1 - 0{,}86\,\varphi(\eta_1)].$$

Пользуясь этим ур-нием, вычисления для кривой спада приводим в табличке B, где величинами h_1 задаемся в пределах от h_k до глубины достаточно близкой к h_0, находя значения $\varphi(\eta_1)$ по Таблице XXV для $x = 3{,}5$

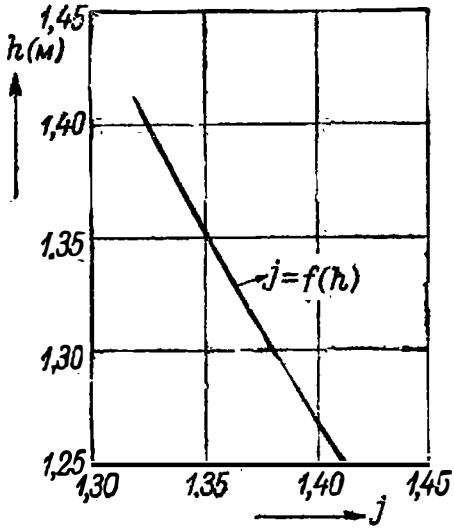


Фиг. 244.

По данным этой таблички представляется возможным, как и в предыдущем примере, построить кривую свободной поверхности, что и сделано на фиг. 243, где горизонтальный и вертикальный масштабы различны.

Пример 70. Железобетонный лоток прямоугольного сечения ($m = 0$) шириною $b = 1{,}0$ *м* пропускает расход $Q = 5{,}0$ *м³/сек*. Уклон дна лотка в верхней его части $= i_1 < i_k$, в нижней части уклон $= i = 0{,}01 > i_k$ (фиг. 244). Построить кривую свободной поверхности потока в пределах части лотка, имеющей уклон $i > i_k$.

Определяя, как было показано в примере 68, нормальную глубину наполнения, находим, пользуясь нашей ф-лой для коэфициента Шези C (при $n = 0{,}013$), что $h_0 = 1{,}25$ *м*. Значение критической глубины можем определить непосредственно по ф-ле (1443), так как лоток имеет прямоугольное сечение. В условиях настоящего примера



Фиг. 245.

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{5{,}0}{1{,}0} = 5{,}0 \ м^3/сек; \quad h_k = \sqrt[3]{\frac{1{,}1 \cdot 5{,}0^2}{9{,}81}} = 1{,}41 \ м.$$

Глубину потока в сечении, проведенном через точку перелома дна лотка (см. сечение $W - W$), представляется возможным [1]) считать $h = h_k$; имея это в виду, а также учитывая определенные выше численные значения глубин h_0 и h_k, получаем для нашего случая следующие соотношения глубин:

$$h_k > h > h_0,$$

в связи с чем заключаем, что кривая свободной поверхности нижней части лотка будет типа B_{II} (кривая спада; см. также фиг. 228).

Для определения гидравлического показателя русла x обращаемся к ф-ле (1481), данной для прямоугольного русла, причем предварительно по ф-ле (1488) находим глубину h_t:

$$h_t = h_0 \sqrt[4]{\frac{h_k}{h_0}} = 1{,}25 \sqrt[4]{\frac{1{,}41}{1{,}25}} = 1{,}29 \ м,$$

где, как видно, крайняя (верховая) глубина на рассматриваемом участке принята $= h_k$. Зная h_t, имеем [3]):

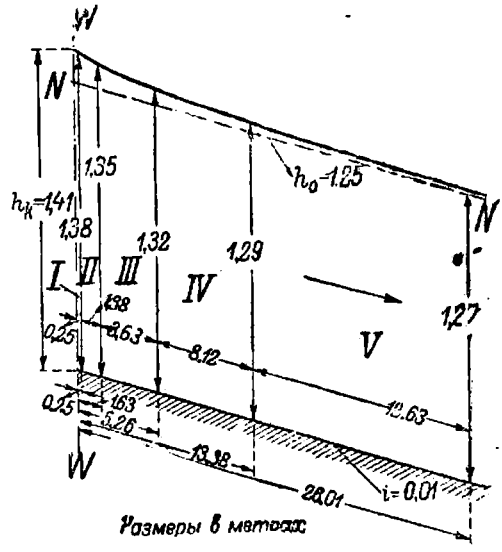
$$\beta = \frac{b}{h_t} = \frac{1{,}0}{1{,}29} = 0{,}78,$$

$$x = 3{,}4 - \frac{2{,}8}{0{,}78 + 2} = 2{,}393 = \sim 2{,}40,$$

откуда видно, что полученное значение x лежит между следующими табличными значениями для x (см. Таблицу XXV): $x = 2{,}0$ и $x = 2{,}5$.

Что касается величины j (см ф-лу 1457), то таковую, в отличие от предыдущих примеров, не будем полагать в этом нашем расчете постоянной на всей длине кривой спада. В связи с этим, для облегчения дальнейших вычислений, строим на фиг. 245 график изменения j в зависимости от глубины, предварительно вычислив табличку А, в которой задаемся четырьмя глубинами, выбранными в интересующих нас пределах [3]).

Для построения кривой свободной поверхности принимаем, как указано выше, что в сечении $W - W$ (фиг. 244) устанавливается глубина $= h_k$, и, имея в виду учесть изменение величины j по длине потока, перепишем основное ур-ние (1478) в виде:



Фиг. 246.

$$l = \frac{h_0}{i}\{[\eta_2 - (1 - J)\varphi(\eta_2)] - [\eta_1 - (1 - J)\varphi(\eta_1)]\}, \quad \ldots\ldots \quad (1504)$$

---

[1]) См. сноску в начале примера 69.

[2]) Если бы мы хотели для определения x применить график, данный на фиг. 232, то, зная величину β и пользуясь кривой графика для $m = 0$, получили бы, читая по оси ординат, значение x, равным 2,40.

[3]) Коэфициент Шези C в приводимой табличке вычислен по нашей формуле; величина n принята равной 0,013.

ТАБЛИЦА А.

h (*м*)	ω	χ	R	C	J
$1{,}41 = h_k$	1,41	3,82	0,369	67,0	1,32
1,35	1,35	3,70	0,365	66,7	1,35
1,30*	1,30	3,60	0,361	66,5	1,38
$1{,}25 = h_0$	1,25	3,50	0,357	66,3	1,41

или, учитывая, что

$$\frac{h_0}{i} = \frac{1{,}25}{0{,}01} = 125{,}0,$$

в виде:

$$l = 125{,}0\,\{[\tau_{\eta_2} - (1-j)\,\varphi(\eta_2)] - [\eta_1 - (1-j)\,\varphi(\eta_1)]\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1504)$$

Пользуясь полученным ур-нием, составляем табличку В, в которой задаемся рядом глубин в пределах от h_k до глубины достаточно близкой к h_0 (такая глубина принята $= 1{,}25$ *м*), причем, разбив по этим глубинам весь поток на отдельные участки, определяем для каждого участка в отдельности, исходя из средней глубины для него, величину J (по фиг. 245)

ТАБЛИЦА В.

№ участков	h (*м*)	$h_{ср}$	J	$\eta = \frac{h}{1{,}25}$	$\varphi(\eta)$ для $x = 2{,}0$	$\varphi(\eta)$ для $x = 2{,}50$	$\varphi(\eta)$ для $x = 2{,}40$	$\eta - (1-J)\,\varphi(\eta)$	l (*м*)	Σl (*м*)
I	$h_1 = 1{,}41$	1,40	1,325	1,128	1,406	0,878	0,984	1,448	0,25	0,00
	$h_2 = 1{,}38$			1,104	1,504	0,955	1,065	1,450		0,25
II	$h_1 = 1{,}38$	1,37	1,340	1,104	1,504	0,955	1,065	1,466	1,33	
	$h_2 = 1{,}35$			1,080	1,629	1,053	1,168	1,477		1,63
III	$h_1 = 1{,}35$	1,34	1,360	1,080	1,629	1,053	1,168	1,500	3,63	
	$h_2 = 1{,}32$			1,056	1,804	1,192	1,314	1,529		5,26
IV	$h_1 = 1{,}32$	1,31	1,375	1,056	1,804	1,192	1,314	1,549	8,12	
	$h_2 = 1{,}29$			1,031	2,092	1,420	1,554	1,614		13,38
V	$h_1 = 1{,}29$	1,28	1,390	1,031	2,092	1,420	1,554	1,637	12 63	
	$h_2 = 1{,}27$			1,015	2,450	1,704	1,853	1,738		26,01

и затем, зная J, находим длины отдельных участков (l). В последней графе приводимой таблички даны величины Σl, т. е. расстояния от начального сечения $W - W$, где мы имеем $h = h_k$, до сечения с соответствующей глубиной. Пользуясь этой графой, а также графой для h, представляется возможным построить искомую кривую спада, что и сделано на фиг. 246 (при различных вертикальном и горизонтальном масштабах).

В данном примере величина x, полученная нами равной 2,40, оказалась не совпадающей ни с одним табличным значением x (см. Таблицу XXV). В связи с этим при составлении приведенной выше таблички В, для определения по Таблице XXV необходимых нам значений $\varphi(\eta)$ при $x = 2{,}40$, мы пользовались интерполяцией по формуле (1492).

§ 116. Неравномерное движение в водотоках с горизонтальным дном.

Движение воды в руслах с горизонтальным дном представляет специальный случай неравномерного движения и требует особого рассмотрения, главным образом — потому, что при уклоне дна $i=0$ самое понятие о „нормальной глубине" теряет физический и гидравлический смысл. В самом деле, при равномерном движении линия свободной поверхности параллельна линии дна, что, при горизонтальности последнего, требовало бы и горизонтальной свободной поверхности, при каковых условиях течение воды, по смыслу теоремы Бернулли для реальной жидкости, невозможно.

При горизонтальном дне, когда $i=0$, вместо ур-ния (1439) получаем:

$$\frac{dh}{ds}=\frac{-\frac{Q^2}{K^2}}{1-\frac{\alpha Q^2}{g}\cdot\frac{B}{\omega^3}}, \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1505)$$

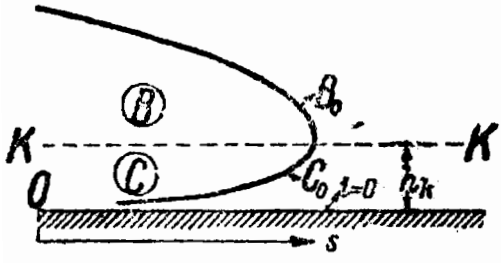
где теперь введем[1]) понятие „критического модуля расхода":

$$K_k=\omega_k C_k\sqrt{R_k}, \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1506)$$

причем вместо (1505) будет:

$$\frac{dh}{ds}=-\frac{i_k\cdot\frac{K_k^2}{K^2}}{1-\frac{\Lambda_k}{\Lambda}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1507)$$

Этот вид ур-ния соответствует ур-нию (1454), данному выше для прямого уклона, и может служить для исследования формы свободной поверхности при $i=0$. В этом случае мы имеем лишь две зоны: B и C (фиг. 247), и соответственно две ветви для кривых свободной поверхности: B_0 и C_0, из коих первая вверх против течения уходит на бесконечность.



Фиг. 247.

Далее, для интегрирования ур-ние (1505) можно преобразовать так:

$$\frac{dh}{ds}=-\frac{i_k\cdot\frac{K_k^2}{K^2}}{1-j_k\frac{K_k^2}{K^2}}, \qquad \ldots\ldots (1508)$$

где величина j_k имеет значение:

$$j_k=\frac{\alpha i_k C^2}{g}\cdot\frac{B}{\chi}, \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1509)$$

причем i_k есть критический уклон (§ 110), остальные же величины (C, B и χ) соответствуют глубине неравномерного режима.

[1]) Как предложено нами в „Гидравлическом справочнике", изд. 1924 г., стр. 131. Подробнее — см. нашу работу: „О неравномерном движении при горизонтальном дне водотока" (XX вып. „Известий Научно-Мелиорац. Института" или отдельный оттиск, 1930 г.).

В уравнение (1508) введем две относительные величины: 1) относительную глубину

$$\xi=\frac{h}{h_k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1510)$$

и 2) относительный модуль расхода

$$\varkappa_k=\frac{K}{K_k}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1511)$$

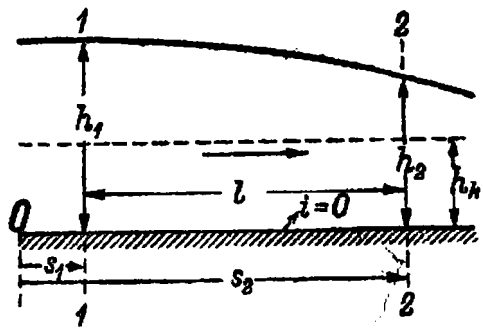
причем, как видим, эти относительные величины отличны от тех, которые имели место для прямого уклона (§ 112). В соответствии с показательным законом проф. Бахметева для модуля расхода, напишем:

$$\left(\frac{K}{K_k}\right)^2=\left(\frac{h}{h_k}\right)^x \quad \ldots\ldots (1512)$$

и от ур-ния (1508) придем к уравнению:

$$\frac{i_k\,ds}{h_k}=(j_k-\xi^x)\,d\xi, \quad \ldots (1513)$$

где x — гидравлический показатель русла.



Фиг. 248.

Из диференциального ур-ния (1513), интегрируя от сечения 1 до сечения 2 (фиг. 248), получаем:

$$\frac{i_k(s_2-s_1)}{h_k}=j_k(\xi_2-\xi_1)-\frac{1}{x+1}(\xi_2^{x+1}-\xi_1^{x+1}), \quad \ldots\ldots (1514)$$

или, так как $s_2-s_1=l$, то

$$\frac{i_k l}{h_k}=j_k(\xi_2-\xi_1)-\frac{1}{x+1}(\xi_2^{x+1}-\xi_1^{x+1}), \quad \ldots\ldots (1515)$$

что может быть также представлено в виде:

$$\frac{i_k l}{h_k}=j_k(\xi_2-\xi_1)-\left(\frac{\xi_2^{x+1}}{x+1}-\frac{\xi_1^{x+1}}{x+1}\right), \quad \ldots\ldots (1515')$$

где значки „1“ и „2“ указывают на те сечения, к которым относятся соответствующие величины [1]); ξ_1 и ξ_2 суть относительные глубины в сечениях 1 и 2, определяемые на основании (1510):

$$\left.\begin{aligned}\xi_1&=\frac{h_1}{h_k};\\ \xi_2&=\frac{h_2}{h_k}.\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (1516)$$

Что касается величины j_k, то по поводу нее следует повторить то же, что сказано выше о „среднем значении“ величины j на рассматриваемом

[1]) Как видно из фиг. 248, сечение „1“ располагается выше сечения „2“. Это необходимо иметь в виду при практическом применении указанных ур-ний, чтобы получать $l>0$.

участке (§ 112). В отношении гидравлического показателя x надлежит отметить, что при его определении в данном случае необходимо пользоваться указаниями, сделанными выше в п. 1°, § 113 (см. таблицу 147; ф-лы (1479)—(1491); графики на фиг. 232 и 233 и схему на фиг. 234), причем следует только глубину h_0, с которой мы оперировали в § 113, заменить критической глубиной h_k, в связи с чем ф-лы (1479), (1479'), (1487), (1487'), (1488) и (1488') для данного случая ($i=0$) перепишутся соответственно в виде:

$$x=\frac{2(\lg K_{cp}-\lg K_k)}{\lg h_{cp}-\lg h_k}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1517)$$

$$x=2\frac{\lg(\varkappa_0)_{cp}}{\lg \xi_{cp}}, \text{ где } (\varkappa_0)_{cp}=\frac{K_{cp}}{K_k} \text{ и } \xi_{cp}=\frac{h_{cp}}{h_k}; \quad \ldots \quad (1517')$$

$$h_t=h_k\cdot\sqrt[4]{\xi_1\cdot\xi_2}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1518)$$

$$h_t=h_k\cdot\sqrt{\frac{\xi_1+\xi_2}{2}}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1518')$$

$$h_t=h_k\cdot\sqrt[4]{\xi_r}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1519)$$

$$h_t=h_k\cdot\sqrt{\frac{1+\xi_r}{2}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1519')$$

где, как ясно из сделанных ранее пояснений, ξ_1 и ξ_2 суть крайние (граничные) относительные глубины на рассматриваемом участке, определенные согласно ур-нию (1510), и ξ_r есть также крайняя (граничная) относительная глубина ($=\xi_1$) в том случае, если свободная поверхность строится до глубин близких к критической (т. е. когда $\xi_2=\sim 1$).

Полученное выше ур-ние (1515) не требует каких-либо таблиц для самой возможности производства конкретных гидравлических расчетов. В самом деле, определив для данной формы русла его гидравлический показатель x, видим, что ур-ние (1515) вполне готово для **непосредственных вычислений**. Однако, если вспомнить, что показатель x лишь в отдельных частных случаях выражается целым числом, то будет ясно, что при непосредственном применении ур-ния (1515) к гидравлическим расчетам потребовалось бы много напрасной вычислительной работы, которая и должна быть устранена **составлением** соответствующих таблиц, — с тем, чтобы приходилось лишь в редких случаях обращаться к вычислениям непосредственно по ур-нию (1515), что все же иногда может понадобиться.

Наиболее удобные таблицы, как мы полагаем, могут быть получены, если предварительно несколько преобразовать форму ур-ния (1515), а именно — переписать его так:

$$\frac{i_k l}{h_k}=(j_k-1)(\xi_2-\xi_1)-\left[\left(\frac{\xi_2^{x+1}}{x+1}-\xi_2\right)-\left(\frac{\xi_1^{x+1}}{x+1}-\xi_1\right)\right] \quad \ldots \quad (1520)$$

Вводя сокращенное обозначение:

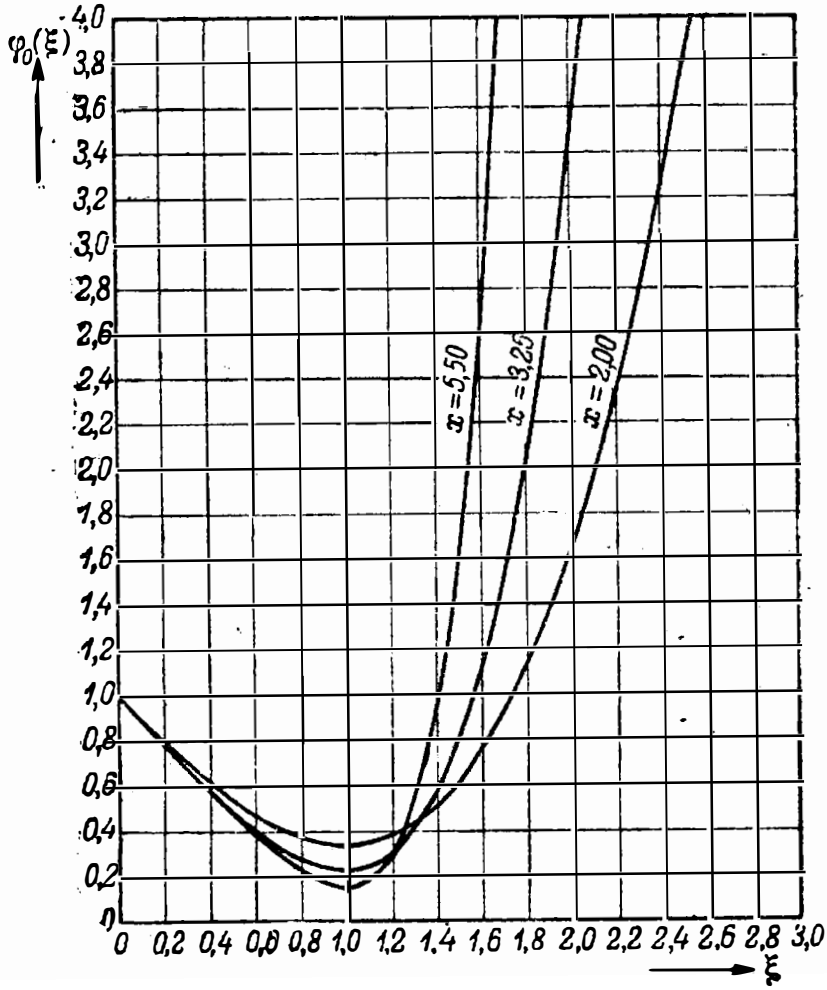
$$\varphi_0(\xi)=\frac{\xi^{x+1}}{x+1}-\xi, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1521)$$

можем (1520) представить в **окончательном виде**:

$$\frac{i_k l}{h_k}=(j_k-1)(\xi_2-\xi_1)-[\varphi_0(\xi_2)-\varphi_0(\xi_1)], \quad \ldots\ldots \quad (1522)$$

где $\varphi_0(\xi_2)$ и $\varphi_0(\xi_1)$ суть значения функции $\varphi_0(\xi)$ при $\xi=\xi_2$ и $\xi=\xi_1$.

Для функций $\varphi_0(\xi)$, определяемых по (1521), нами составлены опубликованные в 1930 г. таблицы [1]) при тех же значениях гидравлического показателя x, как и для прямого уклона (см. п. 2°, § 113). Приводимая в конце настоящего „Справочника" Таблица XXVI, содержащая численные значения функций $\varphi_0(\xi)$, несколько отличается от наших таблиц 1930 г. Отличие это



Фиг. 249. — Иллюстративный график для $\varphi_0(\xi)$.

заключается в том, что, помимо некоторых исправлений, в Таблице XXVI произведена замена обозначения $\psi_0(\tau_i)$ обозначением $\varphi_0(\eta)$ и, кроме того, все численные значения функций в этой таблице по сравнению с (1521) увеличены путем введения постоянного слагаемого, равного единице (с целью избавиться от отрицательных значений функций), т. е. в Таблице XXVI даны величины $\varphi_0(\xi)$, вычисленные по формуле:

$$\varphi_0(\xi) = \frac{\xi^{x+1}}{x+1} - \xi + 1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1521')$$

[1]) Н. Н. Павловский, „О неравномерном движении при горизонтальном дне водотока", XX вып. „Известий Гос. Научно-Мел. Института" или отд. оттиск. 1930 г.

Разумеется, введение указанного постоянного слагаемого не влияет на результаты расчета по уравнению (1522). На фиг. 249 приводим график, иллюстрирующий характер изменения[1]) функций $\varphi_0(\xi)$. Во избежание возможных ошибок при расчете водотоков с горизонтальным дном следует иметь в виду, что в литературе, помимо наших таблиц, составленных применительно к уравнению (1522), встречаются и таблицы, служащие для расчета по ур-нию (1515'), причем в этих таблицах приведены численные значения выражений $\frac{\xi^{x+1}}{x+1}$, а не функций (1521) или (1521').

Надо заметить, что применимость ур-ния (1522) к различным призматическим руслам определяется указаниями, сделанными выше по поводу ур-ния (1478), см. § 112.

Основные задачи по неравномерному движению при горизонтальном дне остаются те же, что и при прямом уклоне (§ 114). Интерполяционная формула (1492) в данном случае заменяется такою:

$$\varphi_0(\xi) = \varphi_a(\xi) + \frac{x - x_a}{x_b - x_a} \cdot [\varphi_b(\xi) - \varphi_a(\xi)], \quad \ldots\ldots \quad (1523)$$

где $\varphi_a(\xi)$ и $\varphi_b(\xi)$ суть значения функций $\varphi_0(\xi)$ при данном аргументе ξ, взятые из таблиц для гидравлических показателей x_a и x_b.

Остановимся теперь на некоторых упрощениях, которые иногда возможны для расчетного ур-ния (1522). Прежде всего укажем, что для сравнительно широких русел, когда $\chi = B$, величина j_k вместо (1509) выразится более просто:

$$j_k = \frac{\alpha i_k C^2}{g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1524)$$

где критический уклон i_k определяется по (1453), в виду чего выражение для j_k в этом случае может быть представлено также в виде:

$$j_k = \left(\frac{C}{C_k}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1524')$$

Далее, если для таких русел пренебречь изменением коэфициента Шези C с глубиной в пределах рассматриваемого участка, то, как видно из (1524'),

$$j_k = 1, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1525)$$

и тогда основная зависимость (1522) представится так:

$$\frac{i_k l}{h_k} = \varphi_0(\xi_1) - \varphi_0(\xi_2). \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1526)$$

Наконец, если и при определении показателя x принять, что коэфициент C не изменяется при разных глубинах, то, как отмечено в п. 1°, § 113, для широкого прямоугольного русла значение $x = 3$, и функция $\varphi_0(\xi)$ по (1521) будет:

$$\varphi_0(\xi) = \frac{1}{4}\xi^4 - \xi, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1527)$$

[1]) О свойствах функции $\varphi_0(\xi)$ см. там же, § 5.

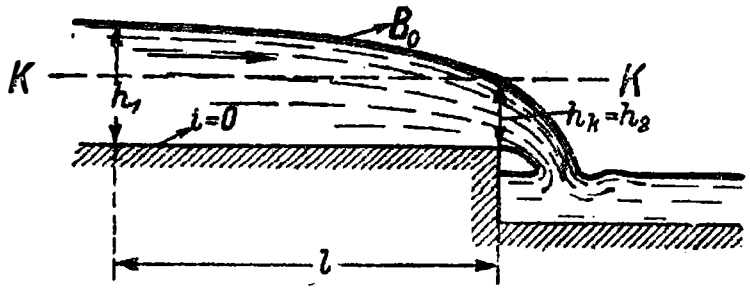
так что из (1526) получим:

$$\frac{i_k l}{h_k} = \xi_2 - \xi_1 - \frac{1}{4}(\xi_2^4 - \xi_1^4), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1528)$$

в чем и заключается простейшее, но вообще недостаточно точное ур-ние неравномерного движения при горизонтальном дне водотока.

В заключение этого параграфа приведем несколько примеров на применение основного ур-ния неравномерного движения (1522) в случае горизонтального уклона дна.

Пример 71. Бетонированный участок канала трапецоидального сечения с горизонтальным дном имеет ширину по низу $b = 5{,}0$ *м*, коэфициент откоса $m = 1{,}0$ и расход $Q = 14{,}9$ *м*^{3}/*сек*. Построить кривую спада, образующуюся в канале при наличии перепада в конце названного



Фиг. 250.

участка (фиг. 250), при условии, что непосредственно у перепада канал сохраняет свое сечение.

Прежде всего определяем критическую глубину h_k. При этом, имея в виду воспользоваться Графиком XV, вычисляем величины: $\sqrt{\alpha} \cdot \frac{Q}{m}$ и $\frac{b}{m}$, находя, что

$$\sqrt{\alpha} \cdot \frac{Q}{m} = \sqrt{1{,}1} \cdot \frac{14{,}9}{1{,}0} = 15{,}62; \qquad \frac{b}{m} = \frac{5{,}0}{1{,}0} = 5{,}0,$$

и затем, обращаясь к соответствующим кривым графика, получим

$$h_k = 0{,}93 \text{ м}.$$

Положим, что нам предстоит строить кривую спада от глубины $h_k = 0{,}93$ *м*, устанавливающейся на ребре перепада (см. пример 69), до некоторой глубины, например, равной 2,80 *м*. Находим величину гидравлического показателя x. Для этого, имея в виду, что крайняя (верхняя) глубина, как мы условились, равна 2,80 *м*, определяем предварительно по ф-ле (1519) глубину h_1:

$$h_1 = 0{,}93 \sqrt[4]{\frac{2{,}80}{0{,}93}} = 1{,}23 \text{ м},$$

причем величина β по ф-ле (1482) оказывается равной

$$\beta = \frac{5{,}0}{1{,}23} = 4{,}07.$$

Пользуясь этим значением β, величину x находим по графику на фиг. 232 (см. кривую графика для $m = 1{,}0$):

$$x = 3{,}50,$$

для какового значения x непосредственно имеется таблица величин $\varphi_0(\xi)$.

Зная таким образом величины h_k и x, переходим к определению критического уклона, для чего вычисляем соответствующие „критические" элементы сечения:

$$\omega_k, \chi_k, R_k, C_k \text{ и } B_k,$$

получая (см. ф-лы в гл. V):

$$\omega_k = h_k (b + m h_k) = 0{,}93 (5{,}0 + 1{,}0 \cdot 0{,}93) = 5{,}52 \ м^2;$$

$$\chi_k = b + 2h_k \sqrt{1 + m^2} = 5{,}0 + 2 \cdot 0{,}93 \sqrt{1 + 1^2} = 7{,}63 \ м;$$

$$R_k = \frac{\omega_k}{\chi_k} = \frac{5{,}52}{7{,}63} = 0{,}724 \ м;$$

C_k (по нашей формуле при $n = 0{,}013$) $= 73{,}7$;

$$B_k = b + 2mh_k = 5{,}0 + 2{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}93 = 6{,}86 \ м,$$

в соответствии с чем по (1450) получаем критический уклон:

$$i_k = \frac{9{,}81}{1{,}1 \cdot 73{,}7^2} \cdot \frac{7{,}63}{6{,}86} = 0{,}00183.$$

Далее, имея в виду учесть изменение величины j_k с изменением глубины потока, составляем табличку (таблица А), в которой задаемся четырьмя значениями глубин в пределах от $h_k = 0{,}93$ $м$ до $h = 2{,}80$ $м$ и вычисляем соответствующие величины j_k [см. ф-лу (1509)], пользуясь для C нашей формулой при $n = 0{,}013$.

ТАБЛИЦА А.

h ($м$)	ω	χ	R	C	B	j_k
$0{,}93 = h_k$	—	—	—	—	—	1,00
1,50	9,75	9,24	1,055	78	8,00	1,08
2,10	14,91	10,94	1,362	81	9,20	1,13
2,80	21,85	12,92	1,690	83	10,60	1,16

По данным этой таблички строим график на фиг. 251, которым в дальнейшем и пользуемся.

Обращаясь теперь к фиг. 250, перейдем непосредственно к построению кривой спада, причем будем задаваться различными глубинами выше перепада (h_1) и определять по (1522), полагая в этом ур-нии $h_2 = h_k$, соответствующие расстояния от перепада до тех сечений, глубинами в коих мы задаемся. Что касается выражения j_k, то таковое (в отличие от примера 70) будем находить для средней глубины [1])

$$h_{ср} = \frac{h_1 + h_k}{2}.$$

Перепишем ур-ние (1522) в виде:

$$l = \frac{h_k}{i_k} \{(j_k - 1)(\xi_2 - \xi_1) - [\varphi_0(\xi_2) - \varphi_0(\xi_1)]\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1529)$$

и примем во внимание, что

$$\frac{h_k}{i_k} = \frac{0{,}93}{0{,}00183} = 508{,}0;$$

$$\xi_2 = \frac{h_k}{h_k} = 1{,}0;$$

$$\varphi_0(\xi_2) = \varphi_0(1) = 0{,}2222.$$

[1]) Этот прием, конечно, является менее точным, чем принятый в примере 70, где мы вычисляли j для средних глубин на отдельных участках, ограниченных соседними задаваемыми глубинами.

где $\varphi_0(\xi_2)$ находим по Таблице XXVI для $x=3,5$, как и в случае прямого уклона дна водотока (см. выше примеры 68—70); из (1529) получим:

$$l = 508\,\{[\varphi_0(\xi_1) - 0,2222] - (J_k - 1)(\xi_1 - 1,0)\}.$$

Пользуясь последним ур-нием, составляем таблицу В, в которой задаемся рядом глубин h и вычисляем соответствующие им расстояния l. Что касается значений $\varphi_0(\xi_1)$, то таковые определяем по Таблице XXVI для $x=3,5$.

ТАБЛИЦА В.

h_1 (*м*)	$h_{cp}=\frac{h_1+0,93}{2}$	J_k по фиг. 251	$\xi_1=\frac{h_1}{0,93}$	$\varphi_0(\xi_1)$	$(J_k-1)\cdot(\xi_1-1)$	$\varphi_0(\xi_1)-0,2222$	l (*м*)
$0,93=h_k$	—	—	—	—	—	—	0
1,10	1,015	1,02	1,182	0,2896	0,0036	0,067	32,2
1,30	1,115	1,03	1,398	0,6056	0,0119	0,383	188,5
1,50	1,215	1,05	1,613	1,301	0,0306	1,079	532
2,00	1,465	1,08	2,150	5,842	0,0920	5,620	2805
2,50	1,715	1,10	2,688	17,35	0,1688	17,128	8620
2,80	1,865	1,12	3,010	29,79	0,2410	29,568	14900

По данным таблицы В и представляется возможным построить соответствующую кривую спада (чертежа не приводим).

Пример 72. Для условий предыдущего примера определить глубину перед перепадом на расстоянии $l=220$ *м* от него.

В данном случае в ур-нии (1522) величины ξ_1 и $\varphi_0(\xi_1)$ неизвестны, почему перепишем это ур-ние так:

$$\varphi_0(\xi_1) - (J_k - 1)(\xi_1 - \xi_2) = \frac{i_k l}{h_k} + \varphi_0(\xi_2), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1530)$$

где берем из предыдущего примера, кроме данного значения $l=220$ *м*, следующие величины:

$$i_k = 0,00183; \quad h_k = 0,93\ м;$$

$$x = 3,5; \quad \xi_2 = 1,0; \quad \varphi_0(\xi_2) = 0,2222.$$

Производя вычисления, по (1530) получим:

$$\varphi_0(\xi_1) - (J_k - 1)(\xi_1 - 1,0) = 0,655.$$

Пользуясь этим последним ур-нием, величину h_1 найдем графически, для чего составляем табличку А значений левой части полученного ур-ния при различных h_1, причем величинами h_1 в данной табличке задаемся, имея в виду условие $h_1 > h_k$; что касается вели-

ТАБЛИЦА А.

h_1 (*м*)	h_{cp}	J_k	ξ_1	$(J_k-1)(\xi_1-1)$	$\varphi_0(\xi_1)$	$\varphi_0(\xi_1)-(J_k-1)(\xi_1-1)$
1,10	1,015	1,02	1,182	0,00364	0,2896	0,286
1,30	1,115	1,03	1,398	0,01194	0,6056	0,594
1,50	1,215	1,05	1,613	0,03065	1,301	1,271
1,70	1,315	1,06	1,828	0,04968	2,532	2,483

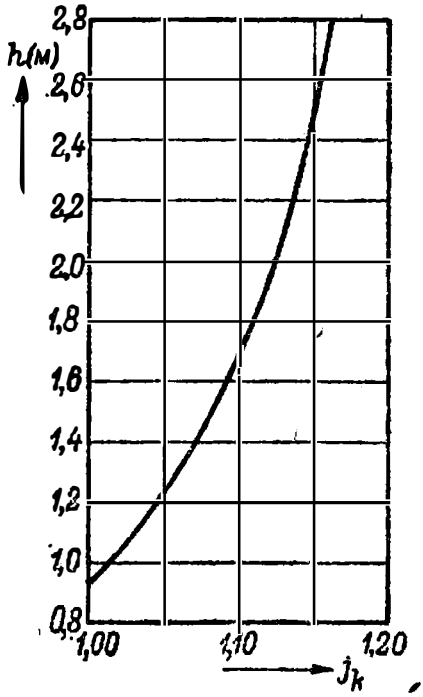
чины j_k, то таковую определяем, как и в предыдущем примере, для глубины

$$h_{ор} = \frac{h_1 + h_k}{2},$$

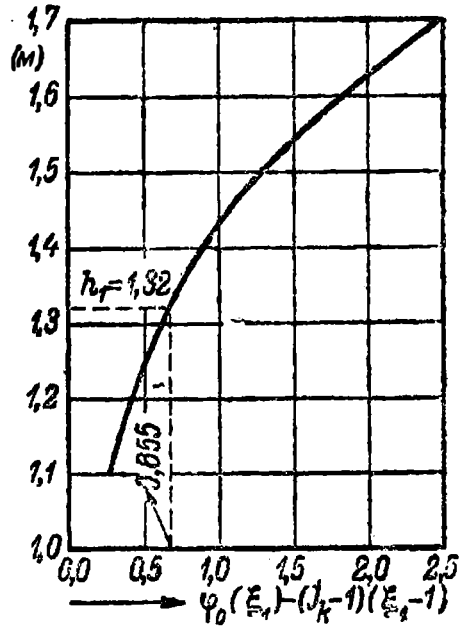
пользуясь графиком на фиг. 251.

По данным таблички А можно построить соответствующую кривую, как и сделано на фиг. 252, после чего, откладывая по оси абсцисс величину = 0,655, найдем:

$h_1 = 1{,}32$ *м*.

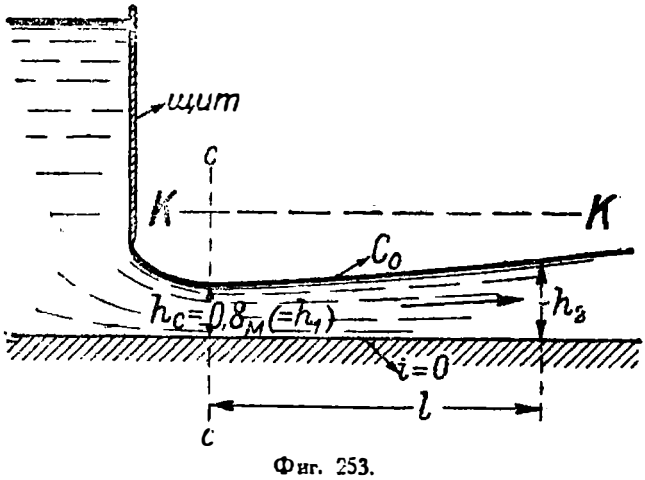


Фиг. 251.



Фиг. 252.

Пример 73. Возьмем достаточно широкое прямоугольное русло с горизонтальным бетонированным дном. В этом русле имеем щит (см. схему на фиг. 253), причем глубина в „сжатом" сечении $c-c$ за щитом $h_c = 0{,}80$ *м*. Построить кривую свободной поверхности потока от „сжатого" сечения до глубины $h_2 = 1{,}60$ *м*, если известно, что расход воды на 1 *м* ширины потока $q = 7{,}50$ *м*^{2}/*сек*.



Фиг. 253.

Учитывая, что в настоящем примере мы имеем широкое прямоугольное русло, величину критической глубины определяем непосредственно по фле (1443):

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{1{,}1 \cdot 7{,}5^2}{9{,}81}} = 1{,}85 \text{ м},$$

откуда заключаем, что, так как $h_c < h_k$, то в данном случае мы будем иметь кривую подпора типа C_0 (см. фиг. 247).

Что касается значения гидравлического показателя x, то таковое, за округлением, берем по таблице 147 равным

$$x = 3{,}59.$$

Для нахождения критического уклона i_k определяем предварительно величины R_k и C_k. Как известно, для весьма широкого прямоугольного русла величина R может быть принята $\cong h$, т. е. в данном случае имеем:

$$R_k = h_k = 1{,}85 \text{ м},$$

в связи с чем величина C_k при коэфициенте шероховатости $n = 0{,}013$ по нашей формуле будет:

$$C_k = 84{,}3,$$

и, следовательно, критический уклон по (1453)

$$i_k = \frac{9{,}81}{1{,}1 \cdot 84{,}3^2} = 0{,}00125.$$

Для упрощения решения задачи величину j_k полагаем постоянной по всей длине кривой свободной поверхности, причем вычисляем j_k для глубины

$$h_{ср} = \frac{h_c + h_2}{2} = \frac{0{,}80 + 1{,}60}{2} = 1{,}20 \text{ м},$$

каковой отвечает по нашей формуле (при $n = 0{,}013$) величина коэфициента Шези $C = 79{,}0$. В связи с этим, согласно ф-ле (1524'), численное значение j_k будет:

$$j_k = \left(\frac{C}{C_k}\right)^2 = \left(\frac{79{,}0}{84{,}3}\right)^2 = 0{,}878.$$

Далее, имея в виду воспользоваться ур-нием (1522), перепишем его в виде:

$$l = \frac{h_k}{i_k}(j_k - 1)\xi_2 - \frac{h_k}{i_k} \cdot \varphi_0(\xi_2) - \frac{h_k}{i_k}[(j_k - 1)\xi_1 - \varphi_0(\xi_1)], \quad \ldots\ldots \quad (1531)$$

причем ясно, что входящая в это ур-ние величина ξ_1 должна быть в нашем случае принята равной

$$\xi_1 = \frac{h_c}{h_k} = \frac{0{,}80}{1{,}85} = 0{,}432,$$

и, следовательно, величина $\varphi_0(\xi_1)$ по Таблице XXVI для $x = 3{,}50$ будет:

$$\varphi_0(\xi_1) = 0{,}573.$$

Подставив найденные величины в ур-ние (1531) и производя соответствующие вычисления, получаем ур-ние (1531) в виде:

$$l = 926{,}0 - 180{,}5 \cdot \xi_2 - 1480{,}0 \cdot \varphi_0(\xi_2).$$

Пользуясь последним ур-нием, составляем табличку А, по данным которой нетрудно сделать построение кривой свободной поверхности.

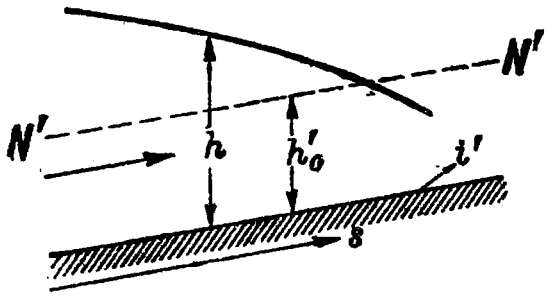
ТАБЛИЦА А.

h_2 (м)	$\xi_2 = \frac{h_2}{1{,}85}$	$\varphi_0(\xi_2)$	$180{,}5\,\xi_2$	$1480{,}0 \cdot \varphi_0(\xi_2)$	l (м)
$0{,}80 = h_c$	—	—	—	—	0
1,00	0,541	0,4731	97,6	700,2	128
1,20	0,649	0,3836	117,1	567,7	241
1,40	0,757	0,3071	136,6	454,5	335
1,60	0,865	0,2512	156,1	371,8	398

§ 117. Неравномерное движение при обратном уклоне дна водотока.

„Обратным уклоном" обладает водоток, дно которого поднимается по течению (фиг. 254). В этих условиях возможно лишь неравномерное движение, равномерное же — невозможно (по соображениям, указанным

в начале § 116 для случая горизонтального дна). Глубины неравномерного движения, получаемые в данном русле с обратным уклоном, мы будем в дальнейшем сравнивать с нормальной глубиной „вспомогательного потока", т. е. того потока, который мы можем представить себе движущимся в том же русле и при том же расходе, но в обратную сторону, т. е. по уклону. Нормальную глубину этого „вспомогательного потока" будем обозначать через h_0', линию нормальной глубины в нем—через $N'-N'$ (фиг. 254), величину обратного уклона (или, иначе говоря, „относительного подъема") — через i', причем i' есть величина положительная и равная подъему дна, приходящемуся на единицу длины потока.



Фиг. 254.

Вместо ур-ния (1439) при обратном уклоне имеем:

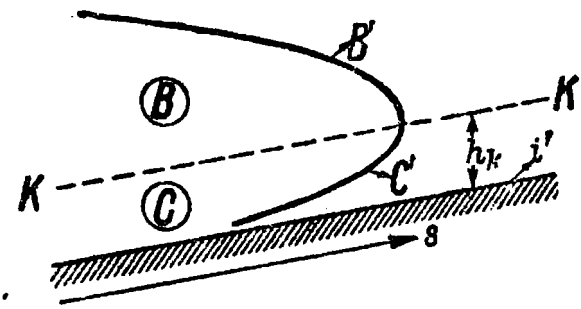
$$\frac{dh}{ds}=-\frac{i'+\frac{Q^2}{K^2}}{1-\frac{\alpha Q^2}{g}\cdot\frac{B}{\omega^3}}, \quad . \quad . \quad (1532)$$

что дает для этого случая первое преобразование общего диференциального ур-ния (1436). Второе преобразование получим в виде:

$$\frac{dh}{ds}=-i'\frac{1+\frac{K_0'^2}{K^2}}{1-\frac{\Delta_k}{\Delta}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1533)$$

где K_0' есть модуль расхода при нормальной глубине вспомогательного потока h_0'.

Последнее ур-ние соответствует ур-нию (1454), данному для прямого уклона, и может служить для исследования формы кривых свободной поверхности при обратном уклоне. В этом случае формы поверхности будут те же, что для горизонтального дна: мы имеем (фиг. 255) две зоны B и C и соответственно две ветви для кривых свободной поверхности: B' и C', из которых первая вверх против течения уходит на бесконечность. В данном случае линия $N'-N'$ не является характерной при исследовании форм свободной поверхности и на чертеже не показана.



Фиг. 255.

Третье преобразование диференциального ур-ния для обратного уклона имеем в виде:

$$\frac{dh}{ds}=-\frac{1+\frac{K_0'^2}{K^2}}{1-i'\frac{K_0'^2}{K^2}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1534)$$

где величина j' имеет значение:

$$j' = \frac{\alpha i' C^2}{g} \cdot \frac{B}{\chi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1535)$$

и гидравлические элементы C, B и χ отвечают глубине неравномерного режима.

В уравнение (1534) введем две относительные величины: 1) **относительную глубину**

$$\zeta = \frac{h}{h_0'}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1536)$$

2) **относительный модуль расхода**

$$\varkappa' = \frac{K}{K_0'}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1537)$$

причем, имея в виду показательный закон для модуля расхода, можем написать зависимость между этими двумя относительными величинами в виде:

$$\varkappa'^2 = \zeta^x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1538)$$

после чего уравнение (1534) дает:

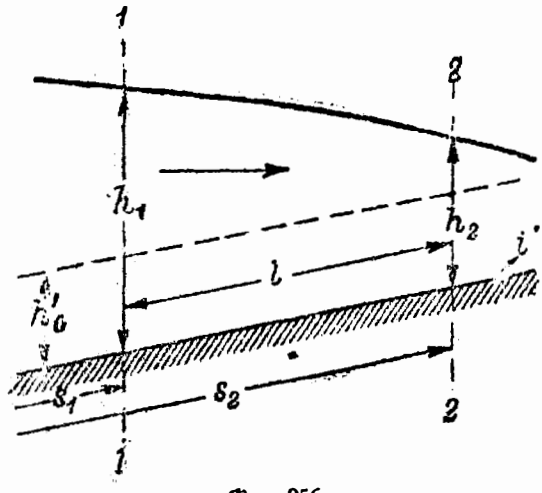
$$\frac{i' ds}{h_0'} = \left(-1 + \frac{1 + j'}{1 + \zeta^x} \right) d\zeta, \quad (1539)$$

или

$$\frac{i' ds}{h_0'} = -d\zeta + \frac{1 + j'}{1 + \zeta^x} d\zeta \quad . \quad (1540)$$

Интегрируя от сечения 1 до сечения 2 (фиг. 256), получим:

$$\frac{i'(s_2 - s_1)}{h_0'} = -(\zeta_2 - \zeta_1) + \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{1 + j'}{1 + \zeta^x} d\zeta, \quad . \quad . \quad (1541)$$



Фиг. 256.

или, принимая во внимание, что $s_2 - s_1 = l$:

$$\frac{i' l}{h_0'} = -(\zeta_2 - \zeta_1) + (1 + j') \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{1}{1 + \zeta^x} d\zeta, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1542)$$

где величина $1 + j'$ вынесена из-под знака интеграла в соответствии с тем, что сказано в § 112 по поводу j и что можно буквально повторить и относительно j'. В уравнении (1542) значки „1" и „2" указывают на те сечения, к которым относятся величины ζ_1 и ζ_2, причем

$$\left.\begin{aligned} \zeta_1 &= \frac{h_1}{h_0'}; \\ \zeta_2 &= \frac{h_2}{h_0'}. \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1543)$$

Обозначая:

$$\psi(\zeta)=\int\frac{1}{1+\zeta^x}d\zeta, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1544)$$

имеем по (1542) окончательное уравнение неравномерного движения при обратном уклоне дна [1]) в виде:

$$\frac{i'l}{h_0'}=-(\zeta_2-\zeta_1)+(1+j')\left[\psi(\zeta_2)-\psi(\zeta_1)\right], \quad \ldots\ldots \quad (1545)$$

где $\psi(\zeta_2)$ и $\psi(\zeta_1)$ суть значения функции $\psi(\zeta)$ при $\zeta=\zeta_2$ и $\zeta=\zeta_1$.

Для числовых значений функции $\psi(\zeta)$ нами составлены таблицы [2]) при различных величинах гидравлического показателя x. Эти таблицы приводятся в конце книги (см. Таблицу XXVII). Кроме того здесь мы даем график для $\psi(\zeta)$ (фиг. 257), из которого можно видеть характер изменения функции $\psi(\zeta)$.

Что касается гидравлического показателя x, то по поводу нахождения его численного значения надлежит сделать те же указания, какие были приведены при рассмотрении прямого уклона дна водотока в п. 1°, § 113 [см. таблицу 147; формулы (1479)—(1491); графики на фиг. 232 и 233 и схему на фиг. 234], причем только здесь следует иметь в виду, что глубина h_0, с которой мы оперировали в § 113, в данном случае должна быть заменена соответственно глубиной h_0', в связи с чем формулы (1479), (1479'), (1487), (1487'), (1488) и (1488') для неравномерного движения при обратном уклоне дна ($i<0$) напишутся в виде:

$$x=\frac{2\,(\lg K_{cp}-\lg K_0')}{\lg h_{cp}-\lg h_0'}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1546)$$

$$x=2\frac{\lg \varkappa'_{cp}}{\lg \zeta_{cp}}, \text{ где } \varkappa'_{cp}=\frac{K_{cp}}{K_0'} \text{ и } \zeta_{cp}=\frac{h_{cp}}{h_0'}; \quad \ldots\ldots \quad (1546')$$

$$h_t=h_0'\sqrt[4]{\zeta_1\cdot\zeta_2}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1547)$$

$$h_t=h_0'\sqrt{\frac{\zeta_1+\zeta_2}{2}}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1547')$$

$$h_t=h_0'\sqrt[4]{\zeta_r}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1548)$$

$$h_t=h_0'\sqrt{\frac{1+\zeta_r}{2}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1548')$$

где ζ_1 и ζ_2 суть крайние (граничные) относительные глубины на заданном участке неравномерного движения и ζ_r есть одна из крайних (граничных) относительных глубин в том частном случае, когда другая крайняя относительная глубина $=1$.

Заметим в отношении уравнения (1545), что, поскольку вывод его основан на показательной зависимости Бахметева (1468), применимость этого уравнения к руслам различного типа определяется теми же соображениями, как и для уравнения (1478) в случае прямого уклона (см. § 112).

---

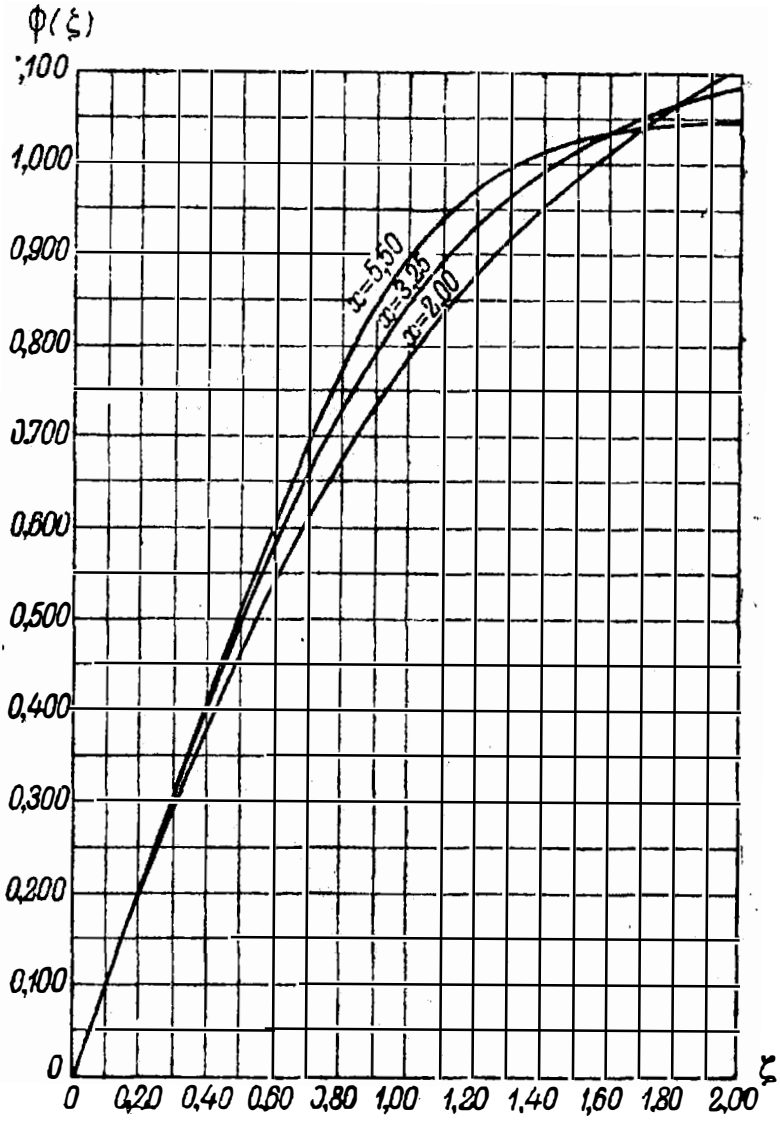
[1]) Это уравнение для частного случая широкого прямоугольного русла, при постоянном конфиденте C, дано проф. Бахметевым, которым введено и понятие h_0' (см. его работу: „О неравномерном движении жидкости в открытом русле", 1912, стр. 96).

[2]) См. нашу статью: „О неравномерном движении в водотоках с обратным уклоном дна", XXIII вып. Изв. Н.-Мел. Инст., 1931 г. Там же см. о значении постоянной интегрирования по (1544). В Табл. XXVII введено обозначение $\psi(\zeta)$ вместо прежнего обозначения $\varphi(\zeta)$, принятого в таблицах 1931 г., и сделаны некоторые исправления.

Основные задачи при обратном уклоне остаются те же, что и при прямом уклоне (§ 114). Интерполяционная формула (1492) в данном случае получает вид:

$$\psi(\zeta) = \psi_a(\zeta) + \frac{x - x_a}{x_b - x_a}[\psi_b(\zeta) - \psi_a(\zeta)], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1549)$$

где все обозначения понятны по сказанному относительно формулы (1492).



Фиг. 257. — **Иллюстративный график для $\psi(\zeta)$.**

В заключение приведем два типовые примера на применение уравнения (1545).

Пример 74. Имеется бетонированный участок канала трапецоидального сечения с обратным уклоном дна $I' = 0{,}02$, шириною по дну $b = 5{,}0$ *м*, коэфициентом откоса $m = 1{,}0$ и расходом $Q = 15{,}0$ *м*³/*сек*. Требуется построить кривую свободной поверхности (кривую спада),

образующуюся в канале при наличии перепада в конце этого участка, считая, что непосредственно у перепада канал сохраняет свое сечение (см. схему на фиг. 258).

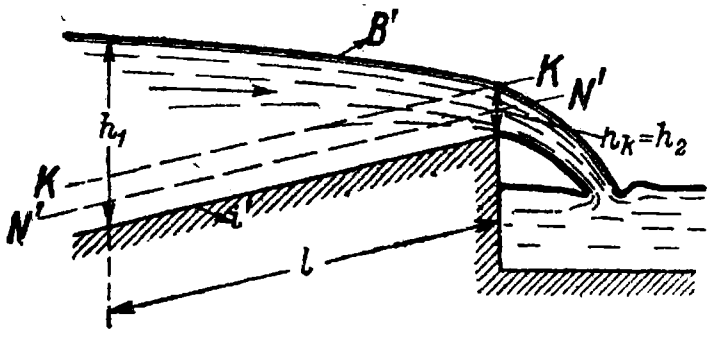
Определяя прежде всего по известным способам критическую глубину, находим, что

$$h_k = 0{,}94\ м;$$

затем, обращаясь к рассмотрению „вспомогательного потока", находим нормальную глубину h_0', зная расход Q и величину уклона дна, а также коэфициент шероховатости n, который принимаем = 0,013, пользуясь для определения коэфициента C нашей формулой; тогда согласно формулам для равномерного режима получаем, что

$$h_0' = 0{,}46\ м.$$

Положим, что нам необходимо построить кривую спада от глубины h_k, устанавливающейся на ребре перепада (ср. пример 71), до глубины[1]), например, равной 3,0 $м$. Для определения



Фиг. 258.

величины гидравлического показателя подставляем в формулу (1547) значения ζ_1 и ζ_2:

$$\zeta_1 = \frac{3{,}0}{h_0'} = \frac{3{,}0}{0{,}46} = 6{,}52; \qquad \zeta_2 = \frac{h_k}{h_0'} = \frac{0{,}94}{0{,}46} = 2{,}04$$

и находим величину h_l:

$$h_l = h_0' \sqrt[4]{\zeta_1 \cdot \zeta_2} = 0{,}46 \cdot \sqrt[4]{6{,}52 \cdot 2{,}04} = 0{,}88\ м;$$

величина β по формуле (1482) оказывается равной

$$\beta = \frac{5{,}00}{0{,}88} = 5{,}68,$$

и, следовательно, значение x по графику на фиг. 232 (см. кривую для $m = 1{,}0$) будет = 3,45. Полученное значение x представляется возможным округлить до ближайшего его табличного значения (см. Таблицу XXVII), окончательно получая

$$x = 3{,}50.$$

Наконец, имея в виду учесть изменение величины j' по длине потока, составляем таблицу A, в которой, задаваясь несколькими величинами h ($3{,}00 \leqslant h \leqslant h_k$), вычисляем соответствующие значения j' по формуле (1535), и затем на фиг. 259 строим график зависимости: $j' = f(h)$, которым в дальнейшем и пользуемся при расчете.

Зная, таким образом, численные значения отдельных величин, входящих в уравнение (1545), перейдем непосредственно к построению кривой спада. С этой целью, обращаясь к фиг. 259, будем задаваться различными глубинами (h) выше перепада и определять из уравнения (1545), считая в этом уравнении $h_l = h_k$, соответствующие расстояния от перепада. При этом расчете величину j' будем определять для средней глубины

$$h_{ср} = \frac{h + h_k}{2}$$

[1]) Если бы мы не имели такого условия, то нам пришлось бы удовлетвориться (во всяком случае, в первом приближении) менее точным значением X, чем то определено ниже (найденным, например, исходя из предположения, что $h_l = h_k$).

ТАБЛИЦА А.

h (*м*)	ω	χ	R	C [1]	B	j'
$0{,}94 = h_k$	5,58	7,66	0,729	73,5	6,88	10,87
1,70	11,39	9,81	1,160	79,0	8,40	11,96
2,40	17,76	11,79	1,505	82,5	9,80	12,68
3,00	24,00	13,48	1,780	84,0	11,00	12,90

Для удобства дальнейших вычислений перепишем уравнение (1545) в виде:

$$l = \frac{h_0'}{i'}\left\{(\zeta_1 - \zeta_2) + (1 + j')\,[\psi(\zeta_2) - \psi(\zeta_1)]\right\}; \quad \ldots \quad (1550)$$

учитывая, что

$$\frac{h_0'}{i'} = \frac{0{,}46}{0{,}02} = 23{,}0;$$

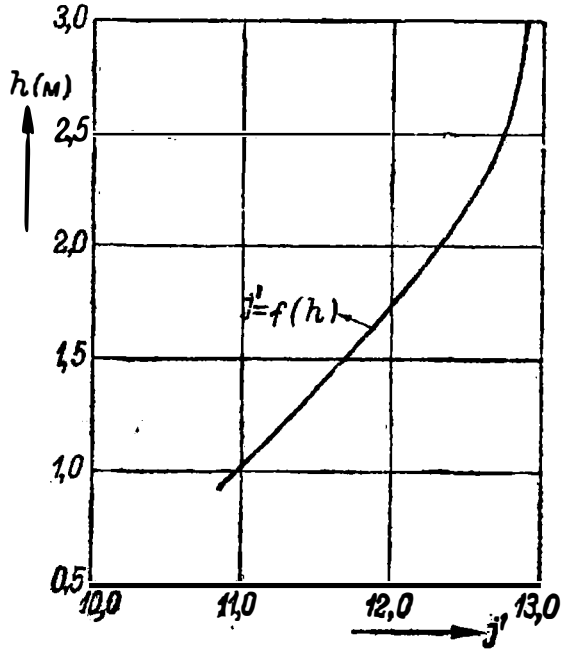
$$\zeta_2 = \frac{h_k}{h_0'} = \frac{0{,}94}{0{,}46} = 2{,}04;$$

$$\psi(\zeta_2) = \psi(2{,}04) = 1{,}083,$$

где $\psi(\zeta_2)$ определяем по Таблице XXVII для $x = 3{,}5$ (как и в случае прямого уклона дна русла, см. примеры 68—70), вместо (1550) имеем:

$$l = 23{,}0\left\{(\zeta_1 - 2{,}04) + (1 + j')\,[1{,}083 - \psi(\zeta_1)]\right\}.$$

Пользуясь этим последним уравнением, выполняем окончательный расчет, сведенный в табл. В, причем величины $\psi(\zeta_1)$, при составлении этой таблички, находим по Таблице XXVII для $x = 3{,}5$.



Фиг. 259.

ТАБЛИЦА В.

h_1 (*м*)	$h_{cp} = \frac{h_1 + 0{,}94}{2}$	j' по фиг. 259	$\zeta_1 = \frac{h_1}{0{,}46}$	$\psi(\zeta_1)$	$(1+j')\,[1{,}083 - \psi(\zeta_1)]$	l (*м*)
$0{,}94 = h_k$	—	—	—	—	—	0
1,50	1,22	11,35	3,26	1,127	— 0,543	15,6
2,00	1,47	11,70	4,35	1,138	— 0,699	37,1
2,50	1,72	12,00	5,44	1,142	— 0,767	60,5
3,00	1,97	12,35	6,52	1,1445	— 0,821	84,2

По данным, полученным в табличке В, нетрудно построить искомую кривую спада (специального чертежа не приводим).

[1]) Коэфициент C определен по нашей формуле при $n = 0{,}013$.

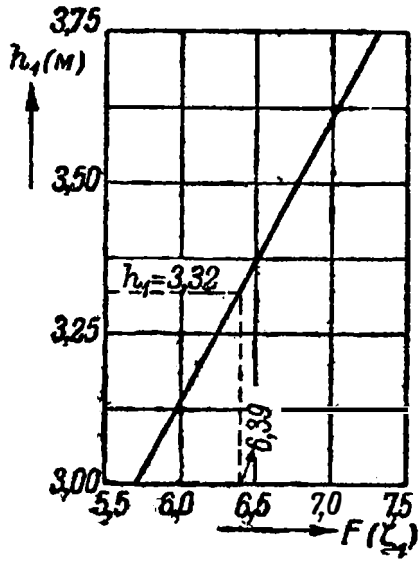
Пример 75. Для условий предыдущего примера найти глубину в расстоянии от перепада $l = 100\ м$.

Для решения этого примера переписываем уравнение (1545) в виде:

$$\zeta_1 + (1 + J')\ [\psi(\zeta_2) - \psi(\zeta_1)] = \frac{J'l}{h_0'} + \zeta_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1551)$$

где все величины, входящие в правую часть уравнения, известны; в частности, величина

$$\zeta_2 = \frac{h_k}{h_0'}.$$



Фиг. 260.

Из предыдущего примера имеем:

$$J' = 0{,}02; \qquad h_0' = 0{,}46\ м; \qquad h_k = 0{,}94\ м;$$

$$x = 3{,}5; \qquad \zeta_2 = 2{,}04; \qquad \psi(\zeta_2) = 1{,}083,$$

так что, подставляя эти величины, а также величину $l = 100\ м$ в уравнение (1551), получаем:

$$\zeta_1 + (1 + J')\ [1{,}083 - \psi(\zeta_1)] = 6{,}39.$$

Пользуясь последним уравнением и вводя обозначение:

$$\zeta_1 + (1 + J')\ [1{,}083 - \psi(\zeta_1)] = F(\zeta_1),$$

глубину h_1, устанавливающуюся в $100\ м$ от перепада, найдем путем подбора, для чего составляем прилагаемую табличку, в которой для различных величин h_1 вычисляем значения $F(\zeta_1)$. Заметим, что при составлении данной таблички величину J' мы определяем, как и в предыдущем примере, по графику на фиг. 259 для глубины

$$h_{ср} = \frac{h_1 + h_k}{2}.$$

Кроме того, обратим здесь внимание на то, что глубинами h_1 (в I графе таблички) в данном случае надлежит задаваться, сообразуясь с условием:

$$h_1 > (h_k + i'l) = (0{,}94 + 0{,}02 \cdot 100) = 2{,}94\ м,$$

смысл которого ясен из рассмотрения фиг. 258.

h_1 (м)	$h_{ср}$	J'	ζ_1	$\psi(\zeta_1)$	$F(\zeta_1)$
3,00	1,970	12,35	6,52	1,1445	5,700
3,25	2,095	12,45	7,06	1,1451	6,225
3,50	2,220	12,55	7,61	1,1456	6,762
3,75	2,345	12,65	8,15	1,1461	7,288

Пользуясь данными, полученными в табличке, на фиг. 260 строим соответствующую кривую и, откладывая по оси абсцисс величину $F(\zeta_1) = 6{,}39$, по оси ординат находим, что искомая величина $h_1 = 3{,}32\ м$.

§ 118. Старые способы интегрирования диференциального уравнения неравномерного движения.

Из старых способов интегрирования диференциального уравнения для медленно изменяющегося неравномерного движения воды в призматических (цилиндрических) руслах укажем здесь следующие: 1) способ Бресса Bresse. 1860 г.); 2) способ Дюпюи-Рюльманна (Dupuit-Rühlmann,

около 1850—1860 гг.); 3) способ Толькмитта (Tolkmitt, 1892 г.). Эти авторы, исходя из уравнения (1439), прилагают его к призматическим руслам частных форм при $i > 0$: первые два — к бесконечно широкому прямоугольному, последний — к руслу параболическому, также бесконечной ширины, причем пренебрегают изменением коэфициента Шези с глубиной потока.

Необходимо подчеркнуть, что только для этих частных условий и справедливы полученные названными вторами уравнения и даваемые ими таблицы. Однако, ввиду того, что эти таблицы весьма облегчали вычисления, на практике (до разработки расчетных таблиц к способу проф. Бахметева) способами Бресса, Дюпюи-Рюльманна и Толькмитта пользовались и для русел, более или менее подходящих к вышеназванным, а нередко — также и для русел, заметно отступающих от широких прямоугольных и параболических. Такой прием распространения упомянутых способов за пределы их применимости, — к сожалению, еще встречающийся и в настоящее время, особенно в заграничной литературе и практике, — следует признать безусловно устаревшим и неправильным. Приводимые в настоящем параграфе краткие указания о старых способах Бресса, Дюпюи-Рюльманна и Толькмитта даются главным образом с тою целью, чтобы читатель мог лучше выяснить весьма ограниченную область применения этих способов.

1°. По способу Бресса (Bresse) для широкого прямоугольного русла имеем (см. фиг. 261-I):

$$\frac{il}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1 - j)\,[\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1)], \quad \ldots\ldots \quad (1552)$$

где, как и в § 112,

$$\eta_2 = \frac{h_2}{h_0}; \quad \eta_1 = \frac{h_1}{h_0}; \quad \text{вообще} \quad \eta = \frac{h}{h_0} \quad \ldots\ldots \quad (1553)$$

При этом $\varphi(\eta)$ обозначает функцию (1477), где в данном случае $x = 3$, так что

$$\varphi(\eta) = \int \frac{1}{1 - \eta^3}\, d\eta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1552')$$

Что касается обозначений в уравнении (1552), то таковые известны из предыдущего. Как видим, уравнение Бресса (1552), хотя по виду и одинаковое с уравнением (1478), является частным случаем последнего.

Для функции $\varphi(\eta)$ в уравнении (1552) Брессом были даны две таблицы: одна для значений $\varphi(\eta)$ при $\eta > 1$ и другая — для значений $\varphi(\eta)$ при $\eta < 1$. Эти таблицы нами приводятся в конце книги (см. Таблицу XXVIII и Таблицу XXIX). Заметим, что указанные таблицы отличаются от Таблицы XXV при $x = 3{,}0$ только тем, что составлены они более подробно и, кроме того, численные значения $\varphi(\eta)$ в Таблице XXIX несколько изменены за счет введения некоторого постоянного слагаемого, что, разумеется, для подсчетов по уравнению (1552) не имеет значения.

2°. По способу Дюпюи-Рюльманна (Dupuit-Rühlmann) для широкого прямоугольного русла вводится не величина η, а отношение $\frac{a}{h_0}$, где $a = h - h_0$, так что a есть превышение уровня воды в каком-либо сечении над „нормальным“ уровнем $N - N$. По этому способу имеем (фиг. 261-I):

$$\frac{il}{h_0} = f\left(\frac{a_2}{h_0}\right) - f\left(\frac{a_1}{h_0}\right), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1554)$$

где

$$f\left(\frac{a}{h_0}\right)=\int\frac{\left(1+\frac{a}{h_0}\right)^3}{\left(1+\frac{a}{h_0}\right)^3-1}\cdot d\left(\frac{a}{h_0}\right) \quad \ldots\ldots \quad (1554)$$

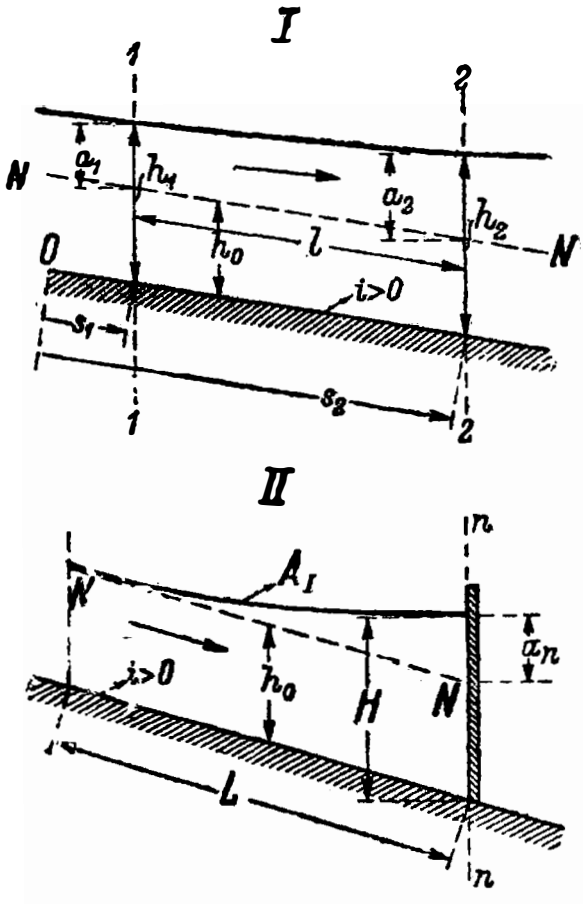
„Полная" длина L кривой подпора типа A_1 (фиг. 261-II), т. е. расстояние от сечения $n-n$ (например, от плотины) до того сечения, где практически уже не сказывается влияние подпора, по Дюпюи-Рюльманну определяется зависимостью:

$$\frac{iL}{h_0}=f\left(\frac{a_n}{h_0}\right), \quad . \quad (1555)$$

где

$$a_n=H-h_0.$$

Значение функции $f\left(\frac{a}{h_0}\right)$ по Дюпюи-Рюльманну приведены в Таблице XXX; этой таблицей, как и уравнениями (1554)—(1555), можно пользоваться только для кривых подпора типа A_1 (фиг. 227), если притом $j\cong 0$.



Фиг. 261.

3°. По способу Толькмитта (Tolkmitt) для широкого параболического русла имеем (фиг. 261-I) уравнение:

$$\frac{il}{h_0}=\eta_2-\eta_1-$$

$$-(1-j)[\varphi(\eta_2)-\varphi(\eta_1)], \quad (1556)$$

где

$$\varphi(\eta_i)=\int\frac{1}{1-\eta_i^4}\,d\eta_i, \quad . \quad (1556')$$

причем η — как и в способе Бресса. Для кривых подпора типа A_1 при $j\cong 0$ уравнение (1556) упрощается и приводится к виду:

$$\frac{il}{h_0}=\varphi'(\eta_2)-\varphi'(\eta_1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1557)$$

Значения функций $\varphi'(\eta)$ и $\varphi(\eta)$ даны в Таблице XXXI. „Полная" длина L кривой подпора типа A_1 при $j\cong 0$ по Толькмитту определяется зависимостью:

$$\frac{iL}{h_0}=\varphi'(\eta_n), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1558)$$

где по фиг. 261-II

$$\eta_n=\frac{H}{h_0}.$$

Заметим, что уравнение Толькмитта (1556) является частным случаем уравнения (1478) при гидравлическом показателе $x = 4$.

В заключение укажем, что для грубо примерного определения „полной" длины L кривой подпора типа A_1 можно пользоваться весьма простой формулой:

$$L = \frac{H}{i}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1559)$$

где H — наибольшая подпертая глубина (например, у плотины).

§ 119. Способ автора для интегрирования диференциального уравнения неравномерного движения.

В 1924 г. автором настоящего „Справочника" был предложен [1]) особый способ интегрирования диференциального уравнения неравномерного медленно изменяющегося движения воды в призматических руслах. В этом способе для каждого из случаев: $i > 0$, $i = 0$, $i < 0$ при расчетах приходится пользоваться лишь одной вспомогательной таблицей независимо от формы поперечного сечения русла; кроме того, отметим, что предложенный нами способ не требует предварительного определения каких-либо параметров русла, аналогичных „гидравлическому показателю".

Здесь считаем достаточным дать краткое изложение нашего способа, не касаясь тех изменений и улучшений, которые могут быть в него внесены. Рассмотрим отдельно водотоки с прямым, нулевым и обратным уклоном дна.

1°. Случай прямого уклона дна водотока ($i > 0$). Исходя из диференциального ур-ния неравномерного движения (1463), где $\varkappa$ определяется согласно (1462), можем написать:

$$ids = \frac{j - \varkappa^2}{1 - \varkappa^2} \cdot \frac{dh}{d\varkappa} \cdot d\varkappa \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1560)$$

и, далее, вводя обозначение η по (1460) и интегрируя [2]) ур-ние (1560) от сечения 1—1 до сечения 2—2 (см. фиг. 231), получаем:

$$il = h_0 \left(\frac{d\eta}{d\varkappa}\right)_{ср} \left[\varkappa_2 - \varkappa_1 - (1 - j) \int_{\varkappa_1}^{\varkappa_2} \frac{d\varkappa}{1 - \varkappa^2}\right], \quad \ldots \ldots \quad (1561)$$

где величина $\left(\frac{d\eta}{d\varkappa}\right)_{ср}$ рассматривается как некоторое среднее значение производной $\frac{d\eta}{d\varkappa}$ на данном участке; относительно величины j, определяемой по (1457), здесь следует повторить сказанное по этому поводу в § 112.

Для практического применения уравнение (1561) перепишем в виде:

$$\frac{il}{h_0 a} = \varkappa_2 - \varkappa_1 - (1 - j)\,[(\Phi(\varkappa_2) - \Phi(\varkappa_1)], \quad \ldots \ldots \quad (1562)$$

---

[1]) Доклад в Совете Гос. Научно-Мелиорац. Института 30 дек. 1924 г. С 1926/27 г. этот способ излагается мною на лекциях по гидравлике (в б. Ленингр. Политехн. Инст., ныне — в Ленингр. Индустр. Инст.).

[2]) Более подробное изложение приема такого интегрирования, основанного на применении так называемой „теоремы о средней", см. в нашей работе: „Неравномерное движение грунтовых вод (Дальнейшее развитие вопроса)". Ленинград, 1932. стр. 41 и след., где этот способ прилагается к рассмотрению медленно изменяющегося движения грунтовых потоков.

где индексами „1" и „2" обозначены величины, относящиеся соответственно к сечению 1—1 и сечению 2—2 (см. фиг. 231); что же касается обозначений a и $\Phi(x)$, то

$$a = \left(\frac{d\eta}{dx}\right)_{ср}, \quad \ldots \quad (1563)$$

т. е. величина a есть среднее значение отношения [1]) приращения относительной глубины η к соответствующему приращению относительного модуля расхода, и

$$\Phi(x) = \int^{x} \frac{dx}{1-x^2} \quad \ldots \quad (1564)$$

Для определения величины a можно пользоваться формулами:

$$a = \frac{\eta_2 - \eta_1}{x_2 - x_1}, \quad \ldots \quad (1565)$$

или

$$a = \frac{K_0}{h_0} \cdot \frac{h_2 - h_1}{K_2 - K_1}, \quad \ldots \quad (1565')$$

где h_1 и h_2 суть крайние глубины рассматриваемого потока. Что касается функции $\Phi(x)$, то для нахождения ее числеиных значений по (1564) имеем, полагая произвольную постоянную интегрирования $= 0$:

при $x < 1$ $$\Phi(x) = 1{,}151 \log_{10} \frac{1+x}{1-x} \quad \ldots \quad (1566)$$

и при $x > 1$ $$\Phi(x) = 1{,}151 \log_{10} \frac{x+1}{x-1} \quad \ldots \quad (1566')$$

Укажем, что, имея в виду получить большую точность построения свободных поверхностей по ур-нию (1562), можно разбить данное русло на ряд участков, причем величину a следует определять для каждого участка в отдельности, понимая под h_1 и h_2 крайние глубины на данном участке. Это замечание особенно относится к более крутым частям кривых подпора и спада.

Для облегчения расчетов по ур-нию (1562) нами приводятся специальные таблицы для функции $\Phi(x)$ (см. Таблицу XXXII), причем необходимость пользования ф-лами (1566) и (1566') отпадает.

Пример 76. В земляном русле трапецоидальной формы устроено преграждение. Ширина русла по дну $b = 10{,}0$ *м*; коэфициент откоса $m = 1{,}5$; уклон дна русла $i = 0{.}0007$; величина расхода воды $Q = 20{,}0$ *м*^{3}/*сек* и глубина воды у преграждения $h_{пр} = 4{,}0$ *м*. Построить кривую свободной поверхности потока.

Находя по известному способу критическую глубину, получим, что

$$h_k = 0{,}74 \text{ м}.$$

Для определения нормальной глубины h_0, а также имея в виду последующие вычисления, составляем табличку, в которой задаемся несколькими значениями h и вычисляем соответствующие значения модуля расхода K (см. табл. А). По этой табличке строим на фиг. 262 график $K = f(h)$ и, определив предварительно значение

$$K_0 = \frac{Q}{\sqrt{i}} = \frac{20}{\sqrt{0{,}0007}} = 756 \text{ м}^3/\text{сек},$$

находим по полученному графику, что

$$h_0 = 1{,}41 \text{ м}.$$

[1]) Вводимое здесь обозначение a, разумеется, не следует смешивать с таким же обозначением в способе Дюпюи-Рюльманна, где $a = h_1 - h_0$ (см. § 118).

ТАБЛИЦА А.

h ($м$)	ω	χ	R	$\sqrt{R}$	C[1]	K ($м^3/сек$)
1,00	11,50	13,61	0,845	0,919	38,5	407
1,20	14,16	14,33	0,989	0,995	40,0	564
1,50	18,38	15,42	1,192	1,092	42,0	844
2,00	26,00	17,22	1,510	1,230	43,8	1398
2,50	34,40	19,02	1,810	1,345	45,5	2108
3,00	43,50	20,83	2,090	1,445	46,6	2930
3,50	53,35	22,64	2,355	1,535	47,5	3890
4,00 = $h_{пр}$	64,00	24,44	2,620	1,618	48,8	5050 = $K_{пр}$

Далее, сопоставляя между собой глубины h_0, h_k и заданную глубину $h_{пр}$, видим, что

$$h_{пр} > h_0 > h_k,$$

откуда заключаем, что в данном случае мы будем иметь кривую подпора типа A_1 (см. фиг. 227).

Затем, имея в виду определить величину коэфициента a, обращаемся к формуле (1565′), полагая в этой ф-ле:

$h_1 = h_0$; $h_2 = h_{пр}$; $K_1 = K_0$ и $K_2 = K_{пр}$,

в связи с чем

$$a = \frac{756,0}{1,41} \cdot \frac{4,00 - 1,41}{5050 - 756} = 0,324,$$

где численное значение $K_{пр}$ ($= 5050\ м^3/сек$) взято из вышеприведенной таблички А.

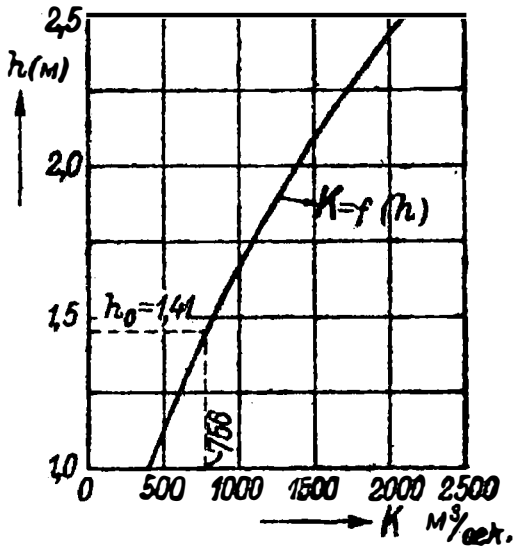
Что касается величины j, то таковую в пределах всей подпорной кривой находим для средней глубины

$$h_{ср} = \frac{h_0 + h_{пр}}{2} = \frac{1,41 + 4,00}{2} = 2,71\ м,$$

причем, пользуясь ф-лой (1457), имеем:

$$j = \frac{aiC^2}{g} \cdot \frac{B}{\chi} = \frac{1,1 \cdot 0,0007 \cdot 45,8^2}{9,81} \cdot \frac{18,12}{19,76} = 0,151,$$

где величины B и χ предварительно вычислены по ф-лам:



Фиг. 262.

$$B = b + 2mh = 10 + 2 \cdot 1,50 \cdot 2,71 = 18,12\ м;$$
$$\chi = b + m'h = 10 + 3,61 \cdot 2,71 = 19,76\ м;$$

коэфициент же Шези $C = 45,8$ найден по нашей формуле, при коэфициенте шероховатости $n = 0,025$ для гидравлического радиуса

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{h(b + mh)}{\chi} = \frac{2,71\,(10 + 1,50 \cdot 2,71)}{19,76} = 1,93\ м.$$

[1]) Коэфициент Шези C определен по нашей формуле при $n = 0,025$.

Зная, таким образом, величины: h_0, K_0, a и j, приступаем непосредственно к построению кривой подпора. Для этого переписываем уравнение (1562) в виде:

$$l = \frac{h_0 \cdot a}{i}[\varkappa_2 - (1-j)\,\Phi(\varkappa_2)] - \frac{h_0 \cdot a}{i}\varkappa_1 + \frac{h_0 a}{i}\cdot(1-j)\,\Phi(\varkappa_1), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1567)$$

причем величину $\varkappa_2$ принимаем равной

$$\varkappa_2 = \frac{K_2}{K_0} = \frac{K_{пр}}{K_0} = \frac{5050}{756} = 6{,}68,$$

в связи с чем по Таблице XXXII имеем:

$$\Phi(\varkappa_2) = 0{,}1516.$$

Подставляя найденные величины в ур-ние (1567) и производя соответствующие вычисления, ур-ние (1567) получаем в виде:

$$l = 4275{,}0 - 652{,}5\,\varkappa_1 + 554{,}0\,\Phi(\varkappa_1)$$

и по этому ур-нию составляем нижеследующую табличку В, в которой, задаваясь рядом значений h_1 в пределах от $h_{кр}$ до h_1 = (положим) 1,45 *м*, что достаточно близко к глубине h_0, вычисляем соответствующие длины l. Заметим, что при составлении этой таблички нам приходится пользоваться данными, полученными в предыдущей табл. А, где подсчитана зависимость $K = f(h)$.

ТАБЛИЦА В.

h_1 (*м*)	K_1	$\varkappa_1 = \frac{K_1}{755}$	$\Phi(\varkappa_1)$ по Табл. XXXII	$652{,}5 \cdot \varkappa_1$	$554{,}0 \cdot \Phi(\varkappa_1)$	l (*м*)
4,0 $h_{пр}$	5050	6,680	0,1516	4359	84,0	0
3,5	3890	5,145	0,1977	3358	109,0	1026
3,0	2930	3,875	0,2650	2530	146,8	1892
2,5	2108	2,790	0,3752	1820	208,0	2663
2,0	1398	1,850	0,6057	1207	355,5	2732
1,5	844	1,116	1,4579	728	808,0	4355
1.45	786	1,040	1,9659	679	1089,0	4685

По полученным данным (см. в табл. В первую и последнюю ее графы) нетрудно построить, как и в примере 68, искомую кривую свободной поверхности (особого чертежа здесь не приводим).

2°. Случай горизонтального русла. ($i = 0$). В этом случае пользуясь ур-нием (1508) получаем:

$$\frac{dh}{ds} = -\frac{i_k}{\varkappa_k^2 - j_k}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1568)$$

где $\varkappa_k$ — по ф-ле (1511) и j_k — по ф-ле (1509). Ур-ние (1568) можно переписать в виде:

$$i_k ds = (j_k - \varkappa_k^2)\frac{dh}{d\varkappa}\cdot d\varkappa, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1569)$$

что, после интегрирования от сечения 1—1 до сечения 2—2 (см. фиг. 248), представляется возможным привести к виду:

$$\frac{i_k l}{h_k a_k} = j_k(\varkappa_{k_2} - \varkappa_{k_1}) - \frac{1}{3}(\varkappa_{k_2}^3 - \varkappa_{k_1}^3), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1570)$$

где индексами „1" и „2" обозначены элементы, относящиеся соответственно к сечению 1—1 и к сечению 2—2 (см. фиг. 248). Что касается коэфициента a_k, входящего в полученное ур-ние, то таковой имеет тот же смысл, что и выше при $i > 0$, причем в данном случае a_k можно определять по ф-ле:

$$a_k = \frac{\xi_2 - \xi_1}{z_{k_2} - z_{k_1}}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1571)$$

или

$$a_k = \frac{K_k}{h_k} \cdot \frac{h_2 - h_1}{K_2 - K_1}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1571')$$

где h_1 и h_2 суть крайние глубины на рассматриваемом участке [1]). В отношении j_k следует иметь в виду замечания, сделанные выше по вопросу о величине j (§ 112).

В случае широкого русла при условии, если коэфициент Шези C можно считать неизменяющимся с глубиной (величина $j_k \cong 1$, как было отмечено ранее в § 116), уравнение (1570) упрощается и принимает вид:

$$\frac{i_k l}{h_k a_k} = z_{k_2} - z_{k_1} - \frac{1}{3}(z_{k_2}^3 - z_{k_1}^3), \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1572)$$

или

$$\frac{i_k l}{h_k a_k} = \Phi_0(z_{k_2}) - \Phi_0(z_{k_1}), \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1573)$$

где обозначено:

$$\left.\begin{aligned} \Phi_0(z_{k_1}) &= z_{k_1} - \frac{1}{3} z_{k_1}^3; \\ \Phi_0(z_{k_2}) &= z_{k_2} - \frac{1}{3} z_{k_2}^3. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1574)$$

Как видно, полученное нами ур-ние (1570), а также ур-ние (1572), данное для названного выше частного случая русла, являются столь простыми, что особая надобность во вспомогательных таблицах отпадает. Однако, имея в виду все же еще несколько упростить расчет, приводим Таблицу XXXIII, в которой даны значения

$$\Phi_0(z_k) = z_k - \frac{1}{3} z_k^3 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1575)$$

в зависимости от величины z_k.

Пример 77. В широком прямоугольном бетонированном русле имеем щит (см. фиг. 253); дно русла — горизонтальное, причем „единичный" расход воды $q = 7{,}5$ *м²/сек* и глубина h_c при выходе потока из-под щита (в „сжатом" сечении) $= 0{,}80$ *м*. Требуется определить глубину h на расстоянии $l = 130$ *м* от сжатого сечения, полагая, что в этом примере можно пользоваться упрощенным уравнением (1573).

Учитывая, что для прямоугольного русла критическая глубина определяется по ф-ле (1443), имеем:

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{1{,}1 \cdot 7{,}5^2}{9{,}81}} = 1{,}85 \text{ м}$$

[1]) Здесь следует иметь в виду замечание, сделанное в п. 1° настоящего параграфа по поводу разбивки данного русла на участки.

и, сопоставляя полученное значение глубины h_k с заданной глубиной h_c, видим, что

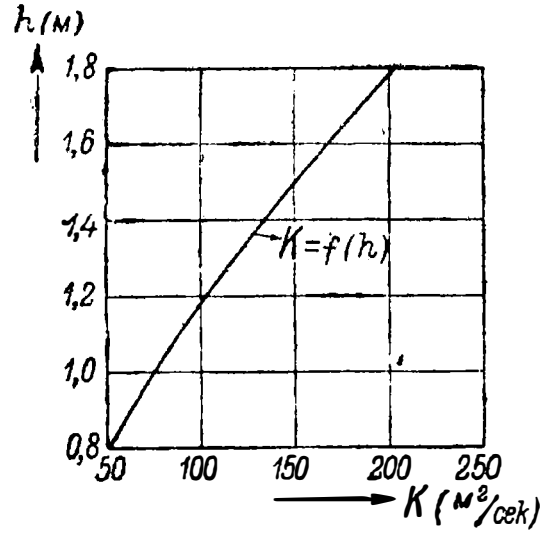
$$h_c < h_k,$$

т. е. в данном случае мы будем иметь кривую подпора типа C_0 (см. фиг. 247).

Для более удобного определения величин модулей расхода, отвечающих различным глубинам, строим на фиг. 263 график $K = f(h)$ [1]), с каковой целью предварительно вычисляем табличку А, в которой задаемся несколькими глубинами h в пределах от $h = h_c$ до $h = h_k$, не зная заранее той глубины, на которой следовало бы закончить составленные таблички, и учитывая вместе с тем, что последняя может понадобиться нам и при решении некоторых других вопросов в условиях рассматриваемого примера (например, при построении кривой подпора по точкам на длине > 130 м). Поясним, что при составлении таблички А коэфициент Шези C вычислен по нашей формуле при $n = 0{,}013$ и что, рассматривая единицу ширины потока, модуль расхода K мы определяем по формуле:

$$K = hC\sqrt{h} = C \cdot h^{3/2},$$

имея в виду при этом, что для широкого прямоугольного русла величина $R \cong h$.



Фиг. 263.

Что касается критического уклона i_k, то, имея из вычисленной таблички значение $C_k = 84{,}3$, величину i_k найдем по ф-ле (1453):

$$i_k = \frac{9{,}81}{1{,}1 \cdot 84{,}3^2} = 0{,}00125.$$

В дальнейшем, пользуясь ур-нием неравномерного движения (1573), будем считать, что известная нам глубина $h_c = h_1$, искомая же глубина $h = h_2$. В связи с этим, полагая:

$$\xi_1 = \frac{h_c}{h_k} = \frac{0{,}80}{1{,}85} = 0{,}432$$

и

$$\varkappa_{k_1} = \frac{K_c}{K_k} = \frac{53{,}65}{212{,}00} = 0{,}253,$$

где числовые значения K_c и K_k взяты из вышеприведенной таблицы А, для определения величины a_k, согласно ф-ле (1571), имеем выражение:

$$a_k = \frac{\xi_2 - 0{,}432}{\varkappa_{k_2} - 0{,}253}.$$

Ур-ние (1573) перепишем в виде:

$$\frac{i_k l}{h_k} = a_k [\Phi_0(\varkappa_{k_2}) - \Phi_0(\varkappa_{k_1})], \quad \ldots \quad (1576)$$

ТАБЛИЦА А.

h (м)	C	$h^{3/2}$	K (м³/сек)
$0{,}80 = h_c$	75,0	0,716	53,65
1,05	77,5	1,076	83,40
1,30	80,0	1,482	118,50
1,55	82,5	1,930	159,20
$1{,}85 = h_k$	84,3	2,516	212,00

[1]) Отметим, что вместо графика $K = f(h)$ можно также строить график $\varkappa_k = f(h)$.

где по Таблице XXXIII

$$\Phi_0(x_{k_1}) = \Phi_0(0{,}253) = 0{,}2475;$$

подставляя найденные выше значения в ур-ние (1576) и производя соответствующие вычисления, получаем:

$$0{,}0879 = a_k\,[\Phi_0(x_{k_2}) - 0{,}2475].$$

Последнее ур-ние решаем в отношении искомой глубины $h = h_2$ графически, для чего составляем табличку В, в которой задаемся рядом значений h_2, причем соответствующие значения K находим по графику на фиг. 263 и величины $\Phi_0(x_{k_2})$ берем из Таблицы XXXIII.

ТАБЛИЦА В.

h_2 (*м*)	K_2	$\xi_2 = \frac{h_2}{1{,}85}$	$x_{k_2} = \frac{K_2}{212}$	$\Phi_0(x_k)$	a_k	$a_k\,[\Phi_0(x_{k_2}) - 0{,}2475]$
0,90	65,0	0,486	0,307	0,2973	1,000	0,0498
0,95	71,0	0,513	0,335	0,3223	0,988	0,0739
1,00	77,0	0,541	0,366	0,3495	0,965	0,0984

После составления по этой табличке соответствующего графика найдем значение искомой глубины $h = h_2$, каковой должно отвечать численное значение функции $a_k\,[\Phi_0(x_{k_2}) - 0{,}2475]$, равное 0,0879. Такая глубина оказывается равной $h_2 = 0{,}98$ *м*.

3°. Случай обратного уклона дна водотока ($i < 0$). При обратном уклоне дна водотока дифференциальное ур-ние (1534) можно переписать в виде:

$$i'ds = \left(-1 + \frac{1+j'}{1+x'^2}\right)\frac{dh}{dx'}\cdot dx', \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1577)$$

где x' — по (1537) и j' — по (1535).

Вводя, далее, согласно (1536) понятие относительной глубины ζ и интегрируя ур-ние (1577) от сечения 1—1 до сечения 2—2 (см. фиг. 256), после соответствующих преобразований получаем:

$$i'l = h_0'\left(\frac{d\zeta}{dx}\right)_{ср}\left\{-(x_2' - x_1') + (1+j')\int_{x_1'}^{x_2'}\frac{dx'}{1+x'^2}\right\}, \quad \ldots \quad (1578)$$

или окончательно:

$$\frac{i'l}{h_0'a'} = -(x_2' - x_1') + (1+j')[\Psi(x_2') - \Psi(x_1')], \quad \ldots\ldots \quad (1579)$$

где обозначено:

$$\Psi(x') = \int\frac{dx'}{1+x'^2} = \operatorname{arc\,tg} x' + C, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1580)$$

причем здесь C — произвольная постоянная (которая может быть принята $= 0$) и

$$a' = \left(\frac{d\zeta}{dx'}\right)_{ср} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1581)$$

Как видим, под величиной a' понимается, как и при $i > 0$, среднее значение (на данном участке) отношения приращения относительной глубины

к соответствующему приращению относительного модуля расхода. Индексами „1" и „2" в ур-нии (1579) обозначены элементы, относящиеся соответственно к сечению 1—1 и сечению 2—2 (см. фиг. 256); величина j' — как в § 117.

При практическом применении ур-ния (1579) величину a' можно определять [1]) по формулам, аналогичным тем, которые даны выше для a и a_k (для случаев водотоков при $i \geqslant 0$):

$$a' = \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{\varkappa_2' - \varkappa_1'}, \quad \ldots \quad (1582)$$

или

$$a' = \frac{K_0'}{h_0'} \cdot \frac{h_2 - h_1}{K_2 - K_1}; \quad \ldots \quad (1582')$$

что же касается численных значений функций $\Psi(\varkappa')$, то таковые можно находить по приводимой нами Таблице XXXIV, составленной по формуле (1580) при $C = 0$.

Пример 78. В трапецоидальном земляном канале с обратным уклоном дна ($i' = 0{,}001$) имеем свободную поверхность типа B'; требуется найти расстояние между сечениями с глубинами $h_1 = 2{,}30$ *м* и $h_2 = 1{,}50$ *м*, если известна величина расхода $Q = 40{,}0$ $м^3/сек$ и размеры поперечного сечения канала: $b = 8{,}0$ *м*, $m = 2{,}0$.

Для решения этого примера прежде всего определяем модуль расхода „вспомогательного" потока K_0':

$$K_0' = \frac{Q}{\sqrt{i'}} = \frac{40{,}00}{\sqrt{0{,}001}} = 1266 \ м^3/сек,$$

зная каковой и применяя известный способ расчета каналов на равномерное движение (см. гл. V), находим нормальную глубину „вспомогательного" потока h_0'. Оказывается, что

$$h_0' = 2{,}03 \ м,$$

в связи с чем

$$\zeta_1 = \frac{h_1}{h_0'} = \frac{2{,}30}{2{,}03} = 1{,}133; \quad \zeta_2 = \frac{h_2}{h_0'} = \frac{1{,}50}{2{,}03} = 0{,}739.$$

Затем вычисляем модули расхода K_1 и K_2, отвечающие соответственно заданным глубинам h_1 и h_2:

$$K_1 = \omega_1 C_1 \sqrt{R_1} = 28{,}97 \cdot 44{,}50 \cdot \sqrt{1{,}58} = 1623{,}0 \ м^3/сек;$$

$$K_2 = \omega_2 C_2 \sqrt{R_2} = 16{,}50 \cdot 41{,}00 \cdot \sqrt{1{,}12} = 715{,}0 \ м^3/сек,$$

где коэфициенты Шези найдены по нашей формуле для $n = 0{,}025$, и далее получаем

$$\varkappa_1' = \frac{K_1}{K_0'} = \frac{1623}{1266} = 1{,}282; \quad \varkappa_2' = \frac{K_2}{K_0'} = \frac{715}{1266} = 0{,}565,$$

и, следовательно, по Таблице XXXIV

$$\Psi(\varkappa_1') = 0{,}9081; \quad \Psi(\varkappa_2') = 0{,}5141.$$

Определяем теперь величины a' и j', входящие в уравнение (1579), причем величину a' находим, зная ζ_1, ζ_2, $\varkappa_1'$ и $\varkappa_2'$, по формуле (1582):

$$a' = \frac{0{,}739 - 1{,}133}{0{,}565 - 1{,}282} = 0{,}55;$$

величину же j' вычисляем по ф-ле (1535):

$$j' = \frac{\alpha i' C^2}{g} \cdot \frac{B}{\chi} = \frac{1{,}1 \cdot 0{,}001 \cdot 42{,}6^2}{9{,}81} \cdot \frac{15{,}60}{16{,}49} = 0{,}219,$$

где величины C, B, и χ соответствуют средней глубине, равной

$$h_{ср} = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{2{,}30 + 1{,}50}{2} = 1{,}90 \ м.$$

[1]) См. первую сноску к п. 2° настоящего параграфа.

Наконец, переписывая ур-ние (1579) в виде:

$$l = \frac{h_0' \cdot a'}{i'} \{-(x_2' - x_1') + (1 + j')[\Psi(x_2') - \Psi(x_1')]\} \quad \ldots\ldots \quad (1583)$$

и подставляя в него найденные численные значения отдельных величин, получаем искомое расстояние l:

$$l = \frac{2{,}03 \cdot 0{,}55}{0{,}001} \cdot [-(0{,}565 - 1{,}282) + (1 + 0{,}219)(0{,}5141 - 0{,}9081)] = 264 \text{ м}.$$

§ 120. Способ приближенного интегрирования дифференциального ур-ния неравномерного движения путем суммирования.

Рассмотрим случаи: $i > 0$, $i = 0$ и $i < 0$ (для любых призматических русел).

а) Случай прямого уклона дна водотока ($i > 0$). В этом случае, исходя из ур-ния (1456), можем написать ур-ние аналогичное (1463):

$$ds = \frac{1}{i} \cdot \frac{j - \varkappa^2}{1 - \varkappa^2} \cdot dh, \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad (1584)$$

где второй множитель правой части есть функция от h (при данном уклоне i, расходе, форме русла и шероховатости его), а потому, введя обозначение:

$$\frac{j - \varkappa^2}{1 - \varkappa^2} = \Phi(h), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1585)$$

имеем:

$$ds = \frac{1}{i} \Phi(h)\, dh \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1586)$$

Если величиной j можно пренебрегать, то

$$ds = \frac{1}{i} \Phi'(h)\, dh, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1587)$$

где:

$$\Phi'(h) = \frac{\varkappa^2}{\varkappa^2 - 1} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\varkappa^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1588)$$

Вместо dh и ds будем брать достаточно малые их значения δh и δs и условимся отсчитывать расстояния от сечения с глубиной h_1 вниз по течению. Заменяя интегрирование суммированием, для какого-либо сечения „n“ с глубиной h_n найдем расстояние s_n (фиг. 264):

$$s_n = \frac{1}{i} \cdot \sum_{m=1}^{m=n-1} \frac{1}{2} [\Phi(h_m) + \Phi(h_{m+1})] \cdot \delta h_{m,\, m+1}, \quad \ldots\ldots \quad (1589)$$

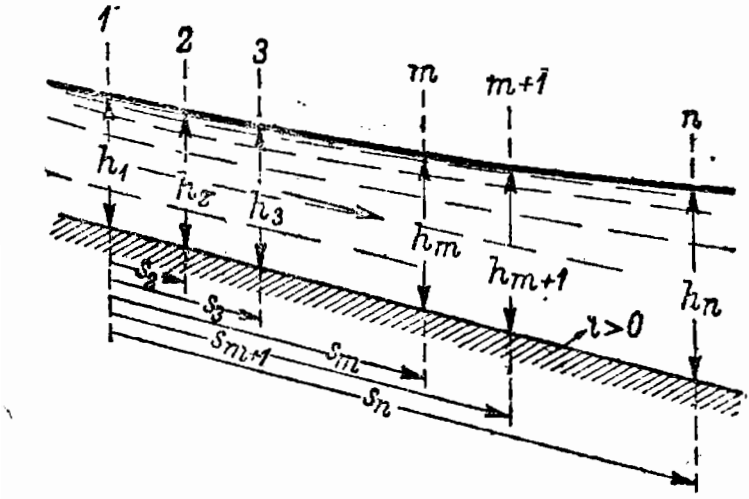
где $m = 1, 2, 3 \ldots, n - 1$. Функцию Φ или, соответственно, Φ' находим по (1585) или (1588); $\delta h_{m,\, m+1}$ обозначает приращение глубины на пути от сечения „m“ до сечения „$m + 1$“, так что

$$\delta h_{m,\, m+1} = h_{m+1} - h_m.$$

Величина s_n положительна при отсчете расстояний s вниз по течению, приращение же глубины δh при этом условии может быть как

положительным (в случае кривых подпора), так и отрицательным (в случае кривых спада). Для облегчения вычисления $\Phi(h)$ или $\Phi'(h)$ рекомендуется строить предварительно для нескольких значений h график функции $\varkappa$ или K, а также — в некоторых случаях — график для величины j как функции от h.

Заметим, что при построении кривой свободной поверхности потока необходимо предварительно установить ее тип, для чего служат критерии, изложенные в § 111. Для суждения о том, имеем ли дело с кривой подпора



Фиг. 264.

или кривой спада (см. фиг. 227 и 228), помимо указанных критериев, можно еще пользоваться следующими:

подпор имеет место в случаях:

$$1)\ \varkappa^2 > 1;\ \varkappa^2 > j \text{ и } 2)\ \varkappa^2 < 1;\ \varkappa^2 < j$$

и спад — в случаях:

$$1)\ \varkappa^2 > 1;\ \varkappa^2 < j \text{ и } 2)\ \varkappa^2 < 1;\ \varkappa^2 > j.$$

Пример 79. Построить кривую подпора типа A_I от сечения с глубиной $h_1 = 4{,}0$ *м* до сечения с глубиной $h_n = 5{,}0$ *м* для канала в скале при ширине по дну $b = 4{,}0$ *м*, боковых откосах $= \frac{1}{10}$, уклоне дна $i = 0{,}0005$ и расходе $Q = 15{,}0$ *м³/сек*.

Предварительно находим нормальную глубину h_0, пользуясь ф-лой Гангилье-Куттера при $n = 0{,}017$; в данном случае получим

$$h_0 = 2{,}47 \text{ м},$$

каковая глубина отвечает модулю расхода

$$K_0 = \frac{Q}{\sqrt{i}} = \frac{15{,}0}{\sqrt{0{,}0005}} = 671 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Затем вычисляем для глубин: 3,5; 4,0; 4,5 и 5,0 *м* модули расхода K, получая, согласно ф-ле $K = \omega C \sqrt{R}$, соответственно $K = 1085$; 1304; 1533; 1770 *м³/сек*. Далее, вычисляя по ф-ле (1462) соответствующие относительные модули расхода $\varkappa$, получаем: $\varkappa = 1{,}616$; 1,942; 2,282, 2,635. По этим цифрам построим график $\varkappa = f(h)$, по которому и можем уже непосредственно находить $\varkappa$ при разных других h.

Имея график $\varkappa = f(h)$ и приняв $j = \sim 0$ (т. е. пренебрегая в данном случае величиной j сравнительно с $\varkappa^2$), будем теперь изменять h от 4,0 до 5,0 *м* через 0,2 *м*, т. е. полагать $\delta h = 0{,}2$ *м*. При этом, пользуясь уравнением (1589), в котором под $\Phi(h)$ понимаем функцию $\Phi'(h)$ согласно (1586), составляем табличку А.

ТАБЛИЦА А.

№ сечения m	h_m (м)	$\delta h_{m,\,m+1}$	$\varkappa$	$\frac{1}{\varkappa^2}$	$\Phi'(h_m)$	$\frac{1}{2}[\Phi'(h_m)+\Phi'(h_{m+1})]$	$\delta s_{m,\,m+1}$	s_m (м)
1	4,0	0,2	1,942	0,265	1,360	1,330	532	0
2	4,2	0,2	2,080	0.231	1,300	1,279	512	532
3	4,4	0,2	2,210	0,205	1,258	1,240	496	1044
4	4,6	0,2	2,350	0 181	1,221	1,203	481	1540
5	4,8	0,2	2,530	0,156	1,185	1,177	471	2021
$6=n$	5,0		2,635	0,144	1,168			$2492=s_n$

Имея, таким образом, глубины и соответствующие расстояния, легко построить и искомую кривую подпора. Заметим, что подобным же образом можно построить и кривую свободной поверхности, когда $j \neq 0$. При этом только пришлось бы вычислять $\Phi(h)$ по (1585), а не $\Phi'(h)$, найдя предварительно j по (1457) для некоторой средней глубины на всем рассматриваемом участке [1]) от сечения „1“ до сечения „n“.

б) Случай горизонтального дна водотока ($i=0$). Приводя ур-ние (1508) к виду:

$$ds = \frac{1}{i_k}(j_k - \varkappa_k^2)\,dh, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1590)$$

где $\varkappa_k$ — по (1511) и j_k — по (1509), введем обозначение:

$$\Phi_0(h) = j_k - \varkappa_k^2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1591)$$

откуда видно, что, для заданного расхода и заданной формы русла с известной шероховатостью, $\Phi_0(h)$ есть функция только от h.

Подставляя (1591) в (1590), получаем:

$$ds = \frac{1}{i_k}\Phi_0(h)\,dh \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1592)$$

Условившись отсчитывать расстояния s от сечения с глубиной h_1 (вдоль течения потока) и заменяя в уравнении (1592) dh и ds достаточно малыми значениями δh и δs, найдем, применяя способ суммирования, расстояние s_n для некоторого сечения „n“ с глубиной h_n в виде:

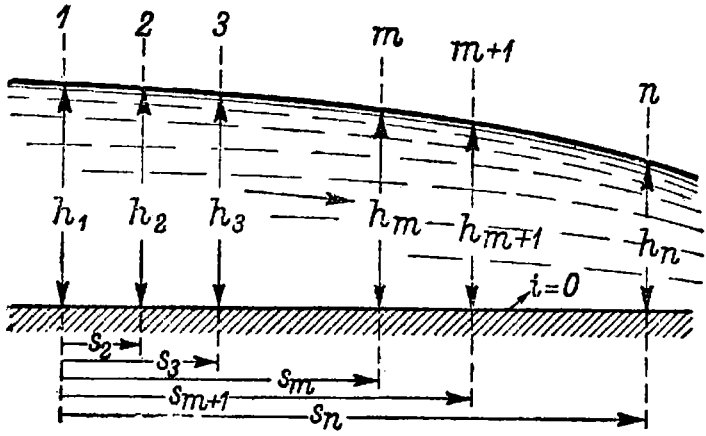
$$s_n = \frac{1}{i_k} \cdot \sum_{m=1}^{m=n-1} \frac{1}{2}[\Phi_0(h_m) + \Phi_0(h_{m+1})] \cdot \delta h_{m,\,m+1}, \quad \ldots \quad (1593)$$

где, как в (1589), h_m — глубина в некотором сечении „m“; h_{m+1} — глубина в сечении „$m+1$“, расположенном от сечения „m“ (фиг. 265) в расстоянии $\delta s_{m,\,m+1}$; далее, $\delta h_{m,\,m+1}$ есть приращение глубины от сечения „m“ до сечения „$m+1$“, т. е.

$$\delta h_{m,\,m+1} = h_{m+1} - h_m.$$

[1]) При желании учесть изменение j по длине свободной поверхности, приходится при вычислении $\Phi(h)$ определять j для каждого отдельного участка (между глубинами h_1, h_2, h_3 и т. д.), причем является удобным строить предварительно упомянутый выше график для величины j как функции от h

Заметим, что величина δh, при отсчете расстояний вдоль течения, будет в случае кривой типа B_0 (см. фиг. 247) отрицательной и в случае кривой типа C_0 — положительной. Надо сказать, что с целью упрощения вычислительной работы при пользовании ур-нием (1593) зачастую бывает удобно



Фиг. 265.

предварительно по нескольким точкам построить график для $\varkappa_k$ (или K) и j_k, как функций от h.

Пример 80. Построить кривую подпора типа C_0 от сечения с глубиной $h_1 = 1{,}00$ *м* до сечения с $h = 2{,}00$ *м* для весьма широкого прямоугольного русла с бетонированным дном, при „единичном" расходе $q = 10{,}0$ *м²/сек*, считая коэфициент Шези C неизменяющимся с глубиной ($C = C_h \cong 80$).

Имея величину коэфициента C заданной, определяем по ф-ле (1453) значение критического уклона:

$$i_k = \frac{g}{\alpha C_k^2} = \frac{9{,}81}{1{,}1 \cdot 80^2} = 0{,}001395$$

и затем находим критический модуль расхода для 1 *м* ширины потока:

$$K_k = \frac{q}{\sqrt{i_k}} = \frac{10{,}0}{\sqrt{0{,}001395}} = 267 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Далее, принимая во внимание, что в нашем случае j_k надлежить считать $= 1{,}0$, в связи с чем функция $\Phi_0(h)$ согласно (1591) перепишется в виде:

$$\Phi_0(h) = 1 - \varkappa_k^2,$$

составляем табличку В, в которой, задавшись рядом значений h в пределах от $h = h_1$ до $h = 2{,}00$ *м* и найдя соответствующие этим глубинам модули расходов $K = Ch^{3/2}$, вычисляем расстояния.

ТАБЛИЦА В.

№ сечений m	h_m (*м*)	$\delta h_{m,m+1}$	K	$\varkappa_k = \frac{K}{267}$	$\Phi_0(h_m)$	$\frac{1}{2}[\Phi_0(h_m) + \Phi_0(h_{m+1})]$	$\delta s_{m,m+1}$	s_m (*м*)
1	$h_1 = 1{,}00$	0,20	80	0,300	0,910	0,878	126	0
2	1,20	0,20	105	0,393	0,846	0,801	115	126
3	1,40	0,20	132	0 495	0,755	0,694	99	241
4	1,60	0,20	162	0,606	0,632	0,555	79	340
5	1,80	0,20	193	0,723	0,477	0,381	55	419
6 = n	2,00		226	0,846	0,284			474 = s_n

Определив, таким образом, расстояния, отвечающие различным глубинам h_m, легко можно построить и искомую кривую свободной поверхности.

в) Случай обратного уклона дна водотока ($i < 0$). Полученное выше ур-ние (1534) может быть представлено в виде:

$$ds = \frac{1}{i'} \cdot \frac{j' - \varkappa'^2}{1 + \varkappa'^2} dh, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1594)$$

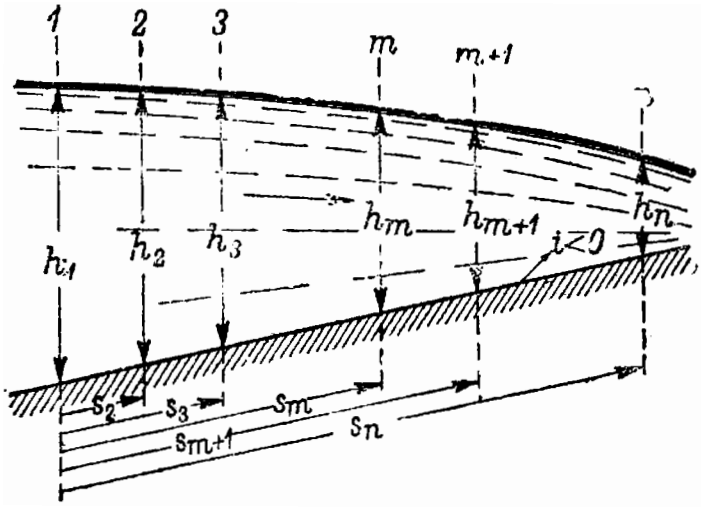
где мы можем ввести обозначение:

$$\frac{j' - \varkappa'^2}{1 + \varkappa'^2} = \Psi(h), \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1595)$$

так как здесь левая часть, при данном уклоне i, расходе и форм русла с известной шероховатостью, является функцией лишь от глубины h. При этом вместо (1594) будет:

$$ds = \frac{1}{i'} \Psi(h)\, dh \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1596)$$

Будем брать вместо dh и ds достаточно малые значения δh и δs и условимся отсчитывать расстояния от сечения с некоторой глубиной $= h_1$. При



Фиг. 266.

этом, применив способ суммирования к уравнению (1596), найдем расстояние s_n для некоторого сечения „n“ с глубиною h_n в следующем виде (фиг. 266):

$$s_n = \frac{1}{i'} \cdot \sum_{m=1}^{m=n-1} \frac{1}{2} [\Psi(h_m) + \Psi(h_{m+1})] \cdot \delta h_{m,\, m+1}, \quad \ldots \quad (1597)$$

где $\delta h_{m,\, m+1}$ есть „приращение глубины“ между сечениями „m“ и „$m+1$“.

Укажем, что величина s при отсчете расстояний вниз по течению (вдоль линии дна) должна быть, очевидно, положительной; что же касается „приращения глубины“ δh, то таковое может быть как положительным (ветвь C', фиг. 255), так и отрицательным (ветвь B'). С целью некоторого облегчения вычисления функций Ψ полезно построить предварительно по нескольким точкам графики величин $\varkappa'$ (или K) и j', как функций от глубины h.

Пример 81. Имеется бетонированный участок канала длиною 20 *м*, трапецоидального сечения, с обратным уклоном дна ($i = 0{,}05$), шириною по низу $b = 5{,}0$ *м*, при коэфициенте откоса $m = 1$ и при расходе $Q = 12{,}5$ *м³/сек*. Требуется построить кривую спада для данного участка при наличии в конце его перепада.

Предварительно определяем известным способом величину h_k, каковая оказывается равной

$$h_k = 0{,}84 \text{ м};$$

считаем, что такая глубина установится в конце данного участка канала.

Находим модуль расхода K_0':

$$K_0' = \frac{12{,}5}{\sqrt{0{,}05}} = 55{,}9 \text{ м}^3/\text{сек}$$

и затем, пользуясь нашей формулой для коэфициента Шези C при коэфициенте шероховатости $= 0{,}013$, определяем K и J для глубин: 0,84; 1,00; 1,50; 2,00; 2,50 *м*. При этом получаем соответственно: $K = 289$; 389; 774; 1281; 1915 *м³/сек* и $J' = 26{,}7$; 27,5; 29,1; 30,3; 31,3. По этим данным строим кривые $K = f(h)$ и $J' = F(h)$. Пользуясь этими кривыми в дальнейшем, мы определяем величины K и J' для любого h.

Задавшись величинами Δh, производим по (1597) соответствующие вычисления, сводя их в таблицу С.

ТАБЛИЦА С.

№ сечений m	h_m (*м*)	$\Delta h_{m,\,m+1}$	K	J'	x'^2	$\Psi(h_m)$	$\frac{1}{2}[\Psi(h_m)+\Psi(h_{m+1})]$	$\Delta s_{m,\,m+1}$	s_m (*м*)
1	0,84	0,16	289	26,70	26,7	0	— 0,211	— 0,68	0
2	1,00	0,20	389	27,50	48,3	— 0,422	— 0,545	— 2,18	— 0,68
3	1,20	0,20	523	28,22	87,6	— 0,699	— 0,737	— 2,95	— 2,86
4	1,40	0,20	690	28,83	152,4	— 0,805	— 0,839	— 3,36	— 5,81
5	1,60	0,20	860	29,39	236,5	— 0,872	— 0,875	— 3,50	— 9,17
6	1,80	0,20	1050	29,90	252,5	— 0,878	— 0,909	— 3,64	— 12,67
7	2,00	0,20	1281	30,30	525,0	— 0,939	— 0,957	— 3,83	— 16,31
$8 = n$	2,20		1535	30,78	755,0	— 0,957			— 20,14 = $= s_n$

Имея теперь глубины и соответствующие им расстояния, можно легко построить искомую кривую спада. Отметим здесь, что вычисленные величины s_m получились со знаком минус ввиду того, что они представляют собой расстояния, измеренные от начального сечения против течения.

В заключение укажем, что, в случае необходимости определения расстояния s_n до некоторого сечения с заданной глубиной h_n, достаточно в число величин первой графы таблицы включить данную величину h_n. Если же ставится обратная задача (по заданной длине s_n найти соответствующую ей глубину h_n), то в этом случае приходится в надлежащем масштабе строить по данным таблицы особый график зависимости $h = $ (положим) $f(s)$ и затем по этому графику находить интересующую нас величину h_n. Обычный чертеж кривой подпора или спада, конечно, также представляет собой график зависимости $h = f(s)$, но этот график не дает достаточной точности при определении h_n.

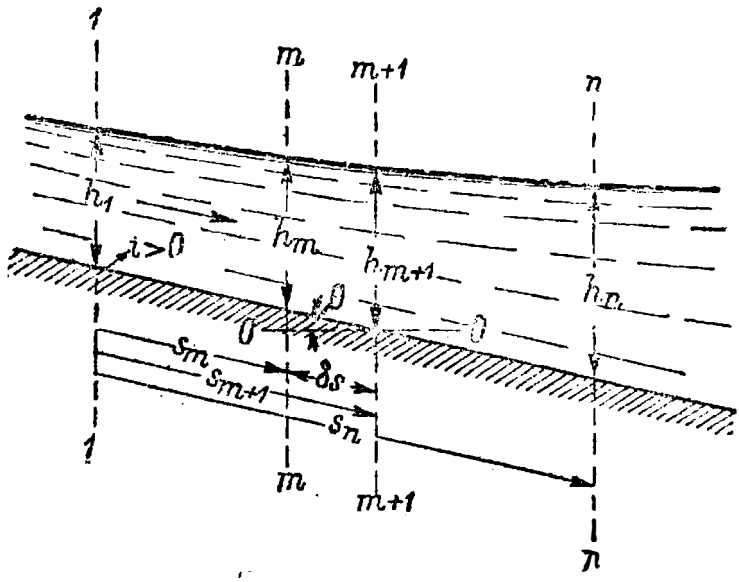
§ 121. Способ непосредственного применения уравнения Бернулли.

Выше, при рассмотрении вопроса о построении кривых свободной поверхности потока при неравномерном движении воды, мы всюду исходили из основного диференциального уравнения (1436). Однако, этот вопрос, с известным

приближением, может быть также решен путем непосредственного применения уравнения Бернулли, причем решение это представляет тот интерес, что оно годно для любых призматических русел[1]); кроме того, при этом мы получаем весьма наглядную расчетную картину. За тем, что, в то время как для построения свободных поверхностей в естественных водотоках применение уравнения Бернулли известно довольно давно, для случая неравномерного движения воды в каналах аналогичный прием был предложен относительно недавно американскими инженерами Хиндсом (Hinds)[2]) и Хастедом (Husted)[3]).

Надо сказать, что приводимый ниже способ может быть распространен, как предлагает Hinds[4]), также и на непризматические каналы—при условии, конечно, что мы имеем медленно изменяющееся движение.

Возьмем некоторый поток с данным уклоном дна $i > 0$, находящийся в состоянии неравномерного медленно изменяющегося движения (фиг. 267).



Фиг. 267.

и положим, что нам необходимо определить расстояние s_n от сечения с заданной глубиной h_1 до сечения с некоторой глубиной h_n, при условии, что расход Q и форма русла, а также шероховатость его известны. Наметив в пределах рассматриваемого участка два достаточно близких друг к другу сечения („m“ и „$m+1$“) и проводя через точку дна сечения „$m+1$“ плоскость сравнения $O-O$, напишем для взятых нами сечений уравнение Бернулли в таком виде:

$$i \cdot \delta s + h_m + \frac{\alpha V_m^2}{2g} = h_{m+1} + \frac{\alpha V_{m+1}^2}{2g} + \delta h_f, \quad \ldots \quad (1598)$$

---

[1]) Исключение могут представлять „составные профиля“, не работающие как единое гидравлическое целое.

[2]) J. Hinds. „The Hydraulic Jump and Critical Depth in the Design of Hydraulic Structures“, Eng. News Record, 1920, Vol. 85, № 22, p. 1034.

[3]) A. Husted, „New Method of Computing Backwater and Drop-Dawn Curves“, Eng. News-Record 1924 Vol. 92, № 17, p. 719.

[4]) См. там же. — Изложение и рассмотрение названной работы Hinds'a можно найти в нашей статье: „О новых работах по Гидравлике“, помещенной в вып. 8—9 „Известий Научно Мелиорац. Инст.“ (или отд. оттиск, 1925 г.).

где индексы „m" и „$m+1$" указывают на соответствующие сечения; величина δs есть расстояние от сечения „m" до сечения „$m+1$", измеряемое вдоль линии дна по направлению течения потока, и δh_f — потеря напора на длине δs.

Обозначая через $(i_f)_{ср}$ „уклон трения", т. е. среднюю величину потери напора на единицу длины участка, представим величину δh_f в виде:

$$\delta h_f = (i_f)_{ср} \cdot \delta s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1599)$$

и затем, используя это выражение для δh_f, перепишем уравнение (1598), решая его относительно величины δs:

$$\delta s = \left[\left(h_{m+1} + \frac{\alpha V_{m+1}^2}{2g}\right) - \left(h_m + \frac{\alpha V_m^2}{2g}\right)\right] \cdot \frac{1}{i - (i_f)_{ср}} \quad . \quad . \quad (1600)$$

Далее, пользуясь понятием удельной энергии сечения (см. § 110), согласно выражению (1448) обозначим:

$$\left.\begin{aligned} h_m + \frac{\alpha V_m^2}{2g} &= \mathcal{E}_m; \\ h_{m+1} + \frac{\alpha V_{m+1}^2}{2g} &= \mathcal{E}_{m+1}, \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1601)$$

где $\mathcal{E}_m$ и $\mathcal{E}_{m+1}$ суть величины **удельной энергии сечения** соответственно в сечениях „m" и „$m+1$". В связи с таким обозначением уравнение для δs (1600) приобретает вид:

$$\delta s = \frac{\mathcal{E}_{m+1} - \mathcal{E}_m}{i - (i_f)_{ср}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1602)$$

или

$$\delta s = \frac{\delta \mathcal{E}_{m,\, m+1}}{i - (i_f)_{ср}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1602')$$

где $\delta \mathcal{E}_{m,\, m+1}$ — приращение удельной энергии сечения на пути от сечения „m" до сечения „$m+1$".

Наконец, применяя к уравнению (1602) прием суммирования, получаем следующее выражение для искомого расстояния s_n:

$$s_n = \sum_{m=1}^{m=n-1} \frac{\mathcal{E}_{m+1} - \mathcal{E}_m}{i - (i_f)_{ср}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1603)$$

или

$$s_n = \sum_{m=1}^{m=n-1} \frac{\delta \mathcal{E}_{m,\, m+1}}{i - (i_f)_{ср}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1603')$$

где

$$m = 1,\ 2,\ 3 \ . \ . \ . \ . \ . \ n - 1.$$

Величины $\mathcal{E}_m$ и $\mathcal{E}_{m+1}$ (а следовательно, и $\delta \mathcal{E}_{m,\, m+1} = \mathcal{E}_{m+1} - \mathcal{E}_m$) легко могут быть найдены по (1601), если мы зададимся рядом глубин: $h_m = h_2,\ h_3 \ . \ . \ . \ h_n$. Что касается значения $(i_f)_{ср}$, то, имея глубины h_m и h_{m+1}, таковое можем определить, принимая, что потеря напора на единицу длины

(по формуле равномерного движения) равна

$$i_f = \frac{V^2}{C^2 R}$$

так что для $(i_f)_{ср}$ получим выражение:

$$(i_f)_{ср} = \frac{V_{ср}^2}{C_{ср}^2 \cdot R_{ср}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1604)$$

причем будем вычислять гидравлические элементы $V_{ср}$, $C_{ср}$ и $R_{ср}$, как некоторые **средние** на рассматриваемом участке δs. Надо сказать, что **практически** величину $(i_f)_{ср}$ можно определять по формуле:

$$(i_f)_{ср} = \frac{1}{2}\left[(i_f)_m + (i_f)_{m+1}\right] \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1605)$$

или, — что зачастую бывает удобнее, — считать, что $(i_f)_{ср} = i_f$, где i_f находится для некоторой средней глубины, равной, например,

$$h_{ср} = \frac{h_{m+1} + h_m}{2}.$$

Заметим, что при построении по уравнению (1603) свободной поверхности потока всегда желательно предварительно установить **тип** искомой поверхности потока, — с тем, в частности, чтобы, исходя из данной нам глубины, знать те пределы, в которых надлежит задаваться другими глубинами [1]). Кроме того отметим, что при расчетах по уравнению (1603) весьма удобно для заданного русла и расхода Q предварительно строить (фиг. 226) график удельной энергии сечения $Э = f(h)$, а также график $i - i_f = F(h)$.

В заключение укажем, что выше нами был рассмотрен случай $i > 0$; что касается случаев $i \leqslant 0$, то здесь вместо уравнений (1602)—(1602') будем иметь:

а) при $i = 0$ (водоток с горизонтальным дном)

$$\delta s = \frac{Э_m - Э_{m+1}}{(i_f)_{ср}} = -\frac{\delta Э_{m,\,m+1}}{(i_f)_{ср}}; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1606)$$

б) при $i < 0$ (водоток с обратным [2]) уклоном дна)

$$\delta s = \frac{Э_m - Э_{m+1}}{i' + (i_f)_{ср}} = -\frac{\delta Э_{m,\,m+1}}{i' + (i_f)_{ср}}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1607)$$

причем для этих случаев соответственно также изменится и уравнение (1603), а именно:

а) для $i = 0$

$$s_n = \sum_{m=1}^{m=n-1} \frac{Э_m - Э_{m-1}}{(i_f)_{ср}}; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1608)$$

---

[1]) Дадим здесь следующее практическое указание: если, задавшись в уравнении (1602) глубиной h_{m+1}, мы получаем **отрицательное** значение δs, то это значит, что взятая нами глубина h_{m+1} будет расположена от глубины h_m в расстоянии $|\delta s|$, отложенном **против течения потока**.

[2]) Об „относительном подъеме" l' см. в § 117.

б) для $i < 0$

$$s_n = \sum_{m=1}^{m=n-1} \frac{\Im_m - \Im_{m+1}}{i' + (i_f)_{cp}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1609)$$

Пример 82. Построить кривую подпора для условий примера 79. Прежде всего, задавшись несколькими глубинами h (возьмем $h = 4{,}00$; 4,35; 4,70 и 5,00 *м*), строим вспомогательные графики $\Im = f(h)$ и $(i - i_f) = F(h)$, для чего предварительно составляем табличку А.

ТАБЛИЦА А.

h (*м*)	ω	χ	R	C^2	$V = \frac{Q}{\omega}$	$\frac{V^2}{2g}$	$i_f = \frac{V^2}{C^2 R}$	$i - i_f$	$\Im$
4,00	17,6	12,04	1,462	3750	0,853	0,0371	0,000133	0,000367	4,041
4,35	19,3	12,74	1,515	3800	0,777	0,0308	0,000105	0,000295	4,384
4,70	21,0	13,45	1,561	3840	0,714	0,0260	0,000085	0,000415	4,729
5,00	22,5	14,05	1,600	3920	0,667	0,0227	0,000071	0,000429	5,025

Имея такие графики (чертежей здесь не приводим), составляем окончательную расчетную таблицу В, в которой задаемся рядом глубин и, взяв из графиков соответствующие им значения функций $\Im$ и $(i - i_f)$, применяем уравнение (1603).

ТАБЛИЦА В.

h (*м*)	$\Im$ по графику	$\delta\Im_{m,m+1} = \Im_{m+1} - \Im_m$	$h_{cp} = \frac{h_{m+1} + h_m}{2}$	$i - (i_f)_{cp}$ по графику	δs	s (*м*)
4,00	4.041	0,196	4,10	0,000377	520	0
4,20	4.237	0,196	4,30	0,000392	500	520
4,40	4,433	0,197	4,50	0,000404	488	1020
4,60	4,630	0,197	4,70	0,000415	475	1508
4,80	4,827	0,198	4,90	0,000425	466	1983
5,00	5,025					2449

Пользуясь результатами вычислений, произведенных в этой таблице, можем построить искомую кривую подпора.

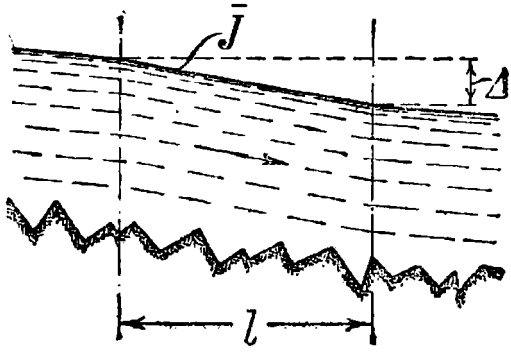
В заключение укажем, что в отношении данного способа надо иметь в виду замечания, сделанные нами в конце изложения предыдущего способа (где упомянуто о приеме отыскания глубины по заданной длине). Кроме того по поводу обоих способов, рассмотренных в §§ 120 – 121, заметим, что они имеют тот общий недостаток, что, пользуясь ими, нельзя, как видим обойтись без разбивки потока на отдельные участки даже при решении простейших задач (например, при определении длины кривой свободной поверхности и т. д.), причем приходится выполнять довольно много вычислительной работы, хотя и простой по своему существу.

В. НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ В ЕСТЕСТВЕННЫХ ВОДОТОКАХ.

§ 122. Предварительные указания.

Как было отмечено в § 52, в естественных потоках поперечные профиля, а равно и уклоны дна изменяются вдоль по течению (иногда — весьма значительно), причем нет возможности выразить эти изменения какими-либо аналитическими зависимостями; вполне понятно, что определение вида свободной поверхности в названных водотоках по необходимости может производиться лишь приближенно.

При этом рассматриваемый водоток по длине его разбивается на отдельные расчетные участки, при назначении коих следует руководствоваться тем соображением, чтобы каждый выделяемый участок был более или менее однороден как в отношении поперечных сечений, так и в отношении поверхностных уклонов, имеющихся в естественных условиях. В пределах каждого расчетного участка линия свободной поверхности принимается за прямую [1]); уклон такой прямой (средний поверхностный уклон) выражается, как частное от деления падения отметки поверхности воды Δ на длину участка l (фиг. 268), т. е. имеем:



Фиг. 268.

$$\bar{J} = \frac{\Delta}{l}, \quad \ldots \ldots \quad (1610)$$

или, опуская [2]) знак осреднения над буквою J:

$$J = \frac{\Delta}{l}, \quad \ldots \ldots \quad (1610')$$

причем длина участка l обычно измеряется по стрежню реки (т. е. по линии наибольших глубин), иногда же — по средней линии водной поверхности. Зависимость (1610) или (1610′) относится как к естественным, так и к проектным условиям. Длина выделяемых участков обыкновенно составляет несколько километров, реже — несколько десятков километров; величина падения Δ на участке — в общем не более 0,5 — 0,75 *м* (реже — до 1,0 *м*) в естественных и проектных условиях.

Далее, укажем, что при разбивке водотока на расчетные участки принимаются во внимание и некоторые дополнительные соображения, из которых назовем здесь два более существенных: а) каждый выделяемый участок должен быть примерно однородным по длине в отношении его шероховатости; б) в пределах отдельного участка предпочтительнее иметь постоянный расход Q, в связи с чем граничные сечения приходится назначать также и в местах впадения в данное русло более значительных его притоков [3]).

Надлежит твердо помнить, что более или менее приемлемое (по степени приближения к действительности) решение вопросов неравномерного

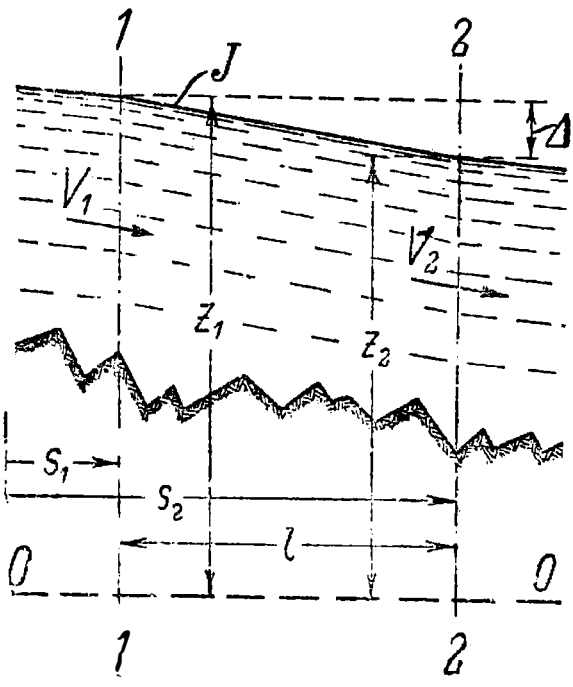
---

[1]) Это обычно достаточно для практических целей.

[2]) В дальнейшем для простоты вместо $\bar{J}$ мы и будем писать J, всегда понимая под J именно средний поверхностный уклон на данном участке.

[3]) Некоторые указания по вопросу о разбивке естественных водотоков на расчетные участки см. в работе проф. А. Н. Рахманова: „О построении кривых свободной поверхности для естественных водотоков при установившемся движении", Изв. Научно-Мел. Инст., 1930, вып. XX (или в книге проф. М. Д. Чертоусова „Инженерная Гидравлика", Ленинград, изд. КУБУЧ, 1934, гл. IV, стр. 214, статья А. Н. Рахманова).

движения в естественных руслах можно получить лишь при наличии достаточных материалов изысканий, характеризующих рассматриваемый водоток в топографическом, гидравлическом и гидрологическом отношении, в особенности — в смысле формы продольного и поперечного профилей, шероховатости русла, величин ожидаемых расходов и связи последних с горизонтами воды в естественном состоянии и пр. При недостаточности подобных данных, при малой их достоверности, а тем более при отсутствии их (с чем, к сожалению, иногда приходится встречаться в практике при проектировании), — получаемые по расчету формы свободной поверхности потока не могут быть признаны вполне надежной базой для разрешения разного рода водохозяйственных и гидротехнических вопросов.



Фиг. 269.

Кривые свободной поверхности для естественных водотоков можно строить по одному из двух методов:

I метод—непосредственное применение основного диференциального уравнения неравномерного движения (1436);

II метод — замена действительного рассматриваемого русла некоторым „приведенным руслом", состоящим из ряда призматических (цилиндрических) участков.

Эти два метода в первом издании „Гидравлического Справочника" [1]) были пояснены лишь в общих чертах. Хотя за последние 10 лет способам построения кривых свободной поверхности в естественных водотоках посвящен ряд работ различных авторов, мы все же считаем полезным дать здесь сравнительно сжатый, но достаточно—по нашему мнению—систематизированный очерк основ вопроса о равномерном движении в естественных водотоках, приводя также и некоторые наши предложения по этому вопросу.

Из двух названных методов построения кривых свободной поверхности второй метод сводит вопрос [2]) к той задаче, которая была уже рассмотрена выше, в разделе А настоящей главы. Что же касается первого метода, то для него необходимо прежде всего привести основные зависимости, являющиеся некоторой конкретизацией диференциального уравнения (1436) применительно к условиям естественных водотоков. К этим зависимостям теперь и обратимся.

Интегрируя основное диференциальное уравнение неравномерного движения (1436) от сечения 1 — 1 до 2 — 2, имеем для рассматриваемого участка,

[1]) Издание 1924 г., стр. 132 — 134.
[2]) См. ниже §§ 125 — 126

заключающегося между этими сечениями (фиг. 269):

$$z_1 - z_2 = \left(\frac{\alpha V_2^2}{2g} - \frac{\alpha V_1^2}{2g}\right) + \int_{s_1}^{s_2} \frac{V^2}{C^2 R} ds, \quad \ldots\ldots \quad (1611)$$

или

$$z_1 - z_2 = \left(\frac{\alpha V_2^2}{2g} - \frac{\alpha V_1^2}{2g}\right) + Q^2 \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{K^2}, \quad \ldots\ldots \quad (1612)$$

где z_1 и z_2 суть отметки свободной поверхности в сечениях 1 и 2, отсчитываемые от некоторой горизонтальной плоскости сравнения $O—O$, проводимой ниже поверхности воды; прочие обозначения ясны из сказанного в разделе А настоящей главы. Укажем, что под знаком интеграла в уравнениях (1611)—(1612) следует иметь в виду переменные значения соответствующих гидравлических элементов на пути от сечения 1 до сечения 2.

По „теореме о средней" можно написать, что

$$\int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{K^2} = \frac{1}{\overline{K}^2} \int_{s_1}^{s_2} ds = \frac{s_2 - s_1}{\overline{K}^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1613)$$

или

$$\int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{K^2} = \frac{l}{\overline{K}^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1614)$$

где $\overline{K}$ — некоторое среднее или, лучше сказать, осредненное [1]) значение модуля расхода на длине рассматриваемого участка. При этом вместо (1612) получим:

$$z_1 - z_2 = \left(\frac{\alpha V_2^2}{2g} - \frac{\alpha V_1^2}{2g}\right) + \frac{lQ^2}{\overline{K}^2} \quad \ldots\ldots \quad (1615)$$

Здесь в левой части имеем падение Δ отметки свободной поверхности водотока от сечения 1 до сечения 2:

$$\Delta = z_1 - z_2; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1616)$$

далее, в правой части первый двучлен в скобках есть положительное или отрицательное приращение скоростного напора:

$$\frac{\alpha V_2^2}{2g} - \frac{\alpha V_1^2}{2g} = (\text{обозначим})\ \delta h_v, \quad \ldots\ldots \quad (1617)$$

и, наконец, последний член в (1615) есть потеря напора на трение по длине рассматриваемого участка:

$$\frac{lQ^2}{\overline{K}^2} = (\text{обозначим})\ \delta h_f \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1618)$$

Таким образом, в краткой форме уравнение (1615) можно записать так:

$$\Delta = \delta h_v + \delta h_f \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1619)$$

[1]) Здесь и в дальнейшем над обозначениями различных осредненных величин вообще будем ставить горизонтальные черточки (напр.: $\overline{K}$, $\overline{\omega}$, $\overline{\gamma}$ и т. д.).

В целях уточнения этого уравнения некоторые авторы, из коих следует особенно отметить Стивенса (Stevens) [1]) и Штриклера (Strickler) [2]), предлагают, помимо потерь напора на трение по длине, учитывать также и дополнительные потери напора ($\delta h'$), зависящие главным образом от изменения живых сечений водотока в пределах рассматриваемого участка [3]), причем вместо (1619) будет:

$$\Delta = \delta h_v + \delta h_f + \delta h' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1619')$$

Для величины $\delta h'$ Стивенс предлагает наименование: „потери на водовороты" (eddy losses), отнеся сюда также и потери, вызываемые поперечными течениями, отдельными препятствиями и поворотами русла и пр., почему термин Стивенса нам не представляется удовлетворительным. Не может быть признан достаточно подходящим и термин „местные потери напора", иногда применяемый для наименования величины $\delta h'$, так как потеря $\delta h'$ в той или иной мере может наблюдаться, напр., и на геометрически правильных конически расходящихся участках русла, причем эта потеря должна быть отнесена, понятно, ко всей длине такого участка, а не к отдельным его местам. По этим соображениям величину $\delta h'$ мы и будем именовать „дополнительной потерей напора", желая этим подчеркнуть, что член $\delta h'$ вносится в уравнение неравномерного движения в естественных руслах для учета тех потерь, которые не охватываются обычным выражением для потерь напора по длине потока (δh_f).

При той сложной конфигурации, которую, вообще говоря, имеют естественные русла, величина $\delta h'$ не может быть выражена достаточно четко в зависимости от различных влияющих на нее факторов, и поэтому в настоящее время можно лишь указать, что, при желании в некоторой мере учесть дополнительные потери, величину их можно принимать по формуле:

$$\delta h' = \zeta' \cdot |\delta h_v|, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1620)$$

где $|\delta h_v|$ есть абсолютное значение изменения скоростного напора в пределах данного участка русла, ζ' — коэфициент, который может быть назван „коэфициентом дополнительного сопротивления".

В отношении численных значений ζ' можно привести следующие указания:

ТАБЛИЦА 148.

а) Если средние скорости потока (фиг. 270-I) в общем уменьшаются на пути от начального до конечного сечения рассматриваемого участка естественного русла ($V_2 < V$), то

по Вейрауху, Толькмитту и Бахметеву . . .	$\zeta' = 1$;
по Штриклеру	$\zeta' = 1/3$;
по Стивенсу	$\zeta' = 0{,}2 - 0{,}8$; [4])
по Стивенсу в среднем (расчетное значение) .	$\zeta' = 1/2$.

б) Если средние скорости (фиг. 270-II) в общем увеличиваются вдоль течения в пределах рассматриваемого участка ($V_2 > V_1$), то, согласно всем вышеназванным и другим авторам, дополнительными потерями $\delta h'$ следует пренебрегать, полагая . . . . . $\zeta' = 0$

[1]) Stevens, „Computing Backwater Curves for Surface Slopes in Streams", Eng. News-Record, 1925, Vol. 95, № 14, p. 550.

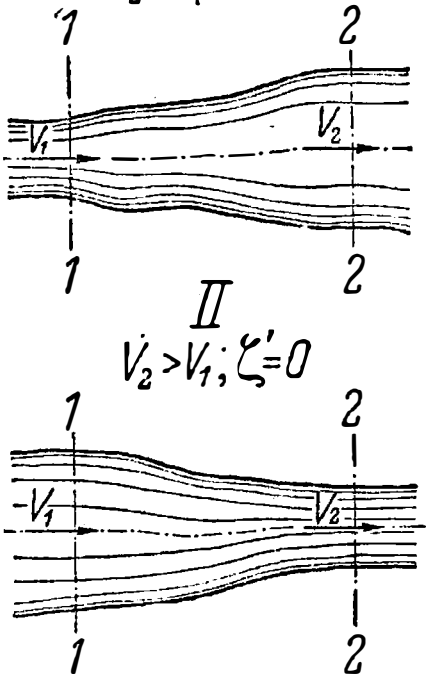
[2]) Strickler, „Beiträge zur Frage der Geschwindigkeitsformel....", Mitteilungen des Amtes für Wasserwirtschaft, Bern, 1923, № 16, S. 43.

[3]) Некоторые другие авторы (напр., Толькмитт, Вейраух, Бахметев и др.) в менее определенной форме, в сущности, также предлагают учитывать дополнительные потери напора $\delta h'$, о чем см. несколько ниже.

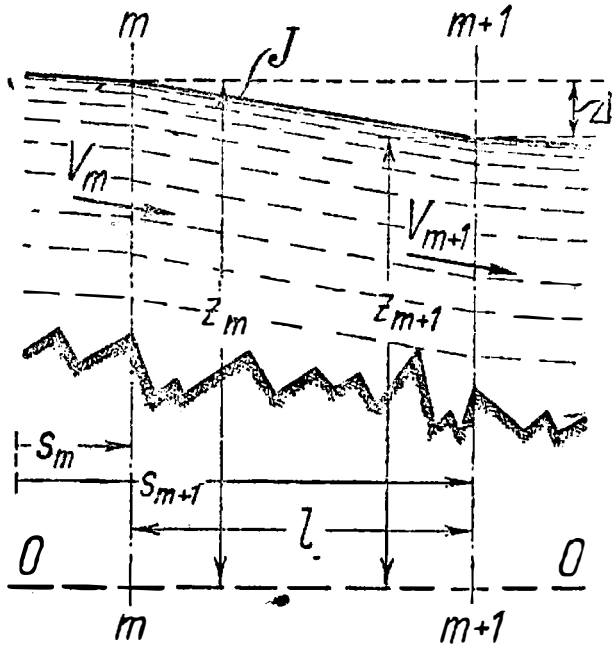
[4]) Некоторые принципиально интересные уточнения предложения Стивенса даны проф. А. Н. Рахмановым, — см. его работу: „О построении кривых свободной поверхности для естественных водотоков при установившемся движении", Изв. Научно-Мел. Инст., 1930, вып. XX, стр. 119.

При учете по (1620) и по табл. 148 дополнительных потерь напора $\delta h'$, вместо (1619') более подробно можно [1]) напи ать:

$$z_1 - z_2 = (1-\zeta')\left(\frac{\alpha V_2^2}{2g} - \frac{\alpha V_1^2}{2g}\right) + \frac{lQ^2}{K^2}, \quad \ldots\ldots \quad (1621)$$



Фиг. 270.



Фиг. 271.

каковое уравнение и является уточнением уравнения (1615). С другой стороны, если изменение скоростных напоров на протяжении расчетного участка незначительно, то в уравнении (1615) можно пренебрегать соответствующим двучленом в правой части, так что будет:

$$z_1 - z_2 = \frac{lQ^2}{K^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1622)$$

или короче:

$$\Delta = \delta h \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1623)$$

Для практических расчетов в правых частях полученных выше уравнений: (1621), (1615) и (1622) среднюю скорость удобнее выразить через расход Q, подставляя $V = \frac{Q}{\omega}$. При этом соответственно получаем три нижеприводимые уравнения, которые ради бо́льшей общности их вида мы напишем здесь для некоторого расчетного участка, заключенного, положим, между сечениями m и $m+1$ (фиг. 271), применяя относящиеся к этим сечениям индексы.

[1]) При том написании зависимости для $\delta h'$, которое принято нами в виде (1620), коэфициент ζ' есть вели ина положительная, но в литературе часто встречается и несколько иной вид той же зависимости, причем $\zeta' \leqslant 0$.

1) Полная форма уравнения — при учете как изменения скоростных напоров на протяжении участка, так и дополнительных потерь $\delta h'$:

$$z_m - z_{m+1} = Q^2 \left[(1-\zeta') \frac{\alpha}{2g} \left(\frac{1}{\omega^2_{m+1}} - \frac{1}{\omega^2_m} \right) + \frac{l}{K^2} \right]; \quad . \quad . \quad . \quad (1624)$$

2) Промежуточная форма уравнения — при учете изменения скоростных напоров на данном участке, но без учета дополнительных потерь $\delta h'$:

$$z_m - z_{m+1} = Q^2 \left[\frac{\alpha}{2g} \left(\frac{1}{\omega^2_{m+1}} - \frac{1}{\omega^2_m} \right) + \frac{l}{K^2} \right]; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1625)$$

3) Упрощенная форма — без учета изменения скоростных напоров и дополнительных потерь $\delta h'$:

$$z_m - z_{m+1} = \frac{Q^2 l}{K^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1626)$$

причем в эту же форму переходит и полная форма (1624), если в этом последнем уравнении принять $\zeta' = 1$ (см. табл. 148).

Обратим внимание на то обстоятельство, что весьма нередки случаи, когда изменение скоростного напора оказывает лишь несущественное влияние на форму кривых свободной поверхности, почему упрощенное уравнение (1626) часто применяется в практических расчетах. Проф. Рахманов, на основании своих обширных работ по построению кривых подпора в естественных руслах, указывает [1]), что при скоростях течения порядка 1,0 — 1,5 *м/с* упрощенное уравнение (1626) вполне приемлемо для практических целей, в особенности, если площади живых сечений в начале и конце данного расчетного участка различаются между собой примерно не более, чем на 25%; при скоростях течения порядка 3—4 *м/с*, конечно, правильнее применять более подробные уравнения (1624) — (1625). Кроме этих общих указаний, в каждом конкретном случае можно, разумеется, обратиться и непосредственно к выяснению вопроса о том, какое влияние оказывает изменение скоростного напора на результат расчета кривых свободной поверхности. С этой целью для некоторых отдельных типичных случаев в условиях данного водотока следует произвести расчет как по полному, так и по упрощенному уравнению и сравнить полученные результаты. Тем же путем можно оценить и влияние дополнительных потерь напора $\delta h'$, причем для коэфициента ζ', при настоящем состоянии наших знаний по этому вопросу, в качестве расчетного значения можно рекомендовать предложенную Стивенсом величину $\zeta' = \frac{1}{2}$ (см. табл. 148).

§ 123. Определение численных значений величины $\frac{l}{K^2}$.

Так как длина l рассматриваемого участка известна, то для определения численного значения величин $\frac{l}{K^2}$ (см. § 122), очевидно, необходимо прежде

[1]) См. стр. 112 — 114 его работы, названной выше в сноске 4 на стр. 574.

всего найти осредненный модуль расхода $\overline{K}$ [1]). Рассматривая ниже три приема для этой цели, величину $\overline{K}$ во всех приемах будем учитывать по часто применяемой в практике формуле:

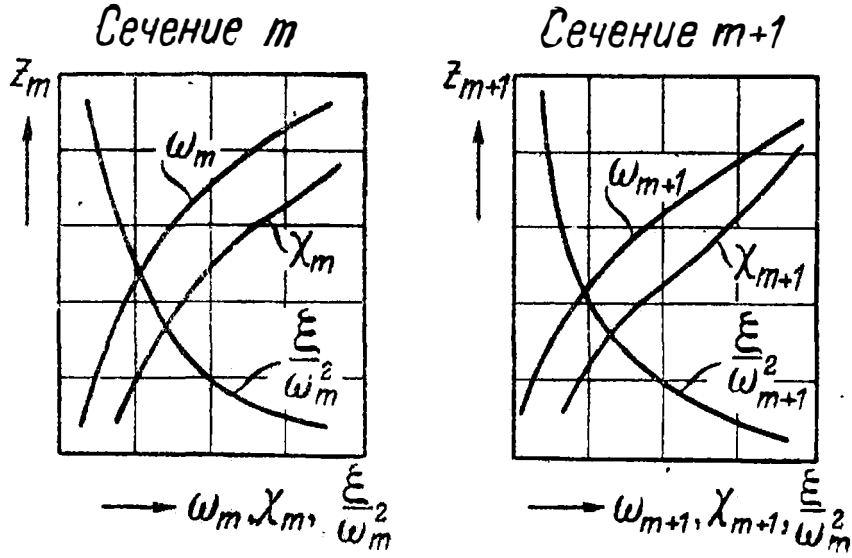
$$\overline{K} = \overline{\omega}\,\overline{C}\sqrt{\overline{R}}, \quad \ldots \quad (1627)$$

так что

$$\overline{K}^2 = \overline{\omega}^2\,\overline{C}^2\,\overline{R}, \quad \ldots \quad (1628)$$

где — напомним — горизонтальные черточки над входящими в эти формулы буквами обозначают, что здесь имеются в виду осредненные значения рассматриваемых гидравлических элементов на длине данного участка водотока. Каждый из таких осредненных гидравлических элементов будем относить к определенной паре граничных отметок свободной поверхности на расчетном участке, т. е. к паре значений (z_m, z_{m+1}), фиг. 271.

1°. **Первый прием.** Этот прием применяется, когда мы имеем лишь данные о граничных профилях расчетного участка, т. е. о сечениях m и $m+1$



Фиг. 272.

(см., например, фиг. 271). При практических расчетах данные эти (величины площадей живых сечений и смоченных периметров) весьма удобно представлять в виде графиков (фиг. 272), в которых [2]) по оси ординат откладываются различные значения отметок z_m или z_{m+1}, а по оси абсцисс — соответствующие значения площадей живых сечений ω и смоченных периметров χ. Что касается самого определения гидравлических элементов ω и χ по данным очертаниям поперечных профилей, [3]) то на этом вопросе здесь не останавли-

---

[1]) Более рациональный способ определения величины $\frac{l}{K^2}$ см. в конце настоящего параграфа (п. 4°).

[2]) О кривых $\frac{\xi}{\omega^2}$ (см. фиг. 272) будет сказано в § 124.

[3]) Эти же замечания, конечно, относятся и к вычислению величин ω и χ для промежуточных сечений на участке (см. ниже пп. 2° — 4°).

ваемся, отсылая к § 52 (глава V); напомним лишь, что в естественных потоках большею частью можно с достаточной точностью считать, что смоченный периметр χ примерно равен ширине русла по верху B, т. е. можно пользоваться зависимостью:

$$\chi \cong B,$$

или же в несколько улучшенной форме:

$$\chi = B + \sigma h_{ср},$$

где $\sigma \cong 1-2$ (см. § 52).

По рассматриваемому **первому приему** величина $\overline{\omega}$ вычисляется как средняя арифметическая между площадями ω_m и ω_{m+1}:

$$\overline{\omega} = \frac{\omega_m + \omega_{m+1}}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1629)$$

и аналогично

$$\overline{\chi} = \frac{\chi_m + \chi_{m+1}}{2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1630)$$

где величины ω_m, ω_{m+1}, χ_m и χ_{m+1} для определенной пары граничных отметок z_m и z_{m+1} можно находить, пользуясь графиками по типу фиг. 272. Из 1629—1630 получим, что

$$\overline{R} = \frac{\overline{\omega}}{\overline{\chi}} = \frac{\omega_m + \omega_{m+1}}{\chi_m + \chi_{m+1}}, \quad \ldots\ldots\ldots (1631)$$

после чего можем найти и осредненный коэфициент Шези $\overline{C}$[1]). Затем нетрудно вычислить и величины $\overline{K}$ или $\overline{K^2}$ по (1627) — (1628), а следовательно — и величину $\frac{l}{\overline{K^2}}$.

Изложенный **первый прием** может дать удовлетворительные результаты лишь при условии, что начальный и конечный поперечные профиля рассматриваемого участка **достаточно характерны** для всего этого участка, так что, определяя $\overline{\omega}$ и $\overline{\chi}$ по (1629) — (1630), мы более или менее подходим именно к действительным средним значениям этих величин на длине l от сечения m до сечения $m+1$.

2°. Второй прием. Если имеются данные не только о граничных, но и о **промежуточных** поперечных сечениях на рассматриваемом участке (фиг. 273) и если при том эти сечения распределены довольно равномерно по длине l, то для $\overline{\omega}$ и $\overline{\chi}$ можно взять **средне-арифметические** значения всех соответственных величин, причем и здесь весьма полезны графики площадей живых сечений и смоченных периметров — как для граничных профилей (фиг. 272), так и для профилей промежуточных (фиг. 274); на этой последней фигуре даны схемы графиков, положим, для промежуточных сечений 1′ и 2′, помеченных на фиг. 273.

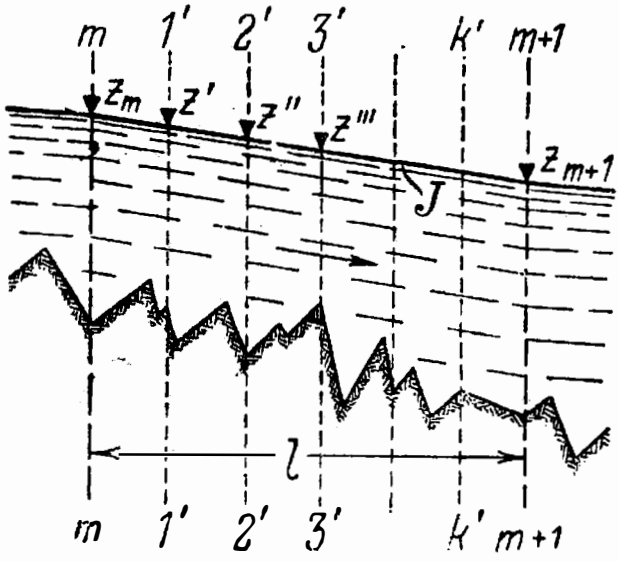
По рассматриваемому **второму** приему имеем:

$$\overline{\omega} = \frac{\omega_m + \omega' + \omega'' + \omega''' + \ldots + \omega^{(k)} + \omega_{m+1}}{k+2}; \quad \ldots\ldots (1632)$$

[1]) См. выше § 52 в главе V, а также ниже — § 129. Это указание о коэфициенте Шези относится также к другим приемам вычисления $\frac{l}{\overline{K^2}}$, излагаемым далее

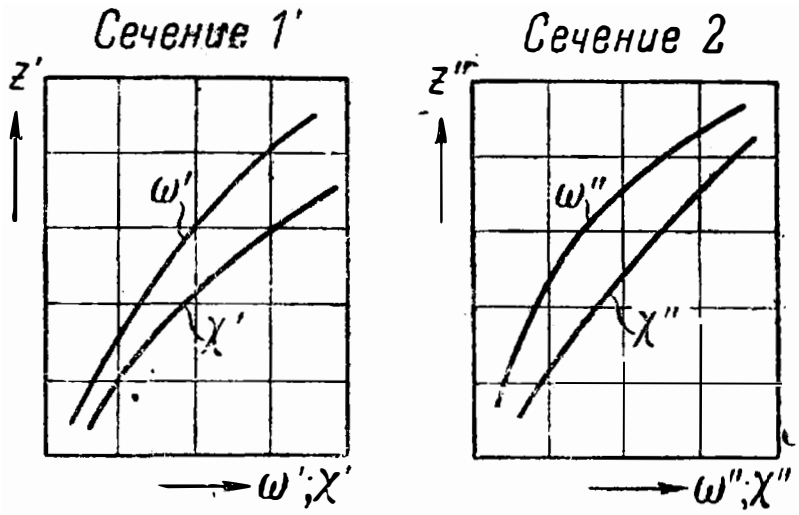
$$\bar{\chi} = \frac{\chi_m + \chi' + \chi'' + \chi''' + \ldots + \chi^{(k)} + \chi_{m+1}}{k+2}, \quad \ldots \quad (1633)$$

где ω', ω'', ω'''... суть величины промежуточных живых сечений; χ', χ'', χ'''... суть величины соответственных смоченных периметров; k — число промежуточных сечений, так что общее число сечений, которыми мы пользуемся,



Фиг. 273.

равно $k+2$. Значения ω', ω'', ω''' ... и значения χ', χ'', χ'''... находим по соответствующим графикам (фиг. 274) для промежуточных сечений, предва-



Фиг. 274.

рительно определив для взятой пары граничных отметок z_m и z_{m+1} промежуточные отметки z', z'', z'''..., которые легко вычисляются из условия

прямолинейного падения [1]) линии свободной поверхности на длине расчетного участка. Отметим, что вместо (1632)—(1633) короче можно написать:

$$\overline{\omega} = \frac{\Sigma\omega}{k+2}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1634)$$

$$\overline{\chi} = \frac{\Sigma\chi}{k+2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1635)$$

Зная $\overline{\omega}$ и $\overline{\chi}$, для гидравлического радиуса $\overline{R}$ имеем:

$$\overline{R} = \frac{\overline{\omega}}{\overline{\chi}} = \frac{\Sigma\omega}{\Sigma\chi}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1636)$$

после чего находим $\overline{K}$ и $\overline{K}^2$ по (1627)—(1628).

3°. **Третий прием.** Если имеющиеся у нас промежуточные поперечные профиля на рассматриваемом участке распределены по длине его неравномерно (см. фиг. 275, продольный профиль), то для $\overline{\omega}$ и $\overline{\chi}$ предпочтительнее брать их средне-взвешенные значения, определяя таковые из следующих формул, смысл которых ясен из нижней схемы на фиг. 275:

$$l\overline{\omega} = \frac{\omega_m + \omega'}{2} l' + \frac{\omega' + \omega''}{2} l'' + \ldots + \frac{\omega^{(k)} + \omega_{m+1}}{2} l^{(k+1)}; \quad \ldots (1637)$$

$$l\overline{\chi} = \frac{\chi_m + \chi'}{2} l' + \frac{\chi' + \chi''}{2} l'' + \ldots + \frac{\chi^{(k)} + \chi_{m+1}}{2} l^{(k+1)}, \quad \ldots (1638)$$

или

$$\overline{\omega} = \frac{\omega_m l' + \omega' (l' + l'') + \ldots + \omega^{(k)} (l^{(k)} + l^{(k+1)}) + \omega_{m+1} l^{(k+1)}}{2l}; \quad \ldots (1639)$$

$$\overline{\chi} = \frac{\chi_m l' + \chi' (l' + l'') + \ldots + \chi^{(k)} (l^{(k)} + l^{(k+1)}) + \chi_{m+1} l^{(k+1)}}{2l}, \quad \ldots (1640)$$

где l', l''... суть длины тех секций, на которые разбит рассматриваемый расчетный участок промежуточными сечениями 1', 2', 3'..., число коих $= k$; прочие обозначения в (1637)—(1640) те же, что и выше во втором приеме. Вместо (1639)—(1640) короче можно написать:

$$\overline{\omega} = \frac{\Sigma W}{l}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1641)$$

$$\overline{\chi} = \frac{\Sigma S}{l}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1642)$$

где ΣW — объем воды между граничными сечениями m и $m+1$; ΣS — соответствующая смоченная поверхность. Для гидравлического радиуса $\overline{R}$

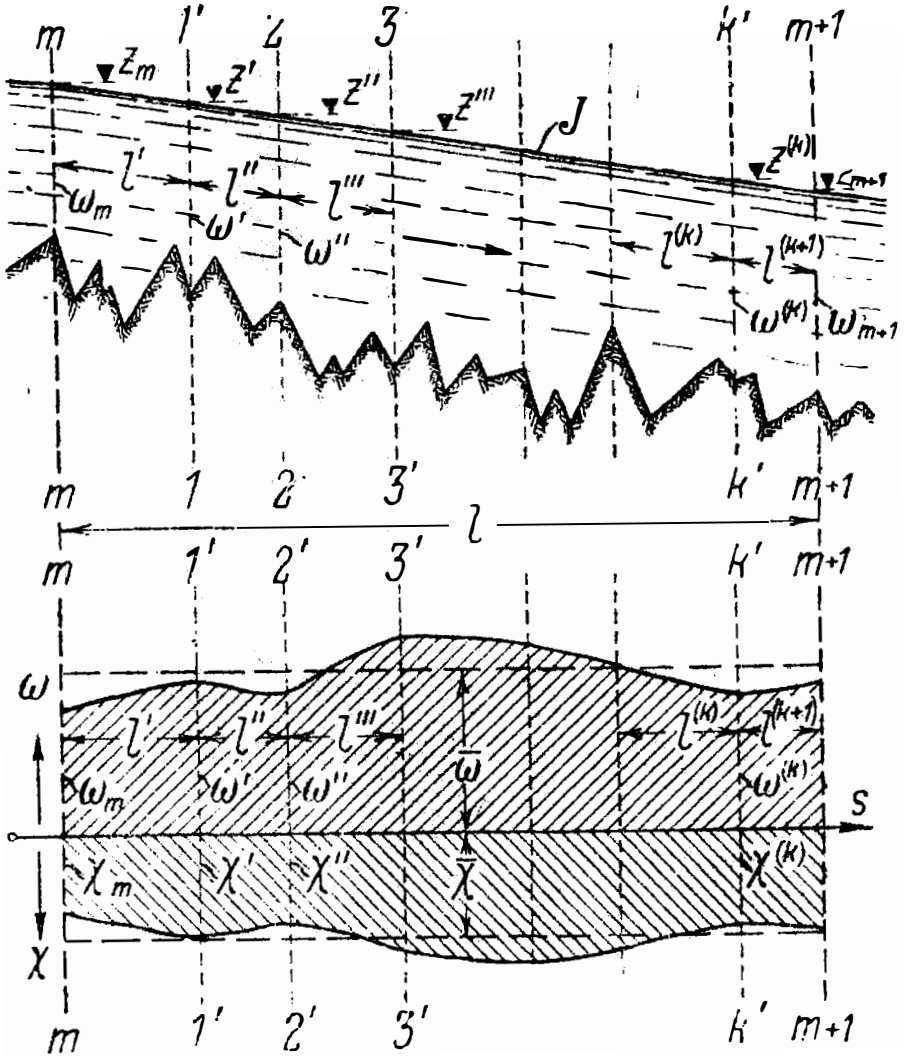
[1]) См. первую сноску в § 122.

будет:

$$\overline{R} = \frac{\overline{\omega}}{\overline{\chi}} = \frac{\Sigma W}{\Sigma S}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1643)$$

величины $\overline{K}$ и $\overline{K^2}$ находим по (1627)—(1628).

Что касается вспомогательных графиков для величин живых сечений и смоченных периметров, то при третьем приеме графики эти можно строить в той же форме, как и при вышеизложенном втором приеме. Про-



Фиг. 275.

межуточные отметки свободной поверхности z', z'', z''' ... определяем, как во втором приеме, для взятой пары граничных отметок z_m и z_{m+1}.

Однако, вместо графиков по фиг. 272 и 274, в третьем приеме лучше строить несколько иные, имея в виду, что вместо (1639) и (1640) для

$\overline{\omega}$ и $\overline{\chi}$ можно также написать:

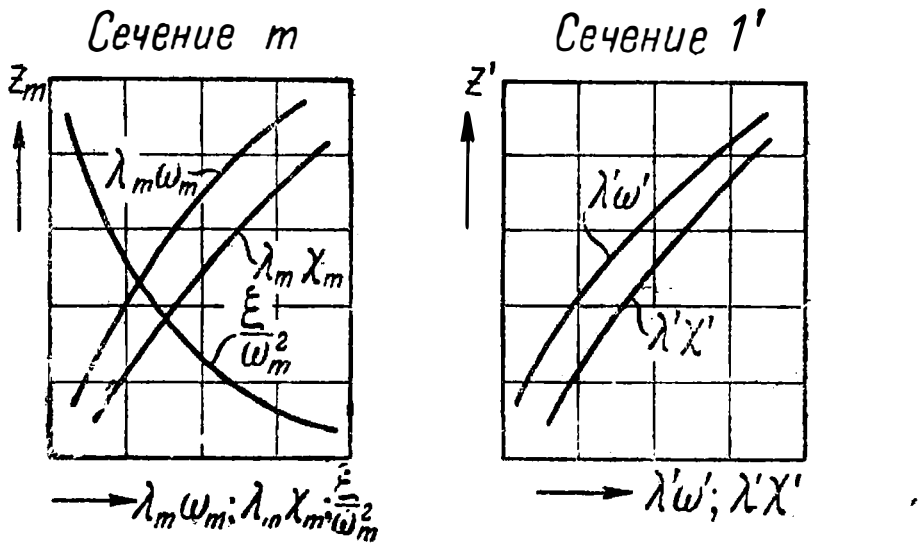
$$\overline{\omega} = \lambda_m \omega_m + \lambda' \omega' + \lambda'' \omega'' + \ldots + \lambda^{(k)} \omega^{(k)} + \lambda_{m+1} \omega_{m+1}; \quad \ldots \quad (1644)$$

$$\overline{\chi} = \lambda_m \chi_m + \lambda' \chi' + \lambda'' \chi'' + \ldots + \lambda^{(k)} \chi^{(k)} + \lambda_{m+1} \chi_{m+1}, \quad \ldots \quad (1644')$$

где величины λ суть **постоянные** для данного участка (не зависят от отметок свободной поверхности), причем

$$\left.\begin{aligned} \lambda_m &= \frac{l'}{2l}; \qquad \lambda' = \frac{l' + l''}{2l}; \\ \lambda'' &= \frac{l'' + l'''}{2l}; \ \ldots \ \lambda^{(k)} = \frac{l^{(k)} + l^{(k+1)}}{2l}; \quad \lambda_{m+1} = \frac{l^{(k+1)}}{2l}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (1645)$$

В соответствии с этим, вместо указанных ранее графиков по фиг. 272 и 274, имеем графики по фиг. 276, где для примера схематически представлены



Фиг. 276.

лишь кривые для начального сечения m и первого промежуточного сечения 1', причем по осям ординат отложены отметки свободной поверхности, а по осям абсцисс — значения $\lambda_m \omega_m$, $\lambda_m \chi_m$ и $\lambda' \omega'$, $\lambda' \chi'$. Применение этих графиков, в связи с формулами (1644) — (1645), достаточно понятно без дальнейших пояснений.

4°. Дополнительные замечания. В трех только что изложенных приемах исчисления величины $\frac{l}{\overline{K^2}}$ осредненный модуль расхода $\overline{K}$ или квадрат его $\overline{K^2}$ учитывался, как было указано, по формуле (1627) или (1628). Здесь мы дадим теперь и другой способ вычисления величины $\frac{l}{\overline{K^2}}$, который является более логичным.

Обозначим величину, обратную квадрату модуля расхода, через f, т. е. положим

$$f = \frac{1}{K^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1646)$$

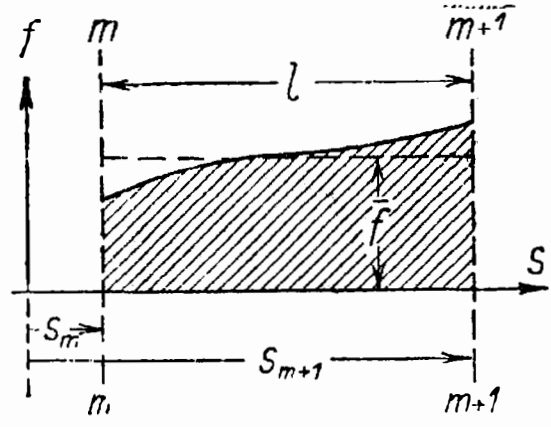
и в связи с этим по (1614) напишем для участка между сечениями m и $m+1$

$$\frac{l}{\overline{K^2}} = \int_{s_m}^{s_{m+1}} f\,ds, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1647)$$

откуда и ясно, что величина $\frac{l}{\overline{K^2}}$ выражается площадью эпюры, представленной на фиг. 277, где по оси абсцисс отложены расстояния s различных сечений от некоторой начальной точки, а по оси ординат — соответствующие величины f в этих сечениях (для определенной пары значений граничных отметок свободной поверхности z_m и z_{m+1} на рассматриваемом участке). Следовательно, из (1647) имеем, что

$$\frac{l}{\overline{K^2}} = l\bar{f}, \quad \ldots\ldots (1648)$$

где $\bar{f}$ есть осредненная величина $\frac{1}{\overline{K^2}}$ на данном расчетном участке, т. е. высота того прямоугольника, площадь коего эквивалентна площади эпюры, заштрихованной на фиг. 277.



Фиг. 277.

Осредненная величина $\bar{f}$, входящая в (1648), может быть вычислена по одному из трех приемов, вполне аналогичных вышеуказанным в настоящем параграфе трем приемам определения гидравлических элементов $\bar{\omega}$ и $\bar{\chi}$. При этом имеем следующее (обозначения понятны из предыдущего и из пояснительных схем на фиг. 278).

По первому приему

$$\bar{f} = \frac{f_m + f_{m+1}}{2}; \quad \ldots\ldots\ldots (1649)$$

по второму приему

$$\bar{f} = \frac{f_m + f' + f'' + f''' + \ldots + f^{(k)} + f_{m+1}}{k+2}, \quad \ldots\ldots (1650)$$

или, короче,

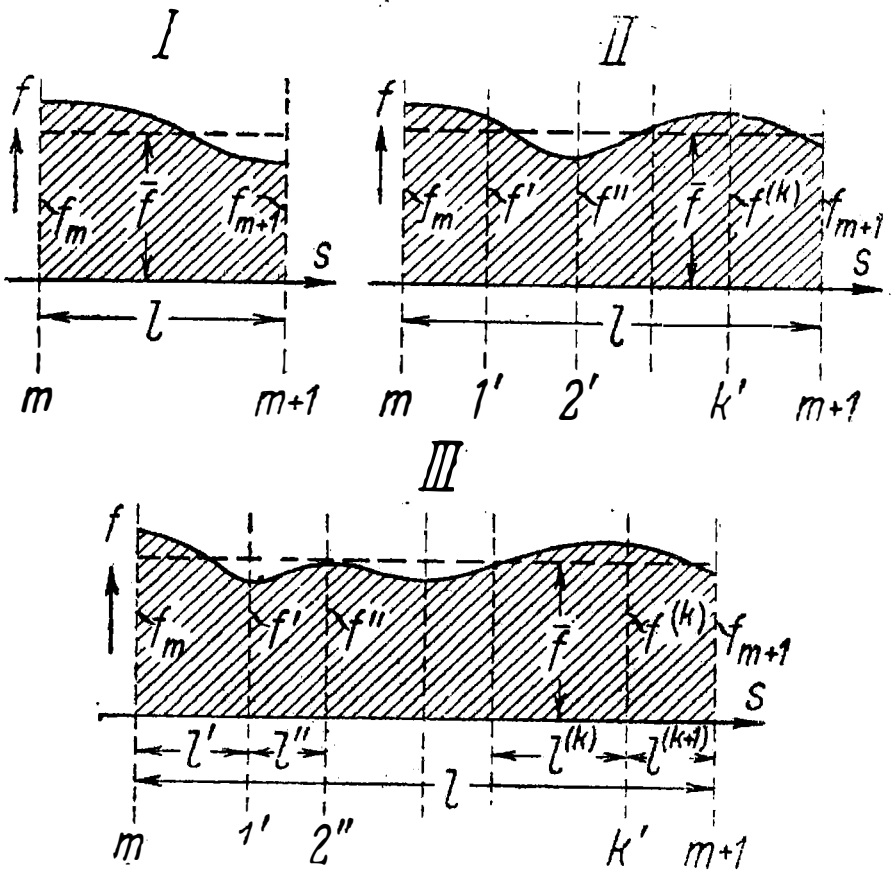
$$\bar{f} = \frac{\Sigma f}{k+2}; \quad \ldots\ldots\ldots (1650')$$

наконец, по третьему приему будет:

$$\bar{f} = \frac{f_m l' + f'(l' + l'') + \ldots + f^{(k)}(l^{(k)} + l^{(k+1)}) + f_{m+1} l^{(k+1)}}{2l}, \quad \ldots (1651)$$

Выбор среди этих формул определяется теми же соображениями, как и выбор одного из приемов в пп. 1°—3° настоящего параграфа. Найдя осредненное значение $\bar{f}$ по одной из формул (1649)—(1651), величину $\frac{l}{K^2}$ получим по (1648).

Как и в п.п. 1°—3°, при определении различных величин f, входящих в правые части формул (1649)—(1651), весьма полезны вспомогательные



Фиг. 278.

графики того же типа, что и указанные выше на фиг. 272 и 274 для ω и χ, но в данном случае по оси абсцисс откладываются, конечно, различные значения величин f, определяемые при этом по (1646) или, подробнее, по формуле:

$$f = \frac{1}{K^2} = \frac{1}{\omega^2 C^2 R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1652)$$

в зависимости от различных отметок свободной поверхности в данном сечении. Для примера на фиг. 279 приводим схему графиков для величин f_m в начальном [1]) сечении m и для величин f' в первом промежуточном сечении 1'

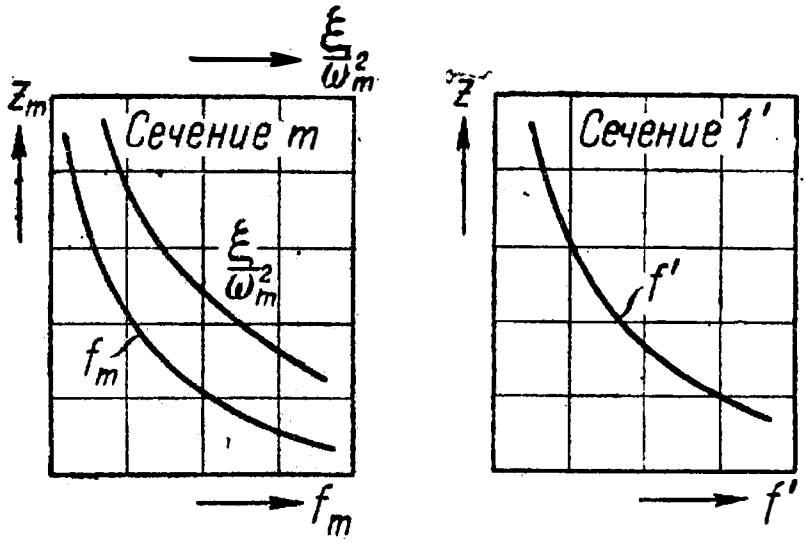
[1]) О кривой $\frac{\xi}{\omega_m^2}$ см. в § 124.

(сечение $1'$ отмечено на фиг. 278). Имея такие графики, различные величины f, входящие в правые части (1649) — (1651), легко находим для соответствующих отметок [1]) свободной поверхности на данном участке.

Остается еще указать, что пользуясь третьим приемом, можно, не определяя величины f по (1651), непосредственно написать:

$$\frac{l}{K^2} = lf = \frac{1}{2}\left[f_m l' + f'(l' + l'') + \ldots + f^{(k)}(l^{(k)} + l^{(k+1)}) + f_{m+1} l^{(k+1)}\right], \quad (1653)$$

где величины f берем из графиков, составляемых по типу фиг. 279 (чертежа не приводим). Можно, впрочем, вместо таких графиков строить непосред-



Фиг. 279.

ственно графики для половинных произведений:

$$\frac{1}{2} f_m l'; \quad \frac{1}{2} f'(l' + l'') \ldots \text{ и т. д.},$$

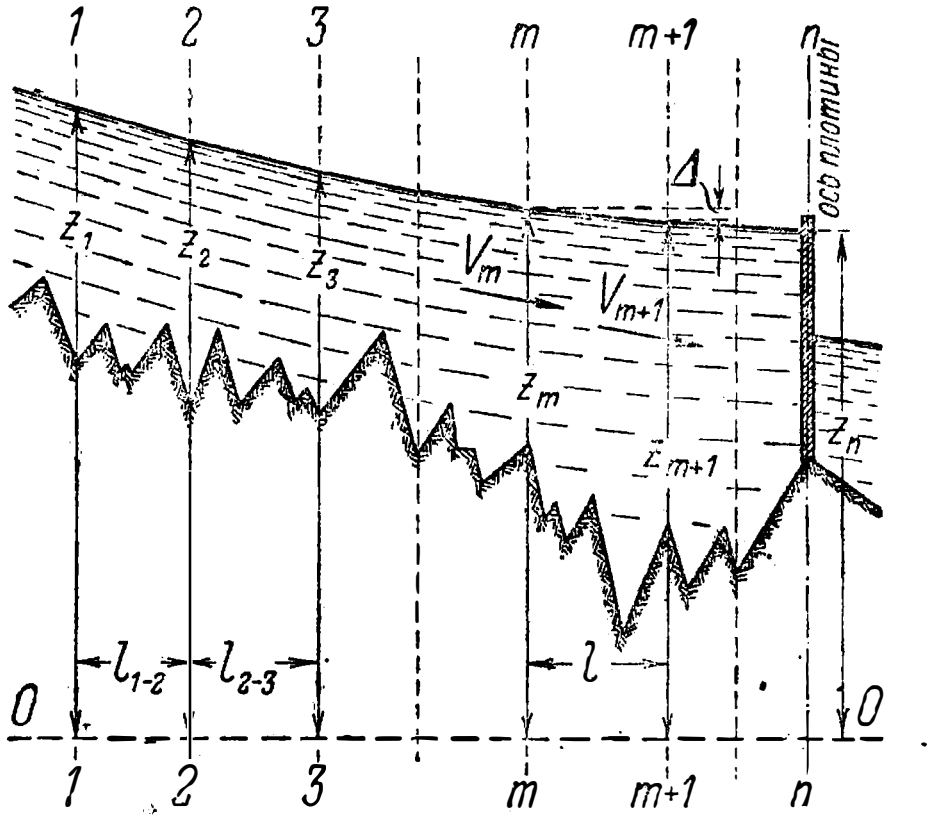
входящих в (1653), в зависимости от заметок z_m, z' и пр., чем несколько упрощается определение величины $\frac{l}{K^2}$ по (1653).

В заключение укажем, что различные вспомогательные графики, о которых сказано в п.п. 1°—4° настоящего параграфа, конечно, есть смысл строить лишь в тех случаях, когда приходится вычислять несколько кривых свободной поверхности (напр., три и более) для естественного водотока. Если же мы строим лишь одну или две кривых свободной поверхности, то построение их можно вести и без вспомогательных графиков. При этом величины ω и χ (или f) в граничных сечениях m и $m+1$, а равно и в промежуточных сечениях определяем по имеющимся очертаниям поперечных профилей русла непосредственно для интересующей нас пары граничных отметок свободной поверхности z_m и z_{m+1}.

[1]) О таковых см. в пп. 1°—3° настоящего параграфа.

§ 124. Построение кривых свободной поверхности по I методу.

При построении кривых свободной поверхности в естественных водотоках задача обыкновенно сводится к тому, что для каждого из расчетных участков, на которые разбита рассматриваемая часть реки, требуется найти начальную или конечную отметку поверхности воды (напр., отметку z_m или z_{m+1}, см. фиг. 280), зная другую граничную отметку на том же участке (т. е., напр., соответственно z_{m+1} или z_m) и проходящий по руслу расход Q.



Фиг. 280.

В дальнейшем, рассматривая некоторый расчетный участок от сечения „m“ до сечения „$m+1$“, мы будем полагать, что известна конечная отметка z_{m+1}, тогда как начальная отметка z_m является искомой.

Такую задачу следует считать наиболее важной, так как она лежит в основе построения кривых подпора при проектировании плотин на реках, когда фиксируется подпорная отметка z_n у плотины, т. е. в конце последнего по течению расчетного участка рассматриваемой части реки, как и представлено на фиг. 280. При этом с расчетного участка, прилегающего к плотине, и следует начинать решение задачи, определяя прежде всего начальную отметку свободной поверхности на этом участке, которая будет служить конечной отметкой следующего участка и т. д., причем идем про-

тив течения [1]. Впрочем, в практике встречаются и случаи, когда приходится исходить из начальной отметки z_m на рассматриваемом участке и, при данном расходе, искать отметку z_{m+1} в конце участка, но решение задачи для таких случаев ничем существенным не отличается от того решения, которое излагается ниже для случая, когда искомой является начальная отметка z_m.

Для уравнений (1624), (1625) и (1626), указанных в конце § 122, предложим обобщенную форму:

$$z_m - z_{m+1} = Q^2 \left[\xi \left(\frac{1}{\omega^2_{m+1}} - \frac{1}{\omega^2_m} \right) + \frac{l}{K^2} \right], \quad \ldots\ldots \quad (1654)$$

где

$$\xi = \frac{\alpha (1 - \zeta')}{2g}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1655)$$

в зависимости от значений ζ' и α имеем следующие численные величины для ξ (при $g = 9{,}81$ м/сек^2):

ТАБЛИЦА 149.

Величины коэфициента ξ в обобщенном уравнении (1654).

Значения ζ'	Значения ξ	
	При $\alpha = 1{,}1$	При $\alpha = 1{,}0$
0	0,056	0,051
$^1/_3$	0,037	0,034
$^1/_2$	0,029	0,026
1	0	0

Обобщенное уравнение (1654) соответствует полной форме (1624) при $1 > \zeta' > 0$; далее, при $\zeta' = 0$ имеем промежуточную форму (1625); наконец, при $\zeta' = 1$ уравнение (1654) соответствует упрощенной форме (1626). Эту же упрощенную форму (1626) мы получим из обобщенного уравнения (1654) и в том случае, когда можно пренебрегать влиянием изменения скоростных напоров, причем формально в уравнении (1654) полагаем $\xi = 0$.

Обратимся теперь к приложению уравнения (1654) для решения поставленной задачи о построении кривых свободной поверхности в естественных водотоках.

1°. Общий способ. Для построения кривой свободной поверхности, при данном расходе Q и известной конечной отметке на рассматриваемом участке z_{m+1}, уравнение (1654) удобнее всего представить в виде:

$$z_m + Q^2 \left(\frac{\xi}{\omega^2_m} - \frac{l}{K^2} \right) = z_{m+1} + \frac{\xi Q^2}{\omega^2_{m+1}}, \quad \ldots\ldots \quad (1656)$$

[1]) В соответствии с этим и нумерацию сечений можно вести от плотины вверх против течения, помещая у плотины сечение 1 и т. д. На фиг 280 оставлена нумерация сечений по течению, как было сделано и в § 122.

где при указанной постановке задачи правая часть известна и может быть для краткости условно обозначена через H_{m+1}, т. е.

$$H_{m+1} = z_{m+1} + \frac{\xi Q^2}{\omega^2_{m+1}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1657)$$

так что

$$z_m + Q^2\left(\frac{\xi}{\omega^2_m} - \frac{l}{K^2}\right) = H_{m+1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1658)$$

Принимая во внимание сказанное в § 123, нетрудно видеть, что при данном расходе Q левая часть в уравнении (1658) есть функция от искомой отметки z_m. Обозначая эту функцию через $\varphi(z_m)$, т. е. полагая

$$\varphi(z_m) = z_m + Q^2\left(\frac{\xi}{\omega^2_m} - \frac{l}{K^2}\right), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1659)$$

уравнение (1658) можно записать в весьма простом виде:

$$\varphi(z_m) = H_{m+1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1660)$$

Это уравнение решается относительно z_m подбором (т. е. графически или путем постепенного приближения), для чего следует поступать так:

1) Прежде всего, зная конечную отметку z_{m+1} и расход Q, находим величину H_{m+1} по (1657).

2) Задаемся некоторым значением $z_m =$ (положим) z'_m, где

$$z'_m > z_{m+1} \text{ (для фиг. 280);}$$

при этом имеем пару значений граничных отметок на рассматриваемом участке, т. е. начальную отметку $z_m = z'_m$ и конечную отметку z_{m+1}, которая, по постановке задачи, является заданной.

3) По этой паре отметок находим величину $\frac{l}{K^2}$, как указано в предыдущем параграфе.

4) Затем для взятой отметки $z_m = z'_m$ находим соответствующее значение $\frac{\xi}{\omega^2_m} =$ (положим) $\frac{\xi}{(\omega'_m)^2}$, для чего удобнее всего пользоваться вспомогательным графиком, схема которого показана выше на фиг. 272 и 279, где см. кривую [1]) для $\frac{\xi}{\omega^2_m}$.

5) Теперь можем вычислить значение функции $\varphi(z_m)$ по приведенному выше выражению (1659).

6) Далее, задаемся еще рядом других значений отметки z_m, полагая: $z_m = z''_m$; $z_m = z'''_m$ ... и т. д. и затем, как только что было указано, находим соответствующие значения функции $\varphi(z_m)$.

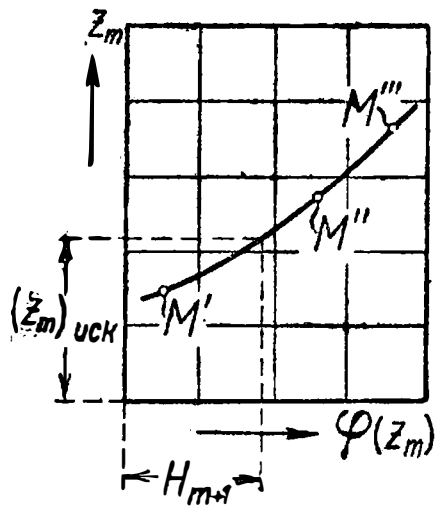
7) Имея таким образом ряд значений z_m и ряд отвечающих им по (1659) значений функции $\varphi(z_m)$, строим соответствующую кривую: отметки откла-

[1]) Построение этой кривой вполне понятно: величина $\frac{\xi}{\omega^2_m}$ выражается при этом как функция от отметки свободной поверхности z_m.

дываем как ординаты, а значения функции $\varphi(z_m)$ — как абсциссы (см. фиг. 281), и проводим названную кривую по точкам M', M'', M''' и т. д.

8) Наконец, откладывая по оси абсцисс найденную выше величину H_{m+1}, получаем искомое значение начальной отметки $z_m = (z_m)_{\text{иск}}$, как показано на на фиг. 281.

В этом и заключается процесс графического решения уравнения (1660) относительно z_m. Не строя кривой для функции $\varphi(z_m)$, можно решать ур-ие (1660) путем постепенного приближения, для чего задаемся некоторым значением $z_m =$ (положим) z'_m, определяем по (1659) соответствующее значение функции $\varphi(z_m) =$(положим) $\varphi(z'_m)$, как было указано при пояснении графического приема, и сравниваем это значение с величиной H_{m+1}, которая, при первой попытке, конечно, вообще не будет равна полученному значению $\varphi(z'_m)$. Поэтому приходится задаваться еще одним или несколькими значениями отметки z_m, пока не достигнем того, что $\varphi(z_m) \cong H_{m+1}$ (весьма небольшое расхождение допустимо).



Фиг. 281.

Как при графическом решении уравнения (1660), так и при постепенном подборе искомого значения величины z_m, основные вычисления удобнее всего располагать по форме № 1.

ФОРМА № 1.

z_m	$\frac{l}{K^2}$	$\frac{\xi}{\omega_m^2}$	$\frac{\xi}{\omega_m^2} - \frac{l}{K^2}$	$Q^2\left(\frac{\xi}{\omega_m^2} - \frac{l}{K^2}\right)$	$\varphi(z_m)$ по (1659)
1	2	3	4	5	6

Если при построении кривых свободной поверхности мы исходим из упрощенного уравнения (1626), то следует помнить, что при этом и расчетное уравнение (1656) соответственно упрощается путем подстановки $\xi = 0$ [1]), т. е. будет:

$$z_m - Q^2 \frac{l}{K^2} = z_{m+1}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1661)$$

так что в особом обозначении H_{m+1} по (1657) здесь уже нет надобности. Функция $\varphi(z_m)$, т. е. левая часть уравнения (1661), теперь имеет вид:

$$\varphi(z_m) = z_m - Q^2 \frac{l}{K^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1662)$$

[1]) См. об этом во вводной части настоящего параграфа, перед п. 1°.

вместо более общего вида (1659). Вместо (1660) получаем:

$$\varphi(z_m) = z_{m+1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1663)$$

Это уравнение решается графически или путем постепенного подбора совершенно так же, как это было пояснено выше относительно уравнения (1660), причем вместо величины H_{m+1} теперь фигурирует просто отметка свободной поверхности z_{m+1}. Форма № 1 заменяется более простой формой № 2:

ФОРМА № 2.

z_m	$\frac{l}{K^2}$	$Q^2\frac{l}{K^2}$	$\varphi(z_m)$ по (1662)
1	2	3	4

2°. Постулат инвариантности величины $\frac{l}{K^2}$. Изложенный в предыдущем пункте ход определения начальной отметки свободной поверхности z_m несколько сложен в том отношении, что он требует вычисления величины $\frac{l}{K^2}$ при всех тех значениях z_m, которыми мы задаемся в ур-ии (1660) или (1663), решая это уравнение графически или путем постепенного приближения. При этом для каждой пары [1]) отметок z_m и z_{m+1} мы имеем различные значения $\frac{l}{K^2}$. Однако, при несколько упрощенном подходе к вопросу, можно искать $\frac{l}{K^2}$ не для каждой пары значений z_m и z_{m+1}, а для их полусуммы, т. е. для средней отметки $\bar{z}$ поверхности воды на рассматриваемом участке, где

$$\bar{z} = \frac{z_m + z_{m+1}}{2}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1664)$$

вводя [2]) при этом дополнительное условие (принимаемое многими авторами), что на данном участке велич на $\frac{l}{K^2}$ зависит только от средней отметки $\bar{z}$, но не зависит от уклона свободной поверхности водотока. Это условие мы будем называть постулатом инвариантности величины $\frac{l}{K^2}$.

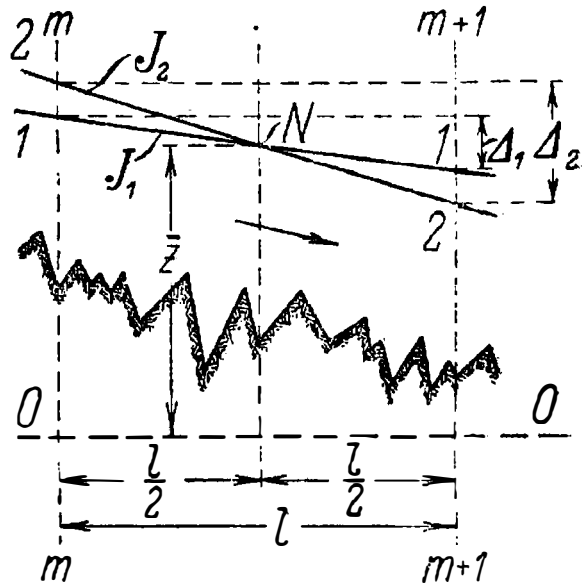
Указанный постулат иллюстрируется схемой по фиг. 282, где через точку N, определяемую некоторой постоянной средней отметкой $\bar{z}$, проведены две [3]) линии свободной поверхности с какими-либо уклонами J_1 и J_2

[1]) Напомним, что во всех этих парах величина z_{m+1} есть одна и та же (известная) отметка свободной поверхности в конце рассматриваемого участка.

[2]) Я не занимался изысканиями по вопросу о том, кто является автором этого предложения.

[3]) Приводимые здесь замечания относятся, конечно, и к другим уровням свободной поверхности на данном участке, проходящим через точку N.

и с падениями Δ_1 и Δ_2. По постулату инвариантности величина $\frac{l}{\overline{K}^2}$ остается одинаковой как для потока с уклоном J_1, так и для потока с уклоном J_2, лишь бы оба эти потока имели общую отметку свободной поверхности $\bar{z}$ в средине участка. Из § 123 ясно, что потоки со свободными поверхностями 1—1 и 2—2 имеют различные величины своих средних гидравлических элементов $\bar{\omega}$, $\bar{\chi}$, $\bar{R}$, $\bar{C}$, а следовательно, строго говоря, и различные величины $\frac{l}{\overline{K}^2}$, но все же можно заметить, что с переходом от уклона J_1 к уклону J_2 увеличение гидравлических элементов в первой половине участка более или менее компенсируется уменьшением таковых во второй половине того же участка — при достаточно однообразных поперечных сечениях на длине l рассматриваемого участка и при сравнительно небольших падениях Δ_1 и Δ_2.



Фиг. 282.

В этих условиях, которые по самому существу вопроса не поддаются более определенной формулировке, постулат инвариантности величины $\frac{l}{\overline{K}^2}$ часто является практически приемлемым. В конкретных случаях приемлемость названного постулата может быть проверена следующим образом для отдельных типичных режимов на рассматриваемом водотоке: взяв какую-либо отметку $\bar{z} =$ (положим) $\bar{z}_a$ на интересующем нас участке, по одному из указанных в § 123 приемов подсчитываем величины $\frac{l}{\overline{K}^2}$ при одной и той же отметке $\bar{z}_a$, но при разных поверхностных уклонах, и оцениваем расхождения, получаемые при этом в величинах $\frac{l}{\overline{K}^2}$; затем такие же подсчеты производим и при некоторых других средних поверхностных отметках: $\bar{z} = z$, $\bar{z} = \bar{z}_c$ и т. д. [1]).

Аналитически постулат инвариантности величины $\frac{l}{\overline{K}^2}$ может быть выражен в форме:

$$\frac{l}{\overline{K}^2} = \Theta(\bar{z}), \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1665)$$

[1]) Если при таких подсчетах постулат инвариантности величины $\frac{l}{\overline{K}^2}$ для некоторой части реки достаточно не подтверждается, то на этой части желательно взять большее число расчетных участков.

где функцию $\Theta(\bar{z})$ нетрудно представить графически для данного расчетного участка. Для этого задаемся, положим, отметкой $\bar{z}=\bar{z}'$ и некоторым уклоном свободной поверхности $J=$(положим) J'. Тогда для начальной и конечной отметки поверхности воды на рассматриваемом участке имеем:

$$\left.\begin{aligned} z'_m &= \bar{z}' + \frac{lJ'}{2}; \\ z'_{m+1} &= \bar{z}' - \frac{lJ'}{2}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1666)$$

и для пары отметок $(z'_m,\ z'_{m+1})$ находим по одному из указанных в § 123 приемов соответствующую величину $\frac{l}{\bar{K}^2}$. Добавим, что уклон J' в формуле (1666) можно брать равным естественному уклону свободной поверхности при средней отметке $\bar{z}'$, т. е. полагать:

$$J' = J'_{\text{ест}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1667)$$

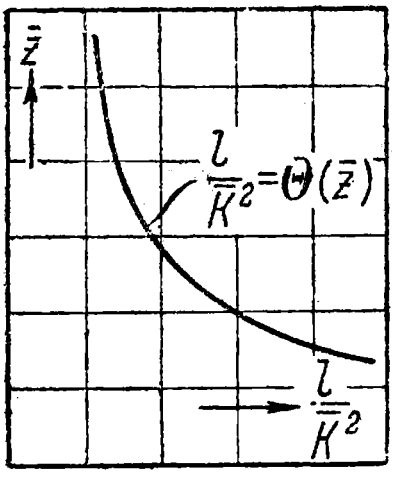
или же, что еще проще, можно брать [1])

$$J' = 0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1668)$$

причем

$$z'_m = z'_{m+1} = \bar{z}' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1669)$$

Аналогичные расчеты выполняем и при средних отметках свободной поверхности $\bar{z}=\bar{z}''$, $\bar{z}=\bar{z}'''$ ... и т. д., причем и получаем возможность построить график для функции $\Theta(\bar{z})$, как для примера схематически показано на фиг. 283. Функцию $\Theta(\bar{z})$, конечно, не следует смешивать с функцией $\varphi(z_m)$ по (1659) и (1662).



Фиг. 283.

Имея график функции $\Theta(\bar{z})$, построение кривой свободной поверхности водотока ведем по уравнению (1660) или (1663), в которых, как и ранее, правая часть известна. По одному из этих уравнений (попрежнему графически или путем постепенного приближения) мы и находим величину z_m, выполняя те же действия [2]), которые были указаны выше в п. 1° настоящего параграфа. Однако, надо отметить, что действие (3) теперь соответственно упрощается и сводится лишь к следующему: имея пару отметок свободной поверхности $(z'_m,\ z'_{m+1})$, вычисляем соответствующую среднюю отметку $\bar{z}'$ на рассматриваемом участке:

$$\bar{z}' = \frac{z_m + z'_{m+1}}{2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1670)$$

[1]) Мы можем это сделать по постулату инвариантности величины $\frac{l}{\bar{K}^2}$.

[2]) Здесь нет надобности вновь излагать эти действия (см. стр. 588).

после чего (фиг. 283) по графику функции $\Theta(\bar{z})$ непосредственно имеем соответствующую величину $\frac{l}{\overline{K^2}}$. Тем же путем находим величину $\frac{l}{\overline{K^2}}$, задаваясь другими значениями начальной отметки $z_m = z''$, z''' и т. д.

В связи с этим указанная в п. 1° настоящего параграфа форма № 1 для расположения основных вычислений немного изменяется, переходя в форму № 3, приводимую здесь и понятную без дальнейших пояснений.

ФОРМА № 3.

z_m	$\bar{z}$	$\frac{l}{\overline{K^2}}$ по кривой $\Theta(z)$, фиг. 283	$\frac{\xi}{\omega_m^2}$	$\frac{\xi}{\omega_m^2} - \frac{l}{\overline{K^2}}$	$Q^2\left(\frac{\xi}{\omega_m^2} - \frac{l}{\overline{K^2}}\right)$	$\varphi(z_m)$ по (1659)
1	2	3	4	5	6	7

Если, при постулате инвариантности величины $\frac{l}{\overline{K^2}}$, ведем расчет по уравнению (1663), то вместо формы № 2 имеем соответственно форму № 4

ФОРМА № 4.

z_m	$\bar{z}$	$\frac{l}{\overline{K^2}}$ по кривой $\Theta(\bar{z})$, фиг. 283	$Q^2\frac{l}{\overline{K^2}}$	$\varphi(z_m)$ по (1662)
1	2	3	4	5

3°. **Способ** $\frac{\Delta}{Q^2}$. Имея в виду, что (фиг. 271)

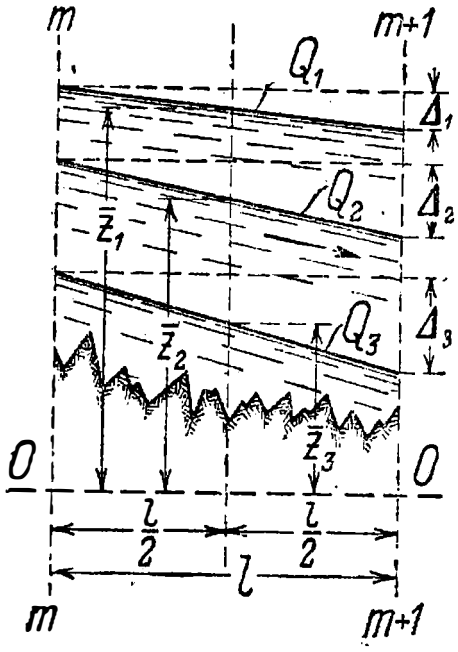
$$z_m - z_{m+1} = \Delta, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1671)$$

упрощенное уравнение (1626) или (1661) можно написать в виде

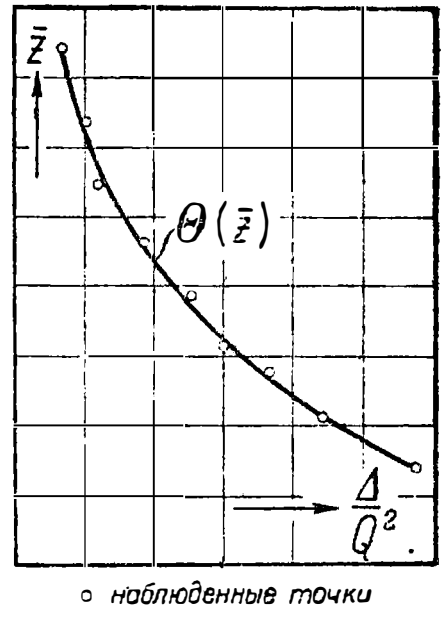
$$\frac{\Delta}{Q^2} = \frac{l}{\overline{K^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1672)$$

При постулате инвариантности величины $\frac{l}{\overline{K^2}}$ из (1672) видим, что тем самым этот постулат относится и к величине $\frac{\Delta}{Q^2}$, т. е. и эту последнюю на данном участке водотока можно считать независящей от уклона свободной поверхности и ставить в связь лишь со средней отметкой $\bar{z}$. Поэтому, имея в естественных условиях данные наблюдений относительно падений Δ_1, Δ_2, Δ_3... (фиг. 284) при соответствующих расходах Q_1, Q_2, Q_3... и средних отметках $\bar{z}_1$, $\bar{z}_2$, $\bar{z}_3$..., мы можем построить график изменения

величины $\frac{\Delta}{Q^2}$ в зависимости от отметок $\bar{z}$, как показано на схеме фиг. 285. Эта же кривая, как видно из (1672), дает и графическое выражение для функции $\Theta(\bar{z})$, которую в п. 2° (см. фиг. 283) мы получали на основании вычислений другим (более сложным) путем, как было объяснено выше. Имея график для функции $\Theta(\bar{z})$, пользуемся им. как и в п. 2° (см. форму № 4).



Фиг. 284.



Фиг. 285.

Таким образом, в основе только что изложенного построения функции $\Theta(\bar{z})$ лежат непосредственные данные наблюдений относительно величины $\frac{\Delta}{Q^2}$, почему способ [1]) этот для краткости мы и назвали „способом $\frac{\Delta}{Q^2}$“. Понятно, что, если в проектных условиях кривые свободной поверхности строятся в пределах наблюденных данных (отметок и расходов), то при таких построениях знание коэфициентов шероховатости русла не требуется, как не требуется и вычисление величин $\frac{l}{K^2}$: на рассматриваемом участке сама река осредняет нам гидравлические элементы потока и дает величины $\frac{l}{K^2}$. Но в пределах тех отметок и расходов, для которых мы не имеем наблюденных данных, непосредственно не может быть применен и самый „способ $\frac{\Delta}{Q^2}$“.

[1]) Насколько нам известно, способ этот в СССР впервые был применен (1925 г.) проф. А. Н. Рахмановым (см. его работу: „О построении кривых свободной поверхности для естественных водотоков при установившемся движении“, Изв. Научно-Мел. Инст., 1930, вып. XX).

§ 125. Построение кривых свободной поверхности по II методу.

Сущность II метода построения кривых свободной поверхности в естественных водотоках заключается в том, что, после разбивки рассматриваемого водотока или части его на ряд расчетных участков, каждый из этих участков заменяется некоторым призматическим (цилиндрическим) руслом, так что вместо действительного водотока неправильной формы мы приходим при расчете к водотоку, состоящему из ряда призматических (цилиндрических) участков. Получаемое таким образом „расчетное русло" мы будем называть „приведенным", полагая, что некоторые другие термины, применяемые для обозначения того же понятия, являются менее подходящими (таковы, напр., термины: „идеальное", „фиктивное", „эквивалентное" русло). Вполне понятно, что при работе по II методу центральное место занимает вопрос о нахождении характерных гидравлических элементов „приведенного русла", так как, если такие элементы найдены, то дальнейшая работа по построению кривых свободной поверхности в призматическом (цилиндрическом) русле уже не представляет существенных затруднений и может вестись по одному из способов, указанных в разделе А настоящей главы.

Мы приводим ниже три способа для нахождения гидравлических элементов „приведенного русла", предваряя, что тот или другой из этих способов применяется в зависимости от количества и качества имеющихся данных изысканий, относящихся к интересующему нас водотоку. Первый способ дает относительно лучшие результаты, но зато требует и более полных материалов изысканий; второй способ, несколько уступая первому в смысле достоверности получаемых результатов, нуждается в менее полных данных, и, наконец, третий способ занимает последнее место как по степени достоверности результатов расчета, так и по требованиям, предъявляемым им к изыскательским материалам.

Каждый из излагаемых ниже способов предусматривает необходимость определения величины уклона дна „приведенного русла" i_r[1]) и высотного положения этого дна, характеристика же поперечного сечения „приведенного русла" в каждом из способов различна, как и будет видно из дальнейшего. Укажем еще, что самый порядок построения кривых свободной поверхности по методу „приведенного русла"—тот же, что и изложенный выше в начале § 124 для метода непосредственного приложения уравнения Бернулли, т. е. построение кривых свободной поверхности ведем вверх против течения, начиная от сечения с известной подпорной отметкой (например, от створа у плотины, фиг. 280); при этом на каждом из рассматриваемых участков приходим к задаче, когда, при данном расходе, конечная отметка поверхности воды известна, и требуется найти начальную отметку. Разумеется, и здесь остается в силе замечание, высказанное в § 124, что аналогично рассматривается и случай, когда известна начальная отметка свободной поверхности на участке, конечная же — подлежит определению.

1°. **Способ, основанный на „показательном законе".** В этом способе поперечное сечение „приведенного русла" характеризуется величиной гидравлического показателя x, самое же очертание поперечного сечения находить нет надобности. До определения показателя x следует установить уклон дна „приведенного русла" и высотное положение этого дна.

а) Уклон дна „приведенного" русла i_r в этом способе (как почти во всех вопросах неравномерного движения в естественных водотоках, когда может

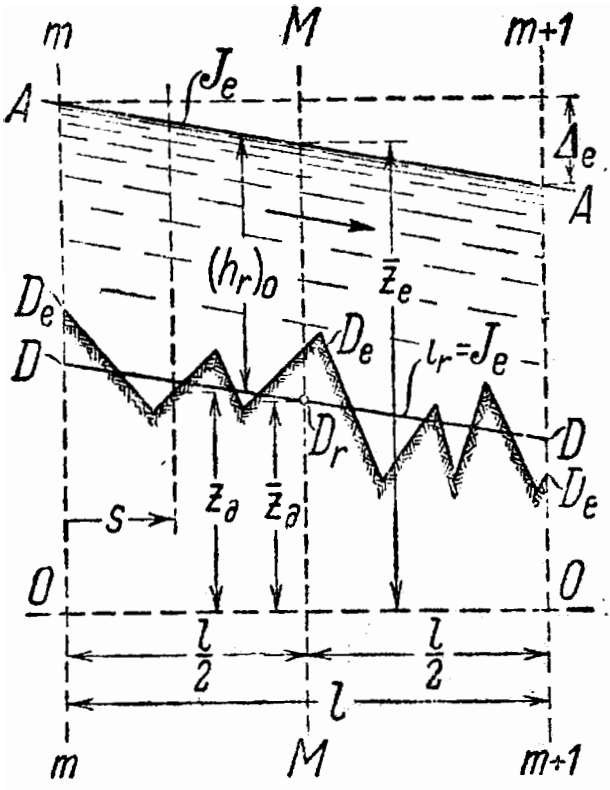
[1]) Значками r будем отмечать элементы „приведенного русла".

итти речь об „уклоне дна“) принимается равным тому уклону свободной поверхности J_e, который поток имеет в естественных условиях при расчетном расходе $Q = Q_p$, т. е. при том расходе, для которого мы строим кривую свободной поверхности в проектных условиях. Таким образом,

$$i_r = J_e, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1673)$$

где J_e имеем непосредственно по данным гидрометрических наблюдений или по интерполяции [1]) на основе этих данных. Отметим, что согласно сказанному в начале § 122 уклон J_e выражается, как частное от деления соответствующего естественного падения Δ_e свободной поверхности на длину рассматриваемого участка:

$$J_e = \frac{\Delta_e}{l} \quad . \quad . \quad . \quad (1674)$$



Фиг. 286.

б) Высотное положение линии дна „приведенного русла“ будем определять по средней отметке дна z_∂ естественного русла на данном участке (фиг. 286). Ясно, что

$$\bar{z}_\partial = \frac{1}{l} \int_0^l z_\partial \, ds, \quad . \quad . \quad (1675)$$

где z_∂ — переменная отметка дна естественного русла между сечениями m и $m+1$; s — расстояние от сечения m до некоторого промежуточного сечения на рассматриваемом участке. Практически вместо (1675) можно, конечно, пользоваться выражением:

$$\bar{z}_\partial = \frac{F_\partial}{l}, \quad . \quad . \quad (1676)$$

где F_∂ — есть площадь, заключенная между линией естественного дна $D_e - D_e - D_e$ и горизонтальной линией $O - O$, от которой (фиг. 286) ведется отсчет отметок, причем F_∂ определяется либо планиметром, либо путем разбивки соответствующей площади на трапеции. Найдя отметку $\bar{z}_\partial$, линию дна $D - D_r - D$ „приведенного русла“ строим параллельно $A - A$ так, чтобы дно это имело среднюю отметку $= \bar{z}_\partial$, для чего линию $D - D_r - D$ проводим через точку D_r, лежащую на средней вертикали $M - M$ и имеющую отметку $= \bar{z}_\partial$.

[1]) См. ниже § 130.

Нормальная глубина „приведенного русла", очевидно, равна

$$(h_r)_0 = \overline{z}_e - \overline{z}_\partial, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1677)$$

где $\overline{z}_e$ есть средняя отметка естественной свободной поверхности при расчетном расходе $Q = Q_p$. Что касается других глубин в „приведенном русле", то они легко выражаются как разность соответствующих отметок свободной поверхности и дна „приведенного русла".

в) В отношении величины модулей расхода подчиним поперечное сечение „приведенного русла" на данном участке тому условию, чтобы это русло при любой [1]) средней отметке свободной поверхности $\overline{z}$ имело модуль расхода K_r равным тому осредненному модулю расхода $\overline{K}$, который действительное естественное русло на рассматриваемом участке имеет при той же отметке $\overline{z}$ (см. § 124, п. 2°):

$$K_r = \overline{K} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1678)$$

Для определения величины $\overline{K}$ можно применить один из способов, изложенных в § 123; если же имеются соответствующие гидрометрические данные, то, конечно, удобнее всего пользоваться зависимостью (1672), которую можно написать также и в виде:

$$\overline{K} = \frac{Q}{\sqrt{J_e}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1679)$$

где уклоны J_e соответствуют различным наблюденным расходам Q. Получив ряд значений модуля расхода:

$$K_r = \overline{K} = (\text{положим}) \; \overline{K}', \; \overline{K}'', \; \overline{K}''' \; \ldots \text{ и т. д.}$$

для различных отметок

$$\overline{z} = (\text{положим}) \; \overline{z}', \; \overline{z}'', \; \overline{z}''' \; \ldots \text{ и т. д.},$$

находим соответствующие глубины „приведенного русла" h_r:

$$\left.\begin{aligned} h_r' &= \overline{z}' - \overline{z}_\partial; \\ h_r'' &= \overline{z}'' - \overline{z}_\partial; \\ h_r''' &= \overline{z}''' - \overline{z}_\partial; \\ &\ldots\ldots\ldots, \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1680)$$

к которым присоединяем и глубину $(h_r)_0$, при коей модуль расхода по (1679) будет

$$(K_r)_0 = \frac{Q_p}{\sqrt{J_e}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1681)$$

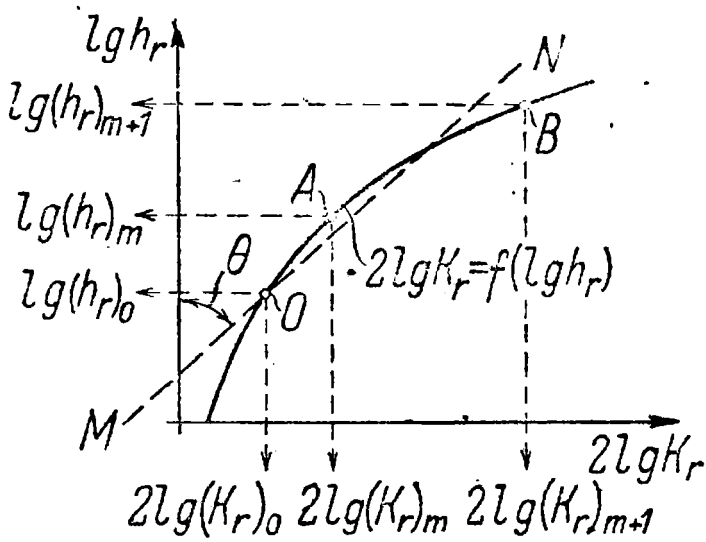
где уклон J_e, конечно, берется при расходе $Q = Q_p$.

Затем строим логарифмическую анаморфозу для определения гидравлического показателя x „приведенного русла", как было объяснено в § 113, откладывая по оси абсцисс значения $2 \lg K_r$, а по оси ординат — значения $\lg h_r$. Построение анаморфозы показано на фиг. 287, которая вполне

[1]) Конечно, в интересующих нас пределах.

аналогична фиг. 234, почему здесь дадим лишь следующее краткое пояснение. Точки B и A (фиг. 287) отвечают конечной и начальной глубинам „приведенного русла“ на рассматриваемом участке, т. е. глубинам $(h_r)_{m+1}$ и $(h_r)_m$; точка O соответствует нормальной глубине того же русла $(h_r)_0$. Кроме того, надо отметить, что, при вышеуказанной постановке задачи, мы знаем глубину $(h_r)_{m+1}$ на данном участке, глубина же $(h_r)_m$ при построении анаморфозы еще неизвестна; для этой глубины на фиг. 287 достаточно принимать то значение, которое получается при отметке свободной поверхности в начальном сечении $z_m = z_{m+1}$.

г) Теперь, имея дело уже с призматическим (цилиндрическим) „приведенным руслом“, мы можем обратиться к построению кривой свободной поверхности на данном участке. При этом, как уже указано в начале



Фиг. 287.

настоящего параграфа, задача сводится к определению начальной глубины $(h_r)_m$ при известной глубине $(h_r)_{m+1}$ в конце участка. Применяя уравнение (1478) в тех обозначениях, которые приняты нами для „приведенного русла“, имеем:

$$\frac{i_r l}{(h_r)_0} = \eta_{m+1} - \eta_m - (1-j)[\varphi(\eta_{m+1}) - \varphi(\eta_m)], \quad \ldots \ldots (1682)$$

где

$$\eta_m = \frac{(h_r)_m}{(h_r)_0}; \quad \eta_{m+1} = \frac{(h_r)_{m+1}}{(h_r)_0}, \quad \ldots \ldots \ldots (1683)$$

причем величина η_m и является искомой. Нахождение этой величины составляет предмет третьей основной задачи по неравномерному движению, указанной выше в § 114, почему особого рассмотрения этого вопроса здесь не требуется. Надо лишь отметить, что, подобно тому как по I методу (см. § 124) нередко пренебрегают изменением скоростных напоров вдоль потока

на расчетном участке, так и по II методу практически можно часто пренебрегать этим же изменением, считая $j \cong 0$, так что вместо уравнения (1682) будет:

$$\frac{i_r l}{(h_r)_0} = \eta_{m+1} - \eta_m - [\varphi(\eta_{m+1}) - \varphi(\eta_m)] \quad \ldots\ldots (1684)$$

Определив η_m из (1682) или (1684), имеем:

$$(h_r)_m = \eta_m \cdot (h_r)_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1685)$$

и затем:

$$z_m = (h_r)_m + (\bar{z}_\partial)_m,$$

где $(\bar{z}_\partial)_m$ есть отметка дна „приведенного русла" в начальном сечении m.

д) Относительно логарифмической анаморфозы для „приведенного русла" надо сделать еще следующее весьма существенное замечание. Анаморфозу эту мы строим по значениям $K_r = \bar{K}$, где величины $\bar{K}$ получаются по данным для неправильного естественного русла, а потому далеко не всегда проведение прямой $M - N$ (фиг. 287) дает удовлетворительные результаты в смысле достаточного приближения этой прямой к кривой $A - B$. Поэтому для метода „приведенного русла" полного внимания заслуживает прием Р. Р. Чугаева, предложенный [1]) им для интегрирования уравнения неравномерного движения в призматических руслах и связанный с введением понятия, называемого этим автором „фиктивной нормальной глубиной". Поясним здесь этот прием, не приводя доказательства [2]) для его обоснования.

Построив логарифмическую анаморфозу, как на фиг. 287, чертим (фиг. 288) прямую $M' - N'$, осредняющую участок $A - B$ нашей анаморфозы, и затем, отложив на оси абсцисс значение $2\lg(K_r)_0$, где $(K_r)_0 = \frac{Q_p}{\sqrt{J_e}}$, проводим вертикаль $W - W$, отвечающую этой абсциссе; точка пересечения (O') вертикали $W - W$ с прямой $M' - N'$ дает нам ординату $= \lg(h_r)_x$. Величина $(h_r)_x$ и может быть названа „фиктивной нормальной глубиной".

Зная $(h_r)_x$ и найдя гидравлический показатель

$$x = \operatorname{tg}\theta, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1687)$$

где θ — угол, показанный [3]) на фиг. 288, для расчета кривой свободной поверхности применяем уравнение Чугаева [4]):

$$\frac{i_r l}{(h_r)_x} = \eta_{m+1} - \eta_m - (1 - j)[\varphi(\eta_{m+1}) - \varphi(\eta_m)], \quad \ldots\ldots (1688)$$

где относительные глубины η_m и η_{m+1} определяются уже не по (1683), а по зависимостям:

$$\eta_m = \frac{(h_r)_m}{(h_r)_x}; \quad \eta_{m+1} = \frac{(h_r)_{m+1}}{(h_r)_x}; \quad \ldots\ldots\ldots (1689)$$

---

[1]) Р. Р. Чугаев, „Некоторые вопросы неравномерного движения в открытых призматических руслах", Известия Научно-Исследовательского Института Гидротехники, 1931 г., Том 1, стр. 157.

[2]) Доказательство см. там же, стр. 209. Кстати отметим, что Чугаев „фиктивную нормальную глубину" обозначает через h_0.

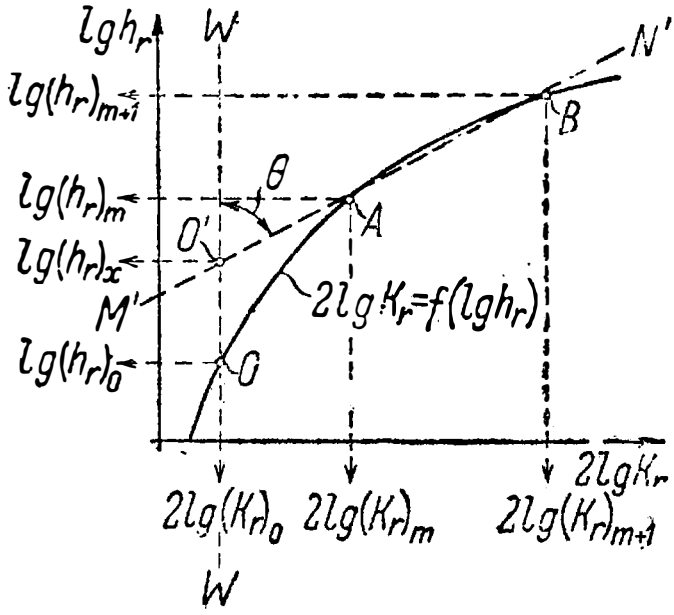
[3]) См. сказанное в § 113 по поводу формулы (1490).

[4]) Уравнение Чугаева можно рекомендовать и для правильных русел (каналов).

что же касается функций $\varphi(\eta_{m+1})$ и $\varphi(\eta_m)$, то они находятся по Табл. XXV, как и для уравнения (1682). Полагая $j \cong 0$, вместо уравнения (1688) имеем:

$$\frac{i_r l}{(h_r)_x} = \eta_{m+1} - \eta_m - [\varphi(\eta_{m+1}) - \varphi(\eta_m)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1690)$$

Определение глубины $(h_r)_m$ по уравнению (1688) или (1690) ничем не отличается от решения соответствующей задачи по уравнению (1682) или (1684).



Фиг. 288.

Отметим еще, что в способе Чугаева гидравлический показатель x и „фиктивную нормальную глубину" $(h_r)_x$ можно определять, не строя логарифмической анаморфозы, по формулам:

$$x = 2\frac{\lg(K_r)_{m+1} - \lg(K_r)_m}{\lg(h_r)_{m+1} - \lg(h_r)_m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1691)$$

и

$$(h_r)_x = (h_r)_{m+1} \cdot \left[\frac{(K_r)_0}{(K_r)_{m+1}}\right]^{\frac{2}{x}} = (h_r)_m \cdot \left[\frac{(K_r)_0}{(K_r)_m}\right]^{\frac{2}{x}}, \quad . \quad . \quad (1692)$$

причем формулы эти, конечно, дают менее точные результаты, чем графическое определение тех же величин, так как формулы (1691)—(1692) равносильны проведению „осредняющей прямой" $M'—N'$ (фиг. 288) только по двум точкам A и B.

Хотя изложенный выше способ построения кривых свободной поверхности по методу „приведенного русла" в общем исходит из приближенного показательного закона проф. Бахметева, но все же заметно отлича тся

от того способа, который сам автор „показательного закона" дает [1]) для построения кривых подпора в естественных водотоках, и с которым мы не вполне можем согласиться. Не рассматривая здесь упомянутых отличий, укажем лишь, что они относятся к определению высотного положения дна „приведенного русла" и к исчислению модулей расхода этого русла, а следовательно, и к нахождению величины гидравлического показателя x при применении как уравнения (1682), так и уравнения (1688).

Еще одно замечание. Для ориентировочных подсчетов, найдя i_r и $(h_r)_0$, можно просто принимать значение гидравлического показателя $x \cong 4$, не строя логарифмической анаморфозы, и затем производить расчет кривых свободной поверхности хотя бы по уравнению Толькмитта (1557). Величина $x = 4$, рекомендуемая, между прочим, и проф. Бахметевым [2]), дает некоторое среднее характерное значение гидравлического показателя x, поскольку таковой чаще всего (но не всегда) лежит примерно в пределах: $x = 3{,}5 - 4{,}5$.

§ 126. Продолжение о II методе.

Изложим теперь еще два способа построения кривых свободной поверхности по II методу, т. е. по методу „приведенного русла", а именно—способ Тольмана и способ „графического осреднения".

2°. Способ Тольмана (Tolman). В том случае, когда имеющиеся гидрометрические данные позволяют построить для интересующего нас участка водотока естественный уровень воды, отвечающий расчетному расходу $Q = Q_p$, но в то же время названных данных недостаточно для применения способа, рассмотренного в предыдущем параграфе, — можно пользоваться способом Тольмана (Tolman), предложенным в 1905 г. [3]). В этом способе действительное естественное русло на рассматриваемом участке „приводится" к призматическому (цилиндрическому) руслу прямоугольного или симметричного параболического сечения весьма большой ширины по верху, при которой $\chi \cong B$. Уклон дна „приведенного русла" i_r приравнивается естественному уклону свободной поверхности J_e при том расходе $Q = Q_p$, для которого строится кривая подпора, т. е., как и по (1673) имеем

$$i_r = J_e \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1693)$$

Примем следующие обозначения:

Q_p — расчетный расход;

$(h_r)_0$ — нормальная глубина „приведенного русла" [4]);

B_r — ширина „приведенного русла" по верху при нормальной глубине $(h_r)_0$;

C — коэфициент Шези при той же глубине;

B_n — средняя ширина действительного русла (по верху) в подпертом состоянии (короче — средняя подпертая ширина);

$\bar{a}$ — средняя величина подпора на рассматриваемом участке (эта величина в способе Тольмана входит в рассмотрение лишь в случае „приведения" к параболическому руслу).

а) Приведение к широкому прямоугольному руслу выполняется по условию, чтобы при равномерном режиме „приведенное

[1]) Bakhmeteff, „Hydraulics of Open Channels", New York, 1932, Ch. XVI.—См. также русский перевод: Б. А. Бахметев, „Гидравлика открытых русел", Москва, 1934, стр. 169.

[2]) См. там же.

[3]) Oesterreich. Wochenschrift für den öffentl. Baudienst, 1905, T. XI, № 26, S. 405.

[4]) Значками „r", как и в § 125, отмечаем элементы „приведенного русла".

русло" (фиг. 289) пропускало расчетный расход $Q = Q_p$ при том же положении линии свободной поверхности, при котором этот расход проходит в естественных условиях по действительному руслу; ширина B_r „приведенного русла" приравнивается ширине $\bar{B}_n$, т. е.

$$B_r = \bar{B}_n, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1694)$$

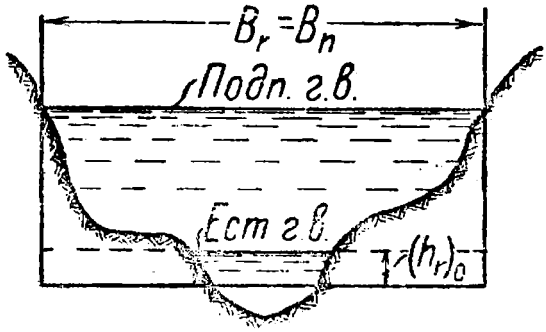
а потому имеем:

$$Q_p = B_r C_r (h_r)_0^{3/2} \sqrt{i_r}, \quad \ldots \ldots \quad (1695)$$

или, ввиду (169-1),

$$Q_p = \bar{B}_n C_r (h_r)_0^{3/2} \sqrt{i_r} \quad \ldots \ldots \quad (1696)$$

Пользуясь для выражения коэфициента C_r показательной формулой [1]) вида



Фиг. 289.

$$C_r = \frac{1}{n} R^y = \frac{1}{n} (h_r)_0^y, \quad \ldots \quad (1697)$$

вместо (1696) получим:

$$Q_p = \frac{\bar{B}_n}{n} (h_r)_0^{3/2+y} \sqrt{i_r}, \quad \ldots \quad (1698)$$

где, как видим из таблицы 147 (§ 113),

$$\frac{3}{2} + y = \frac{x}{2}, \quad \ldots \ldots \quad (1699)$$

так что из (1698) имеем:

$$(h_r)_0 = \sqrt[x]{\frac{n Q_p}{\bar{B}_n \sqrt{i_r}}}, \quad \ldots \ldots \quad (1700)$$

Иногда для упрощения расчетов полагают, что коэфициент C_r не изменяется с глубиной, и принимают для C_r некоторое постоянное среднее значение

$$C_r \cong C_c; \quad \ldots \ldots \quad (1701)$$

тогда будет:

$$(h_r)_0 = \sqrt[3]{\frac{Q_p^2}{C_c^2 \bar{B}_n^2 i_r}} \quad \ldots \ldots \quad (1702)$$

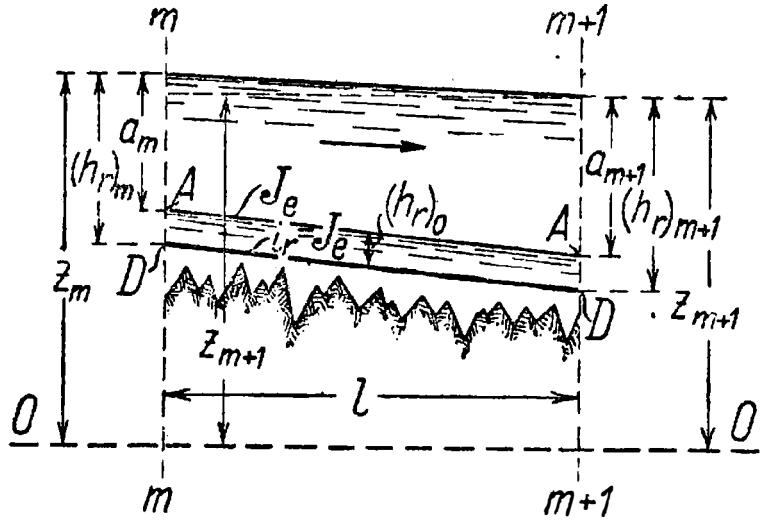
Найдя $(h_r)_0$, линию дна $D - D$ „приведенного русла" проводим параллельно естественной линии свободной поверхности $A - A$ при том же расходе $Q = Q_p$ (фиг. 290).

Сказанное выше требует одного пояснения, а именно — в отношении определения величины $\bar{B}_n$, входящей в полученные формулы. Чтобы найти среднюю подпертую ширину реки (по верху) $\bar{B}_n$ на данном участке, собственно

[1]) Коэфициент шероховатости n для „приведенного русла" берется равным коэфициенту шероховатости действительного русла на рассматриваемом участке; в связи с этим см. ниже § 129.

говоря, надо уже знать положение подпертой кривой свободной поверхности, но таковая нам еще неизвестна. Поэтому в предыдущие формулы, в качестве первого приближения, подставляем величину $\bar{B}_n$, определяемую при горизонтальной свободной поверхности, т. е. при отметке поверхности воды z_{m+1} во всех сечениях рассматриваемого расчетного участка, причем $\bar{B}_n$ можно находить по формулам, совершенно аналогичным тем, которые даны для $\bar{\chi}$ в § 123, почему здесь и не будем вновь выписывать эти формулы.

Итак, как показано выше, мы получим необходимые для расчета гидравлические элементы „приведенного русла": нормальную глубину его



Фиг. 290.

$(h_r)_0$ и положение линии дна этого русла с уклоном i_r, а следовательно — можем теперь произвести и построение кривой свободной поверхности на данном участке, имея дело уже с призматическим руслом. Задача решается, как указано в предыдущем параграфе, т. е. по уравнению (1682) или (1684), причем надо лишь отметить, что величину гидравлического показателя x здесь находим весьма просто по зависимости (см. табл. 147):

$$x = 3 + 2y.$$

где y — тот показатель, который входит в формулу для коэфициента Шези вида: $C = \frac{1}{n} R^y$.

Если, при более упрощенном подходе к вопросу, коэфициент Шези принимается независящим от глубины и приравнивается некоторому среднему значению C_c, то для широкого прямоугольного русла $x = 3$. Тогда можно пользоваться таблицей Бресса (см. Табл. XXVIII) или, что еще удобнее, таблицей Дюпюи-Рюльманна (см. Табл. XXX), т. е. принимая в последнем случае $j \simeq 0$. При этом по Дюпюи-Рюльманну имеем:

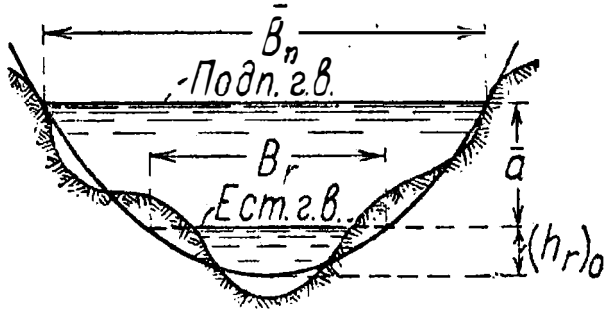
$$\frac{i_r l}{(h_r)_0} = f\left[\frac{a_{m+1}}{(h_r)_0}\right] - f\left[\frac{a_m}{(h_r)_0}\right], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1703)$$

где обозначения a_{m+1} и a_m соответствуют обозначениям a_2 и a_1 в формуле (1554), указанной в § 118. Из (1703) находим:

$$f\left[\frac{a_m}{(h_r)_0}\right] = f\left[\frac{a_{m+1}}{(h_r)_0}\right] - \frac{i_r l}{(h_r)_0}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1704)$$

где правая часть известна, а потому по таблице Дюпюи-Рюльманна, зная функцию $f\left[\frac{a_m}{(h_r)_0}\right]$, непосредственно (без подбора) находим отношение $\frac{a_m}{(h_r)_0}$, а затем и величину a_m, после чего легко получаем начальную глубину $(h_r)_m$ на рассматриваемом участке и соответствующую отметку свободной поверхности z_m.

В дополнение к изложенному напомним, что средняя подпертая ширина $\bar{B}_n$ принята выше лишь в первом приближении; найдя начальную отметку



Фиг. 291.

z_m путем применения уравнения (1682), (1684) или (1704), как было указано, мы можем уточнить и значение величины B_n, так как теперь нам известна уже пара граничных отметок (z_m, z_{m+1}) на рассматриваемом участке. После этого при уточненном значении $\bar{B}_n$ можем вновь определить отметку z_m. Однако, в таком „уточнении" этой отметки обычно нет надобности при применении способа Тольмана.

б) Приведение к широкому параболическому руслу. Из тех же соображений, как и при приведении к прямоугольному руслу, для случая приведения к широкому параболическому[1]) руслу (фиг. 291) симметрического сечения можем написать (имея в виду квадратичную параболу):

$$Q_p = 0{,}544\ B_r\ C_r\ (h_r)_0^{3/2}\sqrt{i_r}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1705)$$

где обозначения пояснены в начале настоящего параграфа; величина i_r определяется по (1693), т. е. $i_r = J_e$.

Кроме того, по свойству квадратичной (обыкновенной) параболы имеем:

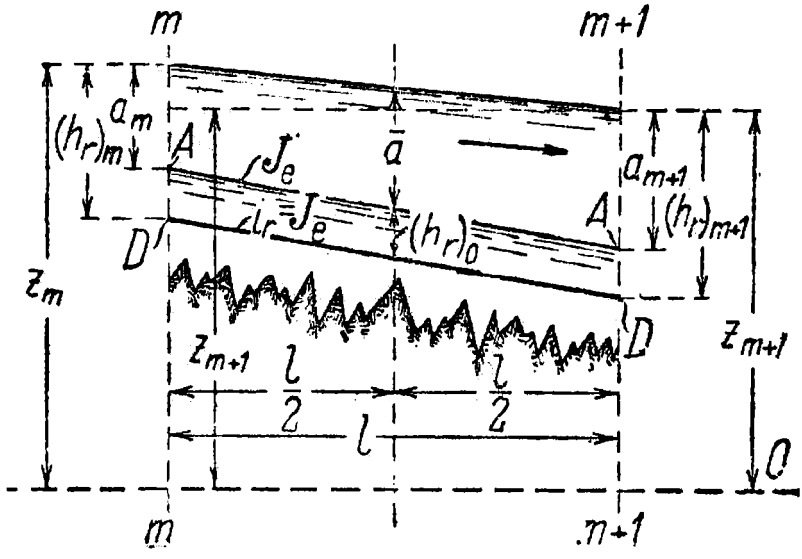
$$\frac{B_r}{B_n} = \sqrt{\frac{(h_r)_0}{\bar{a} + (h_r)_0}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1706)$$

[1]) См. формулу (490).

причем напомним, что смысл величин B_n и $\bar{a}$ также пояснен в начале этого параграфа. Величину $\bar{B}_n$ сначала приходится выражать лишь в первом приближении, как о том сказано при рассмотрении прямоугольного приведенного русла. По тем же соображениям и величину среднего подпора на данном участке водотока

$$\bar{a} = \frac{a_m + a_{m+1}}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1707)$$

мы должны сначала взять также лишь в первом приближении, пользуясь тем же приемом, как и примененный выше для величины $\bar{B}_n$, т. е. считая подпертую



Фиг. 292.

свободную поверхность горизонтальной (см. фиг. 292, пунктир). При этом вместо (1707) будет:

$$\bar{a} = a_{m+1} - \frac{l\, i_r}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1707')$$

Таким образом, в первом приближении величины $\bar{B}_n$ и $\bar{a}$ можно считать известными, и уравнения (1705)—(1706) представят систему двух уравнений с двумя неизвестными: $(h_r)_0$ и B_r. Исключая B_r, приходим к уравнению:

$$Q_p = 0{,}544\, \bar{B}_n\, C_r\, (h_r)_0^2 \sqrt{\frac{i_r}{\bar{a} + (h_r)_0}}, \quad \ldots\ldots \quad (1708)$$

откуда, пользуясь для C_r выражением (1697), имеем:

$$Q_p = 0{,}544 \frac{\bar{B}_n}{n} (h_r)_0^{2+y} \sqrt{\frac{i_r}{\bar{a} + (h_r)_0}}, \quad \ldots\ldots \quad (1709)$$

или

$$\frac{(h_r)_0^{x}}{\sqrt{\bar{a} + (h_r)_0}} = \frac{1{,}838\, n\, Q_p}{B_r \sqrt{i_r}}, \quad \ldots\ldots \quad (1710)$$

где по § 113 (табл. 147) положено для широкого параболического русла, что

$$\frac{x}{2}=2+y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1711)$$

Если для упрощения расчетов принимается, что коэфициент Шези не изменяется с глубиной потока, т. е. в (1708) подставляется некоторое среднее значение $C_r \cong C_c$, как было и по (1701), то вместо (1710) получим:

$$\frac{(h_r)_0^2}{\sqrt{\bar{a}+(h_r)_0}}=\frac{1{,}838\,Q_p}{C_c\,\bar{B}_n\sqrt{i_r}} \quad \ldots\ldots \quad (1712)$$

Уравнения (1710) или (1712), где правые части известны, решаются относительно $(h_r)_0$ подбором (графически или путем последовательного приближения). Найдя нормальную глубину $(h_r)_0$, линию дна „приведенного русла" проводим параллельно естественной линии свободной поверхности при том же расходе $Q=Q_p$ (фиг. 292).

Найдя таким образом необходимые для расчета гидравлические элементы нашего „приведенного русла", определяем начальную глубину $(h_r)_m$ и соответствующую отметку z_m на рассматриваемом участке, решая задачу, как и для случая прямоугольного „приведенного русла" (см. выше), но, конечно, при другом гидравлическом показателе, который здесь находим по зависимости (см. табл. 147)

$$x=4+2y.$$

Добавим, что, пренебрегая изменением коэфициента Шези с глубиной потока, как известно, получаем для широкого параболического русла гидравлический показатель $x=4$. При этом, полагая $j=0$, можно пользоваться таблицей **Толькмитта** (см. Табл. XXXI), причем расчетное уравнение имеет в виде:

$$-\frac{i_r\,l}{(h_r)_0}=\varphi'(\eta_{m+1})-\varphi'(\eta_m), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1713)$$

где

$$\eta_m=\frac{(h_r)_m}{(h_r)_0};\quad \eta_{m+1}=\frac{(h_r)_{m+1}}{(h_r)_0}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1714)$$

и из (1713) получаем:

$$\varphi'(\eta_m)=\varphi'(\eta_{m+1})-\frac{i_r\,l}{(h_r)_0}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1715)$$

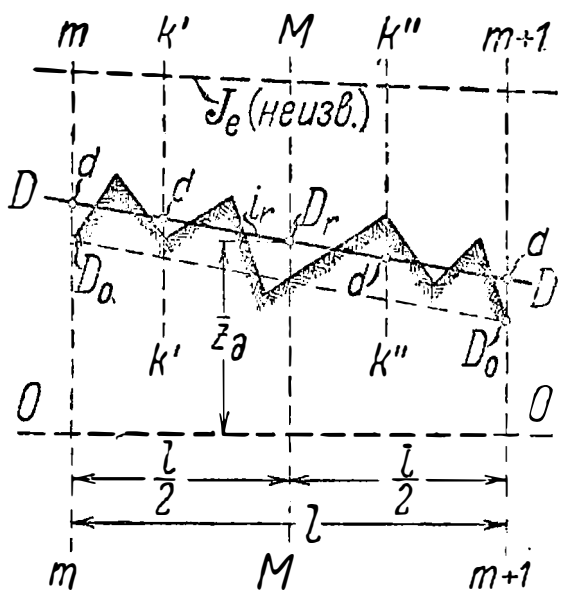
где правая часть известна, так что по таблице Толькмитта, зная функцию $\varphi'(\eta_m)$, без подбора находим величину η_m, а затем — глубину $(h_r)_m$ и искомую отметку свободной поверхности z_m в начальном сечении m на интересующем нас участке водотока.

Найдя отметку z_m, можем, если желаем уточнить решение, вновь определить как величину $\bar{B}_n$ [1]), так и средний подпор на данном участке $\bar{a}$ (по формуле (1707) и подставить эти величины в систему уравнений (1705) —

[1]) См. сказанное в конце предыдущего пункта об уточнении величины $\bar{B}_n$ при приведении к прямоугольному руслу.

—(1706); после этого еще раз определяем нормальную глубину „приведенного русла“ $(h_r)_0$, как указано выше, и находим во втором приближении отметку z_m.

3°. **Способ графического осреднения.** При недостатке данных для применения первого и второго способа (§ 125 и § 126, п. 2°), приходится обращаться к ориентировочному способу „графического осреднения“. При этом прежде всего находим среднюю отметку $\bar{z}_\partial$, как указано в § 125 (п. 1°, подразделение „б“), после чего линию дна $D—D_r—D$ „приведенного русла“ проводим (фиг. 293) через точку D_1, обладающую отметкой $= \bar{z}_\partial$, параллельно линии $D_0—D_0$, причем последняя есть просто линия, соединяющая [1]) данные точки сечений m и $m+1$ и имеющая при этом уклон $= i_r$. Заметим, что осредняющую линию дна $D—D_r—D$, при наиболее грубом приеме, можно проводить и просто „визуально“, но все же параллельно линии $D_0—D_0$.



Фиг. 293.

Далее переходим к графическому осреднению поперечных сечений. Для этого берем ряд поперечных сечений русла (фиг. 294), об очертании которых у нас имеются некоторые данные, и совмещаем эти сечения на одном чертеже, — так, чтобы совпали точки d (фиг. 293) и проходящие через них вертикали названных сечений. Для ясности точки d показаны не только на продольном, но и отдельно на поперечных профилях (фиг. 294). Совмещение нескольких примерных поперечных профилей представлено на той же фиг. 294 (последняя схема), где проведена и жирная осредняющая линия, дающая нам форму поперечного сечения „приведенного русла“ по этому способу [2]).

Таким образом мы получаем призматическое (цилиндрическое) „приведенное русло“ с известным очертанием поперечного сечения и с известной линией дна. Кривые свободной поверхности в таком русле можем строить по способам, указанным в разделе А настоящей главы. Если желаем применить уравнение (1478) или, что проще, уравнение (1498), то следует, конечно, предварительно найти гидравлический показатель x, строя логарифмическую анаморфозу. Еще проще, но и еще грубее, непосредственно пользоваться уравнениями Бресса, Дюпюи-Рюльманна или Толькмитта, не определяя

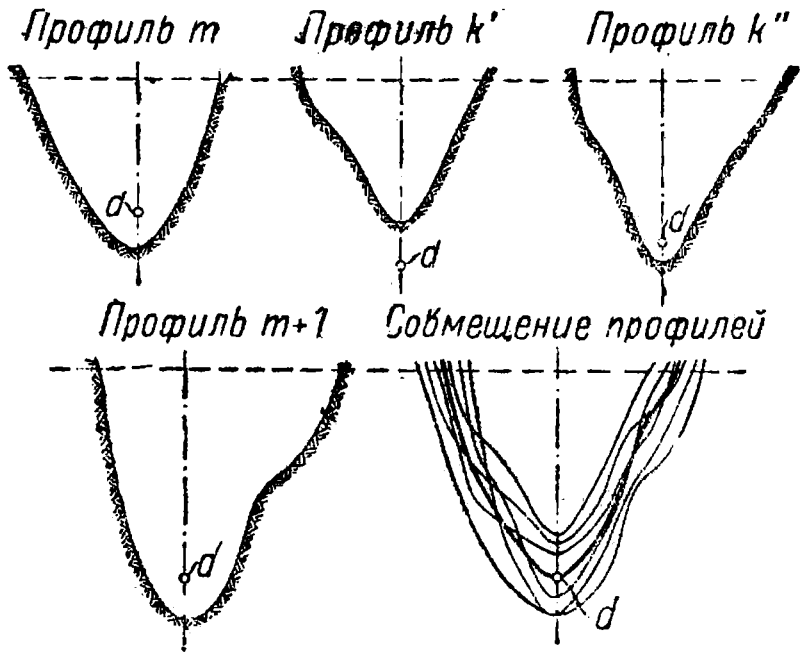
---

[1]) Уклон свободной поверхности J_e при расчетном расходе $Q = Q_p$ нам здесь не известен (за неимением данных наблюдений).

[2]) Помимо предлагаемого здесь способа определения формы поперечного сечения „приведенного русла“, можно применять и некоторые другие. Таков, напр., способ, указываемый King'ом („Handbook of Hydraulics“, New York and London, 1929, p. 434, fig. 139); этот способ, однако, представляется нам менее удовлетворительным.

величины гидравлического показателя и руководствуясь лишь формой поперечного сечения „приведенного русла".

Способ „графического осреднения", понятно, является лишь сугубо ориентировочным и для серьезных расчетов не может быть рекомендован.



Фиг. 294.

§ 127. Предложения автора по I методу построения кривых свободной поверхности в естественных водотоках.

В предыдущем изложении мы достаточно остановились на постулате инвариантности величины $\frac{l}{K^2}$ (см. § 124). На основе этого постулата нами предложен и разработан тот способ построения кривых свободной поверхности в естественных водотоках, к изложению которого теперь и обратимся, предваряя, что способ этот относится к области I м е т о д а [1]).

Пренебрегая изменением скоростных напоров на рассматриваемом участке потока, возьмем основное уравнение неравномерного движения в виде (1672):

$$\frac{\Delta}{Q^2} = \frac{l}{K^2},$$

где обозначения ясны из предыдущего. Правую часть здесь назовем м о д у л е м с о п р о т и в л е н и я р у с л а на данном участке и обозначим через P,

[1]) Далее излагаются и некоторые наши предложения, относящиеся ко II м е т о д у (§ 128). Подробнее наши предложения по I и II методу изложены нами в работе по Гидроэлектропроекту (ГИДЭП): „О построении кривых свободной поверхности в естественных водотоках", 1935 г.

полагая:

$$F=\frac{l}{K^2}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1716)$$

так что

$$\frac{\Delta}{Q^2}=F, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1717)$$

откуда, между прочим, следует:

$$\Delta=FQ^2, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1718)$$

что и оправдывает данное нами для величины F наименование. В связи с этим вышеуказанный постулат (§ 124, п. 2°) будет теперь уместно назвать „постулатом инвариантности модуля сопротивления".

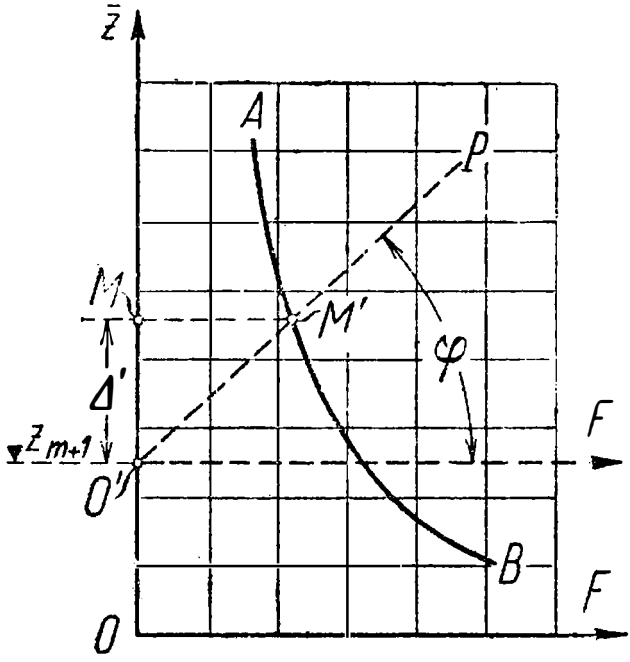
При этом постулате, как пояснено в § 124, величина $\frac{l}{K^2}$ является функцией лишь от средней отметки свободной поверхности z на данном участке, т. е. по (1665)

$$\frac{l}{K^2}=\Theta(\bar{z}),$$

или, при обозначении (1716),

$$F=\Theta(\bar{z}), \quad \ldots \quad (1719)$$

причем зависимость эту можно представить графически кривой AB, как и показано, например, на схеме по фиг. 295. Способы построения этого графика указаны в § 124 (пп. 2°—3°); здесь отметим лишь, что на фиг. 295 оси абсцисс придано наименование F, а не $\frac{l}{K^2}$, как было на фиг. 283.



Фиг. 295.

После этих предварительных замечаний напомним, [1]) что задача о построении кривой свободной поверхности на данном расчетном участке (фиг. 296), т. е. между сечениями „m" и „$m+1$", сводится к нахождению начальной отметки z_m при известной конечной отметке z_{m+1} и известном расходе $=Q$. Для нахождения отметки z_m предложим два способа: 1) графический и 2) графо-аналитический.

1°. Графический способ. Из (1719) видим, что отметка $\bar{z}$ может быть рассматриваема как функция модуля сопротивления F, т. е.

$$\bar{z}=\text{(обозначим) } f(F) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1720)$$

[1]) См. § 124, начало.

при плоскости сравнения $O-O$ (фиг. 296), причем функция $f(F)$ представляется, конечно, тою же кривой, которая на фиг. 295 показана для функции $\Theta(\bar{z})$. Если плоскость сравнения возьмем на отметке z_{m+1} (см. плоскость $O'-O'$ на фиг. 296), то, очевидно, вместо (1720) будет [1]):

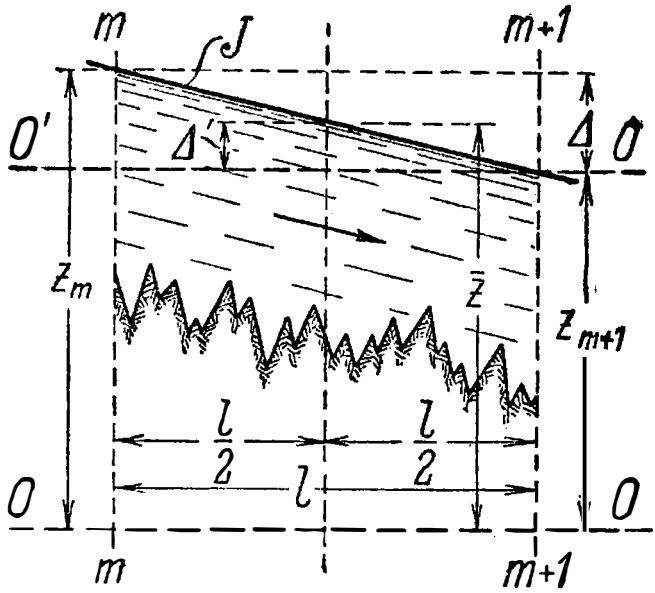
$$\frac{\Delta}{2}=f(F), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1721)$$

где половину падения свободной поверхности на данном участке будем обозначать, как и далее, через Δ', полагая

$$\Delta'=\frac{\Delta}{2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1722)$$

так что по (1721)

$$\Delta'=f(F) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1723)$$



Фиг. 296.

Функция $f(F)$ в (1723) представится, конечно, опять таки кривою AB, показанной на фиг. 295, — при условии лишь, что начало координат теперь будет не в точке O, а в точке O', имеющей отметку $=z_{m+1}$.

Далее, из (1717) и (1722) имеем:

$$\Delta'=\frac{Q^2}{2}\cdot F, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1724)$$

что, при известном расходе Q, дает уравнение прямой линии $O'P$, проходящей через начало координат O' и имеющей [2]) угловой коэфициент

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{Q^2}{2}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1725)$$

[1]) Линия свободной поверхности в пределах расчетного участка водотока принимается за прямую, как и в способах, рассмотренных в § 124.

[2]) В формуле (1725) буква Q представляет численное значение расхода.

Из ур-ний (1723) — (1724) видим, что величина Δ' (половина падения свободной поверхности на данном участке) легко определяется **без подбора** по точке пересечения M' кривой (1723) и прямой (1724), т. е. кривой AB и прямой $O'P$ (фиг. 295); имея точку M', искомую величину Δ' можем найти как длину отрезка $O'M$ (см. точку M на оси ординат), после чего получаем и полное падение свободной поверхности на данном участке $\Delta = 2\Delta'$.

Заметим, что длину отрезка $O'M$ можно и не измерять, но решать задачу **в отметках**. В самом деле, точка M' непосредственно дает нам численное значение средней отметки свободной поверхности $\bar{z}$; зная же эту отметку, имеем:

$$\left.\begin{aligned} \Delta' &= \bar{z} - z_{m+1}; \\ \Delta &= 2\Delta'; \\ z_m &= z_{m+1} + \Delta. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1726)$$

Таким образом, **по предлагаемому графическому способу** (фиг. 295) определение **искомой отметки** z_m свободной поверхности **сводится к следующему** (величины Q и z_{m+1} известны): построив в условиях данного участка **кривую** $F = \Theta(\bar{z})$, **из точки** O' на оси ординат с отметкой z_{m+1} **проводим прямую**, образующую с горизонтальной осью угол φ, для которого $\operatorname{tg}\varphi = \frac{Q^2}{2}$; **получив точку пересечения** M' и соответствующую ей отметку $\bar{z}$, **находим величины** (1726), чем и решается задача.

Если отметка z_m известна, отметку же z_{m+1} требуется определить (фиг. 296), то, как нетрудно видеть, угол φ следует откладывать не вверх от линии O'F (фиг. 295), а **вниз** от соответствующей горизонтальной линии, проводимой на отметке $= z_m$, и т. д.

2°. Графо-аналитический способ. По фиг. 296 видим, что

$$\bar{z} = z_{m+1} + \frac{\Delta}{2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1727)$$

а потому вместо (1719) можем написать:

$$F = \Theta\left(z_{m+1} + \frac{\Delta}{2}\right), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1728)$$

или, разлагая в ряд **Тэйлора**:

$$F = \Theta(z_{m+1}) + \frac{\Delta}{2}\cdot\Theta'(z_{m+1}) + \frac{\Delta^2}{8}\cdot\Theta''(z_{m+1}) + \ldots \text{ и т. д.}, \quad (1729)$$

где $\Theta'(z_{m+1})$, $\Theta''(z_{m+1})$ и т. д. суть производные различных порядков от функции $\Theta(z_{m+1})$. При сравнительно небольших величинах Δ, в разложении (1729) можно ограничиться лишь двумя первыми слагаемыми, так что будет:

$$F \cong \Theta(z_{m+1}) + \frac{\Delta}{2}\cdot\Theta'(z_{m+1}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1730)$$

Подставляя теперь это выражение для F в уравнение (1717), имеем:

$$\frac{\Delta}{Q^2} = \Theta(z_{m+1}) + \frac{\Delta}{2}\cdot\Theta'(z_{m+1}), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1731)$$

откуда

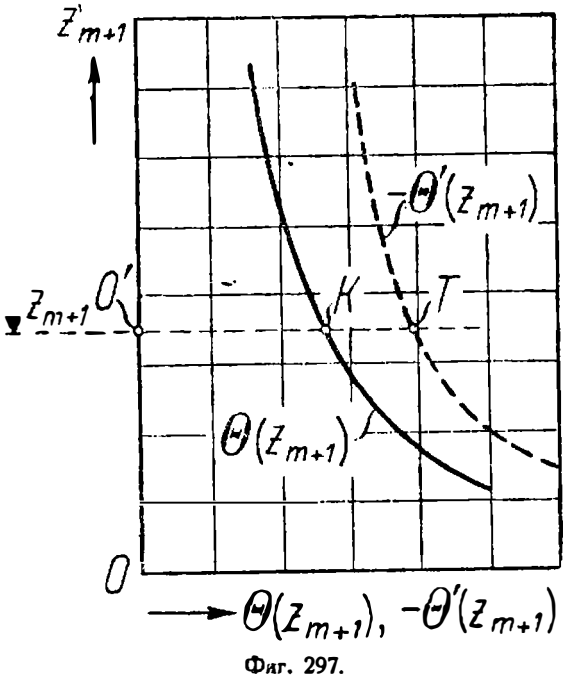
$$\Delta = \frac{\Theta(z_{m+1})}{\frac{1}{Q^2} - \frac{1}{2}\Theta'(z_{m+1})}, \quad \ldots\ldots\ldots (1732)$$

или

$$\Delta = \frac{2\Theta(z_{m+1})}{\frac{2}{Q^2} - \Theta'(z_{m+1})} \quad \ldots\ldots\ldots (1733)$$

На фиг. 295 уже была показана кривая для модуля сопротивления, представляющая функцию $\Theta(z)$ при начале координат в точке O. Эта же кривая, при том же начале координат, представляет и функцию $\Theta(z_{m+1})$, причем по оси ординат читаются значения отметок z_{m+1}, а по оси абсцисс значения функции $\Theta(z_{m+1})$, — см. фиг. 297. Что касается производной $\Theta'(z_{m+1})$, то, как известно, она может быть найдена для данной отметки z_{m+1} по формуле:

$$\Theta'(z_{m+1}) = \frac{\Theta(z_{m+1}+\delta) - \Theta(z_{m+1}-\delta)}{2\delta}, \quad \ldots\ldots (1734)$$



Фиг. 297.

где величины $(+\delta)$ и $(-\delta)$ представляют какие-либо небольшие приращения данной отметки z_{m+1} (соответственно положительное и отрицательное), которыми мы задаемся для вычисления производной по (1734), причем значения функций $\Theta(z_{m+1}+\delta)$ и $\Theta(z_{m+1}-\delta)$ берутся по кривой для $\Theta(z_{m+1})$ соответственно при ординатах: $z_{m+1}+\delta$ и $z_{m+1}-\delta$.

Если для рассматриваемого водотока необходимо произвести построение нескольких кривых свободной поверхности (при разных режимах), то вместо того, чтобы вычислять производную $\Theta'(z_{m+1})$ каждый раз по формуле (1734), удобнее заранее построить кривую для $\Theta'(z_{m+1})$ при различных отметках z_{m+1}, как и показано [1]) схематически на фиг. 297, где, впрочем, по оси абсцисс отложены не значения $\Theta'(z_{m+1})$, а значения этой производной, взятые со знаком минус, чтобы получить положительные абсциссы:

[1]) См. также таблицу 150 в примере 83.

из рассмотрения кривой $\Theta(z_{m+1})$ нетрудно видеть, что

$$\Theta'(z_{m+1}) < 0, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1735)$$

а потому

$$-\Theta'(z_{m+1}) > 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1735')$$

Имея кривые для $\Theta(z_{m+1})$ и $\Theta'(z_{m+1})$, падение Δ весьма просто находим по формуле (1733), в которой отметка z_{m+1} известна. В самом деле, из точки O', отвечающей отметке z_{m+1} (фиг. 297), проводим (графически или мысленно) горизонтальную линию $O'-K-T$ и читаем соответствующие значения функции $\Theta(z_{m+1})$ и функции $-\Theta'(z_{m+1})$, которые и подставляем в формулу (1733), где расход Q известен. Зная Δ, легко находим и начальную отметку z_m на рассматриваемом участке:

$$z_m = z_{m+1} + \Delta \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1736)$$

Если при известной начальной отметке z_m (фиг. 296) требуется определить конечную отметку z_{m+1}, то, как можно показать, вместо (1733) получим:

$$\Delta = \frac{2\Theta(z_m)}{\frac{2}{Q^2} + \Theta'(z_m)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1733')$$

и затем имеем:

$$z_{m+1} = z_m - \Delta \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1736')$$

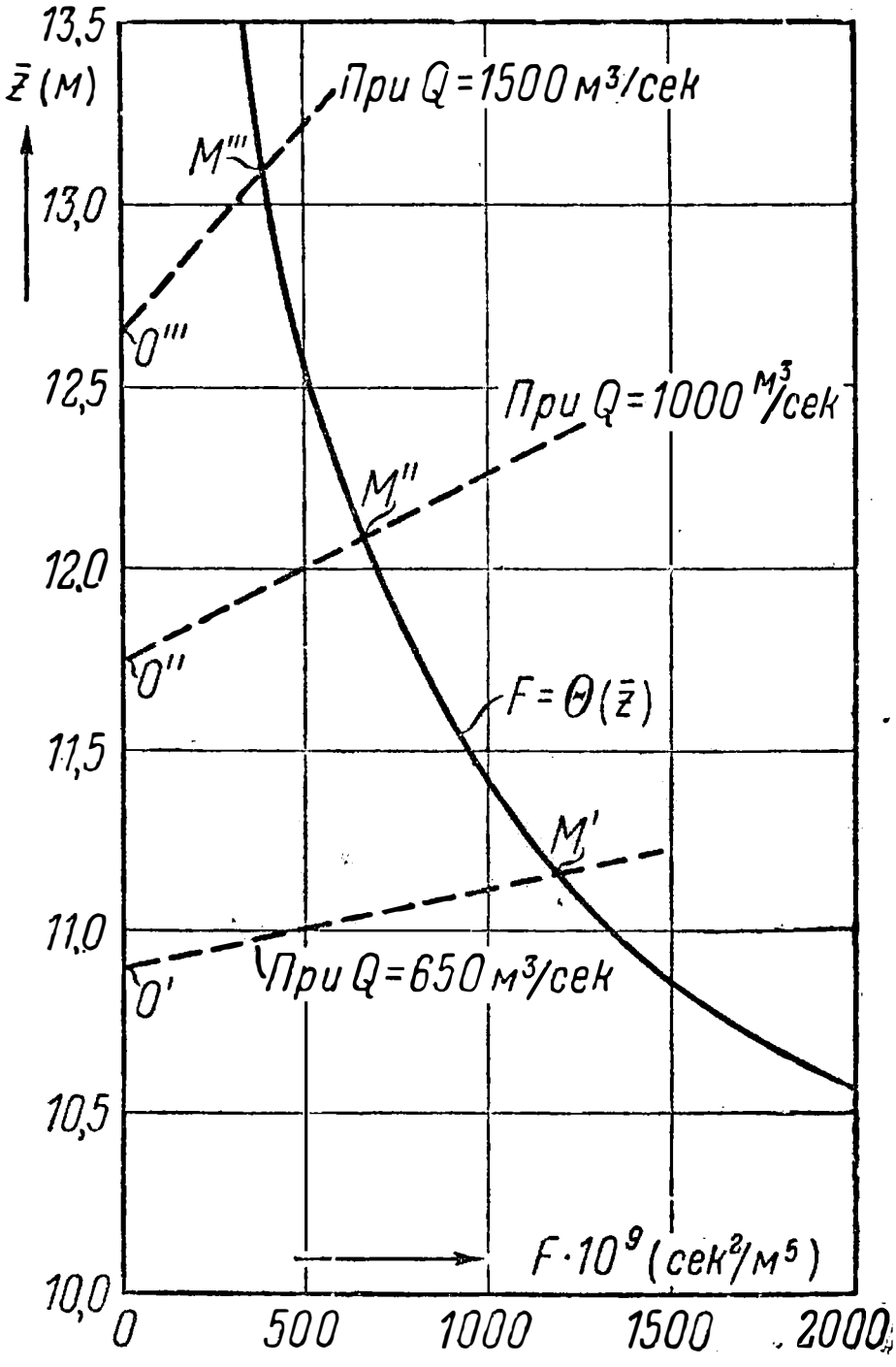
3°. Практические указания. В графическом способе кривую для модуля сопротивления $F = \Theta(z)$, вообще говоря, приходится строить при различных масштабах по оси абсцисс и оси ординат, т. е. одна единица модуля сопротивления F и одна единица отметки z выражаются на чертеже различными длинами; кроме того, в виду малости численных значений модуля сопротивления F удобнее, чтобы не иметь дела с дробями, откладывать по оси абсцисс не величину F, а величину $F.N$, где N можно брать, например равным 10^5, 10^8, 10^{10} и т. под., в зависимости от получаемых численных значений F. Если масштаб для отметок взят в λ раз крупнее, чем масштаб для численных значений $F.N$, то при построении [1]) на клетчатой бумаге линии $O'M'$ (см. ниже фиг. 298) следует тангенс угла φ считать по формуле:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\lambda Q^2}{2N} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1737)$$

При графо-аналитическом способе значения функции $\Theta(z_{m+1})$ и ее производной $\Theta'(z_{m+1})$ можно откладывать по оси абсцисс также с умножением на вышеуказанное число N, помня об этом при подстановке значений $\Theta(z_{m+1})$ и $\Theta'(z_{m+1})$ в формулу (1733). Впрочем, если формулу (1733) написать в виде:

$$\Delta = \frac{2\Theta(z_{m+1})}{\frac{2N}{Q^2} - \Theta'(z_{m+1})}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1738)$$

[1]) По вычисленному значению $\operatorname{tg}\varphi$ построение это на клетчатой бумаге весьма просто.



Фиг. 298. – **Графический способ.**

то в эту последнюю зависимость следует подставлять увеличенные (уже умноженные на N) значения $\Theta(z_{m+1})$ и $\Theta'(z_{m+1})$, т. е. те значения, которые мы читаем непосредственно на оси абсцисс графика по фиг. 299. Формула (1738) избавляет от необходимости вести вычисления с дробями и потому более удобна на практике, чем формула (1733). Графо-аналитический способ, при котором для F мы принимали приближенное выражение (1730), можно, теоретически говоря, уточнить, пользуясь для модуля сопротивления русла F выражением (1729) и подставляя его в (1717), причем мы получили бы квадратное уравнение относительно искомого падения свободной поверхности водотока Δ; однако, для практических приложений такой способ был бы слишком сложен, а потому подробнее на нем не останавливаемся.

Для некоторого пояснения предложенных графического и графо-аналитического способа решим следующий схематический пример.

Пример 83. Положим, что для некоторого расчетного участка рассматриваемого естественного водотока, т. е. для участка от сечения „m" до сечения „$m+1$" (см., например, фиг. 296), построена кривая $F=\Theta(\bar{z})$, как показано на фиг. 298, где значения величины F, откладываемые по оси абсцисс, умножены на число $N=10^9$. Требуется найти начальную отметку z_m на данном участке для следующих трех случаев:

1) Конечная отметка $z_{m+1}=10{,}90$ *м*; расчетный расход $Q=650$ *м*^{3}/*сек*;
2) „ „ $z_{m+1}=11{,}75$ *м*; „ „ $Q=1000$ *м*^{3}/*сек*;
3) „ „ $z_{m+1}=12{,}65$ *м*; „ „ $Q=1500$ *м*^{3}/*сек*.

А. Графический способ (фиг. 298).

В формуле (1737), как ясно из условия примера, постоянная N будет $=10^9$; что касается множителя λ, то он $=1000$, как нетрудно видеть по фиг. 298, ибо 1 метр отметки $\bar{z}$ по оси ординат выражается такою же длиной, какой по оси абсцисс выражаются 1000 единиц увеличенного (умноженного на N) модуля сопротивления F. Таким образом, для $\operatorname{tg}\varphi$ по (1737) имеем

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{\lambda Q^2}{2N}=\frac{1000\,Q^2}{2\cdot 10^9}=\frac{Q^2}{2\cdot 10^6}.$$

1) При расходе $Q=650$ *м*^{3}/*сек* получим, что

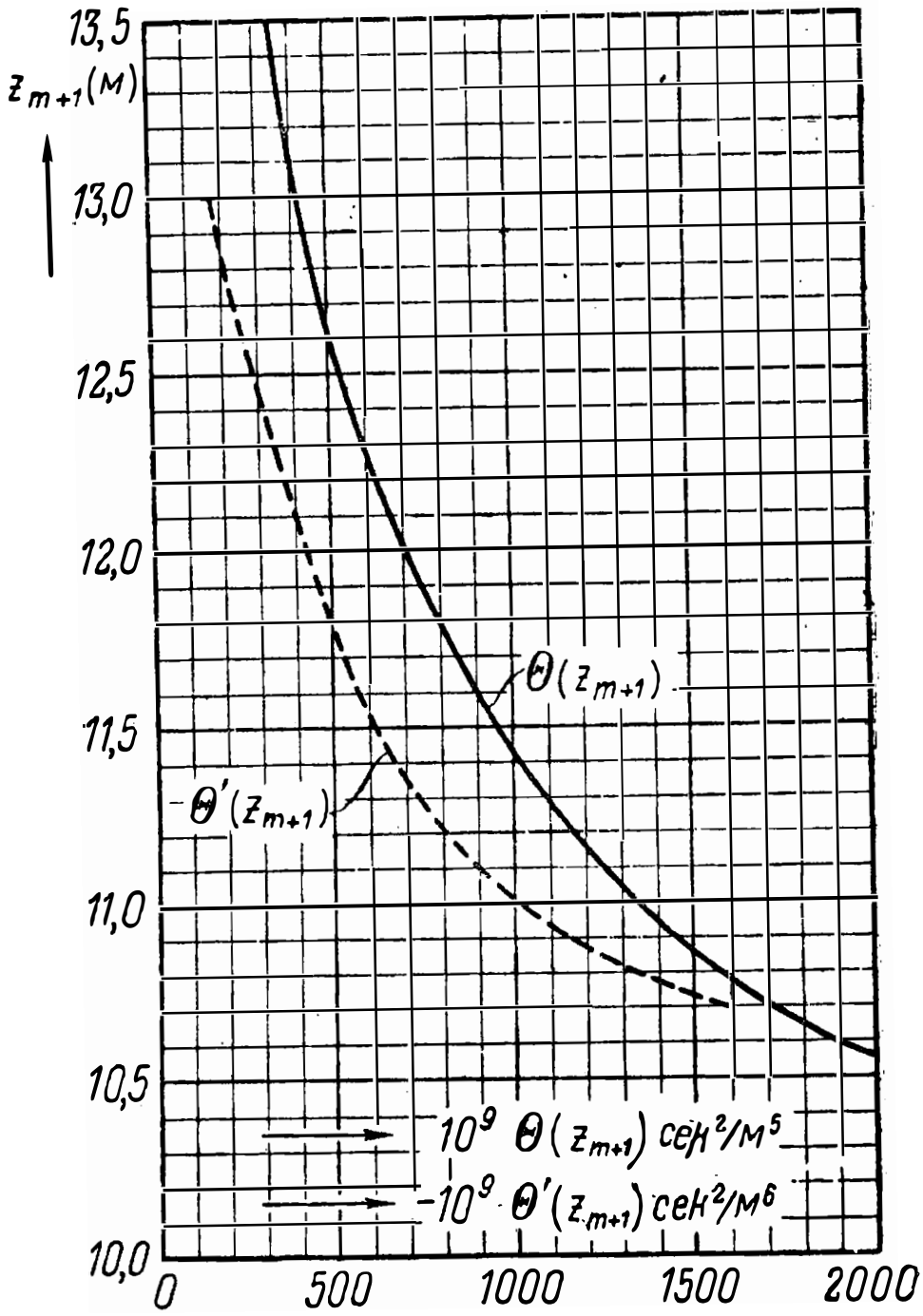
$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{650^2}{2\cdot 10^6}=0{,}211,$$

в соответствии с чем и проводим прямую $O'M'$ из точки O', отвечающей отметке $z_{m+1}=10{,}90$ *м* (см. условие примера). Точка M' дает нам отметку

$$\bar{z}=11{,}16\ м,$$

так что по (1726)

$$\begin{cases}\Delta'=\bar{z}-z_{m+1}=11{,}16-10{,}90=0{,}26\ м;\\ \Delta=2\Delta'=0{,}52\ м;\\ z_m=z_{m+1}+\Delta=10{,}90+0{,}52=11{,}42\ м.\end{cases}$$



Фиг. 299. — **Графо-аналитический способ.**

2) При расходе $Q = 1000$ *м*³/*сек* и конечной отметке $z_{m+1} = 11{,}75$ *м* аналогично предыдущему находим:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1000^2}{2 \cdot 10^6} = 0{,}500;$$

$\bar{z} = 12{,}08$ *м* (см. точку M'' и линию $O''M''$);

$$\begin{cases} \Delta' = \bar{z} - z_{m+1} = 12{,}08 - 11{,}75 = 0{,}33 \text{ м}; \\ \Delta = 2\Delta' = 2 \cdot 0{,}33 = 0{,}66 \text{ м}; \\ z_m = z_{m+1} + \Delta = 11{,}75 + 0{,}66 = 12{,}41 \text{ м}. \end{cases}$$

3) При расходе $Q = 1500$ *м*³/*сек* и конечной отметке $z_{m+1} = 12{,}65$ *м* имеем:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1500^2}{2 \cdot 10^6} = 1{,}125$$

и далее:

$\bar{z} = 13{,}09$ *м* (см. точку M''' и линию $O'''M'''$);

$$\begin{cases} \Delta' = \bar{z} - z_{m+1} = 13{,}09 - 12{,}65 = 0{,}44 \text{ м}; \\ \Delta = 2\Delta' = 2 \cdot 0{,}44 = 0{,}88 \text{ м}; \\ z_m = z_{m+1} + \Delta = 12{,}65 + 0{,}88 = 13{,}53 \text{ м}. \end{cases}$$

Б. Графо-аналитический способ (фиг. 299).

На фиг. 299 кривую для функции $\Theta(z_{m+1})$ непосредственно переносим с фиг. 298 (о чем см. выше в изложении графо-аналитического способа), после чего составляем таблицу для значений производной $\Theta'(z_{m+1})$, взятой со знаком минус (табл. 150) [1]), как было сказано в пояснении к формуле (1734) и к фиг. 297. Затем строим кривую для $-\Theta'(z_{m+1})$, см. фиг. 299.

Для вычисления падения свободной поверхности Δ на рассматриваемом участке пользуемся формулой (1738):

$$\Delta = \frac{2\Theta(z_{m+1})}{\frac{2N}{Q^2} - \Theta'(z_{m+1})},$$

со сделанной выше оговоркой об увеличенных значениях $\Theta(z_{m+1})$ и $\Theta'(z_{m+1})$.

1) При расходе $Q = 650$ *м*³/*сек* вычисляем

$$\frac{2N}{Q^2} = \frac{2 \cdot 10^9}{650^2} = 4\,734 \text{ сек}^2/\text{м}^6$$

и при отметке $z_{m+1} = 10{,}90$ *м* находим по кривым фиг. 299 увеличенные (умноженные на 10^9) значения $\Theta(z_{m+1})$ и $-\Theta'(z_{m+1})$:

$$\Theta(z_{m+1}) = 1\,450 \text{ сек}^2/\text{м}^5;$$
$$-\Theta'(z_{m+1}) = 1\,150 \text{ сек}^2/\text{м}^6,$$

[1]) Табл. 150, вычисленная к примеру 83, и фиг. 298—299 исполнены Р. Р. Чугаевым.

ТАБЛИЦА 150.

z_{m+1}	δ	$z_{m+1} \mp \delta$	$10^9 \cdot \Theta(z_{m+1} \mp \delta)$	$10^9 \cdot \Theta(z_{m+1}+\delta) - 10^9 \cdot \Theta(z_{m+1}-\delta)$	2δ	$-10^9 \cdot \Theta'(z_{m+1})$ в соответствии с формулой (1734)
м	*м*	*м*	*сек²/м⁵*	*сек²/м⁵*	*м*	*сек²/м⁶*
		10,60	1895			
10,70	0,10			— 320	0,20	1600
		10,80	1575			
10,90	0,10			— 230	0,20	1150
		11,00	1345			
11,10	0,10			— 180	0,20	900
		11,20	1165			
11,30	0,10			— 150	0,20	750
		11,40	1015			
11,50	0,10			— 120	0,20	600
		11,60	895			
11,80	0,20			— 200	0,40	500
		12,00	695			
12,20	0,20			— 150	0,40	375
		12,40	545			
12,60	0,20			— 100	0,40	250
		12,80	445			
13,00	0,20			— 70	0,40	175
		13,20	375			

после чего имеем:

$$\Delta = \frac{2 \cdot 1450}{4734 + 1150} = 0{,}495 \text{ м},$$

вместо 0,52 *м* по графическому способу.

2) При расходе $Q = 1000$ *м³/сек* и пои конечной отметке $z_{m+1} = 11{,}75$ *м*, аналогично предыдущему получим:

$$\frac{2N}{Q^2} = \frac{2 \cdot 10^9}{1000^2} = 2000 \text{ сек²/м⁶};$$

$$\Theta(z_{m+1}) = 820 \text{ сек²/м⁵}; \qquad -\Theta'(z_{m+1}) = 515 \text{ сек²/м⁶},$$

так что

$$\Delta = \frac{2 \cdot 820}{2000 + 515} = 0{,}652 \text{ м},$$

вместо $\Delta = 0{.}66$ *м* по графическому способу.

3) Наконец, при расходе $Q = 1\,500$ *м*³/*сек* и при конечной отметке $z_{m+1} = 12{,}65$ *м* имеем:

$$\frac{2N}{Q^2} = \frac{2 \cdot 10^9}{1\,500^2} = 889 \text{ сек}^2/\text{м}^6;$$

$$\Theta(z_{m+1}) = 485 \text{ сек}^2/\text{м}^5; \qquad -\Theta'(z_{m+1}) = 250 \text{ сек}^2/\text{м}^6$$

и потому

$$\Delta = \frac{2 \cdot 485}{889 + 250} = 0{,}852 \text{ м},$$

вместо $\Delta = 0{,}88$ *м* по графическому способу.

Из приведенного выше краткого изложения предлагаемых нами графического и графо-аналогического способа видно, что способы эти не требуют работы по подбору при решении уравнения неравномерного движения в виде (1672) и являются весьма простыми, что в особенности подчеркивается следующими соображениями. Кривые для $\Theta(\bar{z})$, а следовательно — и для $\Theta(z_{m+1})$, а равно и для $\Theta'(z_{m+1})$, раз построенные в условиях данного участка естественного водотока, пригодны при всех расчетных расходах и при различных конечных отметках z_{m+1} на рассматриваемом участке. При нашем графическом способе требуется лишь построение кривых $\Theta(\bar{z})$, которые обычно строятся и при решении уравнения (1672) путем подбора и, таким образом, не составляют какой-либо „дополнительной работы", свойственной именно нашему способу [1]). То же можно сказать и о кривых $\Theta(z_{m+1})$ при нашем графо-аналитическом способе; кривые для $\Theta'(z_{m+1})$, если мы к ним обращаемся при этом способе, строятся без всяких затруднений, при помощи весьма несложных вычислений.

4°. **О построении кривых свободной поверхности в руслах с поймами.** При построении кривых свободной поверхности в руслах с поймами (фиг. 300) можно пользоваться [2]) вышеизложенными (в настоящем параграфе) графическим и графо-аналитическим способами, выражая модуль сопротивления участка F попрежнему по (1716):

$$F = \frac{l}{\overline{K}^2},$$

но помня, что при „составных руслах", какими и являются русла с поймами, модуль расхода $\overline{K}$ определяется формулой:

$$\overline{K} = \overline{K}_{\text{I}} + \overline{K}_{\text{II}} \text{ (при одной пойме)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1739)$$

или

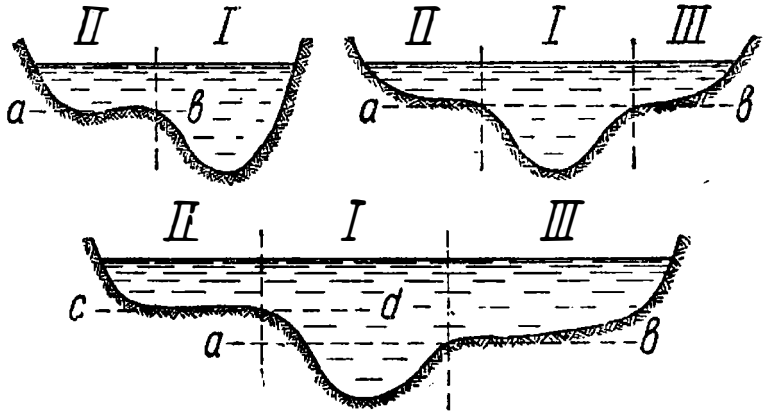
$$\overline{K} = \overline{K}_{\text{I}} + \overline{K}_{\text{II}} + \overline{K}_{\text{III}} \text{ (при двух поймах)}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1740)$$

---

[1]) В связи со сказанным этот способ представляется нам более простым, чем, например, графический способ Н. М. Бернадского („Речная гидравлика, ее теория и методология", том I, 1933, § 9, § 19) или способ американского инженера Лич (Leach, „New Methods for the Solution of Backwater Problems", Eng. News-Record, 1919, Apr. 17; см. также: King, „Handbook of Hydraulics", New York and London, 1929, p. 440).

[2]) Несколько подробнее см. в нашей работе: „О построении кривых свободной поверхности в естественных водотоках", ГИДЭП, 1935 г. — В п. 4° настоящего параграфа предполагается, что разбивка рассматриваемых русел на расчетные участки произведена в соответствии со сказанным в начале § 122.

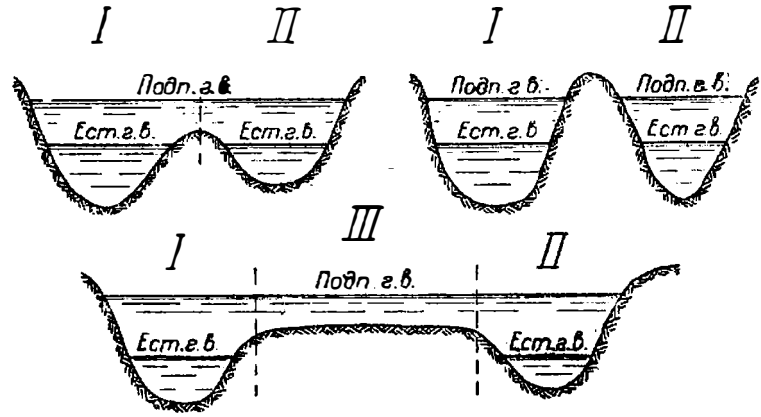
где $\overline{K}_I$ — осредненный модуль расхода главного русла, $\overline{K}_I$ и $\overline{K}_{III}$ — соответственные осредненные модули расхода для пойм [1]). Однако, надо отметить, что тот постулат инвариантности модуля сопротивления, на котором основаны предложенные выше способы, вообще уже не имеет места в области отметок свободной поверхности, близких к отметкам $a-b$ и $c-d$ (фиг. 300). При



Фиг. 300.

таких отметках [2]) приходится решать уравнение (1672) путем подбора, — в основном как указано в § 124 (п. 1°), причем и здесь, разумеется, надо помнить формулы (1739 — 1740) для модуля расхода $\overline{K}$.

В случае построения кривых свободной поверхности на расчетном участке, где имеется бифуркация (раздвоение) русла, ведем расчет как



Фиг. 301.

для русел с поймами, определяя осредненный модуль расхода по формуле (1739) или (1740). На фиг. 301 показаны три примера бифуркации русел и указаны те части, на которые разбивается живое сечение водотока (I-II или I-II-III). Необходимо отметить, что формулы (1739) — (1740) при-

[1]) Об определении величины модулей расхода $\overline{K}_I$, $\overline{K}_{II}$ и $\overline{K}_{III}$ см. сказанное в § 123.

[2]) Это замечание относится и к случаям, показанным далее на фиг. 301.

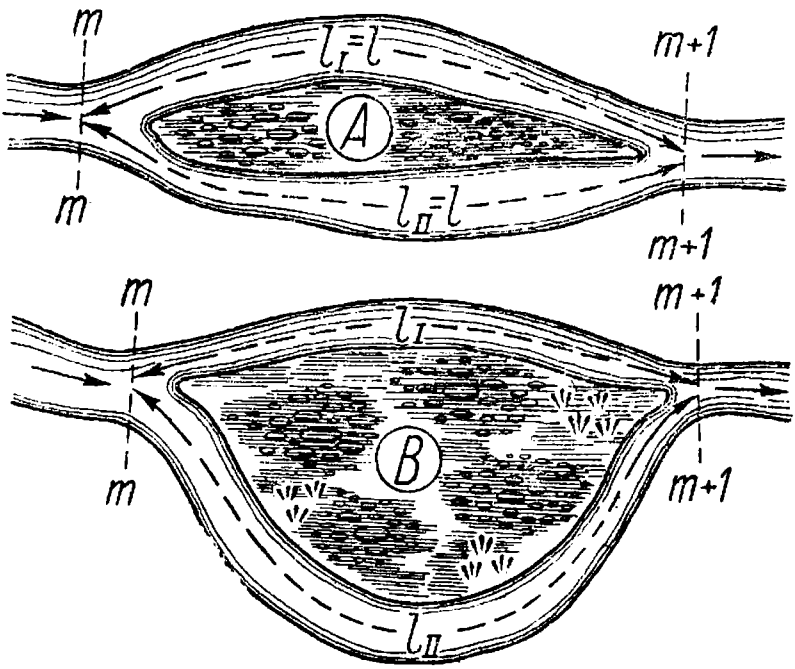
менимы в подобных случаях при условии, что **длины** тех частей (I, II, III), на которые разбивается водоток, примерно одинаковы, как, положим, показано на фиг. 302-А, где $l_I = l_{II} = l$.

Если же (фиг 302-В) имеем, например, что

$$l_I \neq l_{II}, \text{ причем } l_{II} > l_I, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1741)$$

то осредненный модуль расхода $\overline{K}$ вычисляем по формуле:

$$\overline{K} = \overline{K}_I + \overline{K}_{II}\sqrt{\frac{l_I}{l_{II}}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1742)$$



Фиг. 302.

после чего для модуля сопротивления расчетного участка между сечениями „m“ и „$m+1$“ имеем:

$$F = \frac{l_I}{\overline{K}^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1743)$$

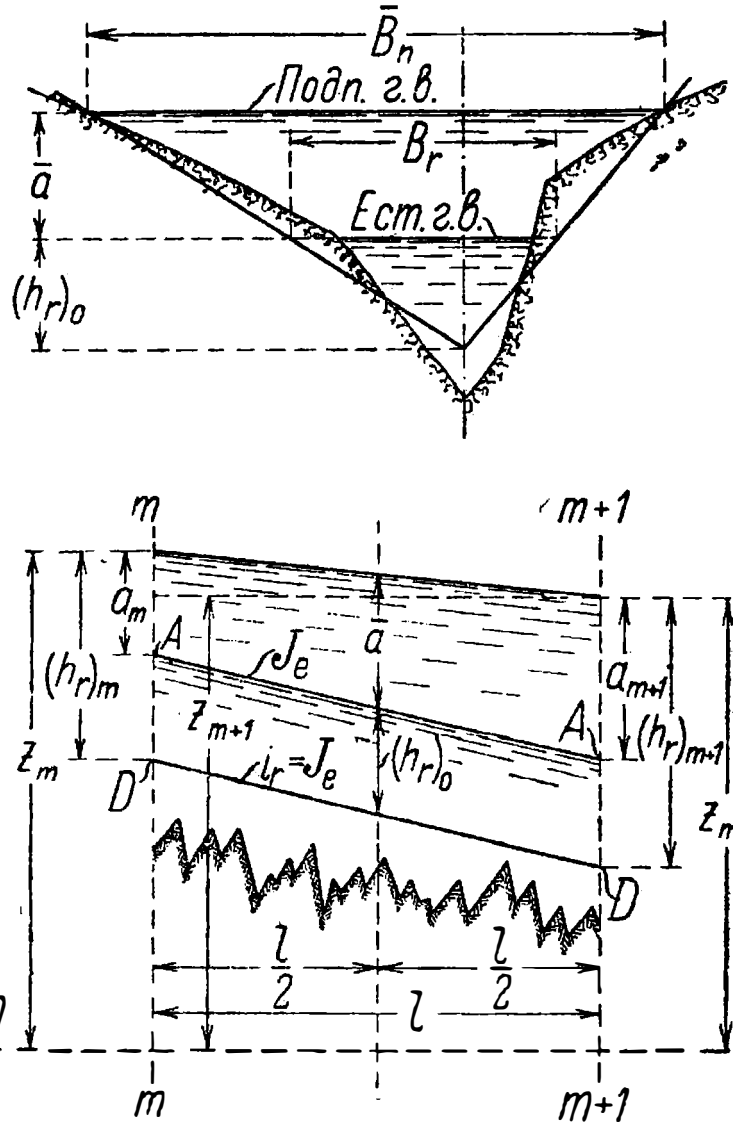
причем подчеркнем, что величиной F по (1743) учитывается **сопротивление того и другого** русла, а не одного первого.

§ 128. Предложения автора по II методу построения кривых свободных поверхностей в естественных водотоках.

Переходим теперь к некоторым нашим предложениям, относящимися к построению кривых свободных поверхностей по II методу, т. е. по методу „приведенного русла“, причем укажем следующие способы: приведение

к треугольному руслу; приведение к несимметричному параболическому руслу; приведение к руслу „степенного" типа.

1°. **Приведение к треугольному руслу**. Как видно из данного выше изложения способа Тольмана (§ 126), последний в качестве „приведенных русел" получает лишь русла прямоугольные и симметричные параболические



Фиг. 303.

(образованные квадратичной параболой). Между тем можно дать и способ „приведения" к руслам некоторых иных форм, что также может иметь практическое значение в тех случаях, когда интересующее нас естественное русло на рассматриваемом участке по своему поперечному профилю более подходит, скажем, к треугольной или иной форме, отличной от предлагаемой Тольманом.

Оставляя в силе основные обозначения, принятые в § 126 (п. 2°), и не повторяя здесь пояснений к ним, для случая приведения к широкому треугольному руслу (фиг. 303) можем написать[1]):

$$Q_p = 0{,}354\, B_r C_r (h_r)_0^{3/2} \sqrt{i_r} \quad \ldots\ldots\ldots (1744)$$

и, кроме того, по свойству треугольника:

$$\frac{B_r}{B_n} = \frac{(h_r)_0}{\overline{a} + (h_r)_0}, \quad \ldots\ldots\ldots (1745)$$

причем в уравнениях (1744) — (1745) величины $\overline{B}_n$ и a можно считать известными, как указано в § 126 (п. 2°). Таким образом, уравнения (1744) — (1745) заключают в себе две неизвестные величины: $(h_r)_0$ и B_r, которые и можем найти, для чего, исключая из этих уравнений B_r, напишем:

$$Q_p = 0{,}354\, \overline{B}_n C_r \cdot \frac{(h_r)_0^{5/2}}{\overline{a} + (h_r)_0} \cdot \sqrt{i_r} \quad \ldots\ldots\ldots (1746)$$

Пользуясь здесь для C_r показательной формулой вида

$$C_r = \frac{1}{n} R^y = \frac{1}{n} (h_r)_0^y,$$

вместо (1746) имеем:

$$Q_p = 0{,}354 \frac{\overline{B}_n}{n} \cdot \frac{(h_r)_0^{2{,}5+y}}{\overline{a} + (h_r)_0} \cdot \sqrt{i_r}, \quad \ldots\ldots\ldots (1747)$$

или

$$Q_p = 0{,}354 \frac{\overline{B}_n}{n} \cdot \frac{(h_r)_0^{\frac{x}{2}}}{\overline{a} + (h_r)_0} \cdot \sqrt{i_r}, \quad \ldots\ldots\ldots (1748)$$

так как для треугольного русла (см. таблицу 147)

$$2{,}5 + y = \frac{x}{2}; \quad \ldots\ldots\ldots (1749)$$

при этом зависимость (1748) дает:

$$\frac{(h_r)_0^{\frac{x}{2}}}{\overline{a} + (h_r)_0} = \frac{0{,}282 n Q_p}{\overline{B}_n \sqrt{i_r}} \quad \ldots\ldots\ldots (1750)$$

Если для некоторого упрощения расчетов принять коэфициент Шези C_r независящим от глубины потока, т. е. равным некоторому среднему значению $C_r \cong C_c$, то вместо (1750) будет:

$$\frac{(h_r)_0^{5/2}}{\overline{a} + (h_r)_0} = \frac{0{,}282\, Q_p}{C_c \overline{B}_n \sqrt{i_r}} \quad \ldots\ldots\ldots (1751)$$

Уравнения (1750) или (1751), в которых правые части известны, решаем относительно искомой величины $(h_r)_0$ графически или последовательным приближением. Дальнейшие действия с „приведенным" треугольным руслом

[1]) См. формулу (492).

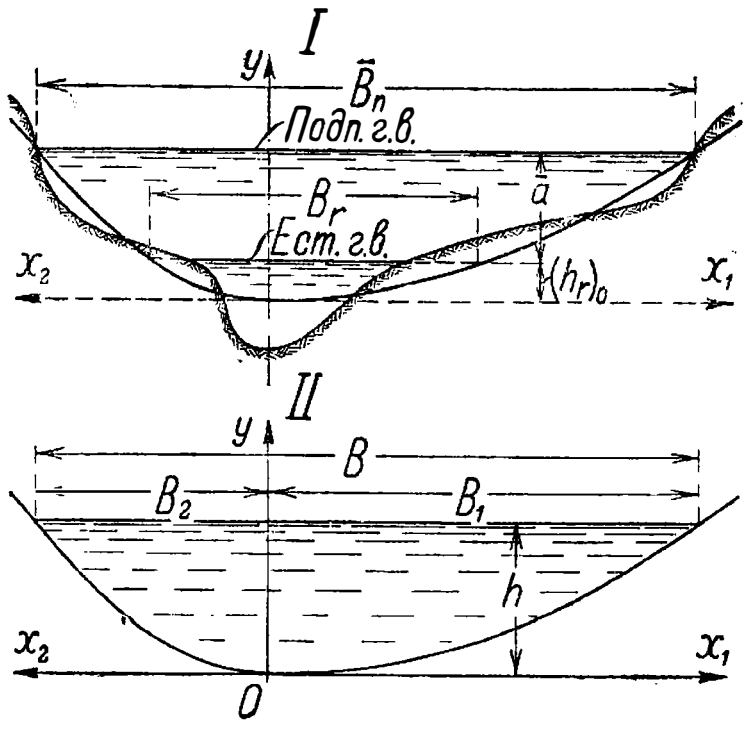
ясны из сказанного в § 126, п. 2°. Заметим лишь, что для треугольных русел гидравлический показатель

$$x = 5 + 2y,$$

как указано в табл. 147. Если для коэфициента Шези примем среднее значение C_c, независимо от глубины воды, то гидравлический показатель $x = 5$.

Все сказанное о приведении к треугольному руслу сохраняет силу как при симметричной, так и при несимметричной форме этого русла, а равно и при различных откосах последнего.

2°. Приведение к несимметричному параболическому руслу. Схема приведения к широкому несимметричному параболическому руслу



Фиг. 304.

показана на фиг. 304-I, причем сечение „приведенного русла" очерчено двумя ветвями различных между собою квадратичных парабол, уравнения которых имеем в виде:

$$\left.\begin{aligned} x_1^2 &= 2p_1 y; \\ x_2^2 &= 2p_2 y, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1752)$$

где p_1 и p_2 — параметры этих парабол. Можно показать, что и при таком несимметричном сечении вышеуказанные уравнения (1705) — (1706) остаются в силе.

В самом деле, если для ясности широкое несимметричное параболическое русло [1]) представить отдельно (фиг. 304-II), то видим, что

$$\omega = \frac{2}{3} B_1 h + \frac{2}{3} B_2 h = \frac{2}{3} Bh; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1753)$$

[1]) Основные формулы (490) — (491) для несимметричного параболического сечения без вывода были даны в главе V, § 52.

далее,

$$\chi \cong B_1 + B_2 = B,$$

а потому

$$R = \frac{\omega}{B} = \frac{2}{3} h, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1754)$$

и при равномерном движении

$$Q = \omega C \sqrt{Ri} = \frac{2}{3} BCh \sqrt{\frac{2}{3} hi} = 0{,}544\, BCh^{3/2} \sqrt{i}, \quad \ldots \quad (1755)$$

т. е. получаем выражение как для симметричной параболы, откуда ясно, что и для несимметричной параболы уравнение (1705) сохраняется. Кроме того, вводя обозначение:

$$P = \frac{2}{3} (\sqrt{2p_1} + \sqrt{2p_2}), \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1756)$$

для ширины по верху B (304-II) имеем:

$$B = B_1 + B_2 = (\sqrt{2p_1} + \sqrt{2p_2}) \sqrt{h} = \frac{3}{2} P \sqrt{h}, \quad \ldots \ldots \quad (1757)$$

откуда ясно, что для несимметричной параболы сохраняется также и уравнение (1706).

Из (1753) и (1757) видим, что для площади живого сечения ω несимметричного параболического русла можно написать еще и такую зависимость:

$$\omega = Ph^{3/2}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1758)$$

а потому для модуля расхода K такого русла (при $\chi \cong B$) будет:

$$K = \omega C \sqrt{R} = PCh^{3/2} \sqrt{\frac{2}{3} h} = 0{,}816\, PCh^2, \quad \ldots \ldots \quad (1759)$$

или, при

$$C = \frac{1}{n} R^y = \frac{1}{n} \left(\frac{2}{3}\right)^y h^y,$$

$$K = \frac{0{,}816\, P}{n} \left(\frac{2}{3}\right)^y h^{2+y}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1760)$$

откуда, имея в виду (1468), находим, что для несимметричного широкого параболического русла гидравлический показатель

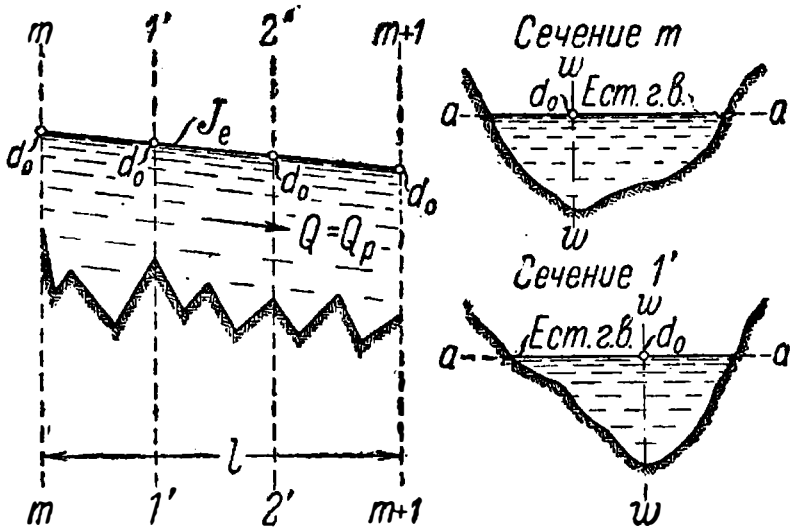
$$x = 4 + 2y,$$

как и для симметричной параболы.

Из сказанного следует, что особого рассмотрения для случая приведения к несимметричному параболическому руслу не требуется, — вполне достаточно того, что было изложено в § 126 (п. 2°, подразделение *б*). Таким образом можно обобщить предложение Тольмана о приведении к параболическому руслу.

3°. Замечания о выборе типа приведенного русла. Останавливаясь на вопросе о том, какие же формы приведенных русел надлежит выбирать при расчете, пользуясь способом Тольмана и теми дополнительными предложениями, которые только что были изложены, — следует, конечно, прежде всего сказать, что „приведенное русло" по своей форме должно по возможности лучше соответствовать действительному руслу. Чтобы получить более или менее удовлетворительное соответствие в этом отношении, пред-

ставляется возможным применять прием „графического наложения“ поперечников действительного русла на общий чертеж, каковой прием в основном выполняется, как было указано в § 126 (п. 3°), но в данном случае поперечные профиля накладываются друг на друга так, чтобы совпадали их точки d_0 (см. фиг. 305) и проходящие через эти точки вертикали $w-w$ (или, что все равно, естественные горизонты воды $a-a$). Поясним, что названные точки d_0 лежат на свободной поверхности водотока, имеющей место в **естественных условиях** при расчетном расходе $Q=Q_p$ и при соответствующем поверхностном уклоне $=J_e$. Для примера на фиг. 305 некоторые из точек d_0 показаны на продольном профиле и двух поперечниках в сечениях m и $1'$. „Наложенные“ друг на друга профиля имеют вид по типу



Фиг. 305.

фиг. 294 (последняя схема), где жирной линией также показан и **осредненный профиль**, для которого здесь особого чертежа не даем.

Получив **осредненный профиль**, мы и можем судить о том, какой тип „приведенного русла“ более всего подходит в интересующем нас случае: прямоугольный, треугольный, параболический (симметричный или несимметричный) и пр. [1]). Заметим еще, что, при недостаточных данных о поперечных профилях рассматриваемого естественного русла, приходится в крайнем случае ориентироваться на какой-либо один поперечник, — при условии, что он достаточно характерен для расчетного участка водотока.

4°. О приведении к степенному руслу. Вопрос о приведении к „степенному“ руслу [2]) мы рассмотрим здесь лишь в связи с приемом „графического осреднения“, о котором было сказано в § 126, п. 3°. Предварительно необходимо изложить некоторые зависимости для степенных русел вообще,

[1]) Можно разработать и приемы „приведения“ к разным другим типам русел, помимо названных здесь.

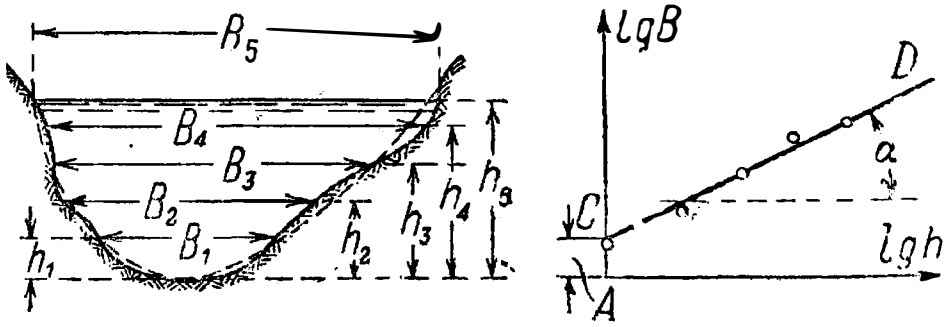
[2]) Понятие о „**степенном**“ русле предложено нами в докладе, сделанном на I Всесоюзном съезде гидравликов и гидротехников (Гидровито) в Москве (1931 г., май), причем были указаны и некоторые приложения этого понятия к вопросам неравномерного движения воды. О степенных руслах подробнее см. в работе: Н. Н. **Павловский**, „Неравномерное движение грунтовых вод (дальнейшее развитие вопроса)“, Ленинград, 1932 г., стр. 20, стр. 57. Из этой работы здесь приводится фиг. 306 и объяснение к ней.

под которыми мы разумеем русла с поперечными сечениями, характеризующимися тем, что ширина их по верху может быть достаточно удовлетворительно выражена зависимостью:

$$B = B'h^t, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1761)$$

где h — глубина русла, t — некоторый показатель степени, B' — ширина русла по верху при глубине $=1$.

Имея какое-либо „неправильное" поперечное сечение, показанное сплошной линией на фиг. 306, построим логарифмическую анаморфозу для ширины по верху B в зависимости от глубины h для этого сечения (фиг. 306, справа), беря глубины (h_1, $h_2 \ldots h_5$) и соответствующие ширины по верху (B_1, $B_2 \ldots B_5$) непосредственно из чертежа данного сечения. При этом, вообще говоря, полученные на анаморфозе точки не ложатся точно на прямую линию,



Фиг. 306.

но все же нередко могут быть „в среднем" охвачены таковою, как и показано на нашем чертеже. Для этой „осредняющей" прямой имеем, очевидно, уравнение:

$$\log B = A + \operatorname{tg}\alpha \cdot \log h, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1762)$$

где начальную ординату A и величину $\operatorname{tg}\alpha$ берем из графика. Логарифмируя, с другой стороны, уравнение (1761), получаем:

$$\log B = \log B' + t \log h \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1763)$$

и, сравнивая с (1762), видим, что

$$\left.\begin{aligned} \log B' &= A; \\ t &= \operatorname{tg}\alpha, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1764)$$

откуда и находим величины B' и t [1]).

Для степенного русла, помимо зависимости (1761):

$$B = B'h^t,$$

имеем:

$$\omega = \int_0^h B\,dh = \frac{B'}{t+1} h^{t+1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1765)$$

[1]) Способ нахождения величины B' и показателя t в зависимости (1761) аналогичен способу, указанному выше в главе VII (§ 82, *в*) при рассмотрении вопроса об опорожнении водохранилищ.

и при больших ширинах по верху (т. е. при $\chi \cong B$)

$$R = \frac{\omega}{B} = \frac{h}{t+1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1766)$$

При этом модуль расхода для таких русел

$$K = \omega C\sqrt{R} = \frac{B' C h^{t+3/2}}{(t+1)^{3/2}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1767)$$

или $\left(\text{при } C = \frac{1}{n} R^y\right)$

$$K = \frac{B' h^{t+y+3/2}}{n(t+1)^{y+3/2}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1768)$$

откуда видим, что гидравлический показатель для широких степенных русел равен

$$x = 3 + 2(t+y) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1769)$$

При равномерном режиме расход Q в этих руслах выражается зависимостью:

$$Q = \frac{B' h_0^{t+y+3/2}}{n(t+1)^{y+3/2}} \cdot \sqrt{i}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1770)$$

где i — уклон дна, h_0 — нормальная глубина. Поэтому, имея в виду (1769), находим:

$$h_0 = \sqrt[\frac{x}{2}]{\frac{nQ(t+1)^{y+1,5}}{B' i^{0,5}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1771)$$

Если, ради упрощения расчета, для коэфициента Шези считается возможным брать некоторое среднее его значение = (положим) C_c независимо от глубины потока, то гидравлический показатель степенного русла будет

$$x = 3 + 2t, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1772)$$

расход

$$Q = \frac{B' C_c h_0^{t+3/2}}{(t+1)^{3/2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1773)$$

и нормальная глубина

$$h_0 = \sqrt[\frac{x}{2}]{\frac{Q(t+1)^{1,5}}{C_c B' i^{0,5}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1774)$$

Обратимся теперь к вопросу о приложении вышеуказанных зависимостей к построению кривых свободной поверхности при применении „графического осреднения“ (§ 126, п. 3°).

Прежде всего, получив осредненный поперечный профиль на расчетном участке (см. жирный контур на фиг. 294), мы должны по условиям этого профиля определить показатель t и величину B', входящую в формулу (1761), как объяснено в начале настоящего пункта (см. фиг. 306). Затем находим приведенный уклон дна i_r, как было указано в § 126 (п. 3°), и определяем для „приведенного“ степенного русла нормальную глубину по формуле (1771)

или (1774), подставляя в эти формулы величину расчетного расхода $Q = Q_p$. Гидравлический показатель x для „приведенного" русла получаем непосредственно по (1769) или (1772), без построения особой логарифмической анаморфозы, в чем заключается упрощение, получаемое в предлагаемом способе, так как анаморфоза по фиг. 306 для определения t и B', конечно, строится легче, чем анаморфоза для определения гидравлического показателя x. Имея, таким образом, необходимые гидравлические элементы „приведенного русла", вычисляем для этого русла кривые свободной поверхности по уравнению (1478) или (1498).

В заключение укажем, что для того, чтобы судить о том, насколько удачно осредненное поперечное сечение расчетного участка выражается сечением степенным, — можно, получив для уравнения (1761) численные значения t и B', построить по этому уравнению соответствующее очертание степенного сечения и затем сравнить его с очертанием осредненного сечения. Впрочем, для этой же цели обыкновенно достаточна уже и сама анаморфоза по фиг. 306, из которой видно, насколько удовлетворительно ложатся имеющиеся точки на прямую линию.

Заканчивая на этом те предложения, которые здесь (§§ 127—128) делаются нами по вопросу о построении кривых свободной поверхности в естественных руслах, отметим, что и в §§ 123—125 частично содержатся некоторые новые предложения, которые, однако, мы не считали рациональным выделять особо, как весьма тесно связанные с изложением материала, приводимого в названных параграфах.

§ 129. Дополнительные указания по вопросам построения кривых свободной поверхности в естественных водотоках.

В §§ 129—130 мы приводим некоторые дополнительные замечания по следующим вопросам, связанным с построением кривых свободной поверхности в естественных водотоках: об определении коэфициентов шероховатости и об интерполяции и экстраполяции их (§ 129); об интерполяции и экстраполяции естественных уровней водотока; о „лимитных" кривых свободной поверхности (§ 130); заключительные замечания (там же).

1°. Об определении коэфициентов шероховатости по данным гидрометрических наблюдений. Следует признать, что наиболее достоверные результаты при построении кривых свободной поверхности в естественных водотоках могут быть получены лишь при условии, что необходимые для расчета коэфициенты шероховатости достаточно освещены непосредственными гидрометрическими исследованиями на рассматриваемом водотоке [1]). При обработке гидрометрических данных, используемых для определения коэфициентов шероховатости, надлежит иметь в виду, что уже и в естественных условиях течение воды в речном русле, вообще говоря, является неравномерным, а потому из уравнения неравномерного движения и следует исходить при обработке названных данных.

Положим, что по таким данным на участке длиною l между сечениями m и $m+1$ (фиг. 307) мы знаем в естественных условиях некоторый расход Q, начальную отметку свободной поверхности z_m и конечную отметку той же поверхности z_{m+1}; тогда известны и величины:

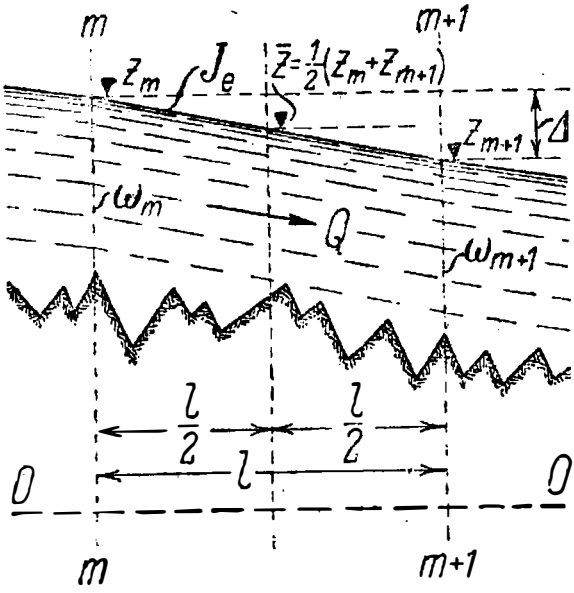
$$\Delta = z_{m+1} - z_m; \quad J_e = \frac{\Delta}{l}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1775)$$

[1]) По поводу „способа $\frac{\Delta}{Q^2}$" см. замечание в § 124, п. 3° (последний абзац).

где Δ — падение свободной поверхности на рассматриваемом участке, J_e — средний поверхностный уклон. Площади живых сечений ω_m и ω_{m+1} при расходе Q мы имеем по данным изысканий.

Далее, полное уравнение неравномерного движения (1656) напишем здесь в виде:

$$H_m - Q^2 \frac{l}{K^2} = H_{m+1}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1776)$$



Фиг. 307.

где, в соответствии с (1657),

$$\left.\begin{aligned} H_m &= z_m + \frac{\xi Q^2}{\omega_m^2}; \\ H_{m+1} &= z_{m+1} + \frac{\xi Q^2}{\omega_{m+1}^2}, \end{aligned}\right\} \quad (1777)$$

причем обозначения пояснены в § 124; там же см. о величине ξ. Из (1776) находим осредненный модуль расхода $\bar{K}$ на рассматриваемом участке:

$$\bar{K} = Q\sqrt{\frac{l}{H_m - H_{m+1}}}, \quad (1778)$$

где в правой части, как нетрудно видеть, все величины известны. Выражение (1778), на основании обозначения (1777), можно также написать в виде:

$$\bar{K} = \sqrt{\frac{l}{\xi\left(\frac{1}{\omega_m^2} - \frac{1}{\omega_{m+1}^2}\right) + \frac{\Delta}{Q^2}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1779)$$

Найдя $\bar{K}$ и помня, что, с другой стороны, $\bar{K} = \bar{\omega}\bar{C}\sqrt{\bar{R}}$, получим осредненное значение коэфициента Шези на участке между сечениями „m“ и „$m+1$“:

$$\bar{C} = \frac{\bar{K}}{\bar{\omega}\sqrt{\bar{R}}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1780)$$

где численные значения осредненных гидравлических элементов потока $\bar{\omega}$ и $\bar{R}$ на данном участке мы можем найти на основании имеющихся материалов изысканий, как указано в § 123 (пп. 1°—3°), при рассматриваемой паре отметок свободной поверхности в естественных условиях z_m и z_{m+1} (фиг. 307). После этого можем обратиться [1]) к определению коэфициента шероховатости n

[1]) При выражении осредненного модуля расхода $\bar{K}$ по способу, указанному в п. 4°, § 123, определение коэфициента шероховатости n следует вести по несколько иным приемам, чем изложено ниже; см. в нашей работе по Гидроэлектропроекту (ГИДЭП): „О построении кривых подпора в естественных водотоках“, 1935 г.

для формулы Гангилье–Куттера или для показательной формулы вида $C=\frac{1}{n}R^y$ [1]).

1) В формуле Гангилье–Куттера

$$\overline{C}=\frac{23+\frac{1}{n}+\frac{0{,}00155}{J_e}}{1+\left(23+\frac{0{,}00155}{J_e}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1781)$$

введем для сокращения письма обозначение:

$$23+\frac{0{,}00155}{J_e}=G, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1782)$$

так что

$$\overline{C}=\frac{\frac{1}{n}+G}{1+\frac{nG}{\sqrt{R}}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1783)$$

откуда имеем квадратное уравнение относительно коэфициента шероховатости n:

$$\overline{C}\left(1+\frac{nG}{\sqrt{R}}\right)=\frac{1}{n}+G \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1784)$$

и, решая это уравнение, получаем:

$$n=\left[\sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2+\frac{1}{a\sqrt{R}}}-\frac{b}{a}\right]\sqrt{R}, \quad \ldots\ldots \quad (1785)$$

где через a и b (величины известные) обозначено:

$$a=\overline{C}G; \quad b=\frac{\overline{C}-G}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1786)$$

2) Применяя показательную формулу вида

$$\overline{C}=\frac{1}{n}R^y,$$

имеем из нее:

$$n=\frac{R^y}{\overline{C}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1787)$$

т. е. значительно более простое выражение, чем при формуле Гангилье-Куттера.

Имея дело с естественными руслами, как и отмечено в главе V, мы пока еще не располагаем достаточными данными для окончательного установления величины показателя y, и здесь можно лишь указать, что, применительно [2])

[1]) О применении существующих эмпирических формул для коэфициента Шези к естественным руслам см. замечания в главе V, § 52.

[2]) Замечания, связанные с применением нашей формулы для C к естественным руслам, см. в главе V, § 52; см. также главу IV, § 40.

к нашей формуле для C при естественных руслах получаются примерно такие значения:

$$y=\frac{1}{5}-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1788)$$

а иногда — и несколько выше. В практических расчетах в настоящее время нередко пользуются формулой Маннинга $\left(y=\frac{1}{6}\right)$ или (реже) формулой Форхгеймера $\left(y=\frac{1}{5}\right)$, причем из этих двух формул последняя, по нашему мнению, предпочтительнее; при более шероховатых руслах значение $y=\frac{1}{4}$, повидимому, лучше, чем $\frac{1}{5}$.

Что касается несколько более подробного подхода к вопросу о выборе величины показателя y, то, за неимением других сколько-нибудь удовлетворительных приемов, мы можем лишь сослаться [1]) на нашу зависимость (308) для этого показателя, по которой

$$y=f(n,\ R), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1789)$$

где вид функции $f(n, R)$ определяется названной зависимостью, которую здесь вновь не выписываем. При (1789) получаем из (1787):

$$n\overline{C}=\overline{R}^{f(n,\ \overline{R})}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1790)$$

откуда

$$f(n,\ \overline{R})\cdot\lg\overline{R}-\lg n=\lg\overline{C}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1791)$$

где величина $\overline{R}$ известна. Поэтому в левой части (1791) имеем лишь функцию от n, которую назовем, положим, $\varphi(n)$, и тогда будет:

$$\varphi(n)=\lg\overline{C}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1792)$$

откуда графически или постепенным приближением можно получить n, а затем и показатель y по (1789). Получив таким образом при нескольких наблюденных расходах Q ряд соответствующих значений коэфициентов n и показателей y, мы и можем остановиться на некоторой средней величине y для нашего расчетного участка водотока, пересчитав затем для этого среднего значения показателя y и величины коэфициента шероховатости n по (1787).

Заканчивая на этом пояснения, относящиеся к определению коэфициента шероховатости n, укажем, что вместо полного уравнения неравномерного движения (1656) на практике нередко пользуются и сокращенным уравнением (1672). Тогда, как нетрудно видеть, вместо (1778) или (1779) будет:

$$\overline{K}=Q\sqrt{\frac{\overline{l}}{\Delta}}=\frac{Q}{\sqrt{\overline{J}_e}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1793)$$

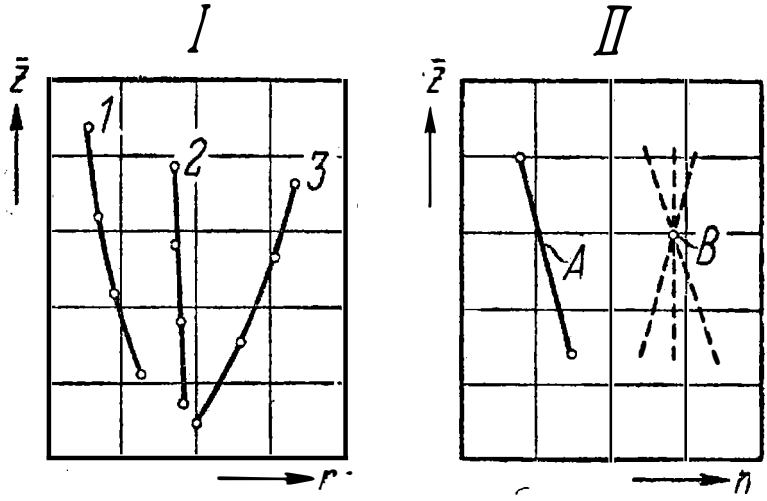
т. е. осредненный модуль расхода $\overline{K}$ находится при этом весьма просто. Дальнейшие расчеты для определения коэфициента шероховатости n остаются без изменения по сравнению с вышесказанным. Обратим внимание на то, что в формуле (1779) по данным наблюдений весьма просто отдельно подсчитать численные значения $\frac{\Delta}{Q^2}$ и $\xi\left(\frac{1}{\omega_m^2}-\frac{1}{\omega_{m+1}^2}\right)$, откуда и будет видно, есть ли

[1]) См. предыдущую сноску.

смысл пользоваться формулой (1779) или же можно обойтись и более простым выражением (1793). Напомним, что при применении способа, указанного в § 124 (п. 3°), вычисление величины коэфициента шероховатости вообще не требуется.

Разумеется, поясненным в предыдущем изложении способом нахождения коэфициента шероховатости n величина эта может определяться при различных естественных режимах водотока, т. е. при различных расходах Q или, что все равно, естественных уровнях на данном участке. При этом каждый раз мы, конечно, находим значение n, осредненное по длине рассматриваемого участка, почему следовало бы коэфициент шероховатости обозначить через $\bar{n}$, но этот знак осреднения мы для простоты письма пропускаем, поскольку и без того ясно, что коэфициент n вообще оценивает среднюю шероховатость русла на той или иной длине водотока.

2°. Об интерполяции и экстраполяции коэфициентов шероховатости. Имея по предыдущему значения коэфициентов шероховатости n на данном



Фиг. 308.

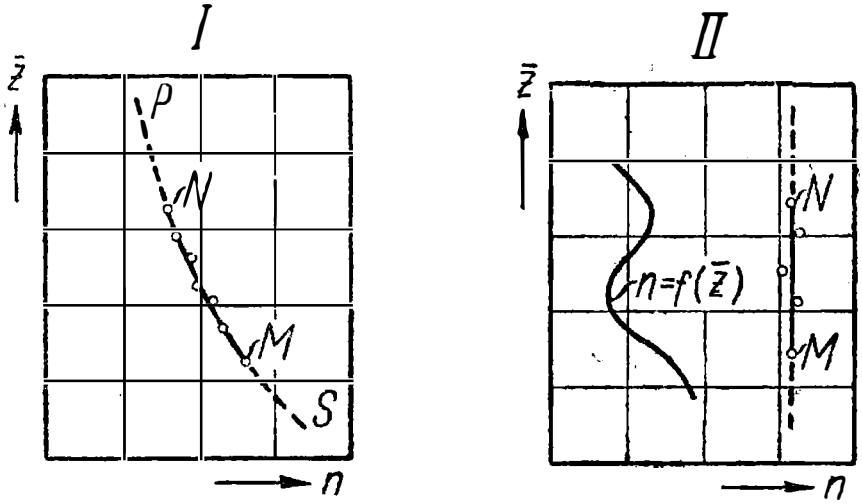
участке для различных естественных уровней реки или, иначе говоря, при различных средних отметках свободной поверхности $\bar{z}$, можем построить кривую зависимости между $\bar{n}$ и $\bar{z}$, как для примера схематически показано на фиг. 308-I, где каждая из кривых дает графическое выражение функции

$$n = f(\bar{z}), \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1794)$$

для нескольких расчетных участков водотока (1, 2, 3 и т. д.). Если эти кривые проведены по нескольким опытным точкам, то для промежуточных отметок $\bar{z}$ соответствующие значения коэфициента шероховатости n легко находятся по интерполяции. Если же имеются только две опытные точки (фиг. 308-II), то между ними можем провести лишь прямую линию A для выражения функции $n = f(\bar{z})$, что, разумеется, несколько условно. При одной опытной точке B (фиг. 308-II) мы не имеем возможности применить интерполирование, и здесь приходится говорить уже об экстраполяции.

Экстраполяция значений коэфициентов шероховатости встречается, конечно, не только при наличии одной опытной точки B, но также и в случае, когда для расчетов мы должны принять те или иные значения коэфициента n за пределами некоторой совокупности опытных точек $M — N$,

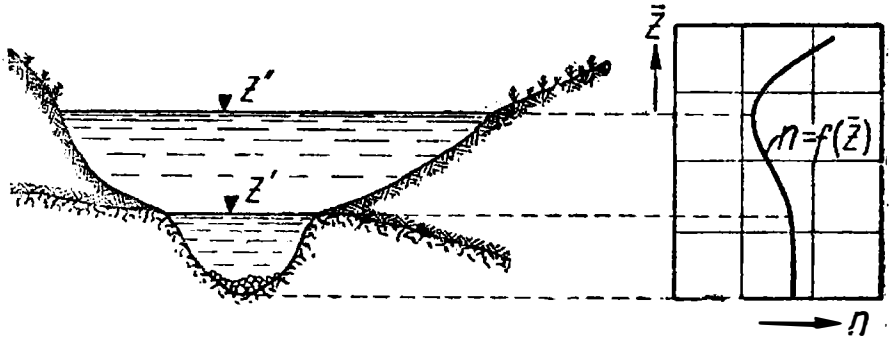
как, например, указано на фиг. 309-I. Когда эти опытные точки ложатся на более или менее плавную кривую, то, подобрав уравнение последней, по тому же уравнению строим и кривую для $n = f(z)$ вне опытных точек, т. е. на участке $N — P$, а также, если нужно, и на участке $M — S$; при небольшом диапазоне экстраполяции кривую $M — N$ можно продолжить (экстраполиро-



Фиг. 309.

вать) и просто графически. Этими приемами, конечно, не исключается некоторая (а иногда — и значительная) условность получаемых результатов. В частных случаях опытные точки могут ложиться на осредненную вертикальную прямую $M — N$ (фиг. 309-II), которая при этом и продолжается за пределы точек M и N.

Прием экстраполяции значений коэфициентов шероховатости n особенно условен в случаях сложного вида опытной кривой $n = f(z)$, каковой, напри-



Фиг. 310

мер, показан на фиг. 309-II, а также на фиг. 310, где слева приведена и схема поперечного сечения соответствующего русла. Это последнее в данном примере характеризуется тремя „ступенями“: ниже уровня z' здесь имеем каменистое русло, между уровнями z' и z'' — песчано-глинистую часть русла, выше же уровня z'' начинаются, положим, заросли кустарника. На этой схеме достаточно наглядно демонстрируется, почему в естественных руслах

коэфициент шероховатости n с глубиной изменяется иногда весьма заметно, между тем как в правильных руслах (каналах), устраиваемых в однородном грунте или покрываемых однородной одеждой, коэфициент шероховатости сравнительно весьма мало зависит от глубины наполнения.

При одной опытной точке B (фиг. 308-II) проще всего, конечно, экстраполировать значения коэфициента шероховатости n в виде вертикальной прямой, проведенной через названную точку B. Несомненная условность такого приема иногда может быть несколько уменьшена путем придания указанной прямой некоторого наклона в ту или другую сторону (см. фиг. 308-II) в связи с той тенденцией [1]) в изменении коэфициента шероховатости, которую примерно можно себе представить путем внимательного обозрения поверхности русла (поскольку это практически выполнимо) и путем дальнейшего сопоставления характера этой поверхности с имеющимися в литературе таблицами значений коэфициентов шероховатости, примерами, наблюденными на других реках, и пр. Подобного рода сопоставления могут иногда несколько помочь и в других случаях экстраполяции значений коэфициента шероховатости, но надо заметить, что известная удача такого вспомогательного приема в сильной степени зависит от практической опытности инженера-проектировщика в отношении умения его визуально, хотя бы грубо примерно, оценивать степень шероховатости русла той или иной конкретной реки.

Последние замечания следует повторить и по поводу того случая, когда по коэфициенту шероховатости данного естественного водотока мы вовсе не имеем результатов гидрометрических наблюдений и когда, волей-неволей, приходится обращаться лишь к косвенной оценке значений коэфициента n, пользуясь, например, некоторыми указаниями, приведенными в главе V (§ 52) и другими подобными материалами.

Подчеркнем здесь, что экстраполяция более или менее допустима лишь по отношению к коэфициенту шероховатости, что же касается применяемой иногда в практических расчетах экстраполяции коэфициента Шези C и величин $\overline{K}$, $\overline{K}^2$, $\frac{l}{\overline{K}^2}$ и т. п., то, вообще говоря, такая экстраполяция, по нашему мнению, не может быть рекомендована.

§ 130. Продолжение

Обратимся теперь к вопросу об интерполяции и экстраполяции естественных уровней водотока, а затем к вопросу о „лимитных кривых подпора", продолжая нумерацию пунктов, начатую в предыдущем параграфе.

3°. Интерполяция и экстраполяция естественных уровней водотока. Если мы желаем получить продольный профиль потока в естественных условиях при таком расходе $Q =$ (положим) Q_x, для которого нет непосредственных гидрометрических данных, но который все же заключен в пределах наблюденных расходов, то для расхода Q_x необходимо произвести интерполяцию тех естественных уровней, данными о коих мы располагаем; если же нас интересует естественный продольный профиль при расходе Q_x, лежащем вне пределов наблюдений, то мы приходим к вопросу об экстраполяции уровней, каковой, конечно, связан с большей или меньшей условностью получаемых результатов.

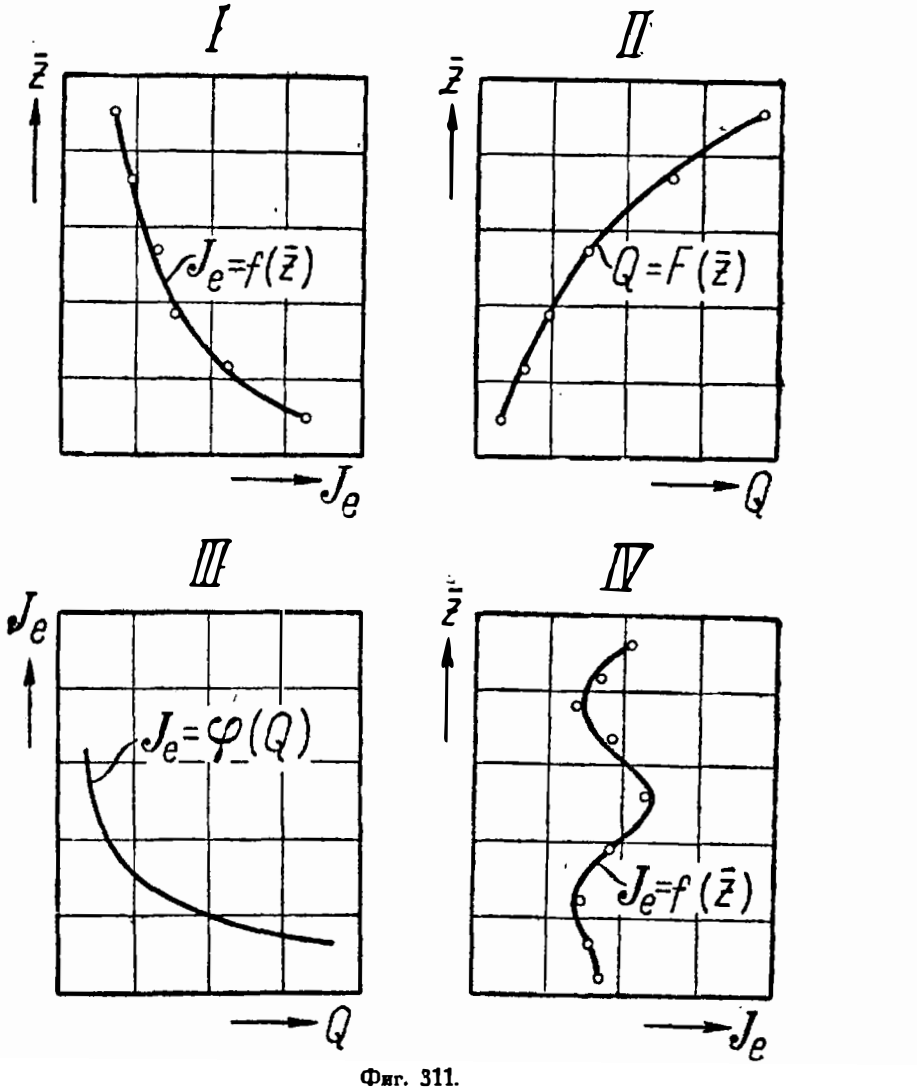
---

[1]) Чаще коэфициент шероховатости несколько уменьшается с увеличением глубины естественного водотока, но это отнюдь не является правилом, — особенно в руслах, имеющих поймы

А. Интерполяция. Имея по гидрометрическим данным на рассматриваемом участке ряд естественных уровней при уклонах $J_e = J', J'', J'''$ и т. д., средние отметки свободной поверхности $\bar{z} = \bar{z}', \bar{z}'', \bar{z}''' \ldots$ и соответствующие расходы $Q = Q', Q'', Q''' \ldots$, можем построить кривые (фиг. 311, I-II), графически выражающие следующие функциональные зависимости:

$$J_e = f(\bar{z}); \quad \ldots \quad (1795)$$

$$Q = F(\bar{z}), \quad \ldots \quad (1796)$$



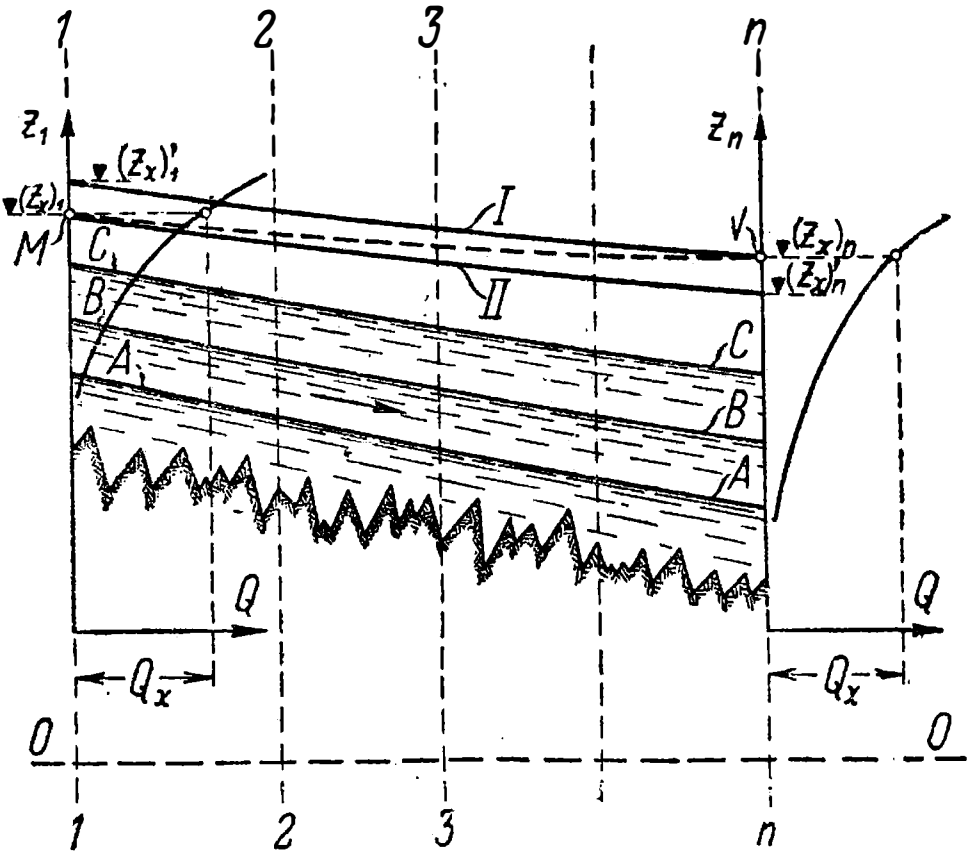
Фиг. 311.

после чего для интересующего нас расхода $Q = Q_x$ по кривой (1796) находим отметку $\bar{z}$ и затем по кривой (1795) соответствующий естественный уклон J_e, чем и определяется естественный уровень водотока при расходе $Q = Q_x$. Одну из указанных кривых (удобнее — первую из них) можно заменить кривой, выражающей непосредственную связь между Q и J_e (фиг. 311-III):

$$J_e = (\text{положим}) \varphi(Q), \quad \ldots \quad (1797)$$

причем, интерполируя, по кривой (1797) находим J_e для расхода $Q = Q_x$, а по одной из кривых (1795)—(1796) среднюю отметку свободной поверхности водотока $\bar{z}$.

Заметим, что иногда вместо сравнительно плавной кривой для $J_e = f(\bar{z})$, схема коей была указана на фиг. 311-I, по данным наблюдений мы можем встретиться и с кривой менее „спокойной" или даже весьма „извилистой", что иллюстрируется схемой на фиг. 311-IV. Впрочем, советуем в таких случаях прежде всего производить проверку как исходного материала, так и его обработки для некоторых наиболее резко выделяющихся точек графика.



Фиг. 312.

Б. Экстраполяция. Из случаев, встречающихся при экстраполяции естественных уровней, рассмотрим здесь вкратце следующие, считая нелишним снабдить их и подходящей, на наш взгляд, терминологией.

а) Случай интер-экстраполяции представлен на фиг. 312, где на концах некоторой части водотока, разбитого на ряд расчетных участков, имеем данные для построения кривых расхода, выражающих связь между отметками свободной поверхности в крайних сечениях и величинами соответствующих этим отметкам расходов в естественных условиях; между этими крайними сечениями имеем ряд наблюденных уровней, — однако, лишь при расходах $Q < Q_x$, где Q_x есть тот расход, для которого мы желаем

найти естественный уровень на рассматриваемой части водотока. Здесь приходится вести, так сказать, интер-экстраполяцию, т. е., с одной стороны, интерполировать между сечениями 1—1 и n—n, а с другой— экстраполировать выше наблюденных уровней $A-A$, $B-B$, $C-C$.

Останавливаясь для каждого из отдельных участков (1-2, 2-3 и т. д.) на тех или других значениях коэфициента шероховатости при отметках выше уровня $C-C$ (см. п. 2° предыдущего параграфа), по соответствующим кривым расхода для $Q=Q_x$ определяем в конечном сечении $n-n$ соответствующую отметку свободной поверхности $z_n=(z_x)_n$. Исходя из этой отметки, строим кривую свободной поверхности (I), ведя расчет против течения и пользуясь теми способами, которые были изложены выше; при этом приходим к начальному сечению 1-1 с некоторой полученной по расчету отметкой равной (положим) $(z_x)_1'$, которая, конечно, будет несколько отличаться от отметки $(z_x)_1$, отвечающей расходу $Q=Q_x$ по кривой расхода для сечения 1-1, т. е. получим некоторую невязку в определении начальной отметки. Строя затем кривую свободной поверхности (II) вниз по течению, начиная от отметки $(z_x)_1'$, получаем невязку в определении конечной отметки в сечении $n-n$. Если указанные невязки отметок сравнительно приемлемы, то кривую свободной поверхности при расходе Q_x можем провести, как некоторую среднюю [1]) между полученными кривыми I и II (см., например, на фиг. 312 пунктирную линию $M-N$); если же желаем уменьшить невязки первого построения, то следует пересмотреть значения коэфициентов шероховатости, принятые для различных участков выше уровня $C-C$ (фиг. 312), и вновь произвести построения кривых свободной поверхности, аналогично двум первым кривым I и II. После нескольких попыток можно получить достаточно удовлетворительный результат. Такой прием служит не только для построения естественных уровней на различных участках, но и для некоторого контроля тех значений коэфициента шероховатости, которые мы по экстраполяции принимаем (см. п. 2°, § 129) при отметках свободной поверхности выше уровня $C-C$.

б) Продольной экстраполяцией при построении естественных уровней назовем тот случай построения их, который можно представить себе по той же фиг. 312, но при условии, что имеются не две граничных, а только одна кривая расходов — либо для начального, либо для конечного сечения рассматриваемой части естественного водотока. При этом можем построить лишь одну кривую свободной поверхности (I или II, фиг. 312), которую уже нет возможности контролировать вышеуказанным путем увязки отметок в крайних сечениях, а потому в данном случае нам и приходится ограничиться лишь первым построением и притом—„бесконтрольным". Таким образом, от сечения $n-n$, идя против течения, или от сечения 1-1, идя по течению, мы имеем здесь чистую экстраполяцию естественных уровней вдоль потока. Конечно, тот же случай продольной экстраполяции имеет место и при условии, что на рассматриваемой части естественного водотока мы располагаем одной кривой расходов не в крайнем, а в каком-либо промежуточном сечении [2]).

в) Высотная экстраполяция. Если на рассматриваемой части реки мы не имеем даже и одной кривой расходов для какого-либо поперечного сечения, то экстраполяцию естественных уровней на каждом из рассматриваемых участков приходится вести уже по другому приему, который мы назовем „высотной экстраполяцией".

---

[1]) В подробности здесь не входим.

[2]) Отметим, что продольную экстраполяцию можно в некоторой мере комбинировать с экстраполяцией высотной, о которой сказано ниже.

Прежде всего надо убедиться, насколько данный участок водотока является **однотипным** по своим гидравлическим свойствам при расходах

$$Q_x > (Q_н)_{max},$$

где $(Q_н)_{max}$ есть наибольший наблюденный расход, Q_x — тот расход, для которого мы желаем найти экстраполированный естественный уровень водотока. Для суждения о степени указанной однородности полезно построить кривую

$$\overline{K} = (\text{положим})\ \psi(\bar{z}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1798)$$

при отметках

$$\bar{z} > (\bar{z}_н)_{max},$$

где $(\bar{z}_н)_{max}$ — наибольшая наблюдаемая средняя отметка свободной поверхности на данном участке водотока, и сравнить названную кривую с тою частью кривой $\overline{K}$, которую можно получить для **наблюденных** отметок $\bar{z} < (\bar{z}_н)_{max}$. Что касается самого построения кривой $\overline{K} = \psi(\bar{z})$, то для наблюденных отметок вычерчиваем ее, конечно, по зависимости

$$\overline{K} = \frac{Q}{\sqrt{J_e}},$$

как показано **сплошной** линией на фиг. 313-I; для **пунктирной** части кривой, т. е. для отметок $\bar{z} > (\bar{z}_н)_{max}$, вычисляем [1]) значения $\overline{K}$ при различных $\bar{z}$, как было указано в § 123 (пп. 1°—3°), учитывая кроме того зависимость (1669).

Если экстраполированная (пунктирная) часть кривой $\overline{K}$ достаточно плавно сопрягается со сплошной частью кривой (фиг. 313-I), построенной по наблюденным точкам, то гидравлические свойства данного участка водотока можно считать достаточно однородными при различных отметках свободной поверхности $\bar{z}$, что дает некоторое право экстраполировать и кривую $J_e = f(\bar{z})$, как показано пунктиром на фиг. 313-II. Экстраполяцию кривой естественных уклонов J_e производим либо визуально-графически (при небольшом диапазоне экстраполяции), либо подбирая уравнение кривой $J_e = f(\bar{z})$ в области отметок $\bar{z} \leqslant (\bar{z}_н)_{max}$ и пользуясь этим же уравнением для пунктирной (экстраполированной) части кривой.

Имея экстраполированную (пунктирную) кривую для $\overline{K}$ и J_e, задаемся некоторыми значениями средней отметки $\bar{z} = (\text{положим})\ \bar{z}', \bar{z}'', \bar{z}''' \ldots$ и находим по соответствующим кривым отвечающие этим отметкам значения J_e и $\overline{K}$:

$$\left.\begin{aligned} &J_e = J_e', J_e'', J_e''' \ldots; \\ &\overline{K} = \overline{K}', \overline{K}'', \overline{K}'' \ldots, \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1799)$$

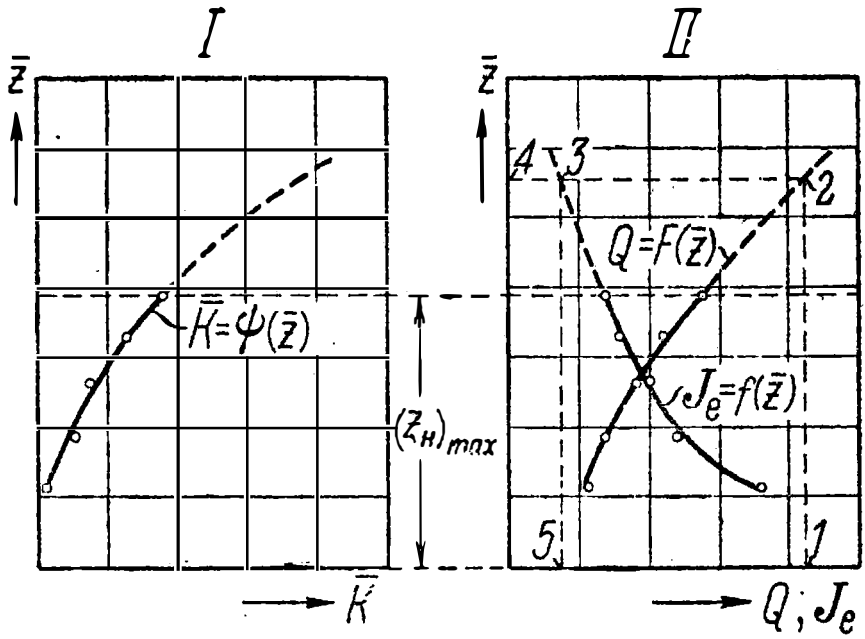
после чего определяем соответствующие величины расходов:

$$\left.\begin{aligned} &Q' = \overline{K}' \sqrt{J_e'}; \quad Q'' = \overline{K}'' \sqrt{J_e''}; \\ &Q''' = \overline{K}''' \sqrt{J_e'''} \text{ и т. д.,} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1800)$$

[1]) При этом о коэфициентах шерохозатости см. в п. 2°, § 129.

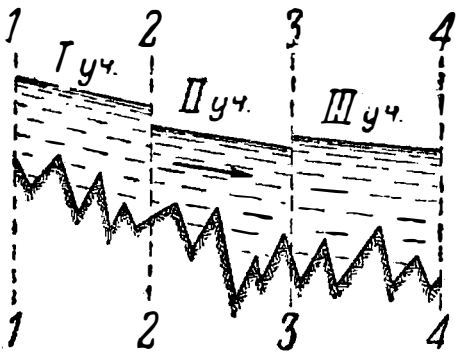
а следовательно, можем построить и в области экстраполяции вышеуказанную кривую (1796) для $Q = F(\bar{z})$, как и отмечено пунктиром на фиг. 313-II.

Располагая экстраполированными кривыми: $J_e = f(\bar{z})$ и $Q = F(\bar{z})$ и беря интересующий нас расход $Q_x > (Q_н)_{max}$, построением 1 — 2 — 3 — 4 (см. фиг. 313-II) находим соответствующую этому расходу отметку $\bar{z}$, а построением 1 — 2 — 3 — 5 (см. ту же фигуру) — величину соответствующего уклона



Фиг. 313.

свободной поверхности J_e, чем и определяется экстраполированный естественный уровень при расходе Q_x. Полученные таким путем отдельные естественные уровни на различных участках водотока при одном и том же режиме последнего, вообще говоря, могут давать те или иные высотные не вязки в пограничных сечениях (см., например, фиг. 314), а потому уровни эти приходится подвергать некоторому графическому осреднению на длине рассматриваемой части водотока. Еще лучше, конечно, получив отдельные не вязки уровней на различных участках, пересмотреть значения коэфициентов шероховатости, принятые при первом расчете, и вновь произвести экстраполяцию уровней, как было указано, что должно дать уже более увязанную экстраполяционную картину кривой свободной поверхности на рассматриваемой части реки в естественных условиях.



Фиг. 314.

Указанный способ высотной экстраполяции естественных уровней, как мы видели (фиг. 313-II), требует соответствующей экстраполяции кривой

$J_e = f(\bar{z})$, причем кривая эта, конечно, должна быть достаточно определенно выражена в области наблюденных точек, т. е. при отметках $\bar{z} \leqslant (\bar{z}_н)_{max}$. В связи с этим полезно напомнить, что названная кривая получает более определенный характер, вообще говоря, главным образом при сравнительно высоких отметках свободной поверхности; при таких отметках естественные уклоны J_e иногда стремятся даже к некоторому постоянному значению $J_e = J_{const}$, уже не зависящему от отметки свободной поверхности $\bar{z}$, и тогда экстраполяция кривой $J_e = f(\bar{z})$ становится, конечно, достаточно ясной. Наоборот, при „капризном" характере кривых $J_e = f(\bar{z})$ в области наблюденных точек, как, например, на фиг. 311-IV, экстраполяция подобных кривых за пределы наблюдений, в сущности, уже не имеет смысла.

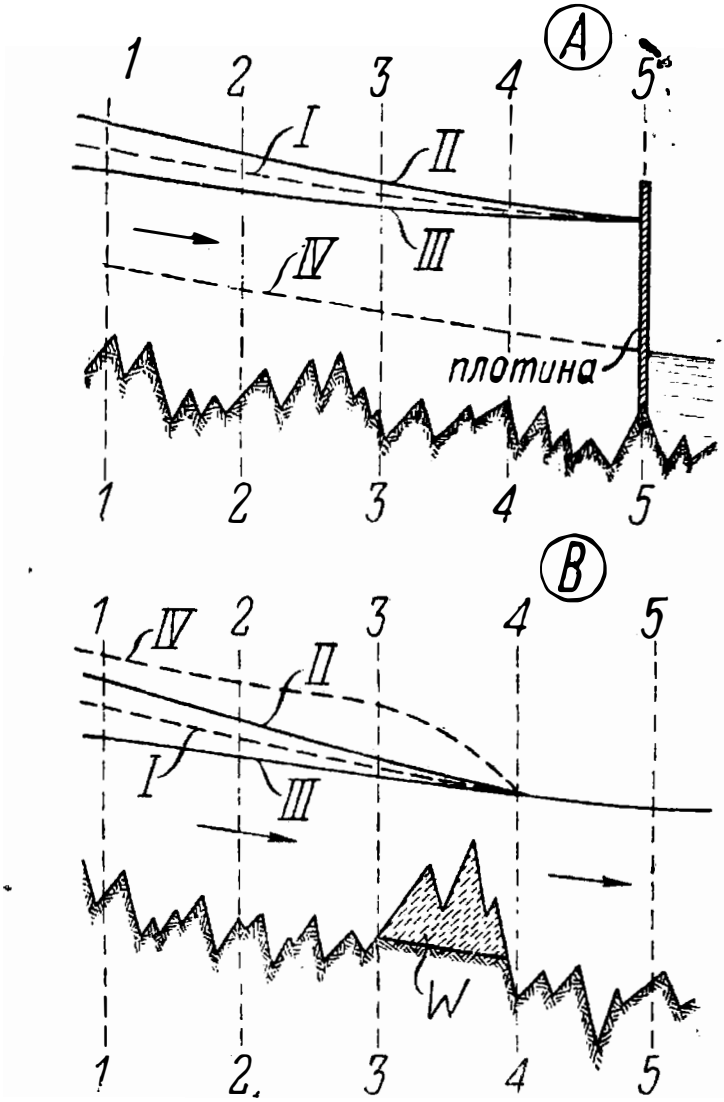
Приведенными выше соображениями об экстраполяции естественных уровней мы здесь и ограничимся, не касаясь других возможных способов, которые, скорее, относятся уже к области гидрометрии.

4°. О „лимитных" кривых свободной поверхности. Как можно видеть из всего вышеизложенного, для достоверного построения кривых свободной поверхности в естественных руслах нужно иметь весьма обстоятельные и подробные данные изысканий, характеризующие гидравлические свойства рассматриваемого водотока. В этом отношении далеко не все естественные водотоки изучены с желательной полнотой; с другой стороны, надо иметь в виду, что постановка и производство надлежащих гидрометрических и топографических исследований на реках для целей построения кривых подпора требует обычно затраты как больших денежных средств, так и значительного времени. Наконец, нельзя не отметить еще, что в гидротехнической практике нередки случаи, когда та или иная сооружаемая плотина должна поднять уровень в реке до весьма высоких проектных отметок, которых свободная поверхность реки в естественных условиях не достигает даже при наибольших расходах, а потому ясно, что гидравлические свойства русла при таких проектных отметках не могут быть изучены заранее никакими непосредственными гидрометрическими наблюдениями.

При только что очерченных условиях вполне естественно, что инженеру-проектировщику в той или другой части его работы по построению кривых свободной поверхности иногда приходится исходить из недостаточно полных, несколько неопределенных, не вполне проверенных, не во всем увязанных данных. Тогда весьма важно получить не только ту кривую свободной поверхности, которую проектировщик считает за наиболее достоверную, но также и две „лимитные" (предельные) кривые, из которых одна является наиболее повышенной, другая — наиболее пониженной. Для получения таких лимитных кривых следует производить соответствующую группировку имеющихся материалов изысканий, беря при этом для некоторых „сомнительных" или недостаточно достоверных исходных гидравлических элементов русла как их верхнее, так и нижнее значения и, разумеется, не допуская в этом отношении излишних преувеличений или преуменьшений. При этом, между прочим, полезно иметь в виду, что проектные кривые свободной поверхности, при данном расчетном расходе Q, располагаются тем „выше" —

а) чем больше коэфициент шероховатости, принимаемый при расчете;
б) чем меньше расчетное поперечное сечение водотока;
в) чем больше нормальная глубина „приведенного русла" (II метод построения кривых свободной поверхности);
г) чем меньше гидравлический показатель „приведенного русла" в случае кривых подпора (типа A_1) и чем больше этот показатель в случае кривых спада (типа B_1).

Для наглядности на фиг. 315 показаны две схемы „лимитных кривых": для случая построения кривой подпора, обусловленной устройством плотины (схема А), и для случая проектной кривой свободной поверхности естественного водотока, в котором предполагается расчистка W русла в пределах, положим, от сечения 3 до сечения 4 (схема В). На той и другой схеме кривая I представляет кривую свободной поверхности в средних расчетных



Фиг. 315.

условиях, II — наиболее повышенную кривую (верхняя граница), III — наиболее пониженную кривую (нижняя граница), IV — кривая свободной поверхности при том же режиме в естественных условиях, т. е. до постройки плотины или до производства расчистки W. Отметим, что при недостаточности исходных данных кривая I не всегда может быть построена, и тогда для проектных условий остаются лишь две лимитные кривые свободной поверхности

II и III. Вполне ясно, что лимитные кривые могут иметь весьма существенное значение для различных водно-хозяйственных и гидротехнических выводов.

5°. Заключительные замечания. В заключение сделаем несколько замечаний о выборе того или другого способа для построения кривых свободной поверхности в естественных водотоках,—из числа тех способов, которые рассмотрены выше в §§ 124—128.

1) Прежде всего отметим, что I м е т о д (применение основного диференциального уравнения неравномерного движения), как непосредственно учитывающий гидравлические свойства русла, при наличии необходимых материалов изысканий заслуживает, на наш взгляд, п р е д п о ч т е н и я п е р е д II м е т о д о м, при котором вводится в рассмотрение „приведенное русло" вместо русла действительного.

2) Из способов, относящихся к области I м е т о д а, относительно лучшим теоретически можно признать тот „о б щ и й с п о с о б", который приводится в § 124 (п. 1°) и который не связан с „постулатом инвариантности" (см. п. 2°, § 124). Однако, этот „общий способ" требует на производство подсчетов весьма значительной затраты труда и времени и потому, вообще говоря, н е м о ж е т б ы т ь п р и з н а н основным рабочим способом для практики.

3) Р а б о ч и м и с п о с о б а м и, достаточными во многих случаях практики, являются способы, базирующиеся на „п о с т у л а т е и н в а р и а н т н о с т и" модуля сопротивления (§ 124, пп. 2°—3°; § 127). При этом способ подбора, изложенный в § 124 (п. 2°), казалось бы, можно считать устаревшим, поскольку, напр., предлагаемые нами [1]) графический и графо-аналитический способы (§ 127) проще решают задачу.

4) Из трех способов, рассмотренных выше в области II м е т о д а (§§ 125–126, § 128), основным рабочим способом нам представляется с п о с о б Т о л ь м а и а с теми дополнениями, которые предложены в § 128 (пп. 1°—3°); к этому способу приходится обращаться, если не имеется материалов изысканий, достаточных для применения способов, названных в предыдущем пункте настоящего заключения.

5) Из двух других способов (рассмотренных нами в области II м е т о д а) способ, основанный на „п о к а з а т е л ь н о м з а к о н е" (§ 126), в общем требует весьма подробных данных, и в полной форме мы не видим оснований предпочитать его способам, относящимся к I методу. Наконец, что касается „с п о с о б а г р а ф и ч е с к о г о о с р е д н е н и я", то его лишь ориентировочное значение достаточно отмечено в § 126 (п. 3°).

---

[1]) Отметим, что эти способы можно развить и для того случая, когда расчет ведется с учетом влияния изменения скоростных напоров.

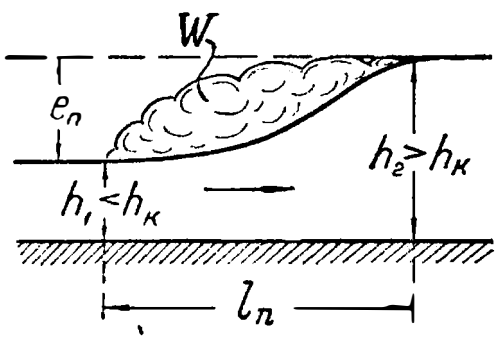
ГЛАВА X.

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЫЖОК И СОПРЯЖЕНИЕ БЬЕФОВ.

А. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЫЖОК.

§ 131. Гидравлический прыжок в призматическом (цилиндрическом) русле.

Гидравлический прыжок в открытом русле есть весьма резкий переход от глубины $h_1 < h_k$ к глубине $h_2 > h_k$ (фиг. 316), причем переход этот имеет место на сравнительно небольшой длине l_n, называемой длиной прыжка; в пределах этой длины основной поток покрывается так называемым „поверхностным вальцом“ W (водоворотная область). Глубины h_1 и h_2 до и после прыжка называются взаимными (или сопряженными); если нужно подчеркнуть каждую из них, то h_1 именуется первой взаимной глубиной, h_2 — второй. Разность взаимных глубин



Фиг. 316.

$$e_n = h_2 - h_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1801)$$

называется высотой прыжка.

1°. Основное уравнение. Не входя здесь в рассмотрение физической стороны вопроса о гидравлическом прыжке, приведем (без доказательства) следующее основное уравнение прыжка для любого призматического (цилиндрического) русла с горизонтальным дном или с малым его уклоном (фиг. 317):

$$\frac{\alpha Q^2}{g\omega_1} + \omega_1 z_c' = \frac{\alpha Q^2}{g\omega^2} + \omega_2 z_c'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1802)$$

где z_c' и z_c'' суть глубины погружения центров тяжести C_1 и C_2 сечений ω_1 и ω_2, прочие же обозначения понятны без пояснений. При данном расходе и форме русла, левая и правая части уравнения (1802) суть функции лишь от соответствующих глубин, а потому, введя обозначение:

$$\frac{\alpha Q^2}{g\omega} + \omega z_c = \Pi(h) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1803)$$

вместо (1802) можно написать

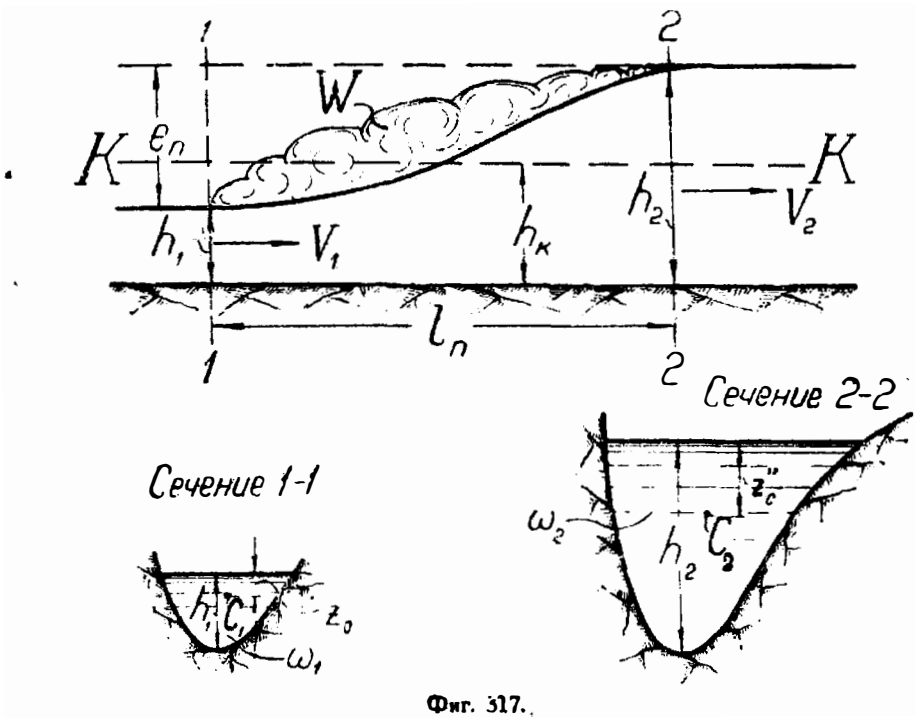
$$\Pi(h_1) = \Pi(h_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1804)$$

где функцию $\Pi(h)$, по предложению проф. Бахметева, будем называть прыжковой функцией.

Что касается коэфициента α, входящего в уравнение (1802) и в зависимость (1803), то мы ограничимся здесь лишь указанием о том, что в практи-

ческих расчетах значение названного коэфициента берется в пределах от 1,1 до 1,0; обычно считают либо $\alpha = 1{,}1$, либо $\alpha = 1{,}0$. Первое значение совпадает с численной величиной того корректива α, который принимается в выражениях для скоростного напора, критической глубины и пр. Отметим, что американские гидравлики чаще считают $\alpha = 1$; в СССР, пожалуй, более принятым значением является $\alpha = 1{,}1$. Вопрос о теоретическом обосновании тех или иных значений α весьма труден и до настоящего времени мало освещен.

Основное уравнение гидравлического прыжка в виде (1802) или (1804), выражающее связь между взаимными глубинами, позволяет найти одну из



Фиг. 317.

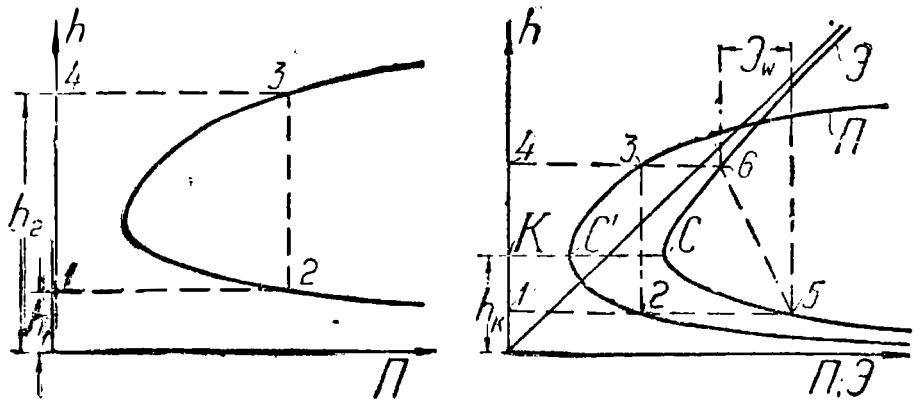
глубин прыжка, если известна другая, причем кроме того надо знать расход Q и форму поперечного сечения русла. Уравнение (1802) или (1804) удобно решать графически: строим при расходе Q для данного русла график функции $\Pi(h)$, определяемой по (1803), задаваясь различными значениями h и вычисляя соответствующие значения функции $\Pi(h)$, причем h откладываем по оси ординат, $\Pi(h)$ — по оси абсцисс (фиг. 318). Имея такой график и зная одну из глубин (положим, h_1), проводим горизонтальную линию 1—2, затем — вертикальную линию 2—3 и легко находим h_2, читая это значение по оси ординат (см. точку 4, находящуюся на пересечении горизонтальной линии 3—4 и оси ординат).

Можно показать, что min $\Pi(h)$ отвечает **критической глубине**. На фиг. 318 (справа) кривая для прыжковой функции Π и кривая удельной энергии сечения $Э$ нанесены совместно; точки C' и C лежат на горизонтальной прямой, соответствующей критической глубине [1]). Имея кривые для Π и $Э$, простым построением легко получаем **потерю удельной энергии сечения**

[1]) Отсюда видно, что и по кривой $\Pi(h)$ можно находить $h_к$, проводя через точку C' горизонтальную линию $C' - K$.

в гидравлическом прыжке, как разность длин $\overline{1-5}$ и $\overline{4-6}$; построение это ясно из фиг. 318, где названная потеря энергии обозначена через $Э_w$.

При горизонтальном дне водотока, очевидно, $Э_w = E_w$ (где E_w — потеря удельной энергии потока при прыжке), при малом же уклоне дна с достаточной точностью можно принять, что $Э_w \cong E_w$, так что в обоих названных случаях указанное на фиг. 318 построение определяет не только величину $Э_w$, но и величину E_w.



Фиг. 318.

Аналитически величина $Э_w$, по самому определению этого понятия выражается зависимостью (см. фиг. 317):

$$Э_w = \left(h_1 + \frac{\alpha V_1^2}{2g}\right) - \left(h_2 + \frac{\alpha V_2^2}{2g}\right), \quad . . . . . (1805)$$

или

$$Э_w = \frac{\alpha Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}\right) - e_n, \quad . . . . . (1806)$$

где e_n — высота прыжка, выражаемая по (1800), ω_1 и ω_2 — площади живых сечений в начале и конце прыжка.

При расходе потока равном Q мощность, теряемая этим потоком при прыжке, т. е. потеря энергии в единицу времени, равна

$$N_w = \gamma Q Э_w, \quad . . . . . (1807)$$

откуда, полагая для воды $\gamma = 1000$ *кг/м*³, найдем, что в лошадиных силах

$$N_w = 13{,}33\, Q\, Э_w \text{ (HP)}, \quad . . . . . (1808)$$

где Q должно быть выражено в *м*³/сек.

2°. Замечания к построению графика прыжковой функции. Как уже указано, прыжковая функция $\Pi(h)$ строится по зависимости (1803), в которой мы задаемся при этом рядом значений глубины h. При геометрически правильных сечениях можно дать следующие формулы для функции $\Pi(h)$, в которых величина z_c уже выражена в зависимости от h.

а) Для симметричного трапецоидального русла (фиг. 319-I):

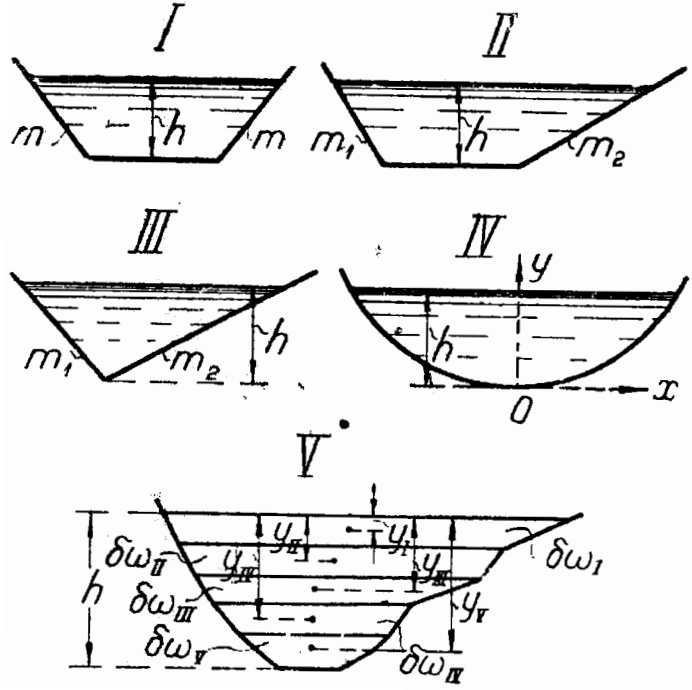
$$\Pi(h) = \frac{\alpha Q^2}{gh(b+mh)} + \frac{h^2(b+mh)}{3}\left[1 + \frac{b}{2(b+mh)}\right]. \quad . . . (1809)$$

б) Для несимметричного трапециодального русла с коэфициентами откосов m_1 и m_2 (фиг. 319-II) сохраняется выражение (1809), с заменой в нем m через M, где

$$M = \frac{m_1 + m_2}{2},$$

т. е. будет:

$$\Pi(h) = \frac{\alpha Q^2}{gh(b+Mh)} + \frac{h^2(b+Mh)}{3}\left[1 + \frac{b}{2(b+Mh)}\right] \quad \ldots\ldots (1810)$$



Фиг. 319.

в) Для несимметричного треугольного русла (фиг. 319-III):

$$\Pi(h) = \frac{\alpha Q^2}{gMh^2} + \frac{Mh^3}{3} \quad \ldots\ldots\ldots (1811)$$

где $M = \frac{m_1 + m_2}{2}$.

г) Для симметричного треугольного русла (т. е. при $m_1 = m_2 = m$):

$$\Pi(h) = \frac{\alpha Q^2}{gmh^2} + \frac{mh^3}{3} \quad \ldots\ldots\ldots (1812)$$

д) Для симметричного параболического русла, образованного параболой второй степени (фиг. 319-IV):

$$\Pi(h) = \frac{\alpha Q^2}{gPh^{3/2}} + \frac{2}{5}Ph^{5/2}, \quad \ldots\ldots\ldots (1813)$$

где

$$P=\frac{4}{3}\sqrt{2p},$$

если p есть параметр параболы, определяемой уравнением: $x^2=2py$.

Если поперечное сечение русла имеет **неправильное** очертание (фиг. 319-V), то в выражении (1803) для функции $\Pi(h)$ произведение ωz_c определяется по формуле:

$$\omega z_c=\Sigma y\cdot\delta\omega, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1814)$$

причем величины $\delta\omega$ суть площади тех полос, на которые площадь неправильного сечения может быть разбита горизонтальными линиями, y — глубины погружения центров тяжести этих полос, так что, например, при разбивке на пять полос (фиг. 319-V) имеем:

$$\omega z_c=y_{\mathrm{I}}\delta\omega_{\mathrm{I}}+y_{\mathrm{II}}\delta\omega_{\mathrm{II}}+\ldots y_{\mathrm{V}}\delta\omega_{\mathrm{V}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1815)$$

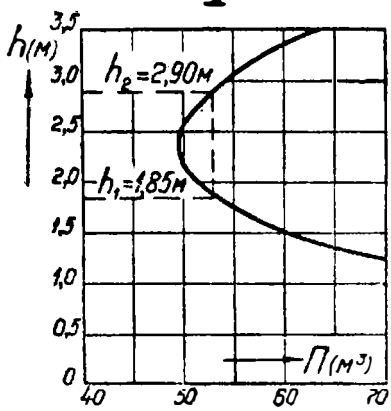
Решим теперь два примера на определение одной из взаимных глубин в призматических (цилиндрических) руслах.

Пример 84. В трапецоидальном русле (фиг. 319-I) $m=1$, $b=5$ *м*; расход $Q=22$ *м*^{3}/*сек*. Найти первую глубину прыжка h_1, если известно, что вторая глубина его $h_2=2{,}90$ *м*.

Величина $\frac{\alpha Q^2}{g}=\frac{1{,}1\cdot 22^2}{9{,}81}=542$ *м*^{5}; далее, $b+mh=5+h$. Задаемся следующими значениями глубины h:

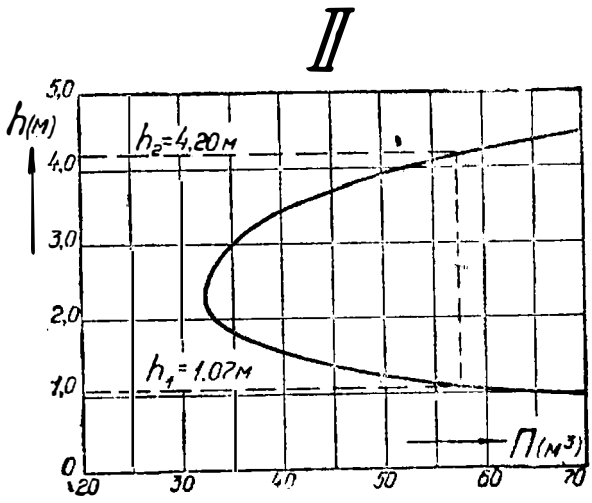
$$h=0{,}5;\ 1{,}0;\ 1{,}5;\ 2{,}0;\ 2{,}5\ 3{,}0;\ 3{,}5\ м$$

и определяем по (1809) соответствующие значения функции $\Pi(h)$, сводя вычисления в таблицу А.



Затем строим кривую $\Pi(h)$, откладывая по оси ординат величины h, а по оси абсцисс $\Pi(h)$, как показано на фиг. 320-I. Зная $h_2=2{,}90$ *м*, находим по этой кривой искомую глубину h_1:

$$h_1=1{,}85\ м.$$



Фиг. 320.

Пример 85. При расходе $Q=46$ *м*^{3}/*сек* и второй взаимной глубине прыжка $h_2=4{,}20$ *м*, найти первую взаимную глубину h_1, если неправильное сечение русла характеризуется следующими значениями ширины по верху B при различных глубинах потока h (чертежа не приводим):

$h=0;\ 1{,}0;\ 2{,}0;\ 3{,}0;\ 4{,}0;\ 5{,}0$ *м*.
$B=2{,}2;\ 5{,}1;\ 6{,}5;\ 9{,}3,\ 10{,}7\ 13{,}5$ *м*.

Определив величину

$$\frac{\alpha Q^2}{g}=\frac{1{,}1\cdot 46^2}{9{,}81}=237{,}0\ м^5,$$

берем указанные в условиях примера значения $h=1$, 2, 3, 4 и 5 *м* и соответственно разбиваем поперечное сечение русла горизонтальными линиями на полосы через 1 *м* по высоте (как схему, см. фиг. 319-V). Для построения функции $\Pi(h)$ составляем таблицу B, в которой величины ωz_c определены по формуле (1814).

Построив кривую $\Pi(h)$, показанную на фиг. 320-II, и зная $h_2=4{,}2$ *м*, находим по этой кривой, что

$$h_1=1.07\ м.$$

ТАБЛИЦА А.

h (м)	$b+mh$	$\frac{\alpha Q^2}{gh(b+mh)}$	$\frac{h^2(b+mh)}{3}$	$1+\frac{b}{2(b+mh)}$	$\frac{h^2(b+mh)}{3}\times\left[1+\frac{b}{2(b+mh)}\right]$	$\Pi(h)$ $м^3$
0.5	5,5	197,0	0,46	1,45	0,67	197,7
1.0	6,0	90,3	2.00	1,42	2,83	93,1
1,5	6,5	55.6	4,87	1,38	6,74	60,3
2.0	7,0	38,7	9,32	1,36	12,65	51,3
2,5	7,5	28.9	15,65	1,33	20,85	49,7
3,0	8,0	22,6	24,00	1,31	31,50	54,1
3,5	8,5	18,2	34,70	1,29	44,90	63,1

ТАБЛИЦА В.

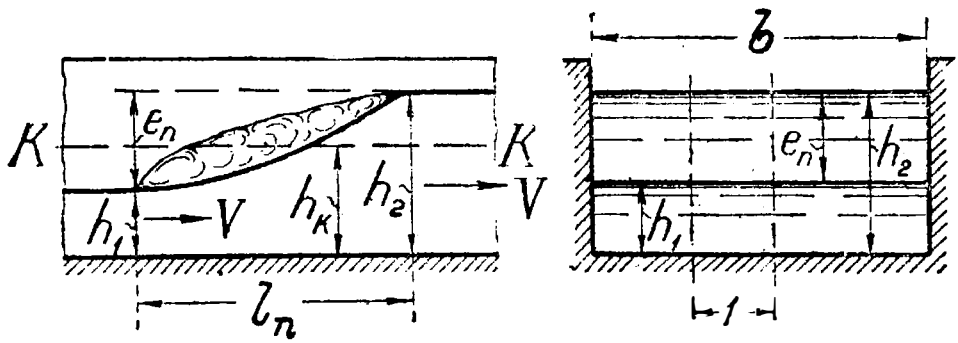
h (м)	ω	$\frac{\alpha Q^2}{g\omega}$	ωz_c	$\Pi(h)$ $м^3$
1,0	3,65	65,0	1,57	66,6
2,0	9,45	25,1	8,0	33,1
3,0	17,35	13,7	21,2	34,9
4,0	27,35	8,7	43,5	52,2
5,0	39,45	6,0	76,2	82,2

§ 132. Гидравлический прыжок в прямоугольном русле.

Случай гидравлического прыжка в прямоугольном русле допускает довольно заметное упрощение зависимостей, данных для прыжка в призматическом русле вообще. Так как рассмотрение прыжка в прямоугольном русле имеет весьма важное значение для практического проектирования, то на этом вопросе и надлежит теперь остановиться особо. При этом вместо полного расхода Q будем иметь в виду лишь расход на единицу ширины потока (т. е. „удельный“ или „единичный“ расход)

$$q=\frac{Q}{b},$$

где b — ширина прямоугольного русла.



Фиг. 321.

Обозначения других элементов прыжка (фиг. 321) оставляем без изменения по сравнению с указанными в § 131.

1°. Основное уравнение прыжка. Основное уравнение (1802) для прыжка в прямоугольном русле с горизонтальным дном или с малым его уклоном представится в виде:

$$\frac{\alpha q^2}{gh_1}+\frac{h_1^2}{2}=\frac{\alpha q^2}{gh_2}+\frac{h_2^2}{2}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1816)$$

общее уравнение (1804) останется без изменений, но для прыжковой функции (1803), как легко видеть, теперь будет:

$$\Pi(h)=\frac{\alpha q^2}{gh}+\frac{h^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1817)$$

Из (1816) имеем:

$$\frac{\alpha q^2}{g}\left(\frac{1}{h_1}-\frac{1}{h_2}\right)=\frac{h_2^2-h_1^2}{2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1818)$$

или

$$h_1 h_2 (h_1+h_2)=\frac{2\alpha q^2}{g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1819)$$

так что при данном удельном расходе q и при условии, что одна из взаимных глубин известна, имеем квадратное уравнение относительно другой взаимной глубины.

2°. Определение взаимных глубин. Решая квадратное уравнение (1819), находим:

$$h_1=\frac{h_2}{2}\left[\sqrt{1+\frac{8\alpha q^2}{gh_2^3}}-1\right]; \quad \ldots\ldots\ldots (1820)$$

$$h_2=\frac{h_1}{2}\left[\sqrt{1+\frac{8\alpha q^2}{gh_1^3}}-1\right] \quad \ldots\ldots\ldots (1821)$$

и таким образом видим, что в случае гидравлического прыжка в прямоугольном русле любой ширины b для определения искомой взаимной глубины нет надобности строить прыжковую функцию $\Pi(h)$, так как глубины h_1 и h_2 определяются непосредственно по формуле (1820) или (1821). Вместо (1820) и (1821) можно также написать:

$$h_1=\frac{h_2}{2}\left[\sqrt{1+\frac{8\alpha V_2^2}{gh_2}}-1\right]; \quad \ldots\ldots\ldots (1822)$$

$$h_2=\frac{h_1}{2}\left[\sqrt{1+\frac{8\alpha V_1^2}{gh_1}}-1\right] \quad \ldots\ldots\ldots (1823)$$

Дадим теперь выражения для взаимных глубин в другом виде. Так как

$$\frac{\alpha q^2}{g}=h_k^3, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1824)$$

то уравнение (1819) можем переписать также и в виде:

$$h_1 h_2 (h_1+h_2)=2h_k^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1825)$$

и введем в рассмотрение относительные глубины прыжка:

$$\left.\begin{aligned}\xi_1&=\frac{h_1}{h_k};\\ \xi_2&=\frac{h_2}{h_k},\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1826)$$

причем вместо уравнения (1825), деля его на h_k^3, получим:

$$\xi_1 \xi_2 (\xi_1 + \xi_2) = 2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1827)$$

откуда для первой и второй взаимных глубин гидравлического прыжка имеем:

$$\xi_1 = \frac{\xi_2}{2}\left[\sqrt{1 + \frac{8}{\xi_2^3}} - 1\right]; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1828)$$

$$\xi_2 = \frac{\xi_1}{2}\left[\sqrt{1 + \frac{8}{\xi_1^3}} - 1\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1829)$$

Относительной высотой прыжка ε_n назовем величину

$$\varepsilon_n = \frac{e_n}{h_k}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1830)$$

или

$$\varepsilon_n = \frac{h_2 - h_1}{h_k} = \xi_2 - \xi_1, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1831)$$

так что по (1828) — (1829) имеем следующие две зависимости, соответственно выражающие относительную высоту прыжка ε_n через ξ_1 и ξ_2:

$$\varepsilon_n = \frac{\xi_1}{2}\left[\sqrt{1 + \frac{8}{\xi_1^3}} - 3\right]; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1832)$$

$$\varepsilon_n = \frac{\xi_2}{2}\left[3 - \sqrt{1 + \frac{8}{\xi_2^3}}\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1833)$$

Заметим, что если известны относительные величины ξ_1, ξ_2 и ε_n, то соответствующие действительные элементы гидравлического прыжка весьма просто определяются по формулам:

$$h_1 = \xi_1 h_k; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1834)$$

$$h_2 = \xi_2 h_k; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1835)$$

$$e_n = \varepsilon_n h_k. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1836)$$

Для упрощения расчетов при определении взаимных глубин прыжка в прямоугольном русле весьма удобно пользоваться кривой, построенной по уравнению (1828); при этом значения ξ_2 отложены по одной оси, а получаемые по (1828) соответственные значения ξ_1 — по другой (фиг. 322). Понятно, что эта же кривая выражает графически и зависимость (1829). На фиг. 323 представлена номограмма для определения критической глубины в прямоугольном русле по удельному расходу q на основании формулы (1824), при $\alpha = 1$ и $\alpha = 1{,}1$.

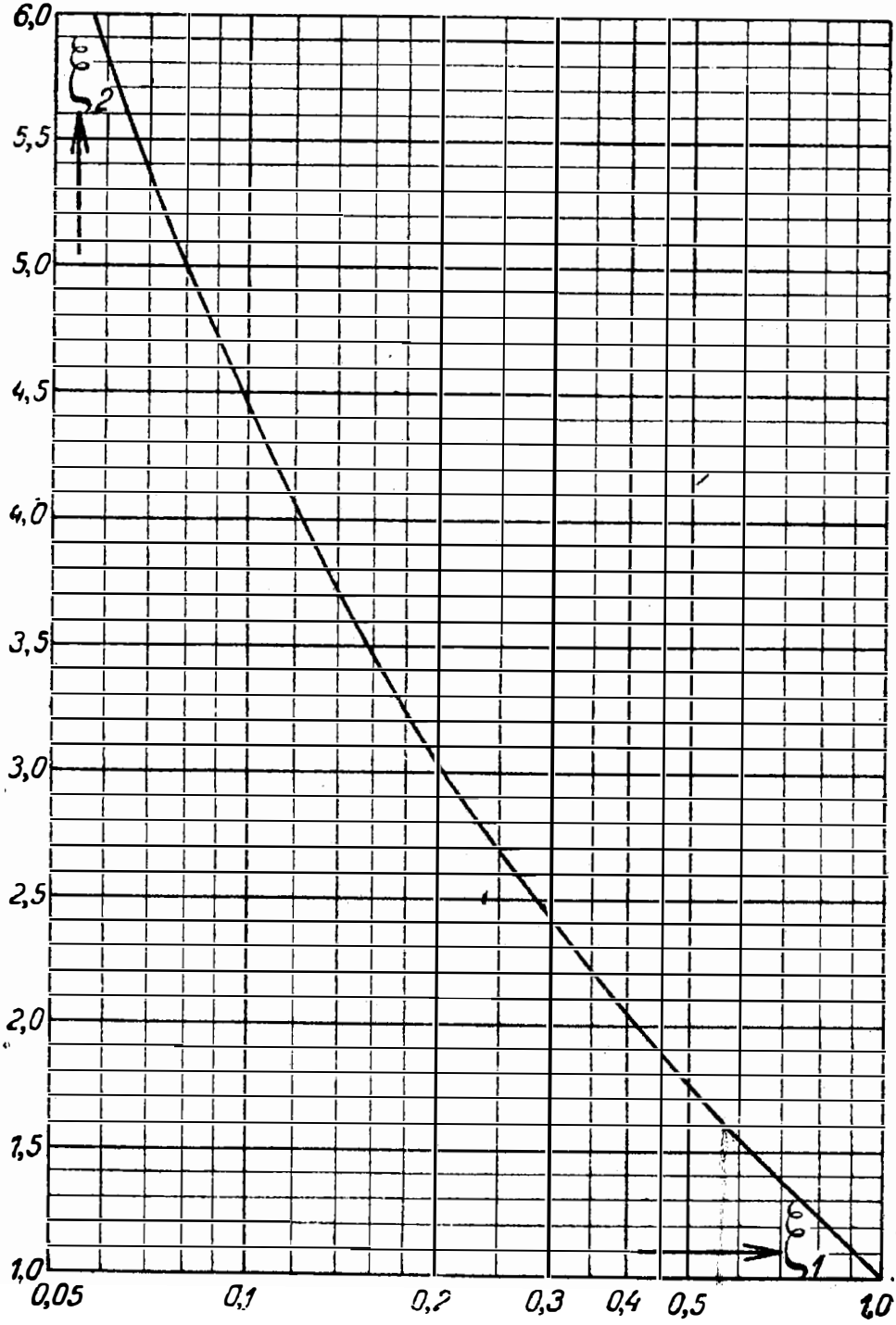
Пример 86. В прямоугольном русле шириной $b = 10{,}8$ *м* расход $Q = 27{,}0$ *м*^{3}/*сек*; вторая взаимная глубина прыжка $h_2 = 2{,}2$ *м*. Найти первую взаимную глубину h_1.

1) Находим удельный расход $q = \frac{Q}{b} = \frac{27{,}0}{10{,}8} = 2{,}5$ *м*^{2}/*сек* и определяем взаимную глубину h_1 по формуле (1820) при $\alpha = 1{,}1$:

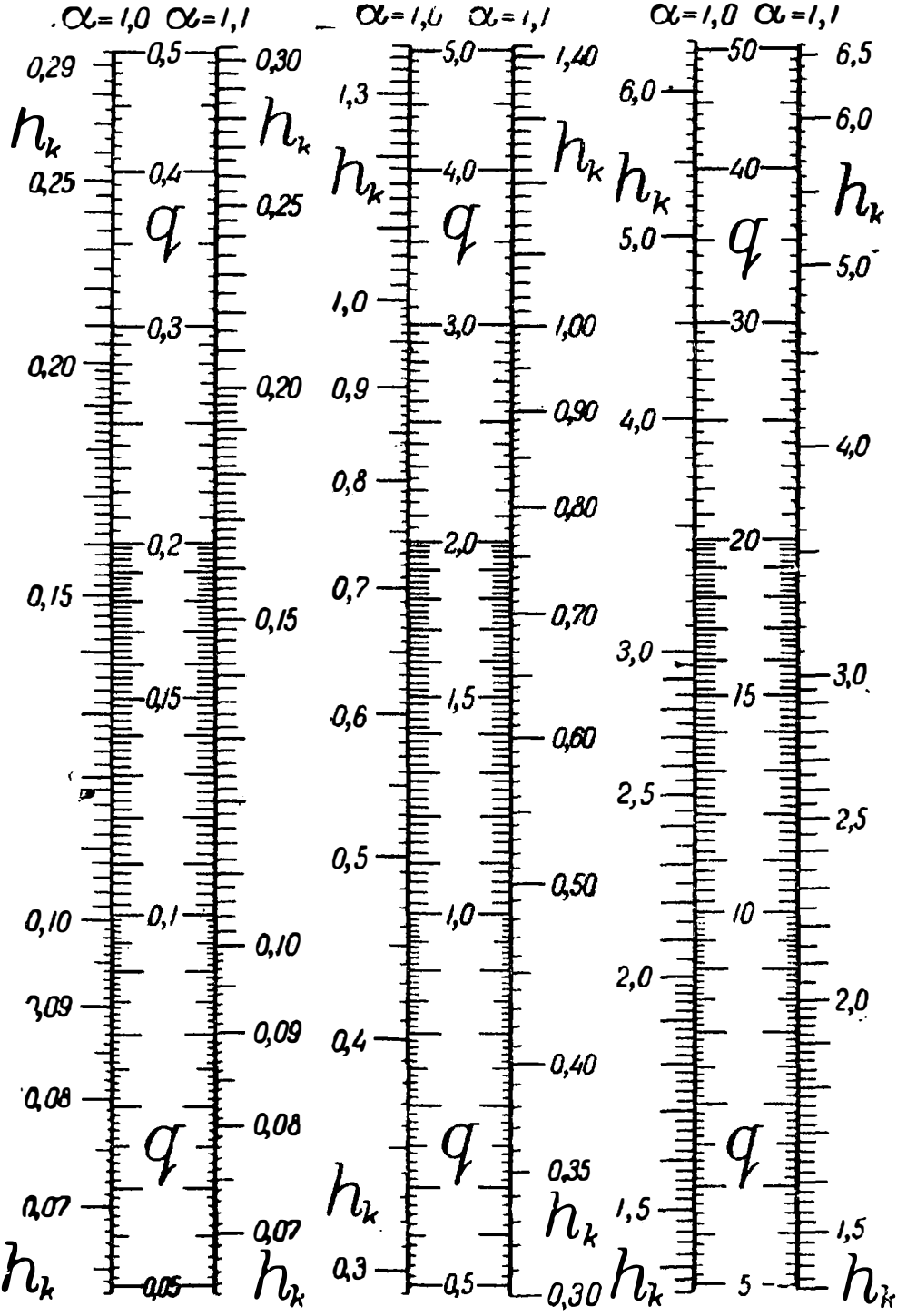
$$h_1 = \frac{2{,}2}{2}\left[\sqrt{1 + \frac{8 \cdot 1{,}1 \cdot 2{,}5^2}{9{,}81 \cdot 2{,}2^3}} - 1\right] = 0{,}26 \text{ м}.$$

так что высота прыжка

$$e_n = h_2 - h_1 = 2{,}20 - 0{,}26 = 1{,}94 \text{ м}.$$



Фиг. 322. – График для определения взаимных глубин прыжка в прямоугольном русле.



Фиг. 323. **Номограмма для определения критической глубины $h_к$ в прямоугольном русле (h — в *м*; q в *м*²/*сек*).**

2) По графику, представленному на фиг. 322, расчет ведется следующим образом. Найдя критическую глубину

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{1{,}1 \cdot 2{,}5^2}{9{,}81}} = 0{,}89 \text{ м},$$

определяем вторую относительную глубину прыжка:

$$\xi_2 = \frac{h_2}{h_k} = \frac{2{,}20}{0{,}89} = 2{,}47,$$

после чего по графику (фиг. 322) имеем:

$$\xi_1 = 0{,}30,$$

так что

$$h_1 = \xi_1 h_k = 0{,}30 \cdot 0{,}89 = 0{,}26 \text{ м}.$$

Пример 87. В прямоугольном русле шириною $b = 100$ м расход $Q = 885$ м³/сек; первая взаимная глубина $h_1 = 0{,}82$ м; определить вторую взаимную глубину h_2.

1) Найдя удельный расход $q = \frac{885}{100} = 8{,}85$ м²/сек, по формуле (1821) непосредственно имеем:

$$h_2 = \frac{0{,}82}{2}\left[\sqrt{1 + \frac{8 \cdot 1{,}1 \cdot 8{,}85^2}{9{,}81 \cdot 0{,}82^3}} - 1\right] = 4{,}23 \text{ м}.$$

2) Чтобы определить h_2 по графику, находим сначала критическую глубину:

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{1{,}1 \cdot 8{,}85^2}{9{,}81}} = 2{,}06 \text{ м}$$

и первую относительную глубину

$$\xi_1 = \frac{h_1}{h_k} = \frac{0{,}82}{2{,}06} = 0{,}40,$$

чему по графику (фиг. 322) соответствует $\xi_2 = 2{,}04$; следовательно,

$$h_2 = \xi_2 h_k = 2{,}04 \cdot 2{,}06 = 4{,}2 \text{ м}.$$

3°. Простейшая форма уравнения прыжка в прямоугольном русле. Примем обозначение:

$$\xi_m = \frac{1}{2}(\xi_1 + \xi_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1837)$$

где ξ_m относительная средняя арифметическая глубина в прыжке, причем для ξ_1 и ξ_2 уже дано их определение (1826). При этом из (1827) находим

$$\xi_1 \xi_2 \xi_m = 1, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1838)$$

что и дает в простейшем виде основную зависимость для прыжка в прямоугольном русле [1]). Уравнение (1838) весьма легко заполняется; по сравнению с (1827) оно не содержит в себе никаких изменений по существу.

Иногда при лабораторных опытах, а равно и при использовании гидравлического прыжка как водомера (см. ниже), может понадобиться определение критической глубины по взаимным глубинам h_1 и h_2. При этом проще всего запомнить формулу:

$$h_k = \sqrt[3]{h_1 h_2 h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1839)$$

[1]) Эта зависимость предложена в нашей статье: „Гидравлический прыжок как водомер", Известия НИИГ, т. 1, 1931, стр. 233.

которая получается из (1825) при подстановке

$$\frac{h_1+h_2}{2}=h_m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1840)$$

Нетрудно показать, что критическая глубина h_k **всегда меньше** средней арифметической из двух взаимных глубин h_1 и h_2, т. е. что

$$h_k < h_m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1841)$$

В самом деле, так как среднее геометрическое двух положительных чисел меньше их среднего арифметического, то

$$\sqrt{h_1 h_2} < h_m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1842)$$

и

$$h_1 h_2 < h_m^2; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1843)$$

умножая обе части последнего неравенства на h_m, имеем:

$$h_1 h_2 h_m < h_m^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1844)$$

и

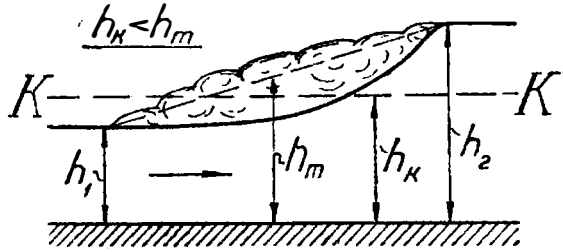
$$\sqrt[3]{h_1 h_2 h_m} < h_m, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1845)$$

чем и доказывается неравенство (1841), иллюстрируемое схемой на фиг. 324.

4°. Потеря энергии в прыжке. Перейдем теперь к вопросу об определении потери энергии в гидравлическом прыжке при прямоугольном русле. Так как в таком русле

$$V_1=\frac{q_1}{h_1}; \qquad V_2=\frac{q_2}{h_2}, \quad \ldots \quad (1846)$$

то из общей формулы для потери удельной энергии $\mathcal{Э}_w$ в прыжке (§ 131), т. е. из выражения



Фиг. 324.

$$\mathcal{Э}_w=\left(h_1+\frac{\alpha V_1^2}{2g}\right)-\left(h_2+\frac{\alpha V_2^2}{2g}\right),$$

после некоторых преобразований для прямоугольного русла получим:

$$\mathcal{Э}_w=\frac{(h_2-h_1)^3}{4h_1h_2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1847)$$

или

$$\mathcal{Э}_w=\frac{e_n^3}{4h_1h_2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1848)$$

после чего легко найти и потерю мощности потока при прыжке по формуле (1808), которая, разумеется, остается в силе и для прыжка в прямоугольном русле.

Для получения некоторой общей характеристики „**гасящего действия**“ гидравлического прыжка, как мы полагаем, весьма удобно ввести понятие **относительной удельной энергии сечения**. Эту относительную величину будем вообще обозначать через $\mathcal{э}$:

$$\mathcal{э}=\frac{\mathcal{Э}}{h_k}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1849)$$

где $Э$ — действительная удельная энергия сечения, как известно, равная $h+\frac{\alpha V^2}{2g}$, так что для прямоугольного русла

$$Э = h + \frac{\alpha q^2}{2gh^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1850)$$

где

$$\frac{\alpha q^2}{g} = h_k^3.$$

Потому из (1850) получим:

$$Э = h + \frac{h_k^3}{2h^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1851)$$

и. далее,

$$э = \frac{h}{h_k} + \frac{h_k^2}{2h^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1852)$$

или

$$э = \xi + \frac{1}{2\xi^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1853)$$

если через ξ обозначить относительную глубину

$$\xi = \frac{h}{h_k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1854)$$

Выражение (1853), конечно, пригодно для любого прямоугольного русла и показывает, что относительная удельная энергия сечения зависит исключительно от ξ. График, характеризующий величину $э$ по (1853), представлен на фиг. 325.

В соответствии с определением (1849) для относительной удельной энергии сечения в начале и конце прыжка имеем:

$$\left.\begin{aligned} э_1 &= \frac{Э_1}{h_k}, \\ э_2 &= \frac{Э_2}{h_k}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1855)$$

помня же (1853), можем написать:

$$э_1 = \xi_1 + \frac{1}{2\xi_1^2}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1856)$$

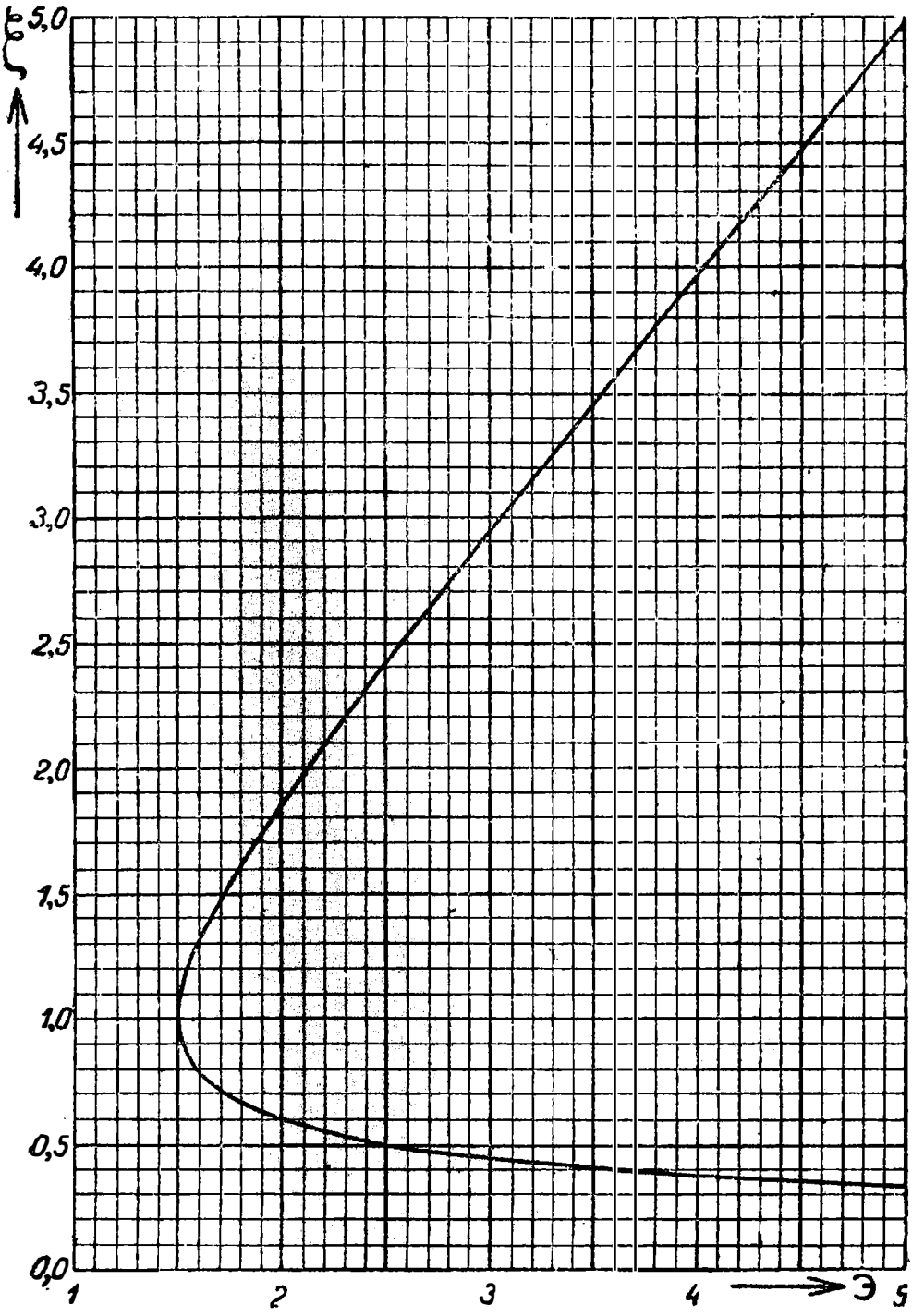
$$э_2 = \xi_2 + \frac{1}{2\xi_2^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1857)$$

где ξ_1 и ξ_2 суть относительные взаимные глубины в начале и конце прыжка, определяемые по (1826). Для относительной потери энергии в прыжке будет:

$$э_w = э_1 - э_2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1858)$$

или

$$э_w = \left(\xi_1 + \frac{1}{2\xi_1^2}\right) - \left(\xi_2 + \frac{1}{2\xi_2^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1859)$$

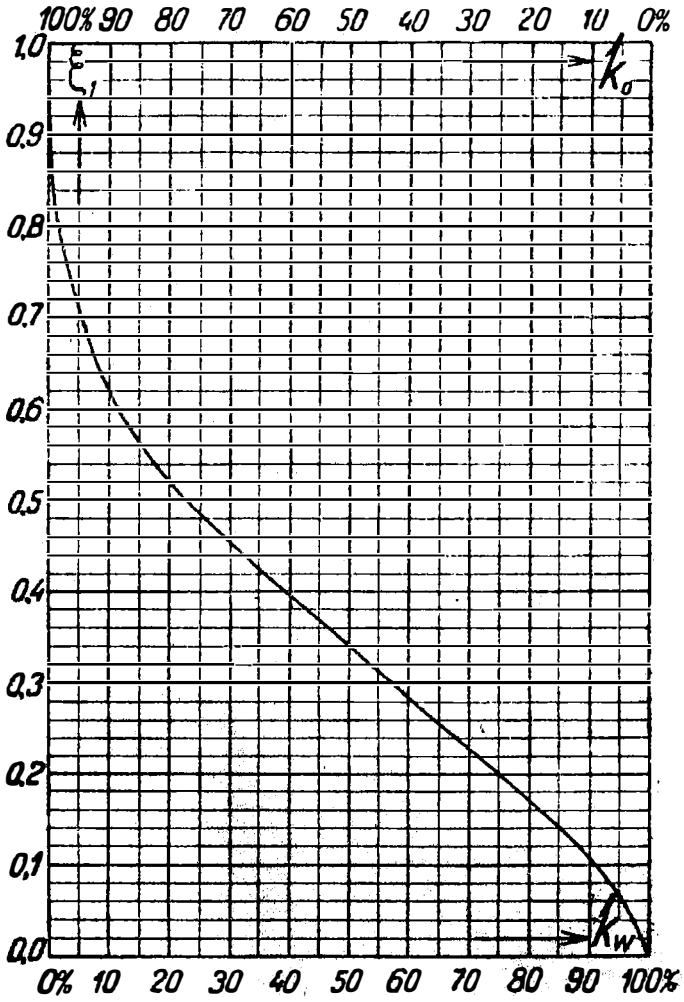


Фиг. 325. — **График относительной удельной энергии сечения в прямоугольном русле.**

Заметим, что, зная относительные величины: ϑ_1, ϑ_2 и ϑ_w, соответствующие действительные величины, очевидно, можно получить так:

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= \vartheta_1 \, h_k ; \\ \mathcal{E}_2 &= \vartheta_2 \, h_k ; \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (1860)$$

$$\mathcal{E}_w = \vartheta_w \, h_k \quad \ldots \quad (1861)$$



Фиг. 326.

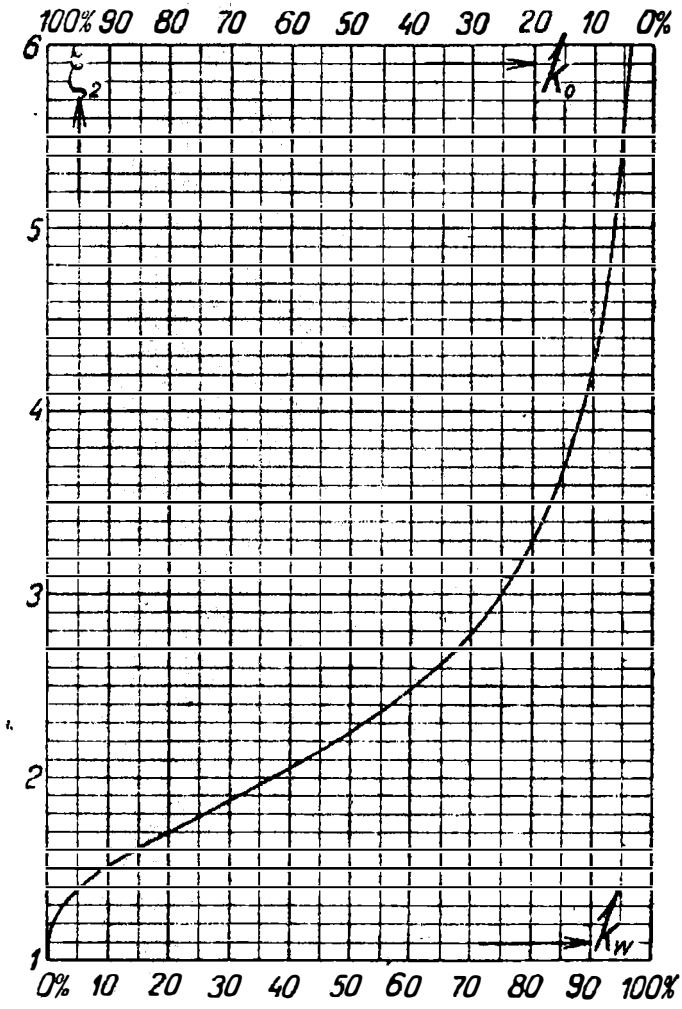
Назовем коэфициентом гашения энергии в гидравлическом прыжке отношение:

$$k_w = \frac{\mathcal{E}_w}{\mathcal{E}_1}, \quad \ldots \quad (1862)$$

или, что то же,

$$k_w = \frac{\vartheta_w}{\vartheta_1}, \quad \ldots \quad (1863)$$

где для относительных величин ϑ_1 и ϑ_w можно подставить их выражения (1856) и (1859). При такой подстановке следует иметь в виду еще и зависимости (1828) — (1829), откуда ясно, что коэфициент k_w мы можем выразить как функцию либо только от ξ_1, либо только от ξ_2. На фиг. 326 и 327 даны (в сравнительно небольшом масштабе) соответствующие кривые; по оси ординат отложены значения ξ_1 или ξ_2, а по оси абсцисс — значения коэфициента k_w, выраженного в процентах.



Фиг. 327.

Таким образом мы получаем наглядную характеристику гасящего действия гидравлического прыжка. По указанным кривым легко определить коэфициент гашения энергии в прыжке k_w, зная только одну взаимную относительную глубину (ξ_1 или ξ_2); нахождения другой взаимной глубины для этой цели не требуется. На фиг. 326—327 нанесена также шкала для коэфициента k_0, который назовем коэфициентом остаточной энергии за прыжком и который определяется выражением:

$$k_0 = \frac{\Theta_2}{\Theta_1} = \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1864)$$

причем ясно, что

$$\left.\begin{aligned} k_0 &= 1 - k_w, \\ k_w &= 1 - k_0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1865)$$

Зная коэфициент k_w или k_0, можно для выражения величин $\mathcal{Э}_1$, $\mathcal{Э}_2$ и $\mathcal{Э}_w$ иногда пользоваться следующими формулами:

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{Э}_1 &= \frac{\mathcal{Э}_2}{k_0}; \\ \mathcal{Э}_2 &= k_0 \mathcal{Э}_1; \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1866)$$

$$\mathcal{Э}_w = k_w \mathcal{Э}_1; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1867)$$

$$\mathcal{Э}_w = \frac{k_w}{k_0} \mathcal{Э}_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1868)$$

Пример 88. Для случаев прыжка в прямоугольном русле, которые мы имели в двух предыдущих примерах, определить потери энергии.

1) Найдя по данным примера 86 первую взаимную глубину h_1, как было указано в названном примере, пользуемся затем непосредственно формулой (1847), из которой имеем:

$$\mathcal{Э}_w = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4 h_1 h_2} = \frac{(2{,}20 - 0{,}26)^3}{4 \cdot 0{,}26 \cdot 2{,}2} = 3{,}20 \text{ м},$$

а потому потерянная мощность в прыжке будет

$$N_w = 13{,}3\, Q\, \mathcal{Э}_w = 13{,}3 \cdot 27{,}0 \cdot 3{,}2 = 1150 \text{ (HP)}.$$

2) По условиям примера 87 находим, как было указано, вторую взаимную глубину прыжка h_2 и затем имеем:

$$\mathcal{Э}_w = \frac{(4{,}23 - 0{,}82)^3}{4 \cdot 0{,}82 \cdot 4{,}23} = 2{,}85 \text{ м},$$

так что потеря мощности потока

$$N_w = 13{,}3 \cdot 885 \cdot 2{,}85 = 33500 \text{ (HP)}.$$

Пример 89. По данным примеров 86 и 87 найти коэфициент гашения энергии в прыжке и коэфициент остаточной энергии, а равно величины $\mathcal{Э}_1$, $\mathcal{Э}_2$ и $\mathcal{Э}_w$, не прибегая к определению другой (не заданной в условии) взаимной глубины прыжка.

1) В примере 86 была найдена критическая глубина $h_k = 0{,}89$ м и вторая относительная взаимная глубина $\xi_2 = 2{,}47$. Пользуясь фиг. 327, имеем:

$$k_w = 58{,}5\%; \quad k_0 = 41{,}5\%.$$

Далее, по фиг. 325 при $\xi_2 = 2{,}47$ находим: $\vartheta_2 = 2{,}53$; затем имеем:

$$\mathcal{Э}_2 = \vartheta_2 h_k = 2{,}5 \cdot 0{,}89 = 2{,}25 \text{ м};$$

$$\mathcal{Э}_1 = \frac{\mathcal{Э}_2}{k_0} = \frac{2{,}25}{0{,}415} = 5{,}43 \text{ м};$$

$$\mathcal{Э}_w = \mathcal{Э}_1 - \mathcal{Э}_2 = 5{,}43 - 2{,}25 = 3{,}18 \cong 3{,}2 \text{ м};$$

вместо последней формулы можно воспользоваться зависимостью (1868).

2) Во втором из указанных примеров (пример 87) мы нашли, что $h_k = 2{,}06$ и $\xi_1 = 0{,}40$. При $\xi_1 = 0{,}40$ по фиг. 326 получим:

$$k_w = 39\%; \quad k_0 = 61\%.$$

По фиг. 325 при $\xi_1 = 0{,}40$ имеем, что $\vartheta_1 = 3{,}55$, так что $\mathcal{Э}_1 = \vartheta_1 h_k = 3{,}55 \cdot 2{,}06 = 7{,}3$ м, $\mathcal{Э}_2 = k_0 \mathcal{Э}_1 = 0{,}61 \cdot 7{,}3 = 4{,}45$ м, откуда $\mathcal{Э}_w = \mathcal{Э}_1 - \mathcal{Э}_2 = 7{,}3 - 4{,}45 = 2{,}85$ м.

§ 133. О длине гидравлического прыжка в прямоугольном русле.

Вопрос о длине прыжка, не получивший до сего времени достаточно обоснованного теоретического решения, в последние годы (1927—1933 г.) вызвал к себе значительный интерес с экспериментальной стороны, причем надо отметить главным образом работы Сафранеца (Safranez) [1]), Петроковского (Pietrkowski) [2]) и Эйнвахтера (Einwachter) [3]). Эти авторы дают несколько эмпирических формул для длины прыжка l_n в прямоугольном русле, которые знаменуют уже большой прогресс в этом вопросе, ранее весьма слабо освещенном. Однако, тут же следует отметить, что опытные точки, указываемые упомянутыми авторами, не вполне согласуются между собой, и что по этим точкам можно провести лишь некоторые „осредненные кривые", выражающие длину прыжка в зависимости от некоторых гидравлических элементов последнего, — в сущности, без полной уверенности в том, что такие кривые хотя бы с чисто-экспериментальной стороны могут быть признаны достаточно твердо зафиксированными. В виду этого для практических целей мы не видим здесь надобности подробно излагать эмпирические формулы названных авторов. Ограничимся лишь краткими указаниями о формулах Сафранеца и затем остановимся еще на одной простой формуле для длины прыжка.

Формулы Сафранеца, основанные на весьма тщательных лабораторных опытах, проведенных в сравнительно широких пределах, получили наибольшее распространение в практических приложениях по сравнению с другими эмпирическими формулами для длины прыжка l_n. По Сафранецу имеем (I его формула):

$$l_n = \frac{6 h_1 V_1}{\sqrt{g h_1}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1869)$$

где h_1 — первая взаимная глубина прыжка, V_1 — средняя скорость непосредственно перед прыжком. Помня, что в прямоугольном русле

$$\frac{\alpha q^2}{g} = h_k^3,$$

нетрудно видеть, что формула (1869) может быть преобразована так:

$$l_n = \frac{6 q}{\sqrt{g h_1^3}} = \frac{6 h_k^{3/2}}{\sqrt{\alpha h_1^3}} = \frac{6}{\sqrt{\alpha \xi_1^3}} h_k, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1870)$$

где ξ_1 — первая относительная глубина прыжка по (1826)

Кроме формулы (1869), которую будем называть I формулой Сафранеца, он дает еще и более простую приближенную зависимость:

$$l_n \cong 4{,}5\ h_2, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1871)$$

[1]) Der Bauingenieur, H. 49, 1927; H. 37—38, 1929. — Изложенные в этих статьях Сафранеца формулы его и указываются ниже; в 1933 году этот автор предложил небольшие изменения в своих формулах (см.: Wasserkraft und Wasserwirtschaft, 1933, Heft 24).

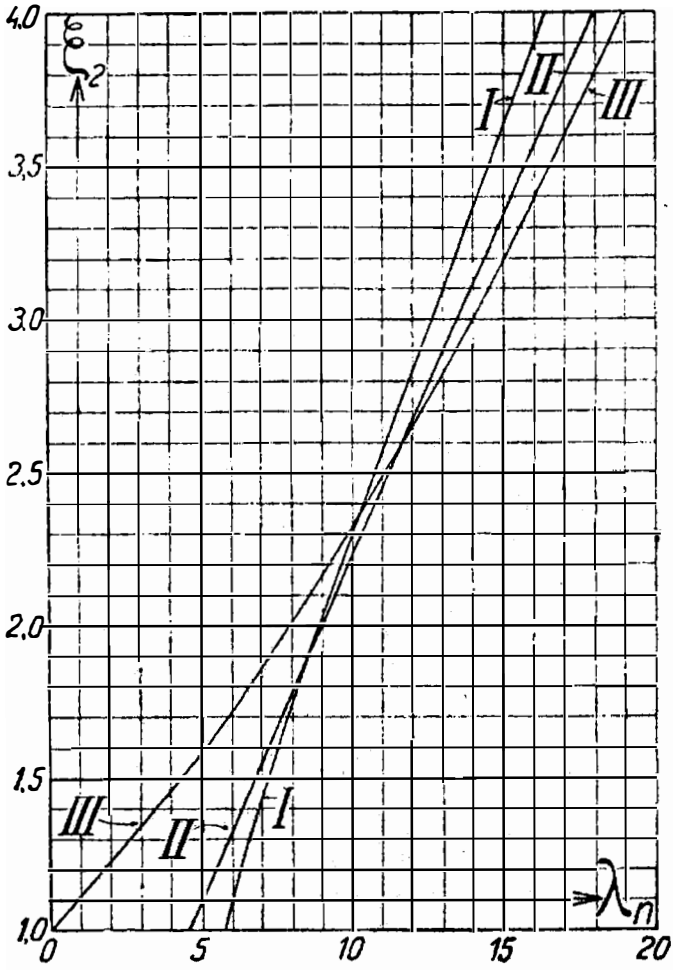
[2]) Die Wasserwirtschaft, H. 25—28, 1932.

[3]) Wasserkraft und Wasserwirtschaft, H. 14, H. 21, 1932.

которую будем называть II формулой Сафранеца и которая, очевидно, может быть написана также и в виде:

$$l_n = 4{,}5\,\xi_2\,h_k, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1872)$$

где ξ_2 — вторая относительная глубина прыжка по (1826).



Фиг. 328.

Вместо действительной длины прыжка l_n можно рассматривать его относительную длину λ_n:

$$\lambda_n = \frac{l_n}{h_k}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1873)$$

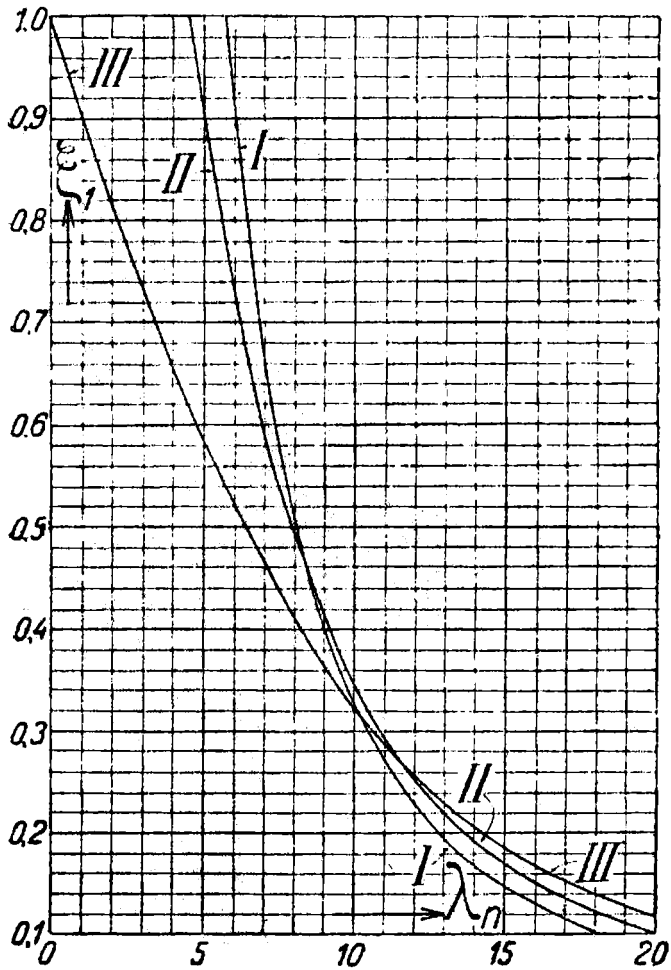
подобно тому, как выше вместо действительных взаимных глубин h_1, h_2 и высоты прыжка e_n были введены соответственно относительные величины: ξ_1, ξ_2 и ε_n. Тогда I формула Сафранеца напишется в виде:

$$\lambda_n = \frac{6}{\sqrt{\alpha\xi_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1874)$$

и II формула его — в виде:

$$\lambda_n = 4{,}5\,\xi_2, \quad \ldots \quad \ldots \quad (1875)$$

но из этих формул не следует делать вывод о том, что в I формуле величина λ_n ставится в зависимость лишь от ξ_1, а во II формуле — лишь от ξ_2:



Фиг. 329

вспомним, что величины ξ_1 и ξ_2 связаны между собою вышеуказанными выражениями (1828) — (1829), откуда ясно, что и на основании I формулы можно получить λ_n в зависимости лишь от ξ_2, подставляя в (1874) для ξ_1 его выражение по (1828); аналогично и на основании II формулы Сафранеца можно получить λ_n в зависимости лишь от ξ_1.

В связи с этим замечанием на основании I и II формул Сафранеца на фиг. 328 даны соответствующие кривые I и II для относительной длины прыжка λ_n при различных значениях ξ_2, а на фиг. 329 — кривые I и II для λ_n при различных значениях ξ_1. На тех же графиках нанесена еще и третья кривая (III), о которой теперь вкратце и скажем.

Еще в 1922 — 1923 гг. автор настоящей книги, для иллюстрации вопроса о длине гидравлического прыжка, полагал возможным [1]) характеризовать эту длину, как прямо пропорциональную высоте прыжка:

$$l_n = Ae_n = A(h_2 - h_1), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1876)$$

где примерно

$$A \cong 5, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1877)$$

каковое значение указывалось лишь по известным в то время, весьма скудным опытам. Из (1876) — (1877) имеем:

$$l_n = 5e_n, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1878)$$

или

$$l_n = 5(h_2 - h_1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1879)$$

В настоящее время, когда о длине прыжка мы имеем новые опытные данные Сафранеца, Эйнвахтера, Петроковского [2]) и некоторые другие, можно сравнить формулу (1878) с этими новыми данными, — для выяснения вопроса о том, насколько формула (1878) применима для практических приложений. С этой целью представим формулу (1878) в относительных величинах:

$$\lambda_n \cong 5\varepsilon_n, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1880)$$

где λ_n — относительная длина гидравлического прыжка по определению (1873), ε_n — относительная высота прыжка по определению (1830). Имея в виду выражения (1832) — (1833) для ε_n, видим, что, подставляя эти выражения вместо e_n в формулу (1880), относительную длину прыжка λ_n можно выразить как функцию либо лишь от ξ_1, либо лишь от ξ_2. Соответствующие значения λ_n при различных ξ_2 или ξ_1 представлены на фиг. 328 и фиг. 329 (кривые III).

Из графика, положим — по фиг. 328, видно, что в средней части кривые по Сафранецу сравнительно близки к кривым III; в верхней части кривая III дает некоторое преувеличение длины λ_n (запас) по сравнению с длиной по Сафранецу; наконец, в нижней части между кривыми I — II и кривой III имеется довольно заметное расхождение, причем величина λ_n по кривой III получается меньше, чем по Сафранецу. Таким образом, именно в нижней части графика по фиг. 328 и кроется вопрос о приемлемости кривой III (или, что всё равно, — в верхней части графика по фиг. 329). Вопрос этот, однако, разрешается как раз в пользу кривой III, так как эта кривая в нижней части (фиг. 328) лучше соответствует опытам Сафранеца, чем построенные по его формулам кривые I — II. Такой вывод можно сделать на основании следующего соображения: проф. М. Д. Чертоусов произвел пересчет опытов Сафранеца и соответственно переконструировал формулы последнего в сторону большего их приближения к результатам опытов того же Сафранеца в отношении длины прыжка [3]); при этом можно показать, что кривая III в нижней её части значительно лучше соответствует формулам М. Д. Чертоусова, а следовательно — и опытным данным Сафранеца, чем оригинальная формула последнего, по которой построены кривые I — II.

Таким образом, весьма простую формулу (1878) можно считать в общем удовлетворительной приближенной зависимостью, чем достаточно подтверждается наше старое предложение о том, что длину гидравли-

[1]) Лекции по курсу гидравлики в б. Ленинградском Политехническом Инст. (с 1922/23 г.).
[2]) См. сноски в начале настоящего параграфа.
[3]) М. Д. Чертоусов, „Конспект лекций по специальному курсу Гидравлики", Ленинград, 1934, стр. 120.

ческого прыжка допустимо полагать примерно пропорциональной высоте прыжка при коэфициенте пропорциональности $A \cong 5$. Зависимости (1878) или (1880) будем называть „формулой пятикратной длины“ [1]).

В дополнение к сказанному сделаем следующее предложение. Поскольку при определении длины прыжка по нижней части графика (фиг. 328) желательно иметь некоторый запас против непосредственных опытных данных Сафранеца, то представляется более осторожным для расчета величины λ_n пользоваться средней кривой между кривыми II—III, т. е. полагать:

$$\lambda_n = \frac{4{,}5\xi_2 + 5\varepsilon_n}{2} = \frac{4{,}5\xi_2 + 5(\xi_2 - \xi_1)}{2} = \frac{1}{2}(9{,}5\xi_2 - 5\xi_1), \quad . \quad . \quad (1881)$$

или

$$\lambda_n = 2{,}5(1{,}9\xi_2 - \xi_1), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1882)$$

каковую зависимость для простоты можно распространить и на верхнюю часть указанного графика, чем также создается некоторый (впрочем, сравнительно небольшой) запас при определении λ_n по сравнению с кривыми Сафранеца. Формулу (1882) мы и считаем возможным указать здесь в качестве расчетной.

Для составления графика по этой формуле правую часть ее легко представить в виде функции лишь от ξ_2 или лишь от ξ_1, пользуясь соответственно выражениями (1829)—(1828) для ξ_2 и ξ_1. Самые графики даны отдельно на фиг. 330 и 331, чтобы не затемнять графики 328—329 нанесением четвертой кривой. Конечно, следует пользоваться тем или другим из графиков по фиг. 330—331 в соответствии с тем, удобнее ли по условиям данного вопроса вычислять λ_n в зависимости от ξ_1 или в зависимости от ξ_2. Поясним, что, найдя λ_n, действительную длину гидравлического прыжка l_n легко вычислить по формуле:

$$l_n = \lambda_n h_k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1883)$$

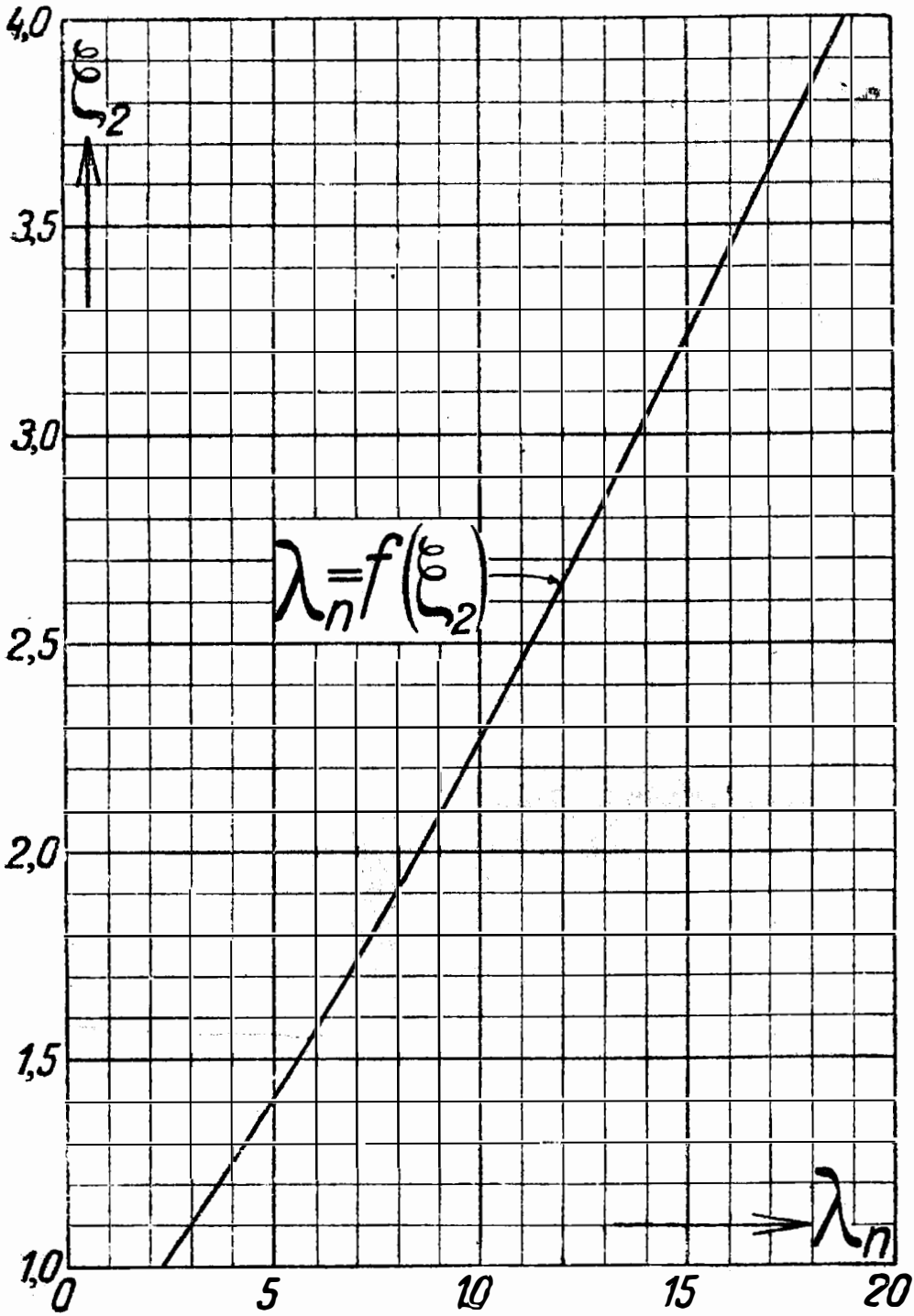
Как мы видели, предложенная формула (1882) основана на опытах Сафранеца; отметим вкратце, как эта простая формула согласуется с данными других опытов по длине прыжка, о которых упомянуто в начале настоящего параграфа. Накладывая непосредственно на график по фиг. 330—331 опытные точки Петроковского, полученные главным образом для $\xi_2 > 2{,}5$ (т. е. для $\xi_1 < 0{,}285$), можно видеть, что эти точки вполне удовлетворительно соответствуют нашей формуле. Точки Эйнвахтера, относящиеся главным образом к области $\xi_2 < 2{,}5$ (т. е. $\xi_1 > 0{,}285$), наоборот, дают бо́льшие значения λ_n, чем формула (1882), но необходимо напомнить, что опытные данные, указываемые этим автором, вообще не согласуются с опытными данными Сафранеца и более соответствуют относительной длине прыжка $\lambda_n \cong 6\varepsilon_n$, которая представляется нам в среднем несколько преувеличенной. Отметим еще, что формула (1882) в общем удовлетворительно согласуется и с данными эскизных опытов по длине прыжка, произведенных [2]) в Гидравлической лаборатории б. Научно-Мелиорационного Института в Ленинграде и имевших сравнительно небольшой диапазон ($\xi_2 \cong 1{,}7 - 2{,}2$).

Пользуясь имеющимися формулами для длины прыжка в прямоугольном русле, надо не упускать из вида следующих соображений.

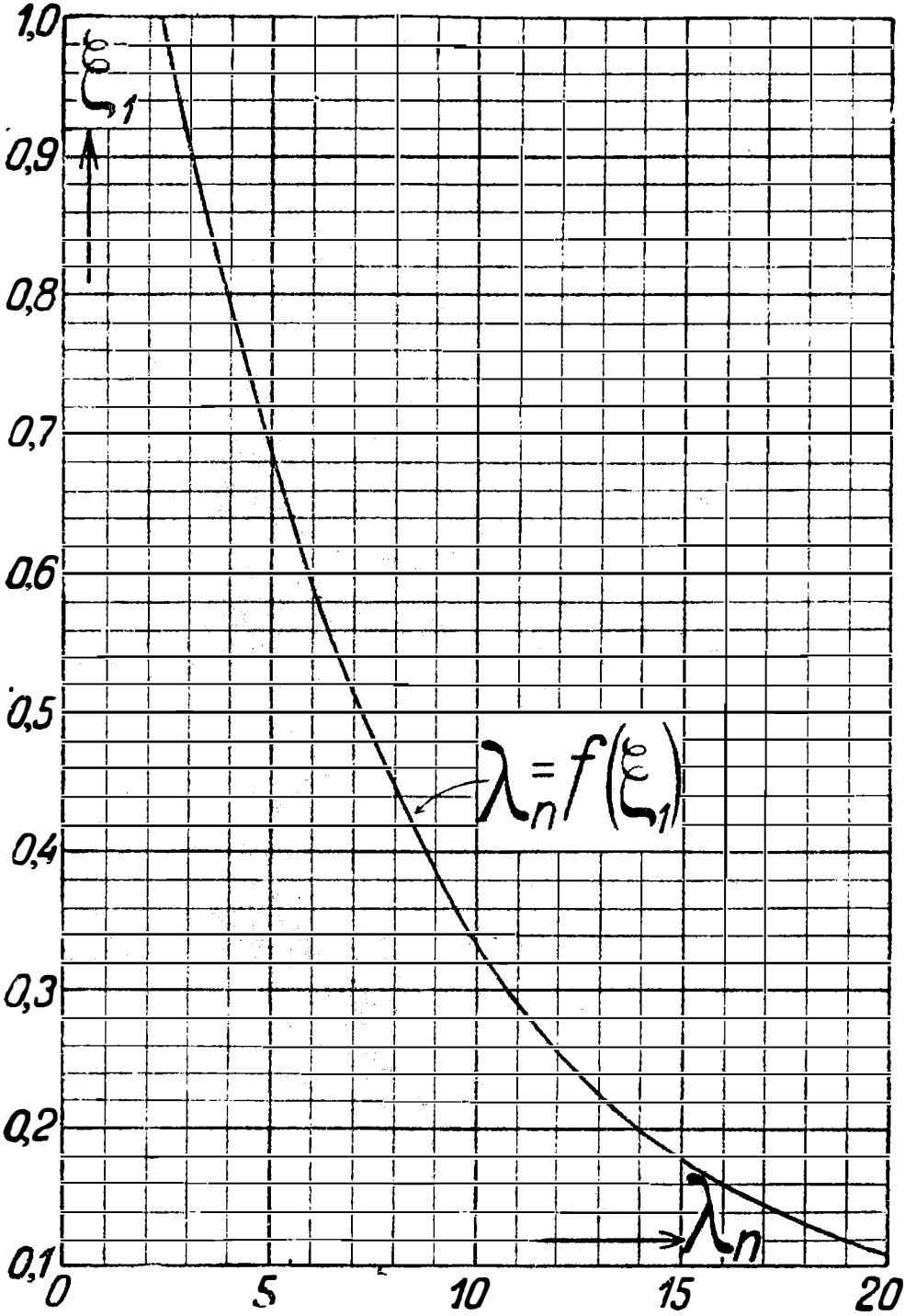
---

[1]) Так как выражение (1878) было мною в свое время указано как чисто иллюстративное, то выражение это, как расчетную формулу, я не могу считать своим предложением.

[2]) Опыты производились сотрудниками руководимой мною группы: П. И. Тугариновым (1930 г.) и В. И. Аравиным (1931 г.).



Фиг. 330. — График для определения относительной длины прыжка в зависимости от ζ_2.



Фиг. 331. — График для определения относительной длины прыжка в зависимости от ε_1.

1) Известные до сего времени опыты освещали главным образом явление прыжка в диапазоне:

$$\xi_2 \cong \text{от } 1{,}65-1{,}7 \text{ до } 3{,}3-3{,}5 \ (\text{или } \xi_1 \cong \text{от } 0{,}55 \text{ до } 0{,}16-0{,}17),$$

так что экстраполяция названных формул за пределы $\xi_2 > 3{,}5$ может быть сделана лишь несколько условно, — особенно при $\xi_2 \geqslant 4$ (впрочем, столь высокое значение ξ_2 редко встречается в практике).

2) Что касается меньших значений ξ_2, то в пределах

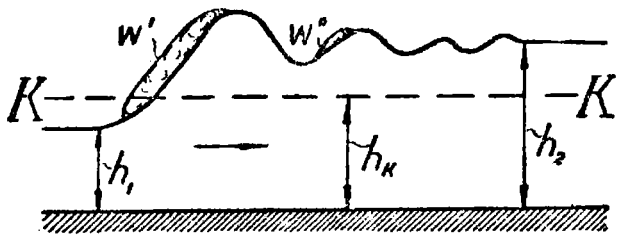
$$1{,}7 > \xi_2 \geqslant 1{,}4$$

вопрос о длине прыжка экспериментально освещен мало, что и заставляет в этих пределах вести расчет с известной осторожностью, в ответственных случаях прибегая к специальным опытам, если нужен более уверенный ответ на вопрос о длине прыжка.

3) Наконец, надо помнить, что при

$$\xi_2 \leqslant 1{,}4 \ (\text{или примерно при } \xi_1 \geqslant 0{,}7) \quad \ldots\ldots \quad (1884)$$

мы получаем уже особую форму прыжка, отличную от той, которая была схематически показана на фиг. 316—317 и 321. Эта особая форма прыжка называется иногда „несовершенным прыжком" (фиг. 332) и



Фиг. 332.

характеризуется наличием волнообразной поверхности, на которой иногда наблюдаются лишь местные „вальцы" (w', w''), но последние могут и вовсе отсутствовать при достаточно малой высоте прыжка; получающееся при этом гидравлическое явление имеет в некоторых случаях неустойчивый, как бы „пульсирующий" характер.

Заметим, что неравенство (1884) равносильно условию:

$$\frac{h_2}{h_1} \leqslant 2, \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad (1885)$$

где h_1 и h_2 — взаимные глубины прыжка в прямоугольном русле. При соотношении (1884) и равносильном ему соотношении (1885) вышеуказанные формулы длины прыжка вообще неприменимы, так как явление „несовершенного прыжка" до сего времени далеко не изучено в такой мере, чтобы можно было предложить какие-либо количественные зависимости для определения величины l_n, да и основное уравнение прыжка (1816) и его следствия к такому типу прыжка подходят, разумеется, значительно менее, чем к основному типу прыжка по фиг. 321. Лишь от дальнейших подробных и весьма тщательных лабораторных опытов можно ожидать достаточного освещения вопроса о „несовершенном прыжке". Надо, однако, сказать, что и по вопросу о длине „совершенного прыжка" (фиг. 321) весьма желательны дальнейшие экспериментальные (а равно и теоретические) исследования, — с целью критики и увязки предыдущих опытов и для выработки более полных и обстоятельных расчетных формул.

§ 134. Гидравлический прыжок как водомер.

Расход воды Q, входящий в уравнение для взаимных глубин прыжка в призматическом русле, обычно является известным, причем по уравнению определяется одна из взаимных глубин. Однако, если обе взаимные глубины нам известны (например, по наблюдению над действительными водными потоками или при лабораторном опыте), то из указанного уравнения прыжка можно определить соответствующий расход Q, т. е. гидравлическим прыжком можно пользоваться как измерителем расхода, как „водомером". На этот вопрос мы и хотели бы обратить внимание в нижеприводимом кратком изложении [1]).

1°. Прямоугольное измерительное русло. Из (1819) имеем:

$$q = \sqrt{\frac{g}{2\alpha} h_1 h_2 (h_1 + h_2)}, \quad \ldots \ldots \quad (1886)$$

откуда можем определить величину q, измеряя глубины h_1 и h_2 в данном русле, которое при этом может быть названо „измерительным руслом". Вводя обозначение:

$$a_1 = \frac{h_1}{h_2}, \quad \ldots \ldots \quad (1887)$$

откуда

$$h_1 = a_1 h_2, \quad \ldots \ldots \quad (1888)$$

вместо (1886) получим:

$$q = h_2^{5/2} \cdot \sqrt{\frac{g}{\alpha} \frac{a_1 (1 + a_1)}{2}}, \quad \ldots \ldots \quad (1889)$$

или короче:

$$q = \varphi(a_1) \cdot h_2^{5/2}, \quad \ldots \ldots \quad (1890)$$

если

$$\varphi(a_1) = \sqrt{\frac{g}{\alpha} \frac{a_1 (1 + a_1)}{2}}, \quad \ldots \ldots \quad (1891)$$

причем значения функции $\varphi(a_1)$ для метровых размеров даны на графике (фиг. 333). Зная по измерению отношение $a_1 = \frac{h_1}{h_2}$, находим по графику величину $\varphi(a_1)$, после чего легко подсчитываем по (1890) соответствующий расход q.

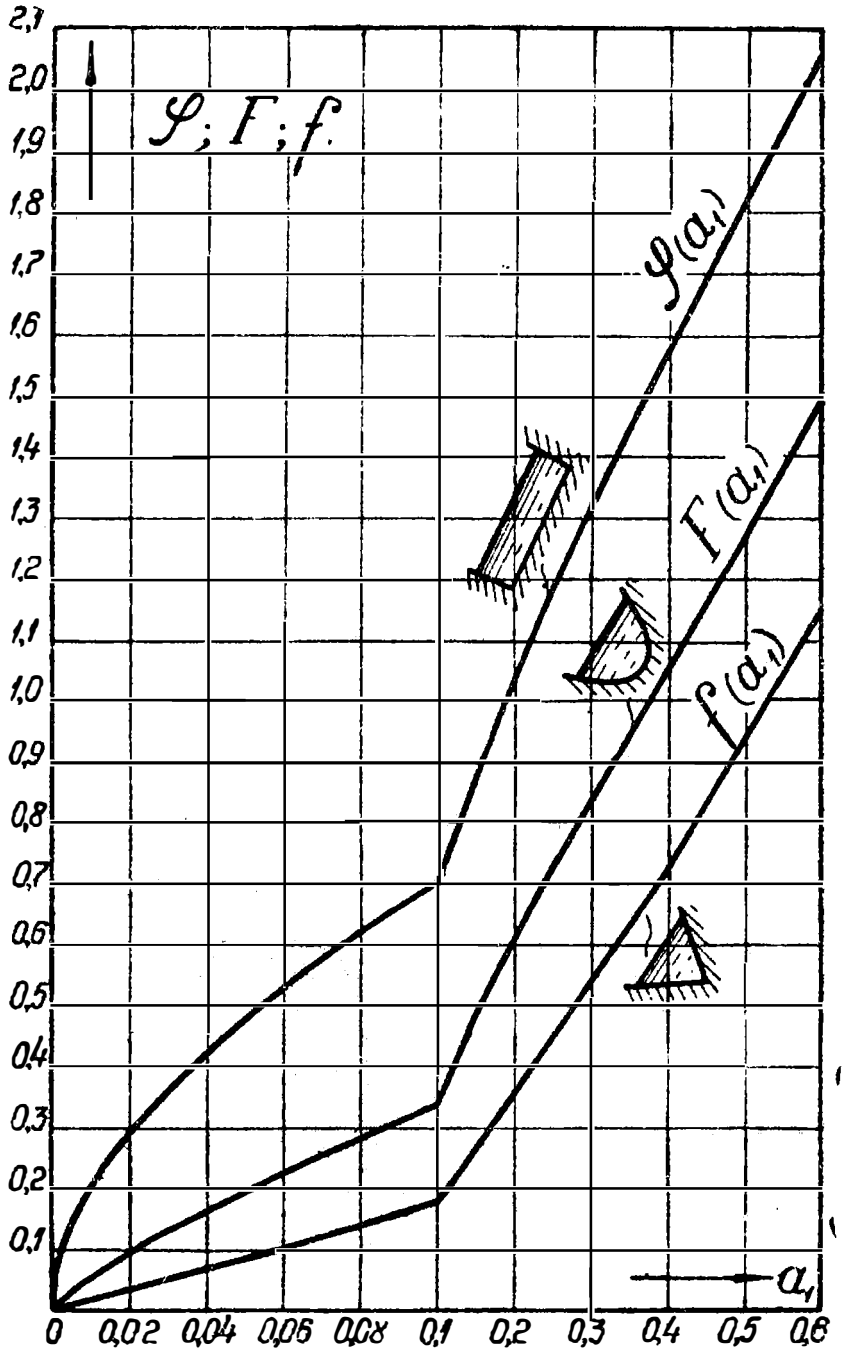
Формулу (1886) можно переписать в виде:

$$q = \sqrt{\frac{g}{\alpha} \cdot \frac{1}{2} (h_1 + h_2) h_1 h_2}, \quad \ldots \ldots \quad (1892)$$

где по (1837) среднюю арифметическую из глубин h_1 и h_2 в § 132 мы обозначили через h_m:

$$h_m = \frac{h_1 + h_2}{2},$$

[1]) Несколько подробнее см.: Н. Н. Павловский, „Гидравлический прыжок как водомер", Известия НИИГ, т. 1, 1931 г., стр. 230 — 239.



Фиг. 333 — График для подсчета расходов воды по гидравлическому прыжку

так что

$$q = \sqrt{\frac{g}{\alpha}}\, h_1 h_2 h_m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1893)$$

Имея в виду, что для метровых размеров (при $\alpha = 1{,}1$)

$$\sqrt{\frac{g}{\alpha}} = \sim 3, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1894)$$

вместо (1893) приближенно можем написать:

$$q = \sim 3 \sqrt{h_1 h_2 h_m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1895)$$

2°. Треугольное и параболическое измерительное русло. Как известно, при прыжке воды в призматическом русле имеем поясненную в § 131 зависимость (1802):

$$\frac{\alpha Q^2}{g\omega_1} + \omega_1 z_c' = \frac{\alpha Q^2}{g\omega_2} + \omega_2 z_c'',$$

где, измеряя взаимные глубины h_1 и h_2 и зная форму поперечного сечения русла, можно определить величины:

$$\omega_1;\ \omega_2;\ z_c';\ z_c'', \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1896)$$

после чего из (1802) находим:

$$\omega_2 z_c'' - \omega_1 z_c' = \frac{\alpha Q^2}{g}\left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2}\right), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1897)$$

откуда расход

$$Q = \sqrt{\frac{g}{\alpha} \cdot \frac{\omega_1 \omega_2 \left(\omega_2 z_c'' - \omega_1 z_c'\right)}{\omega_2 - \omega_1}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1898)$$

Для некоторых типов поперечного сечения последняя зависимость может быть значительно упрощена. Остановимся здесь на треугольном „измерительном русле" (см., например, фиг. 319 III), которое можно применять в тех случаях, когда расход в данном водном источнике имеет относительно большие колебания в течение периода наблюдений (причем абсолютные значения расходов все же невелики). Обозначая коэфициенты откоса треугольного сечения через m_1 и m_2 и полагая $M = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$, можно показать, что при треугольном русле

$$Q = M\sqrt{\frac{g}{3\alpha}} \cdot h_1 h_2 \sqrt{\frac{h_2^3 - h_1^3}{h_2^2 - h_1^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1899)$$

Для дальнейшего упрощения вычислений по формуле (1899) приведем эту формулу при помощи (1888) к виду:

$$Q = M\sqrt{\frac{g}{3\alpha}} \cdot h_2^{5/2} \cdot a_1 \sqrt{\frac{1 - a_1^3}{1 - a_1^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1900)$$

и, применяя здесь сокращенное обозначение

$$f(a_1) = \sqrt{\frac{g}{3\alpha}} \cdot a_1 \sqrt{\frac{1 - a_1^3}{1 - a_1^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1901)$$

получим:

$$Q = M \cdot f(a_1)\ h_2^{5/2}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1902)$$

Если сечение русла симметрично (т. е. при $m_1 = m_2 = m$), то $M = m$; наконец, если угол при вершине симметричного треугольника $= 90°$, то $M = m = 1$, и вместо (1902) имеем:

$$Q = f(a_1) \cdot h_2^{5/2}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1903)$$

При вычислении $h_2^{5/2}$ можно пользоваться таблицей 122 для чисел в степени $5/2$; что же касается значений функции $f(a_1)$, то таковые для метровых размеров даны на графике (фиг. 333). Для непосредственных вычислений функцию (1901) удобнее писать в виде:

$$f(a_1) = \sqrt{\frac{g}{3\alpha}} \cdot a_1 \sqrt{1 + \frac{a_1^2}{1 + a_1}} \quad \ldots\ldots \quad (1904)$$

Для параболического „измерительного русла" можно показать, что

$$Q = P \cdot F(a_1) \cdot h_2^2, \quad \ldots\ldots \quad (1905)$$

где

$$F(a_1) = \sqrt{\frac{2}{5}\frac{g}{\alpha}} \cdot \sqrt{a_1^{4/3} \cdot \frac{1 - a_1^{5/3}}{1 - a_1^{2/3}}} \quad \ldots\ldots \quad (1906)$$

и

$$P = \frac{4}{3}\sqrt{2p}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1907)$$

если p есть параметр параболы, определяемой уравнением: $x^2 = 2py$ (см. фиг. 319-IV). Численные значения функции $F(a_1)$ для метровых размеров даны на графике (фиг. 333).

3°. **Дополнительные замечания.** Обращаясь еще раз к графику для функций: $\varphi(a_1)$, $f(a_1)$ и $F(a_1)$, представленному на фиг. 333, напомним, что он дан для метровых размеров ($g = 9{,}81$ *м/сек*^{2}), почему и глубины h_2, входящие в соответствующие формулы, следует брать в метрах, равно как и величину P для параболического русла по (1907). Если глубины прыжка измеряются в сантиметрах, то, беря значения трех указанных функций по фиг. 333, следует умножать эти значения на 10.

Простейшая формула (1895) для прямоугольного русла при размерах, читаемых в сантиметрах, примет вид:

$$q = \sim 30\sqrt{h_1 h_2 h_m}; \quad \ldots\ldots \quad (1908)$$

если же по этой формуле желаем определить расход в секундо-литрах, приходящийся на 1 пог. метр ширины потока, то

$$q\ \frac{\text{сек-литр.}}{\text{пог. м}} = \sim 3\sqrt{(h_1)_{см} \cdot (h_2)_{см} \cdot (h_m)_{см}}. \quad \ldots\ldots \quad (1909)$$

Далее отметим, что для кривых на фиг. 333 положено $\alpha = 1{,}1$; если же считать $\alpha = 1$, то значения ординат этих кривых следует увеличить $\sim$ на 5%, или же формулы (1890), (1902) и (1905) снабдить множителем равным 1,05, беря значения входящих в эти формулы функций непосредственно по фиг. 333. При $\alpha \cong 1$ вместо упрощенной формулы (1895) получим:

$$q \cong 3{,}1\sqrt{h_1 h_2 h_m} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1910)$$

Что касается точности определения расходов по взаимным глубинам прыжка, то, конечно, следует отметить известные трудности в самом измерении этих глубин; к тому же такое измерение требует некоторого навыка. Даже в средних лабораторных условиях точность определения расхода по взаимным глубинам не может быть высока [1]).

В заключение укажем, что применение прыжка в качестве „водомера" может быть иногда полезно в лабораторной обстановке, для беглой проверки некоторых результатов опытов во время их производства. При постановке опытных исследований на гидротехнических сооружениях в действительных условиях, по взаимным глубинам наблюдаемых прыжков иногда также можно подойти к примерной оценке проходящих по сооружению расходов (при истечении из-под щита, на перепадах и пр.). Наконец, при гидрометрических работах на сравнительно небольших водных источниках и каналах, особенно в предварительной стадии этих работ, прыжок также, казалось бы, может послужить при подходящих условиях как „водомер", при применении специальных „измерительных русел" в виде желобов легкого или временного типа. Конечно, во всех названных случаях, о которых мы не имеем здесь возможности говорить подробнее, учет расходов при помощи „прыжка-водомера" может быть лишь приближенным, иногда даже лишь сугубо-ориентировочным, что зависит как от известной трудности измерения взаимных глубин, так и от приближенной структуры самых формул прыжка.

В. ОСНОВЫ ТЕОРИИ СОПРЯЖЕНИЯ БЬЕФОВ.

§ 135. Сопряжение бьефов для случая водосливных плотин

Возьмем схему водосливной плотины, снабженной щитами на гребне, причем будем иметь в виду работу ее как при неполном, так и при полном открытии щитов; при неполном открытии с гидравлической точки зрения имеем истечение через отверстие (фиг. 334), при полном — водослив (фиг. 335). Мы рассматриваем здесь (как и в дальнейшем изложении) лишь так называемую „плоскую задачу" сопряжения бьефов, когда для каждой единицы ширины потока гидравлические условия остаются одинаковыми, а потому для решения вопроса достаточно рассмотреть не весь поток, а лишь часть его с шириной, равной единице [2]).

Примем следующие обозначения, большая часть которых указана также и на фиг. 334—335: [3])

q — расход воды на единицу ширины потока;

V_0 — скорость подхода воды к отверстию или водосливу;

α — обычное обозначение „корректива" на неравномерное распределение местных скоростей по живому сечению;

H — напор над центром тяжести отверстия (фиг. 344) или напор на водосливе (фиг. 335);

H_0 — полный напор для отверстия или водослива, причем

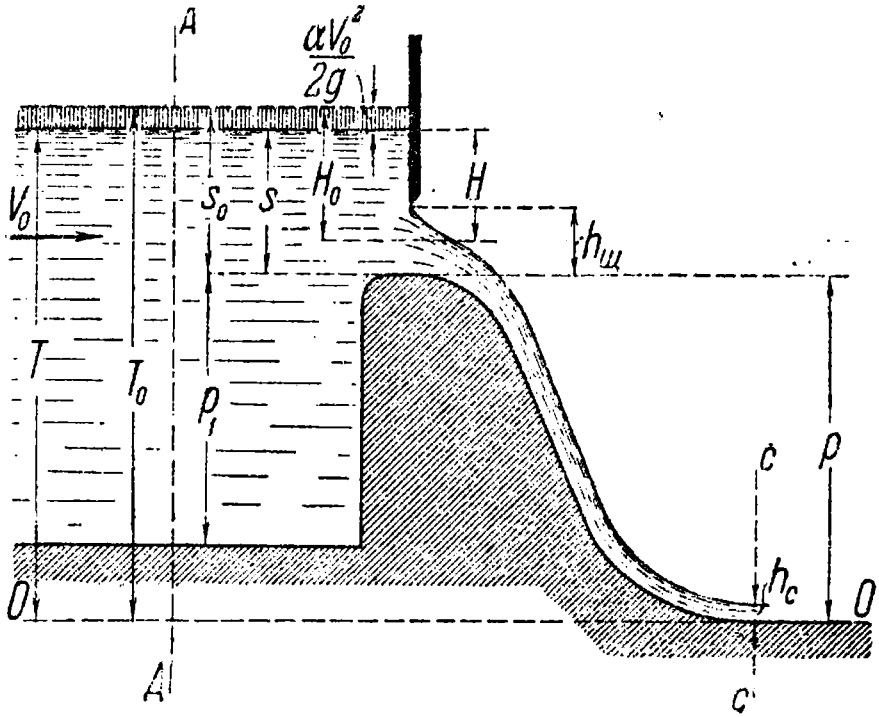
$$H_0 = H + \frac{\alpha V_0^2}{2g}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1911)$$

---

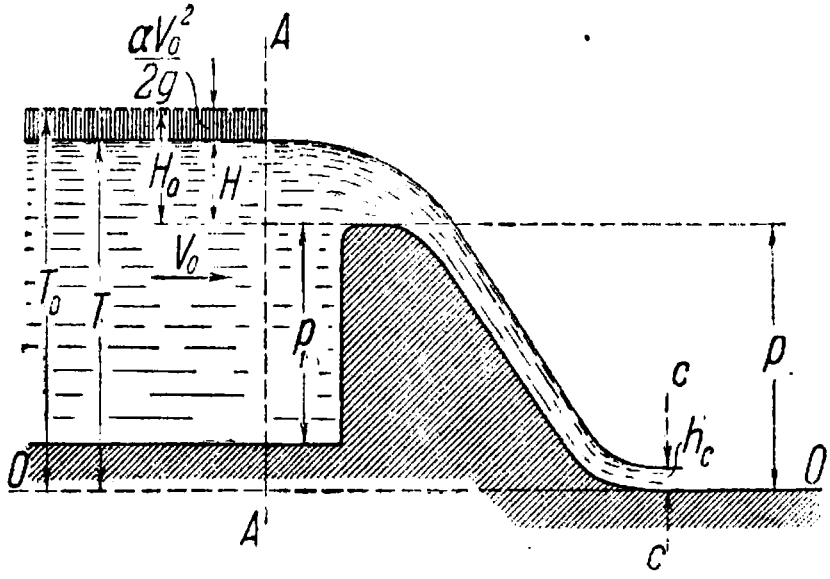
[1]) Некоторые примеры см. на стр. 238 нашей статьи, указанной в предыдущей сноске.

[2]) Основные вехи в гидравлике сопряжения бьефов поставлены, главным образом, работами Базена, Чарномского, Бахметева, Робока, Угинчуса. — Самое изложение в § 135 взято из моих лекций по Гидравлике (1930 г.) и из моей работы в Лен. Отд. Гос. Инст. Сооружений (ГИС): „К вопросу о сопряжении бьефов в гидротехн. сооружениях" (текст отчета сдан в декабре 1930 г.).

[3]) Приводимые в § 135—142 чертежи различных гидротехнических сооружений являются схематическими и даны без соблюдения масштабов.



Фиг. 334.



Фиг. 335.

s — глубина погружения гребня плотины (фиг. 334) под уровень верхнего бьефа;

s_0 — величина, равная

$$s_0 = s + \frac{\alpha V_0^2}{2g}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1912)$$

$h_щ$ — высота открытия щита;

p_1 — высота плотины, считаемая над дном верхнего бьефа;

p — высота плотины, считаемая над дном нижнего бьефа (вообще говоря, $p_1 \neq p$);

T — статический напор верхнего бьефа над плоскостью $O-O$;

T_0 — гидродинамический напор [1]) верхнего бьефа при плоскости сравнения $O-O$, причем

$$T_0 = T + \frac{\alpha V_0^2}{2g}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1913)$$

h_c — глубина воды в так называемом „сжатом сечении" $c-c$ непосредственно за плотиной, как показано на фиг. 334 и 335;

V_c — средняя скорость в „сжатом сечении".

Некоторые другие обозначения будут поясняться в дальнейшем, по мере надобности.

1°. Основные зависимости. Взяв плоскость сравнения на уровне дна нижнего бьефа за плотиной, т. е. имея в виду плоскость $O-O$ (фиг. 334—335), напишем уравнение Бернулли для сечения $A-A$ (перед плотиной) и „сжатого" сечения $c-c$:

$$\frac{\alpha V_0^2}{2g} + T = \frac{\alpha V_c^2}{2g} + h_c + (h_w)_c, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1914)$$

где $(h_w)_c$ — потеря напора от сечения $A-A$ до сечения $c-c$. В соответствии с обобщенной формулой Вейсбаха (Weissbach) можно выразить величину $(h_w)_c$, как долю скоростного напора $\frac{\alpha V_c^2}{2g}$ в „сжатом" сечении:

$$(h_w)_c = \zeta_c \frac{\alpha V_c^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1915)$$

причем ζ_c есть коэфициент сопротивления рассматриваемой „гидравлической системы" от сечения $A-A$ до сечения $c-c$ [2]). Подставляя (1915) в (1914), имеем:

$$\frac{\alpha V_0^2}{2g} + T = (1+\zeta_c)\frac{\alpha V_c^2}{2g} + h_c \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1916)$$

Как известно (см. § 69),

$$\varphi_c = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta_c}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1917)$$

и потому

$$1 + \zeta_c = \frac{1}{\varphi_c^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1918)$$

---

[1]) Или удельная энергия потока в сечении $A-A$.

[2]) В виде (1915) чаще всего и дается выражение для потери напора $(h_w)_c$ в нашей гидравлической литературе.

где φ_c — коэфициент скорости, соответствующий коэфициенту сопротивления системы ζ_c. Так как

$$V_c = \frac{q}{h_c}, \quad \ldots \quad (1919)$$

то, подставляя (1918) и (1919) в (1916) и помня (1913), найдем:

$$h_c + \frac{\alpha q^2}{2g\varphi_c^2 h_c^2} = T_0, \quad \ldots \quad (1920)$$

что можно назвать энергетическим уравнением сопряжения бьефов. Кстати отметим, что для средней скорости в сжатом сечении V_c на основании предыдущей зависимости получаем выражение:

$$V_c = \frac{\varphi_c}{\sqrt{\alpha}}\sqrt{2g(T_0 - h_c)} \quad \ldots \quad (1921)$$

Второе уравнение, необходимое при рассмотрении вопроса о сопряжении бьефов, есть уравнение прыжка в прямоугольном русле:

$$\frac{2\alpha q^2}{g} = h_c h_a (h_c + h_a), \quad \ldots \quad (1922)$$

где h_a — глубина прыжка, сопряженная (взаимная) с глубиною h_c, откуда, как и в формуле (1821), имеем:

$$h_a = \frac{h_c}{2}\left[\sqrt{1 + \frac{8\alpha q^2}{g h_c^3}} - 1\right] \quad \ldots \quad (1923)$$

Зная по (1913) величину T_0, из кубического уравнения (1920) находим глубину h_c [1]), а затем по (1923) — сопряженную с ней глубину h_a.

2°. **Типы сопряжения ниспадающей струи с нижним бьефом.** Найдя глубину h_a, легко можно решить и вопрос о типе сопряжения ниспадающей струи с нижним бьефом, глубину которого непосредственно за плотиной будем обозначать через $h_н$. При этом надо различать три случая (см. фиг. 336, схемы I—III):

1) прыжок за плотиной затопляется (фиг. 336-I), если

$$h_н > h_a; \quad \ldots \quad (1924)$$

2) прыжок начинается непосредственно в сжатом сечении (фиг. 336-II), без дальнейшего отгона, при условии:

$$h_н = h_a; \quad \ldots \quad (1925)$$

3) наконец, при

$$h_н < h_a \quad \ldots \quad (1926)$$

глубина нижнего бьефа недостаточна для затопления прыжка, и последний отгоняется от сжатого сечения на длину [2]) l (фиг. 336-III).

Указанные формы сопряжения ниспадающей струи с нижним бьефом имеют место в том случае, когда уклон дна отводящего русла

---

[1]) При решении кубического уравнения (1920) следует брать для h_c тот вещественный положительный корень, который дает величину $h_c < h_k$.

[2]) Об определении этой длины см. ниже п. 4°, г (§ 135).

меньше критического ($i < i_k$). Если это русло обладает уклоном дна $i > i_k$, то прыжок за сооружением, как известно, не может образоваться; в этом случае, сойдя с низовой поверхности плотины (фиг. 334—335), водосливная струя переходит далее без прыжка в нижний бьеф, где и движется далее в „бурном состоянии", т. е. при глубинах $< h_k$.

Следует еще отметить, что при больших скоростях в ниспадающей струе (в частности, в „сжатом" сечении) происходит смешение струи с воздухом, каковое обстоятельство не учитывается в вышеприведенном энергетическом уравнении (1920), равно как и в уравнении прыжка (1922). Поэтому при больших скоростях как излагаемый здесь способ рассмотрения вопроса о сопряжении бьефов, так и другие известные до сего времени способы имеют отчасти формальный характер, но ими все же можно пользоваться при проектировании, за неимением достаточных данных о движении водного потока, в той или иной мере смешанного с воздухом.

3°. Характеристическое уравнение сопряжения бьефов. Энергетическое уравнение (1920) и уравнение прыжка (1922) могут быть переобразованы в целях облегчения практических расчетов. Для этого вместо величин T_0, h_c, h_a и $h_н$, входящих в указанные уравнения, введем в рассмотрение соответствующие относительные величины:

$$\xi_0 = \frac{T_0}{h_k}; \quad \ldots \quad (1927)$$

$$\xi_c = \frac{h_c}{h_k}; \quad \ldots \quad (1928)$$

$$\xi_a = \frac{h_a}{h_k}; \quad \ldots \quad (1929)$$

$$\xi_н = \frac{h_н}{h_k}, \quad \ldots \quad (1930)$$

где h_k — критическая глубина [1]).

Помня что

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{aq^2}{g}} \quad \ldots \quad (1931)$$

и деля все члены уравнения (1920) на h_k, нетрудно получить следующую зависимость:

$$\xi_c + \frac{1}{2\varphi_c^2 \xi_c^2} = \xi_0; \quad \ldots \quad (1932)$$

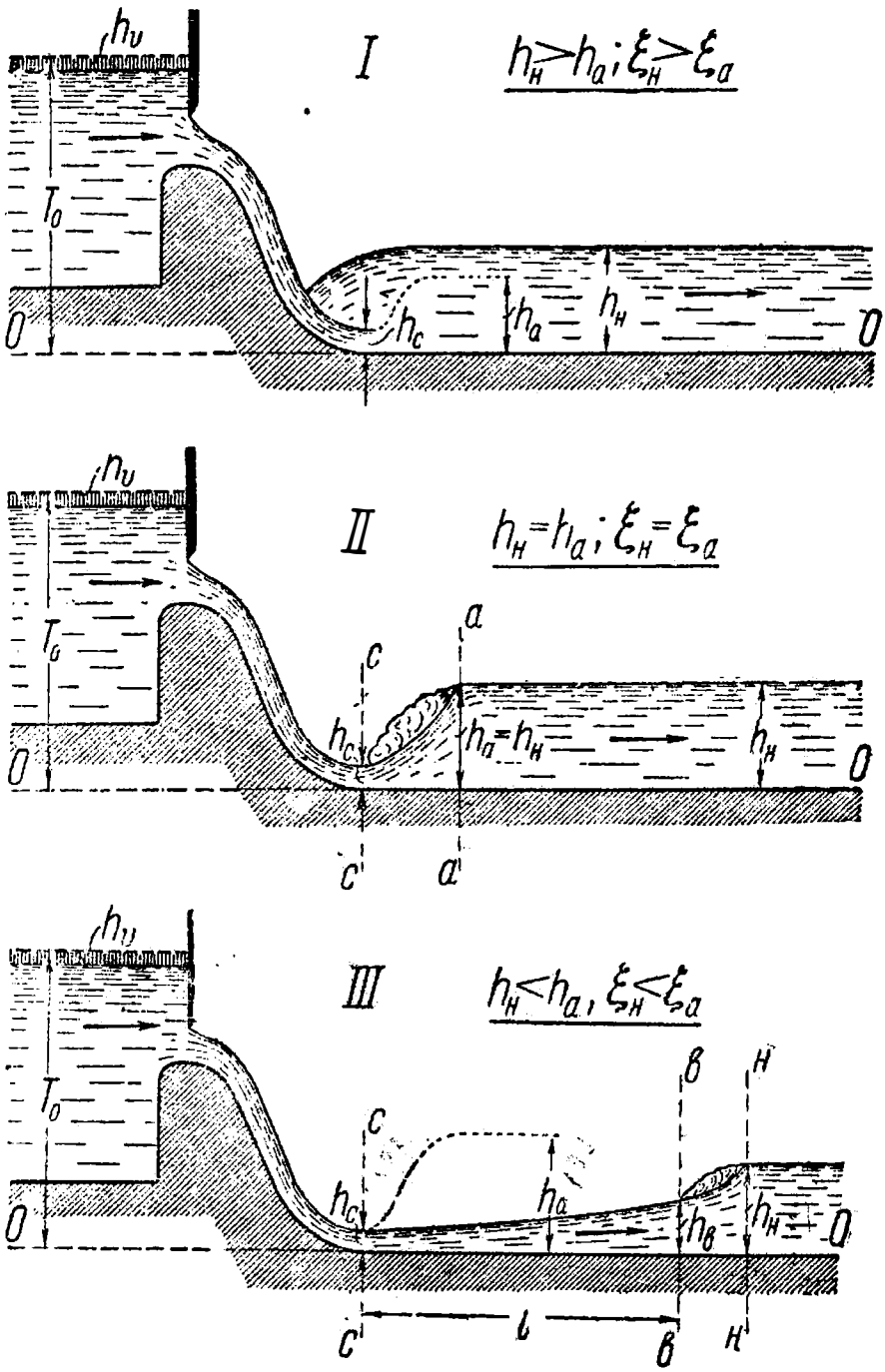
вместо же (1922) в относительных величинах имеем [2]):

$$\xi_c \xi_a (\xi_c + \xi_a) = 2, \quad \ldots \quad (1933)$$

---

[1]) Введение критической глубины (h_k) при рассмотрении вопроса о сопряжении бьефов впервые предложено инж. А. А. Угинчус в его работе: „К вопросу о расчете водобойных колодцев", Известия Научно-Мелиор. Инст., 1929, вып. XIX, стр. 152; предложение это весьма важно в данном вопросе. Однако, критерии сопряжения бьефов даются названным автором в ином виде, чем это сделано в настоящем параграфе, и, по нашему мнению, являются менее удобными (см. стр. 167 — 168 указанной работы инж. Угинчус).

[2]) См. формулу (1827), § 132


I
$h_н > h_a ; \xi_н > \xi_a$
h_v
T_0
0
h_c
h_a
$h_н$
0
II
$h_н = h_a ; \xi_н = \xi_a$
h_v
T_0
0
c
a
h_c
$h_a = h_н$
$h_н$
0
c
a
III
$h_н < h_a , \xi_н < \xi_a$
h_v
T_0
0
c
в
н
h_c
h_a
$h_в$
$h_н$
0
c
l
в
н

Фиг. 336.

откуда

$$\xi_c = \frac{\xi_a}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{2}{\xi_a}\right)^3}-1\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1934)$$

На фиг. 337 приводим кривые [1]), выражающие по (1932) зависимость между ξ_0 и ξ_c при различных коэфициентах скорости φ_c; что касается графического выражения уравнения (1934), то для этого достаточна кривая, данная выше на фиг. 322 (§ 132), где по оси ξ_1 следует читать величину ξ_c, а по оси ξ_2 — величину ξ_a. В этих обозначениях кривая воспроизведена на фиг. 338.

Исключая из уравнений (1932) и (1934) величину ξ_c, можем легко получить и непосредственную зависимость между ξ_0 и ξ_a:

$$\xi_0 = \frac{\xi_a}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{2}{\xi_a}\right)^3}-1\right] + \frac{2}{\varphi_c^2 \xi_a^2\left[\sqrt{1+\left(\frac{2}{\xi_a}\right)^3}-1\right]^2}, \quad \ldots \quad (1935)$$

где правая часть является, как видим, вполне определенной функцией от ξ_a. Обозначая ее через $f(\xi_a)$, имеем:

$$\xi_0 = f(\xi_a), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1936)$$

в соответствии с чем на фиг. 339 и даем кривые, графически выражающие зависимость (1936) для различных значений φ_c. Из (1936) следует, что

$$\xi_a = F(\xi_0), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1937)$$

где F есть функция, обратная f. Графически функция $F(\xi_0)$ выражается, конечно, теми же кривыми, показанными на фиг. 339.

Уравнения (1936) и (1937) будем называть характеристическими уравнениями сопряжения бьефов.

4°. **Общий ход расчетов по сопряжению бьефов.** В связи со сказанным, для плоской задачи сопряжения бьефов при данном расходе $= q$ получаем следующий общий ход расчетов:

а) Прежде всего находим критическую глубину h_k по формуле (1931). Заметим, что иногда удобнее находить h_k не по расходу q, а по напору H_0 для водослива (фиг. 335) или по напору s_0 для отверстия (фиг. 334). При этом для водослива:

$$q = m\sqrt{2g}H_0^{3/2},$$

откуда, имея в виду (1931), нетрудно видеть, что

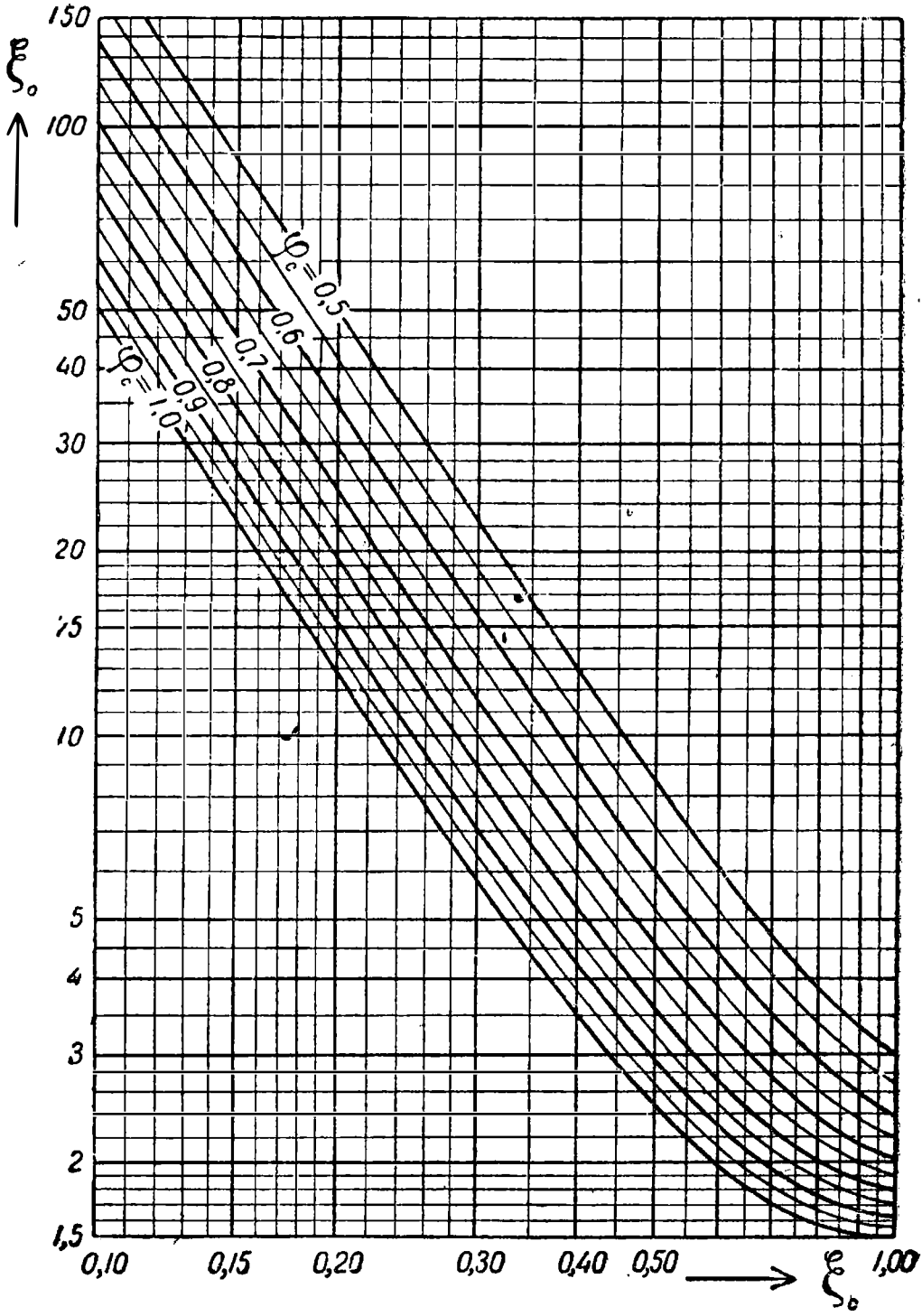
$$h_k = H_0 \cdot \sqrt[3]{2\alpha m^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1938)$$

Для отверстия из формулы

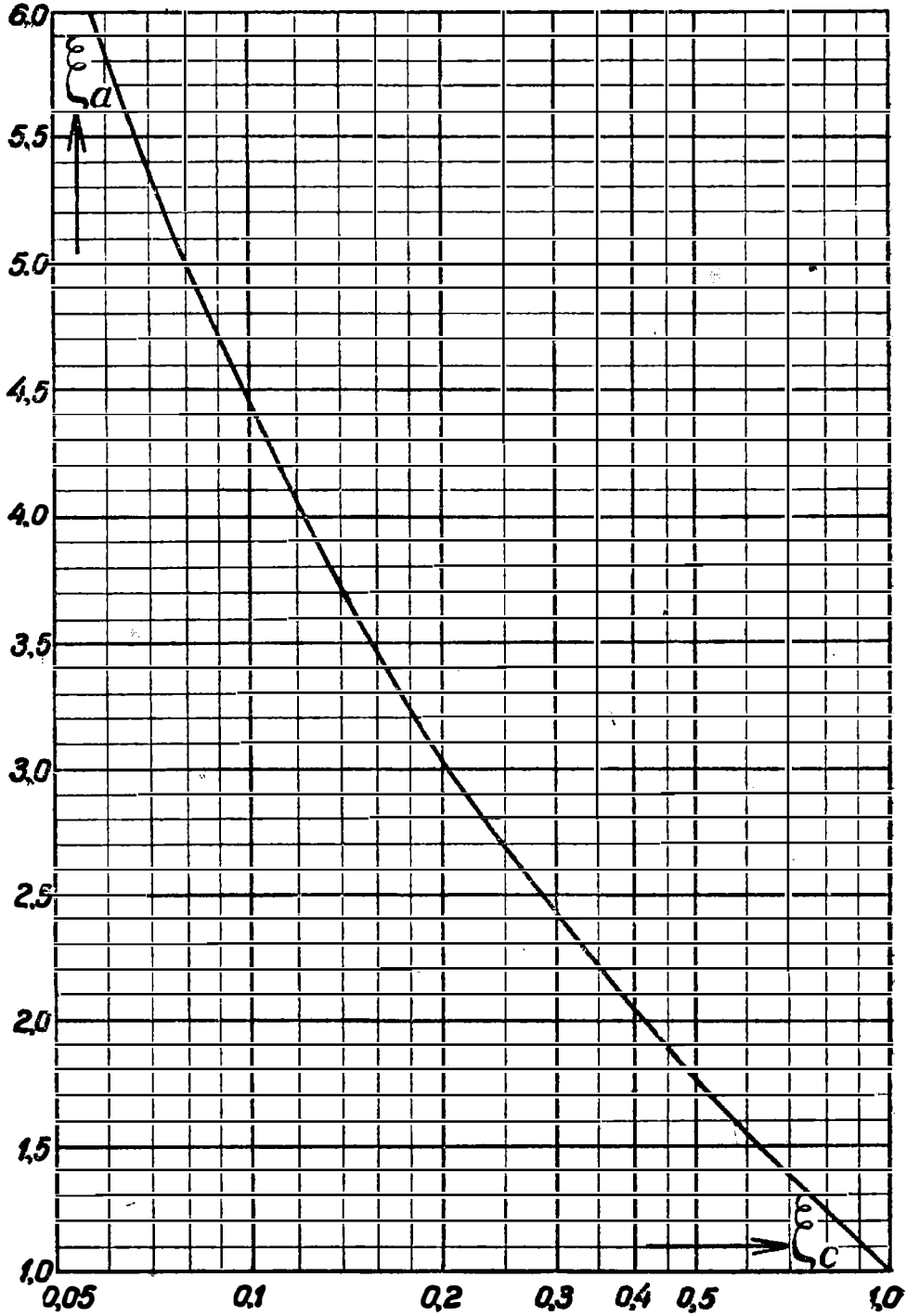
$$q = \mu h_{u_1}\sqrt{2gH_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1939)$$

---

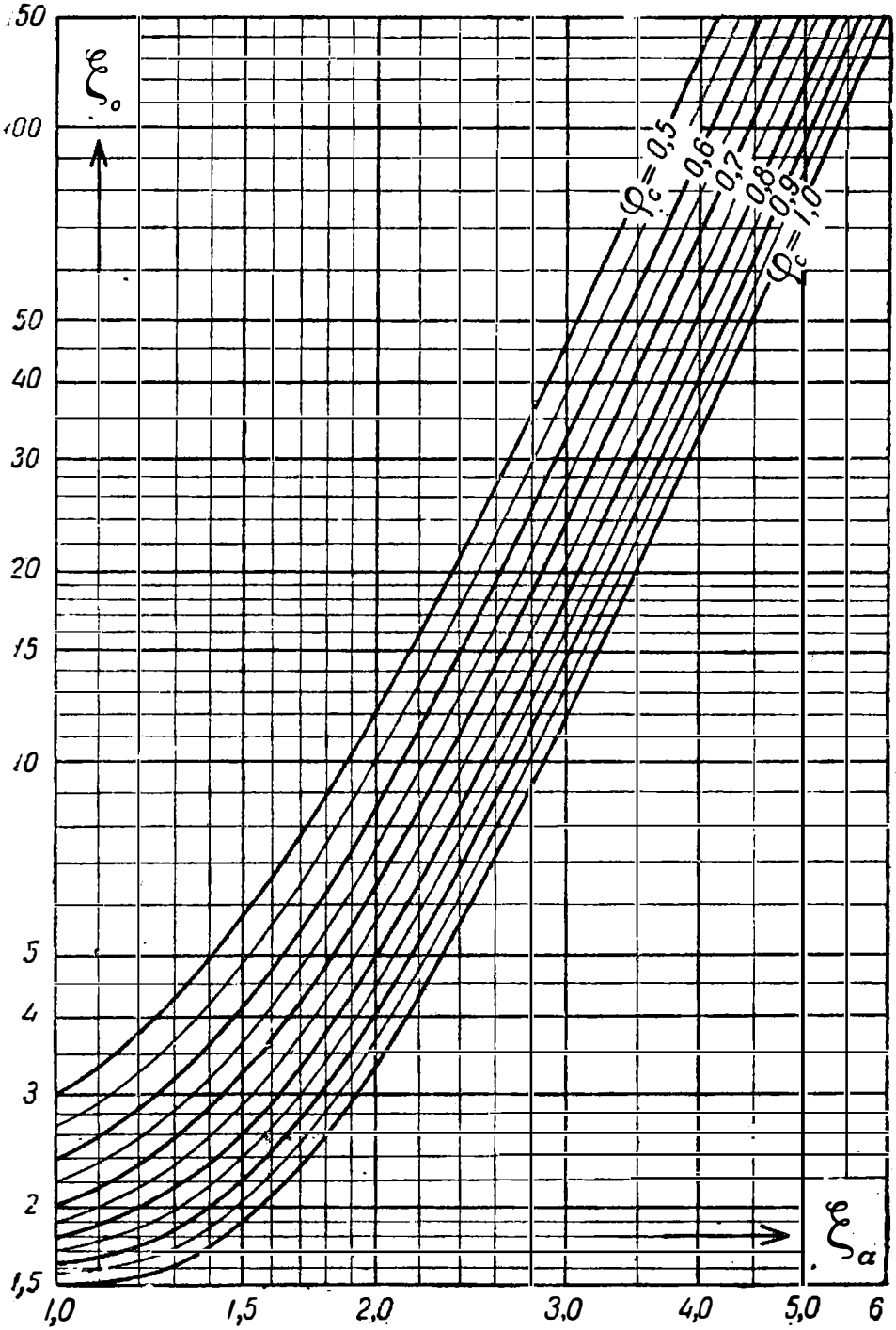
[1]) Все помещаемые в § 135 графики были составлены по моим указаниям инж. Р. Р. Чугаевым в первой половине 1931 г. для вышеназванной моей работы по ГИС (см. первую сноску в этом параграфе). Для настоящего „Справочника" графики, приводимые на фиг. 337 и 339, перестроены М. А. Городским с весьма небольшим изменением, заключающимся в том, что соответствующие кривые даны непосредственно для различных значений φ_c, тогда как в 1931 г. те же кривые были построены Р. Р. Чугаевым для различных значений величины $\frac{1}{\varphi_c\sqrt{2\alpha}}$. — О наименовании фиг. 339 см. в конце стр. 684.



Фиг. 337.—График связи между относительными величинами ζ_0 и ζ_c.



Фиг. 338.—График зависимости между величинами ξ_a и ξ_c.



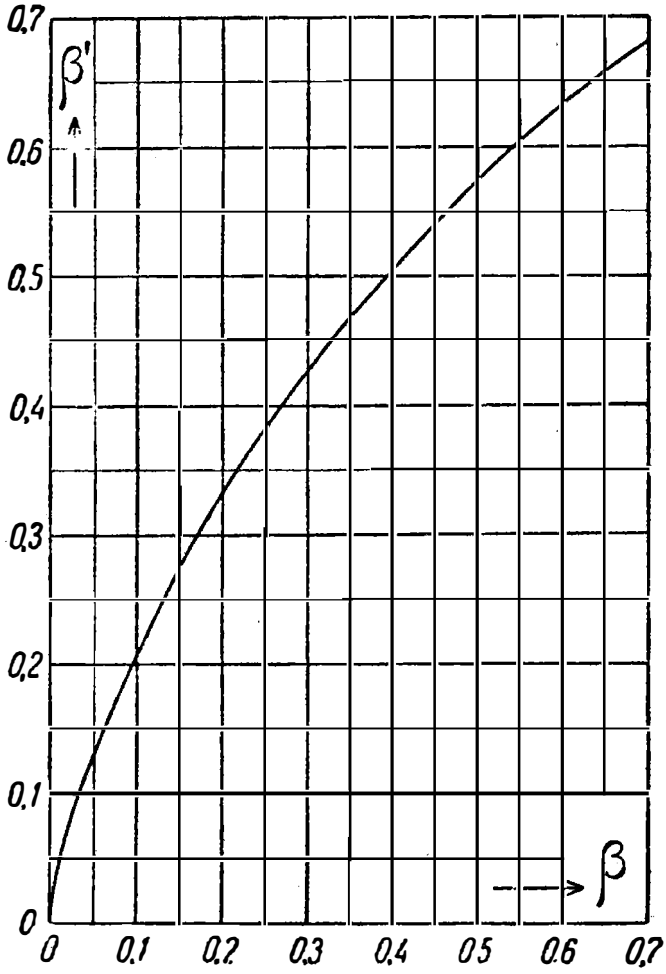
Фиг. 339.—**График глубинного критерия.**

можно вывести, что

$$h_k = s_0 \sqrt[3]{2\alpha_1^2 \beta^2 \left(1 - \frac{\beta}{2}\right)}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1940)$$

где β — степень открытия щита, т. е.

$$\beta = \frac{h_{щ}}{s_0}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1941)$$



Фиг. 340.

причем вместо (1940) удобнее пользоваться зависимостью:

$$h_k = s_0 \cdot \beta' \sqrt[3]{2\alpha\mu^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1942)$$

если положить

$$\beta' = \sqrt[3]{\beta^3 \left(1 - \frac{\beta}{2}\right)}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1943)$$

для каковой величины можно пользоваться графиком, данным на фиг. 340.

Выражения (1938) и (1940) можно представить в виде:

$$h_k = kH_0 \quad \ldots \quad (1944)$$

и

$$h_k = k\beta' s_0, \quad \ldots \quad (1945)$$

где соответственно [1])

$$k = \sqrt[3]{2\alpha m^2} \quad \ldots \quad (1946)$$

и

$$k = \sqrt[3]{2\alpha\mu^2}, \quad \ldots \quad (1947)$$

причем для облегчения вычислений даем табл. 151, содержащую значения k для различных коэфициентов расхода m и μ (при $\alpha = 1{,}1$).

ТАБЛИЦА 151.

m	k	m	k	m	k	μ	k	μ	k
0,32	0,609	0,38	0,682	0,45	0,764	0,60	0,925	0,75	1,074
0,335	0,627	0,40	0,706	0,46	0,775	0,625	0,951	0,80	1,121
0,35	0,646	0,42	0,729	0,48	0,797	0,65	0,976	0,85	1,167
0,36	0,658	0,44	0,752	0,50	0,819	0,70	1,025	0,90	1,212

б) Имея h_k, определяем величины ξ_0 и $\xi_н$ по вышеуказанным их выражениям (1927) и (1930) и затем для полученного значения ξ_0 по графику, данному на фиг. 339, находим соответствующую величину ξ_a.

в) Условия для суждения о типе сопряжения ниспадающей струи с нижним бьефом напишем теперь в следующем виде (в относительных величинах):

1) затопленный прыжок (фиг. 336-I) будет при условии

$$\xi_н > \xi_a; \quad \ldots \quad (1948)$$

2) прыжок начинается непосредственно в сжатом сечении (фиг. 336-II) при

$$\xi_н = \xi_a; \quad \ldots \quad (1949)$$

3) отогнанный прыжок (фиг. 336-III) будет при

$$\xi_н < \xi_a \quad \ldots \quad (1950)$$

Заметим, что условия (1948)—(1950) выводятся непосредственно из вышеуказанных зависимостей (1924)—(1926) при делении последних на h_k. Как в условиях (1948)—(1950), так и вообще в предлагаемых в §§ 135—140 способах рассмотрения вопроса о сопряжении бьефов центральное место занимает величина ξ_a, которая, как нам представляется, заслуживает специального наименования — „глубинный критерий“, как мы и будем в дальнейшем называть эту величину (см. фиг. 339).

[1]) Обращаем внимание, что в формулах (1944) и (1945) величины k отличны друг от друга.

г) Что касается длины отгона прыжка l при условии (1950), то таковая (в случае горизонтального дна) находится по формуле (1522), в которой для „плоской задачи" сопряжения бьефов величина J_k определяется по (1509) при i_k, найденном по (1450), а для ξ_1 и ξ_2 надо положить:

$$\left.\begin{aligned}\xi_1 &= \xi_c;\\ \xi_2 &= \xi_a,\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1951)$$

где

$$\xi_a = \frac{h_a}{h_k}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1952)$$

причем h_a есть глубина прыжка, сопряженная с глубиною h_k (фиг. 336-III).

Величину ξ_c находим по известному значению ξ_0, пользуясь вышеуказанным графиком (фиг. 337); величину же ξ_a получаем как сопряженную с ξ_n, для чего можно обратиться к формуле (1820) или графику для взаимных глубин прыжка (фиг. 322), понимая при этом под ξ_1 величину ξ_a, а под ξ_2 — величину ξ_n. Заметим, что при эскизных расчетах вместо уравнения (1522) можно пользоваться упрощенным уравнением (1526) или даже уравнением (1528) [1]).

д) Получив условие (1948), желательно определить ту степень запаса, или тот коэфициент запаса, который мы имеем при этом в отношении затопления прыжка. При проектировании обычно довольствуются тем, что определяют отношение

$$\frac{\xi_n}{\xi_a} = n, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1953)$$

считая при этом n получаемым коэфициентом запаса в указанном смысле и принимая, что для надежности сопряжения (т. е. для надежного затопления прыжка) отношение n должно быть не менее величины

$$n_0 = 1{,}05 - 1{,}10, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1953')$$

где n_0 — требуемый коэфициент запаса. Ясно, что при условии (1949) коэфициент запаса $n = 1{,}0$, что в практике проектирования признается недостаточным, т. е. считается, что хотя теоретически в этом случае мы и имеем прыжок, начинающийся непосредственно в сжатом сечении, но все же практически такой прыжок, при неблагоприятных обстоятельствах, легко может перейти в отогнанный.

е) Наконец, заметим, что, если по условиям проектирования нужно найти не только относительные величины ξ_c и ξ_a, но и соответствующие действительные глубины, то для последних по определениям (1928) и (1929) имеем:

$$h_c = \xi_c h_k; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1954)$$

$$h_a = \xi_a h_k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1955)$$

В заключение настоящего параграфа укажем, что, если сравнение величин ξ_n и ξ_a по (1948) — (1950) показывает нам, что за плотиной появляется отогнанный прыжок, то необходимо принять меры для затопления прыжка, из которых мы рассмотрим здесь так называемые „водобойные

[1]) Если уклон дна в пределах отгона прыжка $\neq 0$, то длина l находится по соответствующим уравнениям неравномерного движения, данным в разделе *A* главы IX для $i \gtrless 0$ величины ξ_c и ξ_a при этом определяются, как только что было указано для случая горизонтального дна.

колодцы", не касаясь более специальных мер, известных под наименованием „гасителей вредной энергии", так как последние выходят за рамки тех расчетов [1]), коим посвящен настоящий „Справочник". Основная идея водобойных колодцев (см., например, фиг. 341 и 345) состоит в том, что, при наличии их, глубина нижнего бьефа непосредственно за плотиной увеличивается, так что, если без водобойного колодца (фиг. 336-III) мы имеем неравенство

$$h_н < h_a,$$

то с водобойным колодцем надлежащей глубины можно достигнуть обратного неравенства.

Ниже мы даем [2]) гидравлический расчет для водобойных колодцев, образованных: 1) посредством водобойного уступа (§ 136); 2) посредством водобойных стенок (§ 137—138); 3) смешанным способом (§ 139).

§ 136. Определение глубины колодца с водобойным уступом.

При этом типе водобойного колодца дно нижнего бьефа непосредственно за плотиной понижается с прежнего уровня $O-O$ до уровня $O'-O'$, причем в конце колодца (фиг. 341) имеется водобойный уступ, за которым дно нижнего бьефа сохраняется на прежнем уровне. Найдем такую глубину колодца d, при которой прыжок уже не отгоняется за сжатое сечение, но еще и не затопляется, — иначе говоря, при этом глубинный критерий равен относительной глубине нижнего бьефа непосредственно за плотиной (т. е. в пределах колодца), что соответствует вышеуказанному условию (1949).

Этот случай и представлен на фиг. 341 и 342, причем последний чертеж дан в относительных величинах. Значки „прим" отмечают, что соответствующие величины связаны с наличием водобойного уступа; смысл величин ξ_0', ξ_c', ξ_a' — тот же, что и смысл величин ξ_0, ξ_c, ξ_a, указанных в § 135 по определениям (1927) — (1929). По поводу относительного гидродинамического напора ξ_0' следует подчеркнуть, что он считается над плоскостью сравнения $O'-O'$. Величина $\xi_н'$ есть относительная глубина нижнего бьефа непосредственно за плотиной (в пределах водобойного колодца); при этом условие (1949) напишется в виде (фиг. 342):

$$\xi_н' = \xi_a', \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1956)$$

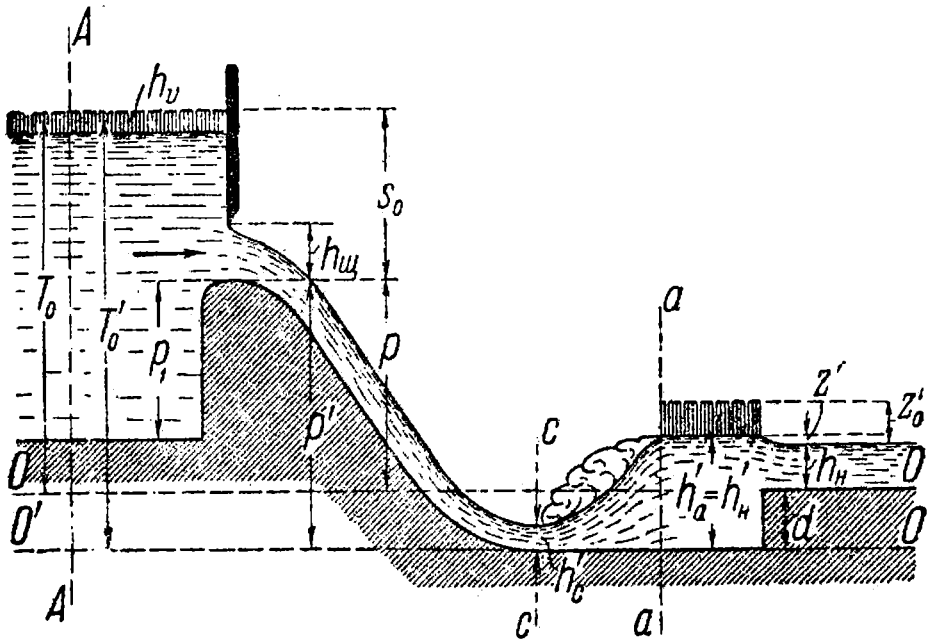
глубина же отводящего русла за колодцем остается, конечно, без изменения, почему для нее сохраняется и прежнее обозначение $h_н$ (или $\xi_н$ для относительной глубины).

По уравнению Бернулли, написанному для сечения $a-a$ и для сечения с глубиной $h_н$ непосредственно за уступом (фиг. 341), при плоскости сравнения $O'-O'$ имеем:

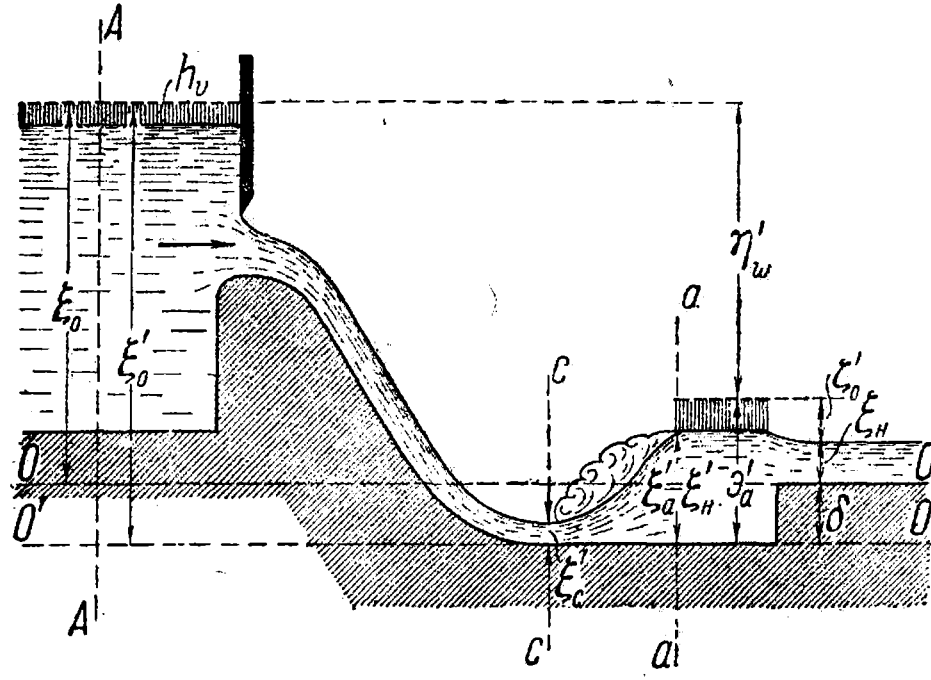
$$\frac{\alpha V_a^2}{2g} + h_a' = \frac{\alpha V_н^2}{2g} + h_н + d + \zeta_y \frac{\alpha V_н^2}{2g}, \quad \ldots\ldots (1957)$$

[1]) К тому же гасители энергии в большинстве случаев и не поддаются гидравлическому расчету, требуя лабораторного испытания на моделях (в предварительных проектах гасители энергии вычерчиваются по приближенным эмпирическим „правилам" или по имеющимся образцам).

[2]) Предлагаемый мною способ определения глубины колодцев как с водобойным уступом (§ 136), так и с водобойной стенкой (§ 137) был доложен мною в Ленинградском Доме Ученых на заседании Гидротехнической группы 23/IV 1934 г. — См. также предисловие к настоящей книге.



Фиг. 341.



Фиг. 342.

где V_a и $V_н$ — соответствующие скорости, ζ_v — коэфициент потери напора в формуле Вейсбаха аналогично (1915). Из (1957) находим:

$$z_0' = (1+\zeta_v)\frac{V_н^2}{2g}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1958)$$

где z_0' есть перепад, образуемый уступом колодца и исправленный на скорость подхода, и далее:

$$z_0' = \frac{\alpha\, V_н^2}{2g\,\varphi_v^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1958')$$

если через φ_v обозначить коэфициент скорости на водобойном уступе, соответствующий коэфициенту сопротивления ζ_v, причем, аналогично (1917),

$$\varphi_v = \sqrt{\frac{1}{1+\zeta_v}}.$$

Обозначая относительный перепад на уступе (фиг. 342) с учётом скорости подхода через ζ_0':

$$\zeta_0' = \frac{z_0'}{h_k}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1959)$$

из (1958′) нетрудно получить в относительных величинах, что

$$\zeta_0' = \frac{1}{2\varphi_v^2\,\xi_н^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1960)$$

Полагая $\varphi_v \cong 0{,}95$, вместо (1960) имеем:

$$\zeta_0' \cong \frac{0{,}55}{\xi_н^2}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1961)$$

однако, следует отметить, что, при расчете высоты водобойного уступа, в сторону запаса ведут бóльшие, а не меньшие значения φ_v, а потому лучше считать $\varphi_v = 1$; тогда для ζ_0' по (1960) будет:

$$\zeta_0' = \frac{1}{2\,\xi_н^2}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1961')$$

По зависимости (1961) или (1961′) и можно получить ζ_0', так как $\xi_н$ известно.

Найдя ζ_0', легко определить и потерю напора (потерю удельной энергии) от сечения $A-A$ в верхнем бьефе до сечения $a-a$. В относительных величинах для этой потери η_w' (см. фиг. 342) имеем:

$$\eta_w' = \xi_0 - \xi_н - \zeta_0', \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1962)$$

где в правой части [1]) все величины известны, почему известна и величина η_w'.

Составим теперь три следующих уравнения. Прежде всего, как видно из фиг. 342, потеря напора η_w' может быть выражена не только по (1962), но также и в виде:

$$\eta_w' = \xi_0' - \vartheta_a', \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1963)$$

где ξ_0' — относительная [2]) удельная энергия потока в сечении $A-A$ при плоскости сравнения $O'-O'$; ϑ_a' — относительная удельная энергия

[1]) Пренебрегая величиной полного перепада на водобойном уступе, вместо (1962), очевидно, получим: $\eta_w' = \xi_0 - \xi_н$.

[2]) Относительной удельной энергией мы назовем величину действительной удельной энергии, разделенную на критическую глубину (см. § 132, п. 4°).

потока в сечении $a-a$ при той же плоскости сравнения (величина ϑ'_a есть в то же время и относительная удельная энергия сечения $a-a$, почему мы и применяем для этой величины указанное обозначение). Далее, характеристическое уравнение (1936) при наличии водобойного уступа напишем в виде:

$$\xi'_0 = f(\xi'_a), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1964)$$

и, наконец, нетрудно показать [1]), что

$$\vartheta'_a = \xi'_a + \frac{1}{2(\xi'_a)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1965)$$

В уравнения (1963) — (1965) входят три неизвестные: ξ'_0, ϑ'_a и ξ'_a; исключая любые два из них, приходим к одному уравнению с одним неизвестным. Исключая здесь величины ξ'_a и ξ'_0, можно выразить величину η'_w как функцию ϑ'_a:

$$\eta'_w = \psi(\vartheta'_a), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1966)$$

для которой на фиг. 343 даются соответствующие кривые; каждая из кривых этого графика [2]) отвечает определенному значению коэфициента скорости φ_c.

По этому графику, зная η'_w из (1962), находим величину ϑ'_a, после чего, как видно из фиг. 342, для относительной глубины колодца δ имеем:

$$\delta = \vartheta'_a - (\zeta'_0 + \xi_w), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1967)$$

причем под относительной глубиной колодца [3]) понимаем величину

$$\delta = \frac{d}{h_k}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1968)$$

где d — действительная глубина колодца (показана на фиг. 341), так что

$$d = \delta \cdot h_k. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1969)$$

Зная ϑ'_a, величину ξ'_a можно легко найти по графику относительной удельной энергии сечения (фиг. 344), построенному по зависимости (1965). График этот, конечно, имеет и более общее значение, выражая относительную удельную энергию сечения

$$\vartheta = \xi + \frac{1}{2\xi^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1970)$$

как функцию любой относительной глубины потока

$$\xi = \frac{h}{h_k} \text{ (при } \xi \geqq 1).$$

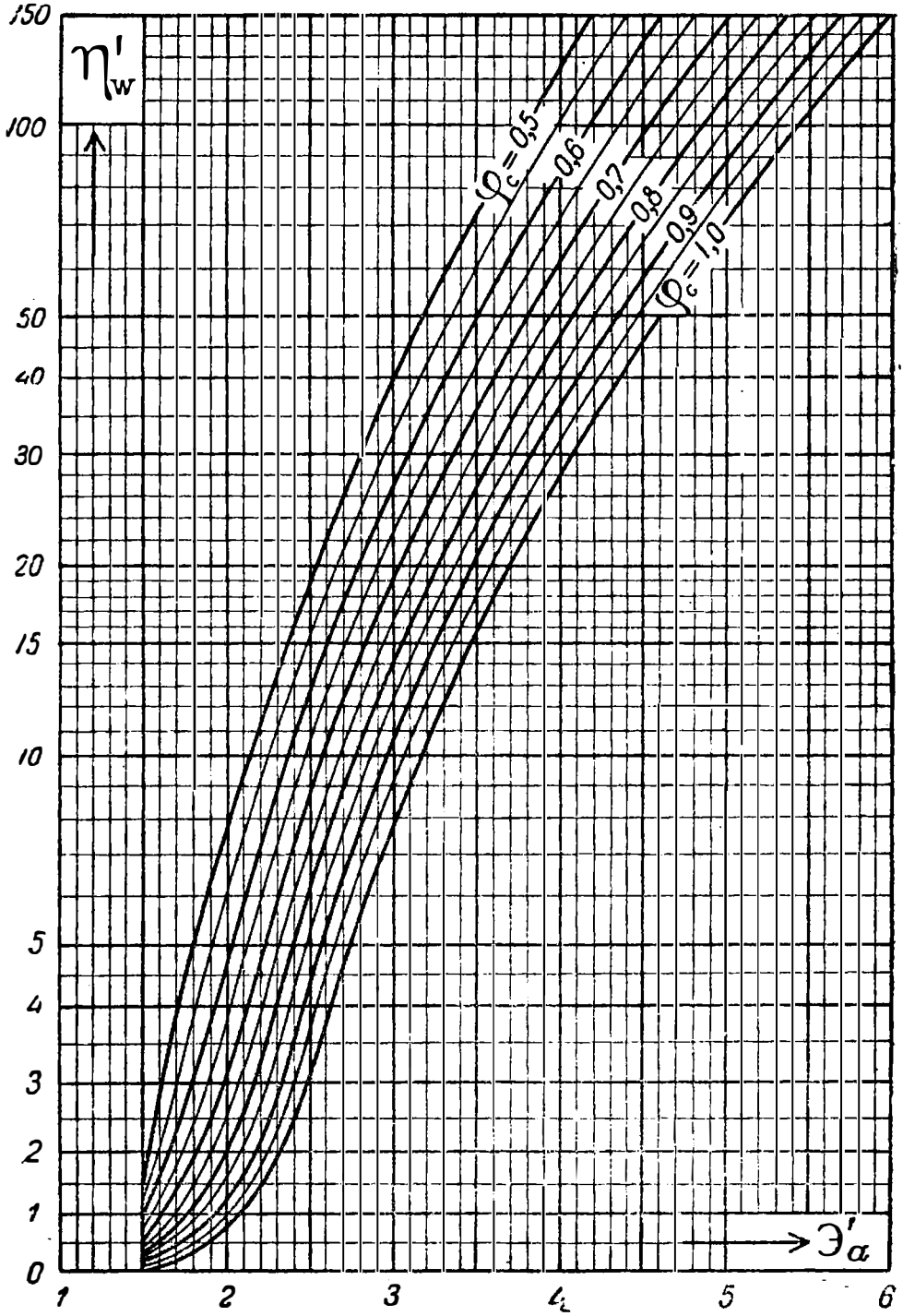
Определив вышеуказанным путем d, мы приходим к такой глубине колодца, при которой прыжок начинается непосредственно в сжатом сечении, что и соответствует условию (1956), фиг. 342. Для получения запаса в смысле затопления прыжка следует практически вместо теоретической величины δ остановиться на несколько бо́льшей относительной

---

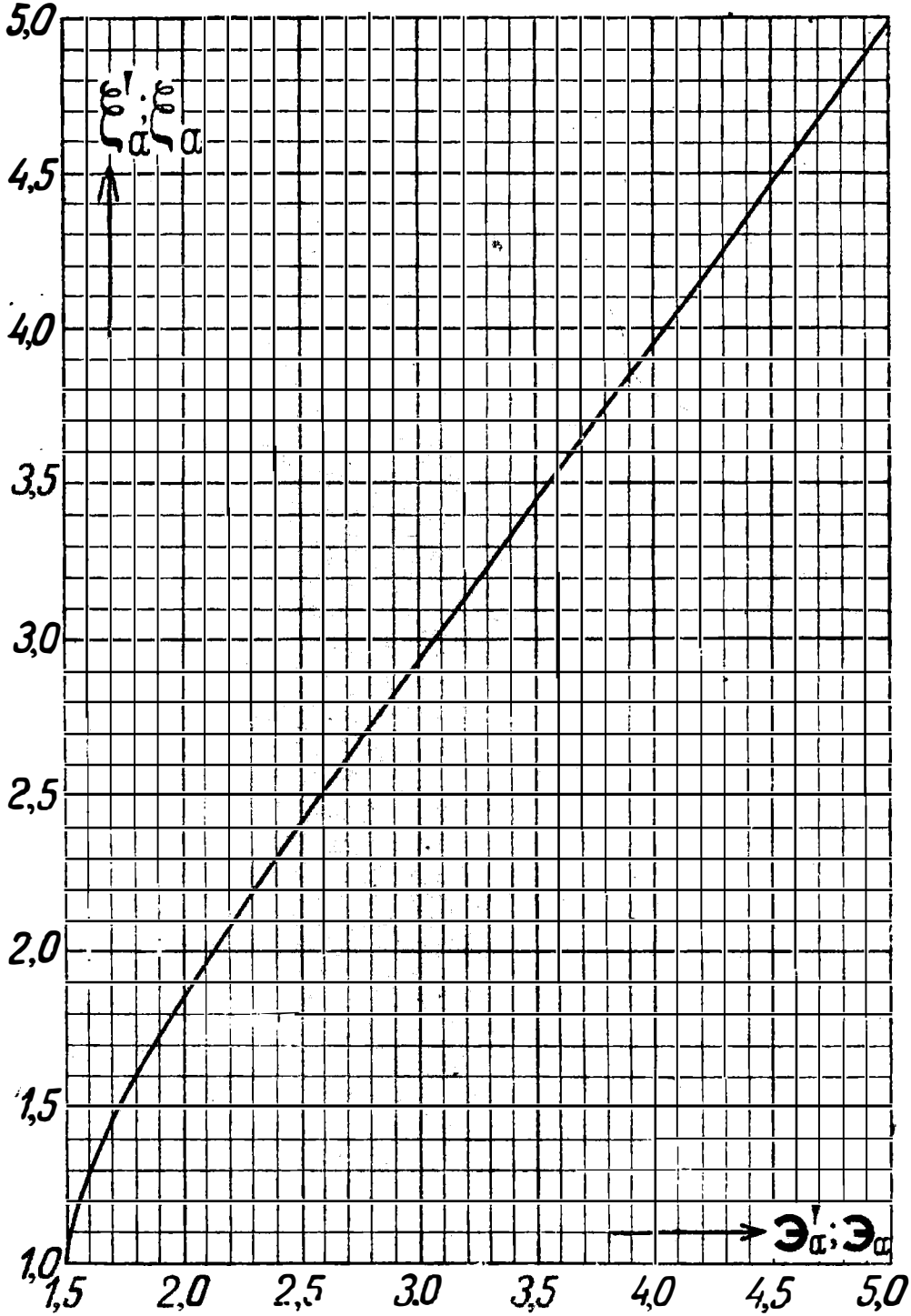
[1]) См. раздел А настоящей главы, формула (1853).

[2]) Графики в § 136 — 138 по моим указаниям исполнены инж. Р. Р. Чугаевым и М. А. Городским.

[3]) Понятие об относительной глубине водобойного колодца предложено в вышеуказанной нашей работе по ГИС (1930 г.).



Фиг. 343. — График для расчета высоты водобойных уступов.



Фиг. 344. — График относительной удельной энергии сечения.

глубине колодца равной значению $\delta_{пр}$, причем увеличивается и соответствующая удельная энергия в низовой части колодца, которая вместо $\mathcal{э}'_a$ будет равна, положим, $\mathcal{э}'_{пр}$. Возьмем

$$\mathcal{э}'_{пр} = n_0 \mathcal{э}'_a, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1971)$$

где n_0 — требуемый коэфициент запаса (положим, $n_0 = 1{,}05 - 1{,}10$). Тогда подобно (1967) имеем:

$$\delta_{пр} = \mathcal{э}'_{пр} - (\zeta'_0 + \xi_н) = n_0 \mathcal{э}'_a - (\zeta'_0 + \xi_н), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1972)$$

где двучлен в скобках остается без изменения по сравнению с (1967), причем вместо (1972) можно также написать:

$$\delta_{пр} = \delta + (n_0 - 1)\mathcal{э}'_a, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1973)$$

после чего для действительной глубины колодца $d_{пр}$ имеем:

$$d_{пр} = \delta_{пр} \cdot h_k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1974)$$

Если необходимо определить практическую относительную глубину потока в водобойном колодце $\xi'_{пр}$, то, зная $\mathcal{э}'_{пр}$, найдем $\xi'_{пр}$ по графику относительной удельной энергии сечения (фиг. 344), исходя из абсциссы равной $\mathcal{э}'_{пр}$ и получая по ней ординату равную $\xi'_{пр}$. Затем действительную глубину потока в водобойном колодце $h'_{пр}$ получим по зависимости:

$$h'_{пр} = \xi'_{пр} \cdot h_k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1975)$$

В заключение отметим, что, увеличивая указанным путем глубину колодца для получения коэфициента запаса, мы получаем дно колодца уже не на уровне $O' - O'$, как в основном расчете (фиг. 341—342), но на более низком уровне $O'' - O''$ (на чертежах не показан), а потому, собственно, верховой относительный напор ξ_0 увеличится до величины ξ'_0:

$$\xi'_0 = \xi_0 + (\delta_{пр} - \delta), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1976)$$

в соответствии с чем изменится и прежняя величина $\mathcal{э}'_a$, вместо которой получим теперь, положим, величину $\mathcal{э}''_a$. Последнюю легко находим так: по графику глубинного критерия (фиг. 339), исходя из ординаты ξ'_0, определяем абсциссу $= \xi''_a$, для которой, пользуясь фиг. 344, и получаем соответствующую величину $\mathcal{э}''_a$. После этого имеем новое значение коэфициента запаса $= \frac{\mathcal{э}'_{пр}}{\mathcal{э}''_a}$. Если оно лишь немного отличается от принятого в (1971) — (1973) коэфициента n_0, то в глубине $\delta_{пр}$ не требуется изменений; в противном случае придется взять новую глубину $\delta_{пр}$ по формуле (1973), подставляя в правую часть величину $\mathcal{э}''_a$ вместо $\mathcal{э}'_a$ и получая таким образом относительную глубину колодца во втором приближении.

§ 137. Определение глубины колодца с одиночной водобойной стенкой.

При водобойной стенке дно образуемого ею водобойного колодца (фиг. 346) остается на уровне $O - O$, т. е. на уровне дна отводящего русла за плотиной, откуда ясно, что величины относительного верхового напора ξ_0 и глубинного критерия ξ_a будут те же, что и при отсутствии

стенки. Что касается определения величины ξ_a, то ее легко находим, зная ξ_1 и пользуясь фиг. 339, как и в § 135, и, следовательно, глубинный критерий ξ_a известен нам уже при начале гидравлического расчета водобойной стенки.

1°. Затопленная водобойная стенка. Рассмотрим теперь гидравлический расчет стенки такой высоты, при которой прыжок начинается непосредственно в сжатом сечении $c-c$, как и показано на фиг. 345. Тот же случай на фиг. 346 представлен в относительных величинах, из которых ξ_0 и ξ_a уже пояснены выше; $\xi_н$ есть, как и ранее, относительная глубина нижнего бьефа за колодцем. Значками „прим" отмечены те же относительные величины, которые связаны с наличием водобойной стенки. Из них $\xi'_н$ обозначает относительную глубину нижнего бьефа непосредственно за плотиной, т. е. в пределах водобойного колодца, причем для рассматриваемого случая условие (1949) напишется в виде:

$$\xi'_н = \xi_a; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1977)$$

что же касается остальных величин, показанных на фиг. 346, то они имеют следующий смысл:

$$\xi' = \frac{h'}{h_k}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1978)$$

$$\zeta' = \frac{z'}{h_k}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1979)$$

$$\xi'_n = \frac{h'_n}{h_k}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1980)$$

$$\tau = \frac{t}{h_k}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1981)$$

где h' — напор на водосливе, образуемом водобойной стенкой; z' — перепад для того же водослива; h'_n — глубина затопления этого водослива (для случая, когда таковой затоплен); t — высота водобойной стенки.

Прежде всего напишем формулу единичного расхода q для затопленного водослива, образуемого водобойной стенкой, применяя „способ американских инженеров" (§ 93):

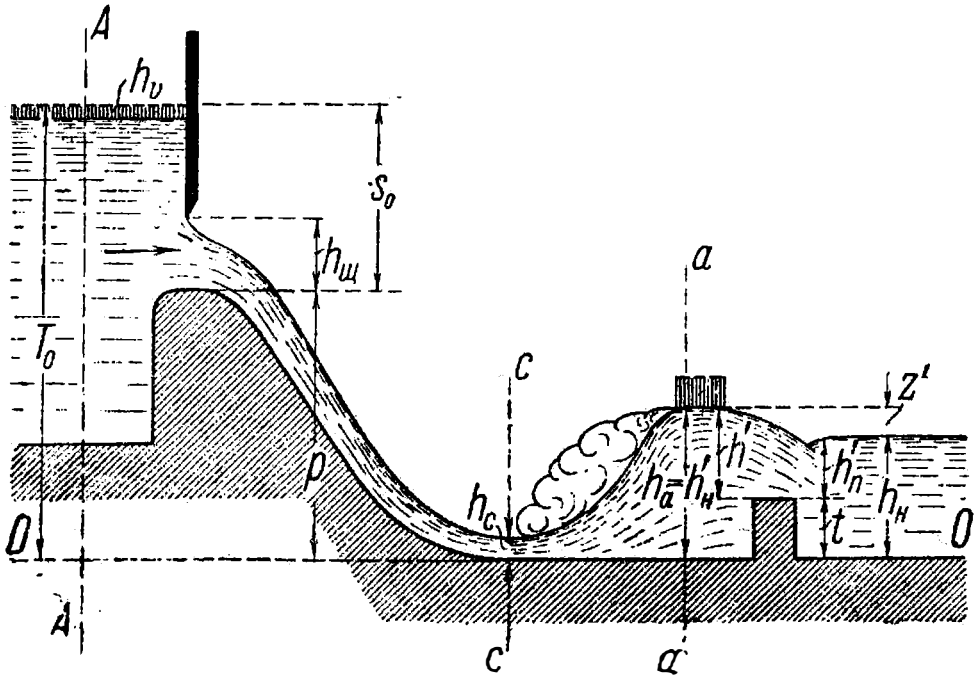
$$q = \sigma_n m \sqrt{2g}\left(h' + \frac{\alpha V_a^2}{2g}\right)^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1982)$$

где m — коэфициент расхода незатопленного водослива, σ_n — коэфициент затопления, V_a — средняя скорость в сечении $a-a$ (фиг. 345). Помня формулу (1931) для h_k и имея в виду, что

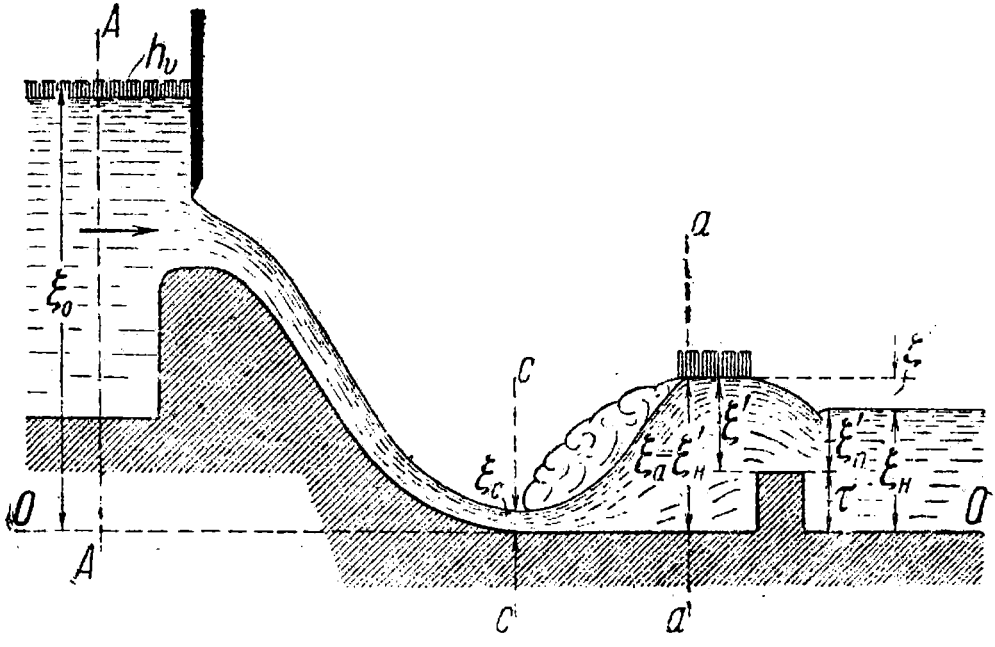
$$\frac{\alpha V_a^2}{2g} = \frac{\alpha Q^2}{2g h_a^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1983)$$

из (1982) можно получить:

$$\xi' + \frac{1}{2\xi_a^2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2\alpha m^2 \sigma_n^2}}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1984)$$



Фиг. 345.



Фиг. 346.

Здесь по § 93 (п. 3°) коэфициент σ_n можно трактовать, как функцию (положим, f) от отношения $\frac{h'_n}{h'}$ или, что все равно от $\frac{\xi'_n}{\xi'}$, так что можно записать:

$$\sigma_n = f\left(\frac{\xi'_n}{\xi'}\right), \quad \ldots \quad (1985)$$

или

$$\sigma_n = f(\eta_n), \quad \ldots \quad (1986)$$

где

$$\eta_n = \frac{\xi'_n}{\xi'}. \quad \ldots \quad (1987)$$

ТАБЛИЦА 152.

η_n	σ_n	$\sigma_n^{3/2}$	η_n	σ_n	$\sigma_n^{3/2}$	η_n	σ_n	$\sigma_n^{3/2}$
$\leqslant 0{,}50$	1,00	1,00	0,74	0,91	0,94	0,86	0,77	0,84
0,55	0,96	0,97	0,76	0,89	0,93	0,88	0,73	0,81
0,60	0,95	0,97	0,78	0,87	0,91	0,90	0,68	0,77
0,65	0,94	0,96	0,80	0,85	0,90	0,92	0,62	0,73
0,70	0,93	0,95	0,82	0,83	0,88	0,95	0,50	0,63
0,72	0,92	0,95	0,84	0,80	0,86	1,00	0,00	0,00

При гидравлическом расчете водосливных плотин функция $f(\eta_n)$, т. е. коэфициент σ_n, берется по табл. 119, приведенной выше в § 93, но для водобойных стенок нам не представляется правильным применять **ту же таблицу**. Дело в том, что табл. 119, как отмечено нами в § 93, дает величины σ_n **с некоторым запасом в сторону уменьшения их**, чтобы получаемый при этом расход через водослив не оказался преувеличенным, и такая тенденция „американской таблицы", при современном состоянии наших сведений о явлении затопленного водослива практических профилей, может быть признана вполне естественной. Совершенно иное мы имеем при расчете водобойной стенки: здесь **преуменьшение** коэфициента σ_n вело бы уже не в сторону „запаса", а, наоборот, **являлось бы недостаточно осторожным**, так как преувеличивало бы напор на водобойной стенке, как затопленном водосливе, и, следовательно, мы получили бы преувеличенный „затопляющий эффект" этой стенки.

В связи с этим, до получения результатов обобщенных экспериментальных исследований по этому вопросу, мы полагаем возможным величины σ_n при расчете водобойных стенок принимать, **как средние** [1]) между значениями σ_n по табл. 119 и значениями σ_n для водослива с широким порогом (см. табл. 121), причем для

$$\eta_n \leqslant 0{,}5 \quad \ldots \quad (1988)$$

влияние затопления водослива на величину расхода (а следовательно, и напора) весьма незначительно, и при условии (1988) мы полагаем $\sigma_n = 1$. Предлагаемые нами для водобойных стенок величины σ_n приводятся в табл. 152.

[1]) При этом отчасти приняты во внимание и некоторые наши соображения (не излагаемые здесь), относящиеся к вопросу о затопленном прыжке. Конечно, в более важных случаях величины σ_n для водобойных стенок необходимо проверять лабораторными опытами.

Как видим, правая часть уравнения (1984) при определенном значении коэфициента расхода m является лишь функцией от η_n, которую обозначим через $\varphi(\eta_n)$:

$$\varphi(\eta_n) = \frac{1}{\sqrt[3]{2\alpha m^2 \sigma_n^2}} = \frac{1}{k\sigma_n^{2/3}}, \quad \ldots\ldots\ldots (1989)$$

где k выражается по (1946); величины $\sigma_n^{2/3}$ приведены в табл. 152. При этом вместо (1984) будет:

$$\xi' + \frac{1}{2\xi_a^2} = \varphi(\eta_n) \quad \ldots\ldots\ldots (1990)$$

Кроме того, имеем простую геометрическую зависимость:

$$\xi' = \zeta' + \xi_n', \quad \ldots\ldots\ldots (1991)$$

где относительный перепад ζ' известен:

$$\zeta' = \xi_a - \xi_n \quad \ldots\ldots\ldots (1992)$$

В три уравнения: (1987), (1990) и (1991) входят и т р и н е и з в е с т н ы е в е л и ч и н ы:

$$\eta_n,\ \xi',\ \xi_n', \quad \ldots\ldots\ldots (1993)$$

причем, исключая ξ' и ξ_n', приходим к уравнению с о д н о й н е и з в е с т н о й η_n:

$$\frac{\zeta'}{1-\eta_n} + \frac{1}{2\xi_a^2} = \varphi(\eta_n), \quad \ldots\ldots\ldots (1994)$$

или окончательно:

$$\Phi(\eta_n, \zeta') = \xi_a, \quad \ldots\ldots\ldots (1995)$$

где обозначено:

$$\Phi(\eta_n, \zeta') = \frac{1}{\sqrt{2\left|\varphi(\eta_n) - \frac{\zeta'}{1-\eta_n}\right|}} \quad \ldots\ldots (1996)$$

Функция $\Phi(\eta_n, \zeta') = \xi_a$ графически представлена на фиг. 347 при среднем значении [1]) коэфициента расхода водобойной стенки

$$m = 0{,}42; \quad \ldots\ldots\ldots (1997)$$

на горизонтальной оси отложены ζ', на вертикальной — значение ξ_a; каждая из кривых графика отвечает определенному значению η_n.

При помощи этого графика з а д а ч а о б о п р е д е л е н и и т е о р е т и ч е с к о й в ы с о т ы затопленной водобойной стенки решается так. Откладывая по вертикальной оси ординату $= \xi_a$, а по горизонтальной оси абсциссу $= \zeta'$, получаем в поле графика соответственную точку, по которой и читаем величину η_n. Найдя η_n, для о т н о с и т е л ь н о й в ы с о т ы водобойной стенки τ имеем:

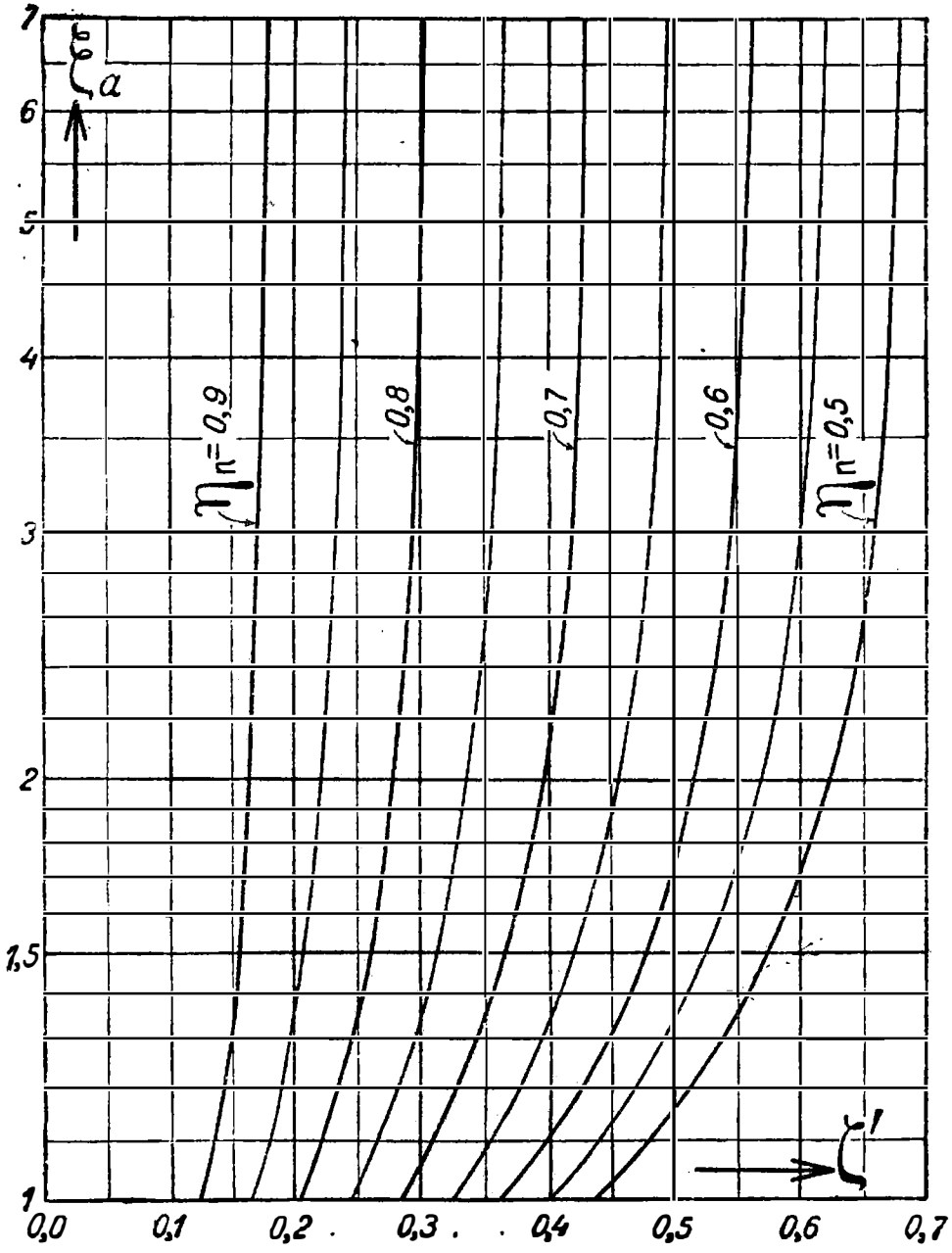
$$\tau = \xi_a - \frac{\zeta'}{1-\eta_n}, \quad \ldots\ldots\ldots (1998)$$

где в правой части все величины известны.

[1]) О других значениях коэфициента m см. в конце стр. 698.

Действительная теоретическая высота затопленной водобойной стенки будет:

$$t = \tau h_k, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1999)$$



Фиг. 347.—**График для расчета высоты затопленных водобойных стенок.**

причем действительная глубина потока перед стенкой (в сечении $a-a$, фиг 341)

$$h_н' = h_a = \xi_a \, h_к \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2000)$$

Чтобы получить высоту стенки с запасом, следует вместо условия (1977) поставить такое:

$$\xi'_н = \xi_{пр}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2001)$$

где $\xi_{пр}$ — практическая (взятая с запасом) величина глубинного критерия, для которой положим:

$$\xi_{пр} = n_0 \, \xi_a, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2002)$$

причем n_0 — требуемый коэфициент запаса ($n_0 = 1{,}05—1{,}10$). Соответствующую величину относительного затопления вместо $\eta_п$ обозначим теперь через $\eta_{пр}$ и находим ее, пользуясь вышеприведенным графиком (фиг. 347), как указано ранее, с той лишь разницей, что вместо ξ_a откладываем $\xi_{пр}$, а вместо ζ' — величину $\zeta'_{пр}$:

$$\zeta'_{пр} = \xi_{пр} - \xi_н \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2003)$$

После этого для практической относительной высоты водобойной стенки имеем:

$$\tau_{пр} = \xi_{пр} - \frac{\zeta'_{пр}}{1 - \eta_{пр}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2004)$$

и далее:

$$t_{пр} = \tau_{пр} \cdot h_k; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2005)$$

$$h_{пр} = \xi_{пр} \cdot h_k, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2006)$$

где $t_{пр}$ есть действительная практическая высота водобойной стенки, $h_{пр}$ — получаемая при этом глубина потока перед стенкой.

В заключение отметим, что предлагаемым расчетным графиком (фиг. 347) можно пользоваться не только при коэфициенте расхода водосливной стенки $m = 0{,}42$, но и при других значениях m. Можно показать, что при этом для выбираемого коэфициента m, отличного от 0.42, следует предварительно вычислить отношение:

$$\nu = \sqrt[3]{\frac{m}{0{,}42}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2007)$$

и затем при расчете теоретической высоты водобойной стенки откладывать на вертикальной оси графика вместо ξ_a — величину $\frac{\xi_a}{\nu}$, а по горизонтальной оси вместо ζ' — величину $\nu^2 \zeta'$. Выражения для ν и ν^2 можно представить еще и так:

$$\left.\begin{aligned} \nu &= \sqrt{\frac{k_m}{k_{0,42}}}, \\ \nu^3 &= \frac{k_m}{k_{0,42}}, \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2008)$$

где k_m и $k_{0,42}$ суть величины k по табл. 151 соответственно при коэфициентах расхода m и 0,42. При определении практической высоты водобойной стенки, пользуясь графиком (фиг. 347), следует по вертикальной оси откладывать $\frac{\xi_{пр}}{\nu}$, а по горизонтальной — величину $\nu^2 \zeta'_{пр}$.

Наконец, отметим еще одно обстоятельство. Если водобойная стенка представляет собой затопленный водослив с широким порогом (что иногда может иметь место в практике), то коэфициент расхода следует, конечно, брать соответственно этому виду водослива, и коэфициент затопления σ_n при этом будет уже несколько отличаться от значений, предложенных в табл. 152. Для учета этого отличия следует, пользуясь тем же графиком (фиг. 347), величины ν увеличивать на 2,5%, величины ν^2 увеличивать на 5% против полученных по (2008) значений. Кроме того, следует иметь в виду, что при

$$\eta_n \leqslant 0{,}7 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2009)$$

водобойную стенку по типу водослива с широким порогом можно рассматривать, как незатопленную ($\sigma_n = 1{,}0$).

2°. Для незатопленной водобойной стенки (фиг. 348) уравнение (1984) при $\sigma_n = 1$ дает [1]):

$$\xi' + \frac{1}{2\xi_a^2} = \frac{1}{k}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2010)$$

где для k, как и в § 135, по (1946) имеем [2]):

$$k = \sqrt[3]{2\alpha m^2},$$

причем для $m = 0{,}42$ (при $\alpha = 1{,}1$)

$$\frac{1}{k} = 1{,}37. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2011)$$

Так как (см. фиг. 346)

$$\tau = \xi_a - \xi', \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2012)$$

то из (2010) для относительной теоретической высоты незатопленной водобойной стенки получаем простую зависимость [3]):

$$\tau = \vartheta_a - \frac{1}{k}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2013)$$

или при $m = 0{,}42$

$$\tau = \vartheta_a - 1{,}37, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2014)$$

где ϑ_a — относительная удельная энергия сечения $a-a$, которую, зная ξ_a, легко найти по графику (фиг. 344) или вычислением:

$$\vartheta_a = \xi_a + \frac{1}{2\xi_a^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2015)$$

Величины $\frac{1}{k}$ для различных значений m приводим в табл. 153 (при $\alpha = 1{,}1$).

ТАБЛИЦА 153.

m	0,50	0,48	0,46	0,45	0,44	0,42	0,40	0,38	0,36	0,35	0,335	0,32
$\frac{1}{k}$	1,22	1,26	1,29	1,31	1,33	1,37	1,42	1,47	1,52	1,55	1,60	1,65

[1]) На фиг. 348 относительные величины проставлены в скобках.

[2]) См. также табл. 151.

[3]) В несколько ином виде и иным путем зависимость (2013) ранее получена инж. В. И. Давидовичем (январь 1934 г.) и указывалась им на упражнениях по гидравлике в Лен. Индустриальном Инст. Как видим, уравнение (2013) есть частный случай более общего уравнения (1984).

Чтобы получить высоту незатопленной водобойной стенки $\tau_{пр}$ с запасом, вместо ϑ_a следует иметь в виду величину $\vartheta_{пр}$, определяя таковую по графику (фиг. 344) для абсциссы $=\xi_{пр}$ или вычислением:

$$\vartheta_{пр}=\xi_{пр}+\frac{1}{2\xi_{пр}^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2016)$$

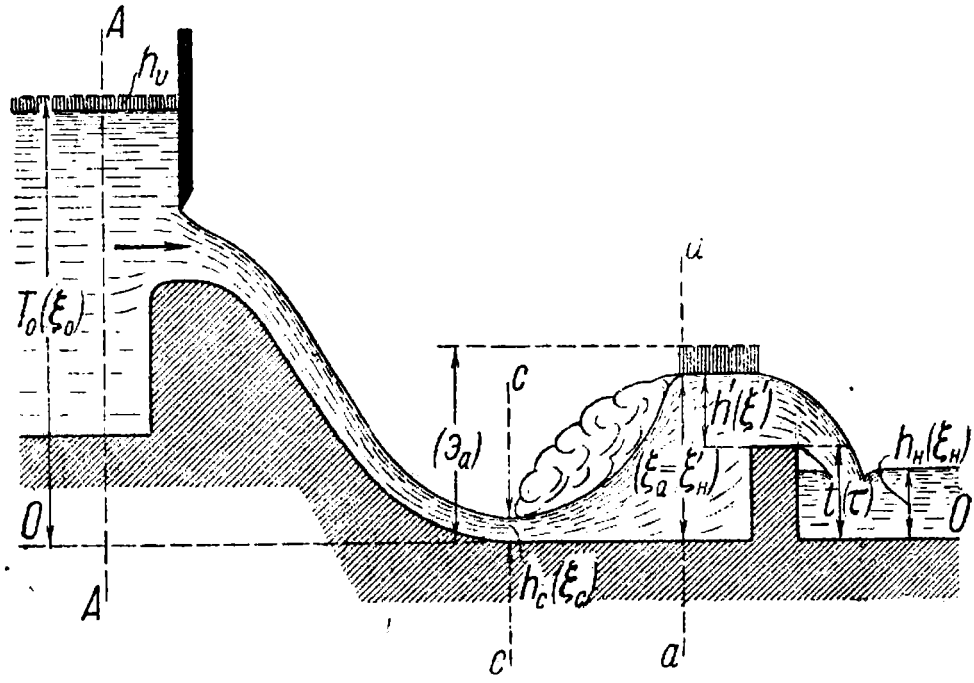
причем $\xi_{пр}$ находим по (2002). Зная $\vartheta_{пр}$, имеем:

$$\tau_{пр}=\vartheta_{пр}-\frac{1}{k}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2017)$$

или для $m=0{,}42$:

$$\tau_{пр}=\vartheta_{пр}-1{,}37 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2018)$$

Из сказанного в п. 1° настоящего параграфа видим, что, найдя τ по (2013)—(2014) для теоретической высоты незатопленной водобойной стенки



Фиг. 348.

или $\tau_{пр}$ по (2017)—(2018) для практической высоты такой стенки, легко можем проверить, следует ли обращаться к дальнейшему расчету затопленной стенки. Для суждения об этом [1]) служит неравенство (для τ):

$$\xi_н \leqslant \frac{\tau+\xi_a}{2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2019)$$

или (для $\tau_{пр}$):

$$\xi_н \leqslant \frac{\tau_{пр}+\xi_{пр}}{2}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2020)$$

[1]) См. также § 138, п. 2°, подразделения а — б.

если эти неравенства выполнены, то в расчете τ или $\tau_{пр}$ для затопленной водобойной стенки практического профиля нет надобности. Для водобойной стенки, представляющей собой водослив с широким порогом, вместо (2019) — (2020) соответственно имеем:

$$\xi_н \leqslant \tau + 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2021)$$

$$\xi_н \leqslant \tau_{пр} + 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2022)$$

Найдя τ или $\tau_{пр}$ для относительной высоты незатопленной водобойной стенки, действительную высоту ее t или $t_{пр}$ получим по (1999) или (2005), как в п. 1° настоящего параграфа. Для действительной глубины потока перед стенкой в сечении $a-a$ имеем соответственно зависимость (2000) или (2006).

§ 138. Случай нескольких водобойных стенок; сводные замечания.

Водобойная стенка работает, как водосливная плотина сравнительно небольшой высоты, и потому вполне естественно возникает вопрос о том, как сопрягается с нижним бьефом струя, ниспадающая с названной стенки; верхним бьефом для нее является поток, движущийся в пределах водобойного колодца. При этом в качестве относительного верхового гидродинамического напора следует взять величину ϑ_a, определяемую по (2015), где ξ_a известно, так что характеристическое уравнение сопряжения бьефов (1937) в данном случае напишется в виде:

$$\xi_{2a} = F(\vartheta_a), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2023)$$

где через ξ_{2a} мы обозначили глубинный критерий, соответствующий относительному гидродинамическому напору ϑ_a; последний показан, например, на фиг. 348 — 349. Величину ξ_{2a} будем называть глубинным критерием второго порядка; при этом ξ_a, для уточнения терминологии, можно именовать глубинным критерием первого порядка. Что касается численной величины ξ_{2a}, то ее легко находить по приведенному выше на фиг. 339 графику: откладываем по вертикальной оси значение ϑ_a и читаем по горизонтальной оси соответствующее значение глубинного критерия второго порядка ξ_{2a}, пользуясь кривой для $\varphi_c = 0{,}95$, что можно в среднем принять для водобойной стенки. Если для этой последней берется иная величина φ_c, то, конечно, и на фиг. 339 следует пользоваться соответствующей кривой.

1°. Несколько водобойных стенок. Найдя ξ_{2a}, можем судить и о характере сопряжения бьефов за водобойной стенкой, применяя теоретические условия (1948) — (1950), в которых надлежит лишь заменить ξ_a через ξ_{2a} [1]). При этом находим (фиг. 349), что за водобойной стенкой:

1) прыжок затоплен при

$$\xi_н > \xi_{2a}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2024)$$

2) прыжок начинается непосредственно в сжатом сечении при

$$\xi_н = \xi_{2a}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2025)$$

[1]) К условиям (2024) и (2025), конечно, относятся и соображения, отмеченные в § 135, п. 4°, д.

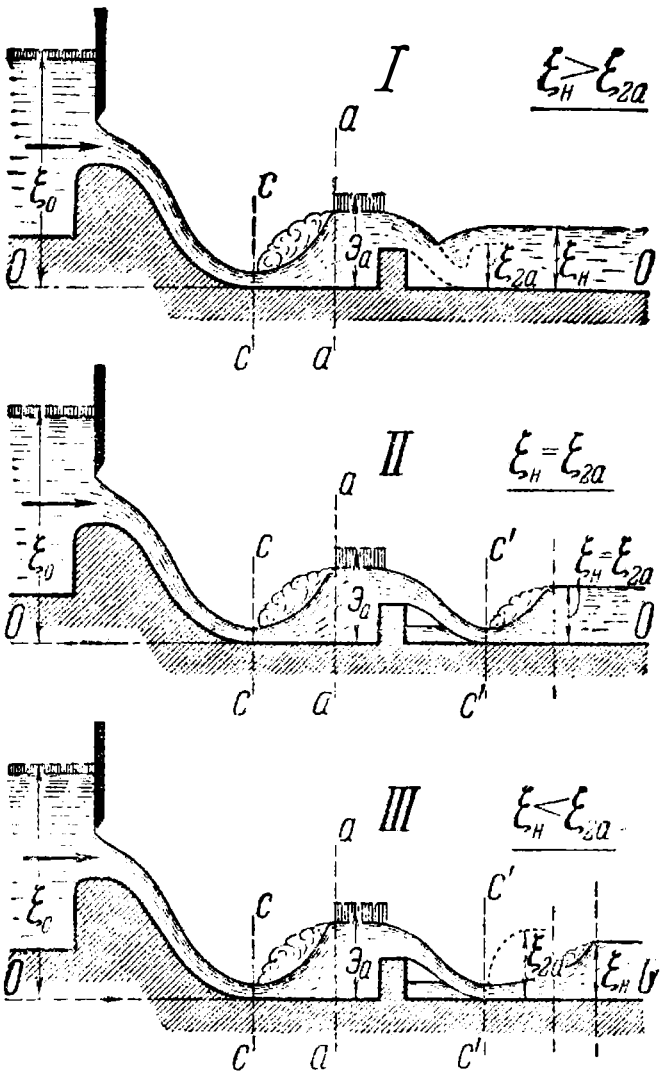
3) прыжок отгоняется при

$$\xi_н < \xi_{2a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2026)$$

Во избежание отгона прыжка, требуется (фиг. 350) вторая водобойная стенка [1]), теоретическую высоту которой, имея глубинный критерий ξ_{2a}, рассчитываем, как указано выше в пп. 1°—2° предыдущего параграфа. Для получения запаса в высоте второй стенки, подобно сказанному выше, пользуемся практическим критерием второго порядка:

$$\xi_{2\,пр} = n_0 \, F(\vartheta_{пр}), \quad . \quad (2027)$$

где $\vartheta_{пр}$ известно по (2016) в связи с (2002), а функцию $F(\vartheta_{пр})$ находим по фиг. 339, подобно тому, как по этому же графику мы находили функцию $F(\vartheta_a)$, входящую в (2023).



Фиг. 349.

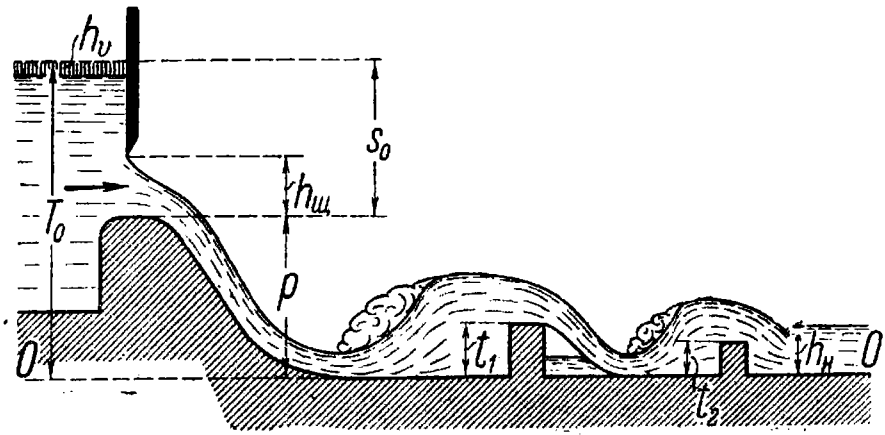
За второй водобойной стенкой также нужно рассмотреть характер сопряжения бьефов, в связи с чем возникает понятие глубинного критерия третьего порядка ξ_3, чему соответствует практический критерий третьего порядка $\xi_{3\,пр}$, и т. д. В подробности расчета второй, третьей и прочих водобойных стенок здесь не входим, так как он в общем ясен из § 137.

Скажем теперь о двух предлагаемых нами графиках (фиг. 351—352), которые в значительной мере способствуют наглядному освещению вопроса о нескольких водобойных стенках и могут, кроме того, служить для их предварительного расчета.

Так как ξ_{2a} связано с величиной ϑ_a, а эта последняя — с относительным напором ξ_0, то ясно, что ξ_{2a} можно связать и непосредственно с ξ_0, как и сделано на графике, представленном на фиг. 351, где показана кривая „2“, графически выражающая величину ξ_{2a}, как функцию от ξ_0. Там же показана

[1]) Или введение дополнительного водобойного уступа, о чем см. в § 139.

и другие кривые (3, 4....) для глубинных критериев ξ_{3a}, ξ_{4a}....; кроме того на графике приведена и кривая „1" для ξ_a. Все эти кривые даны при $\varphi_c = 0{,}95$ как для основного сооружения, так и для водобойных стенок; кривые для ξ_a при различных коэфициентах скорости φ были приведены на фиг. 339. По графику теоретических глубинных критериев различных порядков (фиг. 351) можем судить о числе требуемых водобойных стенок следующим образом. По известной ординате $= \xi_0$ и известной абсциссе $= \xi_н$ находим в поле графика точку N, как показано на схеме графика (фиг. 353-I); точка N может быть названа „фонариком", по смыслу ее роли в данном вопросе. Ясно,



Фиг. 350.

что число необходимых водобойных стенок равно индексу ближайшей кривой, расположенной справа от указанного „фонарика" N. Так, например, для условий по фиг. 353-I число водобойных стенок равно двум.

График на фиг. 351 дан, как сказано, для теоретических глубинных критериев. Для расчета водобойных стенок с коэфициентом запаса (см. пп. 1°—2° предыдущего параграфа) даем второй график (фиг. 352), причем для всех стенок принят коэфициент запаса $n_0 = 1{,}1$ и $\varphi_c = 0{,}95$. По ординате ξ_0 и абсциссе $= \xi_н$ получаем (см. схему, фиг. 353-II) на поле графика „фонарик" N, по которому, как и в предыдущем графике, судим о числе требующихся водобойных стенок. Если число их приемлемо, то по кривым 1, 2, 3...., проводя горизонтальную линию через точку N (фиг. 353-II), находим величины:

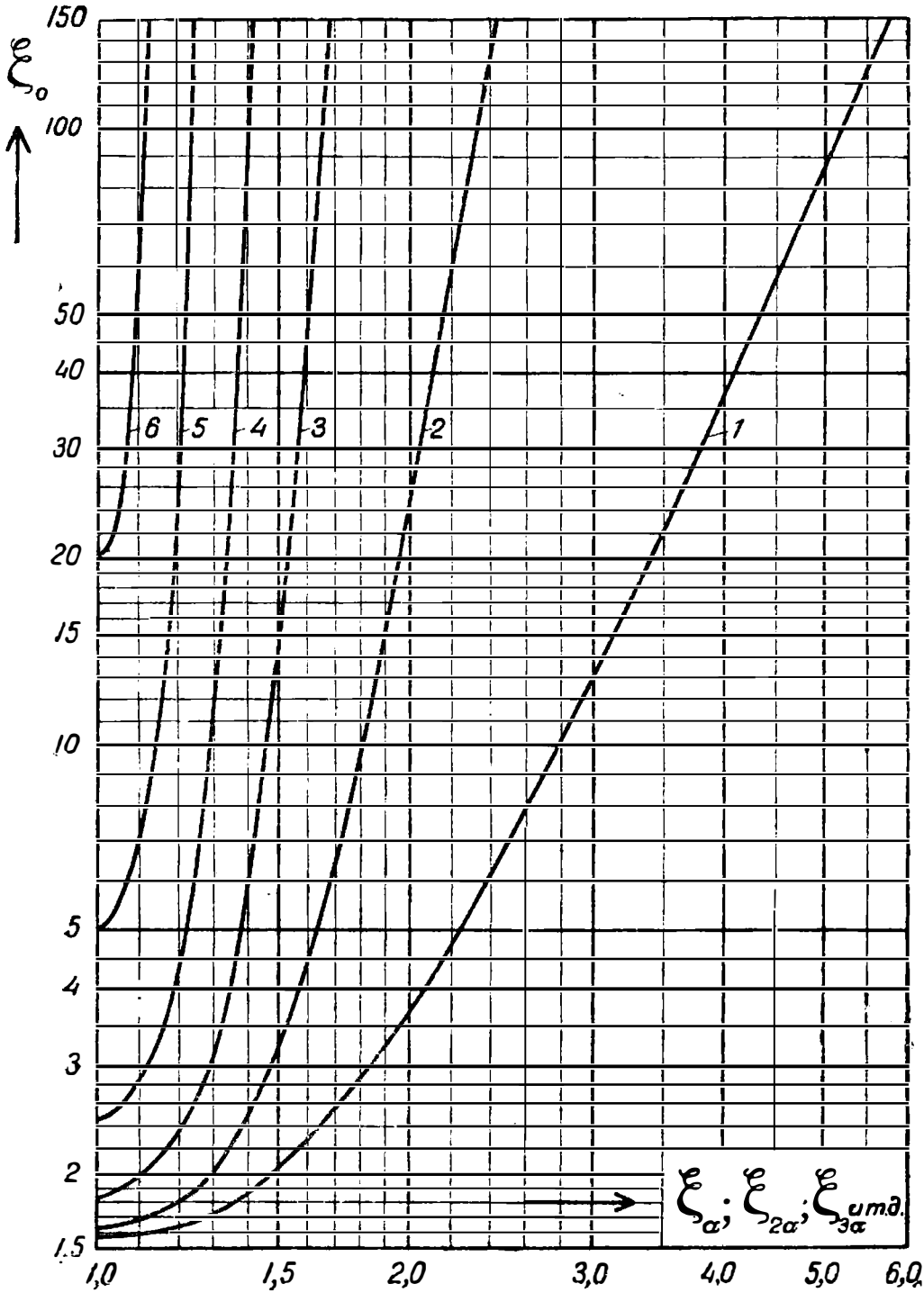
$$\xi_{пр},\ \xi_{2\,пр},\ \xi_{3\,пр}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2028)$$

по которым и производим предварительный расчет водобойных стенок, как ясно из пп. 1°—2° предыдущего параграфа.

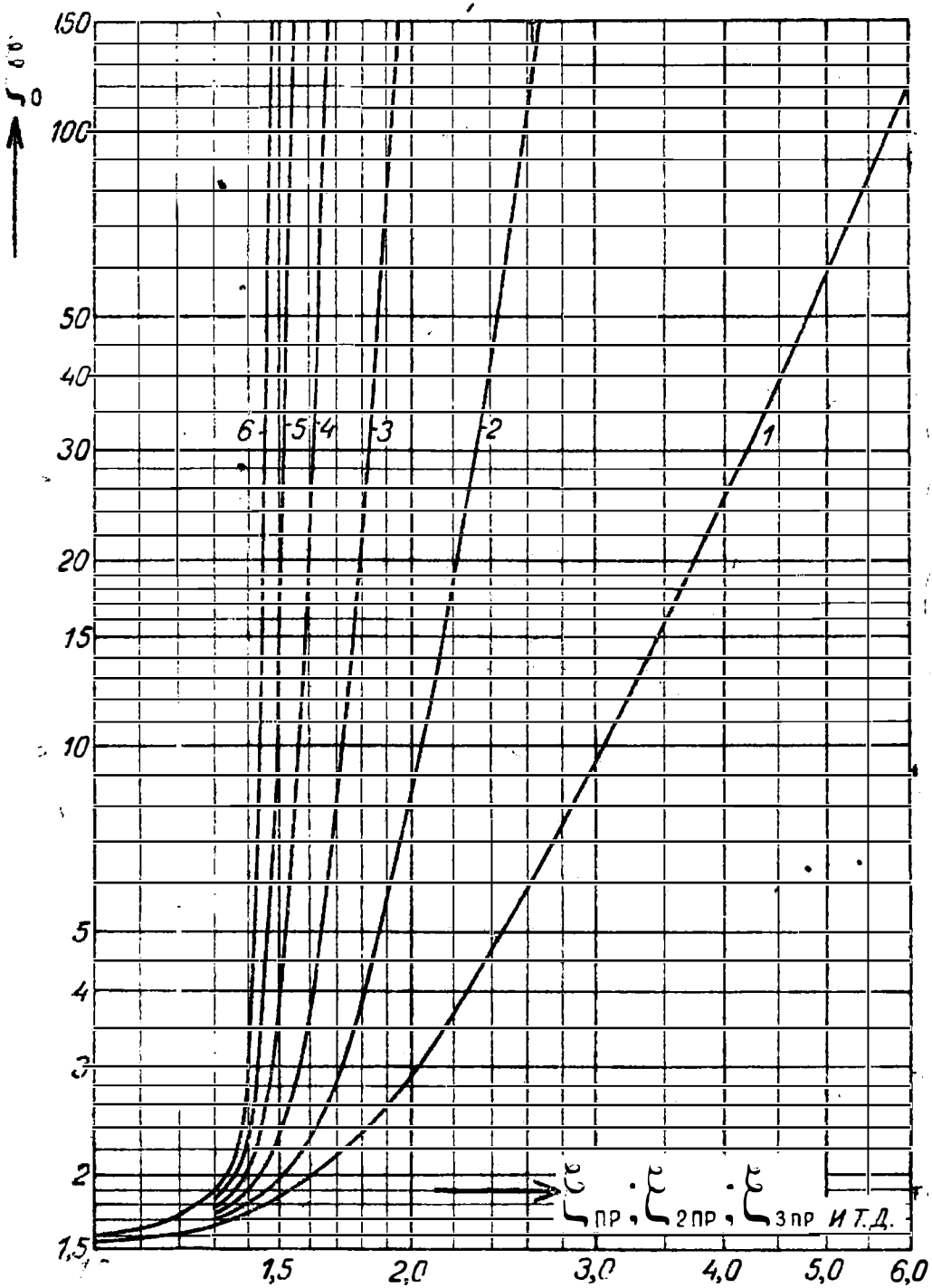
2°. Общий ход расчета высоты водобойных стенок. Вышесказанное в §§ 137—138 нуждается в некоторой общей сводке, которую теперь кратко и наметим.

а) Убедившись, как указано в § 135, в необходимости водобойного колодца и желая образовать такой колодец (или колодцы) при помощи водобойных стенок, для общего освещения вопроса прежде всего пользуемся графиком на фиг. 351 или 352, как объяснено выше, и устанавливаем необходимое число водобойных стенок.

б) Если требуется одна водобойная стенка, то прежде всего рассчитываем ее высоту, как стенки незатопленной (п. 2° предыдущего



Фиг. 351. — **Теоретический график для предварительного определения числа и высот водобойных стенок.**

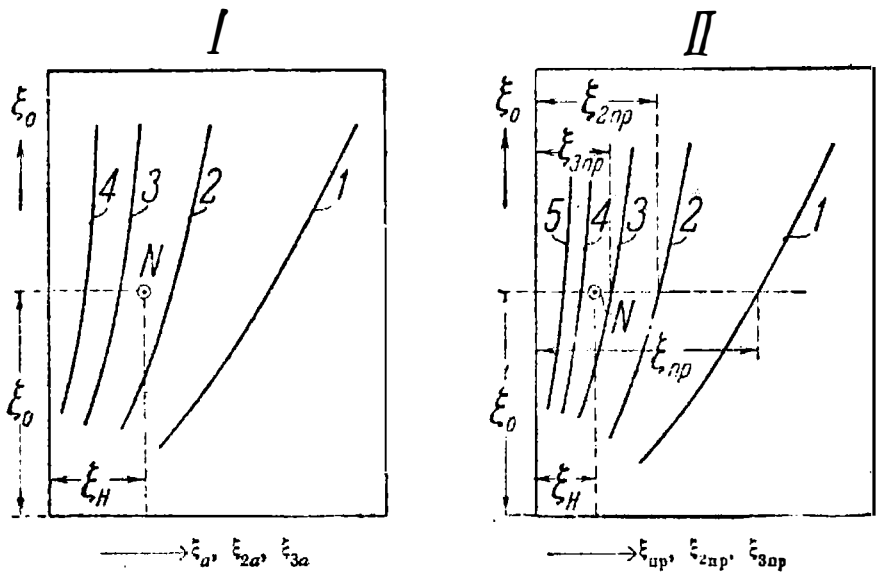


Фиг. 352.- Практический график для предварительного определения числа и высот водобойных стенок.

параграфа), и затем проверяем неравенства (2019)—(2020) или (2021)—(2022). Если соответствующее неравенство не выполнено, то производим дальнейший расчет стенки, как затопленной (п. 1°, § 137).

в) Если по графикам (фиг. 351—352) требуется несколько (две—три) водобойных стенок, то предварительный их расчет выполняем, найдя величины (2028), причем нередко этот расчет может быть признан практически достаточным. При этом, разумеется, лишь за последней водобойной стенкой относительная глубина нижнего бьефа $=\xi_н$, для других же стенок глубины их „нижнего бьефа" определяются соответствующими уровнями воды за той или другой стенкой.

г) Если желательно уточнить или изменить предварительный расчет (т. е. принять для коэфициента скорости значения, отличные от 0,95,



Фиг. 353.

или взять коэфициент запаса $n_0 \neq 1{,}1$), то следует найти величины ξ_a, ξ_{2a}, ξ_{3a}... (или величины $\xi_{пр}$, $\xi_{2пр}$, $\xi_{3пр}$...), пользуясь графиком на фиг. 339, и затем произвести расчет каждой из стенок.

д) Наконец, если полное число водобойных стенок, получаемое по графикам (фиг. 351—352), является неприемлемым по конструктивным или иным условиям, то можно обратиться к водобойным колодцам „смешанного типа", что рассмотрено в следующем параграфе.

§ 139. Водобойные колодцы смешанного типа.

Водобойными колодцами „смешанного типа" будем называть такие колодцы, которые образованы (фиг. 354) водобойной стенкой в соединении с водобойным уступом. К вопросу о колодцах „смешанного типа" лучше всего подойти так[1]). Положим, что мы рассчитали одиночную водобойную стенку, как указано в § 137, и при этом оказалось, что

$$\xi_н < \xi_{2a}$$

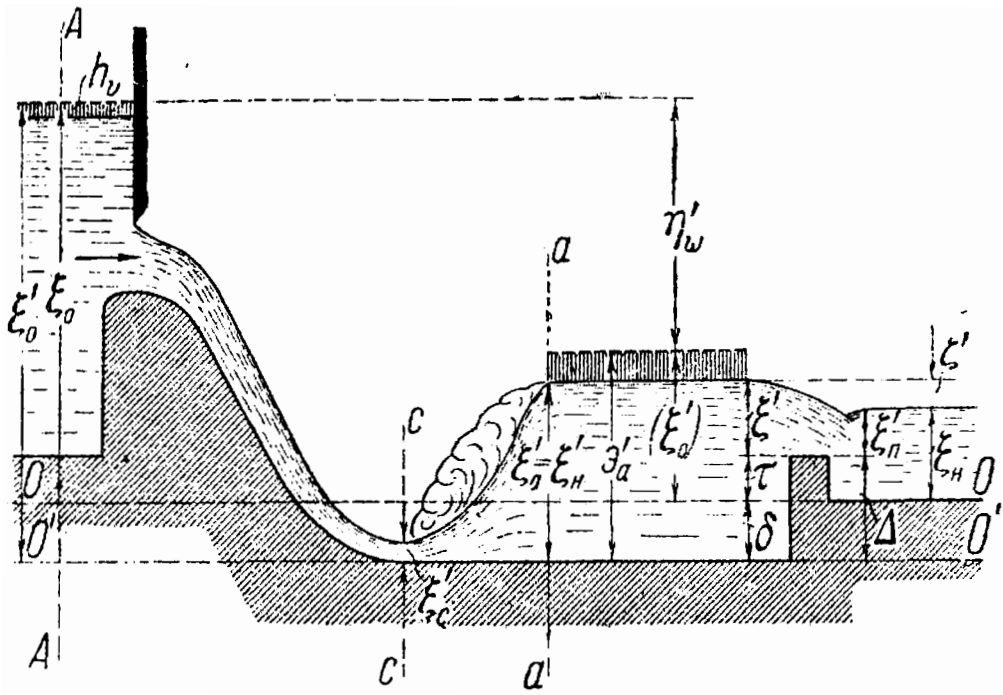
[1]) Изложение настоящего параграфа тесно связано со сказанным в §§ 135—138 в отношении обозначений, формул и т. д.

или, при практическом расчете,

$$\xi_н < \xi_{2пр},$$

но вторая [1]) водобойная стенка по конструктивным или иным условиям нежелательна. Тогда следует помнить, что в этом случае **вопрос не решается ни при какой высоте одиночной стенки** и что взамен нежелательной второй стенки следует дать дополнительно **водобойный уступ** при одной стенке, с целью уменьшения ее высоты (см. фиг. 354, составленную лишь в относительных величинах; других чертежей не приводим).

1°. Колодец наименьшего заглубления. Расчет колодца, который может быть назван „колодцем наименьшего заглубления", состоит в следующем



Фиг. 354.

Зная $\xi_н$ (фиг. 354), находим величину $(\xi_0)'$, причем $(\xi_0)'$ есть относительный гидродинамический напор при плоскости сравнения $O-O$, соответствующий величине $\xi_н$ по характеристическому уравнению (1936), которое в данном случае напишется так:

$$(\xi_0)' = f(\xi_н), \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2029)$$

так что для определения величины $(\xi_0)'$ следует пользоваться графиком на фиг. 339, где знаем абсциссу $= \xi_н$ и ищем ординату $= (\xi_0)'$. Затем находим относительную потерю напора $\eta'_ω$ (фиг. 354):

$$\eta'_ω = \xi_0 - (\xi_0)' \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2030)$$

и по графику (фиг. 343) определяем соответствующее значение $э'_a$ относительной удельной энергии сечения $a-a$, откладывая $\eta'_ω$, как известную орди-

[1]) Или несколько (одна–две) стенок, следующих за первой.

нату, и читая ϑ'_a, как искомую абсциссу. Наконец, для дополнительной глубины колодца имеем:

$$\delta = \vartheta'_a - (\xi_0)' \quad \ldots \quad (2031)$$

Далее, зная ϑ'_a, находим полную относительную глубину колодца Δ (см. фиг. 354) для незатопленной [1]) стенки, для чего применяем указанную в § 137 формулу (2013), в которую вместо ϑ_a и τ войдут теперь величины ϑ'_a и Δ, т. е. будет:

$$\Delta = \vartheta'_a - \frac{1}{k}; \quad \ldots \quad (2032)$$

относительную высоту самой водобойной стенки определяем по очевидной зависимости:

$$\tau = \Delta - \delta \quad \ldots \quad (2033)$$

При расчете с коэфициентом запаса (n_0) вместо (2029) будет:

$$(\xi_0)'_{\text{пр}} = f\left(\frac{\xi_\kappa}{n_0}\right), \quad \ldots \quad (2034)$$

откуда ясно, что величину $(\xi_0)'_{\text{пр}}$ можем найти по фиг. 339, исходя из известной относительной абсциссы $= \frac{\xi_\kappa}{n_0}$. Вместо (2030) находим теперь η'_ω из зависимости:

$$\eta'_\omega = \xi_0 - (\xi_0)'_{\text{пр}}, \quad \ldots \quad (2035)$$

чему по графику (фиг. 343) отвечает значение ϑ'_a, получаемое как абсцисса при известной ординате $= \eta'_\omega$; далее, для практической дополнительной глубины колодца $\delta_{\text{пр}}$ можем написать [2]):

$$\delta_{\text{пр}} = \vartheta'_{\text{пр}} - (\xi_0)'_{\text{пр}}, \quad \ldots \quad (2036)$$

где (при $n_0 = 1{,}1$)

$$\vartheta'_{\text{пр}} = n_0 \vartheta'_a \quad \ldots \quad (2037)$$

Зная $\vartheta'_{\text{пр}}$, находим относительную практическую полную глубину водобойного колодца $\Delta_{\text{пр}}$ на основании формулы (2017), в которую вместо $\tau_{\text{пр}}$ и $\vartheta_{\text{пр}}$ войдут теперь величины $\Delta_{\text{пр}}$ и $\vartheta'_{\text{пр}}$, так что имеем:

$$\Delta_{\text{пр}} = \vartheta'_{\text{пр}} - \frac{1}{k}, \quad \ldots \quad (2038)$$

после чего определяем и относительную высоту самой стенки:

$$\tau_{\text{пр}} = \Delta_{\text{пр}} - \delta_{\text{пр}} \quad \ldots \quad (2039)$$

Получив относительные величины:

$$\delta,\ \delta_{\text{пр}},\ \Delta,\ \Delta_{\text{пр}},\ \tau,\ \tau_{\text{пр}},$$

---

[1]) В данном случае водобойная стенка является незатопленной, как ясно из (2029). Особого чертежа для такой стенки здесь не даем, ограничиваясь более общей схемой по фиг. 354.

[2]) О возможном уточнении см. в конце § 136.

умножением их на критическую глубину легко находим и соответствующие действительные величины: высоту водобойного уступа, полную глубину колодца и высоту водобойной стенки.

Рассмотренный в настоящем пункте водобойный колодец характерен тем, что его стенка имеет наибольшую допустимую высоту, а уступ — наименьшую, так как при дальнейшем увеличении высоты стенки следует опасаться в нижнем бьефе отгона прыжка, а при дальнейшем уменьшении высоты уступа (без увеличения высоты стенки) мы уже не имеем условий для затопления прыжка в пределах водобойного колодца. Наибольшую действительную высоту водобойной стенки в „смешанной схеме" по фиг. 354 будем называть t_{max}, наименьшую — t_{min}, причем ясно, что $t_{min}=0$; наименьшую высоту уступа назовем d_{min}, наибольшую — d_{max} (эта последняя, конечно, имеет место при отсутствии водобойной стенки). При „смешанных схемах" водобойных колодцев, кроме только что рассмотренного случая, на практике могут встретиться еще и два следующие случая: в одном из них известна высота водобойного уступа и требуется найти высоту водобойной стенки; в другом — известна высота водобойной стенки, высота же уступа является искомой. Эти два случая теперь и рассмотрим.

2°. Колодец с данной высотой уступа. Действительная высота водобойного уступа $d=d_0$ в колодце смешанного типа (по типу фиг. 354) не может быть задана произвольно, но согласно сказанному в предыдущем пункте должна заключаться в пределах:

$$d_{max} > d_0 > d_{min}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2040)$$

где d_{max} определяется по § 136, d_{min} — как указано выше в настоящем параграфе.

Имея действительную (заданную) высоту уступа d_0, находим его относительную высоту:

$$\delta = \frac{d_0}{h_k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2041)$$

и, следовательно, знаем величину ξ_0' (фиг. 354):

$$\xi_0' = \xi_0 + \delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2042)$$

и соответственный глубинный критерий ξ_a', определяемый по фиг. 339 в зависимости от ξ_0'. Получив глубинный критерий ξ_a', находим соответствующую величину ϑ_a' по фиг. 344. Далее — сначала лишь для незатопленной стенки — определяем относительные величины Δ и τ, как и в предыдущем пункте настоящего параграфа, т. е. по формулам (2032)—(2033).

Для проверки незатопленности стенки вместо (2019) здесь служит неравенство:

$$\xi_к \leqslant \frac{\Delta + \xi_a'}{2} - \delta, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2043)$$

а вместо (2021) — неравенство:

$$\xi_к \leqslant \Delta - \delta + 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2043')$$

Если неравенство (2043) или (2043') не выполняется, то обращаемся к расчету затопленной стенки по § 137 (п. 1°). Прежде всего определяем ζ' (Фиг. 354):

$$\zeta' = (\xi_a' - \delta) - \xi_к, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2044)$$

после чего, пользуясь графиком (фиг. 347), откладываем абсциссу $=\zeta'$ и ординату $=\xi'_a$, причем находим величину η_n и, наконец, получаем Δ из формулы:

$$\Delta = \xi'_a - \frac{\zeta'}{1-\eta_n}; \quad \ldots \quad (2045)$$

величину τ имеем по (2033).

При расчете с коэфициентом запаса, найдя величину ϑ'_a, как было указано в настоящем пункте немного выше, определяем $\vartheta'_{пр}$ по (2037), а затем — и величины $\Delta_{пр}$ и $\tau_{пр}$ по формулам (2038) и (2039), т. е. сначала лишь для незатопленной стенки, причем под величиной $\delta_{пр}$ теперь следует понимать отношение

$$\delta_{пр} = \frac{d_0}{h_k}, \quad \ldots \quad (2041')$$

так как d_0 есть величина заданная.

Для проверки незатопленности стенки вместо (2020) и (2022) теперь соответственно будет:

$$\xi_н \leqslant \frac{\Delta_{пр} + \xi'_{пр}}{2} - \delta_{пр} \quad \ldots \quad (2046)$$

и

$$\xi_н \leqslant \Delta_{пр} - \delta_{пр} + 1, \quad \ldots \quad (2046')$$

причем $\xi'_{пр}$ находим по графику относительной удельной энергии сечения (фиг. 344) по известной ординате $=\vartheta'_{пр}$. При невыполнении неравенства (2046) или (2046') переходим к расчету величины $\Delta_{пр}$ при условии затопленной стенки по п. 1°, § 137, пользуясь графиком, данным на фиг. 347, для чего находим относительный перепад $\zeta'_{пр}$:

$$\zeta'_{пр} = (\xi'_{пр} - \delta_{пр}) - \xi_н \quad \ldots \quad (2047)$$

и затем на названном графике откладываем абсциссу $=\zeta'_{пр}$ и ординату $=\xi'_{пр}$, читая при этом величину $\eta_n = \eta_{пр}$. Наконец, получим:

$$\Delta_{пр} = \xi'_{пр} - \frac{\zeta'_{пр}}{1-\eta_{пр}}, \quad \ldots \quad (2048)$$

величину же $\tau_{пр}$ найдем по (2039).

3°. Колодец с данной высотой стенки. Высота водобойной стенки $t = t_0$ в колодце смешанного типа (по типу фиг. 354) также не может быть задана произвольно, так как она должна заключаться в пределах:

$$t_{max} > t_0 > 0, \quad \ldots \quad (2049)$$

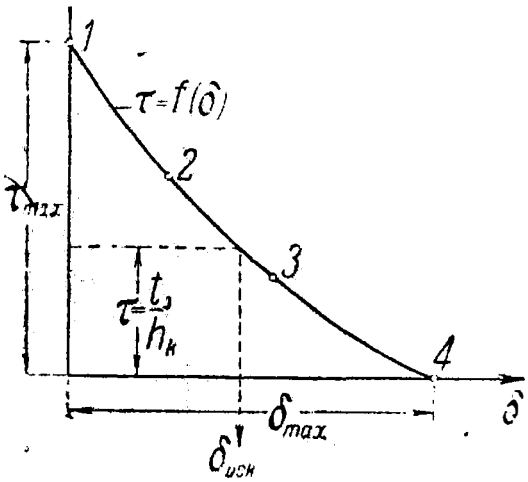
где t_{max} определяется, как указано в настоящем параграфе для случая 1°.

Зная действительную высоту водобойной стенки $t = t_0$ (по заданию), вычисляем относительную ее высоту:

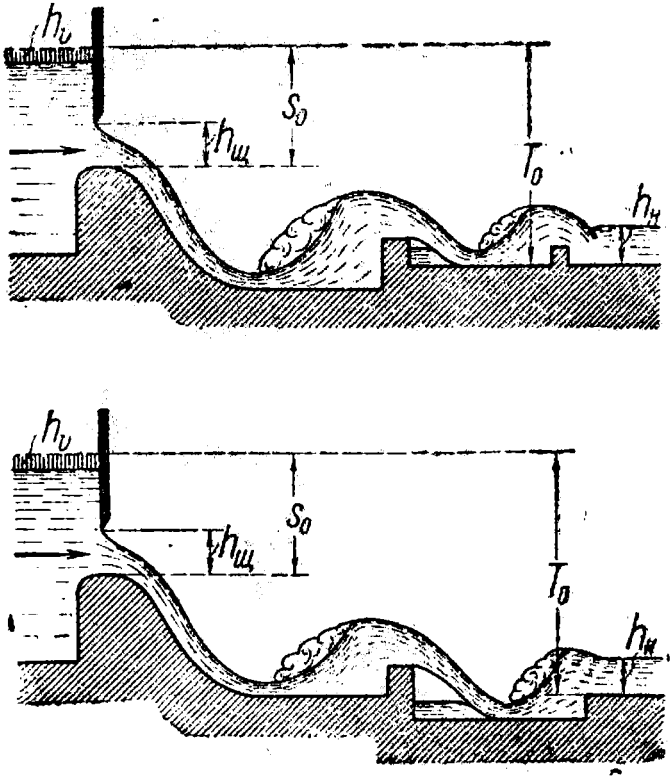
$$\tau = \frac{t_0}{h_k}, \quad \ldots \quad (2050)$$

искомую же относительную высоту водобойного порога δ можем найти графически (фиг. 355). Для этого задаемся различными значениями δ:

$$\delta = \delta_1, \delta_2, \delta_3 \text{ и т. д.} \quad \ldots \quad (2051)$$



Фиг. 355.



Фиг. 356.

и определяем соответствующие значения τ:

$$\tau = \tau_1,\ \tau_2,\ \tau_3 \text{ и т. д.}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2051')$$

как указано для предыдущего случая (п. 2°), после чего строим кривую для τ как функции от δ. Эта кривая схематически показана на фиг. 355, где имеем точки: 1, 2, 3 и 4; полезно построить точку 1 для $\delta_1 = 0$, а также точку 4 для $\delta_4 = \delta_{max}$, т. е. для случая отсутствия водобойной стенки ($\tau = 0$). Имея эту кривую, по ординате $\tau = \frac{t}{h_k}$ находим искомую абсциссу $\delta = \delta_{иск}$.

При расчете с коэфициентом запаса n_0, т. е. при определении $\delta_{пр}$, поступаем аналогично предыдущему, — с той лишь разницей, что, задавшись рядом значений $\delta_{пр}$, находим ряд соответствующих значений $\tau_{пр}$, как указано в п. 2° настоящего параграфа, и строим график для $\tau_{пр}$, как функции от $\delta_{пр}$.

Определив в п. 2° и п. 3° искомые относительные величины, умножением их на h_k находим соответствующие искомые действительные размеры. Заметим, что сказанным в настоящем параграфе не исчерпываются, конечно, возможные схемы водобойных устройств „смешанного типа", из которых еще две схемы для примера показаны на фиг. 356. Расчет высотных элементов подобных схем может быть сделан на основе предыдущего изложения.

§ 140. Дополнительные указания о сопряжении бьефов.

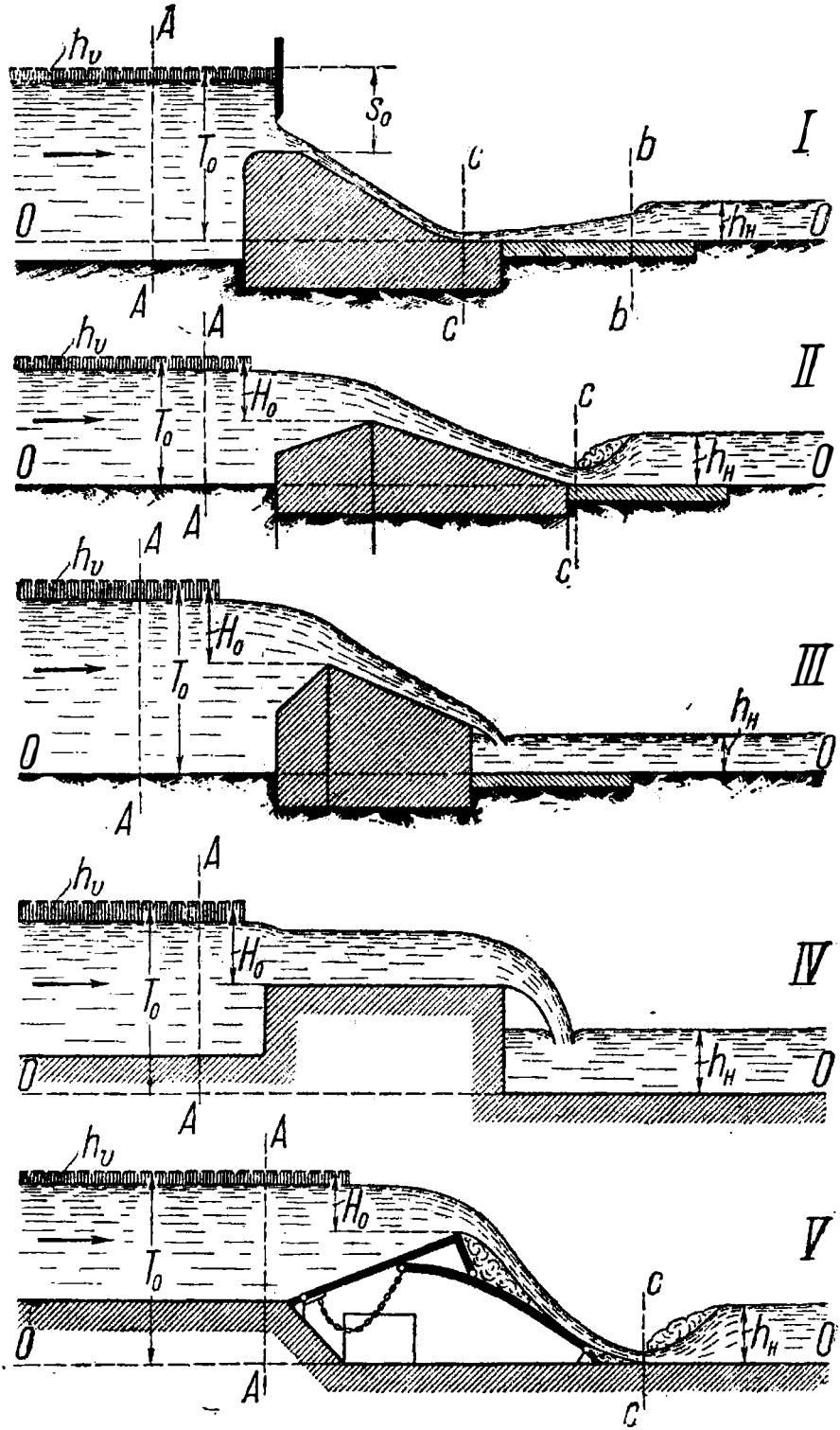
Сказанное в предыдущих параграфах (§§ 135—139) может найти применение в весьма разнообразных случаях практики гидротехнического проектирования,—в развитие тех схем, которые мы представляли себе выше, как легко видеть из следующих кратких соображений [1]).

1°. Прежде всего надо сказать, что вышеуказанные расчеты применимы при весьма разнообразных поперечных профилях плотин. Так, на фиг. 357 на схеме I приведен пример „растянутого" плавного профиля бетонной или каменной плотины со щитами, причем изображен случай отгона прыжка от сечения $c-c$ до сечения $b-b$; на схеме II — случай деревянной плотины малой высоты; на схеме III — ряжевая плотина средней высоты; на схеме IV — случай незатопленного водослива с широким порогом, и, наконец, на схеме V — случай перелива воды через затвор типа „дахвер" („Dachwehr").

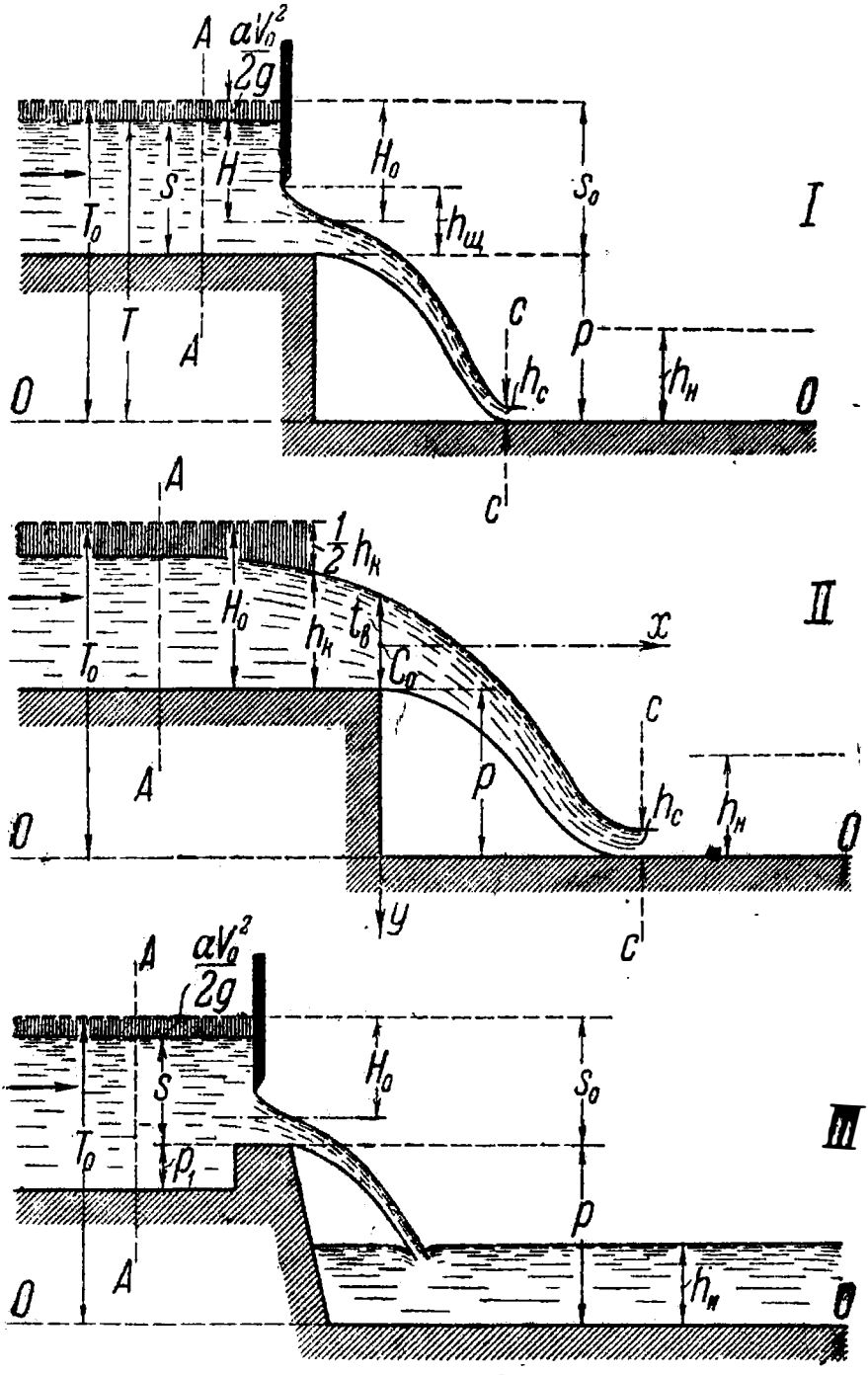
2°. Одноступенчатые перепады. Случай одноступенчатого перепада со щитом, показанный на схеме фиг. 358-I, в отношении сопряжения бьефов не отличается от соответствующей схемы плотины (фиг. 334). Необходимые обозначения показаны на фиг. 358-I; эти обозначения вполне соответствуют тем, которые уже были пояснены для схемы по фиг. 334.

Случай перепада без щита (фиг. 358-II) или со щитом, полностью открытым, также может быть сведен к случаю плотины без щита (фиг. 335). Гидравлическое явление, получающееся в конце некоторого водотока в области имеющейся здесь стенки падения (Фиг. 358-II), может быть названо „донным сливом", каковой термин мы и полагали бы полезным предложить здесь. Сравнивая схему „донного слива" со схемой обычного незатопленного водослива (практического профиля или с широким порогом — безразлично),

[1]) Текст и чертежи для § 140 (кроме п. 4°) мы берем из нашей работы о сопряжении бьефов по ГИС (1930 г.). — см. первую сноску в § 135.



Фиг. 357.


A
$\frac{\alpha V_0^2}{2g}$
H
H_0
S
T_0
T
A
$h_щ$
S_0
I
c
h_c
p
$h_н$
0
0
c
A
$\frac{1}{2}h_к$
H_0
$h_к$
$t_в$
C_0
x
II
T_0
A
c
p
h_c
$h_н$
0
0
y
c
A
$\frac{\alpha V_0^2}{2g}$
H_0
S
S_0
III
T_0
p_1
p
0
A
$h_н$
0

Фиг. 358.

нетрудно показать, что для случая „донного слива" единичный расход q может быть представлен общей формулой [1]):

$$q = m\sqrt{2g}H_0^{3/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2052)$$

где

$$H_0 = h_k + \frac{1}{2}h_k = \frac{3}{2}h_k, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2053)$$

причем для $\alpha = 1{,}1$ коэфициент расхода

$$m = 0{,}367 \cong 0{,}365; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2054)$$

если же полагать $\alpha = 1$, то

$$m = 0{,}385, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2055)$$

каковое значение чаще применяется в практических расчетах, чем (2054). Следует заметить, что формула (2052) как при $m = 0{,}365$, так и при $m = 0{,}385$ дает одинаковое значение q, так как полный напор H_0 выражается зависимостью (2053), где h_k при $\alpha = 1$ будет соответственно меньше $\left(= \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}\right)$, чем при $\alpha = 1{,}1$. Что касается величины k, при помощи которой критическая глубина выражается через напор H_0 по (1944), то, как видно из (2053), для „донного слива"

$$k = \frac{2}{3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2056)$$

Для рассматриваемого случая перепада без щита (фиг. 358-II) верховой гидродинамический напор

$$T_0 = H_0 + p = \frac{3}{2}h_k + p, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2057)$$

а потому соответствующий относительный напор ξ_0 будет:

$$\xi_0 = \frac{3}{2} + \frac{p}{h_k}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2058)$$

так что, зная ξ_0, по графику (фиг. 339) находим глубинный критерий ξ_a и т. д.

Обратим внимание на то, что, помимо двух указанных случаев (фиг. 358, I—II), в практике иногда может встретиться и случай перепада с порогом p_1 (фиг. 358-III), причем здесь полностью применимы расчеты, данные выше для водосливной плотины со щитом на гребне, обращаться же к понятию „донного слива" не приходится.

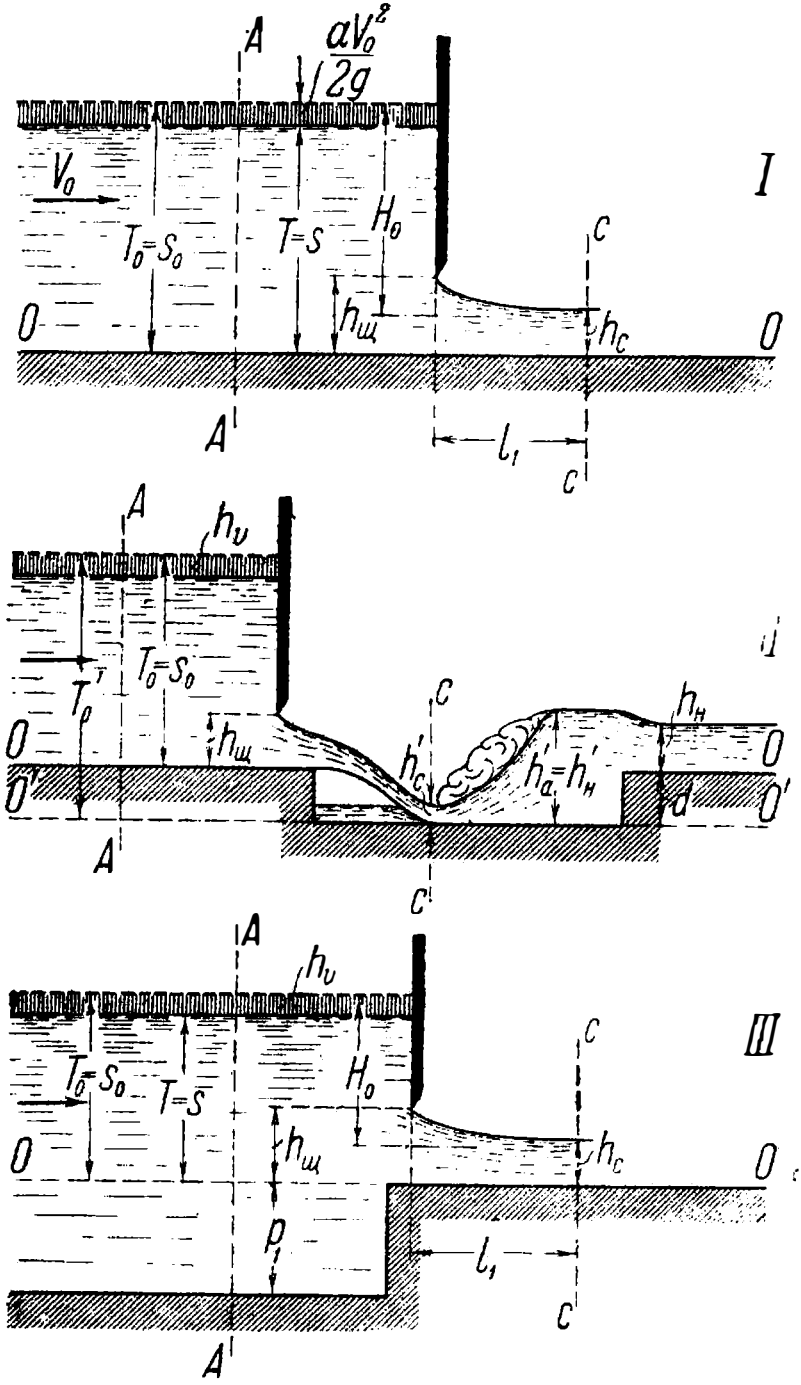
3°. Донное отверстие II рода. Будем здесь иметь в виду лишь отверстия II рода [2]), так как об отверстиях I рода (напр., перепад со щитом) сказано в предыдущем пункте настоящего параграфа (см. фиг. 358-I). Рассматривая случай донного отверстия II рода, представленный на фиг. 359-I, укажем прежде всего, что здесь полностью должны быть сохранены обозначения, поясненные в начале § 135 (см. также фиг. 334—335), за исключением величин p_1 и p, каждое из коих в данном случае, очевидно, равно нулю. Поэтому здесь верховой напор в сечении $A - A$ равен глубине погружения дна верхнего бьефа под уровень воды, т. е.

$$T = s \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2059)$$

---

[1]) Формула эта указывается здесь, конечно, не для вычисления по ней расхода q а лишь для того, чтобы „свести" явление „донного слива" к схеме водослива.

[2]) О терминологии см. § 77, гл. VII.


A
$\frac{\alpha V_0^2}{2g}$
V_0
I
$T_0=S_0$
$T=S$
H_0
c
0
$h_ш$
h_c
0
A'
l_1
c
A
h_v
II
T_0
$T_0=S_0$
c
$h_н$
0
$h_ш$
h'_c
$h'_a=h'_н$
0
0'
d
0'
A'
c'
A
h_v
III
c
$T_0=S_0$
$T=S$
H_0
0
$h_ш$
h_c
0
p_1
l_1
c
A'

Фиг. 359.

и, следовательно,

$$T+\frac{\alpha V_0^2}{2g}=s+\frac{\alpha V_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2060)$$

или короче (по обозначениям, указанным в § 135):

$$T_0=s_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2061)$$

Взяв плоскость сравнения $O-O$, получим уравнение Бернулли для сечения $A-A$ и $c-c$ в виде:

$$\frac{\alpha V_0^2}{2g}+T=\frac{\alpha V_c^2}{2g}+h_c+(h_w)_c, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2062)$$

где обозначения известны по уравнению (1914), § 135. Повторяя сказанное в § 135 по поводу уравнения (1914), из (2062) получим прежнее уравнение (1920):

$$h_c+\frac{q^2}{2g\varphi_c^2 h_c^2}=T_0.$$

Изложенный в §§ 135—138 прием определения типа сопряжения бьефов и способы определения глубины водобойного колодца остаются для рассматриваемого отверстия без изменения, как и данные там же графики, если мы ведем расчет при определенных, нами назначаемых расходах. В частности, отметим, что глубина в сжатом сечении h_c находится по зависимости (1954):

$$h_c=\xi_c h_k,$$

где ξ_c определяется по графику (фиг. 337) по известному значению ξ_0. По этому значению ξ_0, пользуясь графиком, приведенным на фиг. 339, находим и глубинный критерий ξ_a, после чего по условиям (1948)—(1950) можем судить и о типе сопряжения бьефов за отверстием.

В связи с этим уместно указать здесь формулы для определения расхода через донное отверстие II рода. Если прыжок отгоняется или начинается непосредственно в сжатом сечении, то единичный расход q выражается формулой:

$$q=\frac{\varphi_c}{\sqrt{\alpha}}h\sqrt{2g(T-h_c)}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2063)$$

которая ясна из данного в § 135 выражения (1921) для скорости в сжатом сечении $c-c$. Если же прыжок затопляется, то для расчета расхода можно пользоваться обычной формулой затопленного отверстия [1]):

$$q=\mu h_{ш}\sqrt{2gz_0}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2064)$$

где z_0 — разность горизонтов верхнего и нижнего бьефа, исправленная на скорость подхода („полный перепад"); μ — коэфициент расхода, величину которого можно принимать, как для донного отверстия I рода.

Обратим еще внимание на одно обстоятельство, связанное с расчетом глубины водобойного колодца для рассматриваемой схемы донного отверстия, не входя, впрочем, в подробности: при наличии колодца, образуемого водобойным уступом (фиг. 359-II), исходная схема донного отвер-

[1]) При малой затопленности прыжка действительная пропускная способность отверстия оказывается несколько большей, чем по формуле (2064).

стия (показанная на фиг. 359-I) обращается уже в типичную схему, рассмотренную в § 135, — здесь новый начальный напор T_0' отличается от величины s_0; новая высота стенки падения уже не равна нулю, будучи здесь равной глубине колодца, и т. д. Проставленные на фиг. 359-II обозначения служат для дальнейшего сопоставления этого случая с тем, что ранее сказано о глубине водобойного колодца в § 136, причем „новые" величины, т. е. зависящие от введения колодца, обозначены значками „прим"; самая глубина колодца обозначена через d, как и в § 136.

Если почему-либо желательно вести расчет сопряжения бьефов за донным отверстием II рода не по определенному расходу q, а по данной величине открытия щита $h_щ$, то нетрудно свести этот вопрос к случаю заданного расхода. Для этого определяем расход q, соответствующий открытию щита $= h_щ$, исходя из зависимости (2063) и выражая в ней величину h_c через коэфициент сжатия для отверстия II рода ε_0, т. е. полагая:

$$h_c = \varepsilon_0 h_щ, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2065)$$

причем будет:

$$q = \frac{\varphi_c}{\sqrt{\alpha}} h_щ \sqrt{2g(T_0 - \varepsilon_0 h_щ)}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2066)$$

после чего находим критическую глубину $h_k = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}$, затем — величину ξ_0 по (1927) и глубинный критерий ξ_a по фиг. 339. Далее по условиям (1948) — (1950) выясняем характер сопряжения бьефов.

При этом отметим, что если $\xi_н \leqslant \xi_a$, то выражение (2066) и дает расход, пропускаемый отверстием; если же $\xi_н > \xi_a$, то расход через отверстие следует считать по формуле (2064).

По вопросу о донных отверстиях II рода при расчете сопряжения бьефов укажем еще, что к таким отверстиям следует отнести не только схему по фиг. 359-I, но и схему по фиг. 359-III, отличающуюся от рассмотренной нами ранее тем, что здесь $p_1 \neq 0$. Плоскость сравнения здесь проводится на уровне дна нижнего бьефа, и расчет отличается от прежнего (фиг. 359-I) лишь той деталью, что скорость подхода V_0 определяется здесь глубиной $= T + p_1$, а не глубиной T.

4°. Об условиях затопления отверстий и водосливов. Изложенный способ рассмотрения вопроса о сопряжении бьефов дает также возможность (для „плоской задачи") выяснить условия затопления отверстий на гребне водосливных плотин, на перепадах и пр., исходя из понятия „глубиного критерия" ξ_a, величина которого определяется, как указано в § 135.

При этом условия, относящиеся к затоплению отверстий, образованных частично открытыми щитами на гребне водосливной плотины (схема по фиг. 360, I—III), могут быть формулированы следующим образом (обозначения ясны из чертежей):

1) Если, как на схеме I,

$$h_a < 0, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2067)$$

то, конечно, отверстие является незатопленным; это условие необходимо и достаточно.

2) Если (по схеме II)

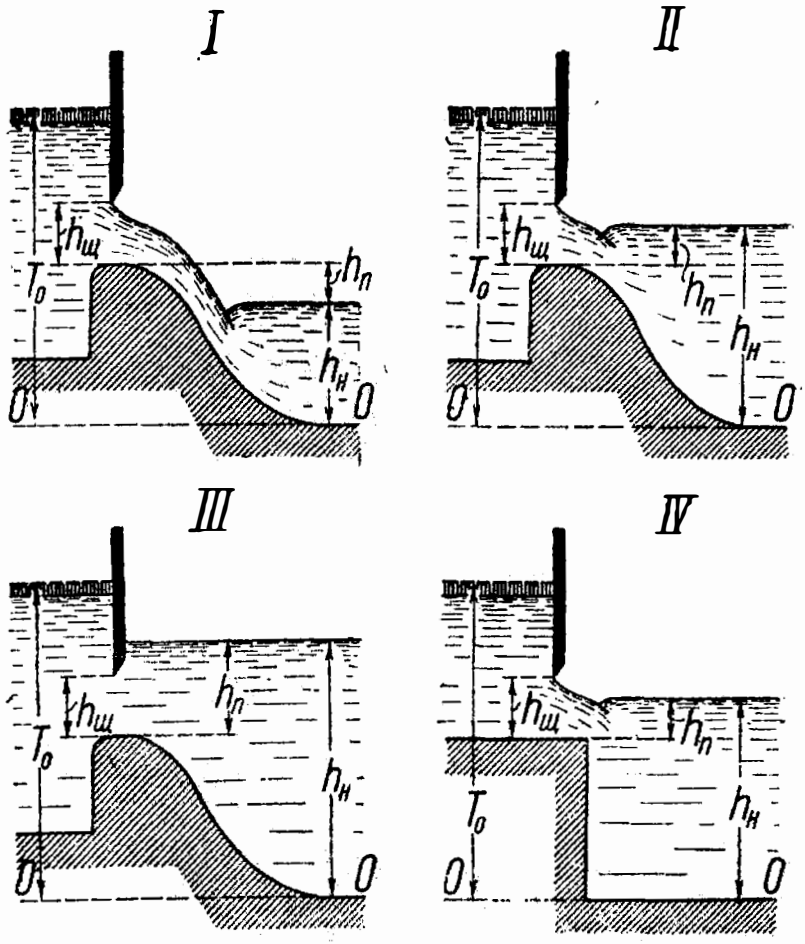
$$h_щ > h_a > 0, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2068)$$

то имеем полузатопленное отверстие при выполнении дополнительного условия:

$$\xi_н > \xi_a; \quad \ldots \quad (2069)$$

однако, при

$$\xi_н \leqslant \xi_a \quad \ldots \quad (2070)$$



Фиг. 360.

отверстие будет незатопленным, хотя бы и сохранялось первое условие (2068).

3) Наконец, по схеме III

$$h_п > h_щ, \quad \ldots \quad (2071)$$

причем отверстие считаем затопленным при выполнении дополнительного условия:

$$\xi_н > \xi_a; \quad \ldots \quad (2072)$$

если же последнее неравенство не имеет места, то даже и при (2071) отверстие все же оказывается незатопленным, так как появляется незатопленный прыжок за плотиной.

К тому же сводятся и условия затопления отверстий при перепадах по схеме IV (фиг. 360-IV), причем на этой схеме для примера показано полузатопленное донное отверстие (I рода).

О затопленных донных отверстиях II рода уже было сказано в предыдущем пункте настоящего параграфа, и здесь даем лишь краткую формулировку: донные отверстия II рода (по фиг. 359, I и III) не могут быть „незатопленными"; при $\xi_н \leqslant \xi_a$ имеем полузатопленные отверстия; при $\xi_н > \xi_a$ — затопленные.

При водосливах практических профилей условия для затопления имеем в виде:

$$\left.\begin{aligned} h_n &> 0; \\ \xi_н &> \xi_a, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2073)$$

что ясно и без иллюстративной схемы. Условия (2073) равносильны указанным выше в § 93 (глава VIII).

Не входя в дальнейшие подробности, ограничимся сказанным [1]) об условиях затопления отверстий и водосливов и обратимся к вопросу о численных значениях коэфициента скорости φ_c.

5°. **К вопросу о численных значениях коэфициента скорости φ_c.** Что касается вопроса о численных значениях коэфициента скорости φ_c, то до настоящего времени в этом отношении имеются весьма ограниченные данные. Проф. Ребок (Th. Rehbock) уделил [2]) этому вопросу некоторое внимание и указал, что для случая „донных отверстий" (имеется в виду тип по фиг. 359-I), по опытам в лаборатории в Карлсруэ, φ_c найдено равным 0,99—0,90; для водосливов (без щитов) $\varphi_c \leqslant 0{,}90$, уменьшаясь иногда при опытах с моделями до 0,50, причем проф. Ребок полагает, что и это значение „в зависимости от обстоятельств" может иногда уменьшаться.

Из этих сведений очевидно, что вопрос попрежнему требует хотя бы самого общего, но обязательно систематического экспериментального освещения, причем мы здесь же хотели бы отметить крайнюю важность расчленения коэфициента φ_c на отдельные его составляющие. В самом деле, как из основных схем, так в особенности из различных схем, приведенных на фиг. 357, ясно следует, что в смысле гидравлических сопротивлений условия движения струй воды от начального сечения A—A до сжатого сечения c—c весьма различны: имея одинаковые, положим, входные условия, эти струи на дальнейшем пути до сжатого сечения могут то ниспадать по плавному водосливному профилю, то встречать сравнительно шероховатый путь (например, в некоторых деревянных плотинах), то, наконец, находиться в „особых условиях", как, например, показано хотя бы на фиг. 357—V; иногда же, пройдя входное сечение, струя просто движется в воздухе и испытывает тогда, очевидно, минимальное сопротивление.

Выделяя при этом потери: в пределах понура (что иногда может иметь значение), на напорной части оголовка плотины, под щитом, на сливной поверхности плотины, при сходе с плотины в нижний бьеф и пр., — мы единственно таким образом могли бы внести некоторую ясность в этот вопрос, ограничиваясь на первое время хотя бы главными элементами, чтобы уже в дальнейшем перейти к исследованию некоторых дополнительных

---

[1]) Сделанные здесь указания приводятся, главным образом, для выбора соответствующей расчетной формулы при определении расхода через отверстие (незатопленное, полузатопленное или затопленное).

[2]) См., например: Т. Ребок, „Предохранение флютбетов от вредных размывов", русский перевод инж. А. М. Щигель под ред. проф. В. П. Скрыльникова, изд. МВТУ, Москва, 1929, стр. 20—21.

или специальных условий. При опытах, помимо формы плотины, необходимо учитывать и такие обстоятельства, как форма обтекаемой части щитов, шероховатость сливной поверхности плотины, толщина сливающейся струи и пр.

До получения достаточных данных относительно коэфициента φ_c остается считать его с некоторым запасом. Повидимому, не располагая более определенными данными, можно иметь в виду следующие значения, на которые мы смотрим, конечно, лишь как на некоторую попытку подхода к этому вопросу:

1) При истечении из отверстия непосредственно в атмосферу (без слива по поверхности плотины) . . . . . $\varphi_c = 1{,}00 - 0{,}97$;
2) Для донных отверстий (фиг. 359-I) . . . . . $\varphi_c = 1{,}00 - 0{,}95$;
3) Перепады без щитов (фиг. 358-II) . . . . . $\varphi_c = 1{,}00$;
4) Перепады со щитами (фиг. 358-I) . . . . . $\varphi_c = 1{,}00 - 0{,}97$;
5) Водосливы плавных форм (фиг. 335) без щитов при гладкой сливной поверхности:
   а) при малой длине сливной поверхности . . $\varphi_c = 1{,}00$;
   б) „ средней „ „ „ . . $\varphi_c = 0{,}95$;
   в) „ большой „ „ „ . . $\varphi_c = 0{,}90$;
6) Водосливы (фиг. 334) плавных форм со щитом (см. соответственно предыдущий пункт) . . . . . $\varphi_c = 0{,}95 - 0{,}85$;
7) Водосливы более грубых форм (полигональные и т. п.) . . . . . $\varphi_c = 0{,}90 - 0{,}80$;
8) Водосливы с широким порогом (в зависимости от типа последнего) . . . . . $\varphi_c = 0{,}95 - 0{,}85$.

При шероховатых сливных поверхностях (бутовая кладка, некоторые виды деревянных плотин и пр.) приведенные значения казалось бы возможным при расчетах по сопряжению бьефов уменьшать примерно на 5% (равно как и при малых толщинах сливающейся струи). Предложенная табличка, конечно, не может охватить всех встречающихся на практике весьма разнообразных случаев.

Нельзя не пожелать, чтобы при систематических опытах по исследованию значений коэфициента φ_c не был упущен и вопрос о значении „корректива“ α. Вполне возможно, что в некоторых случаях значения коэфициента получатся ниже обычно принимаемой величины $\alpha = \sim 1{,}1$.

Наконец, достаточное внимание при опытах следовало бы уделить и коэфициенту сжатия ε_0 в случае донных отверстий II рода. Этот коэфициент было бы точнее назвать коэфициентом „вертикального сжатия“. Отметим, что для коэфициента ε_0 по Ребоку [1]) „в среднем с достаточным приближением“ можно принять

$$\varepsilon_0 = 0{,}645 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2074)$$

при щитах „с острым ребром“. В СССР при практических расчетах иногда берут коэфициент

$$\varepsilon_0 = 0{,}70 - 0{,}72$$

(иногда до 0,75), что в настоящее время не может быть рекомендовано безоговорочно. Надо указать, что здесь большое значение имеет

[1]) См. там же, стр. 21.

степень плавности обтекаемых водою частей щита; при наиболее плавном очертании подходов к отверстию, поскольку это осуществимо в практических условиях, можно брать предварительное значение ε_0 порядка $\sim 0{,}75$.

§ 141. Определение дальности падения струи.

Вопрос о дальности падения струи, сливающейся с гребня водослива или через отверстие, начнем с рассмотрения двух основных простейших схем (фиг. 361, I-II), из коих первая изображает случай истечения из отверстия в тонкой стенке, вторая — истечение через водослив (также с тонкой стенкой).

а) Две основные схемы. Начало координат (фиг. 361, I-II) возьмем в точке C_0, т. е. в центре тяжести сечения c_0—c_0, понимая под последним „сжатое сечение" непосредственно за отверстием или водосливом [1]). От этого сечения, которое в дальнейшем для краткости речи будем называть „начальным", мы и отсчитываем дальность падения струи $=X$, обозначая через Y ординату, соответствующую абсциссе X; очевидно, что Y есть возвышение точки C_0 над плоскостью O—O (над дном нижнего бьефа или дном водобойного колодца [2]). Схема падения струи на плоскость O—O показана на фиг. 361-III: ось ниспадающей струи пересекает плоскость O—O в точке C; для нашего расчета достаточно принять, что через эту точку и проходит „сжатое сечение" c—c, в котором начинается прыжок со взаимными глубинами h_c и h_a.

Напишем уравнение траектории свободно падающей жидкой частицы, имеющей горизонтальную начальную скорость равную v и проходящей через центр тяжести C_0 сечения c_0—c_0. Как известно из теоретической механики, уравнение названной траектории (фиг. 361, I-II) таково [3]):

$$y = \frac{gx^2}{2v^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2075)$$

где в нашем вопросе под величиной v будем понимать среднюю скорость в „начальном сечении" c_0—c_0. Из (2075) имеем:

$$x = v\sqrt{\frac{2y}{g}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2076)$$

Уравнение оси целой струи C_0—C, вытекающей из отверстия или переливающейся через гребень водослива, должно несколько отличаться от уравнения отдельно падающей жидкой частицы (2076), а потому, вводя в (2076) „поправочный" коэфициент ψ [4]) и полагая:

$$x = X, \qquad y = Y, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2077)$$

получим для дальности падения струи X:

$$X = \psi v\sqrt{\frac{2Y}{g}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2078)$$

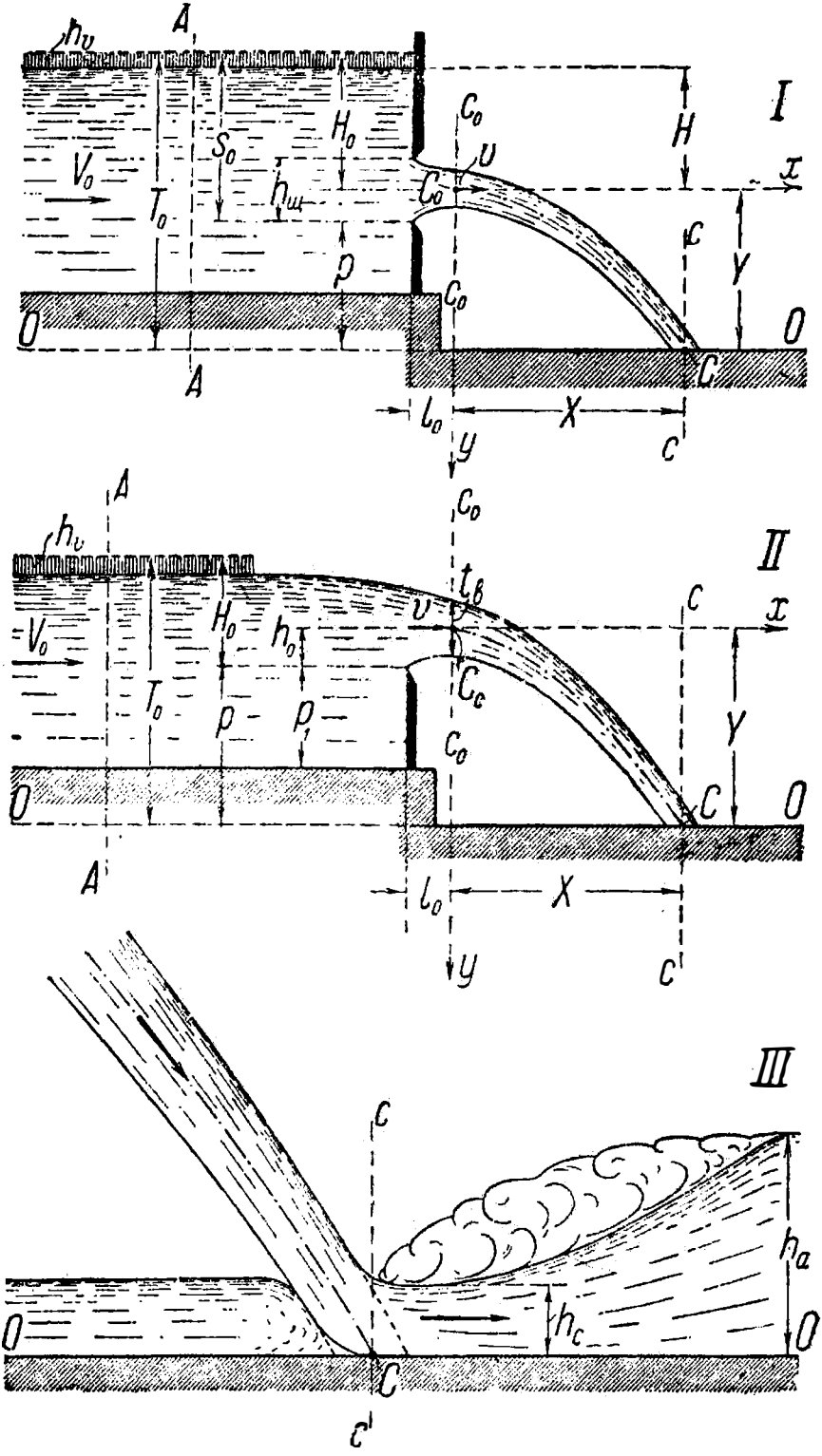
---

[1]) Указанное сечение обозначено нами через c_0—c_0 в отличие от „сжатого сечения" c—c, проводимого в месте соприкосновения струи с дном нижнего бьефа (фиг. 334, 335 и др.).

[2]) Точка C_0, координатные оси и величины X и Y показаны также и на общей схеме по фиг. 374.

[3]) См. также выше, гл. VII, § 74.

[4]) О значениях его сказано дальше (см. фиг. 362).


I
II
III
A
A
h_v
V_0
T_0
S_0
$h_{ш}$
H_0
p
C_0
v
C_0
H
x
c
y
0
0
C
l_0
X
y
c
h_v
V_0
H_0
h_0
T_0
p
p_1
C_0
$t_в$
v
C_c
C_0
c
x
y
0
C
0
A
l_0
X
y
c
h_a
h_c
0
0
C
c

Фиг. 361.

Для отверстия (фиг. 361-I)

$$v = \varphi\sqrt{2gH_0}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2079)$$

где φ — коэфициент скорости, и потому в этом случае дальность падения струи

$$X = 2\psi\varphi\sqrt{H_0 Y}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2080)$$

причем

$$\varphi = 0{,}97 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2081)$$

Далее, расстояние от входной кромки отверстия до „начального" сечения $c_0 - c_0$ можно принять

$$l_0 \cong h_щ; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2082)$$

в схеме по фиг. 361-I центр тяжести „начального" сечения расположен на одном уровне с центром тяжести отверстия, так что

$$Y = p + \frac{h_щ}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2083)$$

Для водослива (фиг. 361-II) средняя скорость v в „начальном сечении" может быть выражена так (причем $t_в$ — толщина водосливной струи в этом сечении):

$$v = \frac{q}{t_в} = \frac{q}{\varepsilon_в H_0} = \frac{m\sqrt{2g}H_0^{3/2}}{\varepsilon_в H_0} = \frac{m\sqrt{2gH_0}}{\varepsilon_в}, \quad \ldots\ldots \quad (2084)$$

где

$$\varepsilon_в = \frac{t_в}{H_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2085)$$

есть коэфициент сжатия струи в сечении $c_0 - c_0$, проходящем через точку наивысшего подъема нижней линии тока. Обозначая

$$\varphi_в = \frac{m}{\varepsilon_в}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2086)$$

вместо (2084) имеем:

$$v = \varphi_в\sqrt{2gH_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2087)$$

и для дальности падения струи:

$$X = 2\psi\varphi_в\sqrt{H_0 Y} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2088)$$

Здесь $\varphi_в$ определяем по (2086), зная коэфициент расхода m и полагая, на основании опытов Базена, для водослива с вертикальной тонкой стенкой

$$\frac{t_в}{H} \cong \frac{t_в}{H_0} = \varepsilon_в = 0{,}67; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2089)$$

расстояние от ребра водослива до „начального сечения" $c_0 - c_0$, на основании тех же опытов,

$$l_0 \cong 0{,}3\,H_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2090)$$

и возвышение центра тяжести сечения $C_0 - C_0$ над ребром водослива

$$h_т \cong 0{,}45\,H_0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2091)$$

так что

$$Y = p + 0{,}45\,H_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2092)$$

Для водослива с тонкой стенкой, имеющей уклон 1:1 в сторону верхнего бьефа, по опытам Базена соответственно имеем:

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_s = 0{,}69;\\ &l_0 \cong \frac{1}{5} H_0;\\ &h_0 \cong \frac{3}{8} H_0;\\ &Y = p + \frac{3}{8} H_0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2093)$$

Что касается поправочного коэфициента ψ, входящего в формулу (2088), то, за неимением прямых опытных данных, приближенную величину его для водосливов можно получить лишь косвенным путем, сопоставляя вычисления по формуле (2088) со „средним" очертанием низовой поверхности плотины по Кригеру (табл. 142—143), который в известной мере использовал данные опытов Базена для водослива с тонкой стенкой (вертикальной и с наклоном 1:1). Значения ψ для водосливов приводим на графике (фиг. 362) при различных отношениях $\frac{Y}{H_0}$ [1]). Для отверстий величину ψ в формуле (2080) естественно поставить в связь не только с отношением $\frac{Y}{s_0}$, но и с „относительным открытием" β, выражаемым по (1941), имея в виду, что $\psi = 1$ для величин β близких к нулю, причем для других значений β поправка ψ соответственно может быть увеличена (по линейной интерполяции). Полученные приблизительные значения ψ для отверстий представлены на той же фиг. 362 в виде кривых. Для водосливов с широким порогом и отверстий [2]) с таким же порогом, за неимением даже косвенных данных, считаем $\psi = 1$.

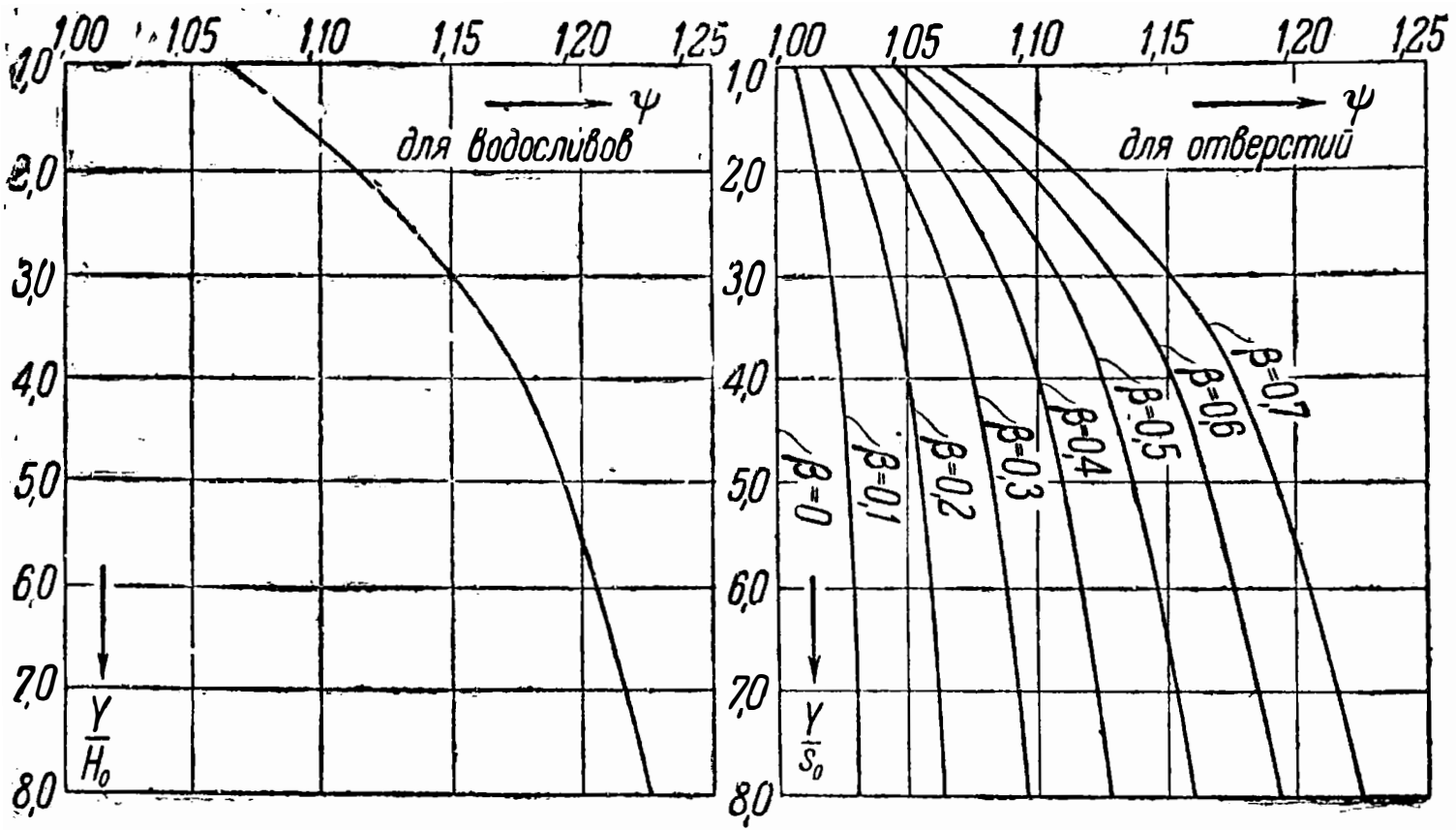
Приведенные выше соображения можно применить и к другим случаям водосливов и отверстий, для которых поэтому сохраняются и основные зависимости (2080) и (2088), определяющие дальность падения струи,— необходимы лишь некоторые дополнительные указания, относящиеся к этим зависимостям.

б) Другие случаи водосливов. Для водосливов практических профилей и с широким порогом ориентировочные величины коэфициента сжатия ε_s, коими можно пользоваться при расчетах, приводим в таблице 154. Таблица эта составлена нами на основании следующих общих соображений.

1) Для первого профиля Кригера (фиг. 184, 1°) $\varepsilon_s = 0{,}74$, как видно из таблицы 142; при проектном напоре коэфициент расхода для этого профиля $m = 0{,}49$, так что по (2086) коэфициент $\varphi_s \cong \frac{2}{3}$. Равным образом и для второго профиля Кригера (фиг. 184, 3°) получаем, что $\varphi_s = \frac{2}{3}$, так как для этого профиля $\varepsilon_s = 0{,}72$ (см. по таблице 143), а

[1]) При этом ψ является отчасти и некоторым „коэфициентом запаса" при определении длины X.

[2]) См. ниже классификацию в пункте „в" настоящего параграфа.



Фиг. 362. График для поправочного коэфициента ψ при определении дальности падения струи.

коэфициент расхода при проектном напоре равен $m = 0{,}48$. Сохраняя и для других водосливов практической формы ту же величину $\varphi_в \cong \frac{2}{3}$, можем приблизительно считать, что для практических профилей вообще

$$\varepsilon_в \cong \frac{3}{2} m \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2094)$$

2) По опытам Базена для водосливов с тонкой стенкой спад свободной поверхности потока до сечения $c_0 - c_0$ (фиг. 361-II) составляет $\frac{1}{4}$ от напора верхнего бьефа [1]), при отсчете этого напора от наивысшей точки подъема нижней поверхности водосливной струи. Принимая тот же спад на водосливе с широким порогом в пределах „водопадного" участка его от сечения $k - k$ до крайнего сечения $c_0 - c_0$ (см. фиг. 363), получим, что $t_в \cong \frac{3}{4} h_k$, или $t_в \cong \frac{3}{4} k H_0$, так что

$$\varepsilon_в = \frac{t_в}{H_0} \cong \frac{3}{4} k, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2094')$$

где

$$k = \frac{h_k}{H_0},$$

причем напомним, что значения k даны в таблице 120 (глава VIII).

Для разработки таблицы, содержащей более достоверные значения коэфициентов $\varepsilon_в$, конечно, требуются подробные и весьма тщательные лабораторные опыты. При составлении таблицы 154 мы не имели прямых опытных данных, за исключением упомянутых выше результатов опытов Базена и данных о профилях Кригера, почему таблицу 154 и следует считать лишь ориентировочной.

Что касается положения „начального сечения" $c_0 - c_0$, то в водосливах с широким порогом проводим это сечение через низовое ребро водослива (фиг. 363), в водосливах практических профилей — через крайнюю (по течению) точку той горизонтальной прямой, которая входит в состав верхней части контура оголовка (фиг. 364, I-III); если такая горизонтальная прямая обращается в точку, то „начальное сечение" проводим через наивысшую точку контура оголовка, как для примера указано на фиг. 365.

Отметим, однако, что при неплавном входе воды на оголовок (прямоугольные профиля, трапецоидальные, полигональные и пр.) желательна проверка на „перелет струи" через оголовок; примеры такого перелета, возможного при сравнительно малых толщинах $\delta_в$, даны на фиг. 366. Указанная проверка может быть произведена путем построения нижней линии тока водосливной струи, считая от „входной точки" P_1. Кривую $P_1 - P_2$ можно строить на основании таблиц Кригера (табл. 142—143), беря значения абсцисс из первого столбца и значения ординат — из последнего столбца этих таблиц и помня при этом, что в таблицах Кригера

[1]) Примерно ту же величину получаем и по вышеназванным таблицам Кригера, т. е. около $\frac{1}{4}$ от напора, считаемого здесь над гребнем водослива.

ТАБЛИЦА 154.

Ориентировочные значения коэфициента $\varepsilon_в$ для водосливов.

№	Вид водослива	$\varepsilon_в$	$\varphi_в$	Примечания
1	Водослив с вертикальной тонкой стенкой	0,67	0,63	$m \cong 0{,}42$
2	Водослив с тонкой стенкой при уклоне ее 1 : 1 в сторону верхнего бьефа	0,69	0,65	$m \cong 0{,}45$
3	Водосливы практических профилей	$\frac{3}{2}m$	$\frac{2}{3}$	
4	В частности, для водосливов криволинейных профилей при коэфициенте расхода $m \cong 0{,}45$ . .	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	
5	То же для неплавных практических профилей, при коэфициенте расхода $m \cong 0{,}40$	0,60	$\frac{2}{3}$	
6	Первый профиль Кригера (с вертикальной напорной гранью) при проектном напоре	0,74	$\frac{2}{3}$	$m = 0{,}49$
7	Второй профиль Кригера (напорная грань с наклоном 1 : 1) при проектном напоре	0,72	$\frac{2}{3}$	$m = 0{,}48$
8	Водослив с широким порогом	$\frac{3}{4}k$	$\frac{4}{3}\frac{m}{k}$	О величинах коэфициента k — см. таблицу 120.
9	В частности, водослив с широким порогом без скругления входного ребра	0,44	0,725	$\varphi = 0{,}85$; $m = 0{,}32$; $k = 0{,}59$.
10	То же, при скруглении входного ребра	0,47	0,74	$\varphi = 0{,}92$; $m = 0{,}35$; $k = 0{,}63$.
11	„Донный слив“ (см., например, фиг. 358-II) . .	0,50	0,77	$m = 0{,}385$; $k = \frac{2}{3}$.

координаты даны не для осей, применяемых нами при рассмотрении вопроса о длине падения струи, но для осей, показанных на фиг. 184 и на фиг. 214; кроме того, так как в таблицах Кригера координаты даны при напоре = 1, считаемом над гребнем оголовка, а не над точкой P_1 (фиг. 367), то величины x и y, указанные в таблицах 142—143, следует умножать соответственно на 0,89 H_1 или 0,96 H_1, где H_1 — напор [1]), считаемый над входной точкой P_1 рассматриваемого неплавного оголовка (фиг. 366). Схема кривой $P_1 — P_2$, получаемой по одной из таблиц Кригера, представлена на фиг. 367 (I и II), где штриховкой показан тот неплавный оголовок, для которого делается проверка „на перелет струи“; координатные оси Кригера отмечены значком „Cr“.

[1]) Отметим, что, напр., на схемах I и II (фиг. 366) $H_1 = H$, на схеме же III имеем $H_1 > H$. Напор H_1 следует исправлять на скорость подхода V_0, если такое исправление дает практически ощутимые величины

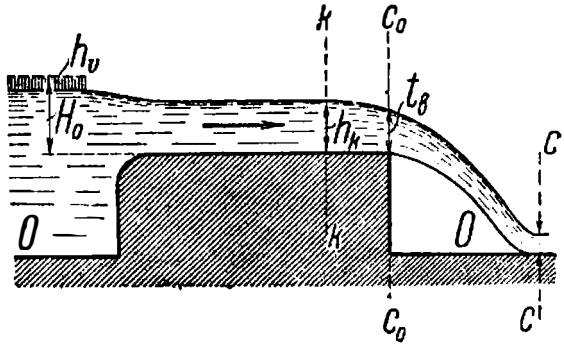
Перелет струи, очевидно, имеет место, когда струя $P_1 - P_2$ не пересекает контура неплавного оголовка (фиг. 367-I, а также фиг. 366); если же такое пересечение происходит, то перелета струи через оголовок нет (фиг. 367-II, фиг. 364, I—II). Формой кривой для нижней линии тока по таблице 142 следует пользоваться при условии

$$s \leqq 0{,}5, \quad . \quad . \quad . \quad (2095)$$

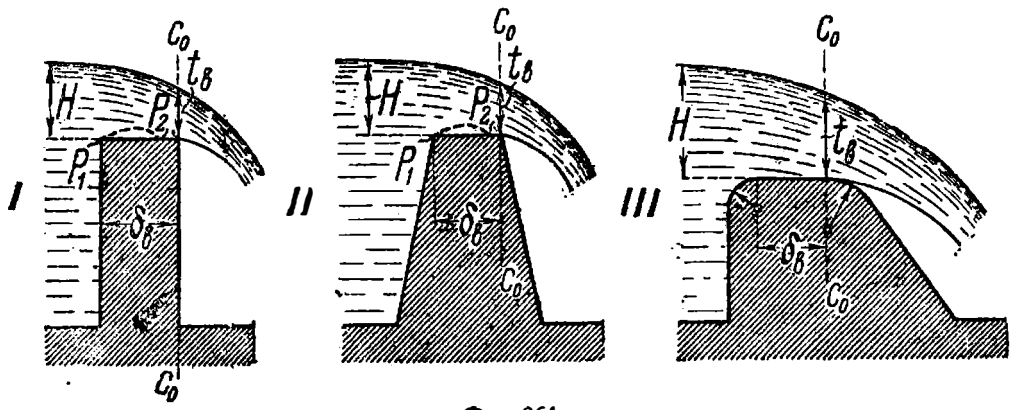
формой же нижней линии тока по таблице 143 — при условии

$$2{,}0 \geqslant s \geqslant 0{,}5, \quad (2096)$$

где s — котангенс угла наклона напорной грани данной плотины к горизонту (см. фиг. 366). При $s > 2$, равно как и при плавной входной части оголовка, поверку „на перелет струи" через оголовок можно не производить.



Фиг. 363.



Фиг. 364.

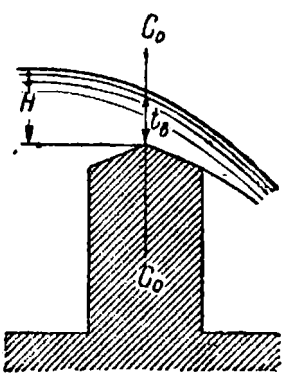
Отметим, что при неплавных профилях с горизонтальным верхом (фиг. 364, I—II и фиг. 366, I—II) вышеуказанное построение нижней линии тока водосливной струи может быть заменено рассмотрением весьма простого неравенства, а именно: перелет струи в таких профилях при (2095) имеет место, если

$$\delta_в < 0{,}7H_0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2097)$$

а при (2096) — если

$$\delta_в < 0{,}5H_0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2098)$$

причем размер $\delta_в$ показан на фиг. 364 и 366.



Фиг. 365.

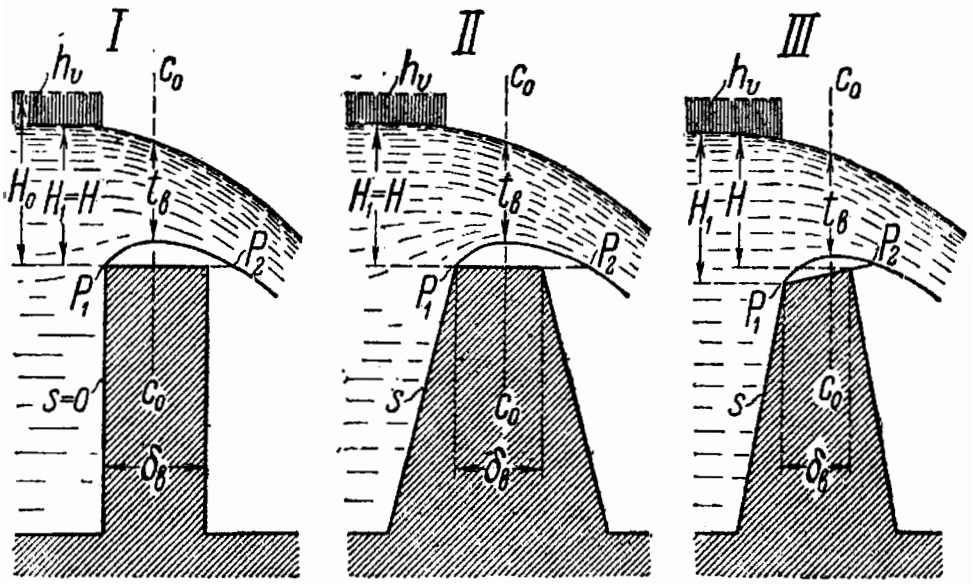
Когда получаем случай перелета струи через оголовок, то „начальное сечение" $c_0 - c_0$ берем, как для соответствующего случая водослива с тонкой стенкой (фиг. 366); если же перелета струи нет, то сечение $c_0 - c_0$ проводится, как было указано выше (фиг. 364—365).

Зная положение сечения $c_0 - c_0$, толщину водосливной струи в нем находим из (2085):

$$t_в = \varepsilon_в H_0, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2099)$$

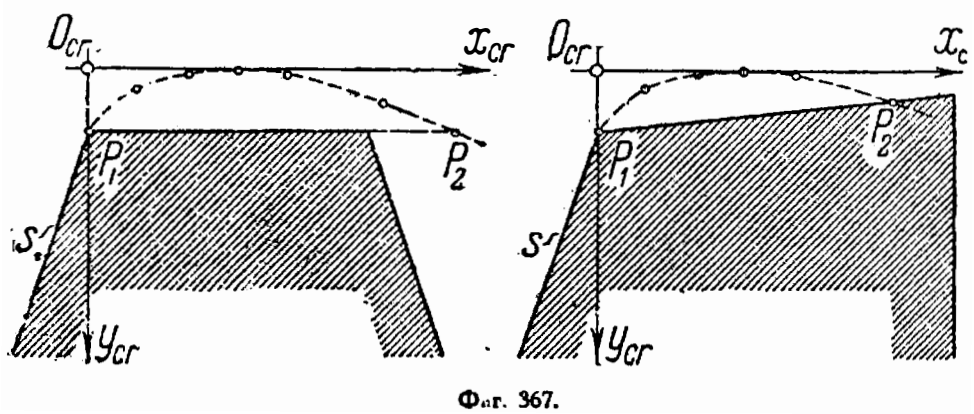
что для водослива с широким порогом, в виду (2094'), можно писать и в форме:

$$t_в = \frac{3}{4} kH_0 = \frac{3}{4} h_к \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2100)$$



Фиг. 366.

Определив $t_в$, легко находим и положение центра тяжести „начального сечения" C_0, а также величину Y, входящую в ф-лу (2088), что не требует здесь



Фиг. 367.

особых пояснений. В формуле (2088) величина H_0 известна; поправку ψ берем по кривой для водосливов (фиг. 362); коэфициент скорости $\varphi_в$ имеем по та-

блице 154 или по зависимости (2086):

$$\varphi_в = \frac{m}{\varepsilon_в},$$

где m и $\varepsilon_в$ берутся соответственно типу оголовка, так что по (2088) дальность падения водосливной струи может быть определена.

По поводу „донного слива" (см., например, перепад по фиг. 358-II) заметим, что и для этого случая величину X можем определить по (2088), полагая:

$$\left.\begin{aligned} &\psi = 1; \quad H_0 = \frac{3}{2} h_к; \quad \varphi_в = 0{,}77; \\ &Y = p + \frac{3}{8} h_к, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (2101)$$

но несколько проще в этом случае вместо (2088) применить равносильную формулу:

$$X = v\sqrt{\frac{2Y}{g}} \cong 1{,}8\sqrt{h_к Y} = 1{,}8\, h_к \sqrt{0{,}375 + \frac{p}{h_к}}, \quad \ldots\ldots \quad (2102)$$

где $h_к = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g}}$ (при $\alpha = 1{,}1$).

в) Другие случаи отверстий. При рассмотрении истечения струи из отверстий иных типов (помимо отверстий в тонкой стенке) мы полагали бы полезным ввести термины: „отверстие практических форм" и „отверстие с широким порогом", хотя и следует признать, что такая классификация разработана еще мало.

При определении дальности падения струи, вытекающей из отверстия практической формы (см., напр., фиг. 368—369), можно принимать коэфициент скорости, как и для отверстий в тонкой стенке,

$$\varphi = 0{,}97, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2103)$$

так что для коэфициента сжатия ε будет

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\varphi} \cong 1{,}03\,\mu, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2104)$$

где μ — коэфициент расхода для данного отверстия. Нередко, однако, на практике считают $\varphi = 1$, причем

$$\varepsilon = \mu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2105)$$

Коэфициентом ε определяется толщина струи t_0 в „начальном сечении" $c_0 - c_0$ за отверстием (фиг. 368—369):

$$t_0 = \varepsilon h_щ, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2106)$$

что же касается положения сечения $c_0 - c_0$, то по этому поводу полагаем возможным наметить следующие соображения.

В области отверстий практической формы наиболее простой случай показан на фиг. 368-I, где имеем отверстие в стенке сравнительно небольшой толщины ($\delta_{ст} < 0{,}7H_0$) при сжатии струи как снизу, так и сверху, так что центр тяжести C_0 находится на одном уровне с центром тяжести самого отверстия; расстояние l_0 от входной кромки отверстия до „начального сечения" $c_0 - c_0$, как и в случае отверстия в тонкой стенке, можно считать

$$l_0 \cong h_щ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2107)$$

Такой же случай представлен и на фиг. 368-II, где щит расположен над входным ребром водослива неплавной формы, и где ширина $\delta_в$ удовлетворяет неравенствам (2097) или (2098), каковыми можно приближенно пользоваться и в данном случае для учета величины $\delta_в$, допускающей „перелет струи". В двух указанных случаях (фиг. 368, I – II), как и в других им аналогичных, ординату Y найдем по (2083), так что в правой части формулы (2080) все величины для определения X известны (ψ находится по графику, данному на фиг. 362).

Для случая, когда сжатие струи снизу в сечении $c_0 - c_0$ устранено или, практически, значительно ослаблено, можно привести следующие типичные примеры (фиг. 369): схема I — плавный подход струи к отверстию снизу; схема II — щит удален от нижнего входного ребра, так что сжатия внизу у сечения $c_0 - c_0$ уже́ нет; схема III — хотя щит и расположен над входным ребром, но ширина профиля по верху $\delta_в$ больше полученной по неравенству (2097) или (2098); схема IV — щит над ребром перепада. В этих и им подобных случаях

$$Y = p + \frac{t_0}{2}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2108)$$

где p — высота стенки над плоскостью, на которую падает струя, t_0 — по (2106). Сечение $c_0 - c_0$ проводим либо по (2107), либо же — как указано выше для водосливов практических профилей, смотря по тому, что дает большее удаление сечения $c_0 - c_0$ от вертикальной кромки отверстия. Теперь ясно, что по уравнению (2080) легко определяется и дальность падения струи X (поправочный коэфициент ψ берем по фиг. 362).

Переходя к отверстию с широким порогом, укажем, что, за неимением более обстоятельных данных, этот случай можно характеризовать приблизительным неравенством (фиг. 370):

$$\delta' > (2-3)\, h_щ; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2109)$$

глубину t_c за щитом в сжатом сечении $c' - c'$ здесь следует определять, как было указано для глубины h_c в случае донного отверстия (§ 140, п. 3°), причем в данном случае плоскостью сравнения является $O_1 - O_1$ и начальным гидродинамическим напором — величина s_0 (см. фиг. 370). Толщину струи t_0 в „начальном сечении" $c_0 - c_0$ (в конце широкого порога) можно считать [1])

$$t_0 \cong t_c \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2110)$$

Имея величину t_0, находим среднюю скорость v в „начальном сечении"

$$v = \frac{q}{t_0}$$

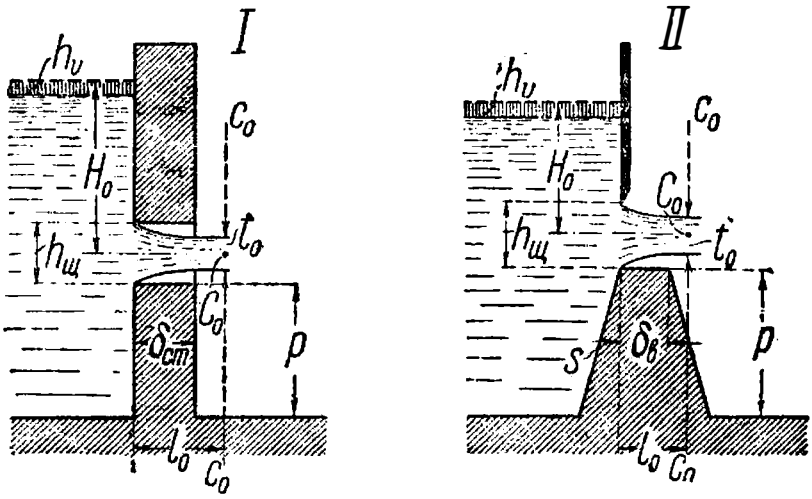
и затем — дальность падения струи X из формулы (2078) при $\psi = 1$:

$$X = v\sqrt{\frac{2Y}{g}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2111)$$

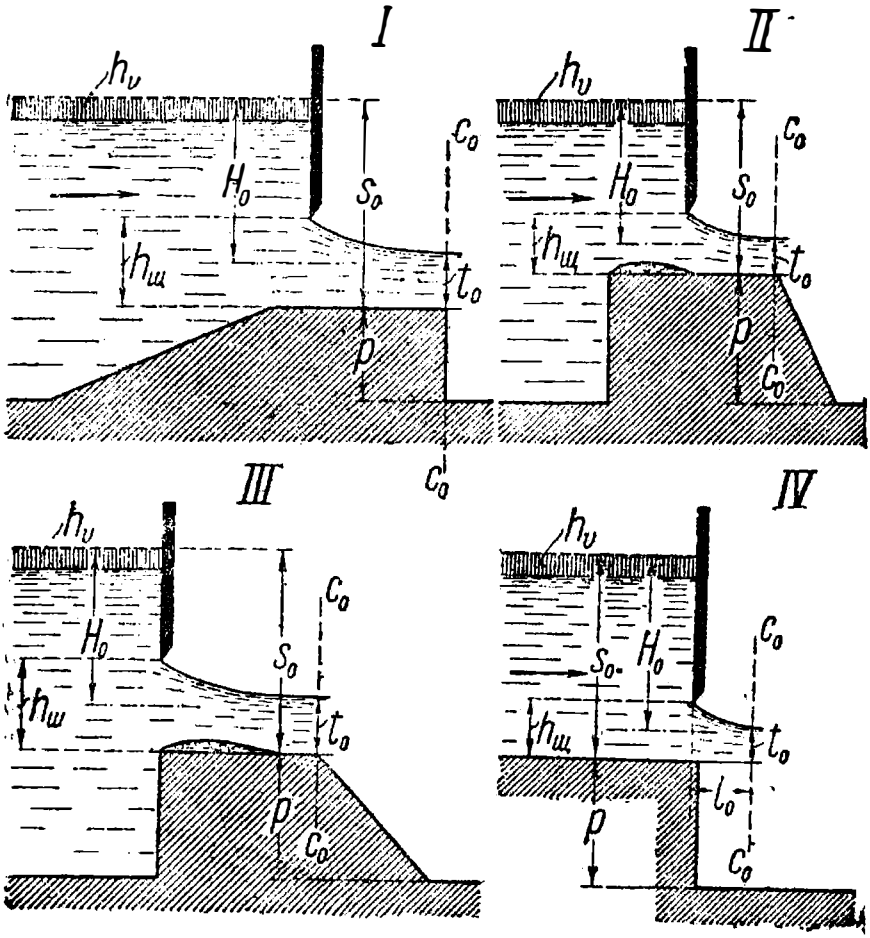
где ордината Y известна.

г) Дополнительные замечания. Вышеуказанные соображения можно распространить и на некоторые более сложные случаи определения дальности падения струи, из которых для примера рассмотрим здесь две схемы.

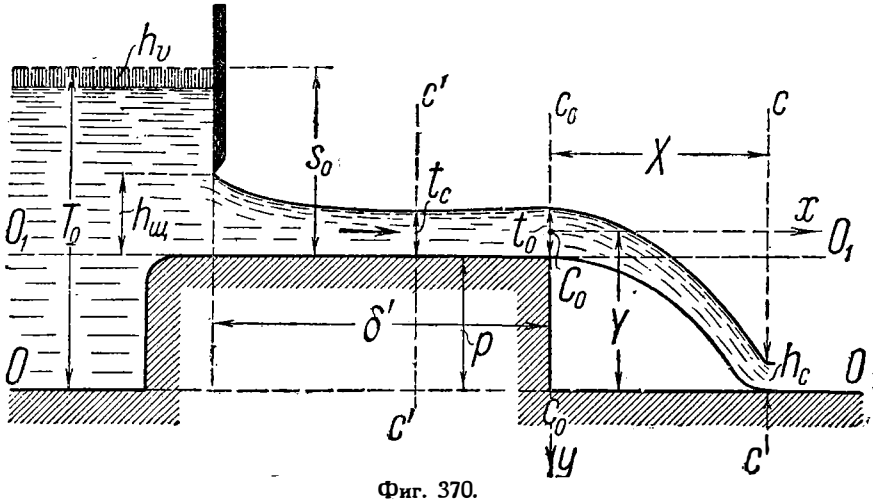
[1]) При значительной длине δ' требуется особое рассмотрение, как для случая истечения из-под щита в лоток.



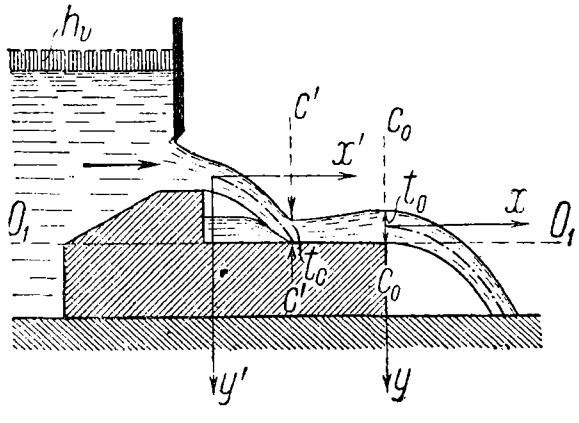
Фиг. 368.



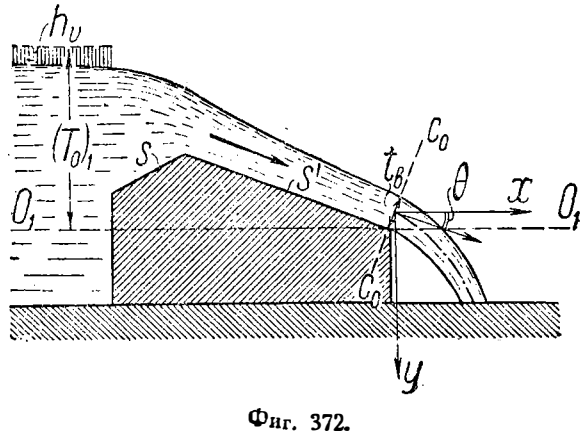
Фиг. 369.



Фиг. 370.



Фиг. 371.

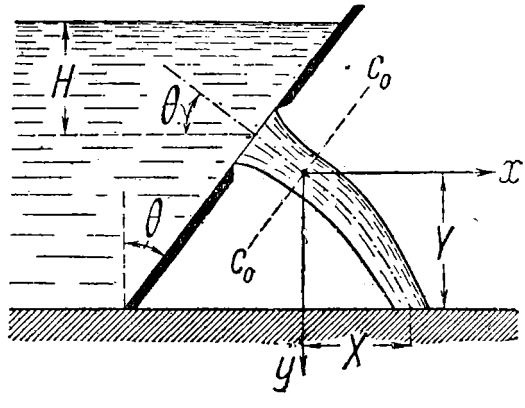


Фиг. 372.

В первой из них (плотина по фиг. 371) мы имеем случай двухступенчатого падения струи. Здесь глубину t_c в сжатом сечении $c'-c'$ на первой ступени получим по § 135, при плоскости сравнения O_1-O_1; положение этого сжатого сечения, т. е. дальность падения струи на первую ступень, находим по предыдущему пункту настоящего параграфа. Далее, вопрос о падении струи с первой ступени в нижний бьеф рассматриваем аналогично тому, как указано в настоящем параграфе для случая отверстия с широким порогом.

Вторая схема (фиг. 372) имеет ту особенность, что водосливная струя сначала стекает по наклонной сливной поверхности плотины до сечения c_0-c_0, а затем уже падает в нижний бьеф. При сравнительно небольшой длине сливного пути струи глубину t_c можем найти по § 135 при плоскости сравнения O_1-O_1, полагая верховой относительный напор $(\xi_0)_1=\frac{(T_0)_1}{h_к}$ и т. д. В „начальном" сечении c_0-c_0 скорость имеет наклонное направление к оси x-ов, образуя с ней угол $=\theta$. Поэтому уравнение траектории водосливной струи вместо (2075) здесь следует взять в виде [1]):

$$y=\frac{gx^2}{2v^2\cos^2\theta}+x\operatorname{tg}\theta \quad . \quad (2112)$$



Фиг. 373.

Кстати отметим, что при определении дальности падения струи этим же уравнением приходится пользоваться и в других случаях, когда плоскость отверстия образует с вертикалью угол $\theta\neq 0$, по схеме фиг. 373, где показано „начальное" сечение c_0-c_0 и оси координат. Тогда дальность падения X находим по (2112) из квадратного уравнения, полагая $y=Y$, $x=X$.

Заканчивая дополнительные указания по вопросу о дальности падения струи, напомним, что по уравнениям (2078), (2080), (2088) и пр. можно не только находить наибольшую абсциссу X, но и строить осевую траекторию ниспадающей струи. Для этого в названные уравнения следует вместо Y подставлять какие-либо промежуточные ординаты $y<Y$ и определять соответствующие промежуточные абсциссы x, написав в левых частях упомянутых уравнений букву x вместо X. Переписывать эти уравнения в измененном таким образом виде мы не будем.

§ 142. Определение длины водобойных колодцев.

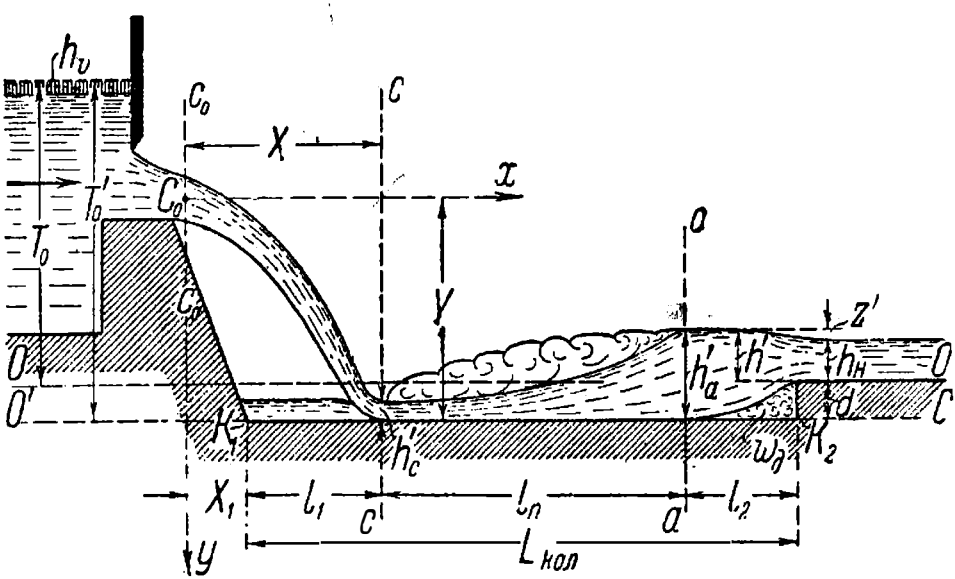
Как в нашей, так и в иностранной гидравлической и гидротехнической литературе предложен целый ряд различных формул для определения длины водобойных колодцев. Не касаясь чисто эмпирических соотношений, применяемых иногда при расчете длины водобойных устройств, мы рассмотрим здесь вкратце лишь две наиболее важные гидравлические формулы: трехчленную и двучленную.

[1]) См. в главе VII формулу (839′).

1°. Трехчленная формула. Как видим из схемы по фиг. 374, длина водобойного колодца $L_{кол}$ (т. е. длина $K_1 K_2$) может быть расчленена на три части:

$$L_{кол} = l_1 + l_n + l_2, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2113)$$

где l_1 — расстояние от начала колодца (от точки K_1) до сжатого сечения c—c; l_n — длина гидравлического прыжка; l_2 — длина выходной части колодца. На фиг. 374 представлен случай, когда прыжок начинается непосредственно в сжатом сечении c—c; случай этот и является расчетным при определении длины колодца по трехчленной формуле (2113). Показанный на фиг. 374 колодец образован водобойным уступом, но все ниже-



Фиг. 374.

сказанное, разумеется, относится также и к колодцам, получаемым при помощи водобойных стенок, а равно и к колодцам „смешанного типа" (§ 139).

а) Определение длины l_1. Для общей схемы сооружения по фиг. 374 длина l_1 может быть представлена в виде разности:

$$l_1 = X - X_1, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2114)$$

где X (дальность падения струи на плоскость O'—O') находится по § 141, длина же X_1 легко определяется по поперечному профилю рассматриваемого гидротехнического сооружения.

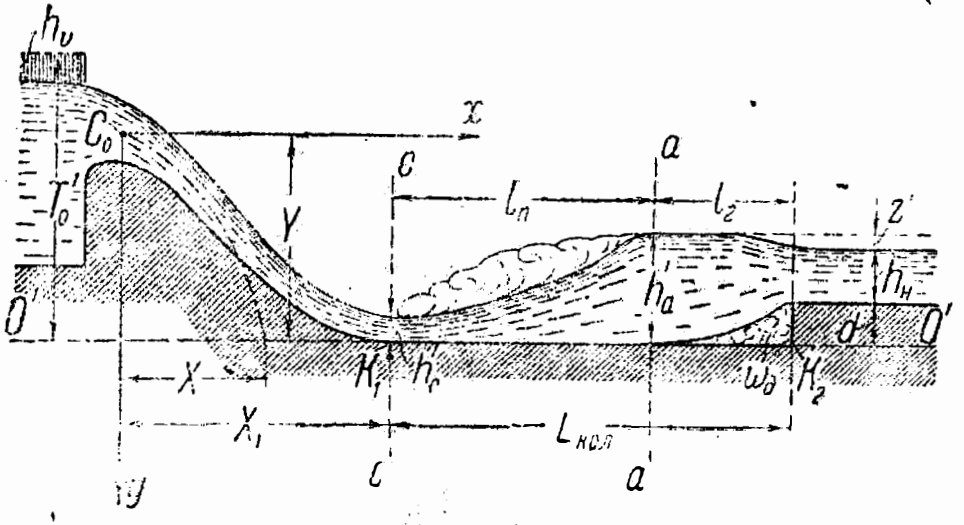
В тех случаях, когда

$$X \leqslant X_1, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2115)$$

по (2114) формально мы получили бы, что $l_1 \leqslant 0$. Это значит, что мы имеем дело с сооружением, в котором сливная поверхность достаточно развита, так что, пройдя гребень плотины, струя воды дальше не падает свободно в воздухе, а направляется сливной поверхностью. Одним из типичных примеров для таких случаев является показанная на фиг. 375 водосливная плотина криволинейного профиля при плавном сопряжении с дном водобойного колодца. В подобных случаях сжатое сечение образуется непосредственно у подошвы плотины, так что начальная точка водобойного

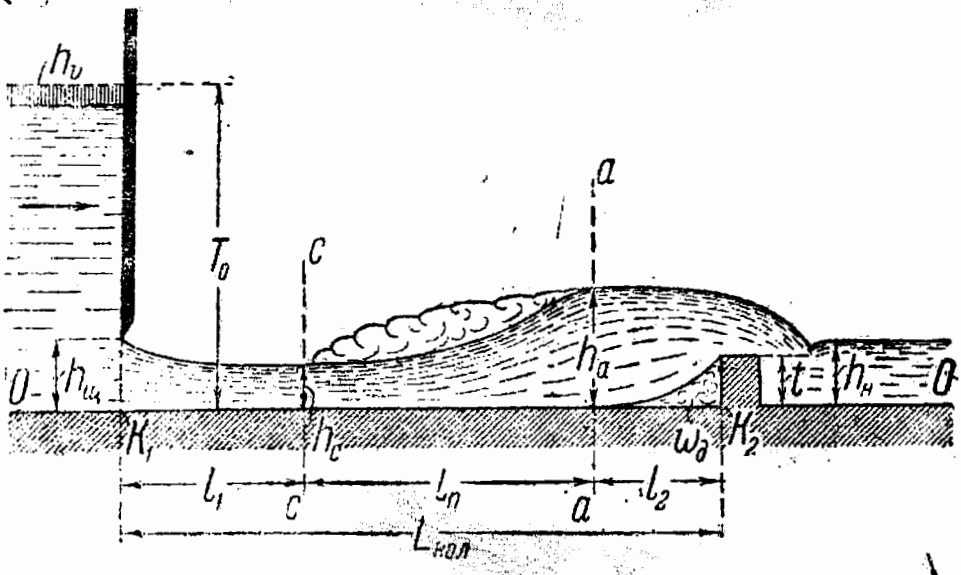
колодца K_1 лежит на вертикали c—c, от которой и отсчитываем длину колодца $L_{кол}$. Ясно, что при этом в трехчленной формуле (2113) следует полагать

$$l_4 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2116)$$



Фиг. 375.

В сомнительных случаях, т. е. когда заранее не ясно, имеет ли место неравенство (2115), следует производить расчет дальности струи X по § 141 и затем проверять названное неравенство.



Фиг. 376.

Дадим еще одно пояснение по вопросу об определении длины l_1. Если водобойный колодец образован при донном отверстии II рода, как, например, показано на фиг. 376, то тут мы, конечно, уже не имеем падения струи из отверстия, а потому и соображения, указанные в § 141, здесь не

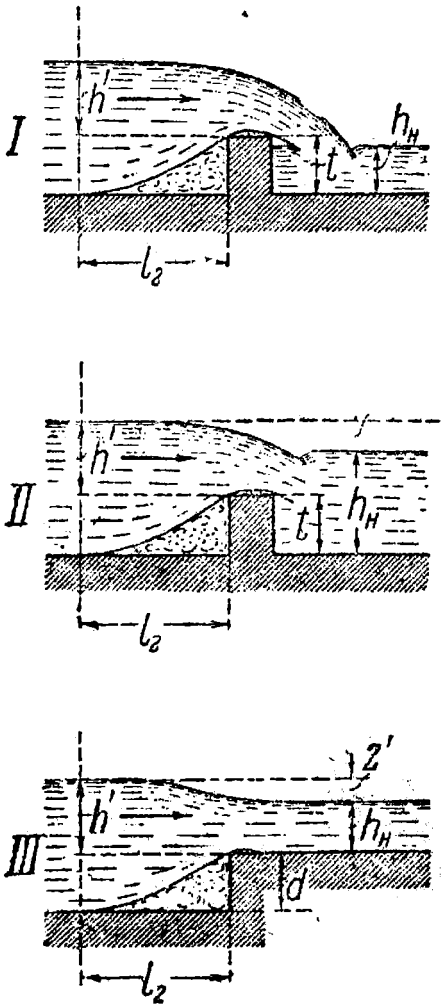
могут найти применения. При расчете длины l_1 обычно в таких случаях приблизительно полагают, что

$$l_1 \cong (2-3)\, h_{щ} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2117)$$

б) Определение длины прыжка $l_п$. Длину прыжка $l_п$ (фиг. 374—376) определяем по указанной в § 133 формуле:

$$l_п = \lambda_п h_к \quad \ldots \ldots \quad (2118)$$

где $\lambda_п$ находим по графику (фиг. 330) в зависимости от второй взаимной глубины прыжка (в относительном ее выражении), т. е. откладывая по оси ординат этого графика известную величину ξ_a (при водобойной стенке) или ξ'_a (при водобойном уступе) и читая соответствующее значение $\lambda_п$ по оси абсцисс.



Фиг. 377.

в) Определение длины l_2. Что касается длины l_2 (см. фиг. 374—376), то таковая часто именуется „запасом" в длине водобойного колодца, что не совсем правильно, так как длина эта при применении трехчленной формулы вводится главным образом с тем, чтобы получить сечение a—a вне зоны понижения уровня воды при подходе к водобойному уступу или водобойной стенке, а также— вне зоны донного вальца $w_д$, показанного на фиг. 374—376. За неимением специальных опытных данных об условиях выхода воды из водобойных колодцев, для определения длины l_2 приходится обратиться лишь к тому соображению, что понижение уровня свободной поверхности на расстоянии около двух напоров от ребра незатопленного водослива обычно составляет величину порядка 1% от напора, как было показано еще Базеном в его опытах по водосливам; в связи с этим можно полагать, что на расстоянии двух напоров от стенки водослива и донный валец уже прекращается (или что здесь остается лишь небольшая часть его).

Поэтому для незатопленных водобойных стенок (фиг. 371-I) будем считать

$$l_2 \cong 2h' \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2119)$$

Последней примерной зависимостью приходится пока пользоваться и для затопленных[1]) водобойных стенок (фиг. 377-II), а равно и для водобойных уступов (фиг. 377-III), если перепад z' не очень мал, если же $\frac{z'}{h'} \leqslant \frac{1}{5}$, то, до получения надлежащих опытных данных, мы полагали бы

[1]) О затопленности водосливных стенок см. выше, §§ 137—139

возможным приближенно принимать длину l_2, как десятикратный перепад:

$$l_2 \cong 10z', \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2120)$$

г) Общее замечание о трехчленной формуле. В основе структуры рассмотренной выше трехчленной формулы (2113) лежит условие, что гидравлический прыжок в водобойном колодце, начинающийся непосредственно в сжатом сечении c—c, является прыжком свободным. Последним термином можно отметить такой прыжок, который по своим гидравлическим условиям не отличается от прыжка в канале или вообще в открытом русле, где за прыжком нет водобойного уступа или стенки; иными словами — при свободном прыжке в сечении a—a (фиг. 374—376), формально говоря, мы имеем приблизительно условия медленно изменяющегося движения, как то обычно и принимается при выводе основного уравнения гидравлического прыжка. Надо здесь, кроме того, напомнить и то обстоятельство, что глубина водобойных колодцев по способу, изложенному в §§ 136—139 (а равно и по другим имеющимся способам), определяется именно из условия свободного прыжка в колодце. Таким образом, по существу трехчленная формула является вполне понятной и в отношении своей структуры не вызывает возражений.

Однако, здесь же необходимо указать, что по названной формуле длина водобойных колодцев получается несколько больше (нередко же — значительно больше), чем мы имеем во многих удовлетворительно работающих гидротехнических сооружениях, снабженных водобойными колодцами, длина коих была определена по иным формулам (нередко — чисто эмпирическим). Это обстоятельство иногда вызывает либо сомнения в правильности формулы (2113), либо недоумения по поводу тех результатов, которые она дает, но на наш взгляд в таких результатах нет ничего странного.

В самом деле, хотя формула (2113) и определяет вполне надежную длину водобойного колодца, но все же можно поставить вопрос о том, в какой мере необходимо при определении длины колодца исходить именно из условия свободного прыжка, и нельзя ли от этого условия отказаться без вреда для работы водобойного устройства. Гидротехническая практика давно уже ответила на этот вопрос, хотя достаточно „неуклюже" и притом лишь косвенно, а именно — она просто показала, как уже отмечено, что можно строить удовлетворительно работающие водобойные колодцы и меньшей длины, чем то дается трехчленной формулой. К некоторым кратким пояснениям по этому поводу мы теперь и обратимся.

2°. **Двучленная формула.** Представим себе, что мы начинаем передвигать влево, т. е. против течения, водобойный уступ или водобойную стенку, показанные на фиг. 374—376. При этом выходная зона колодца, имевшая ранее длину l_2, будет постепенно „внедряться" в прежнюю область прыжка, который поэтому и окажется „подпертым".

Предлагая этот термин, вместе с тем отметим, что гидравлические свойства „подпертого" прыжка еще не исследованы, и каких-либо расчетных формул для него рекомендовать нельзя. Укажем лишь, что и при подпертом указанным путем прыжке водобойный колодец может работать удовлетворительно, если только выходная часть его не слишком далеко „внедряется" в область того свободного прыжка, который имеет место при концепции трехчленной формулы. Наоборот, при сильно сокращенной длине водобойного колодца струя воды, ниспадающая с гребня плотины или вытекающая из отверстия, может затем „вылететь" из колодца без образования прыжка (см. схему по фиг. 378), и потому такое водобойное устройство, очевидно, не имеет смысла.

Признавая, таким образом, самую возможность удовлетворительной работы водобойного колодца „на подпертом прыжке", сокращение длины

колодца прежде всего можно получить, отказываясь от введения длины l_2 (фиг. 374—376) в правую часть трехчленной формулы (2113), причем и приходим к формуле двучленной:

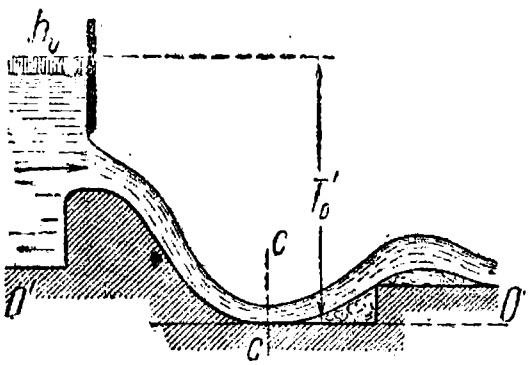
$$L_{кол} = l_1 + l_n, \quad \ldots \quad (2121)$$

но можно попытаться пойти и еще дальше, т. е. в формуле (2113) несколько уменьшить также и второе слагаемое правой части. Тогда получаем двучленную формулу вида:

$$L_{кол} = l_1 + x_{пр} l_n, \quad \ldots \quad (2122)$$

где практический коэфициент $x_{пр} < 1$.

Формула вида (2122), отражающая имеющиеся в проектировочной практике тенденции к сокращению длины водобойных колодцев по сравнению с длиной их по формуле (2113), указывается проф. М. Д. Чертоусовым [1]), который, с своей стороны, полагает, что в первом приближении коэфициент $x_{пр}$ можно принять равным 0,70 — 0,80 (в среднем же $x_{пр} \cong 0{,}75$). По вопросу о самом виде формулы (2122) и о численных значениях входящего в нее практического коэфициента можно сказать еще следующее.



Фиг. 378.

Среди инженеров-ирригаторов Средней Азии некоторым распространением пользуется наша старая аскизная формула для длины водобойного колодца:

$$L_{кол} = l_1 + 3e_n, \quad \ldots \quad (2123)$$

где e_n — высота прыжка в колодце. Имея в виду, что длина прыжка $l_n \cong 5e_n$, формулу (2123) напишем здесь в виде:

$$L_{кол} = l_1 + 0{,}6l_n, \quad \ldots \quad (2124)$$

т. е. формула (2123) приводится к виду (2122) при значении $x_{пр} = 0{,}6$.

Формула (2123) — (2124) была нами предложена [2]), как весьма приближенная, на основании обзора англо-американской литературы по ирригационным сооружениям и является поэтому лишь некоторым отражением тех типов этих сооружений, которые снабжены водобойными колодцами; таким образом, в формуле (2123) — (2124) не имелись в виду крупные речные плотины или другие подобные сооружения. В настоящее время мы полагаем, что формула

---

[1]) „Инженерная Гидравлика", глава VI, § 11 (с этим параграфом его книги автор ознакомил меня по корректуре); практический коэфициент, входящий в формулу (2122), М. Д. Чертоусов обозначает через ε.

[2]) Примерно в то же время, как и указанная выше иллюстративная формула для длины прыжка (1878). Пользуясь случаем, отметим здесь, что из формулы (2123) отнюдь не следует, что в ней принята длина свободного прыжка $= 3e_n$; между тем формула (2123) при проектировании иногда истолковывалась в этом смысле, что, конечно, неправильно [см. формулу (1878)].

(2123) — (2124), вообще говоря, дает лишь **минимальный** предел для длины водобойного колодца и лишь с этой оговоркой может применяться **при эскизном проектировании.**

По поводу практического коэфициента в формуле (2122) можно еще отметить, что при проектировании иногда берется и значение $x_{пр} = 1$, причем формула (2122) переходит в формулу (2121). Таким образом, проектная практика (главным образом — ирригационная) к настоящему времени дает два предела [1]) для коэфициента $x_{пр}$, а именно:

$$x_{пр} = 0{,}6 - 1{,}0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2125)$$

так что из (2125) имеем среднее значение практического коэфициента

$$x_{пр} \cong 0{,}8 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2125')$$

Добавим, что величина l_1 во всех вышеуказанных двучленных формулах рассчитывается, конечно, одинаково, т. е. по дальности падения струи, о чем см. в п. 1° настоящего параграфа.

Изложенным, пожалуй, и исчерпывается то, что в настоящее время можно сказать о **двучленной формуле** для расчета длины водобойных колодцев. Резюмируя, мы хотели бы особенно подчеркнуть, что двучленная формула основана именно на условии „**подпертого**" прыжка в водобойном колодце, в отличие от трехчленной формулы, которая, как было указано, исходит из условия **свободного** прыжка. Что касается **самой структуры** двучленной формулы в том виде, как она дается до настоящего времени, то приходится признать, что в этом отношении двучленная формула не обладает такой ясностью, какую имеет формула трехчленная, так как структура двучленной формулы, в сущности, определяется до сего времени лишь приемом механического „усечения" правой части формулы (2113). Степень такого „усечения" выражается, главным образом, величиною практического коэфициента $x_{пр}$, который, как мы видели, страдает значительной неопределенностью. Таким образом, двучленная формула, знаменуя собой в общем правильную тенденцию к сокращению длины водобойных колодцев по сравнению с (2113), в настоящее время все же не вышла еще из стадии **предварительных наметок.**

3°. **Заключительные замечания об определении длины водобойных колодцев.** Имея в виду сказанное выше в пунктах 1° и 2° настоящего параграфа, мы полагаем, что при проектировании гидротехнических сооружений длину водобойных колодцев следовало бы характеризовать как **максимальным**, так и **минимальным** ее пределами, а затем — и **средним** значением внутри этих пределов.

При этом **максимальным пределом** (L_{max}) можно считать длину колодца, определяемую по трехчленной формуле (2113), которую напишем здесь в виде:

$$L_{max} = l_1 + l_n + l_2, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2126)$$

минимальным же пределом — ту длину (L_{min}), которая получается по нашей старой формуле (2123), так что

$$L_{min} = l_1 + 0{,}6 l_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2127)$$

Следует помнить, что максимальная и минимальная длины водобойного колодца, определенные по этим формулам, довольно существенно отличаются

[1]) На эти же пределы указывает проф. И. И. Леви в своем руководстве: „Гидротехнические сооружения", часть первая, вып. 2, глава I, § 2 (цит. по рукописи, просмотренной в марте 1934 г. и принятой к печати в изд. КУБУЧ).

между собой, но это еще не говорит о принципиальной неправильности той или другой формулы, а объясняется, на наш взгляд, теми соображениями, которые выше высказаны [1]) относительно гидравлической работы водобойных колодцев, получаемых по концепции той и другой формулы.

В качестве средней ориентировочной формулы для длины водобойного колодца мы рекомендовали бы просто пользоваться выражением:

$$L_{ор} = \frac{1}{2}(L_{max} + L_{min}), \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2128)$$

которое, давая среднюю величину между максимальной и минимальной длиной колодца, в то же время требует и выяснения этих пределов, что в данном случае следует признать весьма полезным. В самом деле, это позволяет подойти, например, к таким вопросам: о пределах стоимости водобойного колодца; о большей или меньшей желательности искать при дальнейшем проектировании вполне обоснованную сокращенную длину колодца; о переходе к „гасителям энергии" специальных типов; о заданиях для лабораторных опытов и пр.

В тех случаях, когда проектировщик имеет основания не интересоваться двумя предельными значениями длины колодца, на наш взгляд не встречает возражений (например, при схематических проектах) и применение двучленной формулы со средним практическим коэфициентом по (2125'):

$$L_{кол} = l_1 + 0{,}8 l_n \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2129)$$

Разработка более рациональной формулы для определения длины водобойных колодцев в дальнейшем должна быть связана, главным образом, с возможно полным исследованием „подпертого" прыжка в таких колодцах, а также — с вопросом о том влиянии, которое оказывает затопление прыжка на гидравлику явления, происходящего в колодце. Кроме того, это явление, конечно, должно в некоторой мере зависеть и от типа того гидротехнического сооружения, которое снабжается колодцем (водослив со щитом или без щита на гребне, донное отверстие, перепад и пр.), а также от формы водобойного уступа или водобойной стенки. Наконец, так как длина колодца зависит и от длины падения струи, то и это последнее явление должно быть освещено при дальнейших исследованиях, в частности — для проверки и возможного развития тех предварительных соображений, которые выше намечены по этому вопросу в § 141.

До удовлетворительного разрешения названных задач получаемую по расчету длину водобойного колодца в ответственных случаях необходимо подвергать проверке путем специальных лабораторных опытов, как это в подобных случаях и делается при серьезном проектировании. Практика таких „производственных опытов" достаточно ясно показала, что они почти всегда дают возможность внести надлежащие коррективы в предварительно запроектированное водобойное устройство и получить достаточно рациональный водобойный колодец.

4°. О длине водобойной части в сооружениях без водобойных колодцев. В заключение остановимся на вопросе, тесно связанном с предыдущим изложением (п. 1°), — о расчете длины водобойной части в сооружениях без колодцев. Сначала возьмем те случаи, когда прыжок начинается непосредственно в сжатом сечении (см., например, фиг. 336-II) или же прыжок [illegible]ется ниже этого сечения (по фиг. 336-III).

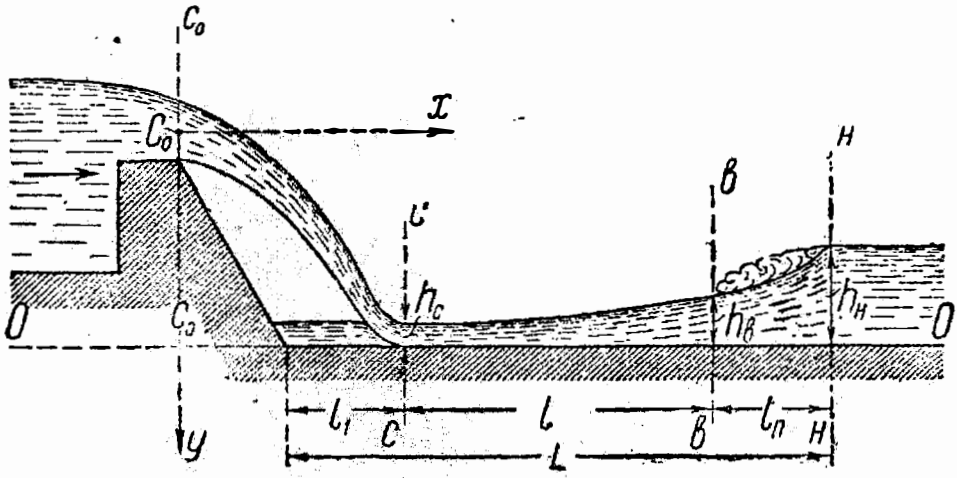
[1]) См. в настоящем параграфе п. 1° (конец) и п. 2° (начало и конец).

В первом случае [1]) длина водобойной части равна

$$L = l_1 + l_n + l_{зап}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2130)$$

вместо чего при условии (2115) будет:

$$L = l_n + l_{зап}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2131)$$

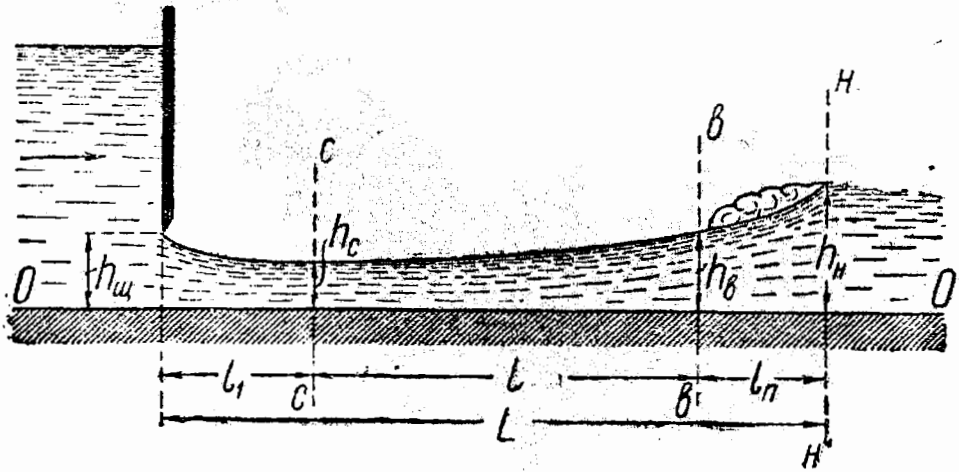


Фиг. 379.

где обозначения l_1 и l_n имеют тот же смысл, как и при определении длины водобойного колодца; величина запаса ($l_{зап}$) в практике большею частью принимается примерно равной

$$l_{зап} \cong (1-2)\, h_н, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2132)$$

где $h_н$ — глубина нижнего бьефа.



380.

Во втором случае (при отогнанном прыжке) по фиг. 379

$$L = l_1 + l + l_n. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2133)$$

[1]) Особого чертежа здесь не приводим, так как его легко представить себе по фиг. 379—380, полагая в них $l = 0$ и добавляя длину $l_{зап}$.

или, при условии (2115),

$$L = l + l_n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2134)$$

Величина l_1 находится, как и при определении длины водобойного колодца; l_n есть длина прыжка при взаимных глубинах его $h_в$ и $h_н$, из коих $h_в$ находим по известной глубине $h_н$; наконец, длину l рассчитываем по уравнению неравномерного движения при данном уклоне дна $i < i_к$ за сжатым сечением $c — c$. Если имеем случай истечения из „донного отверстия" (фиг. 380), то в формуле (2133) при расчете длины крепления величину l_1 можно принимать по приближенной зависимости (2117). Отметим, что в правые части формул (2133) и (2134) мы не включаем какого-либо четвертого члена, выражающего расчетный запас в длине L, так как запас этот лучше всего получать при определении длины l путем достаточно осторожного (без преувеличения) выбора коэфициента шероховатости отводящего русла от сечения $c — c$ до сечения $в — в$.

Те случаи, когда гидравлический прыжок начинается непосредственно в сжатом сечении, и особенно те, когда он отгоняется ниже этого сечения, конечно, не могут быть признаны случаями „нормальными" (см. § 135) и допускаются в гидротехнической практике сравнительно редко, главным образом — при наличии такого отводящего русла за сооружением, которое не нуждается в тяжелом водобое „флютбетного типа".

Что касается длины L собственно водобойной части[1]) в сооружениях на более слабых грунтах без водобойных колодцев, т. е. при достаточном затоплении прыжка (см. по фиг. 336-I), то для расчета величины L можно пользоваться формулами (2130)—(2131), причем под величиной l_n следовало бы понимать длину прыжка, затопленного в той или иной степени. Однако, для длины такого прыжка в настоящее время еще не имеется соответствующей расчетной зависимости, и потому, при исчислении длины L по формулам (2130)—(2131), на практике и для затопленного прыжка[2]), как первым приближением, приходится ограничиваться определением длины l_n по зависимости (2118), приведенной выше для условий прыжка незатопленного; величину λ_n находим по графику (фиг. 330), полагая при этом $\xi_2 = \xi_n$, где ξ_n — глубинный критерий сопряжения бьефов (§ 135).

ТАБЛИЦА I.

Удельные веса жидкостей [1].

Название жидкости	Относит. уд. вес δ	Название жидкости	Относит. уд. вес δ
Вода		**Различные жидкости**	
Чистая пресная вода (4°)	1,00	Алкоголь безводный	0,79—0,80
Соленая вода	1.02—1,03	„ водный (75% алк.)	0,86
		„ „ (50% алк.)	0,935
Нефтяные продукты (Для советской нефти)		Глицерин безводный (0°)	1,26
		„ с 50% воды (0°)	1,13
Нефтяной эфир	0,65—0,66	Деготь каменноугольный	1,20
Бензин 1 сорта	0,70—0,72	Деревянное масло, обыкн.	0,92
„ 2 „	0,74—0,75	Древесный спирт (0°)	0,80
Керосин обыкнов.	0,82—0,83	Камфарное масло	0,91
Солярное масло	0,88—0,89	Касторовое масло	0,97
Смазочные масла	0,89—0,92	Кокосовое масло	0,93
Мазут обыкнов.	0,89—0,92	Креозотовое масло	1,04—1,10
„ черный	0,93—0,94	Льняное масло	0,94
Гудрон	0,93—0,95	Молоко	1,03
Нефть легкая [2]	0,85—0,88	Оливковое масло	0,92
„ тяжелая	0,92—0,93	Репное масло	0,91—0,92
„ в среднем	0,88—0,90	Ртуть (0°)	13,596
		Смоляное масло	0,96
		Сурепное масло, сырое	0,92
Кислоты		„ „ очищенное	0,91
Азотная с 25% HNO_3	1,15	Сероуглерод	1,29
„ с 40% HNO_3	1,25	Терпентинное масло	0,87
„ с 90% HNO_3	1,50		
Соляная с 10% HCl	1,05	Хлористый натрий:	
„ с 40% HCl	1,20	раствор с 14% NaCl	1,10
Серная с 27% H_2SO_4	1,20	„ с 26% NaCl	1,20
„ с 50% H_2SO_4	1,40	Хлопковое масло в среднем	0,92—0,93
„ с 87% H_2SO_4	1,80	Хлороформ	1,50
„ дымящаяся	1,89	Эфир этиловый (0°)	0,74

[1] При температурах 15—20°, кроме особо оговоренных.

[2] Данные колеблются для различных сортов нефти. Приведем для примера некоторые цифры из отдельных анализов нефти: Балаханская—0,882, легкая Бакинская—0,884, тяжелая—0,928, очень тяжелая—0.938 и 0,954; Ухтинская—0,897, более тяжелая—0.928; Грозненская—0,850, более тяжелая—0,906.

ТАБЛИЦА II.

Важнейшие числовые величины.

Обознач.	Число	Обознач.	Число	Обознач.	Число
π	3,14159	g	9,81 [1]	$\sin 45°$ } $\cos 45°$ }	$1 : \sqrt{2} = 0{,}7071$
2π	6,28319	$1 : 2g$	0,05097		
3π	9,42478	g^2	96,16097	$\operatorname{tg} 45°$ } $\operatorname{ctg} 45°$ }	1
4π	12,56637	$\sqrt{g}$	3,13209		
		$2\sqrt{g}$	6,26418	$\sin 30°$ } $\cos 60°$ }	$\frac{1}{2}$
$\pi : 2$	1,57080	$\sqrt{2g}$	4,42945		
$\pi : 3$	1,04720			$\cos 30°$ } $\sin 60°$ }	$\frac{1}{2}\sqrt{3} = 0{,}8660$
$\pi : 4$	0,78540				
$\pi : 6$	0,52360	$\pi\sqrt{g}$	9,83976	$\operatorname{tg} 30°$ } $\operatorname{ctg} 60°$ }	$1 : \sqrt{3} = 0{,}5774$
$\pi : 180$	0,01745	$\pi\sqrt{2g}$	13,91536		
		$\pi : \sqrt{g}$	1,00303	$\operatorname{tg} 60°$ } $\operatorname{ctg} 30°$ }	$\sqrt{3} = 1{,}7321$
$1 : \pi$	0,31831	$\pi : \sqrt{2g}$	0,70925		
$180 : \pi$	57,29578				
π^2	9,86960	e	2,71828	Перевод градусов ($n°$) в радианы (α): [2]	
$1 : \pi^2$	0,10132	e^2	7,38906		
$\sqrt{\pi}$	1,77245	$1 : e$	0,36788	$\alpha = \frac{\pi}{180} \cdot n = \frac{n}{57{,}296}$;	
$\pi\sqrt{2}$	4,44288	$1 : e^2$	0,13534	обратно:	
$\pi : \sqrt{2}$	2,22144	$\sqrt{e}$	1,64872	$n = \frac{180}{\pi} \alpha = 57{,}296\,\alpha$	
$\sqrt{2\pi}$	2,50663	$1 : \sqrt{e}$	0,60653		

Переход от обыкновенных логарифмов ($\mathrm{Log}_{10} N$) к натуральным ($\log \mathrm{nat}\ N$) и обратно:

$$\log \mathrm{nat}\ N = \frac{1}{M} \cdot \mathrm{Log}_{10} N;\quad \mathrm{Log}_{10} N = M \cdot \log \mathrm{nat}\ N;$$

где

модуль $M = \mathrm{Log}_{10} e = 0{,}43429$; $\frac{1}{M} = \log \mathrm{nat}\ 10 = 2{,}30259$

---

[1] Для *м/сек.*² на широте 45° (точнее: $g = 9{,}80617$);
для $\frac{\text{фут.}}{\text{сек.}^2}$ имеем: $g = 32{,}2$; $2g = 64{,}3$; $\sqrt{2g} = 8{,}025$.

[2] См. ниже табл. VIII.

ТАБЛИЦА III.

Взаимный перевод метрических и английских мер [1].

В таблице приняты следующие обозначения:

kg — килограмм
lbs — английский фунт
tn — тонна
$\frac{kg}{cm^2}$ — $\frac{\text{килограмм}}{\text{квадр. сантиметр}}$
$\frac{kg}{m^2}$ — $\frac{\text{килограмм}}{\text{квадр. метр}}$
$\frac{lbs}{inch^2}$ — $\frac{\text{англ. фунт}}{\text{квадр. дюйм}}$
$\frac{lbs}{ft^2}$ — $\frac{\text{англ. фунт}}{\text{квадр. фут}}$
$\frac{kg}{m^3}$ — $\frac{\text{килогр.}}{\text{куб. метр}}$
$\frac{lbs}{ft^3}$ — $\frac{\text{англ. фунт}}{\text{куб. фут}}$
l — литр
m^3 — куб. метр
ft^3 — куб. фут
kg-m — килограмм-метр
kW — киловатт

Остальные обозначения понятны без пояснения.

Длины.

1 сантиметр = 0,3937 дюйма [2]
1 метр = 3,2809 фут.
1 метр = 1,0936 ярда
1 метр = 0,4687 саж.
1 килом. = 0,6562 англ. мили
1 килом. = 0,9374 версты

1 дюйм = 2,5400 сантиметра
1 фут = 0,3048 метра
1 ярд (= 3 фута) = 0,9144 метра
1 саж. = 2,1336 метра
1 англ. миля = 5 000 фут = 1,5240 километра
1 верста = 1,0668 километра

1 уставная миля (1 statute mile) = 1 760 ярд = 1,6093 километра
1 географ. миля = 7,4205 километра
1 морская миля = 1,8532 километра
1 английская миля = 5 000 фут = 1,5240 километра

Поверхности.

1 кв. сантиметр = 0,1550 кв. дюйма
1 кв. метр = 10,7643 кв. фута
1 кв. метр = 1,1962 кв. ярда
1 кв. метр = 0,2197 кв. саж.
1 кв. килом. = 0,8787 кв. верст
1 гект. = 2,4711 акра = 0,01 кв. километра
1 гект. = 10 000 кв. метра = 0,9153 десятин

1 кв. дм. = 6,4514 кв. сантиметра
1 кв. фут = 0,0929 кв. метра
1 кв. ярд = 0,8361 кв. метра
1 кв. саж. = 4,5521 кв. метра
1 кв. верста = 1,1380 кв. километра
1 дес. = 1,0925 гект.
акр = 4 840 кв. ярд = 0,4047 гектара (= 0,37 дес.)

1 кв. миля (mile of land) = 640 акр = 2,59 кв. килом.

Объемы.

1 куб. сантиметр = 0,0610 куб. дециметра
1 куб. метр = 35,3166 куб. фута
1 куб. метр = 1,3080 куб. ярда
1 куб. метр = 0,1030 куб. сажени

1 куб. дм. = 16,3866 куб. сантиметра
1 куб. фут = 0,0283 куб. метра
1 куб. ярд = 0,7645 куб. метра
1 куб. саж. = 9,7123 куб. метра

---

[1] Кроме того в таблице дан перевод и для некоторых старых русских мер.
[2] Старый русский фут (дюйм) = англ. футу (дюйму).

Вес. *Продолжение*

1 kg = 2,2046 lbs	1 lbs = 0,4536 kg
1 kg = 2,4418 фунт.	1 фунт = 0,4095 kg
1 kg = 0,0610 пуд.	1 пуд = 16,3811 kg
1 tn = 61,0459 пуд.	1 пуд = 0,0164 tn

1 судовая тонна (short ton, С. Ш. А. Канада) = 2 000 lbs = 907,19 kg

1 long ton = 2 240 lbs = 1016,05 kg

Давление.

1 kg/cm² = 14,224 lbs/inch²	1 lbs/inch² = 0,0703 kg/cm²
1 kg/m² = 0,2048 lbs/ft²	1 lbs/ft² = 4,8829 kg/m²
1 kg/cm² = 15,7535 фунт/дм²	1 фунт/дм² = 0,0635 kg/cm²
1 kg/cm² = 0,3938 пуд/дм²	1 пуд/дм² = 2,5391 kg/cm²
1 kg/m² = 0,278 пуд/саж²	1 пуд/саж² = 3,599 kg/m²
1 kg/m² = 0,227 фунт/фут²	1 фунт/фут² = 4,408 kg/m²

Плотность.

1 kg/m³ = 0,0624 lbs/ft³	1 lbs/ft³ = 16,019 kg/m³
1 kg/m³ = 0,0691 фунт/фута³	1 фунт/фут³ = 14,4627 kg/m³
1 kg/m³ = 0,5929 пуд/сажень³	1 пуд/саж³ = 1,688 kg/m³

Меры жидкостей.

1 l = 0,001 m³ = 0,264 амер. галлона = 0,220 анг. галлона = 0,0353 ft³

1 амер. галл. (U. S. gallon) = 0,8333 англ. галл. (Imperial gallon) = 0,1336 ft³ = 3,785 l

1 англ. галл. = 1,200 амер. галл. = 0,1603 ft³ = 4,544 l

1 ft³ = 6,24 англ. галл. = 7,49 амер. галл. = 28,375 l

1 акро-фут (acre-foot) = 325 851 амер. галл. = 1223,41 куб. метр

1 000 000 амер. галл. = 3,0689 акро-фут = 3785 куб. метр

1 акро-фут в сутки = 0,5042 $\frac{\text{куб. фут}}{\text{сек.}}$; 1 $\frac{\text{куб. фут}}{\text{сек.}}$ = 1,983 акро-фут в сутки

1 куб. фут воды (4°) = 69,1432 фунта = 62,42 lbs = 1,7285 пуд. = 2,302 ведра

1 куб. саж. воды (4°) = 23716,13 фунт. = 592,903 пуд. = 789,6 ведра

1 ведро = 30,034 фунта = 0,4345 куб. фут = 12,2993 l

Скорость.

1 см/сек = 0,0328 фут/сек	1 фут/сек = 30,4797 см/сек
1 см/сек = 0,036 килом/час	1 килом/час = 27,777 см/сек
1 килом/час = 0,9374 верст/час	1 верста/час = 1,0668 килом/час

1 узел (knot) = 6080 фут/час = 1,85 килом/час.

Работа и мощность.

1 kg-m = 7,2331 англ. футо-фунта = 8,0114 русск. футо-фунта = ~ 0,2 пудо-фута

1 пудо-фут = 4,9925 kg-m = ~ 5 kg-m

1 метр. лош. сила = 75 kg-m (в сек.) = ~ 15 пудо-фут (в сек.)

1 англ. лош. сила = 0,746 kW; 1 kW = 1,340 англ. лош. сил

1 метр. лош. сила = 0,736 kW; 1 kW = 1,360 метр. лош. сил

ТАБЛИЦА IV.

Мантиссы десятичных логарифмов.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	42
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	38
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	35
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	32
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	30
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	28
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	26
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	25
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	24
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	22
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	21
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	20
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	19
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	19
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	18
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	17
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	16
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	16
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	15
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	15
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	14
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	14
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	13
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	13
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	13
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	12
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	12
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	12
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	11
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	11
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	11
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	10
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	10
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	10
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	10
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	10
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	9
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	9
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	9
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	9
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Продолжение

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	9
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	8
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	8
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	8
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	8
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	8
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	8
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	7
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	7
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	7
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	7
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	7
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	7
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	7
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	9555	8561	8567	6
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	6
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	6
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	6
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	6
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	6
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	6
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	6
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	5
88	9445	9450	9455	9490	9465	9469	9474	9479	9484	9489	5
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	5
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	5
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	5
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	5
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	5
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	5
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	5
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	5
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	4
100	0000	0043	0087	0130	0173	0217	0260	0303	0346	0389	43
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

ТАБЛИЦА V.

Антилогарифмы чисел (десятичные)

Log	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021
01	1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045
02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069
03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094
04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119
05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146
06	1148	1153	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172
07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199
08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227
09	1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256
10	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285
11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315
12	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346
13	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377
14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409
15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442
16	1445	1449	1452	1458	1459	1462	1466	1469	1472	1476
17	1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510
18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545
19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1370	1574	1578	1581
20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618
21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656
22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694
23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734
24	1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774
25	1778	1782	1787	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816
26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858
27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901
28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945
29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991
30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037
31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084
32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133
33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183
34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234
35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286
36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339
37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393
38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449
39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506
40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564
41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624
42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685
43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748
44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812
45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877
46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944
47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013
48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083
49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155
Log	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Продолжение

Log	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228
51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304
52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381
53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459
54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540
55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3622
56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707
57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	3793
58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882
59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972
60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064
61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159
62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4227	4236	4246	4256
63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355
64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457
65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560
66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4646	4667
67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775
68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887
69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000
70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117
71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236
72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358
73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483
74	5495	5508	5521	5534	5546	5559	5572	5585	5598	5610
75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	5741
76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	5875
77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6012
78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	6152
79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6266	6281	6295
80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	6442
81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	6592
82	6607	6622	6637	6653	6668	6683	6699	6714	6730	6745
83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	6902
84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	7063
85	7079	7096	7112	7129	7145	7161	7178	7191	7211	7228
86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	7396
87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	7568
88	7586	7603	7621	7638	7656	7674	7691	7709	7727	7745
89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	7925
90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	8110
91	8128	8147	8166	8185	8204	8222	8241	8260	8279	8299
92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	8492
93	8511	8531	8551	8570	8590	8610	8630	8650	8670	8690
94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	8892
95	8913	8933	8954	8974	8995	9016	9036	9057	9078	9099
96	9120	9141	9162	9183	9204	9226	9247	9268	9290	9311
97	9333	9354	9376	9397	9419	9441	9462	9484	9506	9528
98	9550	9572	9594	9616	9638	9661	9683	9705	9727	9750
99	9772	9795	9817	9840	9863	9886	9908	9931	9954	9977

Log	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ТАБЛИЦА VI.

Натуральные логарифмы.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	$-\infty$	0,0000	0,6931	1,0986	1,3863	1,6094	1,7918	1,9459	2,0794	2,1972
10	2,3026	2,3979	2,4849	2,5649	2,6391	2,7081	2,7726	2,8332	2,8904	2,9444
20	2,9957	3,0445	3,0910	3,1355	3,1781	3,2189	3,2581	3,2958	3,3322	3,3673
30	3,4012	3,4340	3,4657	3,4965	3,5264	3,5553	3,5835	3,6109	3,6376	3,6636
40	3,6889	3,7136	3,7377	3,7612	3,7842	3,8067	3,8286	3,8501	3,8712	3,8918
50	3,9120	3,9318	3,9512	3,9703	3,9890	4,0073	4,0254	4,0431	4,0604	4,0775
60	4,0943	4,1109	4,1271	4,1431	4,1589	4,1744	4,1897	4,2047	4,2195	4,2341
70	4,2485	4,2627	4,2767	4,2905	4,3041	4,3175	4,3307	4,3438	4,3567	4,3694
80	4,3820	4,3944	4,4067	4,4188	4,4308	4,4427	4,4543	4,4659	4,4773	4,4886
90	4,4998	4,5109	4,5218	4,5326	4,5433	4,5539	4,5643	4,5747	4,5850	4,5951
100	4,6052	4,6151	4,6250	4,6347	4,6444	4,6540	4,6634	4,6728	4,6821	4,6913
110	4,7005	4,7095	4,7185	4,7274	4,7362	4,7449	4,7536	4,7622	4,7707	4,7791
120	4,7875	4,7958	4,8040	4,8122	4,8203	4,8283	4,8363	4,8442	4,8520	4,8598
130	4,8675	4,8752	4,8828	4,8903	4,8978	4,9053	4,9127	4,9200	4,9273	4,9345
140	4,9416	4,9488	4,9558	4,9628	4,9698	4,9767	4,9836	4,9904	4,9972	5,0039
150	5,0106	5,0173	5,0239	5,0304	5,0370	5,0434	5,0499	5,0562	5,0626	5,0689
160	5,0752	5,0814	5,0876	5,0938	5,0999	5,1059	5,1120	5,1180	5,1240	5,1299
170	5,1358	5,1417	5,1475	5,1533	5,1591	5,1648	5,1705	5,1761	5,1818	5,1874
180	5,1930	5,1985	5,2040	5,2095	5,2149	5,2204	5,2257	5,2311	5,2364	5,2417
190	5,2470	5,2523	5,2575	5,2627	5,2679	5,2730	5,2781	5,2832	5,2883	5,2933

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
200	5,2983	5,3033	5,3083	5,3132	5,3181	5,3230	5,3279	5,3327	5,3375	5,3423
210	5,3471	5,3519	5,3566	5,3613	5,3660	5,3706	5,3753	5,3799	5,3845	5,3891
220	5,3936	5,3982	5,4027	5,4072	5,4116	5,4161	5,4205	5,4250	5,4293	5,4337
230	5,4381	5,4424	5,4467	5,4510	5,4553	5,4596	5,4638	5,4681	5,4723	5,4765
240	5,4806	5,4848	5,4889	5,4931	5,4972	5,5013	5,5053	5,5094	5,5134	5,5175
250	5,5215	5,5255	5,5294	5,5334	5,5373	5,5413	5,5452	5,5491	5,5530	5,5568
260	5,5607	5,5645	5,5683	5,5722	5,5759	5,5797	5,5835	5,5872	5,5910	5,5947
270	5,5984	5,6021	5,6058	5,6095	5,6131	5,6168	5,6204	5,6240	5,6276	5,6312
280	5,6348	5,6384	5,6419	5,6454	5,6490	5 6525	5,6560	5,6595	5 6630	5,6664
290	5,6699	5,6733	5,6768	5,6802	5,6836	5,6870	5,6904	5,6937	5,6971	5,7004
300	5,7038	5,7071	5,7104	5,7137	5,7170	5,7203	5,7236	5,7268	5,7301	5,7333
310	5,7366	5,7398	5,7430	5,7462	5,7494	5,7526	5,7557	5,7589	5,7621	5,7652
320	5,7683	5,7714	5,7746	5,7777	5,7807	5,7838	5,7869	5,7900	5,7930	5,7961
330	5,7991	5,8021	5,8051	5,8081	5,8111	5,8141	5,8171	5,8201	5,8230	5,8260
340	5,8289	5,8319	5,8348	5,8377	5,8406	5,8435	5,8464	5,8493	5,8522	5,8551
350	5,8579	5,8608	5,8636	5,8665	5,8693	5,8721	5,8749	5,8777	5,8805	5,8833
360	5,8861	5,8889	5,8916	5,8944	5,8972	5,8999	5,9026	5,9054	5,9081	5,9111
370	5 9135	5,9162	5,9189	5,9216	5,9243	5,9269	5,9296	5,9322	5,9349	5,9375
380	5,9402	5,9428	5,9454	5,9480	5,9506	5,9532	5,9558	5,9584	5,9610	5,9636
390	5,9661	5,9687	5,9713	5,9738	5,9764	5,9789	5,9814	5,9839	5,9865	5,9890

Продолжение

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
400	5,9915	5,9940	5,9965	5,9989	6,0014	6,0039	6,0064	6,0088	6,0113	6,0137
410	6,0162	6,0186	6,0210	6,0234	6,0259	6,0283	6,0307	6,0331	6,0355	6,0379
420	6,0403	6,0426	6,0450	6,0474	6,0497	6,0521	6,0544	6,0568	6,0591	6,0615
430	6,0638	6,0661	6,0684	6,0707	6,0730	6,0753	6,0776	6,0799	6,0822	6,0845
440	6,0868	6,0890	6,0913	6,0936	6,0958	6,0981	6,1003	6,1026	6,1048	6,1070
450	6,1092	6,1115	6,1137	6,1159	6,1181	6,1203	6,1225	6,1247	6,1269	6,1291
460	6,1312	6,1334	6,1356	6,1377	6,1399	6,1420	6,1442	6,1463	6,1485	6,1506
470	6,1527	6,1549	6,1570	6,1591	6,1612	6,1633	6,1654	6,1675	6,1696	6,1717
480	6,1738	6,1759	6,1779	6,1800	6,1821	6,1841	6,1862	6,1883	6,1903	6,1924
490	6,1944	6,1964	6,1985	6,2005	6,2025	6,2046	6,2066	6,2086	6,2105	6,2126
500	6,2146	6,2166	6,2186	6,2206	6,2226	6,2246	6,2265	6,2285	6,2305	6,2324
510	6,2344	6,2364	6,2383	6,2403	6,2422	6,2442	6,2461	6,2480	6,2500	6,2519
520	6,2538	6,2558	6,2577	6,2596	6,2615	6,2634	6,2653	6,2672	6,2691	6,2710
530	6,2729	6,2748	6,2766	6,2785	6,2804	6,2823	6,2841	6,2860	6,2879	6,2897
540	6,2916	6,2934	6,2953	6,2971	6,2989	6,3008	6,3026	6,3044	6,3063	6,3081
550	6,3099	6,3117	6,3135	6,3154	6,3172	6,3190	6,3208	6,3226	6,3244	6,3261
560	6,3279	6,3297	6,3315	6,3333	6,3351	6,3368	6,3386	6,3404	6,3421	6,3439
570	6,3456	6,3474	6,3491	6,3509	6,3526	6,3544	6,3561	6,3578	6,3596	6,3613
580	6,3630	6,3648	6,3665	6,3682	6,3699	6,3716	6,3733	6,3750	6,3767	6,3784
590	6,3801	6,3818	6,3835	6,3852	6,3869	6,3886	6,3902	6,3919	6,3936	6,3953

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
600	6,3969	6,3986	6,4003	6,4019	6,4036	6,4052	6,4069	6,4085	6,4102	6,4118
610	6,4135	6,4151	6,4167	6,4184	6,4200	6,4216	6,4232	6,4249	6,4265	6,4281
620	6,4297	6,4313	6,4329	6,4345	6,4362	6,4378	6,4394	6,4409	6,4425	6,4441
630	6,4457	6,4473	6,4489	6,4505	6,4520	6,4536	6,4552	6,4568	6,4583	6,4599
640	6,4615	6,4630	6,4646	6,4661	6,4677	6 4693	6,4708	6,4723	6,4739	6,4754
650	6,4770	6,4785	6,4800	6,4816	6,4831	6,4846	6,4862	6,4877	6,4892	6,4907
660	6,4922	6,4938	6,4953	6,4968	6,4983	6,4998	6,5013	6,5028	6,5043	6,5058
670	6,5073	6,5088	6,5103	6,5117	6,5132	6,5147	6,5162	6,5177	6,5191	6,5206
680	6,5221	6,5236	6,5250	6,5265	6,5280	6,5294	6,5309	6,5323	6,5338	6,5352
690	6,5367	6,5381	6,5396	6,5410	6,5425	6,5439	6,5453	6,5468	6,5482	6,5497
700	6,5511	6,5525	6,5539	6,5554	6,5568	6,5582	6,5596	6,5610	6,5624	6,5639
710	6,5653	6,5667	6,5681	6,5695	6,5709	6,5723	6,5737	6,5751	6,5765	6,5779
720	6,5793	6,5806	6,5820	6,5834	6,5848	6,5862	6,5876	6,5889	6,5903	6,5917
730	6,5930	6,5944	6,5958	6,5971	6,5985	6,5999	6,6012	6,6026	6,6039	6,6053
740	6,6067	6,6080	6,6093	6,6107	6,6120	6,6134	6,6147	6,6161	6,6174	6,6187
750	6,6201	6,6214	6,6227	6,6241	6,6254	6,6267	6,6280	6,6294	6,6307	6,6320
760	6,6333	6,6346	6,6359	6,6373	6,6386	6,6399	6,6412	6,6425	6,6438	6,6451
770	0,6464	6,6477	6,6490	6,6503	6,6516	6,6529	6,6542	6,6554	6,6567	6,6580
780	6,6593	6,6606	6,6619	6,6631	6,6644	6,6657	6,6670	6,6682	6,6695	6,6708
790	6,6720	6,6733	6,6746	6,6758	6,6771	6,6783	6,6796	6,6809	6,6821	6,6834

Продолжение

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
800	6,6846	6,6859	6,6871	6,6884	6,6896	6,6908	6,6921	6,6933	6,6946	6,6958
810	6,6970	6,6983	6,6995	6,7007	6,7020	6,7032	6,7044	6,7056	6,7069	6,7081
820	6,7093	6,7105	6,7117	6,7130	6,7142	6,7154	6,7166	6,7178	6,7190	6,7202
830	6,7214	6,7226	6,7238	6,7250	6,7262	6,7274	6,7286	6,7298	6,7310	6,7322
840	6,7334	6,7346	6,7358	6,7370	6,7382	6,7393	6,7405	6,7417	6,7429	6,7441
850	6,7452	6,7464	6,7476	6,7488	6,7499	6,7511	6,7523	6,7534	6,7546	6,7558
860	6,7569	6,7581	6,7593	6,7604	6,7616	6,7627	6,7639	6,7650	6,7662	6,7673
870	6,7685	6,7696	6,7708	6,7719	6,7731	6,7742	6,7754	6,7765	6,7776	6,7788
880	6,7799	6,7811	6,7822	6,7833	6,7845	6,7856	6,7867	6,7878	6,7890	6,7901
890	6,7912	6,7923	6,7935	6,7946	6,7957	6,7968	6,7979	6,7991	6,8002	6,8013
900	6,8024	6,8035	6,8046	6,8057	6,8068	6,8079	6,8090	6,8101	6,8112	6,8123
910	6,8134	6,8145	6,8156	6,8167	6,8178	6,8189	6,8200	6,8211	6,8222	6,8233
920	6,8244	6,8255	6,8265	6,8276	6,8287	6,8298	6,8309	6,8320	6,8330	6,8341
930	6,8352	6,8363	6,8373	6,8384	6,8395	6,8405	6,8416	6,8427	6,8437	6,8448
940	6,8459	6,8469	6,8480	6,8491	6,8501	6,8512	6,8522	6,8533	6,8544	6,8554
950	6,8565	6,8575	6,8586	6,8596	6,8607	6,8617	6,8628	6,8638	6,8648	6,8659
960	6,8669	6,8680	6,8690	6,8701	6,8711	6,8721	6,8732	6,8742	6,8752	6,8763
970	6,8773	6,8783	6,8794	6,8804	6,8814	6,8824	6,8835	6,8845	6,8855	6,8865
980	6,8876	6,8886	6,8896	6,8906	6,8916	6,8926	6,8937	6,8947	6,8957	6,8967
990	6,8977	6,8987	6,8997	6,9007	6,9017	6,9027	6,9037	6,9047	6,9057	6,9068

ТАБЛИЦА VII.

Значения тригонометрических функций.

Градусы	Sinus 0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	Градусы	Diff.
0	0.0000	0029	0058	0087	0116	0145	0175	89	29
1	0175	0204	0233	0262	0291	0320	0349	88	29
2	0349	0378	0407	0436	0465	0494	0523	87	29
3	0523	0552	0581	0610	0640	0669	0698	86	29
4	0698	0727	0756	0785	0814	0843	0872	85	29
5	0,0872	0901	0929	0958	0987	1016	1045	84	29
6	1045	1074	1103	1132	1161	1190	1219	83	29
7	1219	1248	1276	1305	1334	1363	1392	82	29
8	1392	1421	1449	1478	1507	1536	1564	81	29
9	1564	1593	1622	1650	1679	1708	1736	80	29
10	0,1736	1765	1794	1822	1851	1880	1908	79	29
11	1908	1937	1965	1994	2022	2051	2079	78	28
12	2079	2108	2136	2164	2193	2221	2250	77	28
13	2250	2278	2306	2334	2363	2391	2419	76	28
14	2419	2447	2476	2504	2532	2560	2588	75	28
15	0,2588	2616	2644	2672	2700	2728	2756	74	28
16	2756	2784	2812	2840	2868	2896	2924	73	28
17	2924	2952	2979	3007	3035	3062	3090	72	28
18	3090	3118	3145	3173	3201	3228	3256	71	28
19	3255	3283	3311	3338	3365	3393	3420	70	27
20	0,3420	3448	3475	3502	3529	3557	3584	69	27
21	3584	3611	3638	3665	3692	3719	3746	68	27
22	3746	3773	3800	3827	3854	3881	3907	67	27
23	3907	3934	3961	3987	4014	4041	4067	66	27
24	4067	4094	4120	4147	4173	4200	4226	65	26
25	0,4226	4253	4279	4305	4331	4358	4384	64	26
26	4384	4410	4436	4462	4488	4514	4540	63	26
27	4540	4566	4592	4617	4643	4669	4695	62	26
28	4695	4720	4746	4772	4797	4823	4848	61	26
29	4848	4874	4899	4924	4950	4975	5000	60	25
30	0,5000	5025	5050	5075	5100	5125	5150	59	25
31	5150	5175	5200	5225	5250	5275	5299	58	25
32	5299	5324	5348	5373	5398	5422	5446	57	24
33	5446	5471	5495	5519	5544	5568	5592	56	24
34	5592	5616	5640	5664	5688	5712	5736	55	24
35	0,5736	5760	5783	5807	5831	5854	5878	54	24
36	5878	5901	5925	5948	5972	5995	6018	53	23
37	6018	6041	6065	6088	6111	6134	6157	52	23
38	6157	6180	6202	6225	6248	6271	6293	51	23
39	6293	6316	6338	6361	6383	6406	6428	50	22
40	0,6428	6450	6472	6494	6517	6539	6561	49	22
41	6561	6583	6604	6626	6648	6670	6691	48	22
42	6691	6713	6734	6756	6777	6799	6820	47	22
43	6820	6841	6862	6884	6905	6926	6947	46	21
44	6947	6967	6988	7009	7030	7050	7071	45	21
45	0,7071								
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	Градусы	Diff.
	Cosinus								

Продолжение

Градусы	Sinus 0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′		Diff.
45	0,7071	7092	7112	7133	7153	7173	7193	44	20
46	7193	7214	7234	7254	7274	7294	7314	43	20
47	7314	7333	7353	7373	7392	7412	7431	42	20
48	7431	7451	7470	7490	7509	7528	7547	41	19
49	7547	7566	7585	7604	7623	7642	7660	40	19
50	0,7660	7679	7698	7716	7735	7753	7771	39	18
51	7771	7790	7808	7826	7844	7862	7880	38	18
52	7880	7898	7916	7934	7951	7969	7986	37	18
53	7986	8004	8021	8039	8056	8073	8090	36	17
54	8090	8107	8124	8141	8158	8175	8192	35	17
55	0,8192	8208	8225	8241	8258	8274	8290	34	16
56	8290	8307	8323	8339	8355	8371	8387	33	16
57	8387	8403	8418	8434	8450	8465	8480	32	16
58	8480	8496	8511	8526	8542	8557	8572	31	15
59	8572	8587	8601	8616	8631	8646	8660	30	15
60	0,8660	8675	8689	8704	8718	8732	8746	29	14
61	8746	8760	8774	8788	8802	8816	8829	28	14
62	8829	8843	8857	8870	8884	8897	8910	27	14
63	8910	8923	8936	8949	8962	8975	8988	26	13
64	8988	9001	9013	9026	9038	9051	9063	25	12
65	0,9063	9075	9088	9100	9112	9124	9135	24	12
66	9135	9147	9159	9171	9182	9194	9205	23	12
67	9205	9216	9228	9239	9250	9261	9272	22	11
68	9272	9283	9293	9304	9315	9325	9336	21	11
69	9336	9346	9356	9367	9377	9387	9397	20	10
70	0,9397	9407	9417	9426	9436	9446	9455	19	10
71	9455	9465	9474	9483	9492	9502	9511	18	9
72	9511	9520	9528	9537	9546	9555	9563	17	9
73	9563	9572	9580	9588	9596	9605	9613	16	8
74	9613	9621	9628	9636	9644	9652	9659	15	8
75	0,9659	9667	9674	9681	9689	9696	9703	14	7
76	9703	9710	9717	9724	9730	9737	9744	13	7
77	9744	9750	9757	9763	9769	9775	9781	12	6
78	9781	9787	9793	9799	9805	9811	9816	11	6
79	9816	9822	9827	9833	9838	9843	9848	10	5
80	0,9848	9853	9858	9863	9868	9872	9877	9	5
81	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	8	4
82	9903	9907	9911	9914	9918	9922	9925	7	4
83	9925	9929	9932	9936	9939	9942	9945	6	3
84	9945	9948	9951	9954	9957	9959	9962	5	3
85	0,9962	9964	9967	9969	9971	9974	9976	4	2
86	9976	9978	9980	9981	9983	9985	9986	3	2
87	9986	9988	9989	9990	9992	9993	9994	2	1
88	9994	9995	9996	9997	9997	9998	9998	1	1
89	9998	9999	9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0	0
90	1,0000								
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	Градусы	Diff.
	Cosinus								

Продолжение

Градусы	Tangens 0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′		Diff.
0	0,0000	0029	0058	0087	0116	0145	0175	89	29
1	0175	0204	0233	0262	0291	0320	0349	88	29
2	0349	0378	0407	0437	0466	0495	0524	87	29
3	0524	0553	0582	0612	0641	0670	0699	86	29
4	0699	0729	0758	0787	0816	0846	0875	85	29
5	0,0875	0904	0934	0963	0992	1022	1051	84	29
6	1051	1080	1110	1139	1169	1198	1228	83	30
7	1228	1257	1287	1317	1346	1376	1405	82	30
8	1405	1435	1465	1495	1524	1554	1584	81	30
9	1584	1614	1644	1673	1703	1733	1763	80	30
10	0,1763	1793	1823	1853	1883	1914	1944	79	30
11	1944	1974	2004	2435	2065	2095	2126	78	30
12	2126	2156	2186	2217	2247	2278	2309	77	30
13	2309	2339	2370	2401	2432	2462	2493	76	31
14	2493	2524	2555	2586	2617	2648	2679	75	31
15	0,2679	2711	2742	2773	2805	2836	2867	74	31
16	2867	2899	2931	2962	2994	3026	3057	73	32
17	3057	3089	3121	3153	3185	3217	3249	72	32
18	3249	3281	3314	3346	3378	3411	3443	71	32
19	3443	3476	3508	3541	3574	3607	3640	70	33
20	0,3640	3673	3706	3739	3772	3805	3839	69	33
21	3839	3872	3906	3939	3973	4006	4040	68	34
22	4040	4074	4108	4142	4176	4210	4245	67	34
23	4245	4279	4314	4348	4383	4417	4452	66	34
24	4452	4487	4522	4557	4592	4628	4663	65	35
25	0,4663	4699	4734	4770	4806	4841	4877	64	36
26	4877	4913	4950	4986	5022	5059	5095	63	36
27	5095	5132	5169	5206	5243	5280	5317	62	37
28	5317	5354	5392	5430	5467	5505	5543	61	38
29	5543	5581	5619	5658	5696	5735	5774	60	38
30	0,5774	5812	5851	5890	5930	5969	6009	59	39
31	6009	6048	6088	6128	6168	6208	6249	58	40
32	6249	6289	6330	6371	6412	6453	6494	57	41
33	6494	6536	6577	6619	6661	6703	6745	56	42
34	6745	6787	6830	6873	6916	6959	7002	55	43
35	0,7002	7046	7089	7133	7177	7221	7265	54	44
36	7265	7310	7355	7400	7445	7490	7536	53	45
37	7536	7581	7627	7673	7720	7766	7813	52	46
38	7813	7860	7907	7954	8002	8050	8098	51	48
39	8098	8146	8195	8243	8292	8342	8391	50	49
40	0,8391	8441	8491	8541	8591	8642	8693	49	50
41	8693	8744	8796	8847	8899	8952	9004	48	52
42	9004	9057	9110	9163	9217	9271	9325	47	54
43	9325	9380	9435	9490	9545	9601	9657	46	55
44	9657	9713	9770	9827	9884	9942	1,0000		
45	1,0000								
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	Градусы	Diff.
	Cotangens								

Продолжение

Градусы	Tangens 0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′		Diff.
45	1,000	1,006	1,012	1,018	1,024	1,030	1,036	44	6
46	1,036	1,042	1,048	1,054	1,060	1,066	1,072	43	6
47	1,072	1,079	1,085	1,091	1,098	1,104	1,111	42	6
48	1,111	1,117	1,124	1,130	1,137	1,144	1,150	41	6
49	1,150	1,157	1,164	1,171	1,178	1,185	1,192	40	7
50	1,192	1,199	1,206	1,213	1,220	1,228	1,235	39	7
51	1,235	1,242	1,250	1,257	1,265	1,272	1,280	38	8
52	1,280	1,288	1,295	1,303	1,311	1,319	1,327	37	8
53	1,327	1,335	1,343	1,351	1,360	1,368	1,376	36	8
54	1,376	1,385	1,393	1,402	1,411	1,419	1,428	35	9
55	1,428	1,437	1,446	1,455	1,464	1,473	1,483	34	9
56	1,483	1,492	1,501	1,511	1,520	1,530	1,540	33	10
57	1,540	1,550	1,560	1,570	1,580	1,590	1,600	32	10
58	1,600	1,611	1,621	1,632	1,643	1,653	1,664	31	11
59	1,664	1,675	1,686	1,698	1,709	1,720	1,732	30	11
60	1,732	1,744	1,756	1,767	1,780	1,792	1,804	29	12
61	1,804	1,816	1,829	1,842	1,855	1,868	1,881	28	13
62	1,881	1,894	1,907	1,921	1,935	1,949	1,963	27	14
63	1,963	1,977	1,991	2,006	2,020	2,035	2,050	26	14
64	2,050	2,066	2,081	2,097	2,112	2,128	2,145	25	16
65	2,145	2,161	2,177	2,194	2,211	2,229	2,246	24	17
66	2,246	2,264	2,282	2,300	2,318	2,337	2,356	23	18
67	2,356	2,375	2,394	2,414	2,434	2,455	2,475	22	20
68	2,475	2,496	2,517	2,539	2,560	2,583	2,605	21	22
69	2,605	2,628	2,651	2,675	2,699	2,723	2,747	20	24
70	2,747	2,773	2,798	2,824	2,850	2,877	2,904	19	26
71	2,904	2,932	2,960	2,989	3,018	3,047	3,078	18	29
72	3,078	3,108	3,140	3,172	3,204	3,237	3,271	17	32
73	3,271	3,305	3,340	3,376	3,412	3,450	3,487	16	36
74	3,487	3,526	3,566	3,606	3,647	3,689	3,732	15	41
75	3,732	3,776	3,821	3,867	3,914	3,962	4,011	14	46
76	4,011	4,061	4,113	4,165	4,219	4,275	4,331	13	53
77	4,331	4,390	4,449	4,511	4,574	4,638	4,705	12	62
78	4,705	4,773	4,843	4,915	4,989	5,066	5,145	11	73
79	5,145	5,226	5,309	5,396	5,485	5,576	5,671	10	88
80	5,671	5,769	5,871	5,976	6,084	6,197	6,314	9	
81	6,314	6,435	6,561	6,691	6,827	6,968	7,115	8	
82	7,115	7,269	7,429	7,596	7,770	7,953	8,144	7	
83	8,144	8,345	8,556	8,777	9,010	9,255	9,514	6	
84	9,514	9,788	10,078	10,385	10,712	11,059	11,430	5	
85	11,430	11,826	12,251	12,706	13,197	13,727	14,301	4	
86	14,301	14,924	15,605	16,350	17,169	18,075	19,081	3	
87	19,081	20,206	21,470	22,904	24,542	26,432	28,636	2	
88	28,636	31,242	34,368	38,188	42,964	49,104	57,290	1	
89	57,290	68,750	85,940	114,59	171,89	343,77	∞	0	
90	∞								
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	Градусы	Diff.
	Cotangens								

ТАБЛИЦА VIII.

Перевод градусов (n) в радианы (α).

n°	α	n°	α	n°	α	n'	α	n''	α
0°	0,00000	60°	1,04720	120°	2,09440	0′	0,00000	0″	0,00000
1	0,01745	61	1,06465	121	2,11185	1	0,00029	1	0,00000
2	0,03491	62	1,08210	122	2,12930	2	0,00058	2	0,00001
3	0,05236	63	1,09956	123	2,14676	3	0,00087	3	0,00001
4	0,06981	64	1,11701	124	2,16421	4	0,00116	4	0,00002
5	0,08727	65	1,13446	125	2,18166	5	0,00145	5	0,00002
6	0,10472	66	1,15192	126	2,19911	6	0,00175	6	0,00003
7	0,12217	67	1,16937	127	2,21657	7	0,00204	7	0,00003
8	0,13963	68	1,18682	128	2,23402	8	0,00233	8	0,00004
9	0,15708	69	1,20428	129	2,25147	9	0,00262	9	0,00004
10	0,17453	70	1,22173	130	2,26893	10	0,00291	10	0,00005
11	0,19199	71	1,23918	131	2,28638	11	0,00320	11	0,00005
12	0,20944	72	1,25664	132	2,30383	12	0,00349	12	0,00006
13	0,22689	73	1,27409	133	2,32129	13	0,00378	13	0,00006
14	0,24435	74	1,29154	134	2,33874	14	0,00407	14	0,00007
15	0,26180	75	1,30900	135	2,35619	15	0,00436	15	0,00007
16	0,27925	76	1,32645	136	2,37365	16	0,00465	16	0,00008
17	0,29671	77	1,34390	137	2,39110	17	0,00495	17	0,00008
18	0,31416	78	1,36136	138	2,40855	18	0,00524	18	0,00009
19	0,33161	79	1,37881	139	2,42601	19	0,00553	19	0,00009
20	0,34907	80	1,39626	140	2,44346	20	0,00582	20	0,00010
21	0,36652	81	1,41372	141	2,46091	21	0,00611	21	0,00010
22	0,38397	82	1,43117	142	2,47837	22	0,00640	22	0,00011
23	0,40143	83	1,44862	143	2,49582	23	0,00669	23	0,00011
24	0,41888	84	1,46608	144	2,51327	24	0,00698	24	0,00012
25	0,43633	85	1,48353	145	2,53073	25	0,00727	25	0,00012
26	0,45379	86	1,50098	146	2,54818	26	0,00756	26	0,00013
27	0,47124	87	1,51844	147	2,56563	27	0,00785	27	0,00013

28	0,48869	88	1,53589	148	2,58309	28	0,00814	28	0,00014
29	0,50615	89	1,55334	149	2,60054	29	0,00844	29	0,00014
30	0,52360	90	1,57080	150	2,61799	30	0,00873	30	0,00015
31	0,54105	91	1,58825	151	2,63545	31	0,00902	31	0,00015
32	0,55851	92	1,60570	152	2,65290	32	0,00931	32	0,00016
33	0,57596	93	1,62316	153	2,67035	33	0,00960	33	0,00016
34	0,59341	94	1,64061	154	2,68781	34	0,00989	34	0,00016
35	0,61087	95	1,65806	155	2,70526	35	0,01018	35	0,00017
36	0,62832	96	1,67552	156	2,72271	36	0,01047	36	0,00017
37	0,64577	97	1,69297	157	2,74017	37	0,01076	37	0,00018
38	0,66323	98	1,71042	158	2,75762	38	0,01105	38	0,00018
39	0,68068	99	1,72788	159	2,77507	39	0,01134	39	0,00019
40	0,69813	100	1,74533	160	2,79253	40	0,01164	40	0,00019
41	0,71559	101	1,76278	161	2,80998	41	0,01193	41	0,00020
42	0,73304	102	1,78024	162	2,82743	42	0,01222	42	0,00020
43	0,75049	103	1,79769	163	2,84489	43	0,01251	43	0,00021
44	0,76794	104	1,81514	164	2,86234	44	0,01280	44	0,00021
45	0,78540	105	1,83260	165	2,87979	45	0,01309	45	0,00022
46	0,80285	106	1,85005	166	2,89725	46	0,01338	46	0,00022
47	0,82030	107	1,86750	167	2,91470	47	0,01367	47	0,00023
48	0,83776	108	1,88496	168	2,93215	48	0,01396	48	0,00023
49	0,85521	109	1,90241	169	2,94961	49	0,01425	49	0,00024
50	0,87266	110	1,91986	170	2,96706	50	0,01454	50	0,00024
51	0,89012	111	1,93732	171	2,98451	51	0,01484	51	0,00025
52	0,90757	112	1,95477	172	3,00197	52	0,01513	52	0,00025
53	0,92502	113	1,97222	173	3,01942	53	0,01542	53	0,00026
54	0,94248	114	1,98968	174	3,03687	54	0,01571	54	0,00026
55	0,95993	115	2,00713	175	3,05433	55	0,01600	55	0,00027
56	0,97738	116	2,02458	176	3,07178	56	0,01629	56	0,00027
57	0,99484	117	2,04204	177	3,08923	57	0,01658	57	0,00028
58	1,01229	118	2,05949	178	3,10669	58	0,01687	58	0,00028
59	1,02974	119	2,07694	179	3,12414	59	0,01716	59	0,00029
60	1,04720	120	2,09440	180	3,14159	60	0,01745	60	0,00029

ТАБЛИЦА IX.

Значения показательной функции e^x.

x	e^x	x	e^x	x	e^x	x	e^x	x	e^x
0,000	1,00000	0,50	1,64872	1,20	3,32012	1,90	6,68589	2,60	13,46374
0,001	1,00100	0,51	1,66529	1,21	3,35348	1,91	6,75309	2,61	13,59905
0,002	1,00200	0,52	1,68203	1,22	3,38719	1,92	6,82096	2,62	13,73572
		0,53	1,69893	1,23	3,42123	1,93	6,88951	2,63	13,87377
0,003	1,00300	0,54	1,71601	1,24	3,45561	1,94	6,95875	2,64	14,01320
0,004	1,00401								
0,005	1,00501	0,55	1,73325	1,25	3,49034	1,95	7,02869	2,65	14,15404
0,006	1,00602	0,56	1,75067	1,26	3,52542	1,96	7,09933	2,66	14,29629
0,007	1,00702	0,57	1,76827	1,27	3,56085	1,97	7,17068	2,67	14,43997
		0,58	1,78604	1,28	3,59664	1,98	7,24274	2,68	14,58509
0,008	1,00803	0,59	1,80399	1,29	3,63279	1,99	7,31553	2,69	14,73168
0,009	1,00904								
0,010	1,01005	0,60	1,82212	1,30	3,66930	2,00	7,38906	2,70	14,87973
0,011	1,01106	0,61	1,84043	1,31	3,70617	2,01	7,46332	2,71	15,02927
0,012	1,01207	0,62	1,85893	1,32	3,74342	2,02	7,53833	2,72	15,18032
		0,63	1,87761	1,33	3,78104	2,03	7,61409	2,73	15,33289
0,013	1,01308	0,64	1,89648	1,34	3,81904	2,04	7,69061	2,74	15,48699
0,014	1,01410								
0,015	1,01511	0,65	1,91554	1,35	3,85743	2,05	7,76790	2,75	15,64263
0,016	1,01613	0,66	1,93479	1,36	3,89619	2,06	7,84597	2,76	15,79984
0,017	1,01715	0,67	1,95424	1,37	3,93535	2,07	7,92482	2,77	15,95863
		0,68	1,97388	1,38	3,97490	2,08	8,00447	2,78	16,11902
0,018	1,01816	0,69	1,99392	1,39	4,01485	2,09	8,08491	2,79	16,28102
0,019	1,01918								
0,020	1,02020	0,70	2,01375	1,40	4,05520	2,10	8,16617	2,80	16,44465
0,030	1,03045	0,71	2,03399	1,41	4,09596	2,11	8,24824	2,81	16,60992
0,040	1,04081	0,72	2,05443	1,42	4,13712	2,12	8,33114	2,82	16,77685
		0,73	2,07508	1,43	4,17870	2,13	8,41487	2,83	16,94546
0,05	1,05127	0,74	2,09594	1,44	4,22070	2,14	8,49944	2,84	17,11577
0,06	1,06184	0,75	2,11700	1,45	4,26311	2,15	8,58486	2,85	17,28778
0,07	1,07251	0,76	2,13828	1,46	4,30596	2,16	8,67114	2,86	17,46153
0,08	1,08329	0,77	2,15977	1,47	4,34924	2,17	8,75828	2,87	17,63702
0,09	1,09417	0,78	2,18147	1,48	4,39295	2,18	8,84631	2,88	17,81427
		0,79	2,20340	1,49	4,43710	2,19	8,93521	2,89	17,99331
0,10	1,10517	0,80	2,22554	1,50	4,48169	2,20	9,02501	2,90	18,17415
0,11	1,11628	0,81	2,24791	1,51	4,52673	2,21	9,11572	2,91	18,35680

0,12	1,12750	0,82	2,27050	1.52	4,57223	2,22	9,20733	2,92	18,54129
0,13	1,13883	0,83	2,29332	1,53	4,61818	2,23	9,29987	2,93	18,72763
0,14	1,15027	0,84	2,31637	1,54	4,66459	2,24	9,39333	2,94	18,91585
0,15	1,16183	0,85	2,33965	1,55	4.71147	2,25	9,48774	2,95	19,10595
0,16	1,17351	0,86	2,36316	1,56	4,75882	2,26	9,58309	2,96	19,29797
0,17	1,18530	0,87	2,38691	1,57	4,80665	2,27	9,67940	2,97	19,49192
0,18	1,19722	0,88	2,41090	½ π	4,81049	2,28	9,77668	2,98	19,68782
0,19	1,20925	0,89	2,43513	1,58	4,85496	2,29	9,87494	2,99	19,88568
				1,59	4,90375				
0,20	1,22140	0,90	2,45960			2,30	9,97418	3,00	20,08554
0,21	1,23368	0,91	2,48432	1,60	4,95303	2,31	10,07442	3,01	20,28740
0,22	1,24608	0,92	2,50929	1,61	5,00281	2,32	10,17567	3,02	20,49129
0,23	1,25860	0,93	2,53451	1,62	5,05309	2,33	10,27794	3,03	20,69723
0,24	1,27125	0,94	2,55998	1,63	5,10387	2,34	10,38124	3,04	20,90524
				1,64	5,15517				
0,25	1,28403	0,95	2,58571			2,35	10,48557	3,05	21,11534
0,26	1,29693	0,96	2,61170	1,65	5,20698	2,36	10,59095	3,06	21,32756
0,27	1,30996	0,97	2,63794	1,66	5,25931	2,37	10,69739	3,07	21,54190
0,28	1,32313	0,98	2,66446	1,67	5,31217	2,38	10,80490	3,08	21,75840
0,29	1,33643	0,99	2,69123	1,68	5,36556	2,39	10,91349	3,09	21,97708
				1,69	5.41948				
0,30	1,34986	1,00	2,71828					3,10	22,19795
0,31	1,36343	1,01	2,74560	1,70	5,47395	2,40	11,02318	3,11	22,42104
0,32	1,37713	1,02	2,77319	1,71	5,52896	2,41	11,13396	3,12	22,64638
0,33	1,39097	1,03	2,80107	1,72	5,58453	2,42	11,24586	3,13	22,87398
0,34	1,40495	1,04	2,82922	1,73	5,64065	2,43	11,35888	3,14	23,10387
				1,74	5,69734	2,44	11,47304	π	23,14069
0,35	1,41907	1,05	2,85765	1,75	5,75460	2,45	11,58835	3,15	23,33606
0,36	1,43333	1,06	2,88637	1,76	5,81244	2,46	11,70481	3,16	23,57060
0,37	1,44773	1,07	2,91538	1,77	5,87085	2,47	11,82245	3,17	23,80748
0,38	1,46228	1,08	2,94468	1,78	5,92986	2,48	11,94126	3,18	24,04675
0,39	1,47698	1,09	2,97427	1,79	5,98945	2,49	12,06128	3,19	24,28843
0,40	1,49182	1,10	3,00417	1,80	6,04965	2,50	12,18249	3,20	24,53253
0,41	1,50682	1,11	3,03436	1,81	6,11045	2,51	12,30493	3,21	24,77909
0,42	1,52196	1,12	3,06485	1,82	6,17186	2,52	12,42860	3,22	25,02812
0,43	1,53726	1,13	3,09566	1,83	6,23389	2,53	12,55351	3,23	25,27966
0,44	1,55271	1,14	3,12677	1,84	6,29654	2,54	12,67967	3,24	25,53372
0,45	1,56831	1,15	3,15819	1,85	6,35982	2,55	12,80710	3,25	25,79034
0,46	1,58407	1,16	3,18993	1,86	6,42374	2,56	12,93582	3,26	26,04954
0,47	1,59999	1,17	3,22199	1,87	6,48830	2,57	13,06582	3,27	26,31134
0,48	1,61607	1,18	3,25437	1,88	6,55350	2,58	13,19714	3,28	26,57577
0,49	1,63232	1,19	3,28708	1,89	6,61937	2,59	13,32977	3,29	26,84286

x	e^x	x	e^x	x	e^x	x	e^x	x	e^x
3,30	27,11264	4,00	54,59815	4,70	109,9472	5,35	210,6083	6,00	403,4288
3,31	27,38513	4,01	55,14687	4,71	111,0522	5,36	212,7249	6,01	407,4833
3,32	27,66085	4,02	55,70111	$3/2\pi$	111,3178	5,37	214,8629	6,02	411,5786
3,33	27,93834	4,03	56,26091	4,72	112,1682	5,38	217,0223	6,03	415,7150
3,34	28,21913	4,04	56,82634	4,73	113,2956	5,39	219,2034	6,04	419,8930
				4,74	114,4342				
3,35	28,50273	4,05	57,39746					6,05	424,1130
3,35	28,78919	4,06	57,97431			5,40	221,4064	6,06	428,3754
3,37	29,07853	4,07	58,55696	4,75	115,5843	5,41	223,6316	6,07	432,6807
3,38	29,37077	4,08	59,14547	4,76	116,7459	5,42	225,8791	6,08	437,0292
3,39	29,66595	4,09	59,73989	4,77	117,9192	5,43	228,1492	6,09	441,4214
				4,78	119,1043	5,44	230,4222		
3,40	29,96410	4,10	60,34029	4,79	120,3014				
3,41	30,26524	4,11	60,94672					6,10	445,8578
3,42	30,56942	4,12	61,55924	4,80	121,5104	5,45	232,7582	6,11	450,3287
3,43	30,87664	4,13	62,17792	4,81	122,7316	5,46	235,0974	6,12	454,8650
3,44	31,18696	4,14	62,80282	4,82	123,9651	5,47	237,4602	6,13	459,4382
				4,83	125,2110	5,48	239,8467	6,14	464,0536
3,45	31,50039	4,15	63,43400	4,84	126,4693	5,49	242,2572		
3,46	31,81698	4,16	64,07152					6,15	468,7174
3,47	32,13674	4,17	64,71545					6,16	473,4281
3,48	32,45972	4,18	65,36585	4,85	127,7403	5,50	244,6919	6,17	478,1861
3,49	32,78595	4,19	66,02279	4,86	129,0242	5,51	247,1511	6,18	482,9920
				4,87	130,3209	5,52	249,6350	6,19	487,8461
3,50	33,11545	4,20	66,68633	4,88	131,6307	5,53	252,1436		
3,51	33,44827	4,21	67,35654	4,89	132,9636	5,54	254,6780		
3,52	33,78443	4,22	68,03348					6,20	492,7490
3,53	34,12397	4,23	68,71723					6,21	497,7012
3,54	34,46692	4,24	69,40785	4,90	134,2898	5,55	257,2376	6,22	502,7032
				4,91	135,6394	5,56	259,8228	6,23	507,7555
3,55	34,81332	4,25	70,10541	4,92	137,0026	5,57	262,4341	6,24	512,8585
3,56	35,16320	4,26	70,80998	4,93	138,3795	5,58	265,0716		
3,57	35,51659	4,27	71,52164	4,94	139,7702	5,59	267,7356	6,25	518,0128
3,58	35,87354	4,28	72,24044					6,26	523,2189
3,59	36,23408	4,29	72,96647					6,27	528,4774
				4,95	141,1750	5,60	270,4264	6,28	533,7887
3,60	36,59823	4,30	73,69979	4,96	142,5938	5,61	273,1442	2π	535,4917
3,61	36,96605	4,31	74,44049	4,97	144,0269	5,62	275,8894	6,29	539,1176
3,62	37,33757	4,32	75,18863	4,98	145,4744	5,63	278,6621	6,30	544,5719
				4,99	146,9364	5,64	281,4627	6,40	601,8450

3,63	37,71282	4,33	75,94429	5,00	148,4132	5,65	284,2915	6,50	665,1416
3,64	38,09184	4,34	76,70754	5,01	149,9047	5,66	287,1486	6,60	735,0952
				5,02	151,4113	5,67	290,0345	6,70	812,4036
3,65	38,47467	4,35	77,47846	5,03	152,9330	5,68	292,9494	6,80	897,8475
3,66	38,86134	4,36	78,25713	5,04	154,4700	5,69	295,8936	6,90	992,2747
3,67	39,25191	4,37	79,04363						
3,68	39,64639	4,38	79,83803						
3,69	40,04485	4,39	80,64042	5,05	156,0225	5,70	298,8674	7,00	1096,633
				5,06	157,5905	5,71	301,8711	7,10	1211,967
3,70	40,44730	4,40	81,45087	5,07	159,1743	5,72	304,9049	7,20	1339,431
3,71	40,85381	4,41	82,26946	5,08	160,7741	5,73	307,9693	7,30	1480,300
3,72	41,25439	4,42	83,09629	5,09	162,3897	5,74	311,0644	7,40	1635,984
3,73	41,67911	4,43	83,93142						
3,74	42,09799	4,44	84,77494					7,50	1808,042
				5,10	164,0219	5,75	314,1907	7,60	1998,196
3,75	42,52108	4,45	85,62694	5,11	165,6703	5,76	317,3483	7,70	2208,348
3,76	42,94843	4,46	86,48751	5,12	167,3354	5,77	320,5377	7,80	2440,602
3,77	43,38006	4,47	87,35672	5,13	169,0171	5,78	323,7592	$^{8}/_{3}\pi$	2575,970
3,78	43,81604	4,48	88,23467	5,14	170,7158	5,79	327,0130	7,90	2697,282
3,79	44,25640	4,49	89,12145						
				5,15	172,4315	5,80	330,2996	8,00	2980,958
3,80	44,70118	4,50	90,01713	5,16	174,1645	5,81	333,6191	8,10	3291,468
3,81	45,15044	4,51	90,92182	5,17	175,9148	5,82	336,9720	8,20	3640,950
3,82	45,60421	4,52	91,83560	5,18	177,6828	5,83	340,3587	8,30	4023,872
3,83	46,06254	4,53	92,75856	5,19	179,4685	5,84	343,7793	8,40	4447,067
3,84	46,52547	4,54	93,69080						
				5,20	181,2722	5,85	347,2344	8,50	4914,769
3,85	46,99306	4,55	94,63241	5,21	183,0941	5,86	350,7241	8,60	5431,660
3,86	47,46535	4,56	95,58348	5,22	184,9342	5,87	354,2490	8,70	6002,912
3,87	47,94239	4,57	96,54411	5,23	186,7928	5,88	357,8092	8,80	6634,244
3,88	48,42421	4,58	97,51439	5,24	188,6701	5,89	361,4053	8,90	7331,974
3,89	48,91089	4,59	98,49443						
								9,00	8103,084
				5,25	190,5663	5,90	365,0375	9,10	8955,293
3,90	49,40245	4,60	99,48432	5,26	192,4815	5,91	368,7062	9,20	9897,129
3,91	49,89895	4,61	100,4841	5,27	194,4160	5,92	372,4107	9,30	10938,02
3,92	50,40045	4,62	101,4940	5,28	196,3699	5,93	376,1545	9,40	12088,38
3,93	50,90698	4,63	102,5141	5,29	198,3434	5,94	379,9349	3π	12391,75
3,94	51,41860	4,64	103,5443						
								9,50	13359,73
3,95	51,93537	4,65	104,5850	5,30	200,3368	5,95	383,7533	9,60	14764,78
3,96	52,45733	4,66	105,6361	5,31	202,3502	5,96	387,6101	9,70	16317,61
3,97	52,98453	4,67	106,6977	5,32	204,3839	5,97	391,5057	9,80	18033,74
3,98	53,51703	4,68	107,7701	5,33	206,4380	5,98	395,4404	9,90	19950,37
3,99	54,05489	4,69	108,8532	5,34	208,5127	5,99	399,4146	10,00	22026,47

ТАБЛИЦА X.

Значения показательной функции e^{-x}.

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
0,000	1,00000	0,50	0,60653	1,20	0,30119	1,90	0,14957	2,60	0,07427
0,001	0,99900	0,51	0,60050	1,21	0,29820	1,91	0,14808	2,61	0,07353
0,002	0,99800	0,52	0,59452	1,22	0,29523	1,92	0,14661	2,62	0,07280
		0,53	0,58860	1,23	0,29229	1,93	0,14515	2,63	0,07208
0,003	0,99700	0,54	0,58275	1,24	0,28938	1,94	0,14370	2,64	0,07136
0,004	0,99601								
0,005	0,99501	0,55	0,57695	1,25	0,28650	1,95	0,14227	2,65	0,07065
0,006	0,99402	0,56	0,57121	1,26	0,28365	1,96	0,14086	2,66	0,06995
0,007	0,99302	0,57	0,56553	1,27	0,28083	1,97	0,13946	2,67	0,06925
		0,58	0,55990	1,28	0,27804	1,98	0,13807	2,68	0,06856
0,008	0,99203	0,59	0,55433	1,29	0,27527	1,99	0,13670	2,69	0,06788
0,009	0,99104								
0,010	0,99005	0,60	0,54881	1,30	0,27253	2,00	0,13534	2,70	0,06721
0,011	0,98906	0,61	0,54335	1,31	0,26982	2,01	0,13399	2,71	0,06654
0,012	0,98807	0,62	0,53794	1,32	0,26714	2,02	0,13266	2,72	0,06587
		0,63	0,53259	1,33	0,26448	2,03	0,13134	2,73	0,06522
0,013	0,98708	0,64	0,52729	1,34	0,26185	2,04	0,13003	2,74	0,06457
0,014	0,98610								
0,015	0,98511	0,65	0,52205	1,35	0,25924	2,05	0,12873	2,75	0,06393
0,016	0,98413	0,66	0,51685	1,36	0,25666	2,06	0,12745	2,76	0,06329
0,017	0,98314	0,67	0,51171	1,37	0,25411	2,07	0,12619	2,77	0,06266
		0,68	0,50662	1,38	0,25158	2,08	0,12493	2,78	0,06204
0,018	0,98216	0,69	0,50158	1,39	0,24908	2,09	0,12369	2,79	0,06142
0,019	0,98118								
0,020	0,98020	0,70	0,49659	1,40	0,24660	2,10	0,12246	2,80	0,06081
0,030	0,97045	0,71	0,49164	1,41	0,24414	2,11	0,12124	2,81	0,06021
0,040	0,96079	0,72	0,48675	1,42	0,24171	2,12	0,12003	2,82	0,05961
		0,73	0,48191	1,43	0,23931	2,13	0,11884	2,83	0,05901
0,05	0,95123	0,74	0,47711	1,44	0,23693	2,14	0,11765	2,84	0,05843
0,06	0,94176	0,75	0,47237	1,45	0,23457	2,15	0,11648	2,85	0,05784
0,07	0,93239	0,76	0,46767	1,46	0,23224	2,16	0,11533	2,86	0,05727
0,08	0,92312	0,77	0,46301	1,47	0,22993	2,17	0,11418	2,87	0,05670
0,09	0,91393	0,78	0,45841	1,48	0,22764	2,18	0,11304	2,88	0,05613
		0,79	0,45384	1,49	0,22537	2,19	0,11192	2,89	0,05558
0,10	0,90484	0,80	0,44933	1,50	0,22313	2,20	0,11080	2,90	0,05502
0,11	0,89583	0,81	0,44486	1,51	0,22091	2,21	0,10970	2,91	0,05448

0,12	0,88692	0,82	0,44043	1,52	0,21871	2,22	0,10861	2,92	0,05393
0,13	0,87810	0,83	0,43605	1,53	0,21654	2,23	0,10753	2,93	0,05340
0,14	0,86936	0,84	0,43171	1,54	0,21438	2,24	0,10646	2,94	0,05287
0,15	0,86071	0,85	0,42741	1,55	0,21225	2,25	0,10540	2,95	0,05234
0,16	0,85214	0,86	0,42316	1,56	0,21014	2,26	0,10435	2,96	0,05182
0,17	0,84366	0,87	0,41895	1,57	0,20805	2,27	0,10331	2,97	0,05130
0,18	0,83527	0,88	0,41478	½ π	0,20788	2,28	0,10228	2,98	0,05079
0,19	0,82696	0,89	0,41066	1,58	0,20598	2,29	0,10127	2,99	0,05029
				1,59	0,20393				
0,20	0,81873	0,90	0,40657	1,60	0,20190	2,30	0,10026	3,00	0,04979
0,21	0,81058	0,91	0,40252	1,61	0,19989	2,31	0,09926	3,01	0,04929
0,22	0,80252	0,92	0,39852	1,62	0,19790	2,32	0,09827	3,02	0,04880
0,23	0,79453	0,93	0,39455	1,63	0,19593	2,33	0,09730	3,03	0,04832
0,24	0,78663	0,94	0,39063	1,64	0,19398	2,34	0,09623	3,04	0,04783
0,25	0,77880	0,95	0,38674	1,65	0,19205	2,35	0,09537	3,05	0,04736
0,26	0,77105	0,96	0,38289	1,66	0,19014	2,36	0,09442	3,06	0,04689
0,27	0,76338	0,97	0,37908	1,67	0,18825	2,37	0,09348	3,07	0,04642
0,28	0,75578	0,98	0,37531	1,68	0,18637	2,38	0,09255	3,08	0,04596
0,29	0,74826	0,99	0,37158	1,69	0,18452	2,39	0,09163	3,09	0,04550
0,30	0,74082	1,00	0,36788	1,70	0,18268	2,40	0,09072	3,10	0,04505
0,31	0,73345	1,01	0,36422	1,71	0,18087	2,41	0,08982	3,11	0,04460
0,32	0,72615	1,02	0,36059	1,72	0,17907	2,42	0,08892	3,12	0,04416
0,33	0,71892	1,03	0,35701	1,73	0,17728	2,43	0,08804	3,13	0,04372
0,34	0,71177	1,04	0,35345	1,74	0,17552	2,44	0,08716	3,14	0,04328
								π	0,04321
0,35	0,70469	1,05	0,34994	1,75	0,17377	2,45	0,08629	3,15	0,04285
0,36	0,69768	1,06	0,34646	1,76	0,17204	2,46	0,08543	3,16	0,04243
0,37	0,69073	1,07	0,34301	1,77	0,17033	2,47	0,08458	3,17	0,04200
0,38	0,68386	1,08	0,33960	1,78	0,16864	2,48	0,08374	3,18	0,04159
0,39	0,67706	1,09	0,33622	1,79	0,16696	2,49	0,08291	3,19	0,04117
0,40	0,67032	1,10	0,33287	1,80	0,16530	2,50	0,08208	3,20	0,04076
0,41	0,66365	1,11	0,32956	1,81	0,16365	2,51	0,08127	3,21	0,04036
0,42	0,65705	1,12	0,32628	1,82	0,16203	2,52	0,08046	3,22	0,03996
0,43	0,65051	1,13	0,32303	1,83	0,16041	2,53	0,07966	3,23	0,03956
0,44	0,64404	1,14	0,31982	1,84	0,15882	2,54	0,07887	3,24	0,03916
0,45	0,63763	1,15	0,31664	1,85	0,15724	2,55	0,07808	3,25	0,03877
0,46	0,63128	1,16	0,31349	1,86	0,15567	2,56	0,07730	3,26	0,03839
0,47	0,62500	1,17	0,31037	1,87	0,15412	2,57	0,07654	3,27	0,03801
0,48	0,61878	1,18	0,30728	1,88	0,15259	2,58	0,07577	3,28	0,03763
0,49	0,61263	1,19	0,30422	1,89	0,15107	2,59	0,07502	3,29	0,03725

3,30	0,03688	4,00	0,01832	4,70	0,00910	5,35	0,00475	6,00	0,00248
3,31	0,03652	4,01	0,01813	4,71	0,00900	5,36	0,00470	6,01	0,00245
3,32	0,03615	4,02	0,01795	$^3/_2\pi$	0,00898	5,37	0,00465	6,02	0,00243
3,33	0,03579	4,03	0,01777	4,72	0,00891	5,38	0,00461	6,03	0,00240
3,34	0,03544	4,04	0,01760	4,73	0,00883	5,39	0,00456	6,04	0,00238
				4,74	0,00874				
3,35	0,03508	4,05	0,01742					6,05	0,00236
3,36	0,03474	4,06	0,01725			5,40	0,00452	6,06	0,00233
3,37	0,03439	4,07	0,01708	4,75	0,00865	5,41	0,00447	6,07	0,00231
3,38	0,03405	4,08	0,01691	4,76	0,00857	5,42	0,00443	6,08	0,00229
3,39	0,03371	4,09	0,01674	4,77	0,00848	5,43	0,00438	6,09	0,00226
				4,78	0,00840	5,44	0,00434		
3,40	0,03337	4,10	0,01657	4,79	0,00831				
3,41	0,03304	4,11	0,01641					6,10	0,00224
3,42	0,03271	4,12	0,01624					6,11	0,00222
3,43	0,03239	4,13	0,01608	4,80	0,00823	5,45	0,00430	6,12	0,00220
3,44	0,03206	4,14	0,01592	4,81	0,00815	5,46	0,00425	6,13	0,00218
				4,82	0,00807	5,47	0,00421	6,14	0,00215
3,45	0,03175	4,15	0,01576	4,83	0,00799	5,48	0,00417		
3,46	0,03143	4,16	0,01561	4,84	0,00791	5,49	0,00413		
3,47	0,03112	4,17	0,01545					6,15	0,00213
3,48	0,03081	4,18	0,01530					6,16	0,00211
3,49	0,03050	4,19	0,01515	4,85	0,00783	5,50	0,00409	6,17	0,00209
				4,86	0,00775	5,51	0,00405	6,18	0,00207
3,50	0,03020	4,20	0,01500	4,87	0,00767	5,52	0,00401	6,19	0,00205
3,51	0,02990	4,21	0,01485	4,88	0,00760	5,53	0,00397		
3,52	0,02960	4,22	0,01470	4,89	0,00752	5,54	0,00393		
3,53	0,02930	4,23	0,01455					6,20	0,00203
3,54	0,02901	4,24	0,01441					6,21	0,00201
				4,90	0,00745	5,55	0,00389	6,22	0,00199
3,55	0,02872	4,25	0,01426	4,91	0,00737	5,56	0,00385	6,23	0,00197
3,56	0,02844	4,26	0,01412	4,92	0,00730	5,57	0,00381	6,24	0,00195
3,57	0,02816	4,27	0,01398	4,93	0,00723	5,58	0,00377		
3,58	0,02788	4,28	0,01384	4,94	0,00715	5,59	0,00373		
3,59	0,02760	4,29	0,01370					6,25	0,00193
				4,95	0,00708	5,60	0,00370	6,26	0,00191
3,60	0,02732	4,30	0,01357	4,96	0,00701	5,61	0,00366	6,27	0,00189
3,61	0,02705	4,31	0,01343	4,97	0,00694	5,62	0,00362	6,28	0,00187
3,62	0,02678	4,32	0,01330	4,98	0,00687	5,63	0,00359	2π	0,00187
				4,99	0,00681	5,64	0,00355	6,29	0,00185
								6,30	0,00184
								6,40	0,00166

3,63	0,02652	4,33	0,01317	5,00	0,00674	5,65	0,00352	6,50	0,00150
3,64	0,02625	4,34	0,01304	5,01	0,00667	5,66	0,00348	6,60	0,00136
				5,02	0,00660	5,67	0,00345	6,70	0,00123
3,65	0,02599	4,35	0,01291	5,03	0,00654	5,68	0,00341	6,80	0,00111
3,66	0,02573	4,36	0,01278	5,04	0,00647	5,69	0,00338	6,90	0,00101
3,67	0,02548	4,37	0,01265						
3,68	0,02522	4,38	0,01253						
3,69	0,02497	4,39	0,01240	5,05	0,00641	5,70	0,00335	7,00	0,00091
				5,06	0,00635	5,71	0,00331	7,10	0,00083
3,70	0,02472	4,40	0,01228	5,07	0,00628	5,72	0,00328	7,20	0,00075
3,71	0,02448	4,41	0,01216	5,08	0,00622	5,73	0,00325	7,30	0,00068
3,72	0,02423	4,42	0,01203	5,09	0,00616	5,74	0,00321	7,40	0,00061
3,73	0,02399	4,43	0,01191						
3,74	0,02375	4,44	0,01180					7,50	0,00055
				5,10	0,00610	5,75	0,00318	7,60	0,00050
3,75	0,02352	4,45	0,01168	5,11	0,00604	5,76	0,00315	7,70	0,00045
3,76	0,02328	4,46	0,01156	5,12	0,00598	5,77	0,00312	7,80	0,00041
3,77	0,02305	4,47	0,01145	5,13	0,00592	5,78	0,00309	$5/2\pi$	0,00039
3,78	0,02282	4,48	0,01133	5,14	0,00586	5,79	0,00306	7,90	0,00037
3,79	0,02260	4,49	0,01122						
				5,15	0,00580	5,80	0,00303	8,00	0,00034
3,80	0,02237	4,50	0,01111	5,16	0,00574	5,81	0,00300	8,10	0,00030
3,81	0,02215	4,51	0,01100	5,17	0,00568	5,82	0,00297	8,20	0,00027
3,82	0,02193	4,52	0,01089	5,18	0,00563	5,83	0,00294	8,30	0,00025
3,83	0,02171	4,53	0,01078	5,19	0,00557	5,84	0,00291	8,40	0,00022
3,84	0,02149	4,54	0,01067						
				5,20	0,00552	5,85	0,00288	8,50	0,00020
3,85	0,02128	4,55	0,01057	5,21	0,00546	5,86	0,00285	8,60	0,00018
3,86	0,02107	4,56	0,01046	5,22	0,00541	5,87	0,00282	8,70	0,00017
3,87	0,02086	4,57	0,01036	5,23	0,00535	5,88	0,00279	8,80	0,00015
3,88	0,02065	4,58	0,01025	5,24	0,00530	5,89	0,00277	8,90	0,00014
3,89	0,02045	4,59	0,01015						
				5,25	0,00525	5,90	0,00274	9,00	0,00012
3,90	0,02024	4,60	0,01005	5,26	0,00519	5,91	0,00271	9,10	0,00011
3,91	0,02004	4,61	0,00995	5,27	0,00514	5,92	0,00268	9,20	0,00010
3,92	0,01984	4,62	0,00985	5,28	0,00509	5,93	0,00266	9,30	0,00009
3,93	0,01964	4,63	0,00976	5,29	0,00504	5,94	0,00263	9,40	0,00008
3,94	0,01945	4,64	0,00966					3π	0,00008
								9,50	0,00007
3,95	0,01925	4,65	0,00956	5,30	0,00499	5,95	0,00261	9,60	0,00007
3,96	0,01906	4,66	0,00947	5,31	0,00494	5,96	0,00258	9,70	0,00006
3,97	0,01887	4,67	0,00937	5,32	0,00489	5,97	0,00255	9,80	0,00006
3,98	0,01869	4,68	0,00928	5,33	0,00484	5,98	0,00253	9,90	0,00005
3,99	0,01850	4,69	0,00919	5,34	0,00480	5,99	0,00250	10,00	0,00005

ТАБЛИЦА XI.

Значения гиперболического синуса $\mathrm{Sh}\,x$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0100	0,0200	0,0300	0,0400	0,0500	0,0600	0,0701	0,0801	0,0901
0,1	0,1002	0,1102	0,1203	0,1304	0,1405	0,1506	0,1607	0,1708	0,1810	0,1911
0,2	0,2013	0,2115	0,2218	0,2320	0,2423	0,2526	0,2629	0,2733	0,2837	0,2941
0,3	0,3045	0,3150	0,3255	0,3360	0,3466	0,3572	0,3678	0,3785	0,3892	0,4000
0,4	0,4108	0,4216	0,4325	0,4434	0,4543	0,4653	0,4764	0,4875	0,4986	0,5098
0,5	0,5211	0,5324	0,5438	0,5552	0,5666	0,5782	0,5897	0,6014	0,6131	0,6248
0,6	0,6367	0,6485	0,6605	0,6725	0,6846	0,6967	0,7090	0,7213	0,7336	0,7461
0,7	0,7586	0,7712	0,7838	0,7966	0,8094	0,8223	0,8353	0,8484	0,8615	0,8748
0,8	0,8881	0,9015	0,9150	0,9286	0,9423	0,9561	0,9700	0,9840	0,9981	1,0122
0,9	1,0265	1,0409	1,0554	1,0700	1,0847	1,0995	1,1144	1,1294	1,1446	1,1598
1,0	1,1752	1,1907	1,2063	1,2220	1,2379	1,2539	1,2700	1,2862	1,3025	1,3190
1,1	1,3356	1,3524	1,3693	1,3863	1,4035	1,4208	1,4382	1,4558	1,4735	1,4914
1,2	1,5095	1,5276	1,5460	1,5645	1,5831	1,6019	1,6209	1,6400	1,6593	1,6788
1,3	1,6984	1,7182	1,7381	1,7583	1,7786	1,7991	1,8198	1,8406	1,8617	1,8829
1,4	1,9043	1,9259	1,9477	1,9697	1,9919	2,0143	2,0369	2,0597	2,0827	2,1059
1,5	2,1293	2,1529	2,1768	2,2008	2,2251	2,2496	2,2743	2,2993	2,3245	2,3499
1,6	2,3756	2,4015	2,4276	2,4540	2,4806	2,5075	2,5346	2,5620	2,5896	2,6175
1,7	2,6456	2,6740	2,7027	2,7317	2,7609	2,7904	2,8202	2,8503	2,8806	2,9112
1,8	2,9422	2,9734	3,0049	3,0367	3,0689	3,1013	3,1340	3,1671	3,2005	3,2341
1,9	3,2682	3,3025	3,3372	3,3722	3,4075	3,4432	3,4792	3,5156	3,5523	3,5894
2,0	3,6269	3,6647	3,7028	3,7414	3,7803	3,8196	3,8593	3,8993	3,9398	3,9806
2,1	4,0219	4,0635	4,1056	4,1480	4,1909	4,2342	4,2779	4,3221	4,3666	4,4117
2,2	4,4571	4,5030	4,5494	4,5962	4,6434	4,6912	4,7394	4,7880	4,8372	4,8868
2,3	4,9370	4,9876	5,0387	5,0903	5,1425	5,1951	5,2483	5,3020	5,3562	5,4109
2,4	5,4662	5,5221	5,5785	5,6354	5,6929	5,7510	5,8097	5,8689	5,9288	5,9892
2,5	6,0502	6,1118	6,1741	6,2369	6,3004	6,3645	6,4293	6,4946	6,5607	6,6274
2,6	6,6947	6,7628	6,8315	6,9009	6,9709	7,0417	7,1132	7,1854	7,2583	7,3319
2,7	7,4063	7,4814	7,5572	7,6338	7,7112	7,7894	7,8683	7,9480	8,0285	8,1098
2,8	8,1919	8,2749	8,3586	8,4432	8,5287	8,6150	8,7021	8,7902	8,8791	8,9689
2,9	9,0596	9,1512	9,2437	9,3371	9,4315	9,5268	9,6231	9,7203	9,8185	9,9177
3,0	10,0179	10,1191	10,2212	10,3245	10,4287	10,5340	10,6403	10,7477	10,8562	10,9658

3,1	11,0765	11,1882	11,3011	11,4151	11,5303	11,6466	11,7641	11,8827	12,0026	12,1236
3,2	12,2459	12,3694	12,4941	12,6201	12,7473	12,8758	13,0056	13,1367	13,2691	13,4028
3,3	13,5379	13,6743	13,8121	13,9513	14,0919	14,2338	14,3772	14,5221	14,6684	14,8161
3,4	14,965	15,116	15,268	15,422	15,577	15,734	15,893	16,053	16,214	16,378
3,5	16,543	16,709	16,877	17,047	17,219	17,392	17,567	17,744	17,923	18,103
3,6	18,285	18,470	18,655	18,843	19,033	19,224	19,418	19,613	19,811	20,010
3,7	20,211	20,415	20,620	20,828	21,037	21,249	21,463	21,679	21,897	22,117
3,8	22,339	22,564	22,791	23,020	23,252	23,486	23,722	23,961	24,202	24,445
3,9	24,691	24,939	25,190	25,444	25,700	25,958	26,219	26,483	26,749	27,018
4,0	27,290	27,564	27,842	28,122	28,404	28,690	28,979	29,270	29,564	29,862
4,1	30,162	30,465	30,772	31,081	31,393	31,709	32,028	32,350	32,675	33,004
4,2	33,336	33,671	34,009	34,351	34,697	35,046	35,398	35,754	36,113	36,476
4,3	36,843	37,214	37,588	37,966	38,347	38,733	39,122	39,515	39,913	40,314
4,4	40,719	41,129	41,542	41,960	42,382	42,808	43,238	43,673	44,112	44,555
4,5	45,003	45,455	45,912	46,374	46,840	47,311	47,787	48,267	48,752	49,242
4,6	49,737	50,237	50,742	51,252	51,767	52,288	52,813	53,344	53,880	54,422
4,7	54,969	55,522	56,080	56,643	57,213	57,788	58,369	58,955	59,548	60,147
4,8	60,751	61,362	61,979	62,601	63,231	63,866	64,508	65,157	65,812	66,473
4,9	67,141	67,816	68,498	69,186	69,882	70,584	71,293	72,010	72,734	73,465
5,0	74,203	74,949	75,702	76,463	77,232	78,008	78,792	79,584	80,384	81,192
5,1	82,008	82,832	83,665	84,506	85,355	86,213	87,079	87,955	88,839	89,731
5,2	90,633	91,544	92,464	93,393	94,332	95,280	96,238	97,205	98,182	99,169
5,3	100,166	101,172	102,189	103,217	104,254	105,302	106,360	107,429	108,509	109,599
5,4	110,701	111,814	112,937	114,072	115,219	116,377	117,547	118,728	119,921	121,127
5,5	122,344	123,574	124,816	126,070	127,337	128,617	129,909	131,215	132,534	133,866
5,6	135,211	136,570	137,943	139,329	140,730	142,144	143,573	145,016	146,473	147,945
5,7	149,432	150,934	152,451	153,983	155,531	157,094	158,673	160,267	161,878	163,505
5,8	165,148	166,808	168,485	170,178	171,888	173,616	175,361	177,123	178,903	180,701
5,9	182,517	184,352	186,205	188,076	189,966	191,875	193,804	195,752	197,719	199,706
6,0	201,713	203,740	205,788	207,857	209,945	212,055	214,187	216,339	218,513	220,710
6,1	223,928	225,168	227,431	229,717	232,026	234,358	236,713	239,092	241,495	243,922
6,2	246,374	248,850	251,351	253,877	256,429	259,005	261,609	264,238	266,893	269,558
6,3	272,285									

Примечание. При дальнейших значениях x можно считать $\operatorname{Sh} x \simeq \operatorname{Ch} x \simeq \frac{1}{2} e^x$ (см. выше таблицу IX).

ТАБЛИЦА XII.

Значения гиперболического косинуса Ch x.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	1,0000	1,0001	1,0002	1,0005	1,0008	1,0013	1,0018	1,0025	1,0032	1,0041
0.1	1,0050	1,0061	1,0072	1,0085	1,0098	1,0113	1,0128	1,0145	1,0162	1,0181
0,2	1,0201	1,0221	1,0243	1,0266	1,0289	1,0314	1,0340	1,0367	1,0395	1,0423
0.3	1,0453	1,0484	1,0516	1,0549	1,0584	1,0619	1,0655	1,0692	1,0731	1,0770
0.4	1,0811	1,0852	1,0895	1,0939	1,0984	1,1030	1,1077	1,1125	1,1174	1,1225
0,5	1,1276	1,1329	1,1383	1,1438	1,1494	1,1551	1,1609	1,1669	1,1730	1,1792
0,6	1,1855	1,1919	1,1984	1,2051	1,2119	1,2188	1,2258	1,2330	1,2402	1,2476
0,7	1,2552	1,2628	1,2706	1,2785	1,2865	1,2947	1,3030	1,3114	1,3199	1,3286
0.8	1,3374	1,3464	1,3555	1,3647	1,3740	1,3835	1,3932	1,4029	1,4128	1,4229
0,9	1,4331	1,4434	1,4539	1,4645	1,4753	1,4862	1,4973	1,5085	1,5199	1,5314
1,0	1,5431	1,5549	1,5669	1,5790	1 5913	1,6038	1,6164	1,6292	1,6421	1,6552
1.1	1,6685	1,6820	1,6956	1,7093	1,7233	1,7374	1,7517	1,7662	1,7808	1,7956
1,2	1,8107	1,8258	1,8412	1,8568	1,8725	1,8884	1,9045	1,9208	1,9373	1,9540
1,3	1,9709	1,9880	2,0053	2,0228	2,0404	2,0583	2,0764	2,0947	2,1132	2,1320
1,4	2,1509	2,1700	2,1894	2,2090	2,2288	2,2488	2.269	2,2896	2,3103	2,3312
1,5	2,3524	2,3738	2,3955	2,4174	2,4395	2,4619	2,4845	2,5073	2,5305	2.5538
1,6	2,5775	2,6013	2,6255	2,6499	2,6746	2,6995	2,7247	2,7502	2,7760	2,8020
1,7	2.8283	2,8549	2,8818	2,9090	2.9364	2,9642	2,9922	3,0206	3,0492	3,0782
1,8	3,1075	3,1371	3,1669	3,1972	3,2277	3,2585	3,2897	3,3212	3,3530	3,3852
1,9	3,4177	3,4506	3,4838	3,5173	3,5512	3.5855	3,6201	3,6551	3,6904	3,7261
2,0	3,7622	3,7987	3,8355	3,8727	3,9103	3,9483	3,9867	4,0255	4.0647	4,1043
2,1	4,1443	4,1847	4,2256	4,2668	4,3085	4,3507	4.3932	4,4362	4.4797	4,5236
2,2	4,5679	4,6127	4,6580	4,7037	4,7499	4,7966	4,8437	4,8914	4,9395	4,9881
2,3	5,0372	5,0868	5,1370	5,1876	5,2388	5,2905	5,3427	5,3954	5,4487	5,5026
2,4	5,5569	5,6119	5,6674	5,7235	5,7801	5,8373	5,8951	5,9535	6,0125	6,0721
2,5	6,1323	6,1931	6,2545	6,3166	6.3793	6,4426	6,5066	6,5712	6,6365	6,7024
2,6	6,7690	6,8363	6,9043	6,9729	7,0423	7,1123	7,1831	7,2546	7,3268	7,3998
2,7	7.4735	7,5479	7,6231	7,6990	7,7758	7,8533	7,9316	8.0106	8,0905	8,1712
2.8	8,2527	8,3351	8,4182	8,5022	8,5871	8,6728	8,7594	8,8469	8.9352	9,0244
2,9	9,1146	9,2056	9,2976	9,3905	9,4844	9,5791	9,6749	9,7716	9,8693	9,9680
3,0	10,0677	10,1683	10,2700	10,3728	10,4765	10,5813	10,6872	10,7942	10,9022	11,0113

3,1	11,1215	11,2328	11,3453	11,4588	11,5736	11,6895	11,8065	11,9247	12,0442	12,1648
3,2	12,2866	12,4097	12,5340	12,6596	12,7864	12,9146	13,0440	13,1747	13,3067	13,4401
3,3	13,5748	13,7108	13,8482	13,9871	14,1273	14,2689	14,4120	14,5565	14,7024	14,8498
3,4	14,999	15,149	15,301	15,455	15,610	15,766	15,924	16,084	16,245	16,408
3,5	16,573	16,739	16,907	17,077	17,248	17,421	17,596	17,772	17,951	18,131
3,6	18,313	18,497	18,682	18,870	19,059	19,250	19,444	19,639	19,836	20,035
3,7	20,236	20,439	20,644	20,852	21,061	21,272	21,486	21,702	21,919	22,139
3,8	22,362	22,586	22,813	23,042	23,273	23,507	23,743	23,982	24,222	24,466
3,9	24,711	24,959	25,210	25,463	25,719	25,977	26,238	26,502	26,768	27,037
4,0	27,308	27,582	27,860	28,139	28,422	28,707	28,996	29,287	29,581	29,878
4,1	30,178	30,482	30,788	31,097	31,409	31,725	32,044	32,365	32,691	33,019
4,2	33,351	33,686	34,024	34,366	34,711	35,060	35,412	35,768	36,127	36,490
4,3	36,857	37,227	37,601	37,979	38,360	38,746	39,135	39,528	39,925	40,326
4,4	40,732	41,141	41,554	41,972	42,393	42,819	43,250	43,684	44,123	44,566
4,5	45,014	45,466	45,923	46,385	46,851	47,321	47,797	48,277	48,762	49,252
4,6	49,747	50,247	50,752	51,262	51,777	52,297	52,823	53,354	53,890	54,431
4,7	54,978	55,531	56,089	56,652	57,221	57,796	58,377	58,964	59,556	60,155
4,8	60,759	61,370	61,987	62,609	63,239	63,874	64,516	65,164	65,819	66,481
4,9	67,149	67,823	68,505	69,193	69,889	70,591	71 300	72,017	72,741	73,472
5,0	74,210	74,956	75,709	76,470	77,238	78,014	78,798	79,590	80,390	81,198
5,1	82,014	82,838	83,671	84,512	85,361	86,219	87,085	87,960	88.844	89,737
5,2	90,639	91,550	92,470	93,399	94,338	95,286	96,243	97,211	98.187	99,174
5,3	100,171	101,178	102,194	103,221	104,259	105,307	106,365	107,434	108,513	109,604
5,4	110.705	111,818	112,942	114,077	115,223	116,381	117,551	118,732	119,924	121,131
5,5	122.348	123,578	124,820	126,074	127,341	128,621	129,913	131,219	132,538	133,870
5,6	135,215	136,574	137,947	139,333	140,733	142,147	143,576	145,019	146,476	147,949
5,7	149,435	150,937	152,454	153,986	155,534	157,097	158,676	160,270	161,881	163,508
5,8	165,151	166,811	168,488	170,181	171,891	173,619	175,363	177,126	178.906	180,704
5,9	182,520	184,354	186,207	188,079	189,969	191,878	193,806	195,754	197,721	199,709
6,0	201,716	203,743	205,791	207,859	209,948	212,058	214,189	216,341	218,516	220,712
6,1	222930	225,170	227,433	229,720	232,028	234,360	236,715	239,094	241,497	243,924
6,2	246,376	248,852	251,352	253,879	256,430	259,007	261,610	264,240	266,895	269,560
6,3	272,287									

Примечание. При дальнейших значениях x можно считать $\operatorname{Ch} x \cong \operatorname{Sh} x \cong \frac{1}{2} e^x$ (см. выше таблицу IX).

ТАБЛИЦА XIII.

Значения гиперболического тангенса Th x.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,100	0200	0300	0400	0500	0599	0699	0798	0898
0,1	0,0997	1096	1194	1293	1391	1489	1587	1684	1781	1878
0,2	0,1974	2070	2165	2260	2355	2449	2543	2636	2729	2821
0,3	0,2913	3004	3095	3185	3275	3364	3452	3540	3627	3714
0,4	0,3800	3885	3969	4053	4136	4219	4301	4382	4462	4542
0,5	0,4621	4700	4777	4854	4930	5005	5080	5154	5227	5299
0,6	0,5370	5441	5511	5581	5649	5717	5784	5850	5915	5980
0,7	0,6044	6107	6169	6231	6291	6352	6411	6469	6527	6584
0,8	0,6640	6696	6751	6805	6858	6911	6963	7014	7064	7114
0,9	0,7163	7211	7259	7306	7352	7398	7443	7487	7531	7574
1,0	0,7616	7658	7699	7739	7779	7818	7857	7895	7932	7969
1,1	0,8005	8041	8076	8110	8144	8178	8210	8243	8275	8306
1,2	0,8337	8367	8397	8426	8455	8483	8511	8538	8565	8591
1,3	0,8617	8643	8668	8693	8717	8741	8764	8787	8810	8832
1,4	0,8854	8875	8896	8917	8937	8957	8977	8996	9015	9033
1,5	0,9052	9069	9087	9104	9121	9138	9154	9170	9186	9202
1,6	0,9217	9232	9246	9261	9275	9289	9302	9316	9329	9342
1,7	0,9354	9367	9379	9391	9402	9414	9425	9436	9447	9458
1,8	0,9468	9478	9488	9498	9508	9518	9527	9536	9545	9554
1,9	0,9562	9571	9579	9587	9595	9603	9611	9619	9626	9633
2,0	0,9640	9647	9654	9661	9668	9674	9680	9687	9693	9699
2,1	0,9705	9710	9716	9722	9727	9732	9738	9743	9748	9753
2,2	0,9757	9762	9767	9771	9776	9780	9785	9789	9793	9797
2,3	0,9801	9805	9809	9812	9816	9820	9823	9827	9830	9834
2,4	0,9837	9840	9843	9846	9849	9852	9855	9858	9861	9864
2,5	0,9866	9869	9871	9874	9876	9879	9881	9884	9886	9888
2,6	0,9890	9892	9895	9897	9899	9901	9903	9905	9906	9908
2,7	0,9910	9912	9914	9915	9917	9919	9920	9922	9923	9925
2,8	0,9926	9928	9929	9931	9932	9933	9935	9936	9937	9938
2,9	0,9940	9941	9942	9943	9944	9945	9946	9948	9949	9950
3,0	0,9951	9952	9953	9953	9954	9955	9956	9957	9958	9959
3,1	0,9960	9960	9961	9962	9963	9963	9964	9965	9966	9966
3,2	0,9967	9968	9968	9969	9969	9970	9971	9971	9972	9972
3,3	0,9973	9973	9974	9974	9975	9975	9976	9976	9977	9977
3,4	0,9978	9978	9979	9979	9980	9980	9980	9981	9981	9981
3,5	0,9982	9982	9982	9983	9983	9984	9984	9984	9985	9985
3,6	0,9985	9985	9986	9986	9986	9986	9987	9987	9987	9988
3,7	0,9988	9988	9988	9989	9989	9989	9989	9989	9990	9990
3,8	0,9990	9990	9990	9991	9991	9991	9991	9991	9992	9992
3,9	0,9992	9992	9992	9992	9992	9993	9993	9993	9993	9993
4,0	0,9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9994	9994	9994
4,1	0,9995	9995	9995	9995	9995	9995	9995	9995	9995	9995
4,2	0,9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996
4,3	0,9996	9996	9996	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997
4,4	0,9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998
4,5	0,9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998
4,6	0,9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998
4,7	0,9998	9998	9998	9998	9999	9999	9999	9999	9999	9999
5,0	0,9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
5,2	0,9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999

Примечание. При дальнейших значениях x можно считать Th $x \cong 1{,}000$.

ТАБЛИЦА XIV.

Значения гиперболического котангенса Cth x.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	∞	100,0	50,00	33,34	24,56	20,02	16,69	14,31	12,53	11,14
0,1	10.03	9,129	8,374	7,736	7,190	6,715	6,304	5.939	5,616	5,326
0,2	5,066	4,832	4,618	4,424	4,246	4,083	3,933	3,793	3,664	3,544
0,3	3,432	3,328	3,231	3,140	3,053	2,973	2,897	2,825	2,757	2,693
0,4	2,632	2,574	2,519	2,467	2,418	2,370	2,325	2,282	2,241	2,201
0,5	2,164	2,128	2,093	2,060	2,029	1,998	1,969	1,940	1,913	1,887
0,6	1,862	1,838	1,814	1,792	1,770	1,749	1,729	1,710	1,690	1,672
0,7	1,655	1,638	1,621	1,605	1,589	1,574	1,560	1,546	1,532	1,519
0,8	1,506	1,493	1,481	1,470	1,458	1,447	1,436	1,426	1,415	1,406
0,9	1,396	1,387	1,378	1,369	1,360	1,352	1,344	1,336	1,328	1,320
1,0	1,313	1,306	1,299	1,292	1,286	1,279	1,273	1,267	1,261	1,255
1,1	1,249	1,244	1,238	1,233	1,228	1,223	1,218	1,213	1,209	1,204
1,2	1,200	1,195	1,191	1,187	1,183	1,179	1,175	1,171	1,168	1,164
1,3	1,160	1,157	1,154	1,151	1,147	1,144	1,141	1,138	1,135	1,132
1,4	1,130	1,127	1,124	1,121	1,119	1,116	1,114	1,112	1,109	1,107
1,5	1,105	1,103	1,101	1,099	1,096	1,094	1,092	1,090	1,089	1,087
1,6	1,085	1,083	1,081	1,080	1,078	1,077	1,075	1,074	1,072	1,071
1,7	1,069	1,068	1,066	1,065	1,064	1,062	1,061	1,060	1,059	1,057
1,8	1,056	1,055	1,054	1,053	1,052	1,051	1,050	1.049	1,048	1,047
1,9	1,046	1,045	1,044	1,043	1,042	1,041	1,040	1.040	1,039	1,038
2,0	1,037	1,037	1,036	1,035	1,034	1,034	1,033	1,032	1,032	1,031
2,1	1,030	1,030	1,029	1,029	1,028	1,028	1,027	1,026	1,026	1,025
2,2	1,025	1,024	1,024	1,023	1,023	1,022	1,022	1,022	1,021	1,021
2,3	1,020	1,020	1,020	1,019	1,019	1,018	1,018	1,018	1,017	1,017
2,4	1,017	1,016	1,016	1,016	1,015	1,015	1,015	1,014	1,014	1,014
2,5	1,014	1,013	1,013	1,013	1,013	1,012	1,012	1,012	1,012	1,011
2,6	1,011	1,011	1,011	1,010	1,010	1,010	1,010	1,010	1,010	1,010
2,7	1.010	1,010	1,009	1,009	1,008	1,008	1,008	1.008	1,008	1,008
2,8	1,007	1,007	1,007	1,007	1,007	1,007	1,007	1,006	1,006	1,006
2,9	1,006	1,006	1,006	1,006	1,006	1,006	1,005	1,005	1,005	1,005
3,0	1,005	1,005	1,005	1,005	1,005	1,005	1,004	1,004	1,004	1,004
3,1	1.004	1,004	1,004	1,004	1,004	1,004	1,004	1,004	1,004	1,003
3,2	1,003	1,003	1,003	1,003	1,003	1,003	1,003	1,003	1,003	1,003
3,3	1,003	1,003	1,003	1,003	1,003	1,003	1,002	1,002	1,002	1,002
3,4	1.002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002
3,5	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002	1,002
3,6	1,002	1,002	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001
3,7	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001
3,8	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001
3,9	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001
4,0	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001
4,1	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001
4,2	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Примечание. При дальнейших значениях x можно считать Cth $x \cong 1{,}000$.

ТАБЛИЦА XV.

Полные эллиптические интегралы первого и второго рода:

$$K=\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)\,(1-k^2x^2)}}=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}};$$

$$E=\int_0^1 \frac{\sqrt{1-k^2x^2}}{\sqrt{1-x^2}}\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}\,d\varphi,$$

где $k=\sin\theta$.

θ	K	E	θ	K	E	θ	K	E
0°	1,5708	1,5708	50°	1,9356	1.3055	82°0′	3.3699	1,0278
1	1,5709	1.5707	51	1,9539	1.2963	12	3,3946	1.0267
2	1,5713	1.5703	52	1,9729	1,2870	24	3,4199	1.0256
3	1,5719	1,5697	53	1,9927	1,2776	36	3,4460	1,0245
4	1,5727	1,5689	54	2,0133	1,2681	48	3,4728	1,0234
5	1,5738	1,5678	55	2,0347	1,2587	83°0′	3.5004	1.0223
6	1.5751	1,5665	56	2,0571	1,2492	12	3,5288	1,0213
7	1,5767	1,5649	57	2 0804	1.2397	24	3,5581	1,0202
8	1,5785	1,5632	58	2,1047	1,2301	36	3,5884	1,0192
9	1,5805	1,5611	59	2,1300	1,2206	48	3,6196	1,0182
10	1,5828	1,5589	60	2,1565	1.2111	84°0′	3,6519	1,0172
11	1,5854	1,5564	61	2.1842	1.2015	12	3.6852	1,0163
12	1,5882	1,5537	62	2,2132	1.1920	24	3,7198	1.0153
13	1,5913	1,5507	63	2,2435	1,1826	36	3,7557	1,0144
14	1,5946	1,5476	64	2,2754	1,1732	48	3,7930	1,0135

15	1,5981	1,5442	65	2,3088	1,1638	85°0′	3,8317	1,0127
16	1,6020	1,5405	66	2,3439	1,1545	12	3,8721	1,0118
17	1,6061	1,5367	67	2,3809	1,1453	24	3,9142	1,0110
18	1,6105	1,5326	68	2,4198	1,1362	36	3,9583	1,0102
19	1,6151	1,5283	69	2,4610	1,1272	48	4,0044	1,0094
20	1,6200	1,5238						
21	1,6252	1,5191	70°0′	2,5046	1,1184	86°0′	4,0528	1,0086
22	1,6307	1,5141	30	2,5273	1,1140	12	4,1037	1,0079
23	1,6365	1,5090	71°0′	2,5507	1,1096	24	4,1574	1,0072
24	1,6426	1,5037	30	2,5749	1,1053	36	4,2142	1,0065
			72°0′	2,5998	1,1011	48	4,2746	1,0059
25	1,6490	1,4981	30	2,6256	1,0968	87°0′	4,3387	1,0053
26	1,6557	1,4924	73°0′	2,6521	1,0927	12	4,4073	1,0047
27	1,6627	1,4864	30	2,6796	1,0885	24	4,4812	1,0041
28	1,6701	1,4803	74°0′	2,7081	1,0844	36	4,5609	1,0036
29	1,6777	1,4740	30	2,7375	1,0804	48	4,6477	1,0031
30	1,6858	1,4675	75°0′	2,7681	1,0764	88°0′	4,7427	1,0026
31	1,6941	1,4608	30	2,7998	1,0725	12	4,8479	1,0021
32	1,7028	1,4539	76°0′	2,8327	1,0686	24	4,9654	1,0017
33	1,7119	1,4469	30	2,8669	1,0648	36	5,0988	1,0014
34	1,7214	1,4397	77°0′	2,9026	1,0611	48	5,2527	1,0010
			30	2,9397	1,0574	89°0′	5,4349	1,0008
35	1,7312	1,4323	78°0′	2,9786	1,0538	6	5,5402	1,0006
36	1,7415	1,4248	30	3,0192	1,0502	12	5,6579	1,0005
37	1,7522	1,4171	79°0′	3,0617	1,0468	18	5,7914	1,0005
38	1,7633	1,4092	30	3,1064	1,0434	24	5,9455	1,0003
39	1,7748	1,4013				30	6,1278	1,0002
			80°0′	3,1534	1,0401	36	6,3509	1,0001
40	1,7868	1,3931	12	3,1729	1,0388	42	6,6385	1,0001
41	1,7992	1,3849	24	3,1928	1,0375	48	7,0440	1,0000
42	1,8122	1,3765	36	3,2132	1,0363	54	7,7371	1,0000
43	1,8256	1,3680	48	3,2340	1,0350	90°0′	∞	1,0000
44	1,8396	1,3594	81°0′	3,2553	1,0338			
			12	3,2771	1,0326			
45	1,8541	1,3506	24	3,2995	1,0314			
46	1,8692	1,3418	36	3,3223	1,0302			
47	1,8848	1,3329	48	3,3458	1,0290			
48	1,9011	1,3238						
49	1,9180	1,3147						

ТАБЛИЦА XVI.

Эллиптические интегралы первого рода:

$$F(\varphi,\theta)=\int_0^{\varphi}\frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}};\quad k=\sin\theta.$$

φ	θ									
	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°
1°	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175
2	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349
3	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524
4	0,0698	0,0698	0,0698	0,0698	0,0698	0,0698	0,0698	0,0698	0,0698	0,0699
5	0,0873	0,0873	0,0873	0,0873	0,0873	0,0873	0,0873	0,0873	0,0873	0,0873
6	0,1047	0,1047	0,1047	0,1047	0,1048	0,1048	0,1048	0,1048	0,1048	0,1048
7	0,1222	0,1222	0,1222	0,1222	0,1222	0,1222	0,1223	0,1223	0,1223	0,1224
8	0,1396	0,1396	0,1397	0,1397	0,1397	0,1397	0,1398	0,1398	0,1399	0,1399
9	0,1571	0,1571	0,1571	0,1572	0,1572	0,1572	0,1573	0,1573	0,1574	0,1575
10	0,1745	0,1746	0,1746	0,1747	0,1747	0,1748	0,1748	0,1749	0,1750	0,1751
11	0,1920	0,1920	0,1921	0,1921	0,1922	0,1923	0,1924	0,1925	0,1926	0,1927
12	0,2095	0,2095	0,2095	0,2096	0,2097	0,2098	0,2099	0,2101	0,2102	0,2103
13	0,2269	0,2270	0,2270	0,2271	0,2272	0,2274	0,2275	0,2277	0,2279	0,2280
14	0,2444	0,2444	0,2445	0,2446	0,2448	0,2450	0,2451	0,2453	0,2456	0,2458
15	0,2618	0,2619	0,2620	0,2621	0,2623	0,2625	0,2628	0,2630	0,2633	0,2636
16	0,2793	0,2794	0,2795	0,2797	0,2799	0,2802	0,2804	0,2808	0,2811	0,2814
17	0,2967	0,2968	0,2970	0,2972	0,2975	0,2978	0,2981	0,2985	0,2989	0,2993
18	0,3142	0,3143	0,3145	0,3148	0,3151	0,3154	0,3159	0,3163	0,3167	0,3172
19	0,3317	0,3318	0,3320	0,3323	0,3327	0,3331	0,3336	0,3341	0,3347	0,3352
20	0,3491	0,3493	0,3495	0,3499	0,3503	0,3508	0,3514	0,3520	0,3526	0,3533
21	0,3666	0,3668	0,3671	0,3675	0,3680	0,3685	0,3692	0,3699	0,3706	0,3714
22	0,3840	0,3842	0,3846	0,3851	0,3856	0,3863	0,3871	0,3879	0,3887	0,3896
23	0,4015	0,4017	0,4021	0,4027	0,4033	0,4041	0,4049	0,4059	0,4068	0,4078
24	0,4190	0,4192	0,4197	0,4203	0,4210	0,4219	0,4229	0,4239	0,4250	0,4261
25	0,4364	0,4367	0,4372	0,4379	0,4387	0,4397	0,4408	0,4420	0,4433	0,4446
26	0,4539	0,4542	0,4548	0,4556	0,4565	0,4576	0,4589	0,4602	0,4616	0,4630
27	0,4714	0,4717	0,4724	0,4732	0,4743	0,4755	0,4769	0,4784	0,4800	0,4816
28	0,4888	0,4893	0,4899	0,4909	0,4921	0,4934	0,4950	0,4967	0,4985	0,5003
29	0,5063	0,5068	0,5075	0,5086	0,5099	0,5114	0,5132	0,5150	0,5170	0,5190
30	0,5238	0,5243	0,5251	0,5263	0,5277	0,5294	0,5313	0,5334	0,5356	0,5379
31	0,5412	0,5418	0,5427	0,5440	0,5456	0,5475	0,5496	0,5519	0,5543	0,5568
32	0,5587	0,5593	0,5603	0,5617	0,5635	0,5656	0,5679	0,5704	0,5731	0,5759
33	0,5762	0,5769	0,5780	0,5795	0,5814	0,5837	0,5862	0,5890	0,5920	0,5950
34	0,5937	0,5944	0,5956	0,5973	0,5994	0,6018	0,6046	0,6077	0,6109	0,6143
35	0,6111	0,6119	0,6133	0,6151	0,6173	0,6200	0,6231	0,6264	0,6300	0,6336
36	0,6286	0,6295	0,6309	0,6329	0,6353	0,6383	0,6416	0,6452	0,6491	0,6531
37	0,6461	0,6470	0,6486	0,6507	0,6534	0,6565	0,6602	0,6641	0,6684	0,6727
38	0,6636	0,6646	0,6662	0,6685	0,6714	0,6749	0,6788	0,6831	0,6877	0,6925
39	0,6810	0,6821	0,6839	0,6864	0,6895	0,6932	0,6975	0,7021	0,7071	0,7123
40	0,6985	0,6997	0,7016	0,7043	0,7076	0,7116	0,7162	0,7213	0,7267	0,7323
41	0,7160	0,7173	0,7193	0,7222	0,7258	0,7301	0,7350	0,7405	0,7463	0,7524
42	0,7335	0,7348	0,7370	0,7401	0,7440	0,7486	0,7539	0,7598	0,7661	0,7727
43	0,7510	0,7524	0,7548	0,7580	0,7622	0,7671	0,7728	0,7791	0,7859	0,7931
44	0,7685	0,7700	0,7725	0,7760	0,7804	0,7857	0,7918	0,7986	0,8059	0,8136
45	0,7859	0,7876	0,7903	0,7940	0,7987	0,8044	0,8109	0,8181	0,8260	0,8348

Продолжение

φ	δ									
	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°
46°	0,8034	0,8052	0,8080	0,8120	0,8170	0,8230	0,8300	0,8378	0,8462	0,8552
47	0,8209	0,8227	0,8258	0,8300	0,8353	0,8418	0,8492	0,8575	0,8666	0,8761
48	0,8384	0,8403	0,8436	0,8480	0,8537	0,8606	0,8685	0,8773	0,8870	0,8973
49	0,8559	0,8579	0,8614	0,8661	0,8721	0,8794	0,8878	0,8972	0,9076	0,9186
50	0,8834	0,8756	0,8792	0,8842	0,8905	0,8982	0,9072	0,9173	0,9283	0,9401
51	0,8909	0,8932	0,8970	0,9023	0,9090	0,9172	0,9267	0,9374	0,9491	0,9617
52	0,9084	0,9108	0,9148	0,9204	0,9275	0,9361	0,9462	0,9575	0,9701	0,9835
53	0,9259	0,9284	0,9326	0,9385	0,9460	0,9551	0,9658	0,9778	0,9912	1,0055
54	0,9434	0,9460	0,9505	0,9567	0,9646	0,9742	0,9855	0,9982	1,0124	1,0277
55	0,9609	0,9637	0,9683	0,9748	0,9832	0,9933	1,0052	1,0187	1,0337	1,0500
56	0,9784	0,9813	0,9862	0,9930	1,0018	1,0125	1,0250	1,0393	1,0552	1,0725
57	0,9959	0,9989	1,0041	1,0112	1,0204	1,0317	1,0449	1,0600	1,0768	1,0952
58	1,0134	1,0166	1,0219	1,0295	1,0391	1,0509	1,0648	1,0807	1,0985	1,1180
59	1,0309	1,0342	1,0398	1,0477	1,0578	1,0702	1,0848	1,1016	1,1204	1,1411
60	1,0484	1,0519	1,0577	1,0660	1,0766	1,0896	1,1049	1,1226	1,1424	1,1643
61	1,0659	1,0695	1,0757	1,0843	1,0953	1,1089	1,1250	1,1436	1,1646	1,1877
62	1,0834	1,0872	1,0936	1,1026	1,1141	1,1284	1,1452	1,1648	1,1868	1,2113
63	1,1009	1,1049	1,1115	1,1209	1,1330	1,1478	1,1655	1,1860	1,2093	1,2351
64	1,1184	1,1225	1,1295	1,1392	1,1518	1,1674	1,1859	1,2073	1,2318	1,2591
65	1,1359	1,1402	1,1474	1,1575	1,1707	1,1869	1,2063	1,2288	1,2545	1,2833
66	1,1534	1,1579	1,1654	1,1759	1,1896	1,2065	1,2267	1,2503	1,2773	1,3076
67	1,1709	1,1756	1,1833	1,1943	1,2085	1,2262	1,2472	1,2719	1,3002	1,3321
68	1,1884	1,1932	1,2013	1,2127	1,2275	1,2458	1,2678	1,2936	1,3232	1,3568
69	1,2059	1,2109	1,2193	1,2311	1,2465	1,2655	1,2885	1,3154	1,3464	1,3817
70	1,2234	1,2286	1,2373	1,2495	1,2655	1,2853	1,3092	1,3372	1,3697	1,4068
71	1,2410	1,2463	1,2553	1,2680	1,2845	1,3051	1,3299	1,3592	1,3931	1,4320
72	1,2585	1,2640	1,2733	1,2864	1,3036	1,3249	1,3507	1,3812	1,4167	1,4574
73	1,2760	1,2817	1,2913	1,3049	1,3226	1,3448	1,3715	1,4033	1,4403	1,4830
74	1,2935	1,2994	1,3093	1,3234	1,3417	1,3647	1,3924	1,4254	1,4640	1,5087
75	1,3110	1,3171	1,3273	1,3418	1,3608	1,3846	1,4134	1,4477	1,4879	1,5345
76	1,3285	1,3348	1,3454	1,3603	1,3800	1,4045	1,4344	1,4700	1,5118	1,5606
77	1,3460	1,3525	1,3634	1,3788	1,3991	1,4245	1,4554	1,4923	1,5359	1,5867
78	1,3636	1,3702	1,3814	1,3974	1,4183	1,4445	1,4765	1,5147	1,5600	1,6130
79	1,3811	1,3879	1,3995	1,4159	1,4374	1,4645	1,4976	1,5372	1,5842	1,6394
80	1,3986	1,4056	1,4175	1,4344	1,4566	1,4846	1,5187	1,5597	1,6085	1,6660
81	1,4161	1,4234	1,4356	1,4530	1,4758	1,5046	1,5399	1,5823	1,6328	1,6926
82	1,4336	1,4411	1,4536	1,4715	1,4950	1,5247	1,5611	1,6049	1,6572	1,7193
83	1,4512	1,4588	1,4717	1,4901	1,5143	1,5448	1,5823	1,6276	1,6817	1,7462
84	1,4687	1,4765	1,4897	1,5086	1,5335	1,5649	1,6035	1,6502	1,7062	1,7731
85	1,4862	1,4942	1,5078	1,5272	1,5527	1,5850	1,6248	1,6730	1,7308	1,8001
86	1,5037	1,5120	1,5259	1,5457	1,5720	1,6052	1,6461	1,6957	1,7554	1,8271
87	1,5212	1,5297	1,5439	1,5643	1,5912	1,6253	1,6673	1,7184	1,7801	1,8542
88	1,5388	1,5474	1,5620	1,5829	1,6105	1,6454	1,6886	1,7412	1,8047	1,8813
89	1,5563	1,5651	1,5801	1,6015	1,6297	1,6656	1,7099	1,7640	1,8294	1,9084
90	1,5738	1,5828	1,5981	1,6200	1,6490	1,6858	1,7312	1,7868	1,8541	1,9356

Продолжение

φ	ϑ									
	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	87°	89°	90°
1°	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175
2	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349
3	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524
4	0,0699	0,0699	0,0699	0,0699	0,0699	0,0699	0,0399	0,0699	0,0699	0,0699
5	0,0873	0,0873	0,0874	0,0874	0,0874	0,0874	0,0874	0,0874	0,0874	0,0874
6	0,1048	0,1049	0,1049	0,1049	0,1049	0,1049	0,1049	0,1049	0,1049	0,1049
7	0,1224	0,1224	0,1224	0,1224	0,1225	0,1225	0,1225	0,1235	0,1225	0,1225
8	0,1399	0,1400	0,1400	0,1400	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401	0,1401
9	0,1575	0,1576	0,1576	0,1577	0,1577	0,1577	0,1577	0,1577	0,1577	0,1577
10	0,1751	0,1752	0,1753	0,1753	0,1754	0,1754	0,1754	0,1754	0,1754	0,1754
11	0,1928	0,1929	0,1930	0,1930	0,1931	0,1931	0,1932	0,1932	0,1932	0,1932
12	0,2105	0,2106	0,2107	0,2108	0,2109	0,2109	0,2110	0,2110	0,2110	0,2110
13	0,2282	0,2284	0,2285	0,2286	0,2287	0,2288	0,2288	0,2289	0,2289	0,2289
14	0,2460	0,2462	0,2464	0,2465	0,2466	0,2467	0,2468	0,2468	0,2468	0,2468
15	0,2638	0,2641	0,2643	0,2645	0,2646	0,2647	0,2648	0,2648	0,2648	0,2648
16	0,2817	0,2820	0,2823	0,2825	0,2827	0,2828	0,2829	0,2829	0,2830	0,2830
17	0,2997	0,3000	0,3003	0,3006	0,3008	0,3010	0,3011	0,3011	0,3012	0,3012
18	0,3177	0,3181	0,3185	0,3188	0,3191	0,3193	0,3194	0,3194	0,3195	0,3195
19	0,3357	0,3362	0,3367	0,3371	0,3374	0,3377	0,3378	0,3378	0,3379	0,3379
20	0,3539	0,3545	0,3550	0,3555	0,3559	0,3561	0,3563	0,3564	0,3564	0,3564
21	0,3721	0,3728	0,3734	0,3740	0,3744	0,3747	0,3749	0,3750	0,3750	0,3750
22	0,3904	0,3912	0,3919	0,3926	0,3931	0,3935	0,3937	0,3937	0,3938	0,3938
23	0,4088	0,4097	0,4105	0,4113	0,4119	0,4123	0,4126	0,4126	0,4127	0,4127
24	0,4272	0,4283	0,4292	0,4301	0,4308	0,4313	0,4316	0,4317	0,4317	0,4317
25	0,4458	0,4470	0,4481	0,4490	0,4498	0,4504	0,4508	0,4508	0,4509	0,4509
26	0,4645	0,4658	0,4670	0,4681	0,4690	0,4697	0,4701	0,4702	0,4702	0,4702
27	0,4832	0,4847	0,4861	0,4873	0,4884	0,4891	0,4896	0,4897	0,4897	0,4897
28	0,5021	0,5038	0,5053	0,5067	0,5079	0,5087	0,5092	0,5093	0,5094	0,5094
29	0,5210	0,5229	0,5247	0,5262	0,5275	0,5285	0,5291	0,5292	0,5292	0,5293
30	0,5401	0,5422	0,5442	0,5459	0,5474	0,5484	0,5491	0,5492	0,5493	0,5493
31	0,5593	0,5617	0,5639	0,5658	0,5674	0,5686	0,5693	0,5695	0,5696	0,5695
32	0,5786	0,5812	0,5837	0,5858	0,5876	0,5889	0,5898	0,5899	0,5900	0,5900
33	0,5980	0,6010	0,6037	0,6060	0,6080	0,6095	0,6104	0,6106	0,6107	0,6107
34	0,6176	0,6208	0,6238	0,6265	0,6287	0,6303	0,6313	0,6315	0,6316	0,6317
35	0,6373	0,6408	0,6441	0,6471	0,6495	0,6513	0,6525	0,6527	0,6528	0,6528
36	0,6571	0,6610	0,6647	0,6679	0,6706	0,6726	0,6739	0,6741	0,6743	0,6743
37	0,6771	0,6814	0,6854	0,6890	0,6919	0,6941	0,6955	0,6958	0,6960	0,6960
38	0,6973	0,7019	0,7063	0,7102	0,7135	0,7159	0,7175	0,7178	0,7180	0,7180
39	0,7176	0,7227	0,7275	0,7318	0,7353	0,7380	0,7397	0,7401	0,7403	0,7403
40	0,7380	0,7436	0,7488	0,7535	0,7575	0,7604	0,7623	0,7627	0,7629	0,7629
41	0,7586	0,7647	0,7704	0,7756	0,7799	0,7831	0,7852	0,7856	0,7858	0,7859
42	0,7794	0,7860	0,7922	0,7979	0,8026	0,8062	0,8084	0,8089	0,8091	0,8092
43	0,8004	0,8075	0,8143	0,8204	0,8256	0,8295	0,8320	0,8325	0,8328	0,8328
44	0,8215	0,8293	0,8367	0,8433	0,8490	0,8533	0,8560	0,8566	0,8569	0,8569
45	0,8428	0,8512	0,8592	0,8665	0,8727	0,8774	0,8804	0,8810	0,8813	0,8814

Продолжение

φ	q									
	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	87°	89°	90°
46°	0,8643	0,8734	0,8821	0,8900	0,8968	0,9019	0,9052	0,9059	0,9062	0,9063
47	0,8860	0,8958	0,9053	0,9139	0,9212	0,9269	0,9304	0,9312	0,9316	0,9316
48	0,9079	0,9185	0,9287	0,9381	0,9461	0,9523	0,9561	0,9570	0,9574	0,9575
49	0,9300	0,9415	0,9525	0,9627	0,9714	0,9781	0,9824	0,9824	0,9837	0,9838
50	0,9523	0,9647	0,9766	0,9876	0,9971	1,0044	1,0091	1,0101	1,0106	1,0107
51	0,9748	0,9881	1,0010	1,0130	1,0233	1,0313	1,0364	1,0375	1,0381	1,0381
52	0,9976	1,0118	1,0258	1,0387	1,0499	1,0587	1,0642	1,0655	1,0661	1,0662
53	1,0205	1,0359	1,0509	1,0649	1,0771	1,0866	1,0927	1,0941	1,0947	1,0948
54	1,0437	1,0602	1,0764	1,0915	1,1048	1,1152	1,1219	1,1233	1,1241	1,1242
55	1,0672	1,0848	1,1022	1,1186	1,1331	1,1444	1,1517	1,1533	1,1541	1,1542
56	1,0908	1,1097	1,1285	1,1462	1,1619	1,1743	1,1823	1,1840	1,1849	1,1851
57	1,1147	1,1349	1,1551	1,1743	1,1914	1,2049	1,2136	1,2156	1,2166	1,2167
58	1,1389	1,1605	1,1822	1,2030	1,2215	1,2362	1,2458	1,2480	1,2490	1,2492
59	1,1632	1,1864	1,2097	1,2321	1,2522	1,2684	1,2789	1,2812	1,2824	1,2826
60	1,1879	1,2125	1,2376	1,2619	1,2837	1,3014	1,3129	1,3155	1,3168	1,3170
61	1,2128	1,2392	1,2660	1,2922	1,3159	1,3352	1,3480	1,3508	1,3522	1,3524
62	1,2379	1,2661	1,2949	1,3231	1,3490	1,3701	1,3841	1,3872	1,3888	1,3890
63	1,2633	1,2933	1,3242	1,3547	1,3828	1,4059	1,4214	1,4248	1,4266	1,4268
64	1,2890	1,3209	1,3541	1,3870	1,4175	1,4429	1,4599	1,4637	1,4657	1,4659
65	1,3149	1,3489	1,3844	1,4199	1,4532	1,4810	1,4998	1,5040	1,5062	1,5065
66	1,3411	1,3773	1,4153	1,4536	1,4898	1,5203	1,5411	1,5458	1,5482	1,5485
67	1,3675	1,4060	1,4467	1,4880	1,5274	1,5610	1,5840	1,5893	1,5920	1,5923
68	1,3942	1,4351	1,4786	1,5232	1,5661	1,6030	1,6287	1,6346	1,6376	1,6379
69	1,4212	1,4646	1,5111	1,5591	1,6059	1,6466	1,6752	1,6818	1,6851	1,6856
70	1,4484	1,4944	1,5441	1,5959	1,6468	1,6918	1,7237	1,7311	1,7349	1,7354
71	1,4759	1,5246	1,5777	1,6335	1,6891	1,7388	1,7745	1,7829	1,7872	1,7877
72	1,5036	1,5552	1,6118	1,6720	1,7326	1,7876	1,8277	1,8372	1,8421	1,8427
73	1,5315	1,5862	1,6465	1,7113	1,7774	1,8384	1,8837	1,8945	1,9001	1,9008
74	1,5597	1,6175	1,6818	1,7516	1,8237	1,8915	1,9427	1,9550	1,9614	1,9623
75	1,5882	1,6492	1,7176	1,7927	1,8715	1,9468	2,0050	2,0192	2,0266	2,0276
76	1,6168	1,6812	1,7540	1,8347	1,9207	2,0047	2,0711	2,0876	2,0962	2,0973
77	1,6457	1,7136	1,7909	1,8777	1,9716	2,0653	2,1414	2,1607	2,1708	2,1721
78	1,6748	1,7462	1,8284	1,9215	2,0240	2,1288	2,2164	2,2392	2,2513	2,2528
79	1,7040	1,7792	1,8664	1,9663	2,0781	2,1954	2,2969	2,3240	2,3385	2,3404
80	1,7335	1,8125	1,9048	2,0119	2,1339	2,2653	2,3836	2,4162	2,4340	2,4362
81	1,7631	1,8461	1,9438	2,0584	2,1913	2,3387	2,4775	2,5172	2,5392	2,5421
82	1,7929	1,8799	1,9831	2,1057	2,2504	2,4157	2,5795	2,6288	2,6566	2,6603
83	1,8228	1,9140	2,0229	2,1537	2,3110	2,4965	2,6911	2,7531	2,7894	2,7942
84	1,8529	1,9482	2,0630	2,2024	2,3731	2,5811	2,8136	2,8934	2,9421	2,9487
85	1,8830	1,9826	2,1035	2,2518	2,4366	2,6694	2,9487	3,0536	3,1217	3,1313
86	1,9132	2,0172	2,1442	2,3017	2,5013	2,7612	3,0978	3,2391	3,3396	3,3547
87	1,9435	2,0519	2,1852	2,3520	2,5670	2,8561	3,2620	3,4564	3,6161	3,6425
88	1,9739	2,0867	2,2263	2,4026	2,6336	2,9537	3,4412	3,7131	3,9911	4,0481
89	2,0043	2,1216	2,2675	2,4535	2,7007	3,0530	3,6328	4,0109	4,5535	4,7415
90	2,0347	2,1565	2,3088	2,5046	2,7681	3,1534	3,8317	4,3387	5,4349	∞

ТАБЛИЦА XVII.

Эллиптические интегралы второго рода.

$$E(\varphi, \vartheta) = \int^{\varphi} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}\, d\varphi; \quad k = \sin \vartheta.$$

φ	ϑ									
	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
1°	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175	0,0175
2	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349
3	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0524	0,0523	0,0523
4	0,0698	0,0698	0,0698	0,0698	0,0698	0,0698	0,0698	0,0698	0,0698	0,0698
5	0,0873	0,0873	0,0873	0,0873	0,0873	0,0872	0,0872	0,0872	0,0872	0,0872
6	0,1047	0,1047	0,1047	0,1047	0,1047	0,1047	0,1047	0,1047	0,1046	0,1046
7	0,1222	0,1222	0,1222	0,1222	0,1221	0,1221	0,1221	0,1221	0,1220	0,1220
8	0,1396	0,1396	0,1396	0,1396	0,1396	0,1395	0,1395	0,1395	0,1394	0,1394
9	0,1571	0,1571	0,1571	0,1570	0,1570	0,1570	0,1569	0,1569	0,1568	0,1568
10	0,1745	0,1745	0,1745	0,1745	0,1744	0,1744	0,1743	0,1742	0,1742	0,1741
11	0,1920	0,1920	0,1920	0,1919	0,1918	0,1918	0,1917	0,1916	0,1915	0,1914
12	0,2094	0,2094	0,2094	0,2093	0,2093	0,2092	0,2091	0,2089	0,2088	0,2087
13	0,2269	0,2269	0,2268	0,2268	0,2267	0,2265	0,2264	0,2263	0,2261	0,2259
14	0,2443	0,2443	0,2443	0,2442	0,2441	0,2439	0,2437	0,2436	0,2433	0,2431
15	0,2618	0,2618	0,2617	0,2616	0,2615	0,2613	0,2611	0,2608	0,2606	0,2603
16	0,2793	0,2792	0,2791	0,2790	0,2788	0,2786	0,2784	0,2781	0,2778	0,2775
17	0,2967	0,2967	0,2965	0,2964	0,2962	0,2959	0,2956	0,2953	0,2949	0,2946
18	0,3142	0,3141	0,3140	0,3138	0,3136	0,3133	0,3129	0,3125	0,3121	0,3116
19	0,3316	0,3316	0,3314	0,3312	0,3309	0,3305	0,3301	0,3296	0,3291	0,3286
20	0,3491	0,3490	0,3489	0,3486	0,3483	0,3478	0,3473	0,3468	0,3462	0,3456
21	0,3665	0,3665	0,3663	0,3660	0,3656	0,3651	0,3645	0,3639	0,3632	0,3625
22	0,3840	0,3839	0,3837	0,3834	0,3829	0,3823	0,3817	0,3809	0,3802	0,3793
23	0,4014	0,4013	0,4011	0,4007	0,4002	0,3996	0,3988	0,3980	0,3971	0,3961
24	0,4189	0,4188	0,4185	0,4181	0,4175	0,4168	0,4159	0,4150	0,4139	0,4129
25	0,4363	0,4362	0,4359	0,4354	0,4348	0,4339	0,4330	0,4319	0,4308	0,4296
26	0,4538	0,4537	0,4533	0,4528	0,4520	0,4511	0,4500	0,4488	0,4475	0,4462
27	0,4712	0,4711	0,4707	0,4701	0,4693	0,4682	0,4670	0,4657	0,4643	0,4628
28	0,4887	0,4886	0,4881	0,4874	0,4865	0,4854	0,4840	0,4825	0,4809	0,4793
29	0,5061	0,5060	0,5055	0,5048	0,5037	0,5025	0,5010	0,4993	0,4975	0,4957
30	0,5236	0,5234	0,5229	0,5221	0,5209	0,5195	0,5179	0,5161	0,5141	0,5120
31	0,5411	0,5409	0,5403	0,5394	0,5381	0,5366	0,5348	0,5327	0,5306	0,5283
32	0,5585	0,5583	0,5577	0,5567	0,5553	0,5536	0,5516	0,5494	0,5470	0,5446
33	0,5760	0,5757	0,5751	0,5740	0,5725	0,5706	0,5684	0,5660	0,5634	0,5607
34	0,5934	0,5932	0,5924	0,5912	0,5896	0,5876	0,5852	0,5826	0,5797	0,5768
35	0,6109	0,6106	0,6098	0,6085	0,6067	0,6045	0,6019	0,5991	0,5960	0,5928
36	0,6283	0,6280	0,6272	0,6258	0,6238	0,6214	0,6186	0,6155	0,6122	0,6087
37	0,6458	0,6455	0,6445	0,6430	0,6409	0,6383	0,6353	0,6319	0,6283	0,6245
38	0,6632	0,6629	0,6619	0,6602	0,6580	0,6552	0,6519	0,6483	0,6444	0,6403
39	0,6807	0,6803	0,6792	0,6775	0,6750	0,6720	0,6685	0,6646	0,6604	0,6559
40	0,6981	0,6977	0,6966	0,6947	0,6921	0,6888	0,6851	0,6808	0,6763	0,6715
41	0,7156	0,7152	0,7139	0,7119	0,7091	0,7056	0,7016	0,6970	0,6921	0,6870
42	0,7330	0,7326	0,7313	0,7291	0,7261	0,7224	0,7180	0,7132	0,7079	0,7024
43	0,7505	0,7500	0,7486	0,7463	0,7431	0,7391	0,7345	0,7293	0,7237	0,7178
44	0,7679	0,7674	0,7659	0,7634	0,7600	0,7558	0,7508	0,7453	0,7393	0,7330
45	0,7854	0,7849	0,7832	0,7806	0,7770	0,7725	0,7672	0,7613	0,7549	0,7482

Продолжение

φ	θ									
	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
46°	0,8029	0,8023	0,8006	0,7977	0,7939	0,7891	0,7835	0,7772	0,7704	0,7633
47	0,8203	0,8197	0,8179	0,8149	0,8108	0,8057	0,7998	0,7931	0,7858	0,7782
48	0,8378	0,8371	0,8352	0,8320	0,8277	0,8223	0,8160	0,8089	0,8012	0,7931
49	0,8552	0,8545	0,8525	0,8491	0,8446	0,8389	0,8322	0,8247	0,8165	0,8079
50	0,8727	0,8719	0,8698	0,8663	0,8614	0,8554	0,8483	0,8404	0,8317	0,8227
51	0,8901	0,8894	0,8871	0,8834	0,8783	0,8719	0,8644	0,8560	0,8469	0,8373
52	0,9076	0,9068	0,9044	0,9004	0,8951	0,8884	0,8805	0,8716	0,8620	0,8518
53	0,9250	0,9242	0,9217	0,9175	0,9119	0,9048	0,8965	0,8872	0,8770	0,8663
54	0,9425	0,9416	0,9389	0,9346	0,9287	0,9212	0,9125	0,9026	0,8919	0,8806
55	0,9599	0,9590	0,9562	0,9517	0,9454	0,9376	0,9284	0,9181	0,9068	0,8949
56	0,9774	0,9764	0,9735	0,9687	0,9622	0,9540	0,9442	0,9335	0,9216	0,9091
57	0,9948	0,9938	0,9908	0,9858	0,9789	0,9703	0,9602	0,9488	0,9363	0,9232
58	1,0123	1,0112	1,0080	1,0028	0,9956	0,9866	0,9760	0,9641	0,9510	0,9372
59	1,0297	1,0286	1,0253	1,0198	1,0123	1,0029	0,9918	0,9793	0,9656	0,9511
60	1,0472	1,0460	1,0426	1,0368	1,0290	1,0191	1,0076	0,9945	0,9801	0,9650
61	1,0647	1,0634	1,0598	1,0538	1,0456	1,0354	1,0233	1,0096	0,9946	0,9787
62	1,0821	1,0808	1,0771	1,0708	1,0623	1,0516	1,0389	1,0246	1,0090	0,9924
63	1,0996	1,0982	1,0943	1,0878	1,0789	1,0678	1,0545	1,0397	1,0233	1,0060
64	1,1170	1,1156	1,1115	1,1048	1,0955	1,0839	1,0702	1,0548	1,0376	1,0195
65	1,1345	1,1330	1,1288	1,1218	1,1121	1,1001	1,0858	1,0696	1,0518	1,0329
66	1,1519	1,1504	1,1460	1,1387	1,1287	1,1162	1,1013	1,0845	1,0660	1,0463
67	1,1694	1,1678	1,1632	1,1557	1,1453	1,1323	1,1168	1,0993	1,0801	1,0596
68	1,1868	1,1852	1,1805	1,1726	1,1618	1,1483	1,1323	1,1141	1,0941	1,0728
69	1,2043	1,2026	1,1977	1,1896	1,1784	1,1644	1,1478	1,1289	1,1081	1,0859
70	1,2217	1,2200	1,2149	1,2065	1,1949	1,1804	1,1632	1,1436	1,1221	1,0990
71	1,2392	1,2374	1,2321	1,2234	1,2114	1,1964	1,1786	1,1583	1,1359	1,1120
72	1,2566	1,2548	1,2493	1,2403	1,2280	1,2124	1,1939	1,1729	1,1498	1,1250
73	1,2741	1,2722	1,2666	1,2573	1,2445	1,2284	1,2093	1,1875	1,1636	1,1379
74	1,2915	1,2896	1,2838	1,2742	1,2609	1,2443	1,2246	1,2021	1,1773	1,1507
75	1,3090	1,3070	1,3010	1,2911	1,2774	1,2603	1,2399	1,2167	1,1910	1,1635
76	1,3265	1,3244	1,3182	1,3080	1,2939	1,2762	1,2552	1,2312	1,2047	1,1762
77	1,3439	1,3418	1,3354	1,3249	1,3104	1,2921	1,2704	1,2457	1,2183	1,1889
78	1,3614	1,3592	1,3526	1,3417	1,3268	1,3080	1,2856	1,2601	1,2319	1,2015
79	1,3788	1,3765	1,3698	1,3586	1,3432	1,3239	1,3009	1,2746	1,2454	1,2141
80	1,3963	1,3939	1,3870	1,3755	1,3597	1,3398	1,3161	1,2890	1,2590	1,2266
81	1,4137	1,4113	1,4042	1,3924	1,3761	1,3556	1,3312	1,3034	1,2725	1,2391
82	1,4312	1,4287	1,4214	1,4093	1,3925	1,3715	1,3464	1,3177	1,2859	1,2516
83	1,4486	1,4461	1,4386	1,4261	1,4090	1,3873	1,3616	1,3321	1,2994	1,2640
84	1,4661	1,4635	1,4558	1,4430	1,4254	1,4032	1,3767	1,3464	1,3128	1,2765
85	1,4835	1,4809	1,4729	1,4598	1,4418	1,4190	1,3919	1,3608	1,3262	1,2889
86	1,5010	1,4983	1,4901	1,4767	1,4582	1,4348	1,4070	1,3751	1,3396	1,3012
87	1,5184	1,5156	1,5073	1,4936	1,4746	1,4507	1,4221	1,3894	1,3530	1,3136
88	1,5359	1,5330	1,5245	1,5104	1,4910	1,4665	1,4372	1,4037	1,3664	1,3260
89	1,5533	1,5504	1,5417	1,5273	1,5074	1,4823	1,4523	1,4180	1,3798	1,3383
90	1,5708	1,5678	1,5589	1,5442	1,5238	1,4981	1,4675	1,4323	1,3931	1,3506

ТАБЛИЦА XVIII.

Таблица Бюзинга для расчета круглых канализационных труб по формуле Гангилье-Куттера при $n = 0{,}013$.

Степень наполнения		$d = 0{,}20$ м			$d = 0{,}25$ м			$d = 0{,}30$ м			$d = 0{,}35$ м			$d = 0{,}40$ м		
$\frac{h}{d}$	$\frac{h}{r}$	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л сек.
0,05	0,10	21	1,704	1,012	23	2,084	1,930	25	2,477	3,306	26	2,782	5,059	27	3,090	7,346
0,10	0,20	27	3.056	5,015	29	3,664	9,381	31	4,284	16,55	33	4,924	24,75	35	5,587	36,71
0,15	0,30	32	4,387	12,95	34	5,200	23,97	36	6,018	40,00	38	6.864	62,11	40	7,724	91,43
0,20	0,40	34	5,313	24,97	36	6,283	44,20	38	7,249	73,52	40	8,243	113,9	42	9,257	197,2
0,25	0,50	37	6.356	39,01	39	7,483	71,60	41	8,599	118,6	43	9,774	183,1	45	10,90	267,9
0,30	0,60	38	7,047	55,83	40	8,284	102,4	42	9,509	169,4	44	10,76	261,1	46	12,31	381,7
0,35	0,70	39	7,432	73,78	41	8,928	133,2	43	10,22	220,2	45	11,57	339,1	47	12,92	495,3
0,40	0,80	41	8,515	99,88	43	9,972	182,4	45	11,41	342,3	47	12,87	462,3	49	14,35	674,1
0,45	0,90	42	9,095	124,6	44	10,64	227,4	46	12,16	374,7	48	13,70	575,2	50	15,27	837,9
0,50	1,00	43	9,637	151,4	45	11,26	275,9	47	12,86	454,2	49	14,48	696,7	51	16,12	1014
0.55	1,10	44	10,15	179,8	46	11,86	327,3	48	13,52	538.3	50	15,22	825,0	52	16,92	1200
0,60	1,20	44	10,39	204,6	46	12,13	372,4	48	13,84	612.4	50	15,57	938,6	52	17,32	1365
0,65	1,30	45	10,83	234,0	47	12,63	425,6	49	14,39	699,3	51	16,18	1071	53	17,98	1556
0,67	1,33	45	10,88	242,0	47	12,69	440,1	49	14,46	723,1	51	16,26	1107	53	18,07	1609
0,70	1,40	45	10,98	257,9	47	12,81	469,1	49	14,60	770,7	51	16,42	1180	53	18,24	1715
0,75	1,50	45	11,09	280,1	47	12,93	509,4	49	14,73	837,1	51	16,57	1282	53	18,41	1863
0,80	1,60	45	11,37	299,2	47	12,96	544,1	49	14,77	894,1	51	16,61	1369	53	18,45	1990
0,85	1,70	45	11,37	316,1	47	12,96	574 9	49	14.77	944,7	51	16,61	1447	53	18,45	2102
0,90	1,80	45	11,01	328,0	47	12.84	596,5	49	14,64	980,1	51	16,46	1501	53	18,29	2181
0,95	1,90	45	10,80	332,9	47	12,60	605,5	49	14,35	995,0	51	16,14	1524	53	17,93	2214
1,00	2,00	43	9,637	302,8	45	11,26	551,7	47	12,86	908,2	49	14,48	1393	51	16,12	2028

Продолжение

Степень наполнения		$d = 0{,}45$ м			$d = 0{,}50$ м			$d = 0{,}55$ м			$d = 0{,}60$ м			$d = 0{,}65$ м		
$\frac{h}{d}$	$\frac{h}{r}$	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.
0,05	0,10	28	3,398	10,21	29	3,712	13,66	30	4,024	18,06	31	4,549	23,23	32	4,669	30,40
0,10	0,20	36	6,092	50,63	37	6,609	67,21	38	7,107	88,18	39	7,630	112,7	40	8,139	146,5
0,15	0,30	41	8,395	125,7	42	9,072	166,3	43	9,733	217,5	44	10,42	277,0	45	11,08	359,2
0,20	0,40	44	10,28	234,9	46	11,34	317,1	47	12,14	413,9	48	12,97	526,3	49	13,77	681,1
0,25	0,50	47	12,07	375,2	48	13,00	494,9	49	13,92	645,4	50	14,85	819,9	51	15,76	1060
0,30	0,60	48	13,31	534,1	50	14,63	718,6	51	15,63	936,3	52	16,67	1188	53	17,67	1536
0,35	0,70	49	14,28	692,3	51	15,68	930,7	52	16,76	1212	53	17,86	1538	54	18,92	1987
0,40	0,80	51	15,83	940,6	53	17,36	1263	54	18,53	1643	55	19,74	2084	56	20,91	2690
0,45	0,90	52	16,95	1168	54	18,44	1567	55	19,68	2039	56	20,96	2585	57	22,19	3335
0,50	1,00	53	17,76	1413	54	19,09	1859	55	20,38	2419	56	21,70	3067	57	22,97	3957
0,55	1,10	54	18,63	1671	55	20,02	2198	56	21,36	2859	57	22,74	3622	58	24,07	4070
0,60	1,20	54	19,07	1901	55	20,48	2501	56	21,86	3252	57	23,27	4121	58	24,63	5316
0,65	1,30	55	19,79	2165	56	21,25	2848	57	22,67	3703	58	24,12	4691	59	25,52	6049
0,67	1,33	55	19,88	2239	56	21,35	2945	57	22,78	3829	58	24,24	4851	59	25,64	6255
0,70	1,40	55	20,07	2386	56	21,56	3139	57	22,99	4081	58	24,47	5170	59	25,89	6667
0,75	1,50	55	20,26	2592	56	21,76	3409	57	23,20	4432	58	24,73	5615	59	26,13	7241
0,80	1,60	55	20,30	2768	56	21,81	3641	58	23,68	4817	59	25,19	6100	60	26,64	7865
0,85	1,70	55	20,30	2925	56	21,81	3847	58	23,68	5090	59	25,19	6446	60	26,64	8310
0,90	1,80	55	20,12	3035	56	21,61	3991	57	23,05	5189	58	24,54	6574	59	25,96	8478
0,95	1,90	55	19,73	3081	56	21,19	4052	57	22,61	5268	58	24,06	6674	59	25,46	8607
1,00	2,00	53	17,76	2825	54	19,09	3718	55	20,38	4838	56	21,70	6132	57	22,97	7913

Продолжение

Степень наполнения		$d = 0{,}70$ м			$d = 0{,}75$ м			$d = 0{,}80$ м			$d = 0{,}90$ м			$d = 1{,}0$ м		
$\frac{h}{d}$	$\frac{h}{r}$	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек
0,05	0,10	33	5,001	0,036	34	5,326	0,044	35	5,663	0,054	36	6,184	0,074	37	6,695	0,099
0,10	0,20	41	8,665	0,174	42	9,176	0,212	43	9,701	0,255	44	10,54	0,350	45	11,36	0,466
0,15	0,30	46	11,76	0,426	41	12,42	0,516	48	13,11	0,620	49	14,20	0,850	50	15,27	1,128
0,20	0,40	50	14,59	0,806	51	15,38	0,975	52	16,20	1,198	53	17,53	1,602	54	18,82	2,123
0,25	0,50	52	16,68	1,440	53	17,52	1,516	54	18,50	1,818	55	20,04	2,486	56	21,46	3,293
0,30	0,60	54	18,71	1,815	55	19,69	2,193	56	20,70	2,627	57	22,38	3,591	58	23,99	4,754
0,35	0,70	55	20,03	2,347	56	21,08	2,835	57	21,53	3,396	58	23,83	4,640	59	25,66	6,141
0,40	0,80	57	22,10	3,176	58	23,26	3,833	59	24,43	4,589	60	26,37	6,266	61	28,25	8,288
0,45	0,90	58	23,44	3,937	59	24,66	4,750	60	25,90	5,685	61	27,95	7,761	62	29,94	10,26
0,50	1,00	58	24,27	4,671	59	25,52	5,636	60	26,81	6,744	61	28,94	9,208	62	30,99	12,18
0,55	1,10	59	25,42	5,514	60	26,73	6,651	60	27,61	7,827	62	30,29	10,86	63	32,42	14,36
0,60	1,20	59	26,02	6,273	60	27,35	7,568	61	28,72	9,054	62	30,99	12,36	63	33,19	16,34
0,65	1,30	60	26,96	7,071	61	28,33	8,606	62	29,74	10,29	63	32,09	14,05	64	34,35	18,56
0,67	1,33	60	27,09	7,335	61	28,47	8,898	62	29,88	10,64	63	32,24	14,53	64	34,51	19,19
0,70	1,40	60	27,35	7,865	61	28,75	9,484	62	30,17	11,34	63	32,55	15,48	64	34,84	20,46
0,75	1,50	60	27,59	8,542	61	29,00	10,30	62	30,44	12,32	63	32,84	16,81	64	35,16	22,22
0,80	1,60	61	28,13	9,275	62	29,56	11,44	63	31,02	13,37	64	33,46	18,24	65	35,80	24,10
0,85	1,70	61	28,13	9,800	62	29,56	11,82	63	31,02	14,13	64	33,46	19,27	65	35,80	25,47
0,90	1,80	60	27,42	10,00	61	28,83	12,06	62	30,25	14,43	63	32,64	19,68	64	34,93	26,01
0,95	1,90	60	26,89	10,15	61	28,14	12,24	62	29,66	14,64	63	32,00	19,98	64	34,25	26,41
1,00	2,00	58	24,27	9,34	59	25,52	11,27	60	26,61	13,49	61	28,94	18,41	62	30,99	24,35

Степень наполнения		$d = 1{,}1$ м			$d = 1{,}2$ м			$d = 1{,}3$ м			$d = 1{,}4$ м			$d = 1{,}5$ м		
$\frac{h}{d}$	$\frac{h}{r}$	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.
0,05	0,10	38	7,228	0,130	39	7,738	0,165	40	8,253	0,207	41	8,789	0,256	42	9,309	0,311
0,10	0,20	46	12,20	0,607	47	13,00	0,768	48	13,82	0,956	49	14,64	1,177	50	15,46	1,427
0,15	0,30	51	17,37	1,465	52	17,41	1,853	53	18,46	2,301	54	19,53	2,827	55	20 58	3,420
0,20	0,40	55	20,15	2,752	56	21,40	3,475	57	22,65	4,310	58	23,93	5,289	59	25,19	6,390
0,25	0,50	57	22,95	4,265	58	24,36	5,382	59	25,72	6,672	60	27,22	8,182	61	28,63	9,881
0,30	0,60	59	25,65	6,154	60	27,20	7,760	61	28,77	9,615	62	30,19	11,78	63	31,92	14,22
0,35	0,70	60	27,42	7,947	61	29,07	10,02	62	30,73	12,41	63	32,43	15,21	64	34,09	18,35
0,40	0,80	62	30,16	10,72	63	31,98	13,51	64	33,79	16,72	65	35,64	20,48	66	37,44	24,70
0,45	0,90	63	31,97	13,27	64	33,88	16,72	65	35,79	20,69	66	37,73	25,33	67	39,63	30,55
0,50	1,00	63	33,09	15,75	64	35,07	19,83	65	37,04	24,55	66	39,05	30,06	67	41,03	36,24
0,55	1,10	64	34,62	18,56	65	36,67	23,38	66	38,73	28,93	67	40,83	35,41	68	43,73	42,69
0,60	1,20	64	35,43	21,12	65	37,53	26,60	66	39 63	32,91	67	41,78	40,29	68	43,87	48,57
0,65	1,30	65	36,66	23,99	66	38,82	30,21	67	40,99	37,37	68	43,20	45,74	69	45,35	55,13
0,67	1,33	65	36,84	24,81	66	39,01	31,24	67	41,19	38,64	68	43,41	47,30	69	45,57	57,00
0,70	1,40	65	37,19	26,44	66	39,39	33,29	67	41,58	41,18	68	43,83	50,41	69	46,01	60,75
0,75	1,50	65	37,53	28,72	66	39,74	36,16	67	41,96	44,73	68	44,23	54,75	69	46,43	65,98
0,80	1,60	66	38,20	31,14	67	40,45	39,20	68	42,69	48,49	69	44,99	59,33	70	47,22	71,50
0,85	1,70	66	38,20	32,91	67	40,45	41,42	68	42,69	51,24	69	44,99	62,69	70	47,22	75,54
0,90	1,80	65	37,28	33,62	66	39,49	42,33	67	41,69	52,37	68	43,93	64,10	69	46,13	77,25
0,95	1,90	65	36,66	34,13	66	38,72	42,98	67	40,95	53,17	68	43,09	65,07	69	45,23	78,13
1,00	2,00	63	33,09	31,48	64	35,07	36,66	65	37,04	49,09	66	39,05	60,10	67	41,02	72,47

ТАБЛИЦА XIX.

Таблица для расчета круглых канализационных труб по формуле Маннинга при $n = 0{,}013$.

Степень наполнения		$d = 0{,}20$ м			$d = 0{,}25$ м			$d = 0{,}30$ м			$d = 0{,}35$ м			$d = 0{,}40$ м		
$\frac{h}{d}$	$\frac{h}{r}$	C	$W = \frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K = \frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W = \frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K = \frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W = \frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K = \frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W = \frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K = \frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W = \frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K = \frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.
0,05	0,10	33	2,682	1,574	34	3,112	2,854	36	3,514	4,641	36	3,895	7,000	37	4,257	9,994
0,10	0,20	37	4,188	6,848	39	4,860	12,42	40	5,488	20,19	41	6,082	30,46	42	6,648	43,48
0,15	0,30	40	5,395	15,94	41	6,261	28,91	42	7,070	47,01	43	7,836	70,90	44	8,565	101,2
0,20	0,40	41	6,421	28,72	43	7,451	52,08	44	8,414	84,68	45	9,326	127,7	46	10,19	182,4
0,25	0,50	43	7,315	44,93	44	8,488	81,46	46	9,586	132,5	47	10,62	199,8	48	11,61	285,3
0,30	0,60	44	8,103	64,25	45	9,403	116,5	47	10,62	189,4	48	11,77	285,7	49	12,86	407,9
0,35	0,70	45	8,801	86,24	46	10,2	156,4	48	11,53	254,3	49	12,78	383,5	50	13,97	547,6
0,40	0,80	46	9,418	110,5	47	10,93	200,4	49	12,34	325,8	50	13,68	491,5	51	14,95	701,7
0,45	0,90	46	9,964	136,6	48	11,56	247,7	49	13,06	402,8	51	14,47	607,6	52	15,82	867,4
0,50	1,00	47	10,44	164,0	48	12,11	297,3	50	13,68	483,5	51	15,16	729,3	52	16,57	1041
0,55	1,10	47	10,85	192,1	49	12,59	348,3	50	14,22	566,4	52	15,76	854,4	53	17,22	1220
0,60	1,20	48	11,20	220,4	49	12,99	399,5	51	14,67	650,0	52	16,26	980,0	53	17,77	1399
0,65	1,30	48	11,48	248,1	50	13,32	449,8	51	15,04	731,5	52	16,67	1103	54	18,22	1575
0,67	1,33	48	11,56	257,1	50	13,41	466,1	51	15,14	758,0	53	16,78	1143	54	18,34	1632
0,70	1,40	48	11,69	274,6	50	13,57	497,9	51	15,32	809,6	53	16,98	1221	54	18,56	1744
0,75	1,50	48	11,83	299,1	50	13,73	542,3	52	15,51	881,8	53	17,19	1330	54	18,78	1899
0,80	1,60	48	11,90	320,6	50	13,81	581,3	52	15,59	945,2	53	17,28	1426	54	18,89	2036
0,85	1,70	48	11,87	338,0	50	13,78	612,8	52	15,56	996,4	53	17,25	1503	54	18,85	2146
0,90	1,80	48	11,74	349,6	50	13,62	633,8	51	15,38	1031	53	17,05	1555	54	18,63	2220
0,95	1,90	48	11,46	353,2	50	13,30	640,5	51	15,01	1041	52	16,64	1571	54	18,19	2243
1,00	2,00	47	10,44	328,0	48	12,11	594,7	50	13,68	967,0	51	15,16	1459	52	16,57	2083

Продолжение

Степень наполнения		$d = 0{,}45$ м			$d = 0{,}50$ м			$d = 0{,}55$ м			$d = 0{,}60$ м			$d = 0{,}65$ м		
$\frac{h}{d}$	$\frac{h}{r}$	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.
0,05	0,10	38	4,605	13,68	39	4,940	18,12	39	5,264	23,37	40	5,579	29,47	40	5,884	36,48
0,10	0,20	43	7,191	59,53	43	7,714	78,84	44	8,221	101,7	45	8,712	128,2	45	9,189	158,7
0,15	0,30	45	9,264	138,6	46	9,938	183,5	47	10,59	236,7	48	11,22	298,5	48	11,84	369,5
0,20	0,40	47	11,03	249,7	48	11,83	330,7	49	12,60	426,3	50	13,36	537,7	50	14,09	665,6
0,25	0,50	49	12,56	390,6	50	13,47	517,3	51	14,36	666,9	51	15,22	841,1	52	16,05	1041
0,30	0,60	50	13,91	558,5	51	14,93	739,7	52	15,91	953,7	53	16,85	1203	53	17,78	1489
0,35	0,70	51	15,11	749,6	52	16,21	992,8	53	17,27	1280	54	18,31	1614	54	19,31	1999
0,40	0,80	52	16,17	960,7	53	17,35	1272	54	18,49	1640	55	19,59	2069	55	20,66	2561
0,45	0,90	53	17,11	1188	54	18,35	1573	55	19,56	2028	55	20,73	2557	56	21,86	3166
0,50	1,00	53	17,93	1426	55	19,23	1888	55	20,49	2434	56	21,72	3070	57	22,91	3801
0,55	1,10	54	18,63	1670	55	19,99	2212	56	21,30	2852	57	22,57	3596	57	23,81	4452
0,60	1,20	54	19,22	1915	56	20,62	2537	56	21,98	3271	57	23,29	4125	58	24,57	5107
0,65	1,30	55	19,71	2157	56	21,14	2856	57	22,53	3683	57	23,87	4644	58	25,18	5750
0,67	1,33	55	19,84	2235	56	21,29	2960	57	22,68	3816	58	24,04	4813	58	25,35	5958
0,70	1,40	55	20,07	2387	56	21,53	3161	57	22,95	4076	58	24,32	5141	58	25,65	6364
0,75	1,50	55	20,32	2600	56	21,80	3443	57	23,23	4440	58	24,61	5599	59	25,96	6931
0,80	1,60	55	20,43	2787	56	21,92	3691	57	23,36	4759	58	24,75	6002	59	26,11	7430
0,85	1,70	55	20,39	2938	56	21,87	3891	57	23,31	5017	58	24,70	6327	59	26,05	7832
0,90	1,80	55	20,16	3039	56	21,62	4024	57	23,04	5189	58	24,42	6544	59	25,75	8101
0,95	1,90	55	19,67	3071	56	21,11	4067	57	22,49	5244	57	23,83	6613	58	25,14	8186
1,00	2,00	53	17,93	2851	54	19,23	3776	55	20,49	4869	56	21,72	6140	57	22,91	7601

Продолжение

Степень наполнения		$d = 0{,}70$ м			$d = 0{,}75$ м			$d = 0{,}80$ м			$d = 0{,}90$ м			$d = 1{,}00$ м		
$\frac{h}{d}$	$\frac{h}{r}$	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.
0,05	0,10	41	6,182	0,044	41	6,473	0,053	42	6,758	0,063	43	7,310	0,087	43	7,842	0,115
0,10	0,20	46	9,654	0,193	46	10,11	0,232	47	10,55	0,276	48	11,42	0,378	49	12,25	0,501
0,15	0,30	49	12,44	0,450	49	13,02	0,541	50	13,60	0,643	51	14,71	0,880	52	15,78	1,165
0,20	0,40	51	14,80	0,811	52	15,50	0,975	52	16,18	1,158	53	17,50	1,585	54	18,78	2,100
0,25	0,50	53	16,86	1,269	53	17,66	1,525	54	18,43	1,811	55	19,94	2,480	56	21,39	3,284
0,30	0,60	54	18,68	1,814	55	19,56	2,181	55	20,42	2,590	56	22,09	3,546	57	23,69	4,697
0,35	0,70	55	20,29	2,435	56	21,24	2,927	56	22,18	3,477	58	23,99	4,760	59	25,73	6,304
0,40	0,80	56	21,71	3,121	57	22,73	3,446	57	23,73	4,093	58	25,67	5,603	60	27,54	7,421
0,45	0,90	57	22,97	3,858	58	24,05	4,637	58	25,11	5,508	59	27,16	7,540	60	29,13	9,986
0,50	1,00	58	24,07	4,631	58	25,20	5,566	59	26,31	6,612	60	28,46	9,052	61	30,53	11,99
0,55	1,10	58	25,01	5,245	59	26,19	6,521	59	27,34	7,745	60	29,58	10,60	62	31,73	14,04
0,60	1,20	59	25,81	6,222	59	27,02	7,479	60	28,21	8,884	61	30,52	12,16	62	32,74	16,11
0,65	1,30	59	26,46	7,006	60	27,70	8,421	60	28,92	10,00	61	31,28	13,69	63	33,56	18,14
0,67	1,33	59	26,64	7,260	60	27,89	8,727	60	29,12	10,37	62	31,50	14,19	63	33,79	18,79
0,70	1,40	59	26,95	7,754	60	28,22	9,321	61	29,46	11,07	62	31,87	15,16	63	34,18	20,07
0,75	1,50	59	27,28	8,446	60	28,56	10,15	61	29,82	12,06	62	32,25	16,51	63	34,60	21,86
0,80	1,60	59	27,43	9,053	60	28,72	10,88	61	29,98	12,93	62	32,43	17,70	63	34,79	23,44
0,85	1,70	59	27,37	9,544	60	28,66	11,47	61	29,92	13,63	62	32,37	18,65	63	34,72	24,71
0,90	1,80	59	27,06	9,871	60	28,33	11,87	61	29,58	14,09	62	31,99	19,29	63	34,32	25,55
0,95	1,90	59	26,41	9,975	60	27,66	11,99	60	28,87	14,24	61	31,23	19,50	62	33,50	25,82
1,00	2,00	58	24,07	9,262	58	25,20	11,13	59	26,31	13,22	60	28,46	18,10	61	30,53	23,98

Продолжение

Степень наполнения		$d = 1{,}1$ м			$d = 1{,}2$ м			$d = 1{,}3$ м			$d = 1{,}4$ м			$d = 1{,}5$ м		
$\frac{h}{d}$	$\frac{h}{r}$	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.
0,05	0,10	44	8,356	0,148	45	8,855	0,187	45	9,341	0,232	46	9,814	0,282	47	10,28	0,339
0,10	0.20	49	13,05	0,645	50	13,83	0,814	51	14,59	1,228	51	15,33	1,228	52	16,05	1,476
0,15	0,30	53	16,81	1,503	53	17,82	1,895	54	18,79	2,346	55	19,74	2,899	55	20,67	3,436
0,20	0,40	55	20,01	2,707	56	21,20	3,414	56	22,37	4,227	57	23,50	5,150	58	24,60	6,190
0,25	0,50	57	22,79	4,235	58	24,15	5,341	58	25,48	6,611	59	26,77	8,056	60	28,03	9,683
0,30	0,60	58	25,25	6,056	59	26,76	7,637	60	28,22	9,454	61	29,65	11,52	61	31,05	13,85
0.35	0,70	59	27,42	8,128	60	29,06	10.25	61	30,65	12,69	62	32,20	15,46	63	33,72	18.59
0,40	0,80	60	29,34	9,568	61	31,10	12,07	62	32,80	14,94	63	34,46	18,20	64	36,08	21,88
0,45	0,90	61	31,05	12,88	62	32,90	16,24	63	34,70	20,10	64	36,46	24,50	65	38,18	29,44
0,50	1,00	62	32,53	15,46	63	34,47	19,49	64	36,36	24,13	65	38,20	29,41	65	40,00	35,35
0,55	1,10	63	33,81	18,11	64	35,83	22,84	64	37,79	28,27	65	39,71	34,45	66	41,57	41,40
0,60	1,20	63	34,89	20,77	64	36,97	26,19	65	39,00	32,43	66	40,97	39,51	66	42,90	47,49
0,65	1,30	64	35,76	23,38	64	37,90	29,49	65	39,97	36,51	66	42,00	44,49	67	43,97	53,47
0,67	1,33	64	36,01	24,23	65	38,16	30,56	65	40,25	37,83	66	42,28	46,10	67	44,28	55,41
0,70	1,40	64	36,43	25,88	65	38,60	32,64	66	40,72	40,41	66	42,78	49,24	67	44,79	59,18
0,75	1,50	64	36,87	28,19	65	39,07	35,55	66	41,22	44,01	67	43,30	53,63	67	45,34	64,46
0,80	1,60	64	37,08	30,22	65	39,29	38,11	66	41,44	47,18	67	43,54	57,49	67	45,59	69,10
0,85	1,70	64	37,00	31,86	65	39,21	40,17	66	41,36	49,73	67	43,45	60,60	67	45,50	72,84
0,90	1,80	64	36,57	32,95	65	38,76	41,55	66	40,88	51,44	66	42,95	62,68	67	44,97	75,38
0,95	1,90	63	35,70	33,29	64	37,83	41,99	65	39,91	51,98	66	41,93	63,34	67	43,90	76,17
1,00	2,00	62	32,53	30,91	63	34,47	38,99	64	36,36	48,26	65	38,20	58,81	65	40,00	70,69

ТАБЛИЦА XX.

Таблица для расчета круглых канализационных труб диаметром $d = 0{,}15$ м по формулам Гангилье-Куттера и Маннинга при $n = 0{,}013$.

Степень наполнения		По Гангилье-Куттеру			По Маннингу		
$\frac{h}{d}$	$\frac{h}{r}$	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.
0,05	0,10	18,9	1,321	0,500	31,7	2,212	0,730
0,10	0,20	24,6	2,401	2,208	35,4	3,458	3,180
0,15	0,30	28,3	3,336	5,544	37,7	4,452	7,400
0,20	0,40	31,0	4,171	10,50	39,4	5,301	13,34
0,25	0,50	33,1	4,907	16,95	40,7	6,030	20,83
0,30	0,60	34,9	5,584	24,91	41,8	6,691	29,85
0,35	0,70	36,3	6,181	34,08	42,6	7,268	40,07
0,40	0,80	37,4	6,715	44,93	43,4	7,776	51,33
0,45	0,90	38,4	7,190	55,49	44,0	8,226	63,44
0,50	1,00	39,3	7,605	67,20	44,5	8,615	76,13
0,55	1,10	40,0	7,966	79,33	44,9	8,955	89,18
0,60	1,20	40,5	8,274	91,59	45,3	9,244	102,3
0,65	1,30	41,0	8,522	103,6	45,6	9,474	115,2
0,67	1,33	41,1	8,587	107,4	45,6	9,532	119,2
0,70	1,40	41,3	8,710	115,1	45,8	9,650	127,5
0,75	1,50	41,5	8,833	125,6	45,9	9,767	138,9
0,80	1,60	41,6	8,892	134,7	46,0	9,821	148,8
0,85	1,70	41,6	8,873	142,1	46,0	9,803	156,9
0,90	1,80	41,4	8,750	146,6	45,8	9,688	162,3
0,95	1,90	40,9	8,483	147,1	45,5	9,438	163,7
1,00	2,00	39,3	7,605	134,3	44,5	8,615	152,2

ТАБЛИЦА XXI.

Таблица Бюзинга для расчета овоидальных канализационных труб („нормального" типа 3:2) по формуле Гангилье-Куттера при $n = 0{,}013$.

Наполнение	30/20 см			37,5/25 см			45/30 см			52,5/35 см			60/40 см		
$\frac{h}{r}$	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ л/сек.
0,1	21	1,678	0,686	24	2,141	1,367	26	2,536	2,333	27	2,844	3,560	28	3,154	5,157
0,2	27	2,961	3,295	29	3,552	6,174	31	4,151	10,40	33	4,773	16,26	34	5,259	23,41
0,3	31	4,064	7,773	33	4,743	14,44	35	5,499	24,11	37	6,279	37,46	38	6,896	53,74
0,4	33	4,760	14,09	35	5,637	26,07	37	6,515	43,41	39	7,417	67,24	40	8,135	96,34
0,5	35	5,514	22,21	37	6,510	40,95	39	7,501	67,99	41	8,518	105,0	42	9,331	150,3
0,6	36	6,060	32,38	38	7,143	59,62	41	8,425	101,3	42	9,322	152,5	43	10,21	218,1
0,7	37	6,606	44,16	39	7,773	81,20	42	9,151	137,5	43	10,12	207,2	44	11,07	296,2
0,8	38	7,119	57,98	40	8,369	108,9	43	9,835	180,3	44	10,87	271,1	45	11,89	387,3
0,9	39	7,611	73,94	41	8,955	135,6	44	10,51	229,2	45	11,61	344,5	46	12,69	491,9
1,0	40	8,128	92,03	42	9,530	168,6	45	11,16	284,5	46	12,33	427,4	47	13,47	610,0
1,1	41	8,617	112,2	43	10,09	200,2	46	11,80	345,8	47	13,03	519,2	48	14,23	740,8
1,2	42	9,094	134,4	44	10,64	245,6	47	12,42	413,1	48	13,70	620,1	49	14,96	884,2
1,3	43	9,555	158,5	45	11,16	289,4	48	13,02	486,2	49	14,36	729,4	50	15,67	1040
1,4	44	10,01	184,7	46	11,69	336,9	49	13,62	565,3	50	15,01	847,7	51	16,37	1208
1,5	45	10,47	213,1	47	12,21	388,2	49	13,92	637,5	50	15,34	956,0	52	17,06	1389
1,6	45	10,67	238,0	47	12,45	433,6	50	14,47	726,5	51	15,95	1089	53	17,72	1581
1,7	45	10,86	263,5	47	12,66	480,0	50	14,73	804,3	51	16,22	1206	53	18,03	1734
1,8	45	11,03	289,5	48	13,13	538,7	50	14,96	883,8	52	16,80	1351	54	18,66	1959
1,9	45	11,18	317,6	48	13,36	590,9	50	15,21	969,5	52	17,08	1482	54	18,97	2189
2,0	46	11,59	350,3	48	13,51	637,6	51	15,69	1067	53	17,61	1630	54	19,19	2362
2,1	46	11,72	377,6	49	13,95	701,7	51	15,87	1150	53	17 81	1757	55	19,77	2547
2,2	46	11,86	405,3	49	14,10	753,2	51	16 05	1237	53	18,01	1886	55	19,99	2733
2,3	46	11,93	421,3	49	14,19	782,0	51	16,14	1283	53	18,12	1960	55	20,11	2841
2,4	47	12,26	466,1	49	14,28	847,7	52	16,56	1417	54	18,58	2162	55	20,23	3080
2,5	47	12,32	491,2	49	14,34	893,3	52	16,64	1493	54	18,67	2279	55	20,33	3242
2,6	47	12,31	509,7	49	14,33	927,0	52	16,62	1549	54	18,64	2365	55	20,31	3364
2,7	47	12,26	527,3	49	14,28	958,9	52	16,56	1603	54	18,58	2446	55	20,23	3480
2,8	47	11,91	539,1	49	14,17	980,4	52	16,13	1640	54	18,10	2501	55	20,09	3558
2,9	47	11,98	542,8	49	13,95	987,3	52	15,87	1689	54	17,81	2518	55	19,77	3583
3,0	45	10,82	497,4	47	12,66	908,8	50	14,43	1523	52	16,22	2327	53	18,03	3314

Продолжение

Наполнение $\frac{h}{d}$	67,5/45 см			75/50 см			82,5/55 см			90/60 см			97,5/65 см		
	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.
0,1	29	3,461	0,007	30	3,780	0,010	31	4,093	0,013	32	4,419	0,016	33	4,740	0,020
0,2	36	5,904	0,033	37	6,401	0,045	38	6,890	0,058	39	7,395	0,074	40	7,889	0,093
0,3	40	7,698	0,074	41	8,323	0,101	42	8,935	0,132	43	9,567	0,168	44	10,18	0,210
0,4	42	9,058	0,133	43	9,782	0,181	45	10,73	0,240	46	11,47	0,306	46	12,19	0,381
0,5	44	10,36	0,207	45	11,18	0,281	47	12,24	0,373	48	13,07	0,474	48	13,88	0,590
0,6	45	11,33	0,299	46	12,21	0,408	48	13,36	0,540	49	14,26	0,686	49	15,13	0,854
0,7	46	12,28	0,406	47	13,23	0,553	49	14,46	0,731	50	15,43	0,928	50	16,37	1,156
0,8	47	13,17	0,530	48	14,18	0,722	50	15,48	0,954	51	16,52	1,211	51	17,52	1,507
0,9	48	14,04	0,673	49	15,12	0,916	51	16,49	1,209	52	17,58	1,534	52	18,64	1,908
1,0	49	14,89	0,834	50	16,03	1,134	52	17,47	1,496	53	18,62	1,897	53	19,73	2,359
1,1	50	15,71	1,012	52	17,24	1,403	54	18,76	1,847	55	19,98	2,341	54	21,16	2,910
1,2	51	16,51	1,207	53	18,10	1,672	55	19,68	2,200	56	20,96	2,787	56	22,19	3,463
1,3	52	17,28	1,418	54	18,93	1,963	56	20,57	2,581	57	21,90	3,269	57	23,18	4,061
1,4	53	18,04	1,646	54	19,39	2,235	56	21,07	2,939	57	22,43	3,724	58	23,74	4,625
1,5	54	18,79	1,891	55	20,19	2,567	56	21,54	3,315	57	22,93	4,199	58	24,27	5,216
1,6	54	19,15	2,112	55	20,57	2,867	57	22,34	3,768	58	23,77	4,772	58	25,15	5,925
1,7	55	19,84	2,381	56	21,31	3,232	57	22,73	4,172	58	24,19	5,283	59	25,59	6,560
1,8	55	20,15	2,617	56	21,64	3,551	57	23,09	4,584	58	24,57	5,805	59	26,44	7,330
1,9	56	20,86	2,923	57	22,40	3,965	58	23,89	5,117	59	25,41	6,478	60	26,88	8,041
2,0	56	21,10	3,154	57	22,66	4,279	58	24,16	5,521	59	25,70	6,939	60	27,19	8,660
2,1	56	21,34	3,400	57	22,91	4,613	58	24,44	5,952	59	26,00	7,335	60	27,50	9,354
2,2	56	21,58	3,649	58	23,58	5,038	59	25,13	6,499	60	26,73	8,225	60	28,27	10,21
2,3	56	21,71	3,793	58	23,72	5,237	59	25,29	6,755	60	26,90	8,550	61	28,44	10,61
2,4	56	21,85	4,107	58	23,87	5,670	59	25,44	7,315	60	27,06	9,258	61	28,62	11,49
2,5	56	21,95	4,328	58	23,98	5,975	59	25,57	7,708	60	27,19	9,755	61	28,75	12,11
2,6	56	21,93	4,491	58	23,95	6,201	59	25,54	7,999	60	27,16	10,12	61	28,70	12,56
2,7	56	21,85	4,646	58	23,87	6,414	59	25,44	8,274	60	27,06	10,47	61	28,62	13,00
2,8	56	21,69	4,750	58	23,70	6,558	59	25,26	8,440	60	26,86	10,71	61	28,41	13,29
2,9	56	21,34	4,784	58	23,32	6,604	59	24,86	8,519	60	26,44	10,78	61	27,96	13,38
3,0	54	19,48	4,427	56	21,31	6,119	57	22,73	7,898	58	24,19	10,00	59	25,59	12,42

Продолжение

Наполнение	105/70 см			112,5/75 см			120/80 см			135/90 см			150/100 см		
$\frac{h}{r}$	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.
0,1	33	4,923	0,025	33	5,089	0,030	33	5,256	0,034	34	5,918	0,049	37	6,592	0,073
0,2	41	8,398	0,115	42	8,894	0,139	43	9,403	0,167	44	10,22	0,230	45	11,01	0,331
0,3	45	10,82	0,258	46	11,43	0,313	47	12,06	0,376	48	13,08	0,516	49	14,07	0,739
0,4	48	12,93	0,469	49	13,64	0,568	50	14,38	0,680	51	15,57	0,934	52	16,73	1,336
0,5	50	14,71	0,726	51	15,51	0,878	52	16,33	1,051	53	17,68	1,441	54	18,97	2,062
0,6	51	16,03	1,049	52	16,90	1,270	53	17,79	1,519	54	19,24	2,082	55	20,65	2,976
0,7	52	17,33	1,420	53	18,26	1,717	54	19,21	2,054	55	20,78	2,814	56	22,29	4,022
0,8	53	18,54	1,850	54	19,53	2,237	55	20,54	2,674	56	22,21	3,662	57	23,82	5,233
0,9	54	19,72	2,342	55	20,77	2,831	56	21,84	3,384	57	23,60	4,632	58	25,30	6,617
1,0	55	20,87	2,895	56	21,97	3,498	57	23,09	4,179	58	24,95	5,720	59	26,74	8,168
1,1	57	22,37	3,568	58	23,53	4,308	59	24,72	5,144	60	26,69	7,037	61	28,59	10,04
1,2	58	23,45	4,245	59	24,66	5,124	60	25,90	6,117	61	27,96	8,365	62	29,94	11,94
1,3	58	24,07	4,892	59	25,31	5,905	60	26,58	7,049	61	28,69	9,640	62	30,73	13,76
1,4	58	24,65	5,571	59	25,93	6,725	60	27,23	8,028	62	29,87	10,98	63	31,98	15,92
1,5	59	25,64	6,391	60	26,95	7,713	61	28,30	9,205	62	30,54	12,88	63	32,69	17,95
1,6	59	26,13	7,137	61	27,92	8,614	61	28,84	10,28	62	31,21	14,05	64	33,85	20,37
1,7	59	26,58	7,902	61	28,41	9,695	61	29,34	11,38	62	31,88	15,56	64	34,43	22,55
1,8	60	27,46	8,830	61	28,86	10,65	62	30,29	12,71	63	32,68	17,37	65	35,52	25,16
1,9	61	28,38	9,848	62	29,82	11,69	62	30,80	13,85	63	33,23	19,06	65	36,12	27,60
2,0	61	29,18	10,88	62	30,17	12,82	63	31,65	15,29	64	34,14	20,89	65	36,53	29,78
2,1	61	29,51	11,46	62	30,51	13,82	63	32,01	16,48	64	34,53	22,52	66	37,52	32,60
2,2	62	29,84	12,50	62	30,85	14,83	63	32,37	17,69	64	34,91	24,17	66	37,94	34,99
2,3	62	30,02	12,99	63	31,54	15,67	63	32,57	18,39	65	35,68	25,51	66	38,17	36,38
2,4	62	30,21	14,07	63	31,73	16,96	63	32,77	19,91	65	35,90	27,63	66	38,40	39,39
2,5	62	30,35	14,82	63	31,89	17,87	63	32,93	20,98	65	36,07	29,12	66	38,59	41,50
2,6	62	30,33	15,38	63	31,85	18,55	63	32,89	21,77	65	36,03	30,21	66	38,54	43,07
2,7	62	30,21	15,92	63	31,73	19,19	63	32,77	22,52	65	35,90	31,26	66	38,40	44,55
2,8	62	29,99	16,27	63	31,50	19,62	63	32,53	23,03	65	35,63	31,96	66	38,18	45,55
2,9	62	29,51	16,38	63	31,00	19,76	63	32,01	23,19	65	35,07	32,18	66	37,52	45,87
3,0	60	27,03	15,21	61	28,41	18,36	61	29,34	21,55	63	32,17	29,93	64	34,43	42,69

Продолжение

Наполнение	165/110 см			180/120 см			195/130 см			210/140 см			225/150 см		
$\frac{h}{r}$	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек	C	$W=\frac{V}{\sqrt{J}}$ м/сек.	$K=\frac{Q}{\sqrt{J}}$ м³/сек.
0,1	38	7,163	0,089	39	7,617	0,112	40	8,125	0,140	41	8,848	0,166	42	9,166	0,211
0,2	46	11,91	0,401	47	12,60	0,505	48	13,39	0,629	49	14,19	0,742	50	14,98	0,938
0,3	50	15,18	0,895	51	16,05	1,126	52	17,02	1,401	53	18,01	1,650	54	18,99	2,081
0.4	53	18,04	1,616	54	19,04	2,029	55	20,17	2,523	56	21,18	2,968	57	22,46	3,740
0,5	55	20,45	2,491	56	21,57	3,200	57	22,83	3,884	58	24,13	4,568	59	25,40	5,752
0,6	56	22,24	3,595	57	23,46	4,512	58	24,82	5,603	59	26,22	6,586	60	27,59	8,291
0,7	57	24,00	4,856	58	25,31	6,092	59	26,77	7,564	60	28,27	8,909	61	29,74	11,45
0,8	58	25,64	6,317	59	27,02	7,923	60	28,58	9,833	61	30,18	11 55	62	31,73	14,54
0,9	59	27,23	7,986	60	28,69	10,01	61	30,34	12,42	62	32,02	14,59	63	33,66	18,35
1,0	60	28,77	9,855	61	30,30	12,35	62	32,03	15,32	63	33,80	17,99	64	35,53	22,63
1,1	62	30,75	12,11	63	32,37	15,17	64	34,20	18,81	65	36,07	22,08	65	37,32	27,33
1,2	63	32,19	14,39	64	33,88	18,02	65	35,78	22,34	66	37,73	26,21	66	39,04	32,44
1,3	63	33,03	16,58	64	34,77	20,77	65	36,73	25,74	66	38,72	30,20	67	40,67	37,96
1,4	64	34,37	19,18	65	36,17	24,02	66	38,19	29,77	67	40,26	34,92	68	42,25	43,87
1,5	64	35,14	21,63	65	36,98	27,09	66	39,05	33,57	67	41,16	39,38	69	43,85	50,21
1,6	65	36,37	24,54	66	38,26	30,72	67	40,12	38,06	68	42,57	44,64	69	44,70	56,07
1,7	65	37,00	27,17	66	38,92	34,01	67	41,10	42.13	68	43,32	49,42	70	46,13	62,97
1,8	66	38,08	30,31	67	40,14	37,93	67	41,74	46,29	68	44,00	54.30	70	46,86	69,19
1,9	66	38 80	33,25	67	40,81	41,61	67	42,45	50,79	68	44,74	59.57	70	47,65	75,91
2,0	66	39,25	35.88	67	41,28	44,90	67	42,93	54,80	68	45,25	64,27	70	48 19	81,90
2,1	67	40,29	39.26	67	41,75	48,41	68	44,07	59,96	69	46,43	70 31	70	48,74	88,30
2,2	67	40,74	42,14	68	42,85	52,73	68	44,56	64,36	69	46,95	75,46	70	49,28	94,77
2,3	67	40,99	43,81	68	43,11	54,81	68	44,83	66,90	69	47,24	78,45	70	49,59	98,52
2,4	67	41,25	47.43	68	43,37	59,35	68	45,11	72,44	69	47,53	84,94	70	49,89	105,7
2,5	67	41,45	49,98	68	43,58	62,54	68	45,33	76,33	69	47,76	89,51	70	50,13	112,4
2,6	67	41,40	51.87	68	43,53	64,90	68	45,27	79,21	69	47,70	92,89	70	50,07	116,6
2,7	67	41,25	53,65	68	43,37	67,14	68	45,11	81,94	69	47,53	96,09	70	49,89	120,7
2,8	67	40,94	54.86	68	43,06	68,64	68	44,78	83,77	69	47,18	98,24	70	49,53	123,4
2,9	67	40,29	55,25	68	42,37	69,13	68	44.07	84,37	69	46,43	98,93	70	48,74	124,2
3,0	65	37,00	51,43	66	38,92	64,39	66	40,48	78,58	67	42,68	92,19	68	44,81	115,8

ТАБЛИЦЫ

для расчета водопроводных труб.

Стр.

Таблица XXII — по формуле Куттера при коэфициенте шероховатости $k = 0{,}25$ 802

Таблица XXIII — по формуле Маннинга при коэфициенте шероховатости $n = 0{,}012$ 805

ПРИМЕЧАНИЯ:

1) *В таблицах XXII—XXIII диаметр d выражен в мм, скорость V— в м/сек., расход Q—в л/сек.*

2) *Размеры диаметров d соответствуют „нормальному сортаменту" (см. табл. XXIV).*

3) *Для удобства пользования таблицами XXII—XXIII уклоны разбиты на группы, обозначенные слева римскими цифрами.*

ТАБЛИЦА XXII.

Таблица для расчета водопроводных труб по формуле Куттера при $k = 0{,}25$.

	Уклоны 1:	Диаметр d Десятичн.	40		50		75		100		125		150	
			V	Q	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q
I	10	0,10000	0,90	1,2	1,09	2,1	1,53	6,8	1,94	15,2	2,31	28,4	2,68	47,3
	15	0,06667	0,74	0,9	0,89	1,8	1,25	5,5	1,58	12,4	1,89	23,2	2,19	38,6
	20	0,05000	0,64	0,8	0,77	1,5	1,09	4,8	1,37	10,8	1,64	20,1	1,89	33,4
	25	0,04000	0,57	0,8	0,69	1,4	0,96	4,3	1,22	9,6	1,46	18,0	1,69	29,9
II	30	0,03333	0,52	0,7	0,63	1,2	0,88	3,9	1,12	8,8	1,34	16,4	1,55	27,3
	35	0,02857	0,48	0,6	0,59	1,1	0,82	3,6	1,03	8,1	1,24	15,2	1,43	25,2
	40	0,02500	0,45	0,6	0,55	1,0	0,77	3,4	0,97	7,6	1,16	14,2	1,34	23,6
	45	0,02222	0,43	0,5	0,52	1,0	0,72	3,2	0,91	7,2	1,09	13,4	1,26	22,3
III	50	0,02000	0,40	0,5	0,49	1,0	0,69	3,0	0,87	6,8	1,04	12,7	1,20	21,1
	60	0,01667	0,37	0,5	0,45	0,9	0,63	2,8	0,79	6,2	0,95	11,6	1,09	19,3
	70	0,01429	0,34	0,4	0,41	0,8	0,58	2,6	0,73	5,8	0,88	10,7	1,01	17,9
	80	0,01250	0,32	0,4	0,39	0,8	0,54	2,4	0,68	5,4	0,82	10,0	0,95	16,7
IV	90	0,01111	0,30	0,4	0,37	0,7	0,51	2,3	0,63	5,1	0,77	9,5	0,89	15,8
	100	0,01000	0,29	0,4	0,35	0,7	0,49	2,1	0,61	4,8	0,73	9,0	0,85	14,9
	125	0,00800	0,26	0,3	0,31	0,6	0,43	1,9	0,55	4,3	0,65	8,0	0,76	13,4
	150	0,00667	0,23	0,3	0,28	0,6	0,40	1,8	0,50	3,9	0,60	7,3	0,69	12,2
V	175	0,00571	0,21	0,3	0,26	0,5	0,37	1,6	0,46	3,6	0,55	6,8	0,64	11,3
	200	0,00500	0,20	0,3	0,24	0,5	0,34	1,5	0,43	3,4	0,52	6,4	0,60	10,6
	225	0,00444	0,19	0,2	0,23	0,5	0,32	1,4	0,41	3,2	0,49	6,0	0,56	10,0
	250	0,00400	0,18	0,2	0,22	0,4	0,31	1,3	0,39	3,0	0,46	5,7	0,54	9,5
VI	275	0,00364	0,17	0,2	0,21	0,4	0,29	1,3	0,37	2,9	0,44	5,4	0,51	9,0
	300	0,00333	0,17	0,2	0,20	0,4	0,28	1,2	0,35	2,8	0,42	5,2	0,49	8,6
	325	0,00308	0,16	0,2	0,19	0,4	0,27	1,2	0,34	2,7	0,41	5,0	0,47	8,3
	350	0,00286	0,15	0,2	0,19	0,4	0,26	1,1	0,33	2,6	0,39	4,8	0,45	8,0
VII	375	0,00267	0,15	0,2	0,18	0,4	0,25	1,1	0,32	2,5	0,38	4,6	0,44	7,7
	400	0,00250	0,14	0,2	0,17	0,3	0,24	1,1	0,31	2,4	0,37	4,5	0,42	7,5
	425	0,00235	0,14	0,2	0,17	0,3	0,23	1,0	0,30	2,3	0,36	4,4	0,41	7,3
	450	0,00222	0,13	0,2	0,16	0,3	0,23	1,0	0,29	2,3	0,35	4,3	0,40	7,0
VIII	475	0,00210	0,13	0,2	0,16	0,3	0,22	1,0	0,28	2,2	0,34	4,1	0,39	6,9
	500	0,00200	0,13	0,2	0,15	0,3	0,22	1,0	0,27	2,2	0,33	4,0	0,38	6,7
	550	0,00182	0,12	0,2	0,15	0,3	0,21	0,9	0,26	2,1	0,31	3,8	0,36	6,4
	600	0,00167	0,12	0,1	0,14	0,3	0,20	0,9	0,25	2,0	0,30	3,7	0,35	6,1
IX	650	0,00154	0,11	0,1	0,14	0,3	0,19	0,8	0,24	1,9	0,29	3,5	0,34	5,8
	700	0,00143	0,11	0,1	0,13	0,3	0,18	0,8	0,23	1,8	0,28	3,4	0,32	5,6
	750	0,00133	0,10	0,1	0,13	0,2	0,18	0,8	0,22	1,8	0,27	3,3	0,31	5,5
	800	0,00125	—	—	0,12	0,2	0,17	0,8	0,22	1,7	0,26	3,2	0,30	5,3
X	850	0,00117	—	—	0,12	0,2	0,17	0,7	0,21	1,7	0,25	3,1	0,29	5,1
	900	0,00111	—	—	0,11	0,2	0,16	0,7	0,20	1,6	0,24	3,0	0,28	5,0
	950	0,00105	—	—	0,11	0,2	0,16	0,7	0,20	1,6	0,24	2,9	0,27	4,9
	1000	0,00100	—	—	0,11	0,2	0,15	0,7	0,19	1,5	0,23	2,8	0,27	4,7
XI	1100	0,00091	—	—	0,10	0,2	0,15	0,6	0,18	1,5	0,22	2,7	0,26	4,5
	1200	0,00083	—	—	—	—	0,14	0,6	0,18	1,4	0,21	2,6	0,24	4,3
	1300	0,00077	—	—	—	—	0,13	0,6	0,17	1,3	0,20	2,5	0,24	4,1
	1400	0,00071	—	—	—	—	0,13	0,6	0,16	1,3	0,20	2,4	0,23	4,0
XII	1500	0,00066	—	—	—	—	0,12	0,6	0,16	1,2	0,19	2,3	0,22	3,9
	1600	0,00062	—	—	—	—	0,12	0,5	0,15	1,2	0,18	2,2	0,21	3,7
	1700	0,00059	—	—	—	—	0,12	0,5	0,15	1,2	0,18	2,2	0,21	3,6
	1800	0,00056	—	—	—	—	0,11	0,5	0,14	1,1	0,17	2,1	0,20	3,5
XIII	1900	0,00053	—	—	—	—	0,11	0,5	0,14	1,1	0,17	2,1	0,19	3,4
	2000	0,00050	—	—	—	—	0,11	0,5	0,14	1,1	0,16	2,0	0,18	3,3

Продолжение

	Уклоны / Диаметр d		175		200		225		250		300		350	
	1:	Десятичн.	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q
I	10	0,10000	3,02	72,5	3,33	104,6	3,65	145,2	3,95	194,0	4,53	320	5,07	488
	15	0,06667	2,46	59,2	2,71	85,4	2,98	118,5	3,23	158,4	3,70	261	4,14	398
	20	0,05000	2,13	51,3	2,36	74,0	2,58	102,7	2,80	137,2	3,20	226	3,58	345
	25	0,04000	1,91	45,9	2,11	66,2	2,31	91,6	2,50	122,7	2,86	202	3,21	308
II	30	0,03333	1,74	41,9	1,92	60,4	2,11	83,8	2,28	112,0	2,62	185	2,93	282
	35	0,02857	1,61	38,8	1,78	55,9	1,95	77,6	2,11	103,7	2,42	171	2,71	261
	40	0,02500	1,51	36,3	1,67	52,3	1,83	72,6	1,98	97,0	2,26	160	2,54	244
	45	0,02222	1,42	34,2	1,57	49,3	1,72	68,4	1,86	91,4	2,14	151	2,39	230
III	50	0,02000	1,40	32,4	1,49	46,8	1,63	64,9	1,77	86,8	2,03	143	2,27	218
	60	0,01667	1,23	29,6	1,36	42,7	1,49	59,3	1,61	79,2	1,85	131	2,07	199
	70	0,01429	1,14	27,4	1,26	39,5	1,38	54,9	1,49	73,3	1,71	121	1,92	184
	80	0,01250	1,07	25,6	1,18	37,0	1,29	51,3	1,40	68,6	1,60	113	1,79	172
IV	90	0,01111	1,01	24,2	1,11	34,9	1,22	48,4	1,32	64,7	1,51	107	1,69	163
	100	0,01000	0,95	22,9	1,05	33,1	1,16	45,9	1,25	61,3	1,43	101	1,60	154
	125	0,00800	0,85	20,5	0,94	29,6	1,03	41,1	1,12	54,9	1,28	91	1,43	138
	150	0,00667	0,78	18,7	0,86	27,0	0,94	37,5	1,02	50,1	1,17	83	1,31	126
V	175	0,00571	0,72	17,3	0,80	25,0	0,87	34,7	0,96	46,4	1,08	77	1,21	117
	200	0,00500	0,67	16,2	0,75	23,4	0,82	32,5	0,88	43,4	1,01	72	1,13	109
	225	0,00444	0,64	15,3	0,70	22,1	0,77	30,6	0,83	40,9	0,96	68	1,07	103
	250	0,00400	0,60	14,5	0,67	20,9	0,73	29,0	0,79	38,8	0,91	64	1,01	98
VI	275	0,00364	0,58	13,8	0,64	19,9	0,70	27,7	0,75	37,0	0,86	61	0,97	93
	300	0,00333	0,55	13,2	0,61	19,1	0,67	26,5	0,72	35,4	0,83	58	0,93	89
	325	0,00308	0,53	12,7	0,58	18,3	0,64	25,5	0,69	34,0	0,79	56	0,89	86
	350	0,00286	0,51	12,3	0,56	17,7	0,62	24,5	0,67	32,[illegible]	0,77	54	0,86	82
VII	375	0,00267	0,49	11,8	0,54	17,1	0,60	23,7	0,65	31,7	0,74	52	0,83	80
	400	0,00250	0,48	11,5	0,53	16,5	0,58	23,0	0,63	30,7	0,72	51	0,80	77
	425	0,00235	0,46	11,1	0,51	16,0	0,56	22,3	0,61	29,8	0,70	49	0,78	75
	450	0,00222	0,45	10,8	0,50	15,6	0,54	21,6	0,59	23,9	0,68	48	0,76	73
VIII	475	0,00210	0,41	10,5	0,48	15,2	0,53	21,1	0,57	28,1	0,66	46	0,74	71
	500	0,00200	0,43	10,3	0,47	14,8	0,52	20,5	0,56	27,4	0,64	45	0,72	69
	550	0,00182	0,42	9,8	0,45	14,1	0,49	19,6	0,53	26,2	0,61	43	0,68	66
	600	0,00167	0,39	9,4	0,43	13,5	0,47	18,7	0,51	25,0	0,59	41	0,65	63
IX	650	0,00154	0,37	9,0	0,41	13,0	0,45	18,0	0,49	24,1	0,56	40	0,63	61
	700	0,00143	0,36	8,7	0,40	12,5	0,44	17,4	0,47	23,2	0,54	38	0,61	58
	750	0,00133	0,35	8,4	0,39	12,1	0,42	16,8	0,46	22,4	0,52	37	0,59	56
	800	0,00125	0,34	8,1	0,37	11,7	0,41	16,2	0,44	21,7	0,51	36	0,57	55
X	850	0,00117	0,33	7,9	0,36	11,3	0,40	15,7	0,43	21,0	0,49	35	0,55	53
	900	0,00111	0,32	7,6	0,35	11,0	0,39	15,3	0,42	20,4	0,48	34	0,53	51
	950	0,00105	0,31	7,4	0,34	10,7	0,38	14,9	0,41	19,9	0,47	33	0,52	50
	1000	0,00100	0,30	7,2	0,33	10,4	0,37	14,5	0,40	19,4	0,45	32	0,51	49
XI	1100	0,00091	0,29	6,9	0,32	10,0	0,35	13,8	0,38	18,5	0,43	31	0,48	47
	1200	0,00083	0,28	6,6	0,30	9,5	0,33	13,3	0,36	17,7	0,41	29	0,46	45
	1300	0,00077	0,26	6,4	0,29	9,2	0,32	12,7	0,35	17,0	0,40	28	0,45	43
	1400	0,00071	0,26	6,1	0,23	8,8	0,31	12,3	0,33	16,4	0,38	27	0,43	41
XII	1500	0,00066	0,25	5,9	0,27	8,5	0,30	11,9	0,32	15,8	0,37	26	0,41	40
	1600	0,00062	0,24	5,7	0,26	8,3	0,29	11,[illegible]	0,31	15,3	0,36	25	0,40	39
	1700	0,00059	0,23	5,6	0,26	8,0	0,28	11,[illegible]	0,30	14,9	0,35	25	0,39	37
	1800	0,00056	0,23	5,4	0,25	7,8	0,27	10,8	0,30	14,5	0,34	24	0,38	36
XIII	1900	0,00053	0,22	5,3	0,24	7,6	0,27	10,5	0,29	14,1	0,33	23	0,37	35
	2000	0,00050	0,21	5,1	0,24	7,4	0,26	10,3	0,28	13,7	0,32	23	0,36	35

Продолжение

	Диаметр d / Уклоны		400		450		500		600		700	
	1:	Десятичн.	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q
I	10	0,10000	5,59	702	6,08	966	6,55	1 286	7,45	2 105	8,28	3 186
	15	0,06667	4,56	574	4,96	789	5,35	1 050	6,08	1 719	6,76	2 602
	20	0,05000	3,95	497	4,30	683	4,63	910	5,26	1 488	5,86	2 253
	25	0,04000	3,54	444	3,84	611	4,14	813	4,71	1 331	5,24	2 015
II	30	0,03333	3,23	406	3,51	558	3,78	743	4,30	1 215	4,78	1 840
	35	0,02857	2,99	375	3,25	517	3,50	688	3,98	1 125	4,43	1 703
	40	0,02500	2,80	351	3,04	483	3,28	643	3,72	1 053	4,14	1 593
	45	0,02222	2,64	331	2,86	456	3,09	605	3,51	992	3,90	1 502
III	50	0,02000	2,50	314	2,72	432	2,93	575	3,33	941	3,70	1 425
	60	0,01667	2,28	287	2,48	395	2,67	525	3,04	859	3,38	1 301
	70	0,01429	2,11	266	2,30	365	2,48	486	2,81	796	3,13	1 204
	80	0,01250	1,98	248	2,15	342	2,32	455	2,63	744	2,93	1 127
IV	90	0,01111	1,86	234	2,03	322	2,18	429	2,48	702	2,76	1 062
	100	0,01000	1,77	222	1,92	306	2,07	407	2,35	666	2,62	1 008
	125	0,00800	1,58	199	1,72	273	1,85	364	2,11	595	2,34	901
	150	0,00667	1,44	181	1,57	250	1,69	332	1,92	544	2,14	823
V	175	0,00571	1,34	168	1,45	231	1,57	307	1,78	503	1,98	772
	200	0,00500	1,25	157	1,36	216	1,47	288	1,67	471	1,85	713
	225	0,00444	1,18	148	1,28	204	1,38	271	1,57	444	1,75	672
	250	0,00400	1,12	141	1,22	193	1,31	257	1,49	421	1,66	637
VI	275	0,00364	1,07	134	1,16	184	1,25	245	1,42	401	1,58	608
	300	0,00333	1,02	128	1,11	176	1,20	235	1,36	384	1,51	582
	325	0,00308	0,98	123	1,07	170	1,15	226	1,31	369	1,45	559
	350	0,00286	0,95	119	1,03	164	1,11	217	1,26	356	1,40	539
VII	375	0,00267	0,91	115	0,99	158	1,07	210	1,22	344	1,35	520
	400	0,00250	0,88	111	0,96	153	1,04	203	1,18	333	1,31	504
	425	0,00235	0,86	108	0,93	148	1,01	197	1,14	323	1,27	489
	450	0,00222	0,83	105	0,91	144	0,98	192	1,11	314	1,23	475
VIII	475	0,00210	0,81	102	0,88	140	0,95	187	1,08	305	1,20	462
	500	0,00200	0,79	99	0,86	137	0,93	182	1,05	298	1,17	451
	550	0,00182	0,75	95	0,82	130	0,88	173	1,00	284	1,12	430
	600	0,00167	0,72	91	0,78	125	0,85	166	0,96	272	1,07	411
IX	650	0,00154	0,69	87	0,75	120	0,81	160	0,92	261	1,03	395
	700	0,00143	0,67	84	0,73	116	0,78	154	0,89	252	0,99	381
	750	0,00133	0,65	81	0,70	112	0,76	149	0,86	243	0,96	368
	800	0,00125	0,63	79	0,68	108	0,73	144	0,83	235	0,93	356
X	850	0,00117	0,61	76	0,66	105	0,71	140	0,81	228	0,90	346
	900	0,00111	0,59	74	0,64	102	0,69	136	0,79	222	0,87	336
	950	0,00105	0,57	72	0,62	99	0,67	132	0,76	216	0,85	327
	1000	0,00100	0,56	70	0,61	97	0,66	129	0,75	211	0,83	319
XI	1100	0,00091	0,53	67	0,58	92	0,63	123	0,71	201	0,79	304
	1200	0,00083	0,51	64	0,56	88	0,60	117	0,68	192	0,76	291
	1300	0,00077	0,49	62	0,53	85	0,57	113	0,65	185	0,73	280
	1400	0,00071	0,47	59	0,51	82	0,55	109	0,63	178	0,70	269
XII	1500	0,00066	0,46	57	0,50	79	0,54	105	0,61	172	0,68	260
	1600	0,00062	0,44	56	0,48	76	0,52	102	0,59	166	0,66	252
	1700	0,00059	0,43	54	0,47	74	0,50	99	0,57	161	0,64	244
	1800	0,00056	0,42	52	0,45	72	0,49	96	0,56	157	0,62	238
XIII	1900	0,00053	0,41	51	0,44	70	0,48	93	0,54	153	0,60	231
	2000	0,00050	0,40	50	0,43	68	0,46	91	0,53	149	0,59	225

Продолжение

	Уклоны / Диаметр d		750		800		900		1 000		1 200	
	1:	Десятичн.	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q
I	10	0.10000	8,68	3835	9,06	4556	9,82	6249	10,55	8281	11.92	13474
	15	0,06667	7,09	3131	7,40	3718	8,02	5102	8,61	6762	9,73	11002
	20	0,05000	6,14	2711	6,41	3221	6,95	4419	7,46	5856	8,43	9528
	25	0,04000	5,49	2425	5,73	2881	6,21	3952	6,67	5238	7,54	8522
II	30	0,03333	5,01	2214	5,23	2640	5.67	3608	6,09	4781	6,88	7780
	35	0 02857	4,64	2050	4,85	2435	5,25	3340	5.64	4427	6,37	7703
	40	0.02500	4,34	1917	4,53	2278	4,91	3125	5,27	4141	5,96	6737
	45	0,02222	4,09	1808	4,27	2148	4,63	2946	4,97	3904	5,62	6352
III	50	0,02000	3,88	1715	4.05	2037	4,39	2795	4,72	3704	5,33	6026
	60	0.01667	3.54	1566	3,70	1860	4,01	2551	4,31	3381	4,86	5501
	70	0.01429	3,28	1449	3,43	1722	3,71	2362	3,99	3130	4,50	5093
	80	0.01250	3,07	1356	3,20	1611	3,47	2209	3,73	2928	4,21	4764
IV	90	0.01111	2,89	1278	3,02	1519	3,27	2083	3.52	2760	3,97	4492
	100	0.01000	2,75	1213	2.87	1441	3,11	1976	3 33	2619	3,77	4261
	125	0.00800	2,46	1085	2.56	1289	2,78	1758	2,98	2342	3·37	3811
	150	0,00667	2,24	990	2,34	1176	5,54	1614	2,72	2138	3,08	3479
V	175	0.00571	2,08	917	2.17	1089	2,35	1494	2,52	1980	2,85	3214
	200	0,00500	1,94	857	2.03	1019	2,20	1397	2.36	1852	2,66	3013
	225	0.00444	1.83	868	1,91	960	2,07	1317	2,22	1746	2,51	2841
	250	0,00400	1,74	767	1,81	911	1,97	1250	2,11	1656	2,38	2695
VI	275	0,00364	1,66	731	1,73	871	1,87	1192	2,01	1574	2,27	2570
	300	0.00333	1,59	700	1,66	832	1,79	1141	1,93	1512	2.18	2461
	325	0,00308	1,52	673	1,59	799	1,72	1096	1,85	1453	2,09	2364
	350	0,00286	1,47	648	1,53	770	1,66	1056	1,78	1400	2,01	2278
VII	375	0,00267	1,42	525	1,48	744	1,60	1021	1,72	1352	1,95	2200
	400	0,00250	1,37	606	1.43	720	1.55	988	1,67	1309	1,88	2132
	425	0.00235	1,33	588	1,39	699	1,51	959	1,62	1270	1,83	2067
	450	0,00222	1,29	572	1,35	679	1,46	932	1,57	1235	1,78	2009
VIII	475	0,00210	1,26	556	1,32	661	1,43	907	1.53	1202	1,73	1955
	500	0.00200	1,23	542	1.28	644	1,39	884	1,49	1171	1,69	1906
	550	0.00182	1,17	517	1.22	614	1,33	843	1,42	1117	1,61	1817
	600	0,00167	1,12	495	1.17	588	1,27	807	1.36	1069	1,54	1740
IX	650	0.00154	1,08	476	1,12	565	1,22	775	1,31	1027	1,48	1671
	700	0,00143	1,04	458	1.08	545	1,17	747	1,26	990	1,42	1611
	750	0,00133	1,00	443	1,05	526	1,13	722	1.22	956	1.38	1556
	800	0,00125	0,97	429	1,01	509	1,10	699	1,18	926	1,33	1507
X	850	0,00117	0,94	416	0,98	494	1,07	678	1,14	898	1,29	1462
	900	0,00111	0.92	404	0,96	480	1,04	659	1,11	873	1.26	1420
	950	0,00105	0,89	393	0,93	467	1,01	641	1,08	850	1,22	1383
	1000	0,00100	0,87	384	0,91	456	0,98	625	1,06	928	1,19	1348
XI	1100	0,00091	0,83	366	0.86	434	0,94	596	1.01	790	1.14	1285
	1200	0,00083	0.79	350	0.83	416	0,90	571	0.96	756	1,09	1230
	1300	0,00077	0,76	335	0,80	400	0,86	548	0.92	726	1,05	1182
	1400	0,00071	0,73	324	0,77	385	0,83	528	0,89	700	1,01	1139
XII	1500	0,00066	0,71	313	0,74	372	0,80	510	0.86	676	0.97	1100
	1600	0,00062	0,69	303	0,72	360	0,78	494	0,83	655	0.94	1065
	1700	0,00059	0.67	294	0,70	349	0,75	479	0,81	635	0.91	1033
	1800	0,00056	0,65	286	0,68	340	0,73	466	0,79	617	0,89	1004
XIII	1900	0,00053	0,63	278	0.66	331	0,71	453	0,77	601	0,86	978
	2000	0,00050	0,61	271	0,64	322	0,70	442	0,75	586	0,84	953

ТАБЛИЦА XXIII.

Таблица для расчета водопроводных труб по формуле Маннинга при $n=0{,}012$.

	Диаметр d / Уклоны		40		50		75		100		125		150	
	1:	Десятичн.	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q
I	10	0,10000	1,22	1,5	1,42	2,8	1,86	8,2	2,25	17,7	2,62	32,1	2,95	52,2
	15	0,06 67	1,00	1,3	1,16	2,3	1,52	6,7	1,84	14,4	2,14	26,2	2,41	42,6
	20	0,05000	0,86	1,1	1,00	2,0	1,31	5,8	1,59	12,6	1,85	22,7	2,09	36,9
	25	0,04000	0,77	1,0	0,90	1,8	1,18	5,2	1,42	11,2	1,65	20,3	1,87	33,0
II	30	0,03333	0,71	0,9	0,82	1,6	1,07	4,7	1,30	10,2	1,51	18,5	1,70	30,1
	35	0,02857	0,65	0,8	0,76	1,5	1,00	4,4	1,20	9,5	1,40	17,2	1,58	27,9
	40	0,02500	0,61	0,8	0,71	1,4	0,93	4,1	1,13	8,8	1,31	16,0	1,48	26,1
	45	0,02222	0,58	0,8	0,67	1,3	0,88	3,9	1,06	8,3	1,23	15,1	1,39	24,6
III	50	0,02000	0,55	0,7	0,63	1,2	0,83	3,7	1,01	7,9	1,17	14,4	1,32	23,3
	60	0,01667	0,50	0,6	0,58	1,1	0,76	3,4	0,92	7,2	1,07	13,1	1,21	21,3
	70	0,01429	0,46	0,6	0,54	1,1	0,70	3,1	0,86	6,7	0,99	12,1	1,12	19,7
	80	0,01250	0,43	0,6	0,50	1,0	0,66	2,9	0,80	6,3	0,92	11,3	1,04	18,4
IV	90	0,01110	0,41	0,5	0,47	0,9	0,62	2,7	0,75	5,9	0,87	10,7	0,98	17,4
	100	0,01000	0,39	0,5	0,45	0,9	0,59	2,6	0,71	5,6	0,83	10,2	0,93	16,5
	125	0,00800	0,35	0,4	0,40	0,8	0,53	2,3	0,64	5,0	0,74	9,1	0,84	14,8
	150	0,00667	0,32	0,4	0,37	0,7	0,48	2,1	0,58	4,6	0,68	8,3	0,76	13,5
V	175	0,00571	0,29	0,4	0,34	0,7	0,44	2,0	0,54	4,2	0,63	7,7	0,71	12,5
	200	0,00500	0,27	0,3	0,32	0,6	0,42	1,8	0,50	4,0	0,58	7,2	0,66	11,7
	225	0,00444	0,26	0,3	0,30	0,6	0,39	1,7	0,47	3,7	0,55	6,8	0,62	11,0
	250	0,00400	0,24	0,3	0,28	0,6	0,37	1,6	0,45	3,6	0,52	6,4	0,59	10,4
VI	275	0,00364	0,23	0,3	0,27	0,5	0,35	1,6	0,43	3,4	0,50	6,1	0,56	9,9
	300	0,00333	0,22	0,3	0,26	0,5	0,34	1,5	0,41	3,2	0,48	5,9	0,54	9,6
	325	0,00308	0,21	0,3	0,25	0,5	0,33	1,4	0,40	3,1	0,46	5,6	0,52	9,2
	350	0,00286	0,21	0,3	0,24	0,5	0,31	1,4	0,38	3,0	0,44	5,4	0,50	8,8
VII	375	0,00267	0,20	0,3	0,23	0,5	0,30	1,3	0,37	2,9	0,43	5,2	0,48	8,5
	400	0,00250	0,19	0,2	0,22	0,4	0,29	1,3	0,36	2,8	0,41	5,1	0,47	8,2
	425	0,00235	0,19	0,2	0,22	0,4	0,29	1,3	0,35	2,7	0,40	4,9	0,45	8,0
	450	0,00222	0,18	0,2	0,21	0,4	0,28	1,2	0,34	2,6	0,39	4,8	0,44	7,8
VIII	475	0,00210	0,18	0,2	0,21	0,4	0,27	1,2	0,33	2,6	0,38	4,7	0,43	7,6
	500	0,00200	0,17	0,2	0,20	0,4	0,26	1,2	0,32	2,5	0,37	4,5	0,42	7,4
	550	0,00182	0,16	0,2	0,19	0,4	0,25	1,1	0,30	2,4	0,35	4,3	0,40	7,0
	600	0,00167	0,16	0,2	0,18	0,4	0,24	1,1	0,29	2,3	0,34	4,1	0,38	6,7
IX	650	0,00154	0,15	0,2	0,18	0,3	0,23	1,0	0,28	2,2	0,32	4,0	0,37	6,5
	700	0,00143	0,15	0,2	0,17	0,3	0,22	1,0	0,27	2,1	0,31	3,8	0,35	6,2
	750	0,00133	0,14	0,2	0,16	0,3	0,21	0,9	0,26	2,0	0,30	3,7	0,34	6,0
	800	0,00125	0,14	0,2	0,16	0,3	0,21	0,9	0,25	2,0	0,29	3,6	0,33	5,8
X	850	0,00117	0,13	0,2	0,15	0,3	0,20	0,9	0,24	1,9	0,28	3,5	0,32	5,7
	900	0,00111	0,13	0,2	0,15	0,3	0,20	0,9	0,24	1,9	0,28	3,4	0,31	5,5
	950	0,00105	0,12	0,2	0,15	0,3	0,19	0,8	0,23	1,8	0,27	3,3	0,30	5,4
	1000	0,00100	0,12	0,2	0,14	0,3	0,19	0,8	0,23	1,8	0,26	3,2	0,30	5,2
XI	1100	0,00091	0,12	0,1	0,13	0,3	0,18	0,8	0,21	1,7	0,25	3,1	0,28	5,0
	1200	0,00083	0,11	0,1	0,13	0,3	0,17	0,8	0,21	1,7	0,24	2,9	0,27	4,8
	1300	0,00077	0,11	0,1	0,12	0,2	0,16	0,7	0,20	1,6	0,23	2,8	0,26	4,6
	1400	0,00071	0,10	0,1	0,12	0,2	0,16	0,7	0,19	1,5	0,22	2,7	0,25	4,4
XII	1500	0,00066	0,10	0,1	0,12	0,2	0,15	0,7	0,18	1,4	0,21	2,6	0,24	4,3
	1600	0,00062	0,10	0,1	0,11	0,2	0,15	0,6	0,18	1,4	0,21	2,5	0,23	4,1
	1700	0,00059	0,09	0,1	0,11	0,2	0,14	0,6	0,17	1,4	0,20	2,5	0,23	4,0
	1800	0,00056	0,09	0,1	0,11	0,2	0,14	0,6	0,17	1,3	0,19	2,4	0,22	3,9
XIII	1900	0,00053	0,09	0,1	0,10	0,2	0,13	0,6	0,16	1,3	0,19	2,3	0,21	3,8
	2000	0,00050	0,09	0,1	0,10	0,2	0,13	0,6	0,16	1,3	0,18	2,3	0,21	3,5

Продолжение

	Диаметр d / Уклоны		175		200		225		250		300		350	
	1:	Десятичн.	v	Q	v	Q	v	Q	v	Q	v	Q	v	Q
I	10	0,10000	3,27	78,7	3,58	112,4	3,87	153,8	4,15	203,7	4,69	331,3	5,19	500
	15	0,06667	2,67	64,3	2,92	91,7	3,16	125,6	3,39	166,3	3,83	270,5	4,24	408
	20	0,05000	2,31	55,6	2,53	79,4	2,74	108,8	2,93	144,1	3,31	234,2	3,67	353
	25	0,04000	2,07	49,8	2,26	71,1	2,45	97,3	2,62	123,8	2,96	209,5	3,28	316
II	30	0,03333	1,89	45,4	2,06	64,9	2,23	88,8	2,40	117,6	2,71	191,3	3,00	288
	35	0,02857	1,75	42,1	1,91	60,1	2,07	82,2	2,22	108,9	2,50	177,1	2,78	267
	40	0,02500	1,64	39,3	1,79	56,2	1,93	76,9	2,08	101,9	2,34	165,6	2,60	250
	45	0,02222	1,54	37,1	1,69	53,0	1,82	72,5	1,96	96,3	2,21	156,2	2,45	236
III	50	0,02000	1,46	35,2	1,60	50,2	1,73	68,8	1,86	91,1	2,10	148,2	2,32	223
	60	0,01667	1,34	32,1	1,46	44,8	1,58	62,8	1,69	83,2	1,91	135,2	2,12	204
	70	0,01429	1,24	29,7	1,35	42,5	1,46	58,1	1,57	77,0	1,77	125,2	1,96	189
	80	0,01250	1,16	27,8	1,26	39,7	1,37	54,4	1,47	72,3	1,66	117,1	1,83	177
IV	90	0,01110	1,09	26,2	1,19	37,5	1,29	51,3	1,38	67,9	1,56	110,4	1,73	167
	100	0,01000	1,03	24,9	1,13	35,5	1,22	48,6	1,31	64,4	1,48	104,8	1,64	158
	125	0,00800	0,93	22,3	1,01	31,8	1,09	43,5	1,17	56,3	1,33	93,7	1,47	141
	150	0,00667	0,84	20,3	0,92	29,0	1,00	39,7	1,07	52,6	1,21	85,5	1,34	129
V	175	0,00571	0,78	18,8	0,85	26,9	0,92	36,8	0,99	48,7	1,12	79,2	1,24	119
	200	0,00500	0,73	17,6	0,80	25,1	0,87	34,4	0,93	45,6	1,05	74,1	1,16	112
	225	0,00444	0,69	16,6	0,75	23,7	0,82	32,4	0,87	42,9	0,99	69,8	1,09	105
	250	0,00400	0,65	15,7	0,72	22,5	0,77	30,8	0,83	40,7	0,94	66,3	1,04	100
VI	275	0,00364	0,62	15,0	0,68	21,4	0,74	29,3	0,79	38,8	0,89	63,2	0,99	95
	300	0,00333	0,60	14,4	0,65	20,5	0,71	28,1	0,76	37,2	0,86	60,5	0,95	91
	325	0,00308	0,57	13,8	0,63	19,7	0,68	27,0	0,73	35,7	0,82	58,1	0,91	88
	350	0,00286	0,55	13,3	0,60	19,0	0,65	26,0	0,70	34,4	0,79	56,0	0,88	84
VII	375	0,00267	0,53	12,9	0,58	18,3	0,63	25,1	0,68	33,3	0,77	54,1	0,85	82
	400	0,00250	0,52	12,4	0,57	17,8	0,61	24,3	0,66	32,2	0,74	52,4	0,82	79
	425	0,00235	0,50	12,1	0,55	17,2	0,59	23,6	0,64	31,2	0,72	50,8	0,80	77
	450	0,00222	0,49	11,7	0,53	16,7	0,58	22,9	0,62	30,4	0,70	49,4	0,77	74
VIII	475	0,00210	0,47	11,4	0,52	16,3	0,56	22,3	0,60	29,6	0,68	48,1	0,75	73
	500	0,00200	0,46	11,1	0,51	15,9	0,55	21,8	0,59	28,8	0,66	46,8	0,73	71
	550	0,00182	0,44	10,6	0,48	15,2	0,52	20,7	0,56	27,5	0,63	44,7	0,70	67
	600	0,00167	0,42	10,2	0,46	14,5	0,50	19,9	0,54	26,3	0,61	42,8	0,67	65
IX	650	0,00154	0,41	9,8	0,44	13,9	0,48	19,1	0,51	25,3	0,58	41,1	0,64	62
	700	0,00143	0,39	9,4	0,43	13,4	0,46	18,4	0,50	24,3	0,56	39,6	0,62	60
	750	0,00133	0,38	9,1	0,41	13,0	0,45	17,8	0,48	23,5	0,54	38,3	0,60	58
	800	0,00125	0,37	8,8	0,40	12,6	0,43	17,2	0,46	22,8	0,52	37,0	0,58	56
X	850	0,00117	0,35	8,6	0,39	12,2	0,42	16,7	0,45	22,1	0,51	35,9	0,56	54
	900	0,00111	0,34	8,3	0,38	11,8	0,41	16,2	0,44	21,5	0,48	34,9	0,55	53
	950	0,00105	0,34	8,1	0,37	11,5	0,40	15,8	0,43	20,9	0,48	34,0	0,53	51
	1000	0,00100	0,33	7,9	0,35	11,2	0,39	15,4	0,41	20,4	0,47	32,4	0,52	50
XI	1100	0,00091	0,31	7,5	0,34	10,7	0,37	14,7	0,40	19,4	0,45	31,6	0,50	48
	1200	0,00083	0,30	7,2	0,33	10,3	0,35	14,0	0,38	18,6	0,43	30,9	0,47	46
	1300	0,00077	0,29	6,9	0,31	9,9	0,34	13,5	0,36	17,9	0,41	29,1	0,45	44
	1400	0,00071	0,28	6,7	0,30	9,5	0,33	13,0	0,35	17,2	0,40	28,0	0,44	42
XII	1500	0,00066	0,27	6,4	0,29	9,2	0,32	12,6	0,34	16,6	0,38	27,0	0,42	41
	1600	0,00062	0,26	6,2	0,28	8,9	0,31	12,2	0,33	16,1	0,37	26,2	0,41	40
	1700	0,00059	0,25	6,0	0,27	8,6	0,30	11,8	0,32	15,6	0,36	25,4	0,40	38
	1800	0,00056	0,24	5,9	0,27	8,4	0,29	11,5	0,31	15,2	0,35	24,7	0,39	37
XIII	1900	0,00053	0,24	5,7	0,26	8,2	0,28	11,2	0,30	14,8	0,34	24,0	0,38	36
	2000	0,00050	0,23	5,6	0,25	7,9	0,27	10,9	0,29	14,4	0,33	23,4	0,37	35

Продолжение

	Диаметр d / Уклоны		400		450		500		600		700	
	1:	Десятичные	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q
I	10	0,10000	5,68	713	6,14	977	6,59	1294	7,44	2103	8,24	3173
	15	0,06667	4,64	582	5,01	797	5,38	1056	6,07	1717	6,73	2591
	20	0,05000	4,01	504	4,34	691	4,66	915	5,26	1487	5,83	2244
	25	0,04000	3,59	451	3,88	618	4,17	818	4,71	1330	5,21	2007
II	30	0,03333	3,28	412	3,55	564	3,80	747	4,30	1214	4,76	1832
	35	0,02857	3,03	381	3,28	522	3,52	691	3,98	1124	4,41	1696
	40	0,02500	2,84	357	3,07	488	3,29	647	3,72	1052	4,12	1586
	45	0,02222	2,68	336	2,89	460	3,11	610	3,51	992	3,89	1496
III	50	0,02000	2,54	319	2,75	437	2,95	578	3,33	941	3,69	1419
	60	0,01667	2,32	291	2,51	399	2,69	528	3,04	859	3,37	1295
	70	0,01429	2,15	270	2,32	369	2,49	489	2,81	795	3,12	1199
	80	0,01250	2,01	252	2,17	345	2,33	457	2,63	744	2,91	1122
IV	90	0,01110	1,89	238	2,05	326	2,20	431	2,48	701	2,75	1058
	100	0,01000	1,80	226	1,94	309	2,08	409	2,35	665	2,61	1003
	125	0,00800	1,61	202	1,74	276	1,86	366	2,10	595	2,33	897
	150	0,00667	1,47	184	1,59	252	1,70	334	1,92	543	2,13	819
V	175	0,00571	1,36	171	1,47	233	1,57	309	1,78	503	1,97	758
	200	0,00500	1,27	160	1,37	218	1,47	289	1,66	470	1,84	709
	225	0,00444	1,20	150	1,29	206	1,39	273	1,57	443	1,74	669
	250	0,00400	1,14	143	1,23	195	1,32	259	1,49	421	1,65	635
VI	275	0,00364	1,08	136	1,17	186	1,26	247	1,42	401	1,57	605
	300	0,00333	1,04	130	1,12	178	1,20	236	1,35	384	1,51	579
	325	0,00308	1,00	125	1,08	171	1,16	227	1,30	369	1,45	557
	350	0,00286	0,96	121	1,04	165	1,11	219	1,26	356	1,39	536
VII	375	0,00267	0,93	116	1,00	159	1,08	211	1,21	343	1,35	518
	400	0,00250	0,90	113	0,97	154	1,04	205	1,18	333	1,30	502
	425	0,00235	0,87	109	0,94	150	1,01	198	1,14	323	1,26	487
	450	0,00222	0,85	106	0,92	146	0,98	193	1,11	314	1,23	473
VIII	475	0,00210	0,82	104	0,89	142	0,96	188	1,08	305	1,20	460
	500	0,00200	0,80	101	0,87	138	0,93	183	1,05	297	1,17	449
	550	0,00182	0,77	96	0,83	132	0,89	174	1,00	284	1,11	428
	600	0,00167	0,73	92	0,79	126	0,85	167	0,96	272	1,06	410
IX	650	0,00154	0,70	88	0,76	117	0,82	160	0,92	261	1,02	394
	700	0,00143	0,68	85	0,73	117	0,79	155	0,89	251	0,99	379
	750	0,00133	0,66	82	0,71	113	0,76	149	0,86	243	0,95	366
	800	0,00125	0,63	80	0,69	109	0,74	145	0,83	235	0,92	355
X	850	0,00117	0,62	77	0,67	106	0,71	140	0,81	228	0,89	344
	900	0,00111	0,60	75	0,65	103	0,69	136	0,78	222	0,87	334
	950	0,00105	0,58	73	0,63	100	0,68	133	0,76	216	0,85	325
	1000	0,00100	0,57	71	0,61	98	0,66	129	0,74	210	0,82	317
XI	1100	0,00091	0,54	68	0,59	93	0,63	123	0,71	201	0,79	303
	1200	0,00083	0,52	65	0,56	89	0,60	118	0,68	192	0,75	290
	1300	0,00077	0,50	62	0,54	86	0,58	113	0,65	184	0,72	278
	1400	0,00071	0,48	60	0,52	83	0,56	109	0,63	178	0,70	268
XII	1500	0,00066	0,46	58	0,50	80	0,54	106	0,61	172	0,67	259
	1600	0,00062	0,45	56	0,49	77	0,52	102	0,59	166	0,65	251
	1700	0,00059	0,44	55	0,47	75	0,51	99	0,57	161	0,63	243
	1800	0,00056	0,42	53	0,46	73	0,49	96	0,55	157	0,61	236
XIII	1900	0,00053	0,41	52	0,45	71	0,48	94	0,54	153	0,60	230
	2000	0,00050	0,40	50	0,43	69	0,47	91	0,53	149	0,58	224

Продолжение

	Уклоны		Диаметр d = 750		800		900		1000		1200	
	1:	Десятичные	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q	V	Q
I	10	0,10000	8,63	3814	9,01	4530	9,75	6203	10,46	8214	11.81	13356
	15	0,06667	7,05	3114	7,36	3699	7,96	5065	8,54	6706	9,64	10905
	20	0,05000	6,10	2697	6,37	3203	6,89	4386	7,39	5808	8,35	9444
	25	0,04000	5,46	2412	5,70	2865	6,17	3923	6,61	5195	7,47	8447
II	30	0,03333	4,98	2202	5.20	2615	5,63	3581	6,04	4742	6,82	7711
	35	0,02857	4,61	2038	4,82	2421	5.21	3315	5,59	4390	6,31	7139
	40	0,02500	4,32	1907	4,51	2265	4,88	3101	5.23	4107	5.90	6678
	45	0,02222	4,07	1798	4,25	2135	4,60	2924	4,93	3872	5,57	6296
III	50	0,02000	3,86	1706	4,03	2026	4.36	2774	4,68	3673	5,28	5973
	60	0,01667	3,52	1557	3,68	1849	3,98	2532	4,27	3353	4,82	5452
	70	0,01429	3,26	1442	3,41	1712	3.69	2345	3,95	3104	4.46	5048
	80	0,01250	3,05	1348	3,19	1602	3,45	2193	3,70	2904	4.18	4722
IV	90	0,01110	2,88	1271	3,00	1510	3,25	2067	3,49	2738	3,94	4452
	100	0,01000	2,73	1206	2,85	1433	3,08	1962	3,31	2597	3.73	4223
	125	0,00800	2,44	1079	2,55	1281	2,76	1754	2 96	2323	3,34	3778
	150	0,00667	2,23	985	2,33	1170	2,52	1602	2,70	2121	3,05	3448
V	175	0,00571	2,06	912	2,15	1083	2.33	1483	2,50	1963	2,82	3193
	200	0,00500	1,93	853	2,02	1013	2,18	1387	2,34	1837	2,64	2986
	225	0,00444	1,82	804	1,90	955	2.06	1308	2,20	1732	2.49	2816
	250	0,00400	1,73	763	1,80	906	1,95	1241	2,09	1643	2,36	2671
VI	275	0,00364	1,65	727	1,72	864	1,86	1183	1,99	1566	2,25	2547
	300	0,00333	1,58	696	1,65	827	1,78	1132	1,91	1500	2,16	2438
	325	0,00308	1,51	669	1,58	795	1,71	1088	1,83	1441	2,07	2343
	350	0,00286	1,46	645	1,52	766	1,65	1048	1,77	1388	2,00	2258
VII	375	0,00267	1,41	623	1.47	740	1,59	1013	1,71	1341	1,93	2181
	400	0,00250	1,36	603	1,42	716	1,54	981	1,65	1299	1.87	2112
	425	0,00235	1,32	585	1,38	695	1,50	951	1,60	1260	1.81	2019
	450	0,00222	1,29	569	1,34	675	1,45	925	1,56	1224	1,76	1991
VIII	475	0,00210	1,25	553	1,31	657	1.41	900	1,52	1192	1,71	1938
	500	0,00200	1,22	539	1,27	642	1.38	877	1,48	1162	1.67	1889
	550	0,00182	1,16	514	1.22	611	1,31	836	1,41	1107	1.59	1801
	600	0,00167	1,11	492	1,16	585	1,26	801	1,35	1060	1,52	1724
IX	650	0,00154	1,07	473	1,12	562	1,21	769	1,30	1019	1,46	1656
	700	0,00143	1,03	456	1,08	541	1,17	741	1,25	982	1,41	1596
	750	0,00133	1,00	440	1,04	523	1,13	716	1,21	948	1,36	1542
	800	0,00125	0,97	426	1,01	506	1,09	693	1,17	918	1,32	1493
X	850	0,00117	0,94	414	0,98	491	1,06	673	1,13	891	1,28	1449
	900	0,00111	0,91	402	0,95	477	1,03	654	1,10	866	1,24	1408
	950	0,00105	0,89	391	0,92	465	1,00	636	1,07	843	1,21	1370
	1000	0,00100	0,86	381	0,90	453	0,98	620	1,05	821	1,18	1336
XI	1100	0,00091	0.82	364	0,86	432	0,93	591	1,00	783	1,13	1273
	1200	0,00083	0,79	348	0,82	414	0,89	566	0,95	750	1,08	1219
	1300	0,00077	0,76	334	0,79	397	0,86	544	0,92	720	1,04	1174
	1400	0,00071	0,73	322	0,76	383	0,82	524	0,88	694	1,00	1129
XII	1500	0,00066	0,70	311	0,74	370	0,80	505	0,86	671	0,96	1090
	1600	0,00062	0 68	301	0,71	358	0,77	490	0,83	649	0 93	1056
	1700	0,00059	0.66	292	0,69	347	0.75	476	0,80	630	0.91	1024
	1800	0,00056	0.64	284	0,67	338	0,73	462	0,78	612	0,88	995
XIII	1900	0,00053	0,63	277	0,65	329	0,71	450	0,76	596	0,86	969
	2000	0,00050	0,61	270	0,64	320	0,69	439	0,74	581	0,84	944

ТАБЛИЦА XXIV.

Данные о весе водопроводных чугунных труб с раструбными соединениями по типу V Водопроводного Съезда.

Внутренний диаметр труб м/м	Строительная длина м/м	Веса (кг)		Внутренний диаметр труб м/м
		Трубы с раструбом и буртом	Погонного метра трубы с раструбом и буртом	
(40)	(2000)	(19,50)	(9,75)	(40)
50	2000	23,35	11,68	50
(75)	(3000)	(50,39)	(16,77)	(75)
100	3000	69,57	23,19	100
125	3000	90,48	30,16	125
150	3000	113,35	37,78	150
(175)	(3000)	(138,27)	(46,09)	(175)
200	3000	164,95	54,98	200
(225)	(3000)	(193,68)	(64,50)	(225)
250	3000	223,75	74,58	250
300	3000	290,67	96,88	300
350	3750	432,95	115,45	350
400	3750	531,62	141,77	400
450	3750	640,40	170,78	450
500	3750	758,35	202,23	500
600	3750	1024,41	273,18	600
700	3750	1327,22	353,93	700
(750)	(3750)	(1496,14)	(398,96)	(750)
800	3750	1671,30	445,69	800
900	3750	2053,89	547,70	900
1000	3750	2478,25	660,87	1000
1200	3750	3444,11	918,43	1200

Примечание. Заключение в скобки диаметров труб указывает на временное употребление последних.

Продолжение

Данные о весе водопроводных чугунных труб с фланцевыми соединениями по типу V Водопроводного Съезда.

Внутренний диаметр труб м/м	Строительная длина м/м	Веса (кг)		Внутренний диаметр труб м/м
		Трубы с двумя фланцами	Погонного метра трубы с двумя фланцами	
(40)	(2000)	(20,89)	(10,44)	(40)
50	2000	25,11	12,56	50
(75)	(2000)	(38,33)	(19,17)	(75)
100	3000	73,97	24.66	100
125	3000	94,86	31,62	125
150	3000	118,29	39,43	150
(175)	(3000)	(145,08)	(48,36)	(175)
200	3000	172,38	57,46	200
(225)	(3000)	(202,80)	(67,60)	(225)
250	3000	233,55	77,85	250
300	3000	307,40	102,47	300
350	3000	373,40	124,46	350
400	3000	455,42	151,81	400
450	3000	555,19	185,06	450
500	3000	656,11	218,70	500
600	3000	881,85	293,95	600
700	3000	1162,00	387,33	700
(750)	(3000)	(1303,03)	(434,34)	(750)
800	3000	1473,97	491,32	800
900	3000	1808.55	602,85	900
1000	3000	2183,11	727,70	1000
1200	3000	3081,09	1027,03	1200

Примечание. Заключение в скобки диаметров труб указывает на временное употребление последних.

Продолжение

Данные о весе водопроводных чугунных труб по нормам Всесоюзного Комитета по стандартизации

Внутренний диаметр труб м/м	Раструбные соединения, ОСТ 4943			Фланцевые соединения, ОСТ 4944			Внутренний диаметр труб м/м
	Строительная длина м/м	Веса (кг)		Строительная длина м/м	Веса (кг)		
		Трубы с раструбом и буртом	Погонного метра трубы с раструбом и буртом		Трубы с двумя фланцами	Погонного метра трубы с двумя фланцами	
40	—	—	—	—	—	—	40
50	2000	23,90	11,95	2000	25,00	12,50	50
75	3000	51,20	17,07	3000	53,80	17,93	75
100	3000	70,70	23,57	3000	72,10	24,03	100
125	3000	91,80	30,60	3000	94,50	31,50	125
150	3000	115,00	38,33	3000	118,00	39,33	150
175	—	—	—	—	—	—	175
200	4000	218,00	54,50	3000	172,00	57,33	200
225	—	—	—	—	—	—	225
250	4000	296,00	74,00	3000	232,00	77,33	250
300	4000	385,00	96,25	3000	298,00	99,33	300
350	4000	468,00	117,00	—	—	—	350
400	4000	574,00	143,50	—	—	—	400
450	4000	692,00	173,00	—	—	—	450
500	5000	1006,00	201,20	—	—	—	500
600	5000	1358,00	271,60	—	—	—	600
700	5000	1848,00	369,60	—	—	—	700
750	—	—	—	—	—	—	750
800	5000	2417,00	483,40	—	—	—	800
900	5000	3064,00	612,80	—	—	—	900
1000	5000	3794,00	758,80	—	—	—	1000
1200	5000	5328,00	1065,60	—	—	—	1200

ТАБЛИЦЫ

для построения кривых свободной поверхности водотока при неравномерном движении, составленные на основании показательного закона проф. Бахметева.

Стр.

Таблица XXV — для прямого уклона дна водотока ($i > 0$) 814

Таблица XXVI — при горизонтальном дне водотока ($i = 0$) 834

Таблица XXVII — для обратного уклона дна водотока ($i < 0$) 854

ТАБЛИЦА XXV.

Значения функции $\varphi(\eta)$ при уклоне $i > 0$ и гидравлическом показателе $x = 2{,}00$.

η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$\pm\Delta$
0	0	0,050	0,73	0,928	0,022	0,940	1,738	0,044
0,05	0,050	0,050	0,74	0,950	0,022	0,945	1,782	0,049
0,10	0,100	0,051	0,75	0,972	0,024	0,950	1,831	0,054
0,15	0,151	0,051	0,76	0,996	0,024	0,955	1,885	0,060
0,20	0,203	0,053	0,77	1,020	0,025	0,960	1,945	0,068
0,25	0,255	0,054	0,78	1,045	0,026	0,965	2,013	0,079
0,30	0,309	0,056	0,79	1,071	0,027	0,970	2,092	0,092
0,35	0,365	0,058	0,80	1,098	0,029	0,975	2,184	0,113
0,40	0,423	0,061	0,81	1,127	0,029	0,980	2,297	0,145
0,45	0,484	0,065	0,82	1,156	0,032	0,985	2,442	0,204
0,50	0,549	0,070	0,83	1,188	0,033	0,990	2,646	0,354
0,55	0,619	0,074	0,84	1,221	0,035	0,995	3,000	∞
0,60	0,693	0,016	0,85	1,256	0,037	1,000	∞	∞
0,61	0,709	0,016	0,86	1,293	0,040	1,005	2,997	0,345
0,62	0,725	0,016	0,87	1,333	0,042	1,010	2,652	0,202
0,63	0,741	0,017	0,88	1,375	0,046	1,015	2,450	0,143
0,64	0,758	0,017	0,89	1,421	0,051	1,020	2,307	0,110
0,65	0,775	0,017	0,90	1,472	0,027	1,025	2,197	0,090
0,66	0,792	0,018	0,905	1,499	0,028	1,030	2,107	0,076
0,67	0,810	0,019	0,910	1,527	0,030	1,035	2,031	0,065
0,68	0,829	0,019	0,915	1,557	0,032	1,040	1,966	0,058
0,69	0,848	0,019	0,920	1,589	0,033	1,045	1,908	0,051
0,70	0,867	0,020	0,925	1,622	0,036	1,05	1,857	0,089
0,71	0,887	0,020	0,930	1,658	0,038	1,06	1,768	0,075
0,72	0,907	0,021	0,935	1,696	0,042	1,07	1,693	0,064

Продолжение

η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$
1,08	1,629		1,33	0,977		1,90	0,585	
		0,056			0,013			0,018
1,09	1,573		1,34	0,964		1,95	0,567	
		0,051			0,012			0,017
1,10	1,522		1,35	0,952		2,0	0,550	
		0,045			0,012			0,032
1,11	1,477		1,36	0,940		2,1	0,518	
		0,041			0,012			0,028
1,12	1,436		1,37	0,928		2,2	0,490	
		0,038			0,011			0,024
1,13	1,398		1,38	0,917		2,3	0,466	
		0,035			0,011			0,022
1,14	1,363		1,39	0,906		2,4	0,444	
		0,032			0,010			0,020
1,15	1,331		1,40	0,896		2,5	0,424	
		0,030			0,010			0,019
1,16	1,301		1,41	0,886		2,6	0,405	
		0,028			0,010			0,016
1,17	1,273		1,42	0,876		2,7	0,389	
		0,026			0,010			0,015
1,18	1,247		1,43	0,866		2,8	0,374	
		0,025			0,010			0,014
1,19	1,222		1,44	0,856		2,9	0,360	
		0,023			0,009			0,014
1,20	1,199		1,45	0,847		3,0	0,346	
		0,022			0,009			0,052
1,21	1,177		1,46	0,838		3,5	0,294	
		0,021			0,009			0,039
1,22	1,156		1,47	0,829		4,0	0,255	
		0,020			0,008			0,029
1,23	1,136		1,48	0,821		4,5	0,226	
		0,019			0,008			0,023
1,24	1,117		1,49	0,813		5,0	0,203	
		0,019			0,008			0,035
1,25	1,098		1,50	0,805		6,0	0,168	
		0,017			0,038			0,042
1,26	1,081		1,55	0,767		8,0	0,126	
		0,016			0,034			0,026
1,27	1,065		1,60	0,732		10,0	0,100	
		0,016			0,030			
1,28	1,049		1,65	0,703				
		0,016			0,028			
1,29	1,033		1,70	0,675				
		0,015			0,025			
1,30	1,018		1,75	0,650				
		0,014			0,024			
1,31	1,004		1,80	0,626				
		0,014			0,021			
1,32	0,990		1,85	0,605				
		0,013			0,020			

Продолжение

Значения функции $\varphi(\eta)$ при уклоне $i > 0$ и гидравлическом показателе $x = 2{,}50$.

η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$\pm\Delta$
0	0	0,050	0,73	0,861	0,019	0,940	1,535	0,036
0,05	0,050	0,050	0,74	0,880	0,019	0,945	1,571	0,039
0,10	0,100	0,050	0,75	0,899	0,020	0,950	1,610	0,043
0,15	0,150	0,051	0,76	0,919	0,020	0,955	1,653	0,048
0,20	0,201	0,051	0,77	0,939	0,021	0,960	1,701	0,055
0,25	0,252	0,052	0,78	0,960	0,022	0,965	1,756	0,064
0,30	0,304	0,053	0,79	0,982	0,024	0,970	1,820	0,075
0,35	0,357	0,054	0,80	1,006	0,025	0,975	1,895	0,090
0,40	0,411	0,057	0,81	1,031	0,025	0,980	1,985	0,115
0,45	0,468	0,059	0,82	1,056	0,026	0,985	2,100	0,164
0,50	0,527	0,063	0,83	1,082	0,028	0,990	2,264	0,280
0,55	0,590	0,067	0,84	1,110	0,029	0,995	2,544	∞
0,60	0,657	0,014	0,85	1,139	0,031	1,000	∞	∞
0,61	0,671	0,014	0,86	1,170	0,033	1,005	2,139	0,276
0,62	0,685	0,014	0,87	1,203	0,035	1,010	1,863	0,159
0,63	0,699	0,015	0,88	1,238	0,038	1,015	1,704	0,113
0,64	0,714	0,015	0,89	1,276	0,040	1,020	1,591	0,087
0,65	0,729	0,015	0,90	1,316	0,022	1,025	1,504	0,072
0,66	0,744	0,016	0,905	1,338	0,023	1,030	1,432	0,060
0,67	0,760	0,016	0,910	1,361	0,024	1,035	1,372	0,052
0,68	0,776	0,016	0,915	1,385	0,026	1,040	1,320	0,046
0,69	0,792	0,017	0,920	1,411	0,028	1,045	1,274	0,040
0,70	0,809	0,017	0,925	1,439	0,030	1,05	1,234	0,070
0,71	0,826	0,017	0,930	1,469	0,032	1,06	1,164	0,059
0,72	0,843	0,018	0,935	1,501	0,034	1,07	1,105	0,052

Продолжение

η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$
1,08	1,053		1,33	0,551		1,90	0,276	
		0,044			0,009			0,012
1,09	1,009		1,34	0,542		1,95	0,264	
		0,040			0,009			0,011
1,10	0,969		1,35	0,533		2,0	0,253	
		0,036			0,009			0,020
1,11	0,933		1,36	0,524		2,1	0,233	
		0,032			0,008			0,017
1,12	0,901		1,37	0,516		2,2	0,216	
		0,029			0,008			0,015
1,13	0,872		1,38	0,508		2,3	0,201	
		0,026			0,008			0,013
1,14	0,846		1,39	0,500		2,4	0,188	
		0,025			0,008			0,012
1,15	0,821		1,40	0,492		2,5	0,176	
		0,024			0,008			0,011
1,16	0,797		1,41	0,484		2,6	0,165	
		0,022			0,007			0,010
1,17	0,775		1,42	0,477		2,7	0,155	
		0,020			0,007			0,009
1,18	0,755		1,43	0,470		2,8	0,146	
		0,019			0,007			0,008
1,19	0,736		1,44	0,463		2,9	0,138	
		0,018			0,007			0,007
1,20	0,718		1,45	0,456		3,0	0,131	
		0,017			0,006			0,027
1,21	0,701		1,46	0,450		3,5	0,104	
		0,016			0,006			0,020
1,22	0,685		1,47	0,444		4,0	0,084	
		0,015			0,006			0,014
1,23	0,670		1,48	0,438		4,5	0,070	
		0,014			0,006			0,011
1,24	0,656		1,49	0,432		5,0	0,059	
		0,013			0,006			0,012
1,25	0,643		1,50	0,426		6,0	0,047	
		0,013			0,027			0,018
1,26	0,630		1,55	0,399		8,0	0,029	
		0,012			0,023			0,008
1,27	0,618		1,60	0,376		10,0	0,021	
		0,012			0,021			
1,28	0,606		1,65	0,355				
		0,012			0,019			
1,29	0,594		1,70	0,336				
		0,012			0,018			
1,30	0,582		1,75	0,318				
		0,011			0,015			
1,31	0,571		1,80	0,308				
		0,010			0,014			
1,32	0,561		1,85	0,289				
		0,010			0,013			

Продолжение

Значения функции $\varphi(\eta)$ при уклоне $i > 0$ и гидравлическом показателе $x = 3{,}00$.

η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$\pm\Delta$
0	0	0,050	0,73	0,823	0,017	0,940	1,403	0,031
0,05	0,050	0,050	0,74	0,840	0,017	0,945	1,434	0,033
0,10	0,100	0,050	0,75	0,857	0,017	0,950	1,467	0,037
0,15	0,150	0,050	0,76	0,874	0,018	0,955	1,504	0,041
0,20	0,200	0,051	0,77	0,892	0,019	0,960	1,545	0,046
0,25	0,251	0,051	0,78	0,911	0,019	0,965	1,591	0,053
0,30	0,302	0,052	0,79	0,930	0,020	0,970	1,644	0,063
0,35	0,354	0,053	0,80	0,950	0,021	0,975	1,707	0,076
0,40	0,407	0,054	0,81	0,971	0,022	0,980	1,783	0,098
0,45	0,461	0,056	0,82	0,993	0,023	0,985	1,881	0,137
0,50	0,517	0,058	0,83	1,016	0,024	0,990	2,018	0,232
0,55	0,575	0,062	0,84	1,040	0,025	0,995	2,250	∞
0,60	0,637	0,013	0,85	1,065	0,027	1,000	∞	∞
0,61	0,650	0,013	0,86	1,092	0,028	1,005	1,647	0,228
0,62	0,663	0,013	0,87	1,120	0,031	1,010	1,419	0,128
0,63	0,676	0,013	0,88	1,151	0,032	1,015	1,291	0,098
0,64	0,689	0,014	0,89	1,183	0,035	1,020	1,193	0,074
0,65	0,703	0,014	0,90	1,218	0,019	1,025	1,119	0,058
0,66	0,717	0,014	0,905	1,237	0,020	1,030	1,061	0,051
0,67	0,731	0,015	0,910	1,257	0,021	1,035	1,010	0,043
0,68	0,746	0,015	0,915	1,278	0,022	1,040	0,967	0,038
0,69	0,761	0,015	0,920	1,300	0,023	1,045	0,929	0,033
0,70	0,776	0,015	0,925	1,323	0,025	1,05	0,896	0,058
0,71	0,791	0,016	0,930	1,348	0,026	1,06	0,838	0,048
0,72	0,807	0,016	0,935	1,374	0,029	1,07	0,790	0,041

Продолжение

η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$
1,08	0,749	0,036	1,33	0,349	0,008	1,90	0,147	0,008
1,09	0,713	0,033	1,34	0,341	0,007	1,95	0,139	0,007
1,10	0,680	0,028	1,35	0,334	0,006	2,0	0,132	0,013
1,11	0,652	0,026	1,36	0,328	0,006	2,1	0,119	0,011
1,12	0,626	0,024	1,37	0,322	0,006	2,2	0,108	0,010
1,13	0,602	0,021	1,38	0,316	0,006	2,3	0,098	0,008
1,14	0,581	0,020	1,39	0,310	0,006	2,4	0,090	0,008
1,15	0,561	0,019	1,40	0,304	0,006	2,5	0,082	0,006
1,16	0,542	0,017	1,41	0,298	0,005	2,6	0,076	0,006
1,17	0,525	0,015	1,42	0,293	0,005	2,7	0,070	0,005
1,18	0,510	0,015	1,43	0,288	0,005	2,8	0,065	0,005
1,19	0,495	0,015	1,44	0,283	0,005	2,9	0,060	0,004
1,20	0,480	0,013	1,45	0,278	0,005	3,0	0,056	0,015
1,21	0,467	0,013	1,46	0,273	0,005	3,5	0,041	0,010
1,22	0,454	0,012	1,47	0,268	0,005	4,0	0,031	0,006
1,23	0,442	0,011	1,48	0,263	0,004	4,5	0,025	0,005
1,24	0,431	0,011	1,49	0,259	0,004	5,0	0,020	0,006
1,25	0,420	0,010	1,50	0,255	0,020	6,0	0,014	0,005
1,26	0,410	0,010	1,55	0,235	0,017	8,0	0,009	0,004
1,27	0,400	0,009	1,60	0,218	0,015	10,0	0,005	
1,28	0,391	0,009	1,65	0,203	0,014			
1,29	0,382	0,009	1,70	0,189	0,012			
1,30	0,373	0,008	1,75	0,177	0,011			
1,31	0,365	0,008	1,80	0,166	0,010			
1,32	0,357	0,008	1,85	0,156	0,009			

Продолжение

Значения функции $\varphi(\eta)$ при уклоне $i > 0$ и гидравлическом показателе $x = 3{,}25$.

η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$
0	0	0,050	0,73	0.808	0,015	0,940	1,352	0,028
0.05	0,050	0,050	0,74	0.823	0,016	0,945	1,380	0,031
0,10	0,100	0,050	0,75	0,839	0,016	0,950	1,411	0,034
0,15	0,150	0,050	0,76	0,855	0,017	0,955	1,445	0,038
0,20	0,200	0,050	0,77	0,872	0,018	0,960	1,483	0,043
0,25	0,250	0,051	0,78	0,890	0,018	0,965	1,526	0,049
0.30	0,301	0,051	0,79	0,908	0,019	0,970	1,575	0,057
0,35	0,352	0,052	0,80	0,927	0,020	0,975	1,632	0,071
0,40	0,404	0,054	0,81	0,947	0,021	0,980	1,703	0,092
0,45	0,458	0,055	0,82	0,968	0,022	0,985	1,795	0,126
0,50	0,513	0,057	0,83	0,990	0,023	0,990	1,921	0,216
0,55	0,570	0,060	0,84	1,013	0,024	0,995	2,137	∞
0,60	0,630	0,012	0,85	1.037	0,025	1,000	∞	∞
0,61	0,642	0,012	0,86	1,062	0,026	1,005	1,477	0,212
0,62	0,654	0,013	0,87	1,088	0,028	1,010	1,265	0,125
0,63	0,667	0,013	0,88	1,116	0,030	1,015	1,140	0,087
0,64	0,680	0,013	0,89	1,146	0,033	1,020	1,053	0,067
0,65	0,693	0,013	0,90	1,179	0,018	1,025	0,986	0,055
0,66	0,706	0,014	0,905	1,197	0,019	1,030	0,931	0,046
0,67	0,720	0,014	0,910	1.216	0,020	1,035	0,885	0,040
0,68	0,734	0,014	0,915	1,236	0,021	1,040	0,845	0,035
0,69	0,748	0,015	0,920	1,257	0,022	1,045	0,810	0,031
0,70	0,763	0,015	0,925	1,279	0,023	1,05	0,779	0,053
0,71	0,778	0,015	0,930	1,302	0,024	1,06	0,726	0,044
0,72	0,793	0,015	0,935	1,326	0,026	1,07	0,682	0,037

Продолжение

η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$
1,08	0,645	0,033	1,33	0,283	0,006	1,90	0,108	0,006
1,09	0,612	0,029	1,34	0,277	0,006	1,95	0,102	0,005
1,10	0,583	0,026	1,35	0,271	0,006	2,0	0,097	0,011
1,11	0,557	0,024	1,36	0,265	0,006	2,1	0,086	0,009
1,12	0,533	0,021	1,37	0,259	0,006	2,2	0,077	0,008
1,13	0,512	0,019	1,38	0,253	0,005	2,3	0,069	0,006
1,14	0,493	0,018	1,39	0,248	0,005	2,4	0,063	0,006
1,15	0,475	0,017	1,40	0,243	0,005	2,5	0,057	0,005
1,16	0,458	0,016	1,41	0,238	0,005	2,6	0,052	0,004
1,17	0,442	0,015	1,42	0,233	0,004	2,7	0,048	0,004
1,18	0,427	0,014	1,43	0,229	0,004	2,8	0,044	0,004
1,19	0,413	0,013	1,44	0,225	0,004	2,9	0,040	0,003
1,20	0,400	0,012	1,45	0,221	0,004	3,0	0,037	0,011
1,21	0,388	0,011	1,46	0,217	0,004	3,5	0,026	0,007
1,22	0,377	0,011	1,47	0,213	0,004	4,0	0,019	0,005
1,23	0,366	0,010	1,48	0,209	0,004	4,5	0,014	0,004
1,24	0,356	0,010	1,49	0,205	0,004	5,0	0,010	0,003
1,25	0,346	0,009	1,50	0,201	0,004	6,0	0,007	0,002
1,26	0,337	0,009	1,55	0,184	0,017	7,0	0,005	0,001
1,27	0,328	0,008	1,60	0,170	0,014	8,0	0,004	0,001
1,28	0,320	0,008	1,65	0,157	0,013	9,0	0,003	0,001
1,29	0,312	0,008	1,70	0,145	0,012	10,0	0,002	
1,30	0,304	0,007	1,75	0,134	0,011			
1,31	0,297	0,007	1,80	0,124	0,010			
1,32	0,290	0,007	1,85	0,115	0,009			
					0,007			

Продолжение

Значения функции $\varphi(\eta)$ при уклоне $i > 0$ и гидравлическом показателе $x = 3{,}50$.

η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$\pm\Delta$
0	0	0,050	0,73	0,796	0,015	0,940	1,312	0,026
0,05	0,050	0,050	0,74	0,811	0,016	0,945	1,338	0,029
0,10	0,100	0,050	0,75	0,827	0,016	0,950	1,367	0,032
0,15	0,150	0,050	0,76	0,843	0,017	0,955	1,399	0,036
0,20	0,200	0,050	0,77	0,860	0,017	0,960	1,435	0,040
0,25	0,250	0,050	0,78	0,877	0,018	0,965	1,475	0,046
0,30	0,300	0,051	0,79	0,895	0,018	0,970	1,521	0,054
0,35	0,351	0,052	0,80	0,913	0,019	0,975	1,575	0,065
0,40	0,403	0,053	0,81	0,932	0,019	0,980	1,640	0,087
0,45	0,456	0,054	0,82	0,951	0,020	0,985	1,727	0,117
0,50	0,510	0,056	0,83	0,971	0,021	0,990	1,844	0,199
0,55	0,566	0,058	0,84	0,992	0,023	0,995	2,043	∞
0,60	0,624	0,012	0,85	1,015	0,024	1,000	∞	∞
0,61	0,636	0,012	0,86	1,039	0,026	1,005	1,329	0,191
0,62	0,648	0,012	0,87	1,065	0,027	1,010	1,138	0,116
0,63	0,660	0,013	0,88	1,092	0,029	1,015	1,022	0,082
0,64	0,673	0,013	0,89	1,121	0,031	1,020	0,940	0,061
0,65	0,686	0,013	0,90	1,152	0,017	1,025	0,879	0,052
0,66	0,699	0,013	0,905	1,169	0,017	1,030	0,827	0,043
0,67	0,712	0,013	0,910	1,186	0,018	1,035	0,784	0,037
0,68	0,725	0,014	0,915	1,204	0,019	1,040	0,747	0,031
0,69	0,739	0,014	0,920	1,223	0,020	1,045	0,716	0,029
0,70	0,753	0,014	0,925	1,243	0,022	1,05	0,687	0,047
0,71	0,767	0,014	0,930	1,265	0,023	1,06	0,640	0,040
0,72	0,781	0,015	0,935	1,288	0,024	1,07	0,600	0,035

Продолжение

η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$
1,08	0,565	0,031	1,33	0,235	0,006	1,90	0,083	0,005
1,09	0,534	0,028	1,34	0,229	0,005	1,95	0,078	0,005
1,10	0,506	0,024	1,35	0,224	0,005	2,0	0,073	0,009
1,11	0,482	0,021	1,36	0,219	0,005	2,1	0,064	0,007
1,12	0,461	0,019	1,37	0,214	0,005	2,2	0,057	0,006
1,13	0,442	0,018	1,38	0,209	0,005	2,3	0,051	0,005
1,14	0,424	0,017	1,39	0,204	0,005	2,4	0,046	0,005
1,15	0,407	0,016	1,40	0,199	0,004	2,5	0,041	0,004
1,16	0,391	0,014	1,41	0,195	0,004	2,6	0,037	0,004
1,17	0,377	0,013	1,42	0,191	0,004	2,7	0,033	0,003
1,18	0,364	0,012	1,43	0,187	0,004	2,8	0,030	0,003
1,19	0,352	0,011	1,44	0,183	0,004	2,9	0,027	0,002
1,20	0,341	0,011	1,45	0,179	0,004	3,0	0,025	0,008
1,21	0,330	0,010	1,46	0,175	0,004	3,5	0,017	0,005
1,22	0,320	0,010	1,47	0,171	0,003	4,0	0,012	0,003
1,23	0,310	0,009	1,48	0,168	0,003	4,5	0,009	0,002
1,24	0,301	0,009	1,49	0,165	0,003	5,0	0,007	0,003
1,25	0,292	0,008	1,50	0,162	0,015	6,0	0,004	0,002
1,26	0,284	0,008	1,55	0,147	0,013	8,0	0,002	0,001
1,27	0,276	0,008	1,60	0,134	0,011	10,0	0,001	
1,28	0,268	0,007	1,65	0,123	0,010			
1,29	0,261	0,007	1,70	0,113	0,009			
1,30	0,254	0,007	1,75	0,104	0,008			
1,31	0,247	0,006	1,80	0,096	0,007			
1,32	0,241	0,006	1,85	0,089	0,006			

Продолжение

Значения функции $\varphi(\eta)$ при уклоне $i > 0$ и гидравлическом показателе $x = 3{,}75$.

η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$
0	0	0,050	0,73	0,788	0,014	0,940	1,280	0,025
0,05	0,050	0,050	0,74	0,802	0,014	0,945	1,305	0,027
0,10	0,100	0,050	0,75	0,816	0,016	0,950	1,332	0,030
0,15	0,150	0,050	0,76	0,832	0,016	0,955	1,362	0,033
0,20	0,200	0,050	0,77	0,848	0,017	0,960	1,395	0,037
0,25	0,250	0,050	0,78	0,865	0,017	0,965	1,432	0,043
0,30	0,300	0,051	0,79	0,882	0,018	0,970	1,475	0,050
0,35	0,351	0,052	0,80	0,900	0,018	0,975	1,525	0,062
0,40	0,403	0,052	0,81	0,918	0,019	0,980	1,587	0,079
0,45	0,455	0,053	0,82	0,937	0,019	0,985	1,666	0,111
0,50	0,508	0,056	0,83	0,956	0,020	0,990	1,777	0,188
0,55	0,564	0,057	0,84	0,976	0,021	0,995	1,965	∞
0,60	0,621	0,011	0,85	0,997	0,022	1,000	∞	∞
0,61	0,632	0,012	0,86	1,019	0,024	1,005	1,218	0,187
0,62	0,644	0,012	0,87	1,043	0,026	1,010	1,031	0,109
0,63	0,656	0,012	0,88	1,069	0,028	1,015	0,922	0,075
0,64	0,668	0,013	0,89	1,097	0,030	1,020	0,847	0,058
0,65	0,681	0,013	0,90	1,127	0,016	1,025	0,789	0,047
0,66	0,694	0,013	0,905	1,143	0,016	1,030	0,742	0,040
0,67	0,707	0,013	0,910	1,159	0,017	1,035	0,702	0,034
0,68	0,720	0,013	0,915	1,176	0,018	1,040	0,668	0,030
0,69	0,733	0,013	0,920	1,194	0,020	1,045	0,638	0,026
0,70	0,746	0,014	0,925	1,214	0,021	1,05	0,612	0,046
0,71	0,760	0,014	0,930	1,235	0,022	1,06	0,566	0,037
0,72	0,774	0,014	0,935	1,257	0,023	1,07	0,529	0,032

Продолжение

η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$
1,08	0,497	0,028	1,33	0,197	0,005	1,90	0,066	0,005
1,09	0,469	0,025	1,34	0,192	0,005	1,95	0,061	0,004
1,10	0,444	0,022	1,35	0,187	0,005	2,0	0,057	0,008
1,11	0,422	0,020	1,36	0,182	0,005	2,1	0,049	0,006
1,12	0,402	0,018	1,37	0,177	0,004	2,2	0,043	0,005
1,13	0,384	0,016	1,38	0,173	0,004	2,3	0,038	0,004
1,14	0,368	0,015	1,39	0,169	0,004	2,4	0,034	0,003
1,15	0,353	0,014	1,40	0,165	0,004	2,5	0,031	0,003
1,16	0,339	0,013	1,41	0,161	0,004	2,6	0,028	0,003
1,17	0,326	0,012	1,42	0,157	0,004	2,7	0,025	0,003
1,18	0,314	0,012	1,43	0,153	0,003	2,8	0,022	0,002
1,19	0,302	0,010	1,44	0,150	0,003	2,9	0,020	0,0015
1,20	0,292	0,010	1,45	0,147	0,003	3,0	0,0185	0,0060
1,21	0,282	0,010	1,46	0,144	0,003	3,5	0,0125	0,0040
1,22	0,272	0,009	1,47	0,141	0,003	4,0	0,0085	0,0020
1,23	0,263	0,008	1,48	0,138	0,003	4,5	0,0065	0,0015
1,24	0,255	0,008	1,49	0,135	0,003	5,0	0,0050	0,0020
1,25	0,247	0,007	1,50	0,132	0,013	6,0	0,0030	0,0015
1,26	0,240	0,007	1,55	0,119	0,011	8,0	0,0015	0,0010
1,27	0,233	0,007	1,60	0,108	0,010	10,0	0,0005	
1,28	0,226	0,006	1,65	0,098	0,008			
1,29	0,220	0,006	1,70	0,090	0,007			
1,30	0,214	0,006	1,75	0,083	0,006			
1,31	0,208	0,006	1,80	0,077	0,006			
1,32	0,202	0,005	1,85	0,071	0,006			

Продолжение

Значения функции $\varphi(\eta)$ при уклоне $i > 0$ и гидравлическом показателе $x = 4{,}00$.

η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$\pm\Delta$
0	0	0,050	0,73	0,780	0,014	0,940	1,247	0,024
0,05	0,050	0,050	0,74	0,794	0,014	0,945	1,271	0,026
0,10	0,100	0,050	0,75	0,808	0,015	0,950	1,297	0,028
0,15	0,150	0,050	0,76	0,823	0,015	0,955	1,325	0,031
0,20	0,200	0,050	0,77	0,838	0,016	0,960	1,356	0,035
0,25	0,250	0,050	0,78	0,854	0,016	0,965	1,391	0,040
0,30	0,300	0,051	0,79	0,870	0,017	0,970	1,431	0,048
0,35	0,351	0,051	0,80	0,887	0,017	0,975	1,479	0,058
0,40	0,402	0,052	0,81	0,904	0,018	0,980	1,537	0,074
0,45	0,454	0,053	0,82	0,922	0,018	0,985	1,611	0,103
0,50	0,507	0,054	0,83	0,940	0,020	0,990	1,714	0,175
0,55	0,561	0,056	0,84	0,960	0,020	0,995	1,889	∞
0,60	0,617	0,011	0,85	0,980	0,022	1,000	∞	∞
0,61	0,628	0,012	0,86	1,002	0,023	1,005	1,107	0,171
0,62	0,640	0,012	0,87	1,025	0,024	1,010	0,936	0,100
0,63	0,652	0,012	0,88	1,049	0,026	1,015	0,836	0,070
0,64	0,664	0,012	0,89	1,075	0,028	1,020	0,766	0,054
0,65	0,676	0,012	0,90	1,103	0,014	1,025	0,712	0,044
0,66	0,688	0,012	0,905	1,117	0,015	1,030	0,668	0,036
0,67	0,700	0,013	0,910	1,132	0,016	1,035	0,632	0,032
0,68	0,713	0,013	0,915	1,148	0,017	1,040	0,600	0,028
0,69	0,726	0,013	0,920	1,165	0,019	1,045	0,572	0,024
0,70	0,739	0,013	0,925	1,184	0,020	1,05	0,548	0,042
0,71	0,752	0,014	0,930	1,204	0,021	1,06	0,506	0,035
0,72	0,766	0,014	0,935	1,225	0,022	1,07	0,471	0,030

Продолжение

η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$
1,08	0,441	0,026	1,33	0,166	0,005	1,90	0,050	0,004
1,09	0,415	0,023	1,34	0,161	0,004	1,95	0,046	0,003
1,10	0,392	0,020	1,35	0,157	0,004	2,0	0,043	0,006
1,11	0,372	0,018	1,36	0,153	0,004	2,1	0,037	0,005
1,12	0,354	0,017	1,37	0,149	0,004	2,2	0,032	0,004
1,13	0,337	0,015	1,38	0,145	0,004	2,3	0,028	0,004
1,14	0,322	0,014	1,39	0,141	0,004	2,4	0,024	0,003
1,15	0,308	0,013	1,40	0,137	0,003	2,5	0,021	0,002
1,16	0,295	0,012	1,41	0,134	0,003	2,6	0,019	0,002
1,17	0,283	0,011	1,42	0,131	0,003	2,7	0,017	0,002
1,18	0,272	0,010	1,43	0,128	0,003	2,8	0,015	0,002
1,19	0,262	0,010	1,44	0,125	0,003	2,9	0,013	0,0005
1,20	0,252	0,009	1,45	0,122	0,003	3,0	0,0125	0,0050
1,21	0,243	0,008	1,46	0,119	0,003	3,5	0,0075	0,0025
1,22	0,235	0,008	1,47	0,116	0,003	4,0	0,0050	0,0015
1,23	0,227	0,008	1,48	0,113	0,003	4,5	0,0035	0,0010
1,24	0,219	0,007	1,49	0,110	0,002	5,0	0,0025	0,0010
1,25	0,212	0,007	1,50	0,108	0,011	6,0	0,0015	0,0005
1,26	0,205	0,006	1,55	0,097	0,010	8,0	0,0010	0,0005
1,27	0,199	0,006	1,60	0,087	0,008	10,0	0,0005	
1,28	0,193	0,006	1,65	0,079	0,007			
1,29	0,187	0,006	1,70	0,072	0,007			
1,30	0,181	0,005	1,75	0,065	0,005			
1,31	0,176	0,005	1,80	0,060	0,005			
1,32	0,171	0,005	1,85	0,055	0,005			

Продолжение

Значения функции $\varphi(\eta)$ при уклоне $i > 0$ и гидравлическом показателе $x = 4{,}50$.

η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$\pm\Delta$
0	0	0,050	0,73	0,767	0,013	0,940	1,198	0,021
0.05	0,050	0,050	0,74	0,780	0,014	0,945	1,219	0,022
0,10	0,100	0,050	0,75	0,794	0,014	0,950	1,241	0,024
0,15	0,150	0,050	0,76	0,808	0,014	0,955	1,265	0,027
0,20	0,200	0,050	0,77	0,822	0,015	0,960	1,292	0,032
0,25	0,250	0,050	0,78	0,837	0,015	0,965	1,324	0,038
0,30	0,300	0,050	0,79	0,852	0,015	0,970	1,362	0,045
0,35	0,350	0,051	0,80	0,867	0,015	0,975	1,407	0,053
0,40	0,401	0,051	0,81	0,882	0,016	0,980	1,460	0,065
0,45	0,452	0,052	0,82	0,898	0,017	0,985	1,525	0,089
0,50	0,504	0,052	0,83	0,915	0,018	0,990	1,614	0,156
0,55	0,556	0,054	0,84	0,933	0,019	0,995	1,770	∞
0,60	0,610	0,011	0,85	0,952	0,020	1,000	∞	∞
0,61	0,621	0,011	0,86	0,972	0,021	1,005	0,954	0,164
0,62	0,632	0,012	0,87	0,993	0,022	1,010	0,790	0,088
0,63	0,644	0,012	0,88	1,015	0,024	1,015	0,702	0,061
0,64	0,656	0,012	0,89	1,039	0,026	1,020	0,641	0,047
0,65	0,668	0,012	0,90	1,065	0,014	1,025	0,594	0,039
0,66	0,680	0,012	0,905	1,079	0,014	1,030	0,555	0,033
0,67	0,692	0,012	0,910	1,093	0,015	1,035	0,522	0,028
0,68	0,704	0,012	0,915	1,108	0,016	1,040	0,494	0,025
0,69	0,716	0,012	0,920	1,124	0,017	1,045	0,469	0,022
0.70	0,728	0,013	0,925	1,141	0,018	1,05	0,447	0,036
0,71	0,741	0,013	0,930	1,159	0,019	1,06	0,411	0,030
0,72	0,754	0,013	0,935	1,178	0,020	1,07	0,381	0,026

Продолжение

η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$
1,08	0,355	0,023	1,33	0,121	0,004	1,90	0,030	0,003
1,09	0,332	0,020	1,34	0,117	0,004	1,95	0,027	0,002
1,10	0,312	0,019	1,35	0,113	0,004	2,0	0,025	0,004
1,11	0,293	0,016	1,36	0,109	0,003	2,1	0,021	0,003
1,12	0,277	0,014	1,37	0,106	0,003	2,2	0,018	0,003
1,13	0,263	0,013	1,38	0,103	0,003	2,3	0,015	0,002
1,14	0,250	0,012	1,39	0,100	0,003	2,4	0,013	0,002
1,15	0,238	0,011	1,40	0,097	0,003	2,5	0,011	0,0015
1,16	0,227	0,010	1,41	0,094	0,003	2,6	0,0095	0,0011
1,17	0,217	0,009	1,42	0,091	0,003	2,7	0,0084	0,0009
1,18	0,208	0,008	1,43	0,088	0,003	2,8	0,0075	0,0008
1,19	0,200	0,008	1,44	0,085	0,002	2,9	0,0067	0,0007
1,20	0,192	0,008	1,45	0,083	0,002	3,0	0,0060	0,0025
1,21	0,184	0,007	1,46	0,081	0,002	3,5	0,0035	0,0015
1,22	0,177	0,007	1,47	0,079	0,002	4,0	0,0020	0,0005
1,23	0,170	0,006	1,48	0,077	0,002	4,5	0,0015	0,0005
1,24	0,164	0,006	1,49	0,075	0,002	5,0	0,0010	0,0005
1,25	0,158	0,006	1,50	0,073	0,008	6,0	0,0005	0,0003
1,26	0,152	0,005	1,55	0,065	0,007	8,0	0,0002	0,0002
1,27	0,147	0,005	1,60	0,058	0,006	10,0	0	
1,28	0,142	0,005	1,65	0,052	0,006			
1,29	0,137	0,004	1,70	0,046	0,005			
1,30	0,133	0,004	1,75	0,041	0,004			
1,31	0,129	0,004	1,80	0,037	0,004			
1,32	0,125	0,004	1,85	0,033	0,003			

Продолжение

Значения функции $\varphi(\eta)$ при уклоне $i > 0$ и гидравлическом показателе $x = 5{,}00$.

η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$\pm\Delta$
0	0	0,050	0,73	0,760	0,013	0,940	1,157	0,019
0,05	0,050	0,050	0,74	0,773	0,013	0,945	1,176	0,021
0,10	0,100	0,050	0,75	0,786	0,013	0,950	1,197	0,023
0,15	0,150	0,050	0,76	0,799	0,013	0,955	1,220	0,026
0,20	0,200	0,050	0,77	0,812	0,014	0,960	1,246	0,029
0,25	0,250	0,050	0,78	0,826	0,014	0,965	1,275	0,033
0,30	0,300	0,050	0,79	0,840	0,014	0,970	1,308	0,039
0,35	0,350	0,050	0,80	0,854	0,015	0,975	1,347	0,047
0,40	0,400	0,051	0,81	0,869	0,015	0,980	1,394	0,061
0,45	0,451	0,051	0,82	0,884	0,016	0,985	1,455	0,083
0,50	0,502	0,052	0,83	0,900	0,017	0,990	1,538	0,142
0,55	0,554	0,053	0,84	0,917	0,018	0,995	1,680	∞
0,60	0,607	0,011	0,85	0,935	0,018	1,000	∞	∞
0,61	0,618	0,011	0,86	0,953	0,019	1,005	0,826	0,145
0,62	0,629	0,011	0,87	0,972	0,020	1,010	0,680	0,077
0,63	0,640	0,011	0,88	0,992	0,022	1,015	0,603	0,057
0,64	0,651	0,011	0,89	1,014	0,024	1,020	0,546	0,043
0,65	0,662	0,012	0,90	1,038	0,012	1,025	0,503	0,035
0,66	0,674	0,012	0,905	1,050	0,013	1,030	0,468	0,029
0,67	0,686	0,012	0,910	1,063	0,014	1,035	0,439	0,024
0,68	0,698	0,012	0,915	1,077	0,014	1,040	0,415	0,021
0,69	0,710	0,012	0,920	1,091	0,015	1,045	0,394	0,019
0,70	0,722	0,012	0,925	1,106	0,016	1,05	0,375	0,032
0,71	0,734	0,013	0,930	1,122	0,017	1,06	0,343	0,027
0,72	0,747	0,013	0,935	1,139	0,018	1,07	0,316	0,024

Продолжение

η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$-\Delta$
1,08	0,292	0,021	1,33	0,089	0,003	1,90	0,018	0,002
1,09	0,271	0,018	1,34	0,086	0,003	1,95	0,016	0,001
1,10	0,253	0,016	1,35	0,083	0,003	2,0	0,015	0,003
1,11	0,237	0,014	1,36	0,080	0,003	2,1	0,012	0,002
1,12	0,223	0,012	1,37	0,077	0,003	2,2	0,010	0,002
1,13	0,211	0,011	1,38	0,074	0,002	2,3	0,008	0,001
1,14	0,200	0,010	1,39	0,072	0,002	2,4	0,007	0,001
1,15	0,190	0,009	1,40	0,070	0,002	2,5	0,006	0,0010
1,16	0,181	0,008	1,41	0,068	0,002	2,6	0,0050	0,0005
1,17	0,173	0,008	1,42	0,066	0,002	2,7	0,0045	0,0005
1,18	0,165	0,007	1,43	0,064	0,002	2,8	0,0040	0,0005
1,19	0,158	0,007	1,44	0,062	0,002	2,9	0,0035	0,0005
1,20	0,151	0,007	1,45	0,060	0,002	3,0	0,0030	0,0010
1,21	0,144	0,006	1,46	0,058	0,002	3,5	0,0020	0,0010
1,22	0,138	0,006	1,47	0,056	0,002	4,0	0,0010	0,0005
1,23	0,132	0,006	1,48	0,054	0,001	4,5	0,0005	0,0005
1,24	0,126	0,005	1,49	0,053	0,001	5,0	0	0
1,25	0,121	0,005	1,50	0,052	0,007	6,0	0	0
1,26	0,116	0,005	1,55	0,045	0,006	8,0	0	0
1,27	0,111	0,004	1,60	0,039	0,005	10,0	0	
1,28	0,107	0,004	1,65	0,034	0,004			
1,29	0,103	0,004	1,70	0,030	0,004			
1,30	0,099	0,004	1,75	0,026	0,003			
1,31	0,095	0,003	1,80	0,023	0,003			
1,32	0,092	0,003	1,85	0,020	0,002			

Продолжение

Значения функции $\varphi(\eta)$ при уклоне $i > 0$ и гидравлическом показателе $x = 5{,}50$.

η_1	$\varphi(\eta_1)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta)$	$+\Delta$	η	$\varphi(\eta_1)$	$\pm\Delta$
0	0	0,050	0,73	0,752	0,012	0,940	1,128	0,018
0,05	0,050	0,050	0,74	0,764	0,012	0,945	1,146	0,019
0,10	0,100	0,050	0,75	0,776	0,012	0,950	1,165	0,021
0,15	0,150	0,050	0,76	0,788	0,013	0,955	1,186	0,023
0,20	0,200	0,050	0,77	0,801	0,013	0,960	1,209	0,026
0,25	0,250	0,050	0,78	0,814	0,014	0,965	1,235	0,030
0,30	0,300	0,050	0,79	0,828	0,014	0,970	1,265	0,035
0,35	0,350	0,050	0,80	0,842	0,015	0,975	1,300	0,044
0,40	0,400	0,050	0,81	0,857	0,015	0,980	1,344	0,056
0,45	0,450	0,051	0,82	0,872	0,016	0,985	1,400	0,074
0,50	0,501	0,051	0,83	0,888	0,016	0,990	1,474	0,131
0,55	0,552	0,053	0,84	0,904	0,017	0,995	1,605	∞
0,60	0,605	0,010	0,85	0,921	0,017	1,000	∞	∞
0,61	0,615	0,011	0,86	0,938	0,018	1,005	0,730	0,132
0,62	0,626	0,011	0,87	0,956	0,019	1,010	0,598	0,073
0,63	0,637	0,011	0,88	0,975	0,020	1,015	0,525	0,051
0,64	0,648	0,011	0,89	0,995	0,022	1,020	0,474	0,039
0,65	0,659	0,011	0,90	1,017	0,011	1,025	0,435	0,033
0,66	0,670	0,011	0,905	1,028	0,012	1,030	0,402	0,027
0,67	0,681	0,011	0,910	1,040	0,013	1,035	0,375	0,022
0,68	0,692	0,012	0,915	1,053	0,013	1,040	0,353	0,019
0,69	0,704	0,012	0,920	1,066	0,014	1,045	0,334	0,017
0,70	0,716	0,012	0,925	1,080	0,015	1,05	0,317	0,027
0,71	0,728	0,012	0,930	1,095	0,016	1,06	0,290	0,024
0,72	0,740	0,012	0,935	1,111	0,017	1,07	0,266	0,021

Продолжение

η	φ(η)	— Δ	η	φ(η)	— Δ	η	φ(η)	— Δ
1,08	0,245	0,019	1,33	0,067	0,003	1,90	0,011	0,002
1,09	0,226	0,016	1,34	0,064	0,003	1,95	0,009	0,001
1,10	0,210	0,014	1,35	0,061	0,003	2,0	0,008	0,001
1,11	0,196	0,013	1,36	0,058	0,002	2,1	0,007	0,001
1,12	0,183	0,011	1,37	0,056	0,002	2,2	0,006	0,001
1,13	0,172	0,010	1,38	0,054	0,002	2,3	0,005	0,001
1,14	0,162	0,009	1,39	0,052	0,002	2,4	0,004	0,001
1,15	0,153	0,008	1,40	0,050	0,002	2,5	0,003	0,0005
1,16	0,145	0,008	1,41	0,048	0,002	2,6	0,0025	0,0005
1,17	0,137	0,007	1,42	0,046	0,001	2,7	0,0020	0,0005
1,18	0,130	0,006	1,43	0,045	0,001	2,8	0,0015	0,0005
1,19	0,124	0,006	1,44	0,044	0,001	2,9	0,0010	0,00025
1,20	0,118	0,005	1,45	0,043	0,001	3,0	0,00075	0,00025
1,21	0,113	0,005	1,46	0,042	0,001	3,5	0,00050	0,00025
1,22	0,108	0,005	1,47	0,041	0,001	4,0	0,00025	0,00025
1,23	0,103	0,005	1,48	0,040	0,001	4,5	0	0
1,24	0,098	0,004	1,49	0,039	0,001	5,0	0	0
1,25	0,094	0,004	1,50	0,038	0,006	6,0	0	0
1,26	0,090	0,004	1,55	0,032	0,005	8,0	0	0
1,27	0,086	0,004	1,60	0,027	0,004	10,0	0	
1,28	0,082	0,003	1,65	0,023	0,003			
1,29	0,079	0,003	1,70	0,020	0,003			
1,30	0,076	0,003	1,75	0,017	0,002			
1,31	0,073	0,003	1,80	0,015	0,002			
1,32	0,070	0,003	1,85	0,013	0,002			

ТАБЛИЦА XXVI.

Значения функции $\varphi_0(\xi)$ при уклоне $i = 0$ и при гидравлическом показателе $x = 2{,}00$.

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$\mp\Delta$
0	1,0000	0,0499	0,73	0,3997	0,0046	0,940	0,3369	0,0006
0,05	0,9501	0,0498	0,74	0,3951	0,0045	0,945	0,3363	0,0005
0,10	0,9003	0,0492	0,75	0,3906	0,0043	0,950	0,3358	0,0005
0,15	0,8511	0,0484	0,76	0,3863	0,0041	0,955	0,3353	0,0004
0,20	0,8027	0,0475	0,77	0,3822	0,0040	0,960	0,3349	0,0004
0,25	0,7552	0,0462	0,78	0,3782	0,0039	0,965	0,3345	0,0003
0,30	0,7090	0,0447	0,79	0,3743	0,0036	0,970	0,3342	0,0003
0,35	0,6643	0,0430	0,80	0,3707	0,0035	0,975	0,3339	0,0002
0,40	0,6213	0,0409	0,81	0,3672	0,0034	0,980	0,3337	0,0001
0,45	0,5804	0,0387	0,82	0,3638	0,0032	0,985	0,3336	0,0002
0,50	0,5417	0,0363	0,83	0,3606	0,0030	0,990	0,3334	0,0000
0,55	0,5054	0,0334	0,84	0,3576	0,0029	0,995	0,3334	0,0001
0,60	0,4720	0,0064	0,85	0,3547	0,0027	1,000	0,3333	0,0001
0,61	0,4656	0,0062	0,86	0,3520	0,0025	1,005	0,3334	0,0000
0,62	0,4594	0,0061	0,87	0,3495	0,0023	1,010	0,3334	0,0002
0,63	0,4533	0,0059	0,88	0,3472	0,0022	1,015	0,3336	0,0001
0,64	0,4474	0,0059	0,89	0,3450	0,0020	1,020	0,3337	0,0003
0,65	0,4415	0,0057	0,90	0,3430	0,0009	1,025	0,3340	0,0003
0,66	0,4358	0,0055	0,905	0,3421	0,0009	1,030	0,3343	0,0003
0,67	0,4303	0,0055	0,910	0,3412	0,0008	1,035	0,3346	0,0003
0,68	0,4248	0,0053	0,915	0,3404	0,0008	1,040	0,3349	0,0005
0,69	0,4195	0,0052	0,920	0,3396	0,0008	1,045	0,3354	0,0005
0,70	0,4143	0,0050	0,925	0,3388	0,0007	1,05	0,3359	0,0011
0,71	0,4093	0,0049	0,930	0,3381	0,0006	1,06	0,3370	0,0014
0,72	0,4044	0,0047	0,935	0,3375	0,0006	1,07	0,3384	0,0015

Продолжение

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$
1,08	0,3399		1,33	0,4542		1,90	1,386	
1,09	0,3417	0,0018	1,34	0,4620	0,0078	1,95	1,521	0,135
1,10	0,3437	0,0020	1,35	0,4701	0,0081	2,0	1,667	0,146
1,11	0,3459	0,0022	1,36	0,4785	0,0084	2,1	1,987	0,320
1,12	0,3483	0,0024	1,37	0,4871	0,0086	2,2	2,349	0,362
1,13	0,3510	0,0027	1,38	0,4960	0,0089	2,3	2,756	0,407
1,14	0,3539	0,0029	1,39	0,5052	0,0092	2,4	3,208	0,452
1,15	0,3570	0,0031	1,40	0,5147	0,0095	2,5	3,708	0,500
1,16	0,3603	0,0033	1,41	0,5244	0,0097	2,6	4,259	0,551
1,17	0,3639	0,0036	1,42	0,5344	0,0100	2,7	4,861	0,602
1,18	0,3677	0,0038	1,43	0,5447	0,0103	2,8	5,517	0,656
1,19	0,3717	0,0040	1,44	0,5553	0,0106	2,9	6,23	0,713
1,20	0,3760	0,0043	1,45	0,5660	0,0107	3,0	7,00	0,77
1,21	0,3805	0,0045	1,46	0,577	0,0110	3,5	11,79	4,79
1,22	0,3853	0,0048	1,47	0,589	0,012	4,0	18,33	6,54
1,23	0,3903	0,0050	1,48	0,601	0,012	4,5	26,88	8,55
1,24	0,3955	0,0052	1,49	0,613	0,012	5,0	37,67	10,79
1,25	0,4010	0,0055	1,50	0,625	0,012	6,0	67,0	29,33
1,26	0,4068	0,0058	1,55	0,691	0,066	7,0	108,3	41,3
1,27	0,4128	0,0060	1,60	0,765	0,074	8,0	163,7	55,4
1,28	0,4191	0,0063	1,65	0,847	0,082	9,0	234,0	70,3
1,29	0,4256	0,0065	1,70	0,938	0,091	10,0	324,3	90,3
1,30	0,4323	0,0067	1,75	1,037	0,099			
1,31	0,4394	0,0071	1,80	1,144	0,107			
1,32	0,4467	0,0073	1,85	1,260	0,116			
		0,0075			0,126			

Продолжение

Значения функции $\varphi_0(\xi)$ при уклоне $i=0$ и при гидравлическом показателе $x=2{,}50$.

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$\mp\Delta$
0	1,0000	0,0500	0,73	0,3650	0,0054	0,940	0,2901	0,0007
0,05	0,9500	0,0499	0,74	0,3596	0,0052	0,945	0,2894	0,0006
0,10	0,9001	0,0497	0,75	0,3544	0,0051	0,950	0,2888	0,0006
0,15	0,8504	0,0494	0,76	0,3493	0,0049	0,955	0,2882	0,0005
0,20	0,8010	0,0488	0,77	0,3444	0,0047	0,960	0,2877	0,0005
0,25	0,7522	0,0480	0,78	0,3397	0,0045	0,965	0,2872	0,0004
0,30	0,7042	0,0469	0,79	0,3352	0,0044	0,970	0,2868	0,0003
0,35	0,6573	0,0457	0,80	0,3308	0,0041	0,975	0,2865	0,0003
0,40	0,6116	0,0441	0,81	0,3267	0,0041	0,980	0,2862	0,0002
0,45	0,5675	0,0423	0,82	0,3226	0,0038	0,985	0,2860	0,0002
0,50	0,5252	0,0400	0,83	0,3188	0,0036	0,990	0,2858	0,0001
0,55	0,4852	0,0374	0,84	0,3152	0,0034	0,995	0,2857	0,0000
0,60	0,4478	0,0072	0,85	0,3118	0,0033	1,000	0,2857	0,0000
0,61	0,4406	0,0070	0,86	0,3085	0,0030	1,005	0,2857	0,0001
0,62	0,4336	0,0069	0,87	0,3055	0,0029	1,010	0,2858	0,0002
0,63	0,4267	0,0068	0,88	0,3026	0,0026	1,015	0,2860	0,0002
0,64	0,4199	0,0067	0,89	0,3000	0,0024	1,020	0,2862	0,0003
0,65	0,4132	0,0065	0,90	0,2976	0,0011	1,025	0,2865	0,0004
0,66	0,4067	0,0064	0,905	0,2965	0,0011	1,030	0,2869	0,0004
0,67	0,4003	0,0063	0,910	0,2954	0,0010	1,035	0,2873	0,0004
0,68	0,3940	0,0061	0,915	0,2944	0,0010	1,040	0,2877	0,0006
0,69	0,3879	0,0059	0,920	0,2934	0,0009	1,045	0,2883	0,0006
0,70	0,3820	0,0058	0,925	0,2925	0,0009	1,05	0,2889	0,0015
0,71	0,3762	0,0057	0,930	0,2916	0,0008	1,06	0,2904	0,0017
0,72	0,3705	0,0055	0,935	0,2908	0,0007	1,07	0,2921	0,0019

Продолжение

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$
1,08	0,2940		1,33	0,4452		1,90	1,801	
		0,0023			0,0106			0,207
1,09	0,2963		1,34	0,4558		1,95	2,008	
		0,0025			0,0109			0,224
1,10	0,2988		1,35	0,4667		2,0	2,232	
		0,0029			0,0114			0,502
1,11	0,3017		1,36	0,4781		2,1	2,734	
		0,0031			0,0118			0,578
1,12	0,3048		1,37	0,4899		2,2	3,312	
		0,0034			0,0122			0,660
1,13	0,3082		1,38	0,5021		2,3	3,972	
		0,0037			0,0125			0,747
1,14	0,3119		1,39	0,5146		2,4	4,719	
		0,0041			0,0130			0,840
1,15	0,3160		1,40	0,5276		2,5	5,559	
		0,0043			0,0134			0,938
1,16	0,3203		1,41	0,5410		2,6	6,497	
		0,0047			0,0138			1,043
1,17	0,3250		1,42	0,5548		2,7	7,540	
		0,0049			0,0143			1,160
1,18	0,3299		1,43	0,5691		2,8	8,70	
		0,0053			0,0149			1,27
1,19	0,3352		1,44	0,584		2,9	9,97	
		0,0056			0,015			1,39
1,20	0,3408		1,45	0,599		3,0	11,36	
		0,0060			0,015			9,06
1,21	0,3468		1,46	0,614		3,5	20,42	
		0,0063			0,016			13,15
1,22	0,3531		1,47	0,630		4,0	33,57	
		0,0066			0,017			18,16
1,23	0,3597		1,48	0,647		4,5	51,73	
		0,0069			0,017			24,13
1,24	0,3666		1,49	0,664		5,0	75,86	
		0,0073			0,017			70,34
1,25	0,3739		1,50	0,681		6,0	146,2	
		0,0076			0,094			107,1
1,26	0,3815		1,55	0,775		7,0	253,3	
		0,0080			0,106			153,4
1,27	0,3895		1,60	0,881		8,0	406,7	
		0,0084			0,118			210,3
1,28	0,3979		1,65	0,999		9,0	617,0	
		0,0087			0,131			277,0
1,29	0,4066		1,70	1,130		10,0	894,0	
		0,0091			0,146			
1,30	0,4157		1,75	1,276				
		0,0094			0,159			
1,31	0,4251		1,80	1,435				
		0,0099			0,176			
1,32	0,4350		1,85	1,611				
		0,0102			0,190			

Продолжение

Значения функции $\varphi_0(\xi)$ при уклоне $i=0$ и при гидравлическом показателе $x=3{,}00$.

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$\pm\Delta$
0	1,0000		0,73	0,3410		0,940	0,2552	
		0,0500			0,0060			0,0008
0,05	0,9500		0,74	0,3350		0,945	0,2544	
		0,0500			0,0059			0,0008
0,10	0,9000		0,75	0,3291		0,950	0,2536	
		0,0499			0,0057			0,0007
0,15	0,8501		0,76	0,3234		0,955	0,2529	
		0,0497			0,0055			0,0006
0,20	0,8004		0,77	0,3179		0,960	0,2523	
		0,0495			0,0054			0,0005
0,25	0,7509		0,78	0,3125		0,965	0,2518	
		0,0489			0,0051			0,0005
0,30	0,7020		0,79	0,3074		0,970	0,2513	
		0,0483			0,0050			0,0004
0,35	0,6537		0,80	0,3024		0,975	0,2509	
		0,0473			0,0049			0,0003
0,40	0,6064		0,81	0,2975		0,980	0,2506	
		0,0462			0,0045			0,0003
0,45	0,5602		0,82	0,2930		0,985	0,2503	
		0,0446			0,0044			0,0001
0,50	0,5156		0,83	0,2886		0,990	0,2502	
		0,0427			0,0041			0,0002
0,55	0,4729		0,84	0,2845		0,995	0,2500	
		0,0405			0,0040			0,0000
0,60	0,4324		0,85	0,2805		1,000	0,2500	
		0,0078			0,0037			0,0000
0,61	0,4246		0,86	0,2768		1,005	0,2500	
		0,0077			0,0036			0,0001
0,62	0,4169		0,87	0,2732		1,010	0,2501	
		0,0075			0,0033			0,0003
0,63	0,4094		0,88	0,2699		1,015	0,2504	
		0,0075			0,0030			0,0002
0,64	0,4019		0,89	0,2669		1,020	0,2506	
		0,0073			0,0029			0,0003
0,65	0,3946		0,90	0,2640		1,025	0,2509	
		0,0072			0,0014			0,0005
0,66	0,3874		0,905	0,2626		1,030	0,2514	
		0,0070			0,0012			0,0005
0,67	0,3804		0,910	0,2614		1,035	0,2519	
		0,0069			0,0012			0,0006
0,68	0,3735		0,915	0,2602		1,040	0,2525	
		0,0068			0,0011			0,0006
0,69	0,3667		0,920	0,2591		1,045	0,2531	
		0,0067			0,0011			0,0008
0,70	0,3600		0,925	0,2580		1,05	0,2539	
		0,0065			0,0010			0,0017
0,71	0,3535		0,930	0,2570		1,06	0,2556	
		0,0063			0,0009			0,0021
0,72	0,3472		0,935	0,2561		1,07	0,2577	
		0,0062			0,0009			0,0024

Продолжение

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$
1,08	0,2601	0,0028	1,33	0,4522	0,0138	1,90	2,358	0,307
1,09	0,2629	0,0031	1,34	0,4660	0,0143	1,95	2,665	0,335
1,10	0,2660	0,0035	1,35	0,4803	0,0150	2,0	3,000	0,762
1,11	0,2695	0,0039	1,36	0,4953	0,0154	2,1	3,762	0,894
1,12	0,2734	0,0042	1,37	0,5107	0,0160	2,2	4,656	1,040
1,13	0,2776	0,0046	1,38	0,5267	0,0165	2,3	5,696	1,193
1,14	0,2822	0,0051	1,39	0,5432	0,0172	2,4	6,894	1,372
1,15	0,2873	0,0054	1,40	0,5604	0,0177	2,5	8,266	1,554
1,16	0,2927	0,0058	1,41	0,5781	0,0189	2,6	9,82	1,76
1,17	0,2985	0,0062	1,42	0,597	0,018	2,7	11,58	1,99
1,18	0,3047	0,0067	1,43	0,615	0,020	2,8	13,57	2,21
1,19	0,3114	0,0070	1,44	0,635	0,020	2,9	15,78	2,47
1,20	0,3184	0,0075	1,45	0,655	0,021	3,0	18,25	16,77
1,21	0,3259	0,0079	1,46	0,676	0,021	3,5	35,02	25,98
1,22	0,3338	0,0084	1,47	0,697	0,022	4,0	61,00	38,00
1,23	0,3422	0,0088	1,48	0,719	0,023	4,5	99,0	53,0
1,24	0,3510	0,0094	1,49	0,742	0,024	5,0	152,0	167,0
1,25	0,3604	0,0097	1,50	0,766	0,127	6,0	319,0	275,0
1,26	0,3701	0,0102	1,55	0,893	0,145	7,0	594,0	423,0
1,27	0,3803	0,0108	1,60	1,038	0,165	8,0	1017,0	615,0
1,28	0,3911	0,0112	1,65	1,203	0,185	9,0	1632,0	859,0
1,29	0,4023	0,0117	1,70	1,388	0,207	10,0	2491,0	
1,30	0,4140	0,0122	1,75	1,595	0,229			
1,31	0,4262	0,0128	1,80	1,824	0,254			
1,32	0,4390	0,0132	1,85	2,078	0,280			

Продолжение

Значения функции $\varphi_0(\xi)$ при уклоне $i=0$ и при гидравлическом показателе $x=3{,}25$.

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$\mp\Delta$
0	1,0000		0,73	0,3318		0,940	0,2409	
		0,0500			0,0064			0,0009
0,05	0,9500		0,74	0,3254		0,945	0,2400	
		0,0500			0,0061			0,0008
0,10	0,9000		0,75	0,3193		0,950	0,2392	
		0,0499			0,0060			0,0007
0,15	0,8501		0,76	0,3133		0,955	0,2385	
		0,0498			0,0058			0,0007
0,20	0,8003		0,77	0,3075		0,960	0,2378	
		0,0496			0,0057			0,0006
0,25	0,7507		0,78	0,3018		0,965	0,2372	
		0,0493			0,0054			0,0005
0,30	0,7014		0,79	0,2964		0,970	0,2367	
		0,0487			0,0053			0,0004
0,35	0,6527		0,80	0,2911		0,975	0,2363	
		0,0479			0,0050			0,0004
0,40	0,6048		0,81	0,2861		0,980	0,2359	
		0,0469			0,0049			0,0002
0,45	0,5579		0,82	0,2812		0,985	0,2357	
		0,0455			0,0046			0,0002
0,50	0,5124		0,83	0,2766		0,990	0,2355	
		0,0439			0,0044			0,0002
0,55	0,4685		0,84	0,2722		0,995	0,2353	
		0,0417			0,0043			0,0000
0,60	0,4268		0,85	0,2679		1,000	0,2353	
		0,0080			0,0040			0,0000
0,61	0,4188		0,86	0,2639		1,005	0,2353	
		0,0080			0,0037			0,0002
0,62	0,4108		0,87	0,2602		1,010	0,2355	
		0,0078			0,0035			0,0002
0,63	0,4030		0,88	0,2567		1,015	0,2357	
		0,0077			0,0033			0,0003
0,64	0,3953		0,89	0,2534		1,020	0,2360	
		0,0076			0,0030			0,0003
0,65	0,3877		0,90	0,2504		1,025	0,2363	
		0,0075			0,0015			0,0005
0,66	0,3802		0,905	0,2489		1,030	0,2368	
		0,0073			0,0013			0,0005
0,67	0,3729		0,910	0,2476		1,035	0,2373	
		0,0072			0,0013			0,0007
0,68	0,3657		0,915	0,2463		1,040	0,2380	
		0,0071			0,0012			0,0007
0,69	0,3586		0,920	0,2451		1,045	0,2387	
		0,0069			0,0012			0,0008
0,70	0,3517		0,925	0,2439		1,05	0,2395	
		0,0068			0,0010			0,0019
0,71	0,3449		0,930	0,2429		1,06	0,2414	
		0,0067			0,0011			0,0023
0,72	0,3382		0,935	0,2418		1,07	0,2437	
		0,0064			0,0009			0,0026

Продолжение

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$
1,08	0,2463	0,0031	1,33	0,4606	0,0156	1,90	2,700	0,370
1,09	0,2494	0,0034	1,34	0,4762	0,0162	1,95	3,070	0,407
1,10	0,2528	0,0038	1,35	0,4924	0,0169	2,0	3,477	0,931
1,11	0,2566	0,0043	1,36	0,5093	0,0174	2,1	4,408	1,104
1,12	0,2609	0,0046	1,37	0,5267	0,0182	2,2	5,512	1,297
1,13	0,2655	0,0051	1,38	0,5449	0,0188	2,3	6,809	1,507
1,14	0,2706	0,0056	1,39	0,5637	0,0195	2,4	8,316	1,744
1,15	0,2762	0,0060	1,40	0,5832	0,0198	2,5	10,06	1,99
1,16	0,2822	0,0064	1,41	0,603	0,021	2,6	12,05	2,28
1,17	0,2886	0,0068	1,42	0,624	0,022	2,7	14,33	2,58
1,18	0,2954	0,0074	1,43	0,646	0,022	2,8	16,91	2,91
1,19	0,3028	0,0078	1,44	0,668	0,023	2,9	19,82	3,26
1,20	0,3106	0,0084	1,45	0,691	0,024	3,0	23,08	22,72
1,21	0,3190	0,0088	1,46	0,715	0,025	3,5	45,80	36,33
1,22	0,3278	0,0094	1,47	0,740	0,025	4,0	82,18	54,82
1,23	0,3372	0,0098	1,48	0,765	0,026	4,5	137,0	78.9
1,24	0,3470	0,0104	1,49	0,791	0,027	5,0	215,9	256,3
1,25	0,3574	0,0109	1,50	0,818	0,147	6,0	472,2	440,7
1,26	0,3683	0,0115	1,55	0,965	0,169	7,0	912,9	701,1
1,27	0,3798	0,0120	1,60	1,134	0,193	8,0	1614,0	1052,0
1,28	0,3918	0,0126	1,65	1,327	0,217	9,0	2666,0	1509,0
1,29	0,4044	0,0131	1,70	1,544	0,244	10,0	4175,0	
1,30	0,4175	0,0138	1,75	1,788	0,273			
1,31	0,4313	0,0144	1,80	2,061	0,303			
1,32	0,4457	0,0149	1,85	2,364	0,336			

Продолжение

Значения функции $\varphi_0(\xi)$ при уклоне $i=0$ и при гидравлическом показателе $x=3{,}50$.

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$\mp\Delta$
0	1,0000		0,73	0,3239		0,940	0,2282	
		0,0500			0,0066			0,0009
0,05	0,9500		0,74	0,3173		0,945	0,2273	
		0,0500			0,0064			0,0009
0,10	0,9000		0,75	0,3109		0,950	0,2264	
		0,0500			0,0063			0,0008
0,15	0,8500		0,76	0,3046		0,955	0,2256	
		0,0498			0,0061			0,0007
0,20	0,8002		0,77	0,2985		0,960	0,2249	
		0,0498			0,0059			0,0006
0,25	0,7504		0,78	0,2926		0,965	0,2243	
		0,0494			0,0057			0,0005
0,30	0,7010		0,79	0,2869		0,970	0,2238	
		0,0490			0,0055			0,0005
0,35	0,6520		0,80	0,2814		0,975	0,2233	
		0,0484			0,0053			0,0004
0,40	0,6036		0,81	0,2761		0,980	0,2229	
		0,0475			0,0051			0,0003
0,45	0,5561		0,82	0,2710		0,985	0,2226	
		0,0463			0,0049			0,0002
0,50	0,5098		0,83	0,2661		0,990	0,2224	
		0,0447			0,0047			0,0001
0,55	0,4651		0,84	0,2614		0,995	0,2223	
		0,0428			0,0044			0,0001
0,60	0,4223		0,85	0,2570		1,000	0,2222	
		0,0083			0,0042			0,0001
0,61	0,4140		0,86	0,2528		1,005	0,2223	
		0,0081			0,0040			0,0001
0,62	0,4059		0,87	0,2488		1,010	0,2224	
		0,0081			0,0038			0,0002
0,63	0,3978		0,88	0,2450		1,015	0,2226	
		0,0080			0,0035			0,0003
0,64	0,3898		0,89	0,2415		1,020	0,2229	
		0,0078			0,0032			0,0004
0,65	0,3820		0,90	0,2383		1,025	0,2233	
		0,0077			0,0015			0,0005
0,66	0,3743		0,905	0,2368		1,030	0,2238	
		0,0076			0,0014			0,0006
0,67	0,3667		0,910	0,2354		1,035	0,2244	
		0,0075			0,0014			0,0007
0,68	0,3592		0,915	0,2340		1,040	0,2251	
		0,0074			0,0013			0,0008
0,69	0,3518		0,920	0,2327		1,045	0,2259	
		0,0072			0,0012			0,0009
0,70	0,3446		0,925	0,2315		1,05	0,2268	
		0,0070			0,0012			0,0021
0,71	0,3376		0,930	0,2303		1,06	0,2289	
		0,0069			0,0011			0,0024
0,72	0,3307		0,935	0,2292		1,07	0,2313	
		0,0068			0,0010			0,0029

Продолжение

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$
1,08	0,2342	0,0033	1,33	0,4719	0,0175	1,90	3,092	0,445
1,09	0,2375	0,0037	1,34	0,4894	0,0182	1,95	3,537	0,491
1,10	0,2412	0,0042	1,35	0,5076	0,0190	2,0	4,028	1,135
1,11	0,2454	0,0047	1,36	0,5266	0,0197	2,1	5,163	1,358
1,12	0,2501	0,0051	1,37	0,5463	0,0205	2,2	6,521	1,610
1,13	0,2552	0,0055	1,38	0,5668	0,0212	2,3	8,131	1,889
1,14	0,2607	0,0061	1,39	0,5880	0,0220	2,4	10,02	2,21
1,15	0,2668	0,0066	1,40	0,610	0,023	2,5	12,23	2,54
1,16	0,2734	0,0070	1,41	0,633	0,024	2,6	14,77	2,93
1,17	0,2804	0,0076	1,42	0,657	0,024	2,7	17,70	3,36
1,18	0,2880	0,0081	1,43	0,681	0,026	2,8	21,06	3,81
1,19	0,2961	0,0087	1,44	0,707	0,026	2,9	24,87	4,31
1,20	0,3048	0,0092	1,45	0,733	0,027	3,0	29,18	30,71
1,21	0,3140	0,0098	1,46	0,760	0,028	3,5	59,89	50,91
1,22	0,3238	0,0103	1,47	0,788	0,029	4,0	110,8	79,0
1,23	0,3341	0,0109	1,48	0,817	0,030	4,5	189,8	116,8
1,24	0,3450	0,0116	1,49	0,847	0,031	5,0	306,6	393,8
1,25	0,3566	0,0121	1,50	0,878	0,169	6,0	700,4	705,6
1,26	0,3687	0,0128	1,55	1,047	0,196	7,0	1406,0	1161,0
1,27	0,3815	0,0134	1,60	1,243	0,223	8,0	2567,0	1799,0
1,28	0,3949	0,0140	1,65	1,466	0,254	9,0	4366,0	2652,0
1,29	0,4089	0,0147	1,70	1,720	0,287	10,0	7018,0	
1,30	0,4236	0,0154	1,75	2,007	0,323			
1,31	0,4390	0,0161	1,80	2,330	0,360			
1,32	0,4551	0,0168	1,85	2,690	0,402			

Продолжение

Значения функции $\varphi_0(\xi)$ при уклоне $i=0$ и при гидравлическом показателе $x=3{,}75$.

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$\mp\Delta$
0	1,0000		0,73	0,3172		0,940	0,2169	
		0,0500			0,0068			0,0010
0,05	0,9500		0,74	0,3104		0,945	0,2159	
		0,0500			0,0067			0,0009
0,10	0,9000		0,75	0,3037		0,950	0,2150	
		0,0500			0,0065			0,0008
0,15	0,8500		0,76	0,2972		0,955	0,2142	
		0,0499			0,0064			0,0008
0,20	0,8001		0,77	0,2908		0,960	0,2134	
		0,0498			0,0061			0,0006
0,25	0,7503		0,78	0,2847		0,965	0,2128	
		0,0496			0,0060			0,0006
0,30	0,7007		0,79	0,2787		0,970	0,2122	
		0,0493			0,0058			0,0005
0,35	0,6514		0,80	0,2729		0,975	0,2117	
		0,0487			0,0055			0,0004
0,40	0,6027		0,81	0,2674		0,980	0,2113	
		0,0480			0,0054			0,0003
0,45	0,5547		0,82	0,2620		0,985	0,2110	
		0,0469			0,0051			0,0003
0,50	0,5078		0,83	0,2569		0,990	0,2107	
		0,0455			0,0049			0,0001
0,55	0,4623		0,84	0,2520		0,995	0,2106	
		0,0437			0,0047			0,0001
0,60	0,4186		0,85	0,2473		1,000	0,2105	
		0,0085			0,0045			0,0001
0,61	0,4101		0,86	0,2428		1,005	0,2106	
		0,0084			0,0041			0,0001
0,62	0,4017		0,87	0,2387		1,010	0,2107	
		0,0082			0,0040			0,0003
0,63	0,3935		0,88	0,2347		1,015	0,2110	
		0,0082			0,0037			0,0003
0,64	0,3853		0,89	0,2310		1,020	0,2113	
		0,0081			0,0034			0,0004
0,65	0,3772		0,90	0,2276		1,025	0,2117	
		0,0080			0,0016			0,0006
0,66	0,3692		0,905	0,2260		1,030	0,2123	
		0,0078			0,0015			0,0006
0,67	0,3614		0,910	0,2245		1,035	0,2129	
		0,0077			0,0014			0,0007
0,68	0,3537		0,915	0,2231		1,040	0,2136	
		0,0076			0,0014			0,0009
0,69	0,3461		0,920	0,2217		1,045	0,2145	
		0,0074			0,0013			0,0009
0,70	0,3387		0,925	0,2204		1,05	0,2154	
		0,0073			0,0013			0,0023
0,71	0,3314		0,930	0,2191		1,06	0,2177	
		0,0072			0,0011			0,0026
0,72	0,3242		0,935	0,2180		1,07	0,2203	
		0,0070			0,0011			0,0031

Продолжение

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$
1,08	0,2234		1,33	0,4858		1,90	3,540	
		0,0036			0,0195			0,533
1,09	0,2270		1,34	0,5053		1,95	4,073	
		0,0041			0,0204			0,592
1,10	0,2311		1,35	0,5257		2,0	4,665	
		0,0045			0,0213			1,378
1,11	0,2356		1,36	0,5470		2,1	6,043	
		0,0051			0,0221			1,666
1,12	0,2407		1,37	0,5691		2,2	7,709	
		0,0055			0,0231			1,991
1,13	0,2462		1,38	0,5922		2,3	9,70	
		0,0061			0,0238			2,37
1,14	0,2523		1,39	0,616		2,4	12,07	
		0,0066			0,025			2,78
1,15	0,2589		1,40	0,641		2,5	14,85	
		0,0072			0,026			3,25
1,16	0,2661		1,41	0,667		2,6	18,10	
		0,0077			0,027			3,77
1,17	0,2738		1,42	0,694		2,7	21,87	
		0,0083			0,027			4,34
1,18	0,2821		1,43	0,721		2,8	26,21	
		0,0089			0,029			4,98
1,19	0,2910		1,44	0,750		2,9	31,19	
		0,0095			0,030			5,68
1,20	0,3005		1,45	0,780		3,0	36,87	
		0,0102			0,030			41,47
1,21	0,3107		1,46	0,810		3,5	78,34	
		0,0107			0,032			71,06
1,22	0,3214		1,47	0,842		4,0	149,4	
		0,0114			0,033			113,8
1,23	0,3328		1,48	0,875		4,5	263,2	
		0,0121			0,034			172,8
1,24	0,3449		1,49	0,909		5,0	436,0	
		0,0127			0,036			605,0
1,25	0,3576		1,50	0,945		6,0	1041,0	
		0,0135			0,193			1128,0
1,26	0,3711		1,55	1,138		7,0	2169,0	
		0,0141			0,225			1926,0
1,27	0,3852		1,60	1,363		8,0	4095,0	
		0,0149			0,259			3074,0
1,28	0,4001		1,65	1,622		9,0	7169,0	
		0,0156			0,296			4662,0
1,29	0,4157		1,70	1,918		10,0	11831,0	
		0,0163			0,336			
1,30	0,4320		1,75	2,254				
		0,0172			0,380			
1,31	0,4492		1,80	2,634				
		0,0179			0,428			
1,32	0,4671		1,85	3,062				
		0,0187			0,478			

Значения функции $\varphi_0(\xi)$ при уклоне $i=0$ и при гидравлическом показателе $x=4{,}00$.

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$
0	1,0000		0,73	0,3115		0,940	0,2068	
		0,0500			0,0071			0,0011
0,05	0,9500		0,74	0,3044		0,945	0,2057	
		0,0500			0,0069			0,0009
0,10	0,9000		0,75	0,2975		0,950	0,2048	
		0,0500			0,0068			0,0009
0,15	0,8500		0,76	0,2907		0,955	0,2039	
		0,0499			0,0066			0,0008
0,20	0,8001		0,77	0,2841		0,960	0,2031	
		0,0499			0,0064			0,0007
0,25	0,7502		0,78	0,2777		0,965	0,2024	
		0,0497			0,0062			0,0007
0,30	0,7005		0,79	0,2715		0,970	0,2017	
		0,0494			0,0060			0,0005
0,35	0,6511		0,80	0,2655		0,975	0,2012	
		0,0490			0,0058			0,0004
0,40	0,6021		0,81	0,2597		0,980	0,2008	
		0,0484			0,0056			0,0003
0,45	0,5537		0,82	0,2541		0,985	0,2005	
		0,0474			0,0053			0,0003
0,50	0,5063		0,83	0,2488		0,990	0,2002	
		0,0462			0,0052			0,0002
0,55	0,4601		0,84	0,2436		0,995	0,2000	
		0,0445			0,0049			0,0000
0,60	0,4156		0,85	0,2387		1,000	0,2000	
		0,0087			0,0046			0,0001
0,61	0,4069		0,86	0,2341		1,005	0,2001	
		0,0086			0,0044			0,0001
0,62	0,3983		0,87	0,2297		1,010	0,2002	
		0,0085			0,0041			0,0003
0,63	0,3898		0,88	0,2256		1,015	0,2005	
		0,0083			0,0039			0,0003
0,64	0,3815		0,89	0,2217		1,020	0,2008	
		0,0083			0,0036			0,0005
0,65	0,3732		0,90	0,2181		1,025	0,2013	
		0,0082			0,0017			0,0006
0,66	0,3650		0,905	0,2164		1,030	0,2019	
		0,0080			0,0016			0,0006
0,67	0,3570		0,910	0,2148		1,035	0,2025	
		0,0079			0,0015			0,0008
0,68	0,3491		0,915	0,2133		1,040	0,2033	
		0,0078			0,0015			0,0009
0,69	0,3413		0,920	0,2118		1,045	0,2042	
		0,0077			0,0014			0,0011
0,70	0,3336		0,925	0,2104		1,05	0,2053	
		0,0075			0,0013			0,0024
0,71	0,3261		0,930	0,2091		1,06	0,2077	
		0,0074			0,0012			0,0028
0,72	0,3187		0,935	0,2079		1,07	0,2105	
		0,0072			0,0011			0,0033

Продолжение

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$
1,08	0,2138		1,33	0,5023		1,90	4,052	
		0,0139			0,0217			0,637
1,09	0,2177		1,34	0,5240		1,95	4,689	
		0,0044			0,0228			0,711
1,10	0,2221		1,35	0,5468		2,0	5,400	
		0,0049			0,0237			1,668
1,11	0,2270		1,36	0,5705		2,1	7,068	
		0,0055			0,0247			2,042
1,12	0,2325		1,37	0,5952		2,2	9,11	
		0,0060			0,0258			2,46
1,13	0,2385		1,38	0,621		2,3	11,57	
		0,0066			0,027			2,96
1,14	0,2451		1,39	0,648		2,4	14,53	
		0,0072			0,028			3,50
1,15	0,2523		1,40	0,676		2,5	18,03	
		0,0078			0,029			4,13
1,16	0,2601		1,41	0,705		2,6	22,16	
		0,0084			0,030			4,84
1,17	0,2685		1,42	0,735		2,7	27,00	
		0,0090			0,031			5,62
1,18	0,2775		1,43	0,766		2,8	32,62	
		0,0098			0,032			5,57
1,19	0,2873		1,44	0,798		2,9	38,19	
		0,0104			0,034			8,41
1,20	0,2977		1,45	0,832		3,0	46,60	
		0,0111			0,035			56,00
1,21	0,3038		1,46	0,867		3,5	102,6	
		0,0117			0,036			94,5
1,22	0,3205		1,47	0,903		4,0	197,1	
		0,0126			0,037			168,4
1,23	0,3331		1,48	0,940		4,5	365,5	
		0,0132			0,039			255,5
1,24	0,3463		1,49	0,979		5,0	621,0	
		0,0141			0,040			929,0
1,25	0,3604		1,50	1,019		6,0	1550,0	
		0,0148			0,220			1805,0
1,26	0,3752		1,55	1,239		7,0	3355,0	
		0,0156			0,258			3192,0
1,27	0,3908		1,60	1,497		8,0	6547,0	
		0,0164			0,299			5255,0
1,28	0,4072		1,65	1,796		9,0	11802,0	
		0,0173			0,344			8189,0
1,29	0,4245		1,70	2,140		10,0	19991,0	
		0,0181			0,393			
1,30	0,4426		1,75	2,533				
		0,0190			0,446			
1,31	0,4616		1,80	2,979				
		0,0199			0,505			
1,32	0,4815		1,85	3,484				
		0,0208			0,568			

Продолжение

Значения функции $\varphi_0(\xi)$ при уклоне $i = 0$ и при гидравлическом показателе $x = 4{,}50$.

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$
0	1,0000	0,0500	0,73	0,3022	0,0075	0,940	0,1894	0,0012
0,05	0,9500	0,0500	0,74	0,2947	0,0073	0,945	0,1882	0,0011
0,10	0,9000	0,0500	0,75	0,2874	0,0072	0,950	0,1871	0,0010
0,15	0,8500	0,0500	0,76	0,2802	0,0070	0,955	0,1861	0,0008
0,20	0,8000	0,0499	0,77	0,2732	0,0068	0,960	0,1853	0,0008
0,25	0,7501	0,0499	0,78	0,2664	0,0067	0,965	0,1845	0,0007
0,30	0,7002	0,0496	0,79	0,2597	0,0064	0,970	0,1838	0,0006
0,35	0,6506	0,0494	0,80	0,2533	0,0062	0,975	0,1832	0,0005
0,40	0,6012	0,0489	0,81	0,2471	0,0061	0,980	0,1827	0,0004
0,45	0,5523	0,0483	0,82	0,2410	0,0058	0,985	0,1823	0,0002
0,50	0,5040	0,0472	0,83	0,2352	0,0055	0,990	0,1821	0,0002
0,55	0,4568	0,0459	0,84	0,2297	0,0053	0,995	0,1819	0,0001
0,60	0,4109	0,0089	0,85	0,2244	0,0051	1,000	0,1818	0,0001
0,61	0,4020	0,0089	0,86	0,2193	0,0048	1,005	0,1819	0,0002
0,62	0,3931	0,0088	0,87	0,2145	0,0045	1,010	0,1821	0,0002
0,63	0,3843	0,0087	0,88	0,2100	0,0042	1,015	0,1823	0,0004
0,64	0,3756	0,0086	0,89	0,2058	0,0040	1,020	0,1827	0,0006
0,65	0,3670	0,0085	0,90	0,2018	0,0018	1,025	0,1833	0,0006
0,66	0,3585	0,0084	0,905	0,2000	0,0018	1,030	0,1839	0,0008
0,67	0,3501	0,0083	0,910	0,1982	0,0017	1,035	0,1847	0,0009
0,68	0,3418	0,0082	0,915	0,1965	0,0016	1,040	0,1856	0,0010
0,69	0,3336	0,0080	0,920	0,1949	0,0015	1,045	0,1866	0,0012
0,70	0,3256	0,0080	0,925	0,1934	0,0014	1,05	0,1878	0,0027
0,71	0,3176	0,0078	0,930	0,1920	0,0014	1,06	0,1905	0,0033
0,72	0,3098	0,0076	0,935	0,1906	0,0012	1,07	0,1938	0,0038

Продолжение

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$
1,08	0,1976		1,33	0,5426		1,90	5,305	
		0,0045			0,0267			0,903
1,09	0,2021		1,34	0,5693		1,95	6,208	
		0,0050			0,0279			1,020
1,10	0,2071		1,35	0,5972		2,0	7,228	
		0,0057			0,0293			2,432
1,11	0,2128		1,36	0,6265		2,1	9,66	
		0,0063			0,0305			3,04
1,12	0,2191		1,37	0,657		2,2	12,70	
		0,0070			0,032			3,75
1,13	0,2261		1,38	0,689		2,3	16,45	
		0,0077			0,033			4,58
1,14	0,2338		1,39	0,722		2,4	21,03	
		0,0084			0,035			5,55
1,15	0,2422		1,40	0,757		2,5	26,58	
		0,0091			0,036			6,65
1,16	0,2513		1,41	0,793		2,6	33,23	
		0,0099			0,038			7,94
1,17	0,2612		1,42	0,831		2,7	41,17	
		0,0106			0,039			9,39
1,18	0,2718		1,43	0,870		2,8	50,56	
		0,0115			0,041			11,05
1,19	0,2833		1,44	0,911		2,9	61,61	
		0,0123			0,042			12,92
1,20	0,2956		1,45	0,953		3,0	74,53	
		0,0132			0,044			101,67
1,21	0,3088		1,46	0,997		3,5	176,2	
		0,0140			0,046			193,2
1,22	0,3228		1,47	1,043		4,0	369,4	
		0,0149			0,048			338,8
1,23	0,3377		1,48	1,091		4,5	708,2	
		0,0158			0,049			558,8
1,24	0,3535		1,49	1,140		5,0	1267,0	
		0,0169			0,051			2191,0
1,25	0,3704		1,50	1,191		6,0	3458,0	
		0,0177			0,284			4621,0
1,26	0,3881		1,55	1,475		7,0	8079,0	
		0,0188			0,337			8764,0
1,27	0,4069		1,60	1,812		8,0	16843,0	
		0,0199			0,394			15359,0
1,28	0,4268		1,65	2,206		9,0	32202,0	
		0,0209			0,460			25289,0
1,29	0,4477		1,70	2,666		10,0	57491,0	
		0,0220			0,532			
1,30	0,4697		1,75	3,198				
		0,0231			0,611			
1,31	0,4928		1,80	3,809				
		0,0243			0,700			
1,32	0,5171		1,85	4,509				
		0,0255			0,796			

Значения функции $\varphi_0(\xi)$ при уклоне $i=0$ и при гидравлическом показателе $x=5{,}00$.

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$\mp\Delta$
0	1,0000	0,0500	0,73	0,2952	0,0078	0,940	0,1750	0,0013
0,05	0,9500	0,0500	0,74	0,2874	0,0077	0,945	0,1737	0,0012
0,10	0,9000	0,0500	0,75	0,2797	0,0076	0,950	0,1725	0,0011
0,15	0,8500	0,0500	0,76	0,2721	0,0074	0,955	0,1714	0,0009
0,20	0,8000	0,0500	0,77	0,2647	0,0072	0,960	0,1705	0,0009
0,25	0,7500	0,0499	0,78	0,2575	0,0070	0,965	0,1696	0,0008
0,30	0,7001	0,0498	0,79	0,2505	0,0068	0,970	0,1688	0,0006
0,35	0,6503	0,0496	0,80	0,2437	0,0066	0,975	0,1682	0,0005
0,40	0,6007	0,0493	0,81	0,2371	0,0064	0,980	0,1677	0,0005
0,45	0,5514	0,0488	0,82	0,2307	0,0062	0,985	0,1672	0,0003
0,50	0,5026	0,0480	0,83	0,2245	0,0060	0,990	0,1669	0,0002
0,55	0,4546	0,0468	0,84	0,2185	0,0056	0,995	0,1667	0,0000
0,60	0,4078	0,0092	0,85	0,2129	0,0055	1,000	0,1667	0,0000
0,61	0,3986	0,0092	0,86	0,2074	0,0051	1,005	0,1667	0,0002
0,62	0,3894	0,0090	0,87	0,2023	0,0049	1,010	0,1669	0,0004
0,63	0,3804	0,0090	0,88	0,1974	0,0046	1,015	0,1673	0,0004
0,64	0,3714	0,0088	0,89	0,1928	0,0042	1,020	0,1677	0,0006
0,65	0,3626	0,0088	0,90	0,1886	0,0020	1,025	0,1683	0,0007
0,66	0,3538	0,0087	0,905	0,1866	0,0020	1,030	0,1690	0,0009
0,67	0,3451	0,0086	0,910	0,1846	0,0018	1,035	0,1699	0,0010
0,68	0,3365	0,0085	0,915	0,1828	0,0017	1,040	0,1709	0,0012
0,69	0,3280	0,0084	0,920	0,1811	0,0017	1,045	0,1721	0,0013
0,70	0,3196	0,0083	0,925	0,1794	0,0016	1,05	0,1734	0,0030
0,71	0,3113	0,0081	0,930	0,1778	0,0014	1,06	0,1764	0,0037
0,72	0,3032	0,0080	0,935	0,1764	0,0014	1,07	0,1801	0,0044

Продолжение

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$
1,08	0,1845	0,0050	1,33	0,5925	0,0323	1,90	6,941	1,272
1,09	0,1895	0,0058	1,34	0,6248	0,0342	1,95	8,213	1,457
1,10	0,1953	0,0064	1,35	0,659	0,036	2,0	9,67	3,52
1,11	0,2017	0,0073	1,36	0,695	0.037	2,1	13,19	4,51
1,12	0,2090	0,0080	1,37	0,732	0,039	2,2	17,70	5,67
1,13	0,2170	0,0088	1,38	0,771	0,041	2,3	23,37	7,08
1,14	0,2258	0,0097	1,39	0,812	0,043	2,4	30,45	8.74
1,15	0,2355	0,0106	1,40	0,855	0,045	2,5	39,19	10,69
1,16	0,2461	0,0114	1,41	0,900	0,046	2,6	49,88	12,99
1,17	0,2575	0,0124	1,42	0,946	0,049	2,7	62,87	15,65
1,18	0,2699	0,0134	1,43	0,995	0,951	2,8	78,52	18,72
1,19	0,2833	0,0144	1,44	1,046	0,053	2,9	97,24	22,26
1,20	0,2977	0,0154	1,45	1,099	0,055	3,0	119,5	184,4
1,21	0,3131	0,0165	1,46	1,154	0,058	3,5	303,9	375,8
1,22	0,3296	0,0176	1,47	1,212	0,060	4,0	679,7	730,3
1,23	0,3472	0,0187	1,48	1,272	0,062	4,5	1380,0	1220,0
1,24	0,3659	0,0199	1,49	1,334	0,064	5,0	2600,0	5171,0
1,25	0,3858	0,0211	1,50	1,398	0,363	6,0	7771,0	11833,0
1,26	0,4069	0,0224	1,55	1,761	0,435	7,0	19604,0	24079,0
1,27	0,4293	0,0237	1,60	2,196	0,517	8,0	43683,0	44878,0
1,28	0,4530	0,0251	1,65	2,713	0,610	9,0	88561,0	78130,0
1,29	0,4781	0,0263	1,70	3,323	0,714	10,0	166691,0	
1,30	0,5044	0,0279	1,75	4,037	0,832			
1,31	0,5323	0,0293	1,80	4,869	0,962			
1,32	0,5616	0,0309	1,85	5,831	1,110			

Продолжение

Значения функции $\varphi_0(\xi)$ при уклоне $i=0$ и при гидравлическом показателе $x=5{,}50$.

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$-\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$\mp\Delta$
0	1,0000	0,0500	0,73	0,2899	0,0082	0,940	0,1629	0,0014
0,05	0,9500	0,0500	0,74	0,2817	0,0080	0,945	0,1615	0,0013
0,10	0,9000	0,0500	0,75	0,2737	0,0079	0,950	0,1602	0,0011
0,15	0,8500	0,0500	0,76	0,2658	0,0077	0,955	0,1591	0,0011
0,20	0,8000	0,0500	0,77	0,2581	0,0075	0,960	0,1580	0,0010
0,25	0,7500	0,0499	0,78	0,2506	0,0074	0,965	0,1570	0,0008
0,30	0,7001	0,0499	0,79	0,2432	0,0071	0,970	0,1562	0,0007
0,35	0,6502	0,0498	0,80	0,2361	0,0070	0,975	0,1555	0,0006
0,40	0,6004	0,0495	0,81	0,2291	0,0068	0,980	0,1549	0,0004
0,45	0,5509	0,0492	0,82	0,2223	0,0065	0,985	0,1545	0,0004
0,50	0,5017	0,0485	0,83	0,2158	0,0063	0,990	0,1541	0,0002
0,55	0,4532	0,0476	0,84	0,2095	0,0060	0,995	0,1539	0,0000
0,60	0,4056	0,0094	0,85	0,2035	0,0058	1,000	0,1539	0,000
0,61	0,3962	0,0093	0,86	0,1977	0,0055	1,005	0,1539	0,0002
0,62	0,3869	0,0093	0,87	0,1922	0,0052	1,010	0,1541	0,0004
0,63	0,3776	0,0091	0,88	0,1870	0,0049	1,015	0,1545	0,0005
0,64	0,3685	0,0091	0,89	0,1821	0,0045	1,020	0,1550	0,0006
0,65	0,3594	0,0091	0,90	0,1776	0,0022	1,025	0,1556	0,0008
0,66	0,3503	0,0089	0,905	0,1754	0,0021	1,030	0,1564	0,0010
0,67	0,3414	0,0089	0,910	0,1733	0,0019	1,035	0,1574	0,0011
0,68	0,3325	0,0087	0,915	0,1714	0,0019	1,040	0,1585	0,0013
0,69	0,3238	0,0087	0,920	0,1695	0,0018	1,045	0,1598	0,0015
0,70	0,3151	0,0085	0,925	0,1677	0,0017	1,05	0,1613	0,0034
0,71	0,3066	0,0084	0,930	0,1660	0,0016	1,06	0,1647	0,004'
0,72	0,2982	0,0083	0,935	0,1644	0,0015	1,07	0,1683	0,0049

Продолжение

ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$	ξ	$\varphi_0(\xi)$	$+\Delta$
1,08	0,1737	0,0057	1,33	0,652	0,039	1,90	9,076	1,784
1,09	0,1794	0,0064	1,34	0,691	0,041	1,95	10,86	2,07
1,10	0,1858	0,0074	1,35	0,732	0,043	2,0	12,93	5,09
1,11	0,1932	0,0082	1,36	0,775	0,046	2,1	18,02	6,65
1,12	0,2014	0,0091	1,37	0,821	0,047	2,2	24,67	8,57
1,13	0,2105	0,0100	1,38	0,868	0,050	2,3	33,24	10,91
1,14	0,2205	0,0111	1,39	0,918	0,053	2,4	44,15	13,74
1,15	0,2316	0,0121	1,40	0,971	0,055	2,5	57,89	17,14
1,16	0,2437	0,0132	1,41	1,026	0,057	2,6	75,03	21,20
1,17	0,2569	0,0142	1,42	1,083	0,060	2,7	96,23	26,07
1,18	0,2711	0,0155	1,43	1,143	0,063	2,8	122,3	31,6
1,19	0,2866	0,0166	1,44	1,206	0,066	2,9	153,9	38,4
1,20	0,3032	0,0180	1,45	1,272	0,069	3,0	192,3	334,3
1,21	0,3212	0,0191	1,46	1,341	0,071	3,5	526,6	730,4
1,22	0,3403	0,0206	1,47	1,412	0,075	4,0	1257,0	1449,0
1,23	0,3609	0,0219	1,48	1,487	0,078	4,5	2706,0	2665,0
1,24	0,3828	0,0234	1,49	1,565	0,081	5,0	5371,0	12204,0
1,25	0,4062	0,0248	1,50	1,646	0,460	6,0	17575,0	30309,0
1,26	0,4310	0,0264	1,55	2,106	0,559	7,0	47884,0	66209,0
1,27	0,4574	0,0281	1,60	2,665	0,673	8,0	114093,0	131198,0
1,28	0,4855	0,0297	1,65	3,338	0,804	9,0	245291,0	241200,0
1,29	0,5152	0,0314	1,70	4,142	0,954	10,0	486491,0	
1,30	0,5466	0,0333	1,75	5,096	1,124			
1,31	0,5799	0,0350	1,80	6,220	1,319			
1,32	0,6149	0,0371	1,85	7,539	1,537			

ТАБЛИЦА XXVII.

Значения функции $\psi(\zeta)$ при уклоне $i<0$ и при гидравлическом показателе $x=2{,}00$.

ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ
0	0	0,050	0,73	0,630	0,007	0,940	0,754	0,003
0,05	0,050	0,049	0,74	0,637	0,006	0,945	0,757	0,002
0,10	0,099	0,049	0,75	0,643	0,006	0,950	0,759	0,003
0,15	0,148	0,049	0,76	0,649	0,007	0,955	0,762	0,002
0,20	0,197	0,047	0,77	0,656	0,006	0,960	0,764	0,003
0,25	0,244	0,047	0,78	0,662	0,006	0,965	0,767	0,003
0,30	0,291	0,045	0,79	0,668	0,006	0,970	0,770	0,002
0,35	0,336	0,044	0,80	0,674	0,006	0,975	0,772	0,003
0,40	0,380	0,042	0,81	0,680	0,006	0,980	0,775	0,002
0,45	0,422	0,041	0,82	0,686	0,006	0,985	0,777	0,003
0,50	0,463	0,039	0,83	0,692	0,006	0,990	0,780	0,002
0,55	0,502	0,038	0,84	0,698	0,006	0,995	0,782	0,003
0,60	0,540	0,007	0,85	0,704	0,006	1,000	0,785	0,003
0,61	0,547	0,007	0,86	0,710	0,005	1,005	0,788	0,002
0,62	0,554	0,008	0,87	0,715	0,006	1,010	0,790	0,003
0,63	0,562	0,007	0,88	0,721	0,006	1,015	0,793	0,002
0,64	0,569	0,007	0,89	0,727	0,005	1,020	0,795	0,003
0,65	0,576	0,007	0,90	0,732	0,003	1,025	0,798	0,002
0,66	0,583	0,007	0,905	0,735	0,003	1,030	0,800	0,003
0,67	0,590	0,007	0,910	0,738	0,003	1,035	0,803	0,002
0,68	0,597	0,006	0,915	0,741	0,002	1,040	0,805	0,003
0,69	0,603	0,007	0,920	0,743	0,003	1,045	0,808	0,002
0,70	0,610	0,007	0,925	0,746	0,003	1,05	0,810	0,005
0,71	0,617	0,007	0,930	0,749	0,002	1,06	0,815	0,004
0,72	0,624	0,006	0,935	0,751	0,003	1,07	0,819	0,005

Продолжение

ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ
1,08	0,824	0,004	1,32	0,922	0,004	1,80	1,064	0,011
1,09	0,828	0,005	1,33	0,926	0,004	1,85	1,075	0,011
1,10	0,833	0,004	1,34	0,930	0,003	1,90	1,086	0,011
1,11	0,837	0,005	1,35	0,933	0,004	1,95	1,097	0,010
1,12	0,842	0,004	1,36	0,937	0,003	2,00	1,107	0,019
1,13	0,846	0,005	1,37	0,940	0,004	2,10	1,126	0,018
1,14	0,851	0,004	1,38	0,944	0,003	2,20	1,144	0,017
1,15	0,855	0,004	1,39	0,947	0,004	2,30	1,161	0,015
1,16	0,859	0,005	1,40	0,951	0,003	2,40	1,176	0,014
1,17	0,864	0,004	1,41	0,954	0,003	2,50	1,190	0,014
1,18	0,868	0,004	1,42	0,957	0,003	2,60	1,204	0,012
1,19	0,872	0,004	1,43	0,960	0,004	2,70	1,216	0,012
1,20	0,876	0,004	1,44	0,964	0,003	2,80	1,228	0,011
1,21	0,880	0,004	1,45	0,967	0,003	2,90	1,239	0,010
1,22	0,884	0,004	1,46	0,970	0,003	3,00	1,249	0,043
1,23	0,888	0,004	1,47	0,973	0,004	3,50	1,292	0,034
1,24	0,892	0,004	1,48	0,977	0,003	4,00	1,326	0,026
1,25	0,896	0,004	1,49	0,980	0,003	4,50	1,352	0,022
1,26	0,900	0,004	1,50	0,983	0,014	5,00	1,374	0,032
1,27	0,904	0,004	1,55	0,997	0,015	6,00	1,406	0,041
1,28	0,908	0,003	1,60	1,012	0,014	8,00	1,447	0,024
1,29	0,911	0,004	1,65	1,026	0,013	10,00	1,471	
1,30	0,915	0,004	1,70	1,039	0,013			
1,31	0,919	0,003	1,75	1,052	0,012			

Продолжение

Значения функции $\psi(\zeta)$ при уклоне $i<0$ и при гидравлическом показателе $x=2{,}50$.

ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ
0	0	0,050	0,73	0,655	0,007	0,940	0,782	0,003
0,05	0,050	0,050	0,74	0,662	0,006	0,945	0,785	0,002
0,10	0,100	0,050	0,75	0,668	0,007	0,950	0,787	0,003
0,15	0,150	0,048	0,76	0,675	0,006	0,955	0,790	0,003
0,20	0,198	0,049	0,77	0,681	0,007	0,960	0,793	0,003
0,25	0,247	0,048	0,78	0,688	0,006	0,965	0,796	0,002
0,30	0,295	0,047	0,79	0,694	0,006	0,970	0,798	0,003
0,35	0,342	0,047	0,80	0,700	0,006	0,975	0,801	0,002
0,40	0,389	0,045	0,81	0,706	0,006	0,980	0,803	0,003
0,45	0,434	0,043	0,82	0,712	0,006	0,985	0,806	0,003
0,50	0,477	0,041	0,83	0,718	0,006	0,990	0,809	0,002
0,55	0,518	0,040	0,84	0,724	0,006	0,995	0,811	0,002
0,60	0,558	0,008	0,85	0,730	0,006	1,000	0,813	0,002
0,61	0,566	0,008	0,86	0,736	0,006	1,005	0,815	0,002
0,62	0,574	0,007	0,87	0,742	0,006	1,010	0,817	0,003
0,63	0,581	0,008	0,88	0,748	0,006	1,015	0,820	0,003
0,64	0,589	0,007	0,89	0,754	0,006	1,020	0,823	0,002
0,65	0,596	0,008	0,90	0,760	0,002	1,025	0,825	0,002
0,66	0,604	0,007	0,905	0,762	0,003	1,030	0,827	0,002
0,67	0,611	0,008	0,910	0,765	0,003	1,035	0,829	0,002
0,68	0,619	0,007	0,915	0,768	0,003	1,040	0,831	0,003
0,69	0,626	0,007	0,920	0,771	0,003	1,045	0,834	0,002
0,70	0,633	0,007	0,925	0,774	0,003	1,05	0,836	0,005
0,71	0,640	0,008	0,930	0,777	0,002	1,06	0,841	0,005
0,72	0,648	0,007	0,935	0,779	0,003	1,07	0,846	0,005

Продолжение

ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ
1,08	0,851	0,005	1,33	0,947	0,004	1,90	1,082	0,008
1,09	0,856	0,004	1,34	0,951	0,003	1,95	1,090	0,008
1,10	0,860	0,004	1,35	0,954	0,003	2,00	1,098	0,014
1,11	0,864	0,004	1,36	0,957	0,003	2,10	1,112	0,013
1,12	0,868	0,004	1,37	0,960	0,003	2,20	1,125	0,012
1,13	0,872	0,004	1,38	0,963	0,003	2,30	1,137	0,011
1,14	0,876	0,004	1,39	0,966	0,003	2,40	1,148	0,009
1,15	0,880	0,004	1,40	0,969	0,003	2,50	1,157	0,009
1,16	0,884	0,004	1,41	0,972	0,003	2,60	1,166	0,008
1,17	0,888	0,004	1,42	0,975	0,003	2,70	1,174	0,007
1,18	0,892	0,004	1,43	0,978	0,002	2,80	1,181	0,007
1,19	0,896	0,004	1,44	0,980	0,003	2,90	1,188	0,006
1,20	0,900	0,004	1,45	0,983	0,003	3,00	1,194	0,024
1,21	0,904	0,004	1,46	0,986	0,003	3,50	1,218	0,019
1,22	0,908	0,004	1,47	0,989	0,002	4,00	1,237	0,014
1,23	0,912	0,004	1,48	0,991	0,003	4,50	1,251	0,009
1,24	0,916	0,003	1,49	0,994	0,003	5,00	1,260	0,012
1,25	0,919	0,004	1,50	0,997	0,013	6,00	1,272	0,018
1,26	0,923	0,004	1,55	1,010	0,012	8,00	1,290	0,008
1,27	0,927	0,003	1,60	1,022	0,011	10,00	1,298	
1,28	0,930	0,004	1,65	1,033	0,011			
1,29	0,934	0,003	1,70	1,044	0,010			
1,30	0,937	0,003	1,75	1,054	0,010			
1,31	0,940	0,003	1,80	1,064	0,009			
1,32	0,943	0,004	1,85	1,073	0,009			

Продолжение

Значения функции $\psi(\zeta)$ при уклоне $i<0$ и при гидравлическом показателе $x=2{,}75$.

ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ
0	0	0,050	0,73	0,663	0,007	0,940	0,793	0,003
0,05	0,050	0,050	0,74	0,670	0,007	0,945	0,796	0,003
0,10	0,100	0,050	0,75	0,677	0,007	0,950	0,799	0,002
0,15	0,150	0,049	0,76	0,684	0,007	0,955	0,801	0,003
0,20	0,199	0,049	0,77	0,691	0,007	0,960	0,804	0,003
0,25	0,248	0,048	0,78	0,698	0,006	0,965	0,807	0,003
0,30	0,296	0,048	0,79	0,704	0,006	0,970	0,810	0,002
0,35	0,344	0,047	0,80	0,710	0,007	0,975	0,812	0,002
0,40	0,391	0,046	0,81	0,717	0,006	0,980	0,814	0,003
0,45	0,437	0,044	0,82	0,723	0,006	0,985	0,817	0,003
0,50	0,481	0,042	0,83	0,729	0,007	0,990	0,820	0,002
0,55	0,523	0,042	0,84	0,736	0,006	0,995	0,822	0,002
0,60	0,565	0,008	0,85	0,742	0,006	1,000	0,824	0,002
0,61	0,573	0,008	0,86	0,748	0,006	1,005	0,826	0,003
0,62	0,581	0,008	0,87	0,754	0,006	1,010	0,829	0,002
0,63	0,589	0,007	0,88	0,760	0,005	1,015	0,831	0,003
0,64	0,596	0,008	0,89	0,765	0,006	1,020	0,834	0,002
0,65	0,604	0,008	0,90	0,771	0,003	1,025	0,836	0,003
0,66	0,612	0,008	0,905	0,774	0,003	1,030	0,839	0,002
0,67	0,620	0,007	0,910	0,777	0,003	1,035	0,841	0,003
0,68	0,627	0,007	0,915	0,780	0,003	1,040	0,844	0,002
0,69	0,634	0,008	0,920	0,783	0,002	1,045	0,846	0,002
0,70	0,642	0,007	0,925	0,785	0,003	1,05	0,848	0,006
0,71	0,649	0,007	0,930	0,788	0,002	1,06	0,854	0,005
0,72	0,656	0,007	0,935	0,790	0,003	1,07	0,859	0,004

Продолжение

ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ
1,08	0,863	0,005	1,32	0,954	0,003	1,80	1,064	0,008
1,09	0,868	0,004	1,33	0,957	0,004	1,85	1,072	0,008
1,10	0,872	0,005	1,34	0,961	0,003	1,90	1,080	0,007
1,11	0,877	0,004	1,35	0,964	0,003	1,95	1,087	0,007
1,12	0,881	0,004	1,36	0,967	0,003	2,00	1,094	0,012
1,13	0,885	0,004	1,37	0,970	0,003	2,10	1,106	0,011
1,14	0,889	0,004	1,38	0,973	0,002	2,20	1,117	0,010
1,15	0,893	0,004	1,39	0,975	0,002	2,30	1,127	0,009
1,16	0,897	0,004	1,40	0,977	0,003	2,40	1,136	0,007
1,17	0,901	0,004	1,41	0,980	0,003	2,50	1,143	0,007
1,18	0,905	0,003	1,42	0,983	0,003	2,60	1,150	0,006
1,19	0,908	0,003	1,43	0,986	0,002	2,70	1,156	0,006
1,20	0,911	0,004	1,44	0,988	0,002	2,80	1,162	0,006
1,21	0,915	0,004	1,45	0,990	0,003	2,90	1,168	0,005
1,22	0,919	0,003	1,46	0,993	0,003	3,00	1,173	0,018
1,23	0,922	0,004	1,47	0,996	0,002	3,50	1,191	0,013
1,24	0,926	0,003	1,48	0,998	0,003	4,00	1,204	0,009
1,25	0,929	0,004	1,49	1,001	0,003	4,50	1,213	0,007
1,26	0,933	0,003	1,50	1,004	0,011	5,00	1,220	0,010
1,27	0,936	0,004	1,55	1,015	0,011	6,00	1,230	0,009
1,28	0,940	0,003	1,60	1,026	0,011	8,00	1,239	0,005
1,29	0,943	0,004	1,65	1,037	0,010	10,00	1,244	
1,30	0,947	0,003	1,70	1,047	0,009			
1,31	0,950	0,004	1,75	1,056	0,008			

Продолжение

Значения функции $\psi(\zeta)$ при уклоне $i<0$ и при гидравлическом показателе $x=3{,}00$.

ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ
0	0	0,050	0,73	0,672	0,007	0,940	0,804	0,003
0,05	0,050	0,050	0,74	0,679	0,007	0,945	0,807	0,002
0,10	0,100	0,050	0,75	0,686	0,007	0,950	0,809	0,003
0,15	0,150	0,049	0,76	0,693	0,007	0,955	0,812	0,003
0,20	0,199	0,050	0,77	0,700	0,007	0,960	0,815	0,002
0,25	0,249	0,048	0,78	0,707	0,006	0,965	0,817	0,003
0,30	0,297	0,049	0,79	0,713	0,007	0,970	0,820	0,002
0,35	0,346	0,047	0,80	0,720	0,007	0,975	0,822	0,003
0,40	0,393	0,047	0,81	0,727	0,006	0,980	0,825	0,002
0,45	0,440	0,045	0,82	0,733	0,007	0,985	0,827	0,003
0,50	0,485	0,043	0,83	0,740	0,006	0,990	0,830	0,002
0,55	0,528	0,043	0,84	0,746	0,006	0,995	0,832	0,002
0,60	0,571	0,008	0,85	0,752	0,006	1,000	0,834	0,003
0,61	0,579	0,008	0,86	0,758	0,006	1,005	0,837	0,003
0,62	0,587	0,008	0,87	0,764	0,006	1,010	0,840	0,003
0,63	0,595	0,007	0,88	0,770	0,006	1,015	0,843	0,002
0,64	0,602	0,008	0,89	0,776	0,005	1,020	0,845	0,003
0,65	0,610	0,008	0,90	0,781	0,003	1,025	0,848	0,002
0,66	0,618	0,008	0,905	0,784	0,003	1,030	0,850	0,003
0,67	0,626	0,008	0,910	0,787	0,003	1,035	0,853	0,002
0,68	0,634	0,007	0,915	0,790	0,003	1,040	0,855	0,002
0,69	0,641	0,008	0,920	0,793	0,003	1,045	0,857	0,002
0,70	0,649	0,008	0,925	0,796	0,003	1,05	0,859	0,005
0,71	0,657	0,007	0,930	0,799	0,002	1,06	0,864	0,005
0,72	0,664	0,008	0,935	0,801	0,003	1,07	0,869	0,004

Продолжение

ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ
1,08	0,873	0,004	1,32	0,961	0,003	1,80	1,065	0,007
1,09	0,877	0,004	1,33	0,964	0,003	1,85	1,072	0,007
1,10	0,881	0,005	1,34	0,967	0,003	1,90	1,079	0,006
1,11	0,886	0,005	1,35	0,970	0,003	1,95	1,085	0,005
1,12	0,891	0,004	1,36	0,973	0,003	2,00	1,090	0,010
1,13	0,895	0,004	1,37	0,976	0,003	2,10	1,100	0,009
1,14	0,899	0,004	1,38	0,979	0,002	2,20	1,109	0,008
1,15	0,903	0,004	1,39	0,981	0,003	2,30	1,117	0,007
1,16	0,907	0,004	1,40	0,984	0,002	2,40	1,124	0,007
1,17	0,911	0,004	1,41	0,986	0,003	2,50	1,131	0,006
1,18	0,915	0,003	1,42	0,989	0,003	2,60	1,137	0,005
1,19	0,918	0,003	1,43	0,992	0,003	2,70	1,142	0,004
1,20	0,921	0,004	1,44	0,995	0,002	2,80	1,146	0,004
1,21	0,925	0,004	1,45	0,997	0,003	2,90	1,150	0,004
1,22	0,929	0,003	1,46	1,000	0,003	3,00	1,154	0,013
1,23	0,932	0,003	1,47	1,003	0,002	3,50	1,167	0,009
1,24	0,935	0,003	1,48	1,005	0,002	4,00	1,176	0,007
1,25	0,938	0,004	1,49	1,007	0,002	4,50	1,183	0,005
1,26	0,942	0,003	1,50	1,009	0,011	5,00	1,188	0,007
1,27	0,945	0,003	1,55	1,020	0,010	6,00	1,195	0,006
1,28	0,948	0,004	1,60	1,030	0,009	8,00	1,201	0,002
1,29	0,952	0,003	1,65	1,039	0,009	10,00	1,203	
1,30	0,955	0,003	1,70	1,048	0,009			
1,31	0,958	0,003	1,75	1,057	0,008			

Продолжение

Значения функции $\psi(\zeta)$ при уклоне $i < 0$ и при гидравлическом показателе $x = 3{,}25$.

ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ
0	0	0,050	0,73	0,678	0,007	0,940	0,813	0,003
0,05	0,050	0,050	0,74	0,685	0,007	0,945	0,816	0,002
0,10	0,100	0,050	0,75	0,692	0,008	0,950	0,818	0,003
0,15	0,150	0,050	0,76	0,700	0,007	0,955	0,821	0,003
0,20	0,200	0,049	0,77	0,707	0,007	0,960	0,824	0,002
0,25	0,249	0,049	0,78	0,714	0,006	0,965	0,826	0,003
0,30	0,298	0,049	0,79	0,720	0,007	0,970	0,829	0,002
0,35	0,347	0,048	0,80	0,727	0,006	0,975	0,831	0,003
0,40	0,395	0,047	0,81	0,733	0,007	0,980	0,834	0,002
0,45	0,442	0,046	0,82	0,740	0,007	0,985	0,836	0,003
0,50	0,488	0,044	0,83	0,747	0,006	0,990	0,839	0,003
0,55	0,532	0,044	0,84	0,753	0,007	0,995	0,842	0,002
0,60	0,576	0,008	0,85	0,760	0,006	1,000	0,844	0,003
0,61	0,584	0,008	0,86	0,766	0,006	1,005	0,847	0,002
0,62	0,592	0,008	0,87	0,772	0,006	1,010	0,849	0,003
0,63	0,600	0,008	0,88	0,778	0,006	1,015	0,852	0,003
0,64	0,608	0,008	0,89	0,784	0,006	1,020	0,855	0,002
0,65	0,616	0,007	0,90	0,790	0,003	1,025	0,857	0,002
0,66	0,623	0,008	0,905	0,793	0,003	1,030	0,859	0,003
0,67	0,631	0,008	0,910	0,796	0,003	1,035	0,862	0,002
0,68	0,639	0,008	0,915	0,799	0,003	1,040	0,864	0,003
0,69	0,647	0,008	0,920	0,802	0,002	1,045	0,867	0,002
0,70	0,655	0,007	0,925	0,804	0,003	1,05	0,869	0,004
0,71	0,662	0,008	0,930	0,807	0,003	1,06	0,873	0,005
0,72	0,670	0,008	0,935	0,810	0,003	1,07	0,878	0,004

Продолжение

ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ
1,08	0,882	0,005	1,32	0,968	0,003	1,80	1,063	0,006
1,09	0,887	0,004	1,33	0,971	0,003	1,85	1,069	0,006
1,10	0,891	0,004	1,34	0,974	0,003	1,90	1,075	0,005
1,11	0,895	0,004	1,35	0,977	0,003	1,95	1,080	0,005
1,12	0,899	0,004	1,36	0,980	0,003	2,00	1,085	0,009
1,13	0,903	0,004	1,37	0,983	0,003	2,10	1,094	0,008
1,14	0,907	0,004	1,38	0,986	0,002	2,20	1,102	0,007
1,15	0,911	0,003	1,39	0,988	0,002	2,30	1,109	0,006
1,16	0,914	0,004	1,40	0,990	0,003	2,40	1,115	0,004
1,17	0,918	0,004	1,41	0,993	0,003	2,50	1,119	0,004
1,18	0,922	0,004	1,42	0,996	0,002	2,60	1,123	0,004
1,19	0,926	0,003	1,43	0,998	0,003	2,70	1,127	0,004
1,20	0,929	0,004	1,44	1,001	0,002	2,80	1,131	0,003
1,21	0,933	0,004	1,45	1,003	0,002	2,90	1,134	0,003
1,22	0,937	0,004	1,46	1,005	0,002	3,00	1,137	0,011
1,23	0,941	0,003	1,47	1,007	0,002	3,50	1,148	0,007
1,24	0,944	0,003	1,48	1,009	0,002	4,00	1,155	0,005
1,25	0,947	0,003	1,49	1,011	0,002	4,50	1,160	0,003
1,26	0,950	0,003	1,50	1,013	0,010	5,00	1,163	0,004
1,27	0,953	0,003	1,55	1,023	0,010	6,00	1,167	0,003
1,28	0,956	0,003	1,60	1,033	0,008	8,00	1,170	0,002
1,29	0,959	0,003	1,65	1,041	0,008	10,00	1,172	
1,30	0,962	0,003	1,70	1,049	0,007			
1,31	0,965	0,003	1,75	1,056	0,007			

Продолжение

Значения функции $\psi(\zeta)$ при уклоне $i<0$ и при гидравлическом показателе $x=3{,}50$.

ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ
0	0	0,050	0,73	0,684	0,007	0,940	0,820	0,003
0,05	0,050	0,050	0,74	0,691	0,007	0,945	0,823	0,003
0,10	0,100	0,050	0,75	0,698	0,007	0,950	0,826	0,002
0,15	0,150	0,050	0,76	0,705	0,007	0,955	0,828	0,003
0,20	0,200	0,050	0,77	0,712	0,008	0,960	0,831	0,003
0,25	0,250	0,049	0,78	0,720	0,007	0,965	0,834	0,003
0,30	0,299	0,049	0,79	0,727	0,007	0,970	0,837	0,002
0,35	0,348	0,048	0,80	0,734	0,007	0,975	0,839	0,003
0,40	0,396	0,048	0,81	0,741	0,007	0,980	0,842	0,002
0,45	0,444	0,046	0,82	0,748	0,007	0,985	0,844	0,003
0,50	0,490	0,045	0,83	0,755	0,006	0,990	0,847	0,002
0,55	0,535	0,045	0,84	0,761	0,006	0,995	0,849	0,003
0,60	0,580	0,008	0,85	0,767	0,007	1,000	0,852	0,003
0,61	0,588	0,008	0,86	0,774	0,006	1,005	0,855	0,003
0,62	0,596	0,009	0,87	0,780	0,006	1,010	0,858	0,003
0,63	0,605	0,008	0,88	0,786	0,006	1,015	0,861	0,003
0,64	0,613	0,008	0,89	0,792	0,006	1,020	0,864	0,002
0,65	0,621	0,007	0,90	0,798	0,003	1,025	0,866	0,002
0,66	0,628	0,008	0,905	0,801	0,003	1,030	0,868	0,003
0,67	0,636	0,008	0,910	0,804	0,003	1,035	0,871	0,002
0,68	0,644	0,009	0,915	0,807	0,003	1,040	0,873	0,002
0,69	0,653	0,008	0,920	0,810	0,002	1,045	0,875	0,002
0,70	0,661	0,007	0,925	0,812	0,003	1,05	0,877	0,004
0,71	0,668	0,008	0,930	0,815	0,003	1,06	0,881	0,005
0,72	0,676	0,008	0,935	0,818	0,002	1,07	0,886	0,004

Продолжение

ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ
1,08	0,890	0,004	1,32	0,974	0,002	1,80	1,061	0,006
1,09	0,894	0,005	1,33	09,76	0,003	1,85	1,067	0,005
1,10	0,899	0,004	1,34	0,979	0,003	1,90	1,072	0,004
1,11	0,903	0,004	1,35	0,982	0,003	1,95	1,076	0,004
1,12	0,907	0,004	1,36	0,985	0,003	2,00	1,080	0,007
1,13	0,911	0,004	1,37	0,988	0,003	2,10	1,087	0,007
1,14	0,915	0,004	1,38	0,991	0,002	2,20	1,094	0,005
1,15	0,919	0,004	1,39	0,993	0,002	2,30	1,099	0,005
1,16	0,923	0,004	1,40	0,995	0,002	2,40	1,104	0,004
1,17	0,927	0,003	1,41	0,997	0,003	2,50	1,108	0,004
1,18	0,930	0,003	1,42	1,000	0,003	2,60	1,112	0,003
1,19	0,933	0,004	1,43	1.003	0,002	2,70	1,115	0,003
1,20	0,937	0,004	1,44	1,005	0,002	2,80	1,118	0,003
1,21	0,941	0,004	1,45	1,007	0,002	2,90	1,121	0,002
1,22	0,945	0,003	1,46	1,009	0,002	3,00	1,123	0,008
1,23	0,948	0,003	1,47	1,011	0,001	3,50	1,131	0,005
1,24	0,951	0,003	1,48	1,012	0,002	4,00	1,136	0,003
1,25	0,954	0,003	1,49	1,014	0,002	4,50	1,139	0,002
1,26	0,957	0,003	1,50	1,016	0,009	5,00	1,141	0,003
1,27	0,960	0,003	1,55	1,025	0,009	6,00	1,144	0,002
1,28	0,963	0,003	1,60	1,034	0,008	8,00	1,146	0,001
1,29	0,966	0,002	1,65	1,042	0,007	10,00	1,147	
1,30	0,968	0,003	1,70	1,049	0,006			
1,31	0,971	0,003	1,75	1,055	0,006			

Продолжение

Значения функции $\psi(\zeta)$ при уклоне $i<0$ и при гидравлическом показателе $x=3{,}75$.

ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ
0	0	0,050	0,73	0,689	0,008	0,940	0,828	0,003
0,05	0,050	0,050	0,74	0,697	0,007	0,945	0,831	0,003
0,10	0,100	0,050	0,75	0,704	0,007	0,950	0,834	0,002
0,15	0,150	0,050	0,76	0,711	0,007	0,955	0,836	0,003
0,20	0,200	0,050	0,77	0,718	0,007	0,960	0,839	0,003
0,25	0,250	0,049	0,78	0,725	0,007	0,965	0,842	0,003
0,30	0,299	0,049	0,79	0,732	0,008	0,970	0,845	0,002
0,35	0,348	0,048	0,80	0,740	0,008	0,975	0,847	0,003
0,40	0,396	0,049	0,81	0,748	0,006	0,980	0,850	0,002
0,45	0,445	0,047	0,82	0,754	0,007	0,985	0,852	0,003
0,50	0,492	0,045	0,83	0,761	0,006	0,990	0,855	0,003
0,55	0,537	0,046	0,84	0,767	0,007	0,995	0,858	0,002
0,60	0,583	0,008	0,85	0,774	0,007	1,000	0,860	0,002
0,61	0,591	0,009	0,86	0,781	0,006	1,005	0,862	0,003
0,62	0,600	0,009	0,87	0,787	0,006	1,010	0,865	0,003
0,63	0,609	0,008	0,88	0,793	0,006	1,015	0,868	0,003
0,64	0,617	0,008	0,89	0,799	0,006	1,020	0,871	0,003
0,65	0,625	0,008	0,90	0,805	0,003	1,025	0,874	0,003
0,66	0,633	0,008	0,905	0,808	0,003	1,030	0,877	0,002
0,67	0,641	0,008	0,910	0,811	0,003	1,035	0,879	0,003
0,68	0,649	0,008	0,915	0,814	0,003	1,040	0,882	0,002
0,69	0,657	0,008	0,920	0,817	0,003	1,045	0,884	0,002
0,70	0,665	0,008	0,925	0,820	0,003	1,05	0,886	0,004
0,71	0,673	0,008	0,930	0,823	0,003	1,06	0,890	0,004
0,72	0,681	0,008	0,935	0,826	0,002	1,07	0,894	0,004

Продолжение

ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ
1,08	0,898	0,004	1,32	0,979	0,003	1,80	1,059	0,005
1,09	0,902	0,004	1,33	0,982	0,002	1,85	1,064	0,004
1,10	0,906	0,004	1,34	0,984	0,003	1,90	1,068	0,004
1,11	0,910	0,004	1,35	0,987	0,002	1,95	1,072	0,004
1,12	0,914	0,004	1,36	0,989	0,003	2,00	1,076	0,006
1,13	0,918	0,004	1,37	0,992	0,002	2,10	1,082	0,006
1,14	0,922	0,004	1,38	0,994	0,003	2,20	1,088	0,004
1,15	0,926	0,004	1,39	0,997	0,002	2,30	1,092	0,004
1,16	0,930	0,003	1,40	0,999	0,002	2,40	1,096	0,003
1,17	0,933	0,004	1,41	1,001	0,002	2,50	1,099	0,003
1,18	0,937	0,003	1,42	1,003	0,003	2,60	1,102	0,003
1,19	0,940	0,004	1,43	1,006	0,002	2,70	1,105	0,002
1,20	0,944	0,003	1,44	1,008	0,002	2,80	1,107	0,002
1,21	0,947	0,003	1,45	1,010	0,002	2,90	1,109	0,001
1,22	0,950	0,003	1,46	1,012	0,002	3,00	1,110	0,006
1,23	0,953	0,003	1,47	1,014	0,002	3,50	1,116	0,004
1,24	0,956	0,003	1,48	1,016	0,001	4,00	1,120	0,002
1,25	0,959	0,003	1,49	1,017	0,001	4,50	1,122	0,002
1,26	0,962	0,003	1,50	1,018	0,009	5,00	1,124	0,001
1,27	0,965	0,003	1,55	1,027	0,008	6,00	1,125	0,002
1,28	0,968	0,003	1,60	1,035	0,007	8,00	1,127	0
1,29	0,971	0,003	1,65	1,042	0,006	10,00	1,127	
1,30	0,974	0,003	1,70	1,048	0,006			
1,31	0,977	0,002	1,75	1,054	0,005			

Продолжение

Значения функции $\psi(\zeta)$ при уклоне $i<0$ и при гидравлическом показателе $x=4{,}00$.

ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ
0	0	0,050	0,73	0,694	0,008	0,940	0,835	0,002
0,05	0,050	0,050	0,74	0,702	0,007	0,945	0,837	0,003
0,10	0,100	0,050	0,75	0,709	0,008	0,950	0,840	0,003
0,15	0,150	0,050	0,76	0,717	0,007	0,955	0,843	0,003
0,20	0,200	0,050	0,77	0,724	0,007	0,960	0,846	0,002
0,25	0,250	0,050	0,78	0,731	0,007	0,965	0,848	0,003
0,30	0,300	0,049	0,79	0,738	0,008	0,970	0,851	0,003
0,35	0,349	0,048	0,80	0,746	0,007	0,975	0,854	0,003
0,40	0,397	0,049	0,81	0,753	0,007	0,980	0,857	0,002
0,45	0,446	0,047	0,82	0,760	0,006	0,985	0,859	0,002
0,50	0,493	0,046	0,83	0,766	0,007	0,990	0,861	0,003
0,55	0,539	0,046	0,84	0,773	0,007	0,995	0,864	0,003
0,60	0,585	0,009	0,85	0,780	0,006	1,000	0,867	0,003
0,61	0,594	0,009	0,86	0,786	0,007	1,005	0,870	0,003
0,62	0,603	0,009	0,87	0,793	0,006	1,010	0,873	0,002
0,63	0,612	0,008	0,88	0,799	0,006	1,015	0,875	0,002
0,64	0,620	0,009	0,89	0,805	0,006	1,020	0,877	0,003
0,65	0,629	0,008	0,90	0,811	0,003	1,025	0,880	0,002
0,66	0,637	0,009	0,905	0,814	0,003	1,030	0,882	0,003
0,67	0,646	0,008	0,910	0,817	0,003	1,035	0,885	0,003
0,68	0,654	0,008	0,915	0,820	0,003	1,040	0,888	0,002
0,69	0,662	0,008	0,920	0,823	0,003	1,045	0,890	0,002
0,70	0,670	0,008	0,925	0,826	0,003	1,05	0,892	0,004
0,71	0,678	0,008	0,930	0,829	0,003	1,06	0,896	0,005
0,72	0,686	0,008	0,935	0,832	0,003	1,07	0,901	0,004

Продолжение

ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ
1,08	0,905	0,004	1,32	0,985	0,002	1,80	1,057	0,004
1,09	0,909	0,004	1,33	0,987	0,003	1,85	1,061	0,004
1,10	0,913	0,004	1,34	0,990	0,002	1,90	1,065	0,003
1,11	0,917	0,004	1,35	0,992	0,002	1,95	1,068	0,003
1,12	0,921	0,004	1,36	0,994	0,002	2,00	1,071	0,005
1,13	0,925	0,003	1,37	0,996	0,002	2,10	1,076	0,004
1,14	0,928	0,004	1,38	0,998	0,001	2,20	1,080	0,004
1,15	0,932	0,004	1,39	0,999	0,002	2,30	1,084	0,003
1,16	0,936	0,003	1,40	1,001	0,002	2,40	1,087	0,003
1,17	0,939	0,004	1,41	1,003	0,002	2,50	1,090	0,002
1,18	0,943	0,004	1,42	1,005	0,002	2,60	1,092	0,002
1,19	0,947	0,003	1,43	1,007	0,002	2,70	1,094	0,002
1,20	0,950	0,003	1,44	1,009	0,002	2,80	1,096	0,002
1,21	0,953	0,003	1,45	1,011	0,002	2,90	1,098	0,001
1,22	0,956	0,003	1,46	1,013	0,001	3,00	1,099	0,004
1,23	0,959	0,003	1,47	1,014	0,002	3,50	1,103	0,003
1,24	0,962	0,003	1,48	1,016	0,002	4,00	1,106	0,002
1,25	0,965	0,003	1,49	1,018	0,002	4,50	1,108	0,002
1,26	0,968	0,003	1,50	1,020	0,009	5,00	1,110	0,001
1,27	0,971	0,003	1,55	1,029	0,006	6,00	1,111	0
1,28	0,974	0,002	1,60	1,035	0,006	8,00	1,111	0
1,29	0,976	0,003	1,65	1,041	0,006	10,00	1,111	
1,30	0,979	0,003	1,70	1,047	0,005			
1,31	0,982	0,003	1,75	1,052	0,005			

Продолжение

Значения функции $\psi(\zeta)$ при уклоне $i<0$ и при гидравлическом показателе $x=4{,}50$.

ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ
0	0	0,050	0,73	0,702	0,008	0,940	0,846	0,003
0,05	0,050	0,050	0,74	0,710	0,007	0,945	0,849	0,003
0.10	0,100	0,050	0,75	0,717	0,008	0,950	0,852	0,003
0,15	0,150	0,050	0,76	0,725	0,008	0,955	0,855	0,002
0,20	0,200	0,050	0,77	0,733	0,007	0,960	0,857	0,003
0,25	0,250	0,050	0,78	0,740	0,008	0,965	0,860	0,003
0,30	0,300	0,049	0,79	0,748	0,007	0,970	0,863	0,003
0,35	0,349	0,049	0,80	0,755	0,007	0,975	0,866	0,002
0,40	0,398	0,049	0,81	0,762	0,007	0,980	0,868	0,002
0,45	0,447	0,048	0,82	0,769	0,007	0,985	0,870	0,003
0,50	0,495	0,047	0,83	0,776	0,007	0,990	0,873	0,003
0.55	0,542	0,047	0,84	0,783	0,007	0,995	0,876	0,003
0,60	0,589	0.009	0,85	0,790	0,007	1,000	0,879	0,002
0,61	0,598	0,009	0,86	0,797	0,006	1,005	0,881	0,003
0,62	0,607	0,009	0,87	0,803	0,007	1,010	0,884	0,002
0,63	0,616	0,009	0,88	0,810	0,006	1,015	0,886	0,003
0,64	0,625	0,009	0,89	0,816	0,006	1,020	0,889	0,002
0,65	0,634	0,009	0,90	0,822	0,003	1,025	0,891	0,002
0,66	0,643	0,009	0,905	0,825	0,003	1,030	0,893	0,002
0,67	0,652	0,008	0,910	0,828	0,003	1,035	0,895	0,003
0,68	0,660	0,008	0,915	0,831	0,003	1,040	0,898	0,002
0,69	0.668	0,009	0,920	0,834	0,003	1,045	0,900	0,003
0,70	0,677	0,008	0,925	0,837	0,003	1,05	0,903	0,004
0,71	0,685	0,009	0,930	0,840	0,003	1,06	0,907	0,004
0,72	0,694	0,008	0,935	0,843	0,003	1,07	0,911	0,005

Продолжение

ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ
1,08	0,916	0,004	1,32	0,990	0,003	1,80	1,051	0,003
1,09	0,920	0,003	1,33	0,993	0,002	1,85	1,054	0,003
1,10	0,923	0,004	1,34	0,995	0,002	1,90	1,057	0,002
1,11	0,927	0,004	1,35	0,997	0,002	1,95	1,059	0,003
1,12	0,931	0,004	1,36	0,999	0,002	2,00	1,062	0,003
1,13	0,935	0,003	1,37	1,001	0,002	2,10	1,065	0,003
1,14	0,938	0,004	1,38	1,003	0,002	2,20	1,068	0,003
1,15	0,942	0,003	1,39	1,005	0,001	2,30	1,071	0,002
1,16	0,945	0,003	1,40	1,006	0,002	2,40	1,073	0,002
1,17	0,948	0,003	1,41	1,008	0,002	2,50	1,075	0,001
1,18	0,951	0,003	1,42	1,010	0,002	2,60	1,076	0,001
1,19	0,954	0,004	1,43	1,012	0,002	2,70	1,077	0,001
1,20	0,958	0,003	1,44	1,014	0,001	2,80	1,078	0,001
1,21	0,961	0,003	1,45	1,015	0,002	2,90	1,079	0,001
1,22	0,964	0,003	1,46	1,017	0,001	3,00	1,080	0,002
1,23	0,967	0,003	1,47	1,018	0,002	3,50	1,082	0,002
1,24	0,970	0,003	1,48	1,020	0,001	4,00	1,084	0,00
1,25	0,973	0,002	1,49	1,021	0,001	4,50	1,085	0
1,26	0,975	0,003	1,50	1,022	0,007	5,00	1,085	0
1,27	0,978	0,003	1,55	1,029	0,005	6,00	1,085	0,001
1,28	0,981	0,002	1,60	1,034	0,005	8,00	1,086	0
1,29	0,983	0,002	1,65	1,039	0,004	10,00	1,086	
1,30	0,985	0,003	1,70	1,043	0,004			
1,31	0,988	0,002	1,75	1,047	0,004			

Продолжение

Значения функции $\psi(\zeta)$ при уклоне $i < 0$ и при гидравлическом показателе $x = 5{,}00$.

ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ
0	0	0,050	0,73	0,707	0,009	0,940	0,856	0,003
0,05	0,050	0,050	0,74	0,716	0,008	0,945	0,859	0,002
0,10	0,100	0,050	0,75	0,724	0,007	0,950	0,861	0,003
0,15	0,150	0,050	0,76	0,731	0,008	0,955	0,864	0,003
0,20	0,200	0,050	0,77	0,739	0,008	0,960	0,867	0,003
0,25	0,250	0,050	0,78	0,747	0,007	0,965	0,870	0,002
0,30	0,300	0,050	0,79	0,754	0,008	0,970	0,872	0,003
0,35	0,350	0,050	0,80	0,762	0,008	0,975	0,875	0,003
0,40	0,400	0,049	0,81	0,770	0,007	0,980	0,878	0,002
0,45	0,449	0,048	0,82	0,777	0,007	0,985	0,880	0,003
0,50	0,497	0,048	0,83	0,784	0,007	0,990	0,883	0,002
0,55	0,545	0,048	0,84	0,791	0,007	0,995	0,885	0,002
0,60	0,593	0,009	0,85	0,798	0,006	1,000	0,887	0,003
0,61	0,602	0,009	0,86	0,804	0,007	1,005	0,890	0,003
0,62	0,611	0,009	0,87	0,811	0,007	1,010	0,893	0,003
0,63	0,620	0,009	0,88	0,818	0,007	1,015	0,896	0,002
0,64	0,629	0,009	0,89	0,825	0,006	1,020	0,898	0,002
0,65	0,638	0,009	0,90	0,831	0,003	1,025	0,900	0,002
0,66	0,647	0,009	0,905	0,834	0,003	1,030	0,902	0,003
0,67	0,656	0,009	0,910	0,837	0,003	1,035	0,905	0,002
0,68	0,665	0,009	0,915	0,840	0,004	1,040	0,907	0,002
0,69	0,674	0,008	0,920	0,844	0,003	1,045	0,909	0,002
0,70	0,682	0,008	0,925	0,847	0,003	1,05	0,911	0,004
0,71	0,690	0,009	0,930	0,850	0,003	1,06	0,915	0,004
0,72	0,699	0,008	0,935	0,853	0,003	1,07	0,919	0,004

Продолжение

ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ
1,08	0,923	0,004	1,32	0,995	0,002	1,80	1,045	0,002
1,09	0,927	0,004	1,33	0,997	0,002	1,85	1,047	0,002
1,10	0,931	0,004	1,34	0,999	0,002	1,90	1,049	0,002
1,11	0,935	0,004	1,35	1,001	0,001	1,95	1,051	0,002
1,12	0,939	0,004	1,36	1,002	0,002	2,00	1,053	0,003
1,13	0,943	0,004	1,37	1,004	0,002	2,10	1,056	0,002
1,14	0,947	0,003	1,38	1,006	0,002	2,20	1,058	0,002
1,15	0,950	0,003	1,39	1,008	0,001	2,30	1,060	0,001
1,16	0,953	0,004	1,40	1,009	0,002	2,40	1,061	0,001
1,17	0,957	0,003	1,41	1,011	0,001	2,50	1,062	0,001
1,18	0,960	0,003	1,42	1,012	0,002	2,60	1,063	0
1,19	0,963	0,003	1,43	1,014	0,002	2,70	1,063	0,001
1,20	0,966	0,003	1,44	1,016	0,001	2,80	1,064	0,001
1,21	0,969	0,003	1,45	1,017	0,002	2,90	1,065	0
1,22	0,972	0,002	1,46	1,019	0,001	3,00	1,065	0,001
1,23	0,974	0,003	1,47	1,020	0	3,50	1,066	0,001
1,24	0,977	0,002	1,48	1,020	0,001	4,00	1,067	0
1,25	0,979	0,003	1,49	1,021	0,001	4,50	1,067	0,001
1,26	0,982	0,002	1,50	1,022	0,006	5,00	1,068	0
1,27	0,984	0,003	1,55	1,028	0,004	6,00	1,068	0
1,28	0,987	0,002	1,60	1,032	0,004	8,00	1,068	0
1,29	0,989	0,002	1,65	1,036	0,003	10,00	1,068	
1,30	0,991	0,002	1,70	1,039	0,003			
1,31	0,993	0,002	1,75	1,042	0,003			

Продолжение

Значения функции $\psi(\zeta)$ при уклоне $i<0$ и при гидравлическом показателе $x=5{,}50$.

ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ	ζ	$\psi(\zeta)$	Δ
0	0	0,050	0,73	0,712	0,008	0,940	0,864	0,003
0,05	0,050	0,050	0,74	0,720	0,008	0,945	0,867	0,002
0,10	0,100	0,050	0,75	0,728	0,008	0,950	0,869	0,003
0,15	0,150	0,050	0,76	0,736	0,008	0,955	0,872	0,003
0,20	0,200	0,050	0,77	0,744	0,008	0,960	0,875	0,003
0,25	0,250	0,050	0,78	0,752	0,008	0,965	0,878	0,003
0,30	0,300	0,050	0,79	0,760	0,008	0,970	0,881	0,002
0,35	0,350	0,050	0,80	0,768	0,008	0,975	0,883	0,003
0,40	0,400	0,050	0,81	0,776	0,007	0,980	0,886	0,003
0,45	0,450	0,048	0,82	0,783	0,007	0,985	0,889	0,002
0,50	0,498	0,049	0,83	0,790	0,008	0,990	0,891	0,003
0,55	0,547	0,048	0,84	0,798	0,007	0,995	0,894	0,003
0,60	0,595	0,009	0,85	0,805	0,007	1,000	0,897	0,002
0,61	0,604	0,009	0,86	0,812	0,007	1,005	0,899	0,003
0,62	0,613	0,009	0,87	0,819	0,007	1,010	0,902	0,002
0,63	0,622	0,009	0,88	0,826	0,006	1,015	0,904	0,003
0,64	0,631	0,009	0,89	0,832	0,007	1,020	0,907	0,002
0,65	0,640	0,010	0,90	0,839	0,003	1,025	0,909	0,002
0,66	0,650	0,009	0,905	0,842	0,003	1,030	0,911	0,003
0,67	0,659	0,009	0,910	0,845	0,003	1,035	0,914	0,002
0,68	0,668	0,009	0,915	0,848	0,003	1,040	0,916	0,002
0,69	0,677	0,009	0,920	0,851	0,003	1,045	0,918	0,002
0,70	0,686	0,008	0,925	0,854	0,003	1,05	0,920	0,004
0,71	0,694	0,009	0,930	0,857	0,003	1,06	0,924	0,004
0,72	0,703	0,009	0,935	0,860	0,004	1,07	0,928	0,004

Продолжение

ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ	ζ	ψ(ζ)	Δ
1,08	0,932	0,004	1,32	0,997	0,002	1,80	1,041	0,002
1,09	0,936	0,004	1,33	0,999	0,002	1,85	1,043	0,002
1,10	0,940	0,004	1,34	1,001	0,002	1,90	1,045	0,001
1,11	0,944	0,004	1,35	1,003	0,002	1,95	1,046	0,001
1,12	0,948	0,003	1,36	1,005	0,002	2,00	1,047	0,002
1,13	0,951	0,003	1,37	1,007	0,001	2,10	1,049	0,001
1,14	0,954	0,003	1,38	1,008	0,002	2,20	1,050	0,001
1,15	0,957	0,003	1,39	1,010	0,001	2,30	1,051	0,001
1,16	0,960	0,003	1,40	1,011	0,001	2,40	1,052	0,001
1,17	0,963	0,002	1,41	1,012	0,002	2,50	1,053	0,001
1,18	0,965	0,003	1,42	1,014	0,001	2,60	1,054	0
1,19	0,968	0,002	1,43	1,015	0,001	2,70	1,054	0
1,20	0,970	0,003	1,44	1,016	0,001	2,80	1,054	0,001
1,21	0,973	0,003	1,45	1,017	0,001	2,90	1,055	0
1,22	0,976	0,002	1,46	1,018	0,001	3,00	1,055	0
1,23	0,978	0,003	1,47	1,019	0,001	3,50	1,055	0,001
1,24	0,981	0,003	1,48	1,020	0,001	4,00	1,056	0
1,25	0,984	0,002	1,49	1,021	0,001	4,50	1,056	0
1,26	0,986	0,002	1,50	1,022	0,004	5,00	1,056	0
1,27	0,988	0,002	1,55	1,026	0,004	6,00	1,056	0
1,28	0,990	0,002	1,60	1,030	0,004	8,00	1,056	0
1,29	0,992	0,002	1,65	1,034	0,003	10,00	1,056	
1,30	0,994	0,002	1,70	1,037	0,002			
1,31	0,996	0,001	1,75	1,039	0,002			

ТАБЛИЦА XXVIII.

Таблица Бресса для построения кривых свободной поверхности при неравномерном движении для $\eta > 1$.

$\frac{1}{\eta}$	η	$\varphi(\eta)$	diff.	$\frac{1}{\eta}$	η	$\varphi(\eta)$	diff.
1,000	1,0000	∞	$-\infty$	0,980	1,0204	1,1848	— 0,0162
0,999	1,0010	2,1834	— 0,2311	0,979	1,0215	1,1686	— 0,0155
0,998	1,0020	1,9523	— 0,1351	0,978	1,0225	1,1531	— 0,0148
0,997	1,0030	1,8172	— 0,0959	0,977	1,0235	1,1383	— 0,0142
0,996	1,0040	1,7213	— 0,0744	0,976	1,0246	1,1241	— 0,0136
0,995	1,0050	1,6469	— 0,0608	0,975	1,0256	1,1105	— 0,0131
0,994	1,0060	1,5861	— 0,0513	0,974	1,0267	1,0974	— 0,0126
0,993	1,0070	1,5348	— 0,0446	0,973	1,0277	1,0848	— 0,0121
0,992	1,0081	1,4902	— 0,0392	0,972	1,0288	1,0727	— 0,0117
0,991	1,0091	1,4510	— 0,0351	0,971	1,0299	1,0610	— 0,0113
0,990	1,0101	1,4159	— 0,0318	0,970	1,0309	1,0497	— 0,0215
0,989	1,0111	1,3841	— 0,0290	0,968	1,0331	1,0282	— 0,0202
0,988	1,0121	1,3551	— 0,0267	0,966	1,0352	1,0080	— 0,0190
0,987	1,0132	1,3284	— 0,0247	0,964	1,0373	0,9890	— 0,0181
0,986	1,0142	1,3037	— 0,0230	0,962	1,0395	0,9709	— 0,0170
0,985	1,0152	1,2807	— 0,0215	0,960	1,0417	0,9539	— 0,0163
0,984	1,0163	1,2592	— 0,0202	0,958	1,0438	0,9376	— 0,0155
0,983	1,0173	1,2390	— 0,0191	0,956	1,0460	0,9221	— 0,0148
0,982	1,0183	1,2199	— 0,0180	0,954	1,0482	0,9073	— 0,0142
0,981	1,0194	1,2019	— 0,0171	0,952	1,0504	0,8931	— 0,0136

Продолжение

$\frac{1}{\eta}$	η	$\varphi(\tau_1)$	diff.	$\frac{1}{\eta}$	η	$\varphi(\tau_1)$	diff.
0,950	1,0526	0,8795		0,900	1,1111	0,6489	
			— 0,0130				— 0,0162
0,948	1,0549	0,8665		0,895	1,1173	0,6327	
			— 0,0126				— 0,0154
0,946	1,0571	0,8539		0,890	1,1236	0,6173	
			— 0,0121				— 0,0148
0,944	1,0593	0,8418		0,885	1,1299	0,6025	
			— 0,0117				— 0,0141
0,942	1,0616	0,8301		0,880	1,1364	0,5884	
			— 0,0113				— 0,0135
0,940	1,0638	0,8188		0,875	1,1429	0,5749	
			— 0,0109				— 0,0130
0,938	1,0661	0,8079		0,870	1,1494	0,5619	
			— 0,0106				— 0,0125
0,936	1,0684	0,7973		0,865	1,1561	0,5494	
			— 0,0102				— 0,0120
0,934	1,0707	0,7871		0,860	1,1628	0,5374	
			— 0,0099				— 0,0116
0,932	1,0730	0,7772		0,855	1,1696	0,5258	
			— 0,0097				— 0,0112
0,930	1,0753	0,7675		0,850	1,1765	0,5146	
			— 0,0094				— 0,0109
0,928	1,0776	0,7581		0,845	1,1834	0,5037	
			— 0,0091				— 0,0105
0,926	1,0799	0,7490		0,840	1,1905	0,4932	
			— 0,0089				— 0,0101
0,924	1,0823	0,7401		0,835	1,1976	0,4831	
			— 0,0086				— 0,0098
0,922	1,0846	0,7315		0,830	1,2048	0,4733	
			— 0,0084				— 0,0096
0,920	1,0870	0,7231		0,825	1,2121	0,4637	
			— 0,0082				— 0,0093
0,918	1,0893	0,7149		0,820	1,2195	0,4544	
			— 0,0080				— 0,0090
0,916	1,0917	0,7069		0,815	1,2270	0,4454	
			— 0,0079				— 0,0087
0,914	1,0941	0,6990		0,810	1,2346	0,4367	
			— 0,0076				— 0,0086
0,912	1,0965	0,6914		0,805	1,2422	0,4281	
			— 0,0075				— 0,0083
0,910	1,0989	0,6839		0,800	1,2500	0,4198	
			— 0,0073				— 0,0081
0,908	1,1013	0,6766		0,795	1,2579	0,4117	
			— 0,0071				— 0,0078
0,906	1,1038	0,6695		0,790	1,2658	0,4039	
			— 0,0070				— 0,0077
0,904	1,1062	0,6625		0,785	1,2739	0,3962	
			— 0,0069				— 0,0076
0,902	1,1086	0,6556		0,780	1,2821	0,3886	
			— 0,0067				— 0,0073

Продолжение

$\frac{1}{\eta}$	η_i	$\varphi(\eta_i)$	diff.	$\frac{1}{\eta}$	η_i	$\varphi(\eta)$	diff.
0,775	1,2903	0,3813		0,60	1,6667	0,1980	
			— 0,0072				— 0,0075
0,770	1,2987	0,3741		0,59	1,6949	0,1905	
			— 0,0070				— 0,0073
0,765	1,3072	0,3671		0,58	1,7241	0,1832	
			— 0,0068				— 0,0071
0,760	1,3158	0,3603		0,57	1,7544	0,1761	
			— 0,0067				— 0,0069
0,755	1,3245	0,3536		0,56	1,7857	0,1692	
			— 0,0066				— 0,0067
0,750	1,3333	0,3470		0,55	1,8182	0,1625	
			— 0,0064				— 0,0065
0,745	1,3423	0,3406		0,54	1,8519	0,1560	
			— 0,0063				— 0,0063
0,740	1,3514	0,3343		0,53	1,8868	0,1497	
			— 0,0061				— 0,0062
0,735	1,3605	0,3282		0,52	1,9231	0,1435	
			— 0,0061				— 0,0059
0,730	1,3699	0,3221		0,51	1,9608	0,1376	
			— 0,0059				— 0,0058
0,725	1,3793	0,3162		0,50	2,0000	0,1318	
			— 0,0058				— 0,0056
0,720	1,3889	0,3104		0,49	2,0408	0,1262	
			— 0,0057				— 0,0055
0,715	1,3986	0,3047		0,48	2,0833	0,1207	
			— 0,0056				— 0,0053
0,710	1,4085	0,2991		0,47	2,1277	0,1154	
			— 0,0054				— 0,0052
0,705	1,4184	0,2937		0,46	2,1739	0,1102	
			— 0,0054				— 0,0050
0,70	1,4286	0,2883		0,45	2,2222	0,1052	
			— 0,0105				— 0,0049
0,69	1,4493	0,2778		0,44	2,2727	0,1003	
			— 0,0101				— 0,0048
0,68	1,4706	0,2677		0,43	2,3256	0,0955	
			— 0,0097				— 0,0046
0,67	1,4925	0,2580		0,42	2,3810	0,0909	
			— 0,0094				— 0,0044
0,66	1,5152	0,2486		0,41	2,4390	0,0865	
			— 0,0091				— 0,0044
0,65	1,5385	0,2395		0,40	2,5000	0,0821	
			— 0,0089				— 0,0042
0,64	1,5625	0,2306		0,39	2,5641	0,0779	
			— 0,0085				— 0,0041
0,63	1,5873	0,2221		0,38	2,6316	0,0738	
			— 0,0083				— 0,0039
0,62	1,6129	0,2138		0,37	2,7027	0,0699	
			— 0,0080				— 0,0039
0,61	1,6393	0,2058		0,36	2,7778	0,0660	
			— 0,0078				— 0,0037

Продолжение

$\frac{1}{\eta}$	η	$\varphi(\eta)$	diff.	$\frac{1}{\eta}$	η	$\varphi(\eta)$	diff.
0,35	2,8571	0,0623		0,15	6,6667	0,0113	
			— 0,0036				— 0,0015
0,34	2,9412	0,0587		0,14	7,1429	0,0098	
			— 0,0034				— 0,0013
0,33	3,0303	0,0553		0,13	7,6923	0,0085	
			— 0,0034				— 0,0013
0,32	3,1250	0,0519		0,12	8,3333	0,0072	
			— 0,0033				— 0,0011
0,31	3,2258	0,0486		0,11	9,0909	0,0061	
			— 0,0031				— 0,0011
0,30	3,3333	0,0455		0,10	10,0000	0,0050	
			— 0,0030				— 0,0009
0,29	3,4483	0,0425		0,09	11,1111	0,0041	
			— 0,0030				— 0,0009
0,28	3,5714	0,0395		0,08	12,5000	0,0032	
			— 0,0028				— 0,0007
0,27	3,7037	0,0367		0,07	14,2857	0,0025	
			— 0,0027				— 0,0007
0,26	3,8462	0,0340		0,06	16,6667	0,0018	
			— 0,0026				— 0,0005
0,25	4,0000	0,0314		0,05	20,0000	0,0013	
			— 0,0024				— 0,0005
0,24	4,1667	0,0290		0,04	25,0000	0,0008	
			— 0,0024				— 0,0003
0,23	4,3478	0,0266		0,03	33,3333	0,0005	
			— 0,0023				— 0,0003
0,22	4,5455	0,0243		0,02	50,0000	0,0002	
			— 0,0022				— 0,0001
0,21	4,7619	0,0221		0,01	100,0000	0,0001	
			— 0,0020				— 0,0001
0,20	5,0000	0,0201		0,00	∞	0,0000	
			— 0,0020				
0,19	5,2632	0,0181					
			— 0,0019				
0,18	5,5556	0,0162					
			— 0,0017				
0,17	5,8824	0,0145					
			— 0,0017				
0,16	6,2500	0,0128					
			— 0,0015				

ТАБЛИЦА XXIX.

Таблица Бресса для построения кривых свободной поверхности при неравномерном движении для $\eta < 1$.

	$\varphi(\tau_i)$	diff.	τ_i	$\varphi(\tau_i)$	diff.	η_i	$\varphi(\tau_i)$	diff.
0,00	— 0,6046		0,30	— 0,3025		0,60	0,0325	
		0,0100			0,0102			0,0129
0,01	— 0,5946		0,31	— 0,2923		0,61	0,0454	
		0,0100			0,0104			0,0130
0,02	— 0,5846		0,32	— 0,2819		0,62	0,0584	
		0,0100			0,0103			0,0132
0,03	— 0,5746		0,33	— 0,2716		0,63	0,0716	
		0,0100			0,0104			0,0135
0,04	— 0,5646		0,34	— 0,2612		0,64	0,0851	
		0,0100			0,0104			0,0136
0,05	— 0,5546		0,35	— 0,2508		0,65	0,0987	
		0,0100			0,0105			0,0140
0,06	— 0,5446		0,36	— 0,2403		0,66	0,1127	
		0,0100			0,0105			0,0141
0,07	— 0,5346		0,37	— 0,2298		0,67	0,1268	
		0,0100			0,0106			0,0145
0,08	— 0,5246		0,38	— 0,2192		0,68	0,1413	
		0,0100			0,0106			0,0147
0,09	— 0,5146		0,39	— 0,2086		0,69	0,1560	
		0,0100			0,0106			0,0151
0,10	— 0,5046		0,40	— 0,1980		0,700	0,1711	
		0,0100			0,0108			0,0076
0,11	— 0,4946		0,41	— 0,1872		0,705	0,1787	
		0,0101			0,0107			0,0077
0,12	— 0,4845		0,42	— 0,1765		0,710	0,1864	
		0,0100			0,0109			0,0079
0,13	— 0,4745		0,43	— 0,1656		0,715	0,1943	
		0,0100			0,0109			0,0079
0,14	— 0,4645		0,44	— 0,1547		0,720	0,2022	
		0,0100			0,0109			0,0080
0,15	— 0,4545		0,45	— 0,1438		0,725	0,2102	
		0,0101			0,0111			0,0082
0,16	— 0,4444		0,46	— 0,1327		0,730	0,2184	
		0,0100			0,0111			0,0082
0,17	— 0,4344		0,47	— 0,1216		0,735	0,2266	
		0,0101			0,0112			0,0084
0,18	— 0,4243		0,48	— 0,1104		0,740	0,2350	
		0,0100			0,0113			0,0084
0,19	— 0,4143		0,49	— 0,0991		0,745	0,2434	
		0,0101			0,0113			0,0086
0,20	— 0,4042		0,50	— 0,0878		0,750	0,2520	
		0,0101			0,0115			0,0087
0,21	— 0,3941		0,51	— 0,0763		0,755	0,2607	
		0,0101			0,0116			0,0089
0,22	— 0,3840		0,52	— 0,0647		0,760	0,2696	
		0,0101			0,0117			0,0089
0,23	— 0,3739		0,53	— 0,0530		0,765	0,2785	
		0,0101			0,0118			0,0092
0,24	— 0,3638		0,54	— 0,0412		0,770	0,2877	
		0,0102			0,0119			0,0093
0,25	— 0,3536		0,55	— 0,0293		0,775	0,2970	
		0,0102			0,0121			0,0094
0,26	— 0,3434		0,56	— 0,0172		0,780	0,3064	
		0,0101			0,0122			0,0096
0,27	— 0,3333		0,57	— 0,0050		0,785	0,3160	
		0,0103			0,0124			0,0098
0,28	— 0,3230		0,58	+ 0,0074		0,790	0,3258	
		0,0102			0,0125			0,0099
0,29	— 0,3128		0,59	+ 0,0199		0,795	0,3357	
		0,0103			0,0126			0,0102

Продолжение

η	$\varphi(\eta)$	diff.	η	$\varphi(\eta)$	diff.	η	$\varphi(\eta)$	diff.
0,800	0,3459		0,920	0,6953		0,975	1,1020	
0,805	0,3562	0,0103	0,922	0,7045	0,0092	0,976	1,1160	0,0140
0,810	0,3668	0,0106	0,924	0,7138	0,0093	0,977	1,1305	0,0145
0,815	0,3776	0,0108	0,926	0,7234	0,0096	0,978	1,1457	0,0152
0,820	0,3886	0,0110	0,928	0,7332	0,0098	0,979	1,1615	0,0158
		0,0112			0,0101			0,0166
0,825	0,3998		0,930	0,7433		0,980	1,1781	
0,830	0,4114	0,0116	0,932	0,7537	0,0104	0,981	1,1955	0,0174
0,835	0,4232	0,0118	0,934	0,7643	0,0106	0,982	1,2139	0,0184
0,840	0,4353	0,0121	0,936	0,7753	0,0110	0,983	1,2333	0,0194
0,845	0,4478	0,0125	0,938	0,7866	0,0113	0,984	1,2538	0,0205
		0,0127			0,0116			0,0219
0,850	0,4605		0,940	0,7982		0,985	1,2757	
0,855	0,4737	0,0132	0,942	0,8102	0,0120	0,986	1,2990	0,0233
0,860	0,4872	0,0135	0,944	0,8226	0,0124	0,987	1,3241	0,0251
0,865	0,5012	0,0140	0,946	0,8354	0,0128	0,988	1,3511	0,0270
0,870	0,5156	0,0144	0,948	0,8487	0,0133	0,989	1,3804	0,0293
		0,0149			0,0137			0,0321
0,875	0,5305		0,950	0,8624		0,990	1,4125	
0,880	0,5459	0,0154	0,952	0,8767	0,0143	0,991	1,4480	0,0355
0,885	0,5619	0,0160	0,954	0,8916	0,0149	0,992	1,4876	0,0396
0,890	0,5785	0,0166	0,956	0,9071	0,0155	0,993	1,5324	0,0448
0,895	0,5958	0,0173	0,958	0,9233	0,0162	0,994	1,5841	0,0517
		0,0180			0,0169			0,0611
0,900	0,6138		0,960	0,9402		0,995	1,6452	
0,902	0,6213	0,0075	0,962	0,9580	0,0178	0,996	1,7200	0,0748
0,904	0,6289	0,0076	0,964	0,9767	0,0187	0,997	1,8162	0,0962
0,906	0,6366	0,0077	0,966	0,9965	0,0198	0,998	1,9517	0,1355
0,908	0,6445	0,0079	0,968	1,0174	0,0209	0,999	2,1831	0,2314
		0,0080			0,0222			∞
0,910	0,6525		0,970	1,0396		1,000	∞	
0,912	0,6607	0,0082	0,971	1,0512	0,0116			
0,914	0,6691	0,0084	0,972	1,0632	0,0120			
0,916	0,6776	0,0085	0,973	1,0757	0,0125			
0,918	0,6864	0,0088	0,974	1,0886	0,0129			
		0,0089			0,0134			

ТАБЛИЦА XXX.

Таблица Дюпюи-Рюльмана для построения кривых подпора типа A_1.

$\frac{a}{h_0}$	$f\left(\frac{a}{h_0}\right)$	$\frac{a}{h_0}$	$f\left(\frac{a}{h_0}\right)$	$\frac{a}{h_0}$	$f\left(\frac{a}{h_0}\right)$	$\frac{a}{h_0}$	$f\left(\frac{a}{h_0}\right)$
0,010	0,0067	0,155	1,0195	0,300	1,3428	0,445	1,5809
0,015	0,1452	0,160	1,0335	0,305	1,3519	0,450	1,5884
0,020	0,2444	0,165	1,0473	0,310	1,3610	0,455	1,5958
0,025	0,3222	0,170	1,0608	0,315	1,3700	0,460	1,6032
0,030	0,3863	0,175	1,0740	0,320	1,3789	0,465	1,6106
0,035	0,4411	0,180	1,0869	0,325	1,3877	0,470	1,6179
0,040	0,4889	0,185	1,0995	0,330	1,3964	0,475	1,6252
0,045	0,5316	0,190	1,1119	0,335	1,4050	0,480	1,6324
0,050	0,5701	0,195	1,1241	0,340	1,4136	0,485	1,6396
0,055	0,6053	0,200	1,1361	0,345	1,4221	0,490	1,6468
0,060	0,6376	0,205	1,1479	0,350	1,4306	0,495	1,6540
0,065	0,6677	0,210	1,1595	0,355	1,4390	0,500	1,6611
0,070	0,6958	0,215	1,1709	0,360	1,4473	0,505	1,6682
0,075	0,7222	0,220	1,1821	0,365	1,4556	0,510	1,6753
0,080	0,7472	0,225	1,1931	0,370	1,4638	0,515	1,6823
0,085	0,7708	0,230	1,2040	0,375	1,4720	0,520	1,6893
0,090	0,7933	0,235	1,2148	0,380	1,4801	0,525	1,6963
0,095	0,8148	0,240	1,2254	0,385	1,4882	0,530	1,7032
0,100	0,8353	0,245	1,2358	0,390	1,4962	0,535	1,7101
0,105	0,8550	0,250	1,2461	0,395	1,5041	0,540	1,7170
0,110	0,8739	0,255	1,2563	0,400	1,5119	0,545	1,7239
0,115	0,8922	0,260	1,2664	0,405	1,5197	0,550	1,7308
0,120	0,9098	0,265	1,2763	0,410	1,5275	0,555	1,7376
0,125	0,9269	0,270	1,2861	0,415	1,5353	0,560	1,7444
0,130	0,9434	0,275	1,2958	0,420	1,5430	0,565	1,7512
0,135	0,9595	0,280	1,3054	0,425	1,5507	0,570	1,7589
0,140	0,9751	0,285	1,3149	0,430	1,5583	0,575	1,7647
0,145	0,9903	0,290	1,3243	0,435	1,5659	0,580	1,7714
0,150	1,0051	0,295	1,3336	0,440	1,5734	0,585	1,7781

Продолжение

$\frac{a}{h_0}$	$f\left(\frac{a}{h_0}\right)$	$\frac{a}{h_0}$	$f\left(\frac{a}{h_0}\right)$	$\frac{a}{h_0}$	$f\left(\frac{a}{h_0}\right)$	$\frac{a}{h_0}$	$f\left(\frac{a}{h_0}\right)$
0,590	1,7848	0,735	1,9703	0,880	2,1449	1,50	2,8337
0,595	1,7914	0,740	1,9765	0,885	2,1508	1,60	2,9401
0,600	1,7980	0,745	1,9827	0,890	2,1567	1,70	3,0458
0,605	1,8046	0,750	1,9888	0,895	2,1625	1,80	3,1508
0,610	1,8112	0,755	1,9949	0,900	2,1683	1,90	3,2553
0,615	1,8178	0,760	2,0010	0,905	2,1742	2,00	3,3594
0,620	1,8243	0,765	2,0071	0,910	2,1800	2,10	3,4631
0,625	1,8308	0,770	2,0132	0,915	2,1858	2,20	3,5564
0,630	1,8373	0,775	2,0193	0,920	2,1916	2,30	3,6694
0,635	1,8438	0,780	2,0254	0,925	2,1974	2,40	3,7720
0,640	1,8503	0,785	2,0315	0,930	2,2032	2,50	3,8745
0,645	1,8567	0,790	2,0375	0,935	2,2090	2,60	3,9768
0,650	1,8631	0,795	2,0435	0,940	2,2148	2,70	4,0789
0,655	1,8695	0,800	2,0495	0,945	2,2206	2,80	4,1808
0,660	1,8759	0,805	2,0555	0,950	2,2264	2,90	4,2826
0,665	1,8823	0,810	2,0615	0,955	2,2322	3,00	4,3843
0,670	1,8887	0,815	2,0675	0,960	2,2380	3,50	4,8891
0,675	1,8951	0,820	2,0735	0,965	2,2438	4,00	5,3958
0,680	1,9014	0,825	2,0795	0,970	2,2496	4,50	5,8993
0,685	1,9077	0,830	2,0855	0,975	2,2554	5,00	6,4120
0,690	1,9140	0,835	2,0915	0,980	2,2611		
0,695	1,9203	0,840	2,0975	0,985	2,2668		
0,700	1,9266	0,845	2,1035	0,990	2,2725		
0,705	1,9329	0,850	2,1095	0,995	2,2782		
0,710	1,9392	0,855	2,1154	1,000	2,2839		
0,715	1,9455	0,860	2,1213	1,100	2,3971		
0,720	1,9517	0,865	2,1272	1,200	2,5083		
0,725	1,9579	0,870	2,1331	1,300	2,6179		
0,730	1,9641	0,875	2,1390	1,400	2,7264		

ТАБЛИЦА XXXI.

Таблица Толькмитта для построения кривых подпора типа A_1.

η	$\varphi'(\eta)$	η	$\varphi'(\eta)$	η	$\varphi'(\eta)$	η	$\varphi'(\eta)$
1,00	$-\infty$	1,16	0,865	1,37	1,221	1,90	1,850
1,005	— 0,102	1,17	0,887	1,38	1,235	1,95	1,904
1,01	+ 0,074	1,18	0,908	1,39	1,249	2,00	1,957
1,015	0,179	1,19	0,928	1,40	1,262	2,1	2,063
1,02	0,254	1,20	0,948	1,41	1,276	2,2	2,168
1,025	0,313	1,21	0,967	1,42	1,289	2,3	2,272
1,03	0,362	1,22	0,985	1,43	1,302	2,4	2,376
1,035	0,403	1,23	1,003	1,44	1,315	2,5	2,478
1,04	0,440	1,24	1,021	1,45	1,328	2,6	2,581
1,045	0,473	1,25	1,038	1,46	1,341	2,7	2,683
1,05	0,502	1,26	1,055	1,47	1,354	2,8	2,786
1,06	0,554	1,27	1,071	1,48	1,367	2,9	2,886
1,07	0,599	1,28	1,087	1,49	1,379	3,0	2,988
1,08	0,639	1,29	1,103	1,50	1,392	3,5	3,492
1,09	0,675	1,30	1,119	1,55	1,453	4,0	3,995
1,10	0,708	1,31	1,134	1,60	1,513	4,5	4,496
1,11	0,738	1,32	1,149	1,65	1,571	5,0	4,997
1,12	0,766	1,33	1,164	1,70	1,628	6,0	5,998
1,13	0,793	1,34	1,178	1,75	1,685	8,0	7,999
1,14	0,818	1,35	1,193	1,80	1,740	10,0	10,000
1,15	0,842	1,36	1,207	1,85	1,795	∞	∞

Таблица Толькмитта для построения кривых спада.

η	$\varphi(\eta)$	η	$\varphi(\eta)$	η	$\varphi(\eta)$	η	$\varphi(\eta)$
1,0	∞	0,925	1,185	0,80	0,887	0,65	0,676
0,995	1,889	0,920	1,166	0,79	0,870	0,64	0,664
0,990	1,714	0,915	1,149	0,78	0,854	0,63	0,652
0,985	1,610	0,910	1,133	0,77	0,838	0,62	0,640
0,980	1,536	0,905	1,117	0,76	0,823	0,61	0,628
0,975	1,479	0,90	1,103	0,75	0,808	0,60	0,617
0,970	1,431	0,89	1,075	0,74	0,794	0,55	0,561
0,965	1,391	0,88	1,049	0,73	0,780	0,50	0,506
0,960	1,355	0,87	1,025	0,72	0,766	0,45	0,454
0,955	1,324	0,86	1,002	0,71	0,752	0,40	0,402
0,950	1,296	0,85	0,980	0,70	0,739	0,35	0,351
0,945	1,270	0,84	0,960	0,69	0,726	0,30	0,30
0,940	1,246	0,83	0,940	0,68	0,713	0,20	0,200
0,935	1,224	0,82	0,922	0,67	0,701	0,10	0,10
0,930	1,204	0,81	0,904	0,66	0,688	0	0

ТАБЛИЦА XXXII.

К способу Павловского при $i > 0$.

x	$\Phi(x)$	Δ	x	$\Phi(x)$	Δ
0,001	0,0010	0,0090	0,96	1,9459	0,0681
0,01	0,0100	0,0407	0,965	2,0140	0,0783
0,05	0,0507	0,0496	0,97	2,0923	0,0924
0,10	0,1003	0,0508	0,975	2,1847	0,1129
0,15	0,1511	0,0516	0,98	2,2976	0,0532
0,20	0,2027	0,0527	0,982	2,3508	0,0593
0,25	0,2554	0,0541	0,984	2,4101	0,0673
0,30	0,3095	0,0559	0,986	2,4774	0,0776
0,35	0,3654	0,0583	0,988	2,5550	0,0917
0,40	0,4237	0,0610	0,990	2,6467	0,0529
0,45	0,4847	0,0646	0,991	2,6996	0,0591
0,50	0,5493	0,0691	0,992	2,7587	0,0671
0,55	0,6184	0,0748	0,993	2,8258	0,0773
0,60	0,6932	0,0821	0,994	2,9031	0,0914
0,65	0,7753	0,0920	0,995	2,9945	0,1118
0,70	0,8673	0,1057	0,996	3,1063	0,1441
0,75	0,9730	0,1256	0,997	3,2504	0,0913
0,80	1,0986	0,0582	0,9975	3,3417	0,1117
0,82	1,1568	0,0644	0,998	3,4534	0,1440
0,84	1,2212	0,0721	0,9985	3,5974	0,2028
0,86	1,2933	0,0825	0,999	3,8002	0,3467
0,88	1,3758	0,0964	0,9995	4,1469	∞
0,90	1,4722	0,0553	1,0000	∞	
0,91	1,5275	0,0615			
0,92	1,5890	0,0694			
0,93	1,6584	0,0797			
0,94	1,7381	0,0937			
0,95	1,8318	0,0540			
0,955	1,8858	0,0601			

Продолжение

x	$\Phi(x)$	$-\Delta$	x	$\Phi(x)$	$-\Delta$
1,000	∞	∞	1,30	1,0185	0,0664
1,0005	4,1471	0,3464	1,35	0,9521	0,0562
1,0010	3,8007	0,2026	1,40	0,8959	0,0486
1,0015	3,5981	0,1437	1,45	0,8473	0,0426
1,0020	3,4544	0,1116	1,50	0,8047	0,0375
1,0025	3,3428	0,0939	1,60	0,7332	0,0582
1,0030	3,2519	0,1436	1,70	0,6750	0,0486
1,004	3,1083	0,1113	1,80	0,6264	0,0414
1,005	2,9970	0,0909	1,90	0,5850	0,0357
1,006	2,9061	0,0868	2,00	0,5493	0,0589
1,007	2,8293	0,0666	2,2	0,4904	0,0467
1,008	2,7627	0,0586	2,4	0,4437	0,0382
1,009	2,7041	0,0524	2,6	0,4055	0,0319
1,010	2,6517	0,2015	2,8	0,3736	0,0270
1,015	2,4502	0,1426	3,0	0,3466	0,0527
1,020	2,3076	0,1104	3,5	0,2939	0,0385
1,025	2,1972	0,0899	4,0	0,2554	0,0294
1,030	2,1073	0,0758	4,5	0,2260	0,0233
1,035	2,0315	0,0656	5,0	0,2027	0,0345
1,040	1,9659	0,0576	6,0	0,1682	0,0244
1,045	1,9083	0,0515	7,0	0,1438	0,0181
1,050	1,8568	0,0887	8,0	0,1257	0,0141
1,06	1,7681	0,0747	9,0	0,1116	0,0113
1,07	1,6934	0,0643	10,0	0,1003	0,0335
1,08	1,6291	0,0565	15,0	0,0668	0,0268
1,09	1,5726	0,0503	25,0	0,0400	0,0200
1,10	1,5223	0,2010	50,0	0,0200	0,0100
1,15	1,3213	0,1223	100,0	0,0100	
1,20	1,1990	0,1004			
1,25	1,0986	0,0801			

ТАБЛИЦА XXXIII.

Значения функции $\Phi_0(x_k) = x_k - \frac{1}{3}x_k^3$ к способу Павловского при $i = 0$.

x_k	$\Phi_0(x_k)$	Δ	x_k	$\Phi_0(x_k)$	Δ
0,01	0,0100	0,0100	0,60	0,5280	0,0305
0,02	0,0200	0,0100	0,65	0,5585	0,0272
0,03	0,0300	0,0100	0,70	0,5857	0,0237
0,04	0,0400	0,0100	0,75	0,6094	0,0199
0,05	0,0500	0,0099	0,80	0,6293	0,0160
0,06	0,0599	0,0100	0,85	0,6453	0,0117
0,07	0,0699	0,0099	0,90	0,6570	0,0072
0,08	0,0798	0,0100	0,95	0,6642	0,0026
0,09	0,0898	0,0099	0,99	0,6666	0,0001
0,10	0,0997	0,0197	1,00	0,6667	0,0001
0,12	0,1194	0,0196	1,01	0,6666	0,0025
0,14	0,1391	0,0195	1,05	0,6641	0,0078
0,16	0,1586	0,0195	1,10	0,6563	0,0133
0,18	0,1781	0,0192	1,15	0,6430	0,0190
0,20	0,1973	0,0192	1,20	0,6240	0,0250
0,22	0,2165	0,0189	1,25	0,5990	0,0313
0,24	0,2354	0,0556	1,30	0,5677	0,0378
0,30	0,2910	0,0447	1,35	0,5299	0,0446
0,35	0,3357	0,0430	1,40	0,4853	0,0515
0,40	0,3787	0,0409	1,45	0,4338	0,0588
0,45	0,4196	0,0387	1,50	0,3750	0,0663
0,50	0,4583	0,0362	1,55	0,3087	0,0740
0,55	0,4945	0,0335	1,60	0,2347	0,0821

Продолжение

x_k	$\Phi_0(x_k)$	Δ	x_k	$\Phi_0(x_k)$	Δ
1,65	0,1526	0,0903	2,65	— 3,5532	0,3078
1,70	0,0623	0,0190	2,70	— 3,8610	0,3213
1,71	0,0433	0,0194	2,75	— 4,1823	0,3350
1,72	0,0239	0,0198	2,80	— 4,5173	0,3491
1,73	0,0041	0,0201	2,85	— 4,8664	0,3633
1,74	— 0,0160	0,0205	2,90	— 5,2297	0,3778
1,75	— 0,0365	0,1075	2,95	— 5,6075	0,3925
1,80	— 0,1440	0,1165	3,00	— 6,0000	4,7917
1,85	— 0,2605	0,1258	3,50	— 10,7917	6,5416
1,90	— 0,3863	0,1353	4,00	— 17,3333	8,4417
1,95	— 0,5216	0,1451	4,50	— 25,7750	10,8917
2,00	— 0,6667	0,1550	5,00	— 36,6667	13,2917
2,05	— 0,8217	0,1653	5,5	— 49,9583	16,0417
2,10	— 0,9870	0,1758	6,0	— 66,0000	19,0417
2,15	— 1,1628	0,1865	6,5	— 85,0417	22,2917
2,20	— 1,3493	0,1976	7,0	— 107,3333	25,7917
2,25	— 1,5469	0,2088	7,5	— 133,1250	29,5417
2,30	— 1,7557	0,2203	8,0	— 162,6667	33,5417
2,35	— 1,9760	0,2320	8,5	— 196,2083	37,7917
2,40	— 2,2080	0,2440	9,0	— 234,0000	42,2917
2,45	— 2,4520	0,2563	9,5	— 276,2917	47,0417
2,50	— 2,7083	0,2688	10,0	— 323,3333	
2,55	— 2,9771	0,2816			
2,60	— 3,2587	0,2945			

ТАБЛИЦА XXXIV.

К способу Павловского при $i < 0$.

x'	$\Psi(x')$	Δ	x'	$\Psi(x')$	Δ
0,01	0,0100	0,0400	1,3	0,9151	0,0354
0,05	0,0500	0,0500	1,4	0,9505	0,0323
0,10	0,1000	0,0489	1,5	0,9828	0,0294
0,15	0,1489	0,0485	1,6	1,0122	0,0269
0,20	0,1974	0,0476	1,7	1,0391	0,0246
0,25	0,2450	0,0465	1,8	1,0637	0,0226
0,30	0,2915	0,0452	1,9	1,0863	0,0209
0,35	0,3367	0,0438	2,0	1,1072	0,0192
0,40	0,3805	0,0424	2,1	1,1264	0,0177
0,45	0,4229	0,0407	2,2	1,1441	0,0165
0,50	0,4636	0,0392	2,3	1,1606	0,0154
0,55	0,5028	0,0376	2,4	1,1760	0,0143
0,60	0,5404	0,0360	2,5	1,1903	0,0133
0,65	0,5764	0,0343	2,6	1,2036	0,0125
0,70	0,6107	0,0328	2,7	1,2161	0,0117
0,75	0,6435	0,0313	2,8	1,2278	0,0110
0,80	0,6748	0,0297	2,9	1,2388	0,0103
0,85	0,7045	0,0283	3,0	1,2491	0,0097
0,90	0,7328	0,0270	3,1	1,2588	0,0091
0,95	0,7598	0,0256	3,2	1,2679	0,0086
1,00	0,7854	0,0476	3,3	1,2765	0,0082
1,10	0,8330	0,0431	3,4	1,2847	0,0078
1,2	0,8761	0,0390	3,5	1,2925	0,0073

Продолжение

x	$\Psi(x')$	Δ	x'	$\Psi(x')$	Δ
3,6	1,2998	0,0070	8,0	1,4465	0,0072
3,7	1,3068	0,0067	8,5	1,4537	0,0065
3,8	1,3135	0,0063	9,0	1,4602	0,0057
3,9	1,3198	0,0060	9,5	1,4659	0,0052
4,0	1,3258	0,0139	10,0	1,4711	0,0331
4,25	1,3397	0,0124	15,0	1,5042	0,0167
4,5	1,3521	0,0213	20,0	1,5209	0,0099
5,0	1,3734	0,0175	25,0	1,5308	0,0067
5,5	1,3909	0,0148	30,0	1,5375	0,0133
6,0	1,4057	0,0124	50,0	1,5508	0,0100
6,5	1,4181	0,0108	100,0	1,5608	0,0050
7,0	1,4289	0,0094	200,0	1,5658	0,0050
7,5	1,4383	0,0082	∞	1,5708	

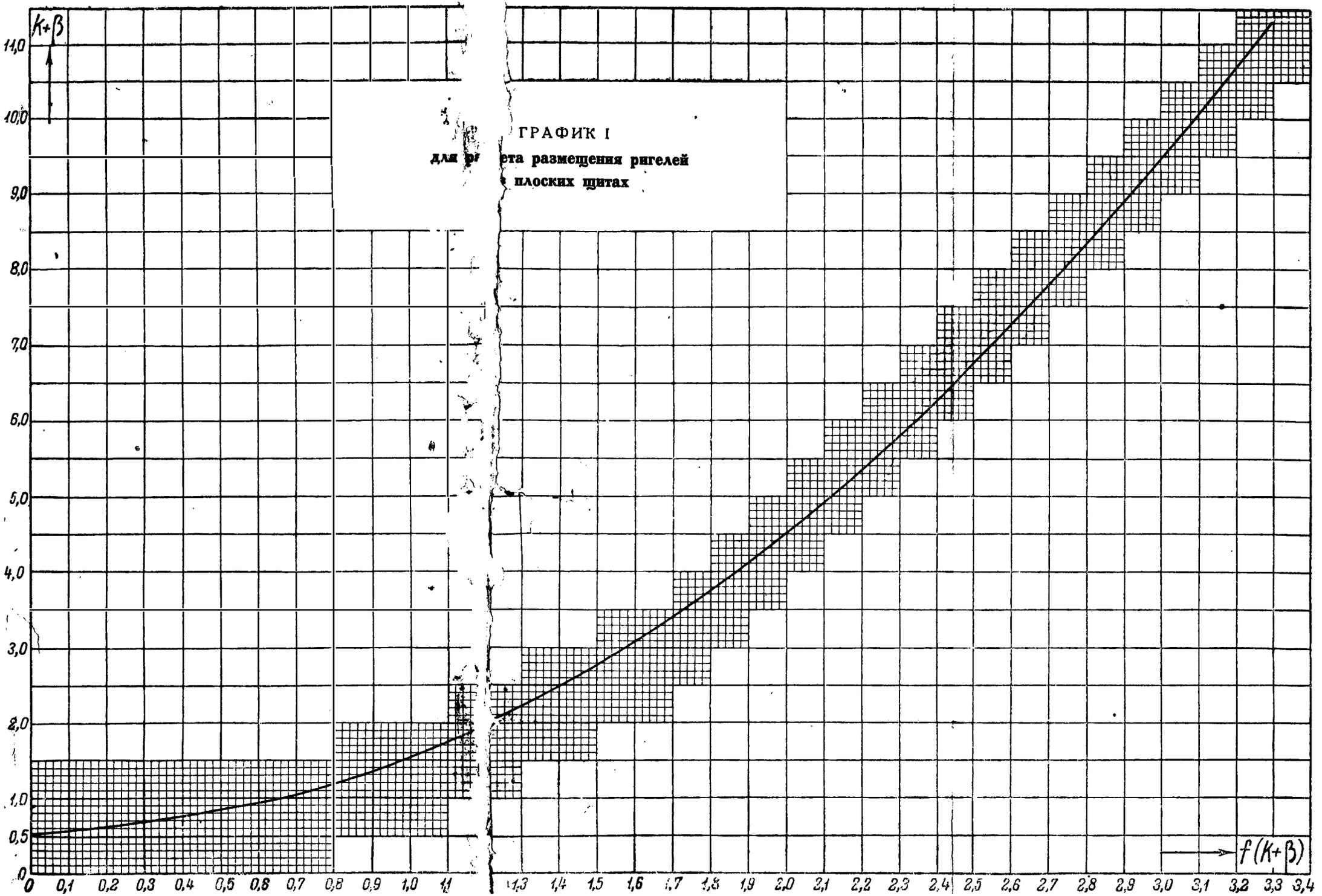


ГРАФИК I
для р ета размещения ригелей
плоских щитах
K+β
11,0
10,0
9,0
8,0
7,0
6,0
5,0
4,0
3,0
2,0
1,0
0,5
0
0 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1,0 1,1 1,3 1,4 1,5 1,6 1,7 1,8 1,9 2,0 2,1 2,2 2,3 2,4 2,5 2,6 2,7 2,8 2,9 3,0 3,1 3,2 3,3 3,4
f(K+β)

ГРАФИК II

для определения коэфициента C по формуле Гангилье—Куттера (метры):

$$C=\frac{23+\frac{1}{n}+\frac{0{,}00155}{J}}{1+\left(23+\frac{0{,}00155}{J}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}$$

Примечание 1. Для нахождения коэфициента C по полной формуле Гангилье—Куттера, прежде всего фиксируем в левой части графика точку (положим, A), определяемую данным коэфициентом шероховатости n (см. наклонные прямые линии) и данным уклоном (см. кривые линии); затем на горизонтальной оси в правой части графика отмечаем точку (положим, B), отвечающую известному значению $\sqrt{R}$. Проводя теперь прямую A—B (на графике не показана), находим точку пересечения этой прямой с осью C, чем и определится искомое значение коэфициента C.

Примечание 2. Система кривых в правой части графика служит для определения коэфициента C по сокращенной формуле Гангилье—Куттера (метры).

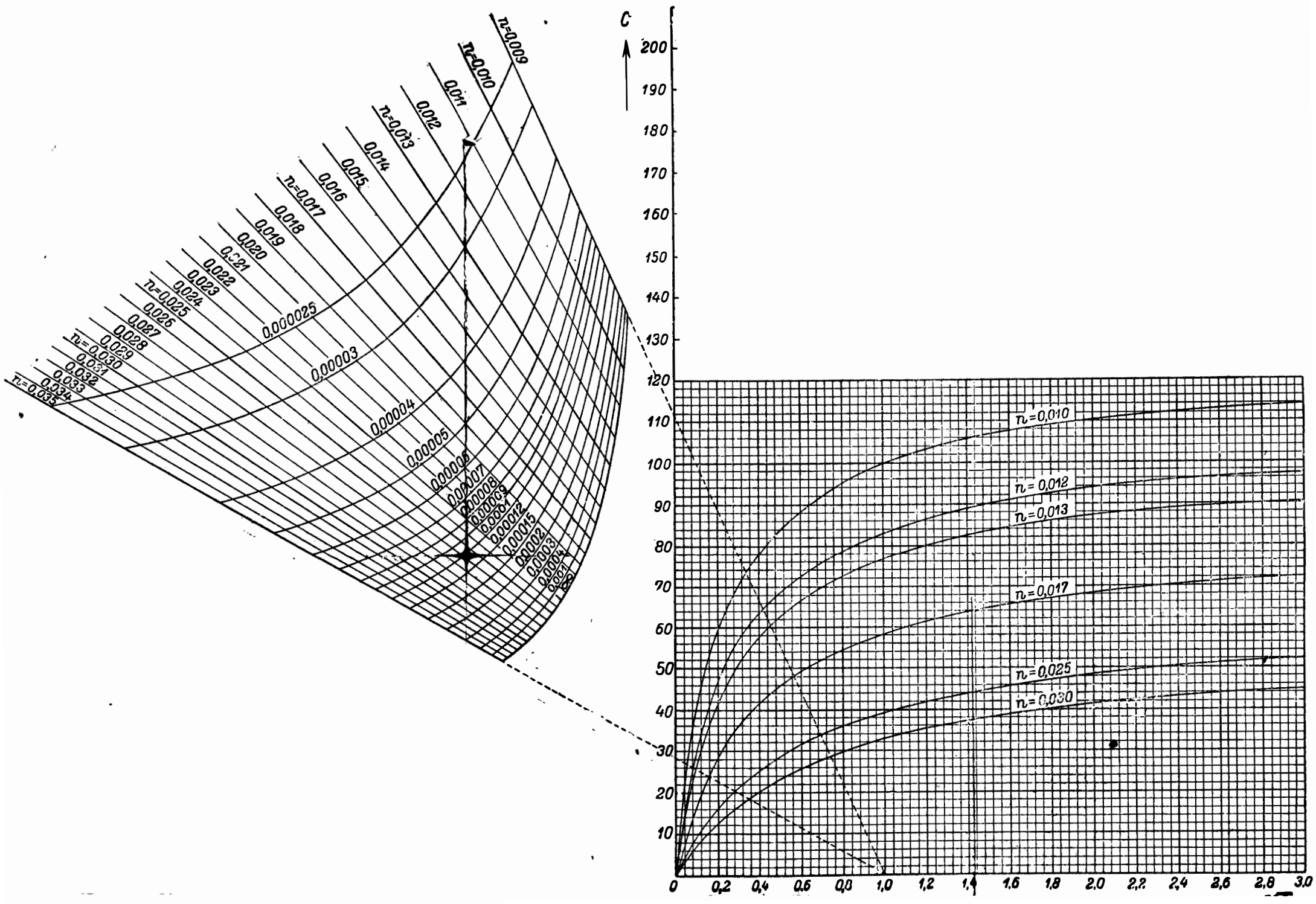


ГРАФИК III

Номограмма для формулы

$V = C\sqrt{RJ}$,

где C — по формуле Базена (метровые размеры).

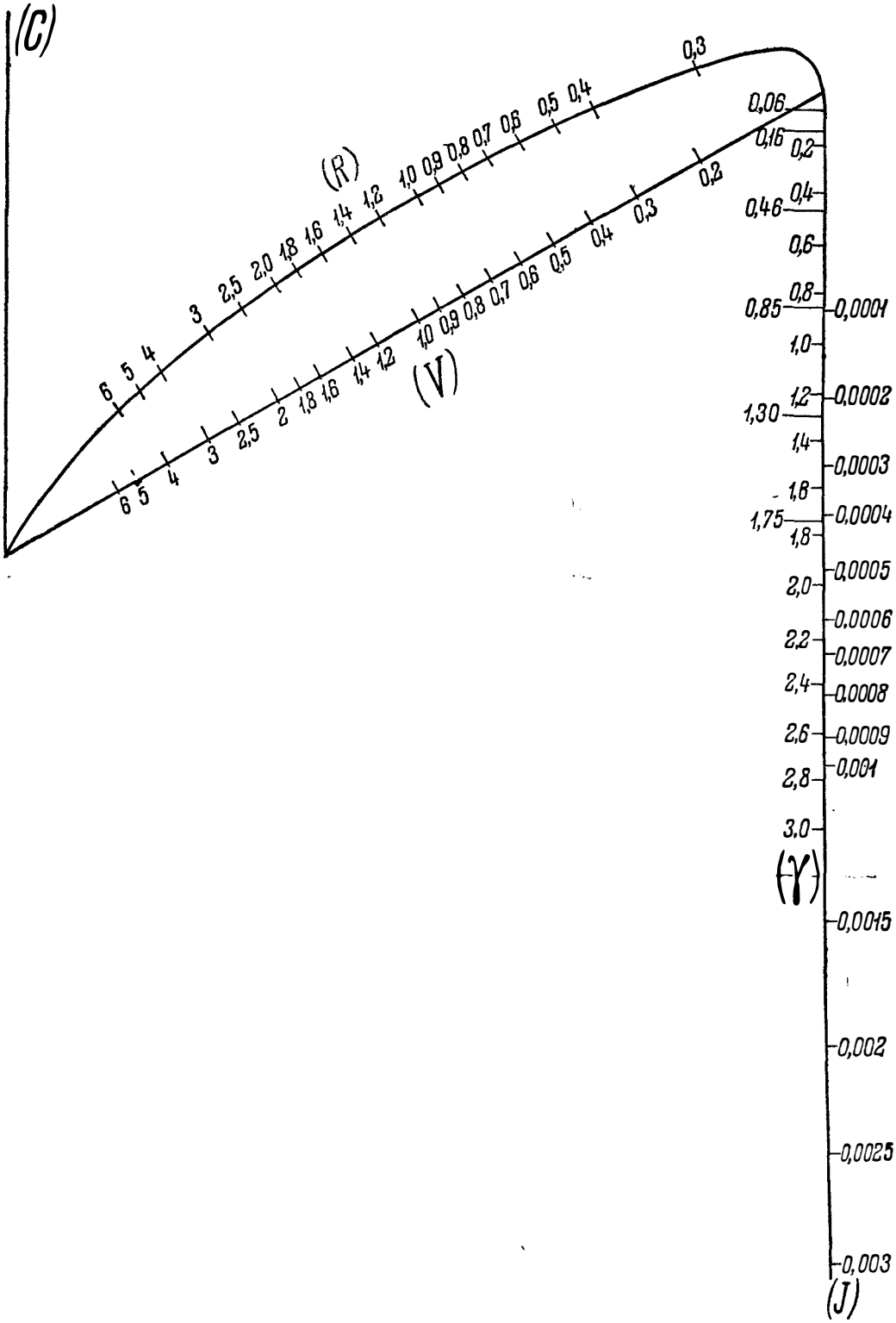


ГРАФИК IV

для определения коэфициента C по формуле Павловского (метровые размеры).

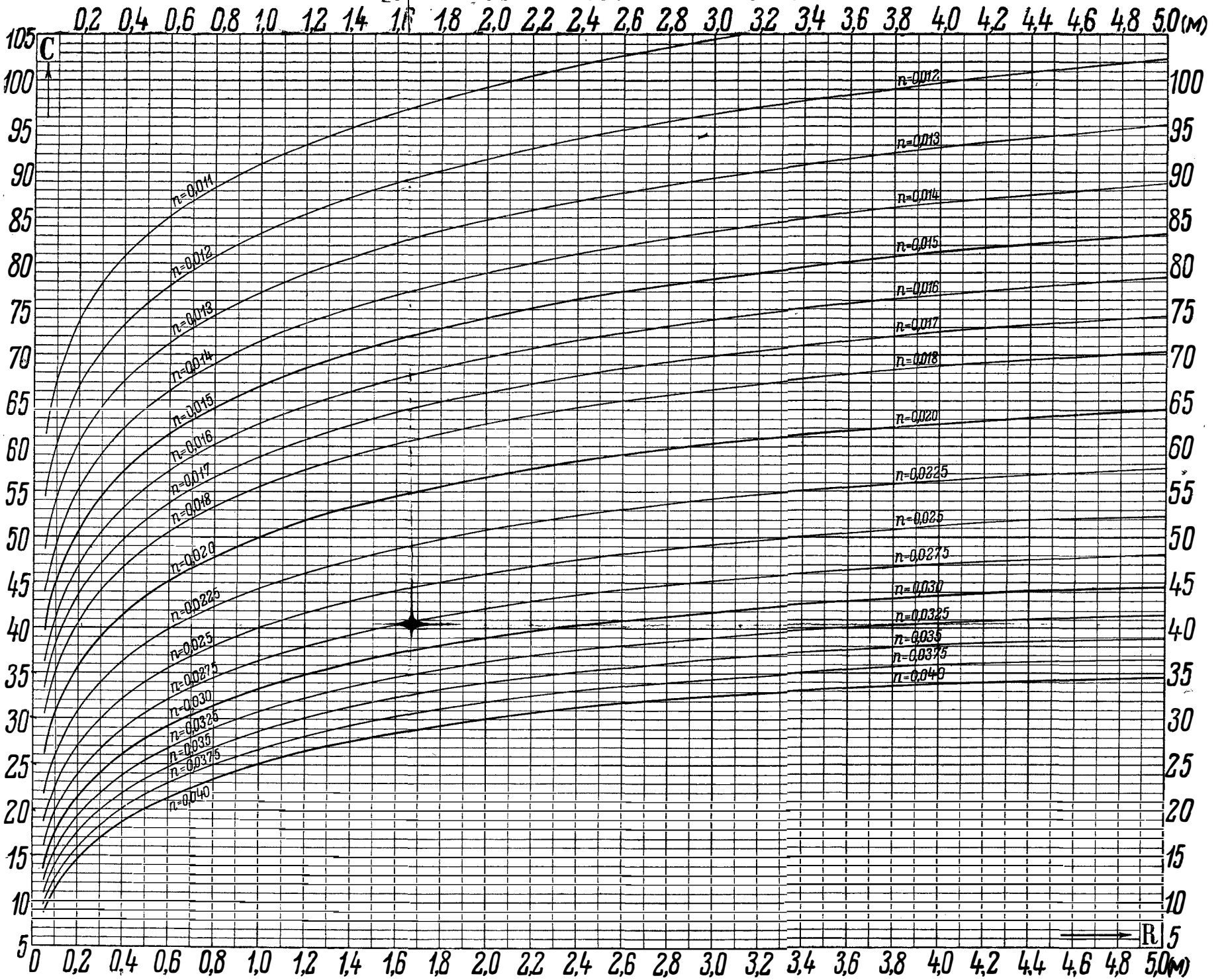


ГРАФИК IX

Номограмма для расчета каналов по формуле Павловского при $m=1,5$ и $n=0,025$.

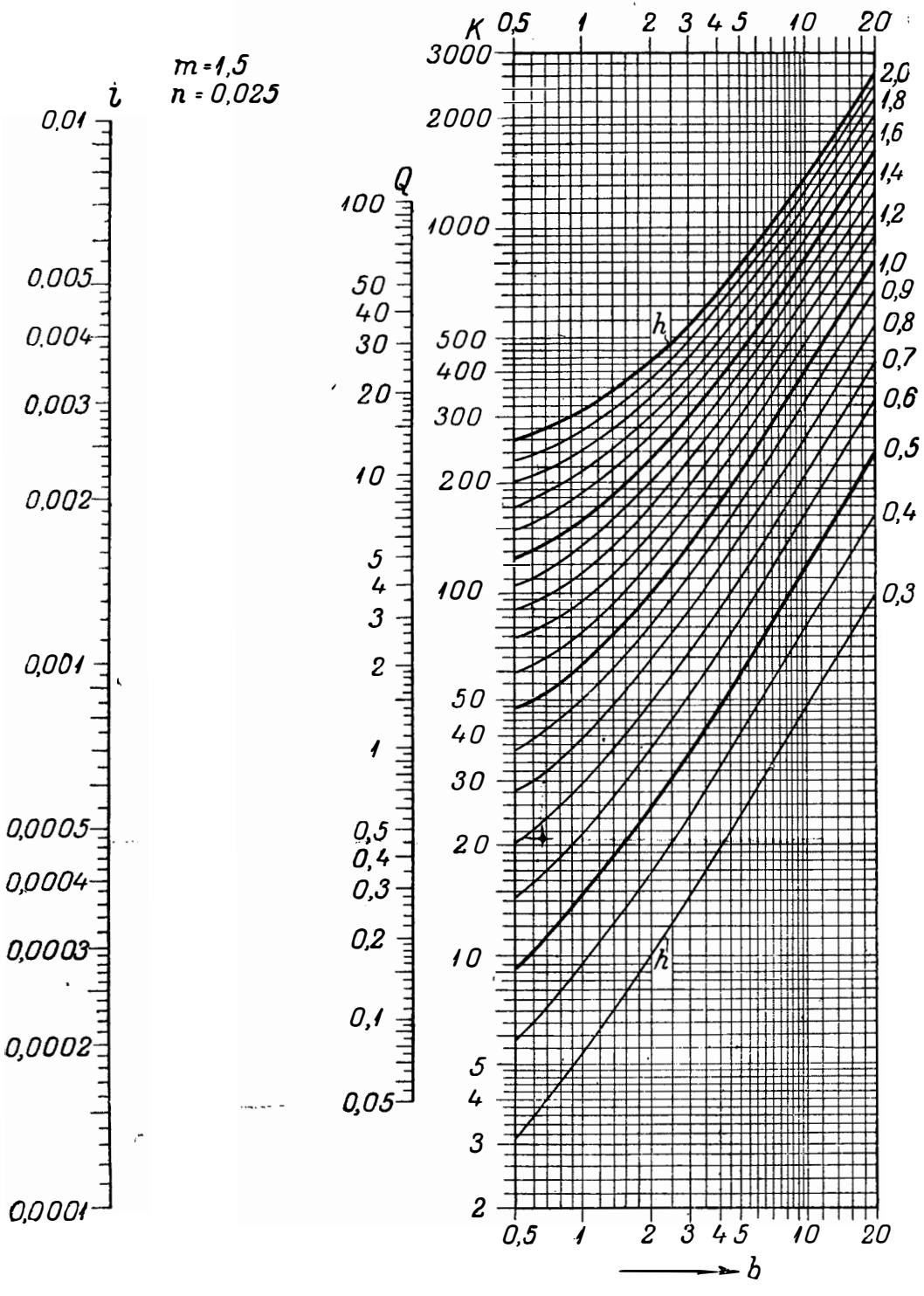


ГРАФИК V

Номограммы для формулы (метровые размеры): $V = C\sqrt{RJ}$, при коэффициенте C по Павловскому (для $n = 0{,}013$; $0{,}017$; $0{,}020$).

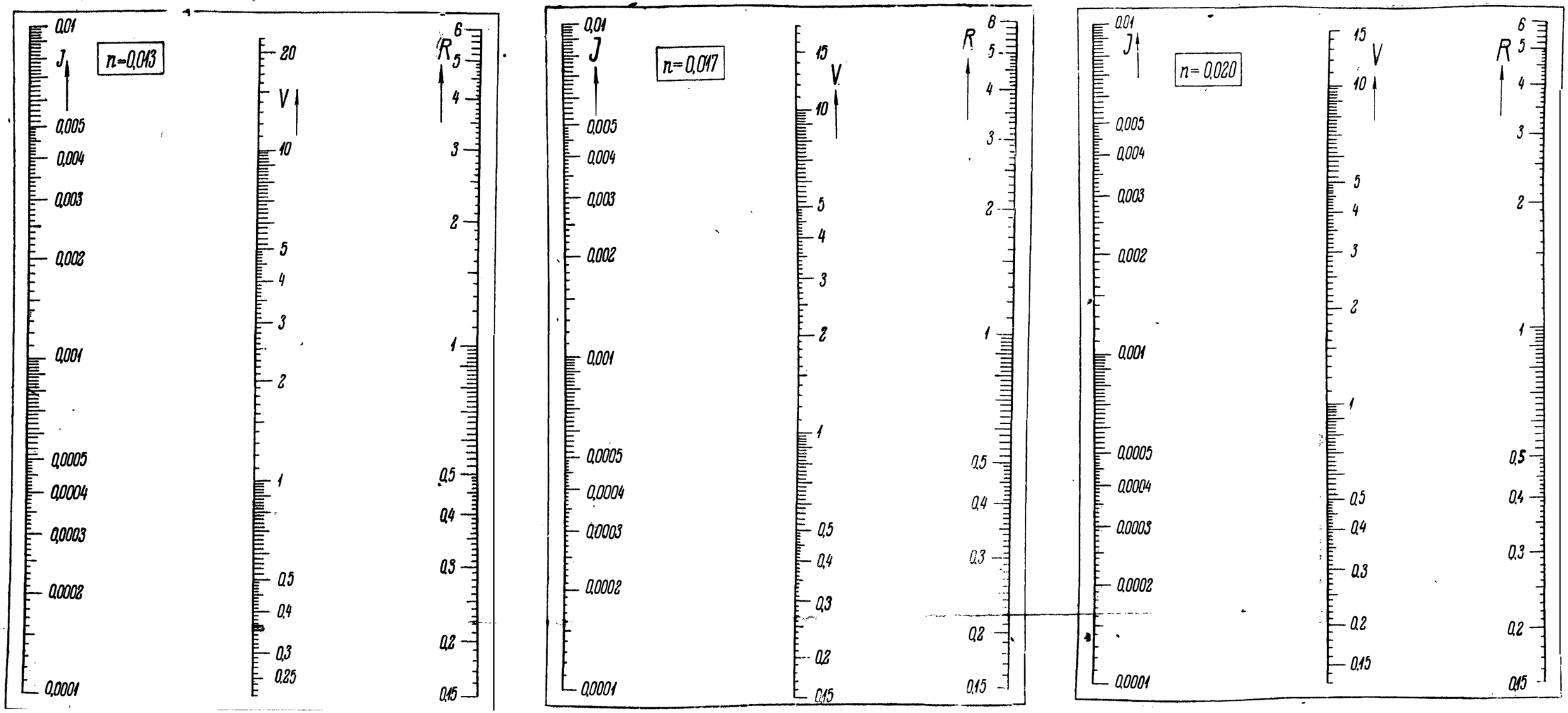


ГРАФИК VII

Номограмма для расчета каналов по формуле Павловского при $m=1,5$ и $n=0,020$.

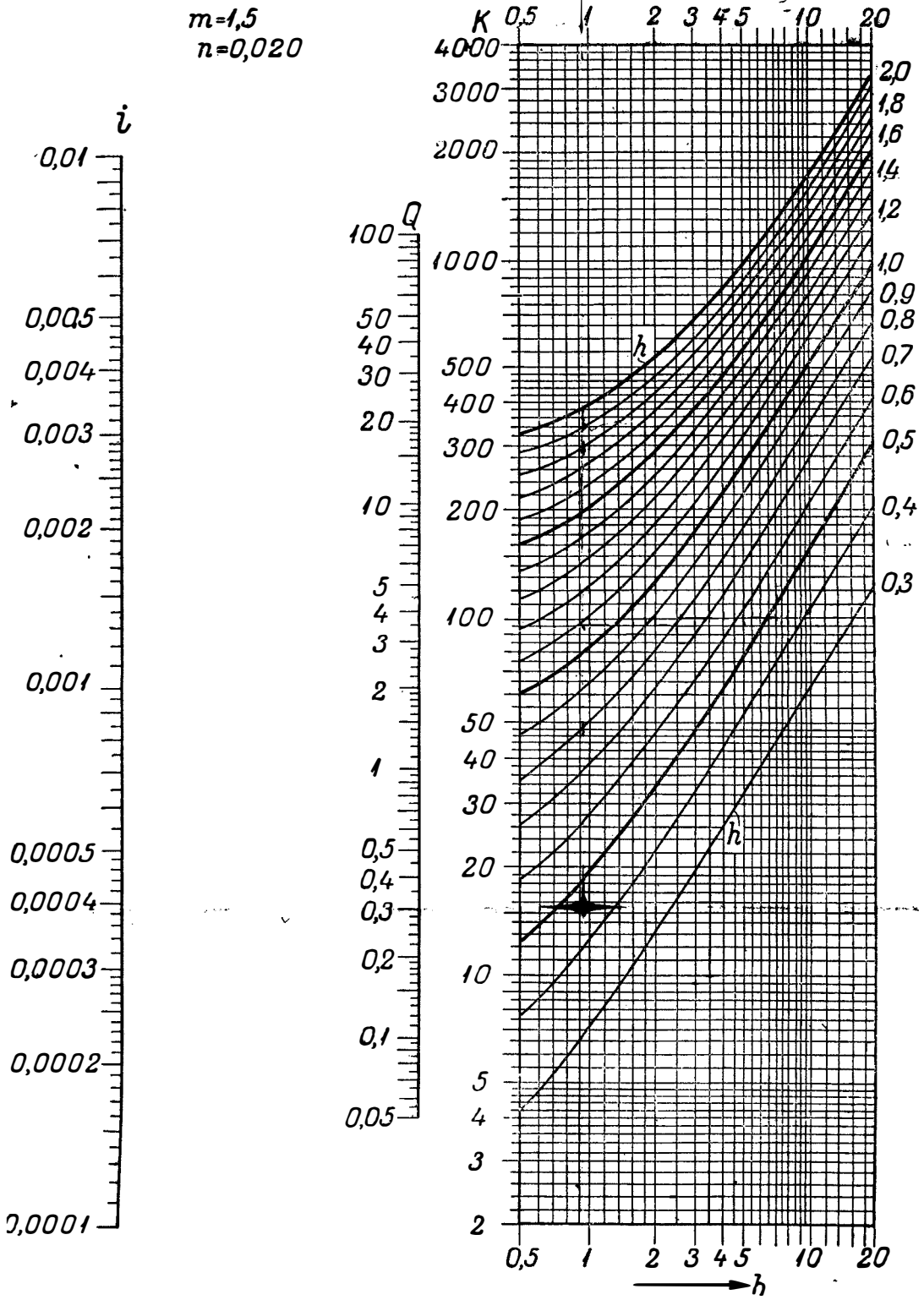


ГРАФИК VIII

Номограмма для расчета каналов по формуле Павловского при $m=1,5$ и $n=0,0225$.

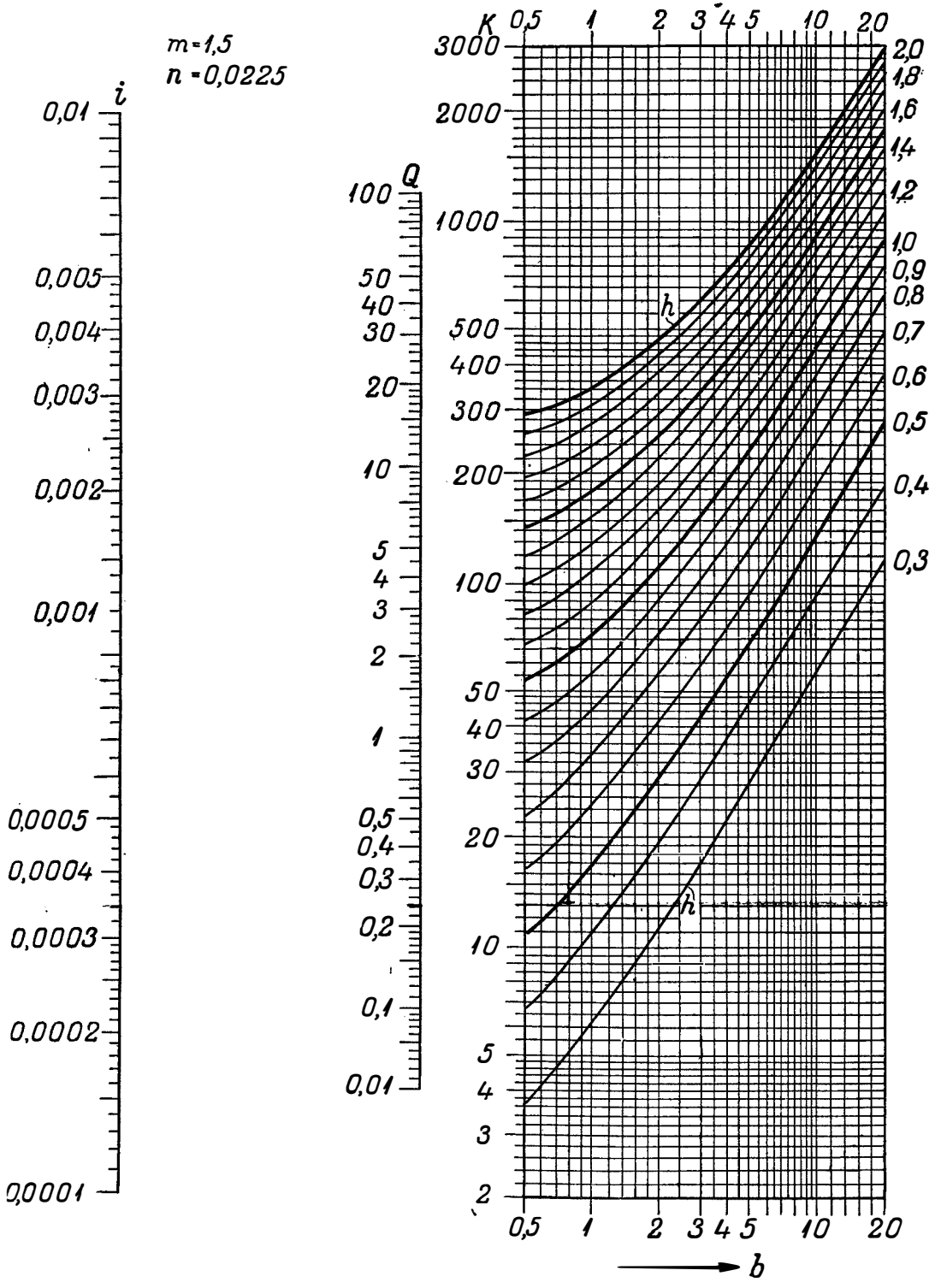


ГРАФИК X

Номограмма для расчета каналов по формуле Павловского при $m=1,5$ и $n=0,030$.

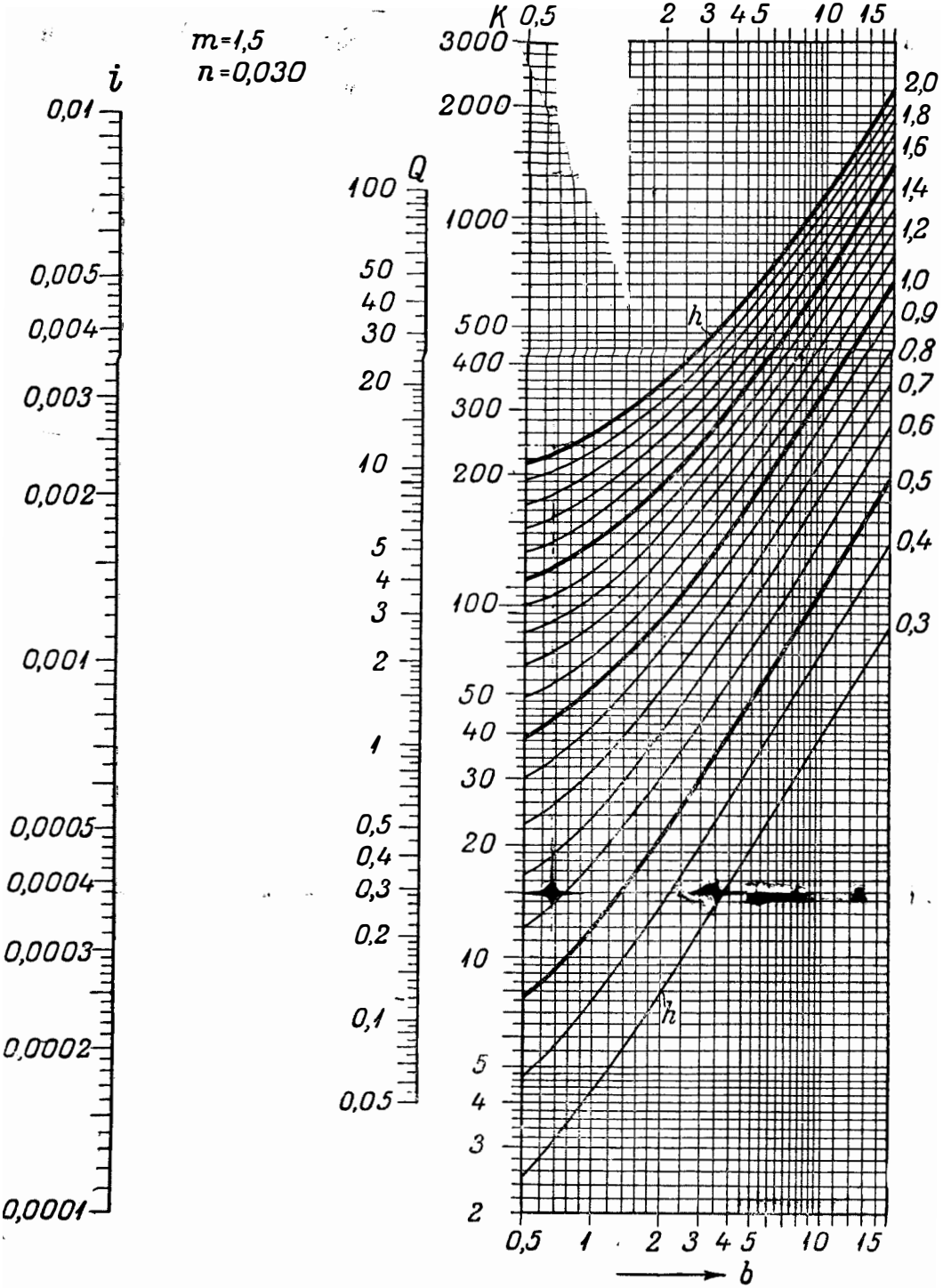


ГРАФИК XI

Номограмма к расчету каналов (в метровых мерах) для формулы
$Q = \omega \cdot V = h\,(b + mh) \cdot V$, **где** $m = 1{,}5$.

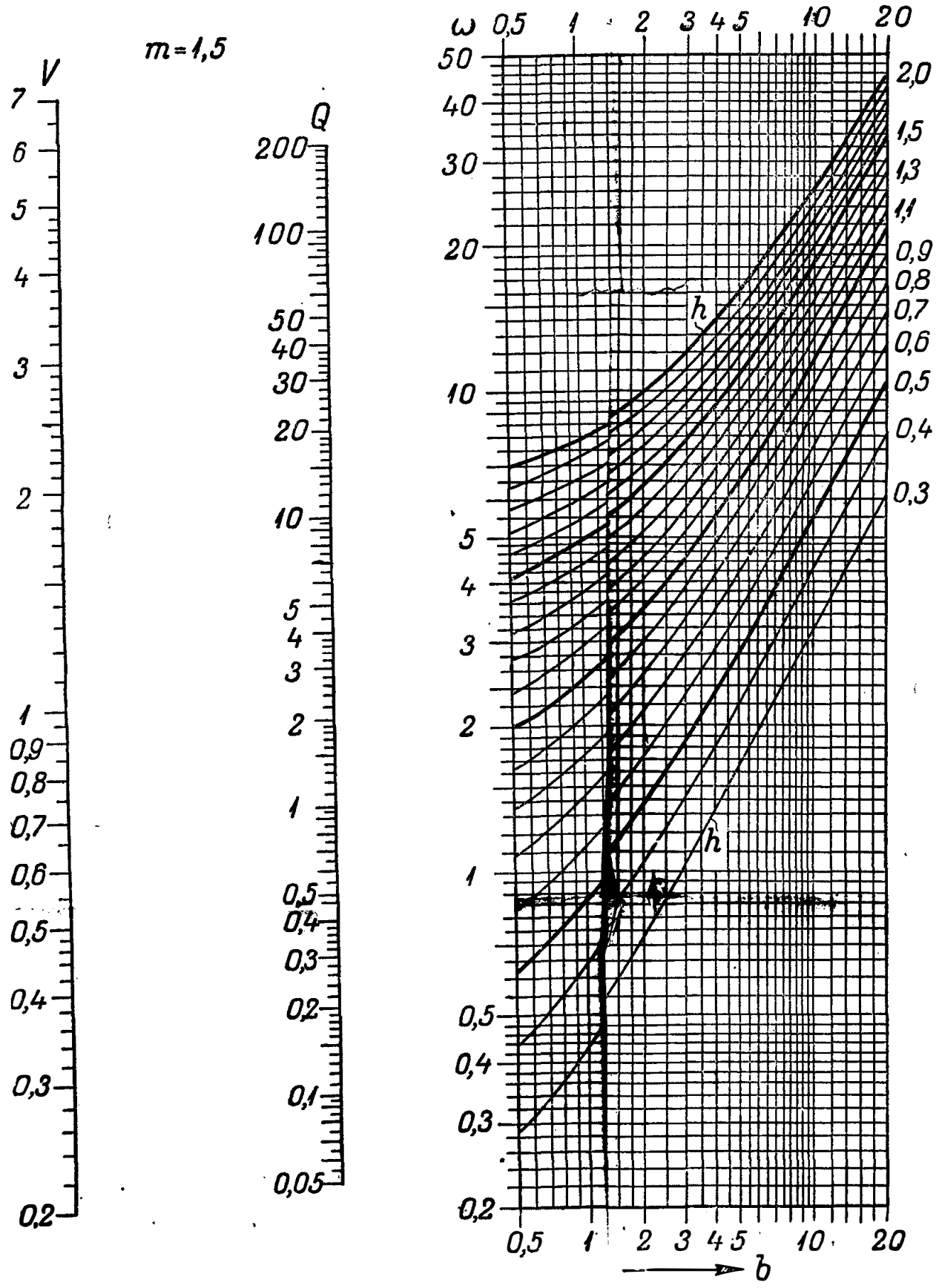
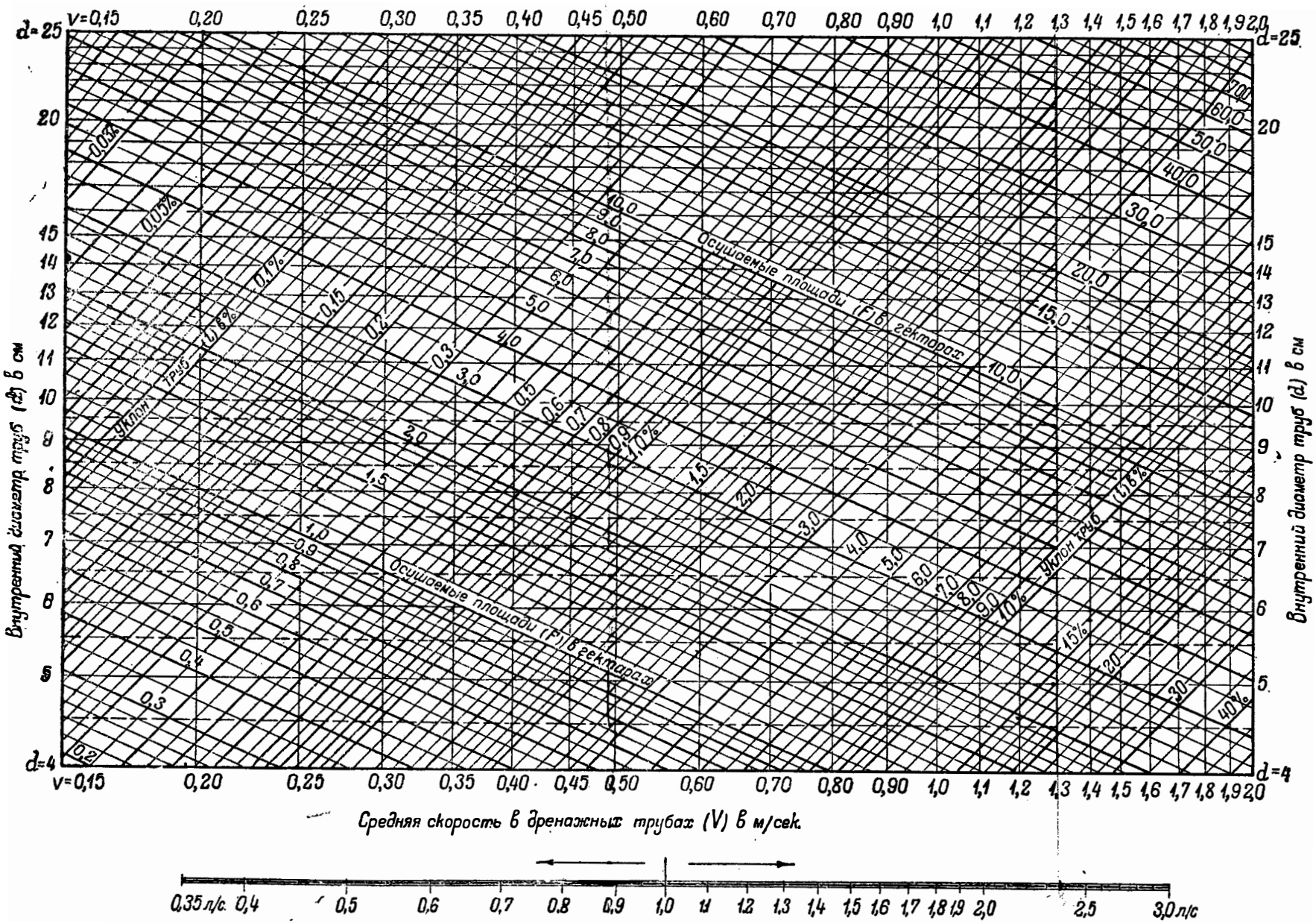


ГРАФИК XII

для определения диаметров гончарных дренажных труб.



Масштаб для передвижения линий гектаров при различных значениях гидромодуля:

При величинах гидромодуля менее 1 *л/сек* с гектара передвигать линию гектаров влево, более 1 *л/сек* — вправо.

При гидромодуле = 1 *л/сек* с гектара следует пользоваться графиком непосредственно.

ГРАФИК XIII

для расчета полузатопленных отверстий

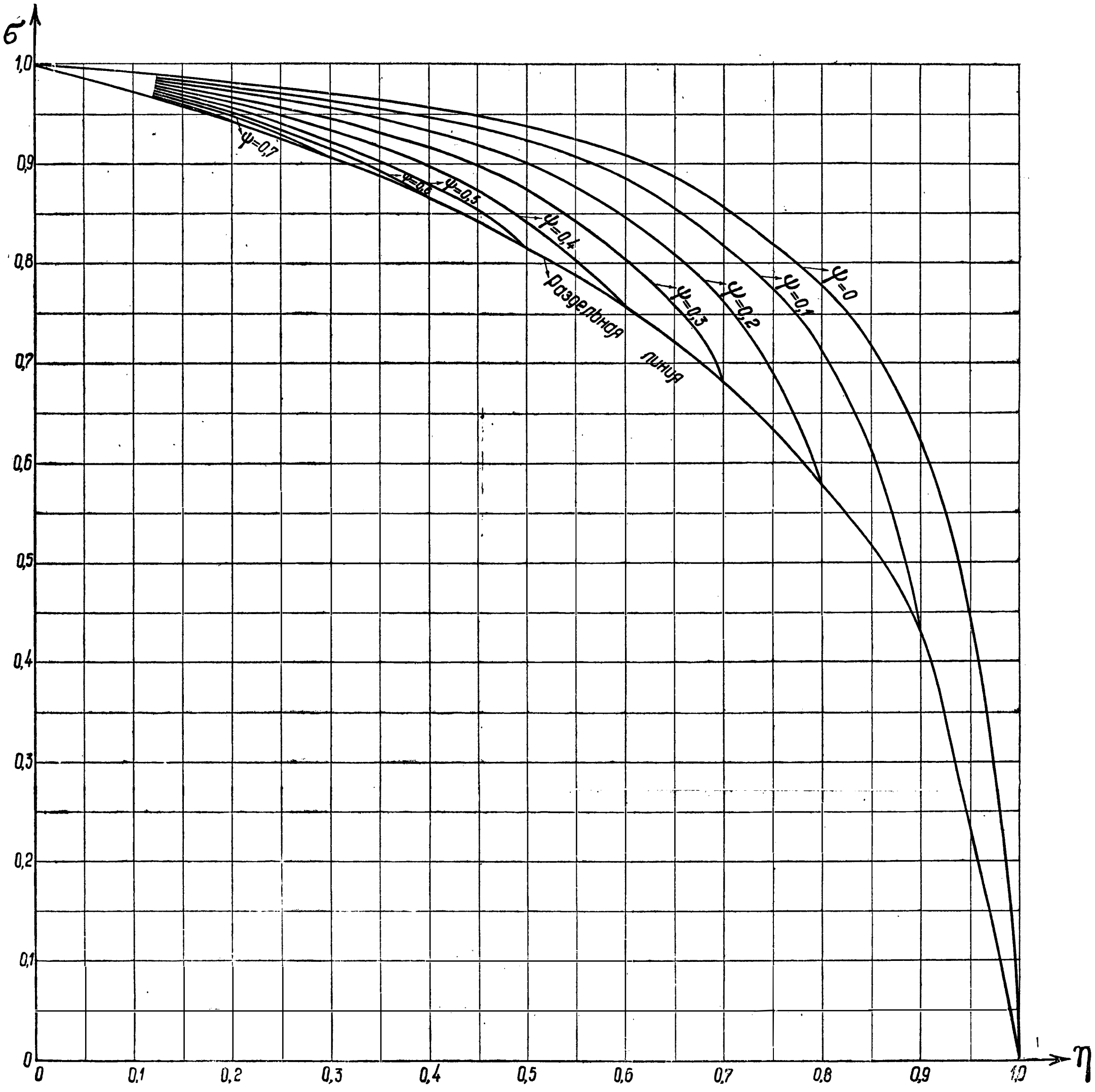


ГРАФИК XIV

для предварительного гидравлического расчета круглых напорных труб под насыпями.

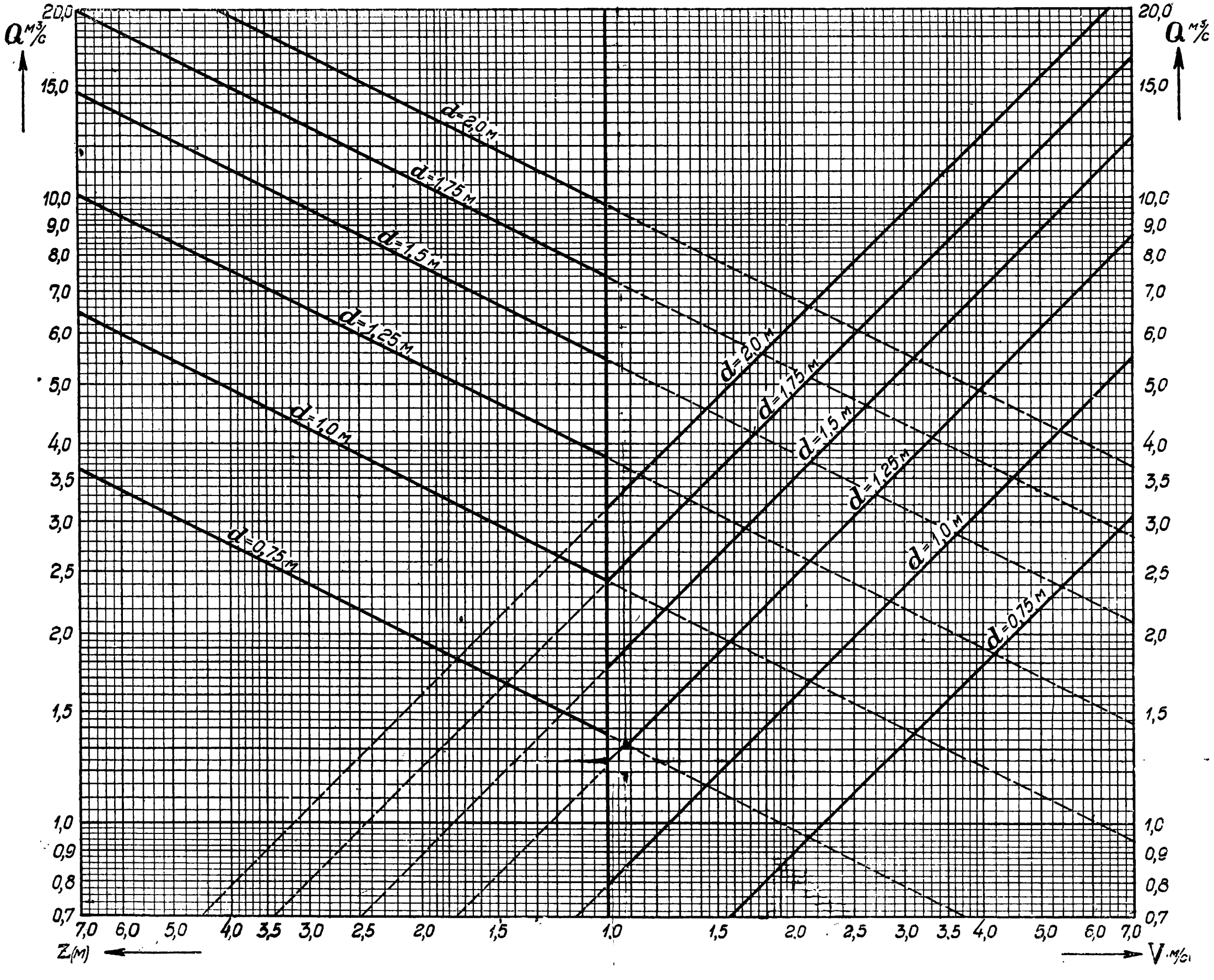
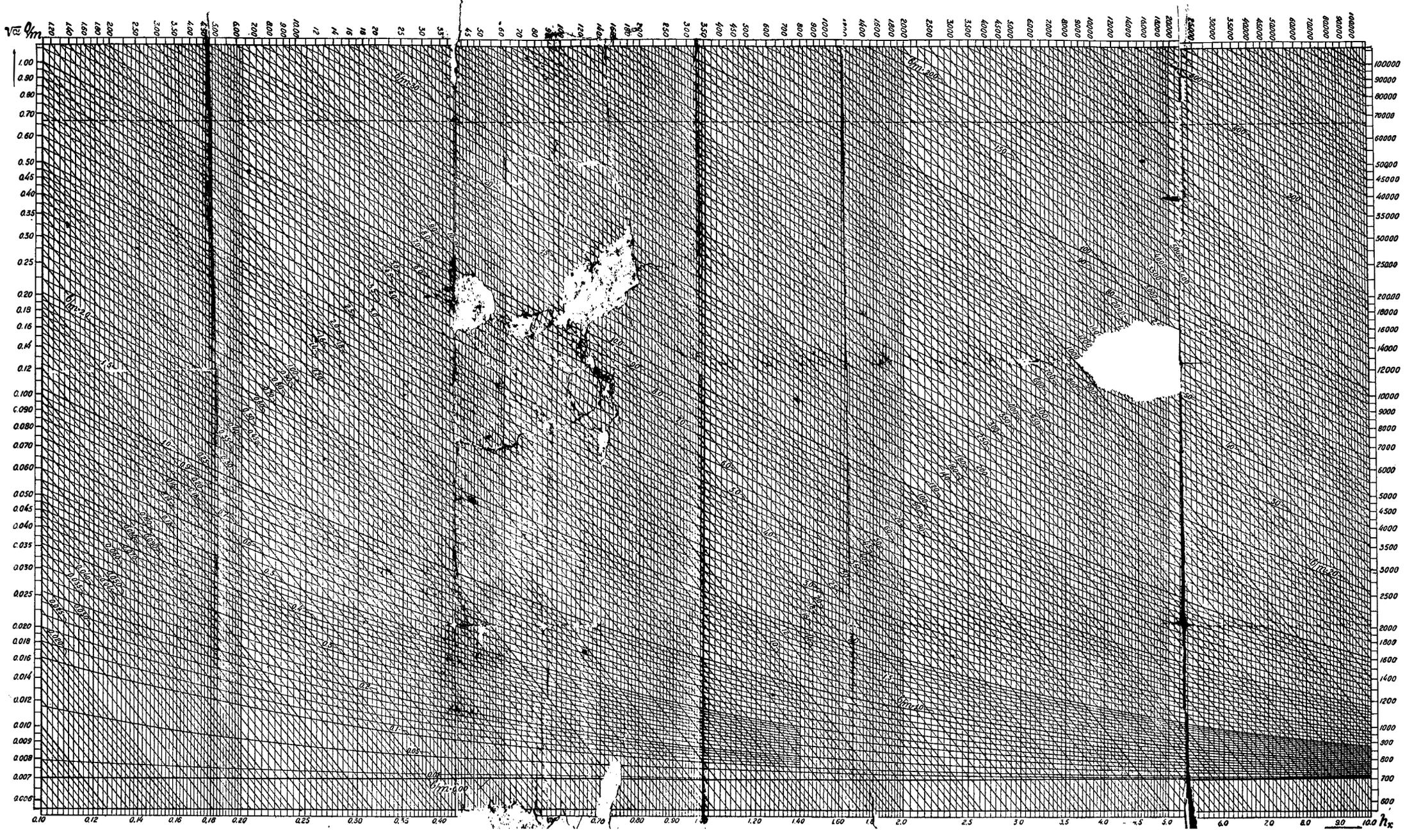


ГРАФИК XV

для определения критических глубин в трапецоидальных руслах (метровые размеры).

Примечание. При значениях $\frac{b}{m}$ и $\frac{\sqrt{a}\cdot Q}{m}$, соответствующих верхней зоне графика (выше пунктирной линии), критическую глубину трапецоидального сла можно определять по формуле для прямоугольного русла, полагая $q=\frac{Q}{b}$.



ЗАМЕЧЕННАЯ ОПЕЧАТКА

Стран.	Строка, формула, таблица	Напечатано	Должно быть	По чьей вине
100	Формула (204)	$Re'_{кр} < \frac{RV}{\nu} < Re_{кр}$	$Re_{кр} < \frac{RV}{\nu} < Re'_{кр}$	Автора
236	Табл. 48, столб. 5	171,9	117,9	Корректора
236	Там же	171.1	171.9	Автора
370—371	Формулы (987)—(988)	2^{p+1}	$2p+1$	Корректора
575	Формула (1623)	δh	δh_f	Техреда
601	Строка 13 сн.	C	C_r	Типографии
717	Формула (2063)	$h_.$	h_c	Автора
718	Формула (2066)	φ_c^*	$\varepsilon_0 \varphi_c$	Автора
47	Строка 1—2 сн.	В сноске добавить в скобках: (при очертаниях по фиг. 13)		Автора
88	Формула (173′)	H	H_d	Техреда
139	Табл. 25, столб. 9	13,4	16,4	Автора
286	Табл. 70	$\frac{d}{d_0} =$	$\frac{d_0}{d} =$	Автора
311	Формула (758)	$+\sum h_f$	$+\sum h_j$	Техреда
495	Строка 5 св.	клапаные	клепаные	Корректора
535	Формула (1510)	$\frac{h}{h}$	$\frac{h}{h_m}$	Типографии
535	Формула (1511)	$\frac{K}{K}$	$\frac{K}{K_k}$	Типографии
545	Формула (1541)	d_{n1}	d_1	Техреда
564	Табл. В	Последний столбец поднять вверх на полстроки		Техреда
654	Формула (1839)	h	h_m	Автора
724	Формула (2088)	$\sqrt{H_0 Y}$	$\sqrt{H_0 Y}$	Автора
775	Табл. XII, столб. 7	63,974	63,874	Корректора
839	Табл. XXVI, столб. 9	1,193	1,198	Корректора
851	Табл. XXVI, столб. 6	0,951	0,051	Корректора
852	Табл. XXVI, столб. 7	0,045	0,945	Корректора
865	Табл. XXVII, столб. 5	09,76	0.976	2-й тип. Ленсовета
886	Табл. XXXII, столб. 3	0,0868	0,0768	Корректора
887	Табл. XXXIII, столб. 6	0,0026	0,0024	Корректора
887	столб. 6	Δ	$\pm\Delta$	Техреда
888	Строка 1 св.	Δ	$-\Delta$	Техреда
	График X	На горизонтальной шкале последнее число должно быть 20 (а не 15)		Автора