А. Я. ОЛЕЙНИК

# ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ РАСЧЕТЫ ВЕРТИКАЛЬНОГО ДРЕНАЖА

АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР
ИНСТИТУТ ГИДРОМЕХАНИКИ

А. Я. ОЛЕЙНИК

# ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ РАСЧЕТЫ ВЕРТИКАЛЬНОГО ДРЕНАЖА

КИЕВ «НАУКОВА ДУМКА» 1978

6С7
О-53

УДК 532.546.626

**Фильтрационные расчеты вертикального дренажа.**
Олейник А. Я. К., «Наук. думка», 1978. 202 с.

В монографии излагаются методы фильтрационного расчета вертикальных скважин и их систем, действующих в сложных гидрогеологических условиях. Рассматриваются особенности расчетов вертикального дренажа применительно к задачам мелиоративного строительства. Освещаются вопросы гидрогеологической схематизации природных условий, выбора исходных расчетных параметров, определения фильтрационных сопротивлений на несовершенство скважин и различных источников питания. Приводятся результаты теоретических исследований притока грунтовых вод к скважинам, использующиеся для построения расчетных зависимостей. Предложенные методы расчета иллюстрируются примерами.

Рассчитана на инженеров-гидротехников, мелиораторов, гидрогеологов и других специалистов, работающих в области проектирования и строительства дренажа.

Ил. 39. Табл. 40. Список лит.: с. 194—200 (137 назв.).

Ответственный редактор *И. И. Ляшко*

Рецензенты *Н. Н. Беляшевский, И. Е. Жернов*

Редакция физико-математической литературы

О $\frac{20303\text{-}195}{\text{М221(04)-78}}$ 255-78

© Издательство «Наукова думка», 1978

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Важнейшим элементом в комплексе мелиоративных мероприятий по улучшению территорий является дренаж как основное средство регулирования водного и солевого режимов мелиорируемых земель. Значительное увеличение в СССР площадей орошения и осушения при условии их широкого охвата дренажными системами требует крупных капитальных затрат и выполнения больших объемов строительных работ. Поэтому особое внимание необходимо обратить на научное обоснование типов и конструкций дренажа для каждого орошаемого и осушаемого массива на основе совершенных методов расчета параметров дренажа, в которых наиболее полно и правильно учитывались бы природные условия массива.

В последнее время в ирригационном строительстве, особенно в зонах с недостаточным увлажнением, широкое распространение получило устройство вертикального дренажа как эффективного метода борьбы с засолением и заболачиванием мелиорируемых земель и как технического средства управления режимом подземных и грунтовых вод, а также солевым режимом. В книге в основном рассматривается вертикальный дренаж на орошаемых землях. Следует отметить, однако, что возможности его применения на землях с избыточным увлажнением еще не совсем изучены. В ряде случаев эффективное обеспечение двухстороннего действия мелиорации на этих землях может быть наиболее рационально достигнуто вертикальным дренажем в комплексе с другими мероприятиями. Установлено, что при определенных гидрогеологических условиях вертикальный дренаж по сравнению с горизонтальным обладает значительными преимуществами, а в некоторых случаях является едва ли не единственным средством для решения поставленной задачи.

Хотя для водоснабжения вертикальные водозаборные скважины и колодцы используются давно, методы их фильтрационного расчета, особенно при действии в сложных гидрогеологических условиях, еще несовершенны и требуют улучшения. Кроме того, существующие методы в большинстве случаев разработаны применительно к тем задачам, которые ставились и решались с целью забора и откачки подземных вод, и поэтому не всегда могут быть использованы при расчетах вертикального мелиоративного дренажа.

На крупных орошаемых массивах режим подземных вод в связи с орошением претерпевает существенные изменения. Увеличение плановых размеров

фильтрационного потока приводит к увеличению глубины его активного формирования, и в силу этого в расчетах решающее значение приобретает учет влияния вертикальной неоднородности водоносной толщи, в пределах которой формируется поток. Кроме того, особенности агротехники поливного земледелия в ряде случаев требуют обеспечения необходимого водно-воздушного и солевого режимов почвогрунтов в определенные периоды года (вегетационные). И наконец, фактически сезонная работа насосного оборудования, наличие переменного во времени питания грунтовых вод и другие причины обусловливают периодическую работу вертикального дренажа. Все эти особенности работы дренажа могут быть учтены при его расчетах в условиях неустановившегося режима фильтрации. Получаемые в таких расчетах параметры движения подземных вод дают представление об их динамике, наиболее полно соответствующее действительности.

Однако в существующих методах расчета указанные моменты недостаточно учитываются, а имеющиеся руководства и пособия по расчету вертикального дренажа составлены для более простых условий его работы и зачастую неполностью отражают и обобщают современные научные разработки и достижения по этому вопросу.

Предлагаемая работа в какой-то мере восполняет пробел в области фильтрационных расчетов вертикального дренажа. В ней в краткой форме формулируются основные задачи вертикального дренажа, приводятся некоторые положения по обоснованию и выбору фильтрационных схем и исходных параметров. Основная часть монографии посвящена изложению методов расчета вертикальных скважин и их систем, действующих при установившейся и неустановившейся фильтрации применительно к разнообразным гидрогеологическим условиям мелиоративных объектов. Предложенные методы широко иллюстрируются примерами расчетов.

В работе использованы материалы исследований автора и его учеников, а также результаты, полученные отечественными и зарубежными учеными.

Ограниченный объем монографии, к сожалению, не позволил остановиться на теоретических основах приведенных методов расчета, их изложение не выходит за рамки наиболее интересных теоретических исследований возглавляемого автором коллектива.

С учетом практической направленности работы, рассчитанной в основном на инженеров-проектировщиков (мелиораторов, гидрогеологов и гидротехников), большое внимание в ней уделено представлению окончательных результатов в виде, удобном для широкого использования в инженерных расчетах.

Автор признателен И. И. Ляшко и В. М. Шестакову за ряд ценных предложений, Н. Н. Беляшевскому и И. Е. Жернову — за полезные критические замечания, высказанные ими при обсуждении рукописи.

Глава 1

# ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ РАСЧЕТОВ ВЕРТИКАЛЬНОГО ДРЕНАЖА

Как известно, фильтрационные расчеты дренажей для мелиоративного строительства заключаются в нахождении таких параметров, как необходимая глубина понижения грунтовых вод, расстояние между скважинами (дренами), расход и объем дренажного стока. По этим параметрам оценивают эффективность решения поставленной задачи. Однако фильтрационным расчетам дренажа должно предшествовать выяснение ряда важных вопросов, без которых выполнить расчеты невозможно.

Дренаж, в том числе вертикальный, необходимо рассматривать как составную часть комплекса мелиоративных мероприятий по обеспечению оптимальных водно-воздушного и солевого режимов, гарантирующих получение высоких урожаев. Поэтому при проектировании мелиоративных систем должны быть всесторонне проанализированы возможные изменения существующей природной обстановки и на основании этого выявлена необходимость строительства дренажа. При этом по гидрогеологическим особенностям и условиям орошения и работы дренажа мелиоративная территория может быть разбита на отдельные характерные участки. Для каждого из них необходимо определить задачи и тип дренажа, а также его возможные конструктивные схемы и рекомендации по расположению в плане и глубине потока.

После установления необходимости в строительстве дренажа и определения конкретных задач, которые он должен решать на данном участке, составляется расчетная фильтрационная схема на основании анализа существующей мелиоративной обстановки, геологического строения водоносной толщи, возможных конструктивных схем (вариантов) и др.

Надежность фильтрационных расчетов зависит от полноты отражения в исходных данных, полученных при изысканиях, природных почвенно-мелиоративных и гидрогеологических условий и от воплощения их в расчетную фильтрационную схему, для которой теоретически или экспериментально разрабатывается метод расчета. Чем объективнее и полнее в такой схеме будут учтены характерные черты природной мелиоративной обстановки массива

и особенности расположения на нем дренажных устройств, тем с большей достоверностью и убедительностью будут обоснованы параметры дренажа и прогноз режима грунтовых вод на массиве.

Важной исходной характеристикой в расчетах прогноза уровня грунтовых вод на мелиорируемых территориях является их модуль питания. При расчетах мелиоративного дренажа вместо модуля питания обычно оперируют модулем дренажного стока, т. е. величиной, определяющей, с какой интенсивностью необходимо отводить избыток вод различного происхождения с единицы площади орошаемой территории. Это позволяет более равномерно во времени и по площади распределить те лишние поступления грунтовых вод, которые надлежит отвести дренажу, что во многих случаях облегчает составление расчетных методик без заметного снижения их точности. В мелиоративной практике широкое распространение получило определение дренажного модуля на основе метода водного баланса, т. е. на количественном сопоставлении приходных и расходных элементов баланса за определенное время. При исследовании водного баланса орошаемых территорий предложены и используются несколько типов балансовых уравнений, отражающих с разной степенью полноты взаимодействия поверхностных, почвенных (зоны аэрации) и грунтовых вод.

В процессах рассоления почв и поддержания в них благоприятного водно-солевого режима дренажный модуль вычисляется на основе исследования водного и солевого баланса зоны аэрации и грунтовых вод и их взаимосвязи между собой [4, 5, 37, 38, 41, 42, 45, 49, 51, 69, 86, 88].

Расчеты дренажных устройств, основанные на методах водного баланса, имеют ряд существенных недостатков (невысокая точность определения дренажного модуля, возможность установления только средних по массиву характеристик грунтового потока без дифференциации внутри него и др.) и носят весьма приближенный характер. Поэтому в последние годы фильтрационные расчеты различных дренажей базируются на методах подземной гидродинамики (геогидродинамики), основанных на решении уравнений движения грунтовых вод и позволяющих избежать указанных недостатков[1].

Гидродинамические методы дают возможность в самой математической модели фильтрации мелиорируемой территории раздельно учитывать некоторые виды питания и расходования грунтовых вод, а также более строго устанавливать расчетный модуль питания. Этими методами для построенной расчетной схемы области фильтрации можно определить характеристики фильтрацион-

[1] Решение практических задач, связанных с растворением солей, промывкой засоленных почв и опреснением минерализованных подземных вод на фоне дренажей, основывается на методах геохимической гидродинамики, объединяющей процессы фильтрации, диффузии и химической кинетики, и требует совместного рассмотрения уравнений движения грунтовых вод, диффузии и массообмена [6, 26, 72, 126].

ного потока в любой точке области фильтрации и в разное время.

Важной особенностью мелиоративного вертикального дренажа является установление количества скважин и расстояний между ними, а также режимов их работы с целью обеспечения заданной минимальной глубины понижения грунтовых вод в нужные периоды в целом по массиву либо на отдельных участках. Глубина понижения грунтовых вод во многом определяется агробиологическими требованиями сельскохозяйственных культур, а также режимами работы скважин. Поэтому определению этих параметров должно быть уделено серьезное внимание.

## § 1. ЗАДАЧИ ВЕРТИКАЛЬНОГО ДРЕНАЖА И ЕГО ТИПЫ

Основными задачами вертикального дренажа, как, очевидно, и всякого другого, применительно к проблемам мелиоративного улучшения орошаемых земель являются следующие:

обеспечение снижения уровня грунтовых вод на массиве на требуемую глубину и в заданные сроки с возможным одновременным забором пресных напорных грунтовых вод для последующего использования в орошении;

защита орошаемых массивов от подтопления со стороны водоемов и каналов, а также от притока грунтовых вод извне, со стороны других массивов;

обеспечение рассоления почвогрунтов и грунтовых вод в период освоения;

поддержание благоприятного солевого режима по предотвращению вторичного засоления в период эксплуатации.

Нетрудно убедиться, что правильное и окончательное решение этих задач может быть получено в результате выполнения фильтрационных расчетов различных вариантов и типов дренажа с последующим выбором оптимального варианта, который и рекомендуется для строительства.

Для оценки эффективности работы дренажа в двух последних задачах наряду с фильтрационными расчетами необходимо также выполнять расчеты по прогнозу содержания солей в почвогрунтах и грунтовых водах в процессе работы дренажа.

В зависимости от поставленных задач и назначения на орошаемых массивах возможны следующие типы вертикального дренажа: рассолительный — для рассоления в заданные сроки верхнего корнеобитаемого слоя почвы и последующего поддержания в ней благоприятного водно-воздушного и солевого режимов; профилактический — для обеспечения понижения уровня грунтовых вод на необходимую величину и поддержания его на глубине, благоприятной для развития сельскохозяйственных культур и исключающей вторичное засоление почв; оградительный (отсечный) — для защиты орошаемых участков от подтопления и перехвата грун-

товых вод, поступающих извне. При определенных условиях дренаж может выполнить две функции (например, рассолительную и профилактическую, рассолительную и отсечную), а иногда одновременно и все три. Известно, что сначала рассоление, а затем и поддержание благоприятного солевого режима связано не столько с понижением уровня грунтовых вод, сколько с необходимостью обеспечения в верхних слоях нисходящего тока пресных вод, необходимого для растворения солей твердой фазы и вымывания их из верхней толщи грунтов. Для создания такого нисходящего тока и обеспечения отвода грунтовых вод при промывках использование вертикального дренажа является особенно эффективным. Зачастую наиболее целесообразно применение вертикальных скважин при устройстве оградительного дренажа.

Плановое размещение скважин должно осуществляться с учетом почвенно-мелиоративных условий, рационального расположения оросительных и сбросных каналов, удобства их строительства, энергоснабжения и эксплуатации и т. д.

В зависимости от расположения скважин по отношению к дренируемой территории и источникам водного питания вертикальный дренаж подразделяется на систематический, выборочный и линейный.

Систематическим дренажем называется система вертикальных скважин, размещенных более или менее равномерно по всей дренируемой территории. При этом различают расположение скважин по сетке с равномерным и неравномерным шагами.

Выборочный дренаж — локальная система обычно произвольно расположенных скважин на отдельных неблагоприятных участках орошаемой территории.

Линейный оградительный, или отсечный, дренаж устраивается в виде одного или нескольких рядов скважин для перехвата внешнего питания грунтовых вод, при подтоплении со стороны реки, магистрального канала или водохранилища.

Окончательное количество скважин на массиве в указанных схемах вертикального дренажа должно быть установлено в результате расчетов различных вариантов и последующего выбора оптимального варианта, обеспечивающего решение поставленной перед дренажем задачи при заданном расчетном дебите и допустимом понижении динамического уровня в скважинах, т. е. фактически при установленном насосном оборудовании. Количество скважин в первом варианте ориентировочно определяется делением суммарного дебита системы, найденного балансовыми расчетами для рассматриваемого массива, на средний дебит одиночной скважины.

В ряде случаев для получения необходимого эффекта дренирования целесообразна совместная работа различных типов дренажей, расположенных в слоях на разной глубине водоносной толщи, например горизонтального (или вертикального), дренирующего верхний слой, и вертикального, дренирующего нижний слой. Весьма распространен на практике частный случай такого соче-

тания — комбинированный дренаж, когда вертикальные скважины располагаются непосредственно под горизонтальным дренажем, причем излив из скважин происходит в дрену.

Как известно, различают два основных режима работы вертикального дренажа: при постоянном дебите скважин и постоянном понижении (уровне) в скважинах. В мелиоративной практике возможны оба указанных режима, причем в первом при заданном по тем или иным соображениям (расчетам) оптимальном дебите отдельных скважин и принятой их конструкции расчетами проверяются количество скважин, обеспечивающее на массиве и в скважине требуемое понижение уровня грунтовых вод в определенные сроки, размеры скважин (глубины, диаметры), тип водоприемной части (фильтра). Во втором режиме при заданном по техническим условиям откачки из скважин постоянном уровне воды решаются эти же вопросы и, кроме того, определяется дебит скважины в необходимые сроки.

Вертикальный дренаж является одной из важных составных частей расчетной фильтрационной схемы, и поэтому такой вопрос, как выбор и размещение скважин, должен в комплексе с другими вопросами решаться при построении схемы.

## § 2. ПОСТРОЕНИЕ РАСЧЕТНОЙ ФИЛЬТРАЦИОННОЙ СХЕМЫ

Принципы схематизации природных условий и построения расчетных фильтрационных схем довольно подробно разработаны применительно к гидрогеологическим расчетам [17, 34, 77, 80]. При проектировании дренажа мелиоративного назначения этими принципами можно воспользоваться для составления расчетных фильтрационных схем орошаемых массивов. При этом исходят из того, что область фильтрации как в естественных условиях, так и в условиях, возникших после устройства дренажей, представляет собой единую физическую область, внутри которой гидродинамические характеристики (напоры, скорости и расходы грунтовых вод) определяются начальными и граничными условиями. В случае установившейся фильтрации эти условия должны быть выражены заданными значениями напора или расхода на границах области фильтрации, а также на скважинах, расположенных внутри этой области. При неустановившейся фильтрации необходимо знать граничные и начальные условия, выражающие значения напора (уровня) до начала работы дренажа. Характеристика этих условий применительно к различным фильтрационным схемам подробно описана в специальной литературе по теории фильтрации.

В любой расчетной фильтрационной схеме должны быть отражены и в определенной степени учтены основные особенности потоков грунтовых вод (структура и строение потока по глубине, гидравлический характер водоносных горизонтов, их связь с атмосферой

и условия питания в пределах распространения, режим фильтрационных потоков), фильтрационные свойства грунтов, слагающих водоносную толщу, геометрические очертания областей фильтрации и условия их питания через боковые границы. Кроме того, в схеме с дренажем, как указывалось выше, для рассматриваемого расчетного варианта должно быть задано размещение вертикальных скважин в плане и по глубине и принят режим их работы.

Согласно работе [29], при схематизации перечисленных и других факторов природных условий удобно выделять две основные части (или этапа) — гидрогеологическую и фильтрационную (гидродинамическую). В процессе гидрогеологической схематизации создается схема водоносного массива в форме гидрогеологических карт и разрезов. В процессе фильтрационной схематизации рассматриваются основные особенности гидродинамики грунтовых вод в зоне изучаемого массива.

При построении расчетной фильтрационной схемы иногда целесообразно поэтапно рассмотреть две фильтрационные схемы, отличающиеся по масштабности рассматриваемых задач,— сначала предварительную — региональную, а затем основную — локальную, которая, собственно, и принимается в качестве расчетной фильтрационной схемы [29]. Региональной фильтрационной схемой охватывается область формирования грунтовых вод в пределах зоны орошаемого массива, достаточная для обоснования гидродинамических границ, характера питания и разгрузки грунтовых вод. В локальной фильтрационной схеме, которая является составной частью (фрагментом) региональной схемы, более тщательно рассматривается область фильтрационного потока в зоне расположения и влияния отдельных оросительных каналов и дренажных устройств с учетом региональных закономерностей формирования подземных вод. В этой схеме, состоящей из одного или нескольких фрагментов, удобных для расчетов, большое внимание уделяется анализу вертикальной неоднородности потока, обоснованию гидродинамических характеристик грунтов и водоносных горизонтов, уточнению модуля инфильтрационного питания и условий на границах области фильтрации или отдельных ее фрагментов, выбору типа дренажных устройств. Ниже в краткой форме освещаются основные положения и составные части расчетной фильтрационной схемы. Более подробное их изложение применительно к фильтрационным расчетам вертикального дренажа различного назначения приведено в специальной литературе [5, 37, 50, 51, 69, 77, 86, 89, 97].

Прежде всего должны быть установлены геометрические очертания области фильтрации и выяснены условия питания грунтовых вод на массиве.

1. Область фильтрации имеет значительные размеры, причем различные водоемы и крупные постоянно действующие каналы удалены на большие расстояния от основных участков области, где происходит существенное изменение режима грунтовых вод.

В этом случае область фильтрации безгранична, питание грунтовых вод в ней может происходить за счет поверхностного и глубинного притоков. Приток грунтовых вод извне незначителен, и его влиянием можно пренебречь.

2. Область фильтрации ограничена с одной, двух или даже с четырех сторон границами в виде водоемов (каналов), линий контакта хорошо проницаемых пород с менее проницаемыми породами, принимаемыми за непроницаемые границы, тектонических нарушений, где происходит интенсивное питание или разгрузка грунтовых вод, или условными границами, через которые происходит поступление грунтовых вод со стороны. В этом случае, кроме указанных выше видов питания, следует учесть боковые притоки. Здесь выделяются:

а) полуограниченная область фильтрации с одной прямолинейной границей;

б) полосообразная область фильтрации с двумя параллельными границами, уходящими на большие расстояния;

в) «пласты-углы» с пересекающимися прямолинейными границами, уходящими на большие расстояния;

г) круговая и прямоугольная области фильтрации с замкнутыми границами.

К указанным областям схематически могут быть отнесены области фильтрации с границами, имеющими сложные геометрические очертания.

Установив границы области фильтрации и условия питания грунтовых вод в ней, можно предварительно наметить плановое размещение вертикальных скважин на массиве.

Последующим этапом является установление мощности водоносной толщи, ее геологического строения и изучение фильтрационных свойств грунтов, слагающих эту толщу. Под мощностью водоносной толщи понимают глубину активной зоны грунтового потока, в пределах которой возможно влияние работы дренажа. Верхней границей водоносной толщи обычно бывает свободная поверхность грунтовых вод, а нижней — водоупор или кровля обильного напорного горизонта, в котором величина напора в процессе работы дренажа не будет изменяться. В реальных условиях за нижнюю границу расчетной толщи принимается кровля раздельного слоя широкого развития с коэффициентом фильтрации, значительно меньшим (в 100 и более раз), чем у залегающего на нем водоносного горизонта. Такая граница будет линией водоупора. Следует иметь в виду, что установление границы водоупора по соотношениям коэффициентов фильтрации или водопроводимостей часто бывает недостаточным, и тогда привлекаются различные критерии перетекания [34, 69]. В частности, согласно работе [50], в качестве водоупора может быть принята кровля такого слоя, через который поступает в рассматриваемую водоносную толщу не более 5—10% общего расхода воды. В случае, когда в качестве нижней границы принята кровля обильного напорного

горизонта, такая граница будет линией равного напора. С увеличением глубины потока требования к установлению нижней границы водоносной толщи понижаются, так как действие дренажа уменьшается. Поэтому в случае многослойной толщи должно быть оценено влияние нижних слоев и необходимость их учета.

После установления нижней границы водоносной толщи окончательно формируется ее строение по глубине. Водоносная толща по геологическому строению зачастую неоднородна и может быть приведена к слоистой структуре — однородной, двух-, трех- и многослойной. Наиболее характерными являются двухслойная толща, в которой верхний слой слабопроницаемый (супесь, суглинок), а нижний — хорошо проницаемый, состоящий из песчано-гравелистых грунтов, трещиноватых известняков и песчаников, и трехслойная толща со слабопроницаемым (глинистым) раздельным слоем небольшой мощности.

Слоистые водоносные толщи, в которых хорошо проницаемые слои чередуются со слабопроницаемыми, согласно работам [29, 80], целесообразно классифицировать следующими основными типами фильтрационных систем: I — однопластовая — один водоносный пласт (однородного или двухслойного строения); II — двухпластовая — два водоносных пласта (однородного или слоистого строения), разделенных слабопроницаемым слоем; III — беспластовая, представленная переслаиванием слабопроницаемых пород; IV — водоупорная система, для которой характерно преобладающее развитие в разрезе водоупорных пород.

При определенных условиях слоистое сложение водоносной толщи с небольшим различием коэффициентов фильтрации отдельных слоев может быть заменено однородным с постоянной проводимостью, равной суммарной проводимости всех слоев водоносной толщи. Это позволяет многослойную толщу часто рассматривать как двухпластовую систему (трехслойный грунт), состоящую из верхнего горизонта и объединенных в один нижних слоев [110]. Особого подхода и анализа при схематизации требуют водоносные толщи с весьма сложным и неупорядоченным строением [104]. В пределах выбранной водоносной толщи должны быть изучены фильтрационные свойства грунтов (коэффициенты фильтрации слоев, водоотдача или недостаток насыщения, степень засоленности грунтов) и другие характеристики.

В следующей стадии схематизации устанавливается гидравлический характер горизонтов водоносной толщи, уточняются условия и величины питания водоносных горизонтов. В условиях мелиоративных систем обычно водоносные горизонты подразделяются на безнапорные грунтовые воды со свободной поверхностью в верхних слоях, связанные с атмосферой, и напорные воды в нижних слоях, изолированные от атмосферы. В напорных горизонтах режим фильтрации определяется упругими деформациями воды и породы и соответственно называется упругим режимом.

Далее изучается режим грунтовых вод на массиве в естествен-

ной обстановке и его возможные изменения в процессе работы вертикального дренажа. Основными видами питания грунтовых вод в условиях орошения являются сосредоточенное, инфильтрационное (площадное) и глубинное. Сосредоточенное питание формируется за счет фильтрации из крупных оросительных каналов чаще всего постоянного действия, рек, водоемов и притока с прилегающих территорий, границы которых обычно принимаются в качестве границ областей фильтрации. Этот вид питания может быть достаточно точно учтен в расчетной фильтрационной схеме, для которой разрабатывается гидродинамический метод, заданием сформулированных различным образом для совершенных и несовершенных каналов и водоемов граничных условий. Особенно это касается малых орошаемых массивов с небольшим количеством расположенных на них скважин, когда расчетная схема систематического вертикального дренажа не может быть реализована. В этом случае в расчетах обязательно должен быть учтен боковой приток вдоль границ массива, заданный тем или иным образом (например, на основании рассмотрения региональной схемы). Инфильтрационное питание формируется за счет поливов, атмосферных осадков и фильтрации из мелкой оросительной сети периодического действия.

Обычно в пределах расчетной области фильтрации инфильтрационное питание распределяется равномерно по площади с заданным модулем $q$ (в литрах на секунду) с 1 га или интенсивностью $\varepsilon$ (в метрах на сутки) и действует во времени постоянно или периодически. При разработке методов расчета этот вид питания учитывается в исходных уравнениях или граничных условиях. Некоторые предложения по установлению количественных показателей инфильтрационного питания $q$ и $\varepsilon$ рассмотрены в работе [69], о чем подробно сказано ниже, в § 3.

Глубинное питание осуществляется из нижележащих горизонтов с напором, превышающим или совпадающим с уровнем грунтовых вод в верхних слоях. Поэтому при понижении поверхности грунтовых вод в верхних слоях возникает переток из нижележащего горизонта через раздельные слои. Вопросы вертикального перетока между отдельными горизонтами достаточно хорошо освещены в специальной литературе в условиях как дренированных, так и недренированных водоносных горизонтов. Простейшая оценка вертикального перетока между горизонтами может быть выполнена на основе данных наблюдений за напорами (уровнями) в соседних горизонтах. При этом

$$\varepsilon_{\text{п}} = k_0 \frac{H - h}{m_0}, \tag{1.1}$$

где $\varepsilon_{\text{п}}$ — интенсивность перетока (притока или оттока), м/сутки; $H$ и $h$ — напоры (уровни) в соседних горизонтах, $m_0$ и $k_0$ — соответственно мощность и коэффициент фильтрации раздельного слоя. При разработке методов расчета вертикального дренажа в

слоистых водоносных толщах переток между отдельными слоями весьма строго учтен в самих решениях.

Важным моментом в построении фильтрационной схемы является схематизация (упрощение) структуры грунтового потока. При дренировании потоков большой протяженности реальный пространственный (трехмерный) грунтовой поток почти всегда можно заменить двумерным (плановым), а во многих случаях и одномерным (так называемым планово-радиальным). На участках вдали от скважин такая замена допустима в связи с тем, что плановые размеры потока значительно превышают размеры по глубине и движение потока фактически осуществляется в направлении к скважинам. На участках, непосредственно примыкающих к скважинам, при помощи метода фильтрационных сопротивлений в общем случае трехмерный (пространственный) поток приводится к двумерному (плановому) и двумерный, в разрезе осесимметричный, поток с координатами $r$ и $z$ — к одномерному (плоско-радиальному) с координатой $r$.

Как уже указывалось выше, одной из важных составных частей фильтрационной схемы является вертикальный дренаж. В связи с этим в фильтрационной схеме должен быть решен круг вопросов, непосредственно касающихся проектирования вертикального дренажа, а именно: намечено количество скважин и осуществлено их плановое размещение, обоснована конструкция водоприемной части и ее расположение в пределах водоносной толщи, в соответствии с назначением установлен режим и расчетные периоды работы вертикального дренажа. В результате фильтрационных расчетов определяется эффективность выбранной схемы дренажа в решении основной, а также возможных дополнительных функций. Путем сопоставления мелиоративного эффекта различных вариантов с учетом технико-экономических показателей выбирается оптимальный вариант вертикального дренажа.

## § 3. ВЫБОР ИСХОДНЫХ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ВЕРТИКАЛЬНОГО ДРЕНАЖА

Точность фильтрационных расчетов во многом зависит от точности определения таких исходных гидрогеологических параметров, как коэффициент фильтрации слоев водоносной толщи $k$ (или проводимости слоев $T$, являющейся произведением коэффициента фильтрации $k$ на мощность слоя $m$, т. е. $T = km$); коэффициент водоотдачи (недостатка насыщения) $\mu$ слоя почвогрунтов, в пределах которого происходят колебания поверхности грунтовых вод; коэффициент $\mu_y$ так называемой упругой водоотдачи, определяемой упругими свойствами пород и воды в напорных водоносных горизонтах, а также модуль дренажного стока $q$ (интенсивность инфильтрационного питания $\varepsilon$) и характеристика испарения. В расчетах расслоения почв и миграции солей, как известно, важными исходными характеристиками являются коэффициен-

ты диффузии, растворимости и сорбции. Поэтому в настоящем параграфе изложены некоторые сведения по нахождению указанных параметров и расчету дренажа мелиоративного назначения, заимствованные из специальной литературы по фильтрационным расчетам и дренажу. Учитывая практическую направленность работы, нам представляется, что эти сведения, не претендующие на полноту изложений, окажутся полезными в расчетах.

Таблица 1

| Грунт | $k$, м/сутки |
|---|---|
| Глины, плотные мергели | $<0{,}01$ |
| Глинистые грунты, суглинки | 0,01—0,1 |
| Супеси, пылеватые пески | 0,1 —1 |
| Мелкозернистые пески | 1,0 —5 |
| Среднезернистые и гравелистые пески | 5—25 |
| Галечно-гравелистые отложения, закарстованные известняки и трещиноватые породы | 50 и более |

Основным способом определения коэффициента фильтрации являются гидрогеологические изыскания в натурных условиях (откачка, налив, нагнетание). Методика и техника проведения таких изысканий изложена в ряде работ и руководств [9, 12, 18, 20, 22, 40, 42, 45, 50, 76, 77]. При проектировании опытно-фильтрационных работ необходимо предусмотреть повторность их проведения, чтобы исключить элементы случайности, связанные с неоднородностью изучаемых горных пород. Менее совершенным способом определения коэффициента фильтрации являются лабораторный метод и особенно метод определения по различным эмпирическим зависимостям, приведенным в работе [91]. Зачастую при обработке данных различных откачек удобно оперировать проводимостью водоносной толщи $T$. Ориентировочно отдельные грунты могут характеризоваться значениями коэффициентов фильтрации, приведенными в табл. 1.

Другим важным параметром, необходимым для расчета неустановившейся фильтрации, является коэффициент гравитационной емкости грунта $\mu$, который представляет собой изменение количества воды в порах при колебаниях свободной поверхности, отнесенное к объему грунта в пределах зоны колебания уровня воды. При повышении свободной поверхности потока значения $\mu$ характеризуют недостаток насыщения $\mu_н$ (свободную порозность) грунта, расположенного выше кривой депрессии, а при понижении уровня — водоотдачу $\mu_в$, т. е. способность грунта отдавать воду под действием сил тяжести, в связи с чем коэффициент $\mu_в$ еще называют коэффициентом гравитационной водоотдачи.

Согласно работам [34, 54, 77, 106], для величин $\mu_в$ и $\mu_н$ справедливы следующие формулы:

$$\mu_н = \omega_п - \omega_{сг} - \omega_{св}; \quad \mu_в = \omega_п - \omega_с, \tag{1.2}$$

где $\omega_п$ — влажность грунта в насыщенном водой состоянии (под свободной поверхностью), которая равна активной пористости за вычетом объемного содержания защемленного воздуха; $\omega_{ст}$ — влажность стыковой воды (в углах пор), $\omega_{св}$ — объемное содержание связанной воды (обычно максимальная молекулярная влагоемкость), $\omega_г$ — влажность грунта в воздушно-сухом состоянии (над свободной поверхностью). Физическое представление об этих величинах и некоторые приемы их определения, в частности в условиях мелиоративного строительства, дано в работах [3, 5, 9, 45, 49, 54, 55, 57, 60, 76, 87, 106, 119, 120]. Величины $\mu_в$ и $\mu_н$ нельзя рассматривать как постоянные характеристики, ибо они зависят не только от структуры грунта, но и от глубины залегания поверхности грунтовых вод и, в меньшей степени, от скорости опускания уровня, от которых, как известно, зависит формирование капиллярной зоны и соответственно эпюры влажности в ее пределах [55, 57, 106]. Согласно формулам (1.2) величина $\mu_п$ в условиях подъема грунтовых вод по физическому смыслу и численному значению в какой-то мере отличается от величины $\mu_в$ в условиях спада грунтовых вод. Ввиду еще недостаточной изученности этого вопроса и учитывая приближенный характер определения, в дальнейшем под величиной $\mu$ будем понимать как водоотдачу, так и недостаток насыщения, тем более что при медленных колебаниях уровня грунтовых вод и залегании их на глубинах, превышающих мощность капиллярной каймы, водоотдача и недостаток насыщения в основном одинаковы [45].

Ориентировочно оценить величину $\mu$ можно по данным, приведенным в работах [54, 119]; для песчаных почв, у которых $d_{50} = 0{,}1$; 0,2 и 0,5 мм, $\mu = 0{,}18$; 0,25 и 0,28; для супесчаных $\mu = 0{,}05 - 0{,}15$; для суглинистых $\mu = 0{,}01 - 0{,}10$. Для определения $\mu$ в зависимости от $k$ приведем следующие формулы. Для песчаных грунтов П. А. Бецинский [54] рекомендует эмпирическую формулу

$$\mu = 0{,}117 \sqrt[7]{k} \tag{1.3}$$

(здесь $k$ измеряется в метрах в сутки); по данным, приведенным в работах [31, 60], этой формулой можно пользоваться при $\mu > 0{,}15$. Для любых грунтов, по К. П. Лундину [46],

$$\mu = 0{,}13 + 0{,}07 \lg k, \tag{1.4}$$

а по Л. Дамлу и Р. Винтеру [49],

$$\mu = 0{,}1254 + 0{,}1152 \lg k. \tag{1.5}$$

Однако свободная пористость грунта может быть принята в какой-то мере постоянной лишь при колебании горизонтов грунтовых вод на глубинах от поверхности земли, превышающих высоту капиллярного поднятия. Обычно в условиях дренажа поверхность грунтовых вод колеблется на небольших глубинах от поверхности земли (в зоне капиллярного поднятия), и величина $\mu$

является переменной и зависит от глубины залегания грунтовых вод, или — точнее — запасов влаги в капиллярной кайме и ее положения [45]. Однако учесть переменный характер величины $\mu$ в практических расчетах по разным причинам весьма сложно, и поэтому обычно оперируют коэффициентом средней (суммарной) водоотдачи в зоне изменения уровня. При этом для приближенных расчетов величину $\mu$ ряд авторов предлагают вычислять следующим образом. С. Ф. Аверьянов [3] при $Y_{ср} \leqslant H_к$:

$$\mu = \omega_п \left\{1 - \sqrt{1 - \frac{Y_{ср}}{H_к}\left[1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_п}\right)^2\right]}\right\}, \qquad (1.6)$$

где $Y_{ср} = Y_1 + Y_2$, $Y_1 - Y_2$ — подъем поверхности грунтовых вод, $H_к$ — максимальная высота капиллярного поднятия, $\omega_0$ — минимальная влагоемкость грунта.

Б. С. Маслов [49]:

$$\mu = \frac{(w_п - w_с)\,h + (w_п - w_0)\,(h - H_к)}{h}, \qquad (1.7)$$

где $h$ — глубина понижения уровня грунтовых вод от поверхности земли ($h > H_к$), $w_с$ — капиллярная влагоемкость грунта.

Г. Д. Эркин для минеральных грунтов [117]:

$$\mu = 16{,}5\sqrt{k}\sqrt{h}, \qquad (1.8)$$

где $k$ — коэффициент фильтрации, м/сек, $h$ — глубина залегания поверхности грунтовых вод, м.

А. И. Ивицкий для торфяных грунтов [36]:

$$\mu = 8{,}2\sqrt[8]{k^3}\sqrt{h^3} \qquad (1.9)$$

(обозначения прежние).

В. П. Насиковский и В. Я. Шаприн [57]:

$$\mu = \gamma\sqrt{h} \qquad (1.10)$$

при понижении уровня от поверхности земли ($h = 0$) до глубины $h \approx H_к$;

$$\mu = \frac{\gamma\,(h_к\sqrt{h_к} - h_н\sqrt{h_н})}{h_к - h_н} \qquad (1.11)$$

при понижении уровня от начальной глубины $h_н \neq 0$ до конечной $h_к \leqslant H_к$. Здесь $\gamma = 0{,}67\,\frac{1}{\sqrt{H_к}}\,(w_п - w_0)$. Приближенно для разных грунтов значения $\gamma$ приведены в табл. 2.

Следует отметить, что все приведенные формулы не учитывают расходования влаги из грунта зоны аэрации на испарение и транспирацию растениями в период понижения поверхности грунтовых вод до глубины $h < H_к$. Поэтому в работе [45] в качестве наиболее надежного метода предлагается определять коэффициент и

посредством сравнения эпюр влажности в нижней части зоны аэрации.

В результате лабораторных и полевых исследований коэффициента μ в среднесуглинистых грунтах установлено [57], что для всей глубины изменения уровня в зоне капиллярной каймы μ можно принимать постоянным (μ = 0,085) и не зависящим от скорости снижения уровня при $v \leqslant 1{,}0$ м/сутки; согласно данным работы [55], μ = const для мелкозернистого песка при снижении уровня воды примерно на 0,4 м вне зависимости от скорости снижения.

Таблица 2

| Почвогрунт | γ, $м^{-1/2}$ |
|---|---|
| Суглинок | |
| тяжелый | 0,06—0,07 |
| средний и легкий | 0,07—0,09 |
| Супесь | 0,09—0,12 |
| Песчаный грунт | 0,12—0,16 |
| Песок мелкозернистый | 0,16—0,25 |

Ориентировочные значения максимальной высоты капиллярного подъема для некоторых грунтов приведены в табл. 3.

Из сопоставления расчетов осушительного дренажа в зонах с избыточным увлажнением и различными водоотдачами (переменной $\mu = f(h)$, суммарной (средней) μ и максимальной $\mu = w_п - w_0$), приведенных в работе [93], следует, что в рассмотренных условиях использование в расчетах максимальной водоотдачи неприемлемо и практически можно использовать значение суммарной (средней) водоотдачи.

Таблица 3

| Почвогрунт | $H_к$, м |
|---|---|
| Суглинок | |
| тяжелый | 2 |
| легкий | 1,6—2,0 |
| Супесь | |
| тяжелая | 1,0—1,5 |
| легкая | 0,7—1,0 |
| Песок | |
| мелкозернистый глинистый | 0,5—0,7 |
| мелкозернистый чистый | 0,3—0,5 |
| среднезернистый | 0,15—0,20 |
| крупнозернистый | 0,10 |

По данным режимных наблюдений и опытных откачек в безнапорных потоках при неустановившемся режиме фильтрации обычно определялся так называемый коэффициент уровнепроводности [9, 12, 20, 22, 40, 54, 76, 77, 91, 106, 113]

$$a = \frac{T}{\mu}, \qquad (1.12)$$

величиной которого можно пользоваться в расчетах неустановившейся фильтрации; при этом нет необходимости прибегать к раздельному определению величин $k$ и μ. Из формулы (1.12) при известной проводимости $T$ водоносного пласта и найденном каким-либо способом параметре $a$ можно также определить величину μ. Заметим, что метод нахождения величины μ по опытным откачкам по сравнению с лабораторными определениями на образцах яв-

ляется более надежным. Однако при этом нужно иметь в виду, что наиболее достоверные значения μ, соответствующие действительным условиям сравнительно длительной работы вертикального дренажа на орошаемых землях, могут быть получены при продолжительных (не менее 10—15 суток) откачках с наступлением так называемого гравитационного периода, характеризующегося стабилизацией гравитационной водоотдачи [55, 76, 120]. Значения μ, полученные в условиях непродолжительных откачек, как правило, занижены и поэтому не всегда могут быть использованы при обосновании расчетов дренажа на всех этапах его действия. В связи с этим заслуживает внимания определение коэффициента μ по данным натурных исследований фильтрации на стационарно действующих опытных участках дренажа, о чем подробнее сказано ниже.

Более приемлемым и в определенной степени исключающим отмеченные выше недостатки является способ определения коэффициента μ по данным наблюдений за снижением уровня свободной поверхности [9, 76, 119]:

$$\mu = \frac{k\Delta S}{v\Delta z}, \tag{1.13}$$

где $\Delta S$ — разность понижений уровней в наблюдательных скважинах-дублерах, $\Delta z$ — разность их заглублений (между серединами фильтров), $v$ — скорость снижения уровня свободной поверхности, фиксируемая по верхней скважине.

В напорных горизонтах, согласно исследованиям [115, 116, 132], неустановившийся режим фильтрации определяется упругими свойствами грунта и воды и характеризуется коэффициентом упругой водоотдачи пласта $\mu_y$, определяемым по формуле

$$\mu_y = m\eta, \quad \eta = \frac{\gamma_в}{1+\varepsilon}\left(\frac{\varepsilon}{E} + a_c\right), \tag{1.14}$$

где $m$ — мощность пласта, $\eta$ — коэффициент упругоемкости породы, $\gamma_в$ — объемный вес воды, $\gamma_в = 1$ Г/см$^3$ $= 1$Т/м$^3$, $\varepsilon$ — коэффициент пористости грунта $\left(\varepsilon = \frac{n}{1-n}\right)$, $E$ — модуль упругости воды ($E = 2 \cdot 10^4$ кГ/см$^2$), $a_c$ — коэффициент сжимаемости (уплотнения) грунта.

В общем случае для слоистого напорного пласта величина $\mu_y$ суммируется из значений, определенных для каждого слоя в отдельности.

Коэффициенты $\varepsilon$ и $a_c$ определяются лабораторным путем на образцах грунтов, причем для нахождения $a_c$ должна быть известна компрессионная кривая грунта. По сжимаемости грунты могут быть разделены на три основные группы [18, 69]: малосжимаемые (пески различного состава), $a_c \leqslant 0{,}001$ см$^2$/кг; среднесжимаемые

(супеси, суглинки), $a_c = 0{,}01$ см²/кг; чрезмерно сжимаемые (некоторые глины), $a_c \geqslant 0{,}1$ см²/кг.

Ориентировочные значения коэффициента $\eta$ для различных грунтов и пород следующие [54]: $(0{,}02 \div 1{,}7)\,10^{-5}$ для скальных пород; $(0{,}5 \div 5)\,10^{-4}$ для песчаных и гравелистых; $10^{-4}$ —$10^{-3}$ для супесчаных и суглинистых.

Таблица 4

| Грунты и породы | Безнапорные пласты со свободной поверхностью | | Напорные пласты | |
|---|---|---|---|---|
| | $T$ | $a$ | $T$ | $a_y$ |
| Глинистый (суглинок) | 0,2—10 | 4—200 | 0,1—10 | 20—800 |
| Пески | | | | |
| пылеватый, супесь | 2—20 | 20—200 | 2—20 | 100—1000 |
| мелкий | 20—100 | $(0{,}2 \div 1)\,10^3$ | 20—100 | $(0{,}25 \div 1{,}25)\,10^4$ |
| среднезернистый гравелистый | 100—600 | $(0{,}5 \div 3)\,10^3$ | 100—600 | $(0{,}15 \div 1)\,10^5$ |
| Галечно-гравелистые отложения | 2000—4000 | $(1 \div 2)\,10^4$ | 2000—4000 | $(0{,}5 \div 1)\,10^6$ |
| Известняки ($n = 0{,}1$) | 400—1000 | $(0{,}4 \div 1)\,10^4$ | 400—1000 | $(3 \div 8)\,10^7$ |
| Песчаники ($n = 0{,}05$) | 200—400 | $(0{,}4 \div 1)\,10^4$ | 200—400 | $(2{,}5 \div 5)\,10^7$ |
| Изверженные породы ($n = 0{,}01$) | 20—100 | $(0{,}2 \div 1)\,10^4$ | 20—100 | $(0{,}8 \div 4)\,10^7$ |

Из изложенного нетрудно убедиться, что $\mu \gg \mu_y$. Как и в предыдущем случае, в условиях упругого режима фильтрации на основе данных опытных откачек находится так называемый коэффициент пьезопроводности

$$a_y = \frac{T}{\mu_y} = \frac{k(1 \div \varepsilon)}{\gamma_в \left(a_c + \dfrac{\varepsilon}{E}\right)}. \qquad (1.15)$$

Отсюда легко найти $\mu_y$. Этот способ определения величины $\mu_y$ в однородном и слоистых пластах [20, 22, 76, 77] наиболее надежен. Ориентировочные значения проводимости $T$ и коэффициентов $a$ и $a_y$ для различных типов грунтов и пород при средней мощности пласта $m = h_{ср} = 20$ м приведены в табл. 4 [87].

Таким образом, значения коэффициента $a$ для безнапорных потоков изменяются от $10^2$ до $10^4$, а коэффициента $a_y$ в напорных потоках — от $10^3$ до $10^7$ м²/сутки. В натурных условиях эти изменения могут происходить в несколько более широком диапазоне.

Как указывалось выше, при расчетах мелиоративного дренажа важной исходной характеристикой является величина инфильтрационного питания грунтовых вод, которое формируется за счет поливов, атмосферных осадков и фильтрации из мелкой оросительной сети периодического действия.

Степень влияния инфильтрационного питания на уровень грунтовых вод зависит от ее интенсивности, продолжительности действия и размеров поливаемой площади. В фильтрационных расчетах обычно оперируют интенсивностью инфильтрации ε, под которой понимается расход воды, поступающей на единицу площади свободной поверхности потока. Интенсивность ε, м/сутки, связана с модулем дренажного стока $q$, *л/с* с 1 га, зависимостью

$$\varepsilon = \frac{q}{116}. \tag{1.16}$$

Фактически величина ε выражается следующим образом:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{инф}} - \varepsilon_{\text{исп}}, \tag{1.17}$$

где $\varepsilon_{\text{инф}}$ — интенсивность суммарного инфильтрационного питания, $\varepsilon_{\text{исп}}$ — интенсивность суммарного испарения с поверхности грунтовых вод (испарение плюс транспирация). На величину ε влияет ряд факторов мелиоративной обстановки, но в общем она изменяется в зависимости от глубины залегания уровня грунтовых вод $h$ по площади массива $(x, y)$ и времени $t$. Зависимость $\varepsilon \approx f(h)$ особенно проявляется при близком расположении грунтовых вод к поверхности земли, когда существенную роль в определении фактического питания играет испарение с поверхности грунтовых вод. В этих случаях в расчетах, по-видимому, целесообразно рассматривать отдельно питание и испарение согласно формуле (1.17), принимая величину $\varepsilon_{\text{инф}}$ в первом приближении не зависящей от $h$ и учитывая по имеющимся рекомендациям характер зависимости $\varepsilon_{\text{исп}} = f(h)$. Однако при небольших колебаниях уровня грунтовых вод в пределах заданных понижений величину ε можно принимать не зависящей от глубины $h$.

Определение интенсивности ε для каждого массива сопряжено с существенными трудностями. Зачастую необходимы специальные натурные исследования. На незасоленных и слабозасоленных землях, на которых не предусматривается промывной режим орошения, естественно, этот вид питания является нежелательным, и должны быть приняты конкретные меры, направленные на его всемерное сокращение. В качестве таких мер рекомендуется устройство сбросной сети для отвода поверхностных вод ирригационных сбросов и атмосферных осадков, противофильтрационных одежд на оросительных каналах и закрытой оросительной сети, а также применение прогрессивных методов полива дождеванием.

Интенсивность инфильтрационного питания может быть установлена экспериментальным путем при помощи лизиметров — испарителей с использованием, например, следующего балансового уравнения [39]:

$$E = A + M + u - I \pm \Delta W, \tag{1.18}$$

где $E$ — суммарное испарение и транспирация, мм, $A$ — атмосферные осадки, мм, $M$ — оросительные воды, мм, $u$ — расход грун-

товых вод на испарение и транспирацию, мм, $I$ — инфильтрация осадков и оросительной воды до уровня грунтовых вод, мм, $\Delta W$ — изменения влагозапасов в зоне аэрации, мм.

При обосновании постановки лизиметрических исследований в зоне аэрации необходимо иметь в виду, что с глубиной составляющая $u$ резко уменьшается. Поэтому установка лизиметров на больших глубинах, где $u \approx 0$ и составляющая $I$ менее подвержена особым изменениям, вряд ли целесообразна. На точность данных лизиметрических исследований существенно влияют различные факторы природной обстановки, которые обусловливают значительную изменчивость абсолютной величины инфильтрации во времени и по площади. Узким местом лизиметрических исследований является то, что фактически определить исходные параметры можно лишь в отдельных точках.

Инфильтрационное питание грунтовых вод может быть также оценено путем исследования процессов влагопереноса в зоне аэрации. При этом могут быть использованы как теоретические, так и различные экспериментальные методы по изучению распределения влажности в зоне аэрации. Методика таких исследований изложена в работах [79, 81, 103].

Весьма надежно величину инфильтрационного питания можно оценить по результатам натурных исследований фильтрации на опытных участках дренажа. В последнее время с целью получения более достоверной исходной информации, накопления и обобщения опыта проектирования, строительства и эксплуатации различных типов дренажа в сложных гидрогеологических условиях на орошаемых массивах юга Украины широко практикуется строительство опытных участков дренажа. На таких участках организуется комплекс режимных наблюдений за динамикой грунтовых вод, миграцией солей в грунтах, водоподачей, модулем дренажного стока и т. д. Точность определения гидрогеологических параметров и элементов баланса грунтовых вод во многом зависит от хорошей организации и качества проведения наблюдений, внимательной интерпретации полученных данных и использования при их обработке совершенных методик, основанных на гидродинамических расчетах.

Как и гидрогеологические параметры, о чем упоминалось ранее, интенсивность инфильтрационного питания целесообразно определять аналитическими методами, численными расчетами на ЭВМ или моделированием путем решения так называемых обратных задач по данным режимных наблюдений. В этом случае степень достоверности получаемых результатов всецело зависит от правильного выбора типовых по гидродинамическим условиям участков орошаемой территории для построения расчетной фильтрационной схемы, хорошей организации сети режимных наблюдений на этих участках и удачного применения метода решения обратной задачи стационарной и нестационарной фильтрации. Для оценки величины инфильтрационного питания по результатам ре-

шения обратных задач часто можно применять более упрощенную расчетную схему. Посредством моделирования или численными расчетами на ЭВМ обратная задача решается методом подбора силы тока, моделирующей питание, до совпадения получаемых на модели уровней с фактически наблюдавшимися. Использование расчетных зависимостей позволяет непосредственно по наблюдавшимся понижениям установить величину питания ε при известных других гидрогеологических параметрах. В частности, таким образом была уточнена величина инфильтрационного питания на некоторых участках орошения Краснознаменской оросительной системы.

В отдельных случаях для определения ε, а также других гидрогеологических параметров по данным режимных наблюдений целесообразно использовать балансовые расчеты, методика которых для различных грунтов подробно освещена в работах [41, 42, 45, 52] и др.

Приближенно оценить величину инфильтрационного питания орошаемого массива можно также на основании использования гидрогеолого-инженерных аналогов, т. е. путем перенесения результатов изучения параметров потока на действующей дренажной системе на условия, близкие к условиям рассматриваемого массива. Естественно, эффективность такого перенесения будет зависеть от того, насколько действующий аналог по гидродинамическим условиям соответствует намечаемому к строительству. Некоторые предложения по этому вопросу изложены в работе [52].

На основании анализа данных наблюдений и исследований для орошаемых массивов юга УССР среднегодовой дренажный сток, видимо, можно характеризовать следующими значениями модуля $q$: без промывок 0,05—0,1, при промывках 0,1—0,15 л/с с 1 га.

Для характерных периодов года дренажный модуль ориентировочно имеет следующие значения: 0,1—0,15 для весеннего (1.III—1.V); 0,05—0,1 для вегетационного (1.V—1.X); 0,03—0,06 для осенне-зимнего без промывок (1.X—1.III) и 0,15—0,25 для осенне-зимнего с промывкой (1.X—1.III)

При пользовании методами расчета установившегося притока к скважинам в качестве расчетного модуля рекомендуется принимать его среднее значение за вегетационный период. Расчет дренажа в условиях неустановившейся фильтрации должен выполняться с учетом изменения модуля питания по сезонам года. Расчетная величина модуля дренажного стока в пределах одного и того же орошаемого массива, как правило,—величина переменная. Поэтому наряду с районированием орошаемой территории по признаку схематизированных гидрогеологических условий целесообразно выполнить ее районирование и по величине расчетного модуля дренажного стока.

При расчетах дренажа мелиоративного назначения, как указывалось выше, серьезного внимания заслуживает обоснование необходимой глубины понижения уровня грунтовых вод в отдельные периоды времени в целом по массиву или в пределах отдельных

участков. От этой величины во многом зависит размещение и количество скважин и режим их эксплуатации. Однако до сих пор на этот счет нет достаточно четких и ясных рекомендаций. Некоторые предложения по определению этой величины содержатся в работах [3, 38, 69]. Например, на незасоленных орошаемых землях при минерализации грунтовых вод менее 3 г/л, исходя из необходимого для нормального развития растений режима влажности корнеобитаемой зоны и из требований, предъявляемых к сельскохозяйственным работам, минимальную глубину залегания грунтовых вод не следует принимать менее 1,0—1,2 м в течение всего оросительного сезона. Более принципиальным должен быть подход при установлении предельно допустимого подъема поверхности грунтовых вод при их высокой минерализации. Нужно также иметь в виду, что в условиях вертикального дренажа при обеспечении в целом по массиву необходимого понижения уровня на небольших круговых площадках, непосредственно примыкающих к скважинам, снижение уровня гораздо больше допустимого, что приводит к некоторому пересыханию здесь почвы. Соответствующей организацией режима эксплуатации скважин и орошения это нежелательное явление можно свести к минимуму.

В заключение отметим, что количественно выразить в расчетной схеме с необходимой точностью ту или иную исходную характеристику, полученную, например, по данным изысканий в виде некоторого диапазона ее значений, не всегда возможно. Когда это трудно, следует рассмотреть предельные значения и оценить посредством расчетов нескольких вариантов удельный вес их влияния на полученные результаты. В ряде случаев такой подход позволит обойтись без дополнительных полевых изысканий для уточнения этой величины. Необходимо также обратить внимание на постановку и обоснование необходимого объема опытно-фильтрационных и других работ по организации и проведению изысканий.

Глава 2

# МЕТОДЫ РАСЧЕТА ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИМ НЕСОВЕРШЕНСТВОМ СКВАЖИН И ГРАНИЦ ОБЛАСТЕЙ ФИЛЬТРАЦИИ

В фильтрационных расчетах различных дренажей, каналов и других сооружений, действующих в разнообразных гидрогеологических условиях, широко применяется метод фильтрационных сопротивлений, позволяющий во многих случаях без особого снижения точности схематизировать сложные течения потоков и представлять результаты их изучения в виде, удобном для приложений. Основные принципы метода фильтрационных сопротивлений широко освещены в специальной литературе (см., например, [11, 13, 15, 17, 47, 77, 78, 87, 107, 112, 114]) и в общих чертах сводятся к следующему. Известно, что существенное отклонение движения грунтовых вод от горизонтального направления в водоносных пластах наблюдается преимущественно вблизи различных несовершенных проницаемых и непроницаемых границ (каналов, дрен, систем скважин, завес и т. д.), вызывающих появление локальных зон резко изменяющейся фильтрации. В этих случаях влияние зон резкой деформации потока, характеризуемое падением уровня (напора) в них, может быть учтено по методу фильтрационных сопротивлений путем замены несовершенных границ фиктивными совершенными, эквивалентными по фильтрационному расходу и картине фильтрации на некотором удалении от рассматриваемой границы. При такой замене зоны резко изменяющейся фильтрации исключаются из рассмотрения. Иными словами, этот метод дает возможность заменить в расчетах эффект от самых разнообразных по своим геометрическим особенностям и конструкциям фильтра скважин и их систем практически эквивалентным эффектом (при соблюдении неизменности величин дебита и картины фильтрации на некотором удалении от скважин) от простых по форме и конструкции скважин или других дренажей. Так, несовершенные скважины могут быть приведены к совершенным, линейные ряды совершенных и несовершенных скважин можно представить совершенными траншеями с расходом, равным суммарному расходу всех скважин, и т. д. При этом уже на расстоянии порядка мощности пласта образуется плановый поток с движением грунтовых вод преимущественно в горизонтальном направлении

и с распределением напора в нем таким образом, как в случае совершенных дренажей. Это обстоятельство существенно облегчает определение методов фильтрационных расчетов скважин, взаимодействующих в сложных гидрогеологических условиях. Значения различных фильтрационных сопротивлений, необходимых для осуществления этого перехода, находят посредством гидромеханических решений отдельных локальных задач, их определения в лабораторных и натурных условиях.

Основным фильтрационным сопротивлением является сопротивление Ф, обусловленное гидродинамическим несовершенством скважин. Это сопротивление еще называется внутренним или дополнительным, так как вызывается преимущественно деформацией потока вблизи скважины и в ней самой. В общем случае различают два вида несовершенств скважин по степени и характеру вскрытия пласта, т. е. общее сопротивление

$$\Phi = \Phi_c + \Phi_x, \tag{2.1}$$

где $\Phi_c$ — сопротивление несовершенства скважины по степени, $\Phi_x$ — по характеру вскрытия пласта. Методика определения сопротивления $\Phi_c$ разработана для однородного и некоторых слоистых пластов преимущественно на основании решений отдельных задач фильтрации к скважинам [15, 22, 23, 48, 59, 62, 92, 100, 102, 109]. Применительно к наиболее распространенным в природе двух- и трехслойному пластам гидромеханические решения этих задач рассмотрены в работах [66, 68]. При этом также принимается доказанная рядом исследователей [28, 63, 64, 101] предпосылка о том, что в условиях неустановившейся фильтрации сопротивление на несовершенство $\Phi_c$ хотя и зависит от времени, однако быстро стремится к предельному установившемуся значению. Практически для однородного грунта можно считать, что это происходит уже при $\alpha = \frac{r^2}{at} < 5 \cdot 10^{-5}$, т. е. во всех случаях, когда определяется величина понижения уровня непосредственно в скважине или вблизи нее.

Сопротивления по характеру вскрытия пласта $\Phi_x$ обусловливаются разнообразными факторами: фильтром и его конструкцией; изменением структуры потока в прискважинной зоне вследствие размыва, а также зарастания, коррозии и кольматажа фильтров; нарушением линейного закона фильтрации вблизи скважины [56]. К сожалению, в настоящее время нет удовлетворительных предложений по установлению указанных компонентов сопротивления $\Phi_x$. Имеющиеся некоторые предложения по этому вопросу приведены в работах [7, 8, 14, 20—22, 56, 94, 105, 106]. Естественно, наиболее надежный метод определения сопротивлений Ф, и особенно его составной части $\Phi_x$,— по данным опытных и эксплуатационных откачек. Нужно обратить внимание на то, что даже при полном вскрытии фильтром водоносного пласта, когда можно положить $\Phi_c = 0$, действие сопротивления $\Phi_x$ не исключается (даже

усиливается) и должно быть учтено в расчетах. Однако ввиду отсутствия достаточно обоснованных способов определения сопротивления $\Phi_x$ при относительно качественной работе фильтра в расчетах часто можно ограничиться учетом только сопротивления $\Phi_c$.

Наряду с общепринятым учетом сопротивления $\Phi$ в расчетных формулах путем прибавления его к сопротивлению совершенной скважины $F$ в ряде случаев целесообразно рассматривать фиктивную совершенную скважину радиусом

$$r_c^0 = r_c e^{-2\pi\Phi}, \tag{2.2}$$

эквивалентной по своему действию действительной несовершенной скважине радиусом $r_c$.

## § 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Построение методики расчета фильтрационных сопротивлений основывается на гидромеханических решениях задач фильтрации к скважине в неоднородно-слоистых грунтах. Сущность таких решений заключается в следующем. Сначала с по-

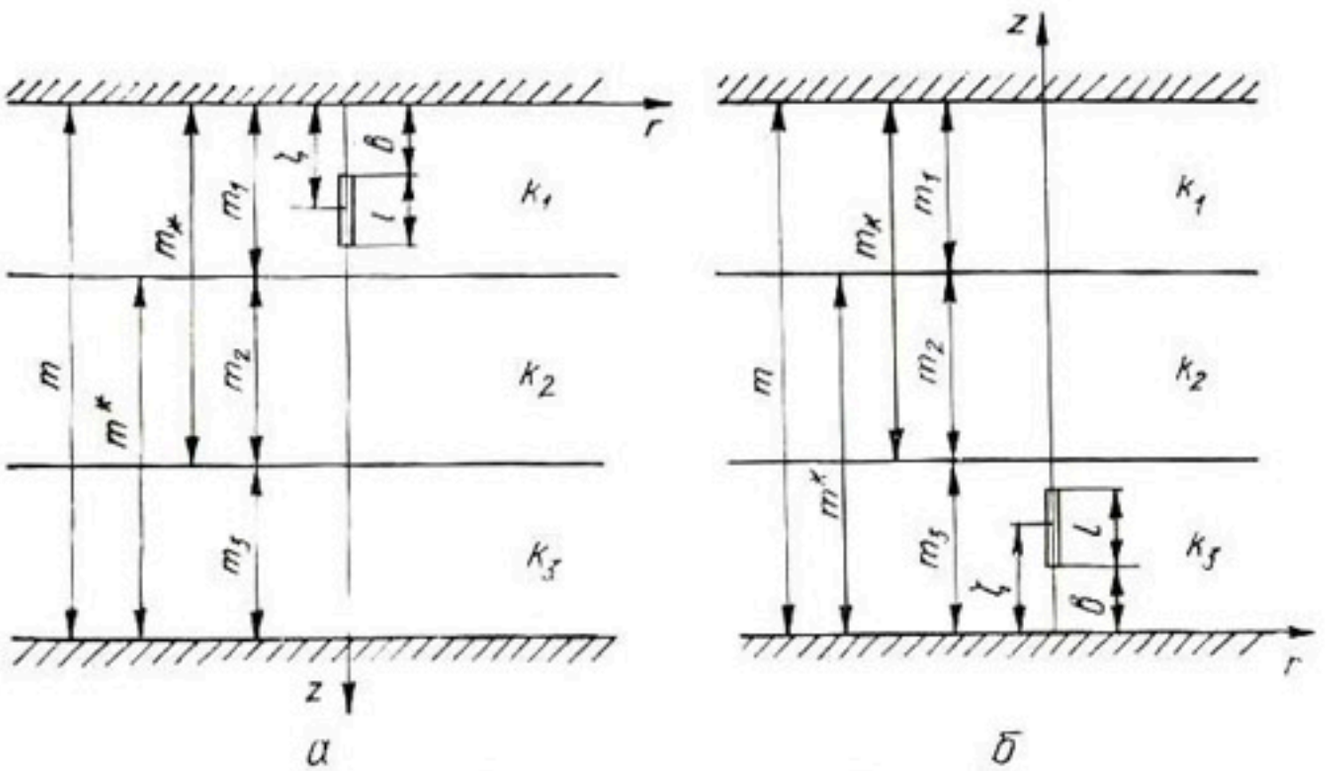



Рис. 1. Расчетные схемы фильтрации к линейному стоку в слоистых пластах.

мощью интеграла Фурье при известных граничных условиях II рода на непроницаемых кровле и подошве слоистого напорного пласта и условиях IV рода на линии раздела слоев находится решение задачи для распределения потенциала $\varphi$ точечного пространственного стока в слоях пласта. Затем, принимая рабочую часть скважины $l$ за линию стоков постоянной интенсивности $q$, находят распределение потенциала $U$ в слоях от этого линейного стока. При определении потенциала на скважине $U_0$ учитывается его

средневзвешенное значение на поверхности рабочей части скважины.

Постановку задачи и последовательность ее решения проследим на более общем случае трехслойного пласта с расположением рабочей части скважины (фильтра) в верхнем слое (рис. 1, *а*). При расположении рабочей части в нижнем слое решение задачи аналогично, так как расчетную схему, представленную на рис. 1, *б*, можно рассматривать как зеркальное отражение изучаемой схемы. При расположении стока в верхнем слое трехслойного пласта в точке с координатами (0,0) выражения для потенциалов в слоях $\varphi_1$, $\varphi_2$ и $\varphi_3$ имеют вид

$$\varphi_1 = -\frac{q}{4\pi}\{[r^2+(z+\zeta)^2]^{-\frac{1}{2}} + [r^2+(z-\zeta)^2]^{-\frac{1}{2}}\} + \\ + \frac{q}{4\pi}\int_0^\infty J_0(r\alpha)\,[A(\alpha)\,e^{-\alpha z} + B(\alpha)\,e^{\alpha(z-m_1)}]\,d\alpha;$$

$$\varphi_2 = \frac{q}{4\pi}\int_0^\infty J_0(r\alpha)\,[D(\alpha)\,e^{\alpha(z-m_*)} + C(\alpha)\,e^{-\alpha(z-m_1)}]\,d\alpha; \qquad (2.3)$$

$$\varphi_3 = \frac{q}{4\pi}\int_0^\infty J_0(r\alpha)\,[N(\alpha)\,e^{-\alpha(z-m)} + M(\alpha)\,e^{\alpha(z-m_*)}]\,d\alpha,$$

где $r = \sqrt{x^2+y^2}$, остальные обозначения даны на рис. 1. Вид функций $A(\alpha), B(\alpha), D(\alpha), C(\alpha), M(\alpha), N(\alpha)$ выбираем таким образом, чтобы $\varphi_1$, $\varphi_2$ и $\varphi_3$ удовлетворяли следующим граничным условиям задачи:

$$\left.\frac{\partial\varphi_1}{\partial z}\right|_{z=0} = 0; \quad \left.\frac{\partial\varphi_3}{\partial z}\right|_{z=m} = 0; \quad \left.\frac{\varphi_1}{k_1}\right|_{z=m_1} = \left.\frac{\varphi_2}{k_2}\right|_{z=m_1};$$

$$\left.\frac{\partial\varphi_1}{\partial z}\right|_{z=m_1} = \left.\frac{\partial\varphi_2}{\partial z}\right|_{z=m_1}; \quad \left.\frac{\varphi_2}{k_2}\right|_{z=m_*} = \left.\frac{\varphi_3}{k_3}\right|_{z=m_*};$$

$$\left.\frac{\partial\varphi_2}{\partial z}\right|_{z=m_*} = \left.\frac{\partial\varphi_3}{\partial z}\right|_{z=m_*}.$$

Используя эти граничные условия и интегральные представления

$$[r^2+(z+\zeta)^2]^{-\frac{1}{2}} = \int_0^\infty J_0(r\alpha)\,e^{-\alpha(z+\zeta)}\,d\alpha \quad \text{при} \quad z+\zeta>0;$$

$$[r^2+(z-\zeta)^2]^{-\frac{1}{2}} = \int_0^\infty J_0(r\alpha)\,e^{-\alpha(z-\zeta)}\,d\alpha \quad \text{при} \quad z-\zeta>0,$$

на основании (2.3) составим следующие алгебраические уравнения:

$$A - Be^{-\alpha m_1} = 0, \quad -N + Me^{\alpha(m-m_*)} = 0;$$

$$Ae^{-\alpha m_1} + B - Dve^{\alpha(m_1-m_*)} - Cv = e^{-\alpha(m_1-\zeta)} + e^{-\alpha(m_1+\zeta)};$$

$$Ae^{-\alpha m_1} - B + De^{\alpha(m_1-m_*)} - C = e^{-\alpha(m_1-\zeta)} + e^{-\alpha(m_1+\zeta)}; \quad (2.4)$$

$$D\nu_0 + C\nu_0 e^{-\alpha(m_*-m_1)} - Ne^{-\alpha(m_*-m)} - M = 0;$$

$$D - Ce^{-\alpha(m_*-m_1)} + Ne^{-\alpha(m_*-m)} - M = 0,$$

где $\nu = \frac{k_1}{k_2}$, $\nu_0 = \frac{k_3}{k_2}$. После нахождения коэффициентов $A$, $B$, $C$, $D$, $N$ и $M$ из системы (2.4) и подстановки их значений в исходные уравнения (2.3) получим окончательные выражения для потенциалов

$$\varphi_1 = -\frac{q}{4\pi}\left\{[r^2 + (z+\zeta)^2]^{-\frac{1}{2}} + [r^2 + (z-\zeta)^2]^{-\frac{1}{2}} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} c_n (E_n + U_n)\right\} + c_1;$$

$$\varphi_2 = -\frac{q(1-\lambda)}{4\pi}\left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n U_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n E_n\right) + c_2; \quad (2.5)$$

$$\varphi_3 = -\frac{q(1-\lambda)(1+\lambda_0)}{4\pi}\left(\sum_{n=0}^{\infty} d_n E_n + \sum_{n=1}^{\infty} t_n U_n\right) + c_3.$$

Здесь $E_n = [r^2 + (z + 2nm + \zeta)^2]^{-\frac{1}{2}} + [r^2 + (z + 2nm_0 - \zeta)^2]^{-\frac{1}{2}}$;

$$U_n = [r^2 + (z - 2nm_0 + \zeta)^2]^{-\frac{1}{2}} + [r^2 + (z - 2nm_0 - \zeta)^2]^{-\frac{1}{2}};$$

$$\lambda = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}, \quad \lambda_0 = \frac{k_3 - k_2}{k_3 + k_2};$$

$c_1$, $c_2$ и $c_3$ — некоторые аддитивные постоянные, $k_1$, $k_2$ и $k_3$ — коэффициенты фильтрации слоев пласта; коэффициенты $c_n$, $a_n$, $b_n$, $d_n$ и $t_n$ находятся из выражений

$$\gamma_1(\alpha) = -\frac{\lambda e^{-2\alpha m_1} - \lambda\lambda_0 e^{-2\alpha(m_2+m_1)} - \lambda_0 e^{-2\alpha m_*} + e^{-2\alpha m}}{\Delta} \equiv$$

$$\equiv -\sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\gamma_2(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)(1-\lambda_0 e^{-2\alpha m_2})}{\Delta} \equiv -(1-\lambda)\sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\gamma_3(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)(e^{-2\alpha m} - \lambda_0 e^{-2\alpha m_*})}{\Delta} \equiv -(1-\lambda)\sum_{n=0}^{\infty} b_n e^{-2\alpha n m_0}; \quad (2.6)$$

$$\gamma_4(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)(1+\lambda_0)}{\Delta} \equiv -(1-\lambda)(1+\lambda_0)\sum_{n=0}^{\infty} d_n e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\gamma_5(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)(1+\lambda_0)e^{-2\alpha m}}{\Delta} \equiv -(1-\lambda)(1+\lambda_0)\sum_{n=1}^{\infty} t_n e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\Delta = 1 + \lambda_0 e^{-2\alpha m_*} - \lambda e^{-2\alpha m_1} + \lambda_0 e^{-2\alpha m_2} - e^{-2\alpha m} +$$

$$+ \lambda\lambda_0 (e^{-2\alpha(m_2+m_1)} - e^{-2\alpha m_2}) + \lambda e^{-2\alpha m^*};$$

$m_0$ — общий наибольший делитель величин $m_1$, $m_2$ и т. д. Так как $e^{-2\alpha m_0} < 1$, то ряды $\gamma(\alpha)$ сходятся. Из полученного общего решения вытекают частные случаи для двухслойного и однородного пластов. Так, при $k_3 = 0$ ($\lambda_0 = -1$)

$$\gamma_1(\alpha) = -\frac{\lambda e^{-2\alpha m_1} + e^{-2\alpha m_*}}{\Delta_*}, \quad \gamma_2(\alpha) = -\frac{1-\lambda}{\Delta_*},$$

$$\gamma_3(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)\, e^{-2\alpha m_*}}{\Delta_*}, \quad \gamma_4(\alpha) = \gamma_5(\alpha) = 0,$$

$$\Delta = 1 - e^{-2\alpha m_*} + \lambda e^{-2\alpha(m_* - m_1)} - \lambda e^{-2\alpha m_1},$$

что соответствует рассмотренному в работе [68] случаю двухслойного пласта мощностью $m_* = m$. При $k_2 = k_3$ ($\lambda_0 = 0$) из полученного решения вытекает случай для двухслойного пласта мощностью $m = m_1 + m^*$.

Решение задачи для двухслойного пласта, в котором подошва является линией равного напора, можно получить, положив в полученном решении для трехслойного пласта $k_3 \to \infty$ ($\lambda_0 = 1$). Тогда для двухслойного пласта мощностью $m = m_*$

$$\gamma_1(\alpha) = \frac{e^{-2\alpha m_*} - \lambda e^{-2\alpha m_1}}{\Delta^*}, \quad \gamma_2(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)}{\Delta^*},$$

$$\gamma_3(\alpha) = \frac{(1-\lambda)\, e^{-2\alpha m_*}}{\Delta^*}, \quad \gamma_4(\alpha) = \gamma_5(\alpha) = 0,$$

$$\Delta^* = 1 + e^{-2\alpha m_*} - \lambda e^{-2\alpha m_1} - \lambda e^{-2\alpha(m_* - m_1)}.$$

Нетрудно убедиться, что выражения для потенциалов в толще с различным количеством слоев отличаются между собой только значениями коэффициентов $c_n$, $a_n$ и т. д., определяемыми количеством слоев, их коэффициентами фильтрации и мощностями. Это обстоятельство позволяет без особых трудностей найти общее решение задачи для многослойного пласта.

Для несовершенной скважины определим распределение потенциала только в том слое пласта, в котором располагается рабочая часть скважины, так как именно этот случай представляет интерес для получения фильтрационных сопротивлений. Принимая рабочую часть скважины $l$ за линию стоков постоянной интенсивности $q = \frac{Q}{l}$, выражение для потенциала от действия этого линейного стока, расположенного на расстоянии $b$ от кровли пласта (см. рис. 1, *а*), представим в виде

$$U = \int_b^{b+l} \varphi(\zeta)\, d\zeta = -\frac{Q}{4\pi l}\left[P(r, z) + \sum_{n=1}^{\infty} c_n P_n(r, z, m_0)\right] + C, \quad (2.7)$$

где

$$P(r, z) = f\left(\frac{z+b+l}{r}\right) + f\left(\frac{b+l-z}{r}\right);$$

$$P_n(r, z, m_0) = f\left(\frac{z + 2nm_0 + b + l}{r}\right) + f\left(\frac{b + l - 2nm_0 - z}{r}\right) +$$
$$+ f\left(\frac{z - 2nm_0 + b + l}{r}\right) + f\left(\frac{b + l + 2nm_0 - z}{r}\right);$$
$$f\left(\frac{a + l}{r}\right) = \operatorname{arsh}\frac{a + l}{r} - \operatorname{arsh}\frac{a}{r}.$$

Найдем решение задачи для одной из простейших схем притока, например одностороннего (полуограниченного пласта), которое будет использовано для определения фильтрационных сопротивлений скважин в неоднородно-слоистых пластах. Справа от прямолинейного контура питания на расстоянии $L$ расположим линейный источник длиной $l$ и расходом $Q$. Для удовлетворения граничного условия на контуре питания $U_к = \text{const}$ влево от него также на расстоянии $L$ расположим линейный сток равной длины и равного расхода. Тогда окончательное решение задачи получим в результате суммирования решений для линейных тока и источника, а именно:

$$U = U_и + U_с, \tag{2.8}$$

где потенциалы $U_и$ и $U_с$ линейных источника и стока определяются по уравнению (2.7), в котором принимается: для источника $r_1 = \sqrt{x^2 + y^2}$, для стока $r_2 = \sqrt{(x - 2L)^2 + y^2}$. Определим потенциал $U_с$ на скважине $|r_1 = r_с, r_2 = 2L|$, причем за $U_с$ примем усредненный потенциал на поверхности скважины радиусом $r_с$ и длиной $l$ (при этом, чтобы удовлетворить условию $U = U_к$ при $x = L$, постоянную величину $C$ необходимо принять равной $U_к$):

$$U_с = \frac{1}{l}\int_b^{b+l} U(z)\,dz = \frac{Q}{2\pi l^2}\left\{W(r_1) - W(r_2) + \sum_{n=1}^{\infty} c_n [W_n(\bar{r}_1) - \right.$$
$$\left. - W_n(\bar{r}_2)]\right\} + U_k, \tag{2.9}$$

где $W(r) = f_0(r, b) - f_0(r)$; $W_n(\bar{r}) = f_1(\bar{r}, \bar{b}) + 2f_2(\bar{r}) + f_3(\bar{r}, b)$;

$$f_0(r, b) = (b + l)\operatorname{arsh}\frac{2(b + l)}{r} - (2b + l)\operatorname{arsh}\frac{2b + l}{r} +$$
$$+ b\operatorname{arsh}\frac{2b}{r} + \sqrt{(2b + l)^2 + r^2} - \sqrt{(b + l)^2 + (0{,}5r)^2} -$$
$$- \sqrt{b^2 + (0{,}5r)^2};$$
$$f_0(r) = l\operatorname{arsh}\frac{l}{r} + r - \sqrt{l^2 + r^2};$$

$$f_{1,3}(\bar{r}, \bar{b}) = (\bar{b} + \bar{l} \pm n)\operatorname{arsh}\frac{2(\bar{b} + \bar{l} \pm n)}{\bar{r}} - 2(\bar{b} + 0{,}5\bar{l} \pm n) \times$$
$$\times \operatorname{arsh}\frac{2(\bar{b} + 0{,}5\bar{l} + n)}{\bar{r}} + (\bar{b} \pm n)\operatorname{arsh}\frac{2(\bar{b} \pm n)}{\bar{r}} +$$

$$+\sqrt{4(\bar{b}+0{,}5\bar{l}+n)^2+\bar{r}^2}-\sqrt{(\bar{b}\pm n)^2+(0{,}5r)^2}-$$

$$-\sqrt{(\bar{b}+\bar{l}\pm n)^2+(0{,}5\bar{r})^2};$$

$$f_2(\bar{r})=(n+0{,}5\bar{l})\,\mathrm{arsh}\,\frac{2n+\bar{l}}{\bar{r}}+(n-0{,}5\bar{l})\,\mathrm{arsh}\,\frac{2n-\bar{l}}{\bar{r}}-$$

$$-2n\,\mathrm{arsh}\,\frac{2n}{\bar{r}}+\sqrt{4n^2+\bar{r}^2}-\sqrt{(n+0{,}5\bar{l})^2+(0{,}5\bar{r})^2}-$$

$$-\sqrt{(n-0{,}5\bar{l})^2+(0{,}5\bar{r})^2};$$

$$\bar{l}=\frac{l}{m_0},\quad \bar{b}=\frac{b}{m_0},\quad \bar{r}_1=\bar{r}_c=\frac{r_c}{m_0},\quad \bar{r}_2=2\bar{L}=\frac{2L}{m_0}.$$

В приведенных формулах знак плюс принимается для $f_1$, а знак минус — для $f_3$. При $\frac{l}{m_0}<10$ и $\frac{L}{b+l}>10$ выражения для функций $W$ несколько упрощаются:

$$W(r_1)=l\ln\frac{l}{r_c}+l\ln\left(1{,}47\,\frac{b+l}{2b+l}\right)+b\ln\frac{b(b+l)}{(b+0{,}5l)^2};$$

$$W(r_2)=\frac{l^2}{L}:\quad W(\bar{r}_1)=(n+\bar{b})\ln\frac{(n+\bar{b}+\bar{l})(n+\bar{b})}{(n+\bar{b}+0{,}5\bar{l})^3}+$$

$$+2n\ln\frac{n^2-(0{,}5\bar{l})^2}{n^2}+(n-\bar{b})\ln\frac{(n-\bar{b}-\bar{l})(n-\bar{b})}{(n-\bar{b}-0{,}5\bar{l})^2}+$$

$$+\bar{l}\ln\frac{(n+\bar{b}+\bar{l})(n-\bar{b}+0{,}5\bar{l})\ (n+0{,}5\bar{l})}{(n+\bar{b}+0{,}5\bar{l})(n-\bar{b}-\bar{l})\ (n-0{,}5\bar{l})}.$$

Для двухслойного пласта, подробно рассмотренного в работе [68], приведем некоторые частные случаи, весьма полезные для построения методики расчета фильтрационных сопротивлений. Если мощность верхнего слоя равна мощности нижнего слоя ($m_1=m_2$), то при $L>m$ расчетная формула для потенциала $U_c$ имеет вид

$$U_c=\frac{Q}{2\pi m}\left[(1+\lambda)\ln\frac{2L}{r_c}+(1-\lambda)\,\zeta(m)+2\lambda\zeta(m_1)\right]+U_к,\quad (2.10)$$

где $\zeta(m)=2\pi f$ и $\zeta(m_1)=2\pi f_1$ — фильтрационные сопротивления на несовершенство в однородном пласте с мощностями $m$ и $m_1$, методика определения которых изложена ниже.

Если мощность нижнего слоя бесконечно большая ($m_2\to\infty$), то в формуле (2.9) необходимо положить $c_n=\lambda^n$, $m_0=m_1$. Исходя из принципов метода фильтрационных сопротивлений, формула для дебита скважины в рассмотренной схеме полуограниченного напорного неоднородно-слоистого пласта имеет вид

$$Q=\frac{2\pi(H_к-H_c)T}{\ln\frac{2L}{r_c}+2\pi\Phi},\quad (2.11)$$

где $H_к$, $H_с$ — напоры на контуре питания и в скважине, $T$ — проводимость неоднородно-слоистого пласта. С помощью формулы (2.11) на основании анализа полученных решений с привлечением для этого ЭВМ были разработаны приближенные зависимости для определения сопротивлений Ф в двух- и трехслойном пластах, построение которых основывалось на принципах получения из них частных результатов для более простых случаев строения пласта.

Для схемы двухслойного пласта, подошва (или кровля) которого является линией равного напора, для нахождения фильтрационного сопротивления $\bar{\Phi}$ используется формула

$$Q = \frac{k_1 (H - H_c)}{\bar{\Phi}}. \tag{2.12}$$

Для схемы трехслойного пласта со средним слабопроницаемым слоем приближенные, но весьма приемлемые для практики выражения для определения сопротивлений Ф можно получить в результате рассмотрения задачи о притоке к несовершенной скважине с постоянным уровнем $H_с$ в круговой области фильтрации. Для этого необходимо решить известную систему уравнений, описывающих движение грунтовых вод в верхнем и нижнем слоях,

$$\begin{aligned} T_1\left(\frac{\partial^2 H_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H_1}{\partial r}\right) - \frac{k_2}{m_2}(H_1 - H_2) + \varepsilon = 0, \\ T_3\left(\frac{\partial^2 H_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H_2}{\partial r}\right) + \frac{k_2}{m_2}(H_1 - H_2) = 0, \end{aligned} \tag{2.13}$$

при следующих граничных условиях:

$$r = R, \quad \frac{\partial H_1}{\partial r} = \frac{\partial H_2}{\partial r} = 0; \quad r \to 0, \quad \frac{\partial H_1}{\partial r} = 0;$$

$$r = r_с, \quad \frac{\partial H_2}{\partial r} \quad c_* H_2 = -c_* H_с, \quad c_* = \frac{1}{r_{с\text{э}3}}.$$

Опуская промежуточные выкладки, после некоторых упрощений окончательно получим следующее выражение для определения распределения напора в нижнем слое, из которого производится откачка:

$$H_2(r) = H_с - \frac{\varepsilon}{4T}(r^2 - r_с^2) + \frac{\varepsilon R^2}{2T}\left(\ln\frac{r}{r_с} + \zeta_3\right) +$$

$$+ \frac{\varepsilon R^2 T_1}{2TT_3}\left[\ln\frac{1{,}12}{cr_с} + \zeta_3 + A + I_0(cr)\,A + K_0(cr)\right]. \tag{2.14}$$

Напор на внешней границе потока ($r = R$) описывается выражением

$$H_2(R) = H_с + \frac{\varepsilon R^2}{2T}\left(\ln\frac{R}{r_с} - 0{,}5 + \zeta_3\right) + \frac{\varepsilon R^2 T_1}{2TT_3} \times$$

$$\times\left(\ln\frac{1{,}12}{cr_с} + \zeta_3 + A - B\right). \tag{2.15}$$

Здесь

$$T = T_1 + T_3, \quad c = \sqrt{\frac{k_2 T}{m_2 T_1 T_3}}, \quad A = \frac{K_1(cR)}{I_1(cR)},$$

$$B = K_0(cR) + \frac{K_1(cR)}{I_1(cR)} I_0(cR),$$

$\zeta_3 = 2\pi f_3$ — сопротивление на несовершенство в пределах нижнего слоя.

С другой стороны, по методу фильтрационных сопротивлений выражение для определения напора $H_2(R)$ можно представить в виде

$$H_2(R) = H_c + \frac{\varepsilon R^2}{2T}\left(\ln\frac{R}{r_c} - 0{,}5 + 2\pi\Phi\right). \qquad (2.16)$$

Из (2.15) и (2.16) находим искомое фильтрационное сопротивление на несовершенство скважины в трехслойном пласте

$$\Phi = \frac{1}{2\pi}\left[\zeta_3 + \frac{T_1}{T_3}\left(\zeta_3 + \ln\frac{1{,}12}{cr_c} + A - B\right)\right] =$$

$$= f_3 + \frac{T_1}{T_3}\left(f_3 + 0{,}366\lg\frac{1{,}12}{cr_c} + \Delta f' - \Delta f''\right).$$

Аналогичным образом были найдены приведенные ниже выражения фильтрационных сопротивлений для других случаев расположения скважин в рассматриваемом трехслойном пласте.

## § 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ НА НЕСОВЕРШЕНСТВО СКВАЖИН

Согласно изложенному выше, в зависимости от строения по глубине водоносного пласта (грунта) и частично условий его питания следует различать два вида общих сопротивлений на несовершенство скважин с приближенным учетом в них сопротивления на несовершенство по характеру вскрытия пласта: собственно сопротивление $\Phi$ для грунта, ограниченного по глубине сверху и снизу непроницаемыми границами (водоупорами или сверху свободной поверхностью потока), и сопротивление $\bar{\Phi}$ для грунта, ограниченного по глубине сверху или снизу проницаемой границей (поверхностью равного напора) [65, 69, 133].

### Зависимости для расчета сопротивлений $\Phi$

Трехслойный грунт. При расположении фильтра скважин в верхнем и нижнем слоях трехслойного грунта (рис. 2, *а*, *в*) при $k_1 \geqslant k_2 \geqslant k_3$, $k_1 \leqslant k_2 \leqslant k_3$ и $k_{1,3} = k_2$ соответственно получаем

$$\Phi(b_1) = \beta_1\beta_2\frac{k_3}{k_1}f + \beta_*\frac{k_2 - k_3}{k_1}f_* + \frac{k_1 - k_2}{k_1}f_1, \qquad (2.17)$$

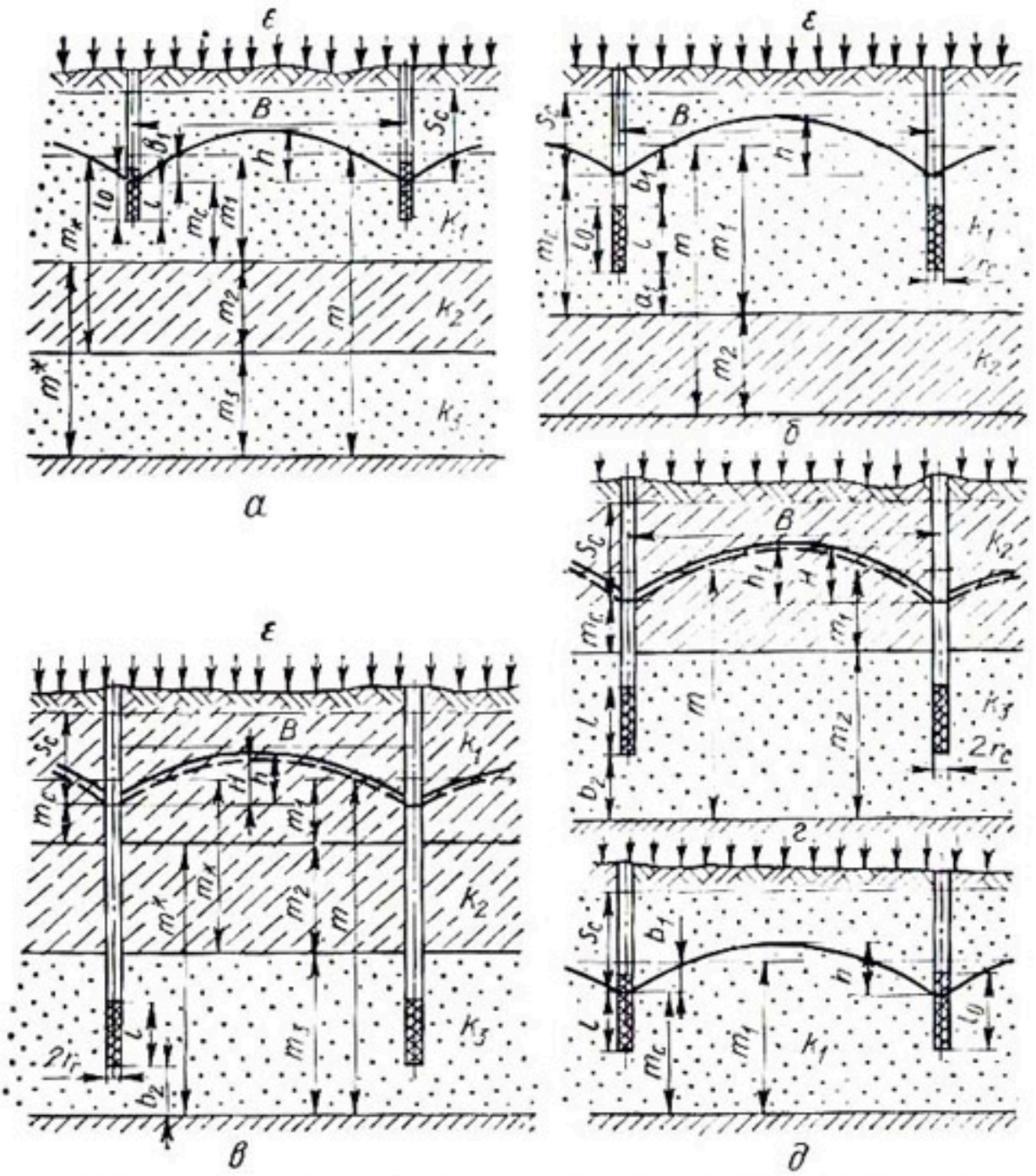



**Рис. 2. Схемы фильтрации к несовершенным скважинам в различных грунтах.**

$$\Phi(b_2) = \beta_3\beta_4 \frac{k_1}{k_3} f + \beta^* \frac{k_2 - k_1}{k_3} f^* + \frac{k_3 - k_2}{k_3} f_3; \qquad (2.18)$$

при $\frac{k_2}{k_3} < 0{,}1$ и $\frac{k_2}{k_1} > 0{,}01$ для $\Phi(b_1)$ и $\frac{k_2}{k_1} < 0{,}1$ и $\frac{k_2}{k_3} > 0{,}01$ для $\Phi(b_2)$ справедливы формулы

$$\Phi(b_1) = f_1 + \frac{T_3}{k_1}\left(\alpha_1 \frac{k_1}{k_2 m_*} \bar{f}_* + \frac{k_2 - k_1}{k_2 m_1} \bar{f}_1\right), \qquad (2.19)$$

$$\Phi(b_2) = f_3 + \frac{T_1}{k_3}\left(\alpha_3 \frac{k_3}{k_2 m^*} \bar{f}^* + \frac{k_2 - k_3}{k_2 m_3} \bar{f}_3\right); \qquad (2.20)$$

при $k_3 \gg k_2$ и $\frac{k_2}{k_1} \leqslant 0{,}01$ для $\Phi(b_1)$ и $k_1 \gg k_2$ и $\frac{k_2}{k_3} \leqslant 0{,}01$ для

$\Phi(b_2)$, т. е. для схемы трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем,

$$\Phi(b_1) = f_1 + \frac{T_3}{T_1}\left(f_1 + 0{,}366 \lg \frac{1{,}12}{r_c} + \Delta\omega\right), \qquad (2.21)$$

$$\Phi(b_2) = f_3 + \frac{T_1}{T_3}\left(f_3 + 0{,}366 \lg \frac{1{,}12}{r_c} + \Delta\omega\right), \qquad (2.22)$$

где $\bar{r}_c = cr_c$, $c = \sqrt{\frac{k_2 T}{m_2 T_1 T_3}}$, $T = T_1 + T_3$, $\Delta\omega = \Delta f' - \Delta f''$ для сетки скважин с равномерным шагом, $\Delta\omega = \Delta f'''$ для линейного ряда скважин при $cL > 3$ или $cB > 3$.

Для линейного ряда скважин в этой схеме удобнее воспользоваться приемом приведения их непосредственно к совершенной траншее. Тогда сопротивление $\Phi_p$ при $c\sigma > 3$, $cL > 3$ или $cB > 3$ определяется по формулам

$$\Phi_p(b_1) = \frac{T}{T_1}\sigma(f_1 + F_c) + \frac{T_3}{2cT_1}, \qquad (2.23)$$

$$\Phi_p(b_2) = \frac{T}{T_3}\sigma(f_3 + F_c) + \frac{T_1}{2cT_3}, \qquad (2.24)$$

где $F_c = 0{,}366 \lg \frac{\sigma}{2\pi r_c}$. (2.25)

Двухслойный грунт (рис. 2, *б*, *г*):

$$\Phi(b_1) = \beta_в \frac{k_2}{k_1} f + \frac{k_1 - k_2}{k_1} f_1, \qquad (2.26)$$

$$\Phi(b_2) = \beta_н \frac{k_1}{k_2} f + \frac{k_2 - k_1}{k_2} f_2. \qquad (2.27)$$

Однородный грунт (рис. 2, *д*):

$$\Phi = f. \qquad (2.28)$$

Нетрудно убедиться, что из формул (2.17) и (2.18) для трехслойного грунта при $k_1 = k_2$, $k_2 = k_3$, $k_3 = 0$ и $k_1 = 0$ можно получить зависимости (2.26) и (2.27) для двухслойного грунта. В свою очередь, из (2.26) и (2.27) для трех- и двухслойного грунтов можно получить формулу (2.28) для однородного грунта любой мощности $m_i$.

В приведенных формулах безразмерное сопротивление $f_i$ в однородном грунте соответствующей мощности $m_i = m$, $m^*$, $m_*$, $m_2$ и $m_1$ равно:

$$f_i = f_{c_i} + f_{x_i}, \qquad (2.29)$$

где $f_{c_i}$ — сопротивление на несовершенство по степени вскрытия в однородном пласте с непроницаемыми кровлей и подошвой мощностью $m_i$, для которой находятся эти сопротивления, $f_{x_i}$ — то же по характеру вскрытия в однородном пласте мощностью $m_i$. Причем

$$f_{c_i} = f_{нс_i} + \Delta f_{c_i}, \qquad (2.30)$$

где $f_{нс_i}$ — сопротивление на несовершенство одиночной скважины в однородном пласте с непроницаемыми кровлей и подошвой мощностью $m_i$, для которой находится это сопротивление, $\Delta f_{c_i}$ — добавочное сопротивление, вызванное несовершенством скважин и их взаимодействием между собой в однородном пласте мощностью $m_i$. При $\frac{\sigma}{m_i} \geqslant 1$ $\Delta f_{c_i} \approx 0$.

Для определения сопротивлений $f_{нс_i}$ и $\Delta f_{c_i}$ можно воспользоваться различными графиками, таблицами и простыми формулами, приведенными в литературе по фильтрационным расчетам. Здесь напомним только следующее. Если руководствоваться рекомендациями Н. Н. Веригина [15, 22, 23], приведенными также в работах [17, 51, 77], то необходимо учесть, что

$$f_{нс_i} = \frac{1}{2\pi} \zeta_i, \tag{2.31}$$

$$\Delta f_{c_i} = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{k=p} \zeta_{b_i}. \tag{2.32}$$

На рис. 3 представлен график для определения сопротивлений $\zeta$ для случая, когда водоприемная часть (фильтр) примыкает к кровле или подошве пласта ($b_i = 0$), а на рис. 4 — когда она расположена примерно в средней части пласта. Более точно сопротивление $\zeta$ для случая $b_i \neq 0$ можно определить по формуле

$$\zeta = \left(\frac{b_i}{l} + 1\right)^2 \zeta_{b_i+l} + \left(\frac{b_i}{l}\right)^2 \zeta_{b_i} + 0{,}5\left[\zeta_{l/2} - \left(2\,\frac{b_i}{l} + 1\right)\zeta_{b_i+l/2}\right]. \tag{2.33}$$

Здесь сопротивления $\zeta_{b_i+l}$, $\zeta_{b_i}$, $\zeta_{l/2}$ и $\zeta_{b_i+l/2}$ берутся из графика рис. 3 соответственно при $l = b_i + l, b_i, l/2, b_i + l/2$ $(i = 1, 2)$.

В. М. Шестаков [106, 112] для определения сопротивления $f_{нс}$ предложил формулу

$$f_{нс_i} = \frac{1}{2\pi} \frac{1 - \bar{l}}{\bar{l}} \left(\ln \frac{l}{r_c} - \varepsilon\right), \quad \bar{l} = \frac{l}{m_i}, \tag{2.34}$$

причем величина $\varepsilon$ при $b_i = 0$ принимается по таким данным:

| $\bar{l}$ | 0 | 0,05 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,5 | 0,7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varepsilon$ | −0,39 | −0,22 | −0,08 | 0,13 | 0,32 | 0,65 | 1,1 |

При $b_i \neq 0$ $\varepsilon$ определяется по графику рис. 5.

Сопротивление $\Delta f_{c_i}$ для линейного ряда скважин может быть также найдено из графика рис. 6 [63, 78]. Заметим, что при определении сопротивлений $f_{нс_i}$ и $\Delta f_{c_i}$ для расчета $\Phi(b_1)$ берется величина $b_1$, а для $\Phi(b_2)$ — $b_2$ (см. рис. 2).

Безразмерное сопротивление $\bar{f}_i$ для соответствующих значений мощности $m_i = m, m_*, m^*, m_1, m_3$ определяется по формуле

$$f_i = \bar{f}_{c_i} + f_{x_i}, \tag{2.35}$$

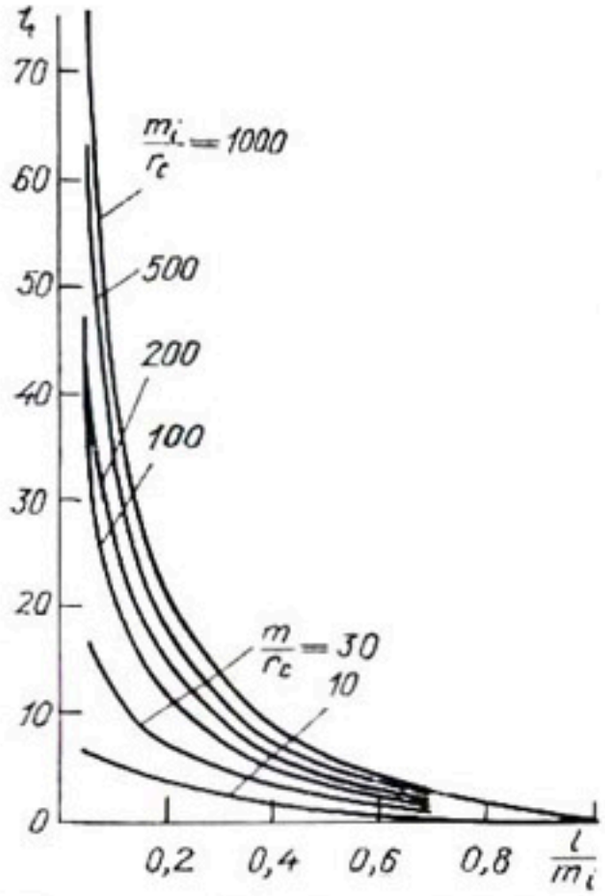



Рис. 3. График для определения сопротивления $\zeta$ при $b_i = 0$.

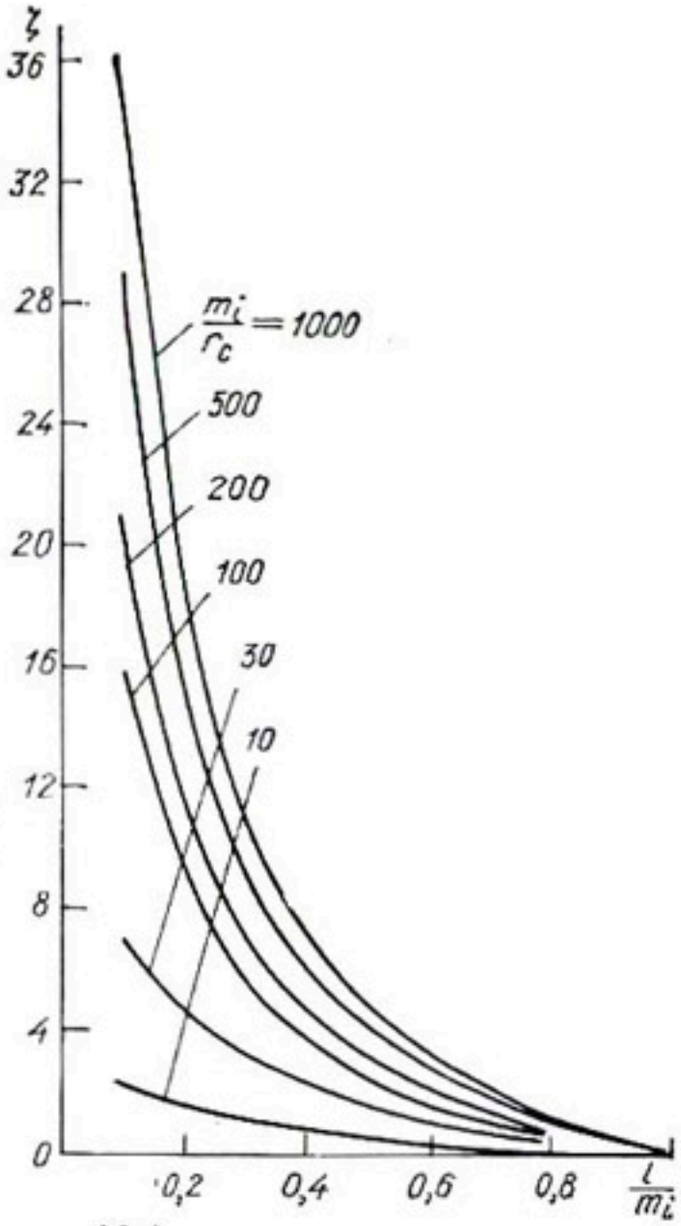



Рис. 4. График для определения сопротивления $\zeta$ при $b_i + l/2 \approx$ $\approx (0{,}35 \div 0{,}65)\ m_i$.

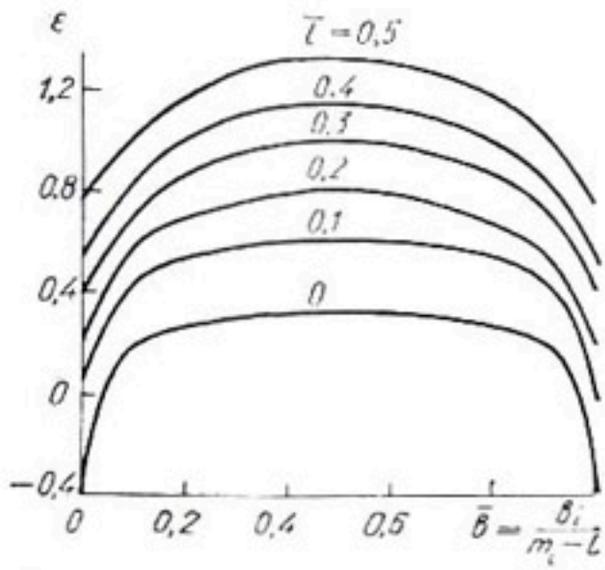



Рис. 5. График для определения параметра $\varepsilon$.

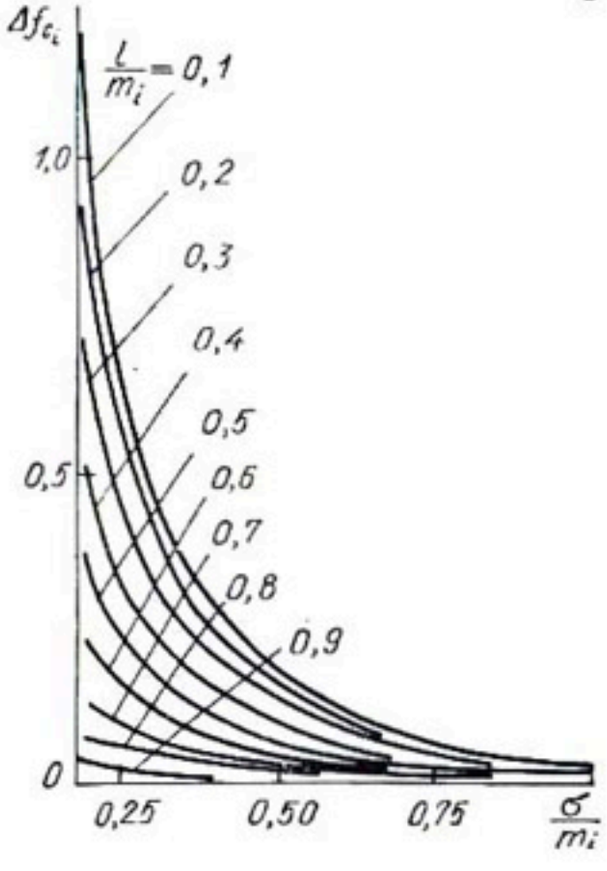



Рис. 6. График для определения добавочного сопротивления $\Delta f_{c_i}$.

где $\bar{f}_{c_i}$ — сопротивление на несовершенство по степени вскрытия однородного пласта мощностью $m_i$, в котором кровля (подошва) является поверхностью равного напора. Сопротивление $\bar{f}_c$ можно выразить через сопротивление $f_c$ следующим образом:

$$\bar{f}_{c_i} = f_{0_i} - f_{c_i}, \qquad (2.36)$$

где $f_{0_i}$ и $f_{c_i}$ вычисляются по формуле (2.30), причем при нахождении $f_{0_i}$ необходимо принимать $m_{0_i} = 2m_i$. Так, при вычислении сопротивлений $\bar{f}_*$, $\bar{f}_1$, $\bar{f}_3$, $\bar{f}^*$ в формуле (2.35) принимаются $m_1$, $m_{0_1}$ и $b_1$; $m_*$, $m_{0_*}$ и $b_1$; $m^*$, $m^*_0$ и $b_2$; $m_3$, $m_{0_3}$ и $b_2$. Поправочные коэффициенты $\beta_i$ и $\alpha_i$ для соответствующих значений $\bar{r}$, $\lambda$ и $\bar{m}$ берутся из графиков рис. 7, 8. Какие именно значения $\bar{r}$, $\lambda$ и $\bar{m}$ нужно брать на этих графиках при нахождении того или иного коэффициента $\beta_i$ и $\alpha_i$, ясно из табл. 5. При $\lambda \leqslant 0$ приближенно принимается $\beta_i = 1$ и $\alpha_i = 1$. Здесь $m$ — общая мощность водоносной толщи, $m = m_1 + m_2 + m_3$ для трехслойного грунта, $m = m_1 + m_2$ для двухслойного, $m_* = m_1 + m_2$, $m^* = m_2 + m_3$, $m_1$ — средняя мощность потока в верхнем слое. Сопротивления $\Delta f' = 0{,}16 \dfrac{K_1(\bar{R})}{I_1(\bar{R})}$ и $\Delta f'' = 0{,}16\left[K_0(\bar{R}) + \dfrac{K_1(\bar{R})}{I_1(\bar{R})} I_0(\bar{R})\right]$ определяются из графиков рис. 9; $\Delta f''' = \dfrac{1}{\pi}\sum\limits_{n=1}^{\infty} K_0(nc\sigma)$ — из графика рис. 10. Из этих графиков следует, что при $\bar{R} = cR = c\dfrac{\sigma}{\sqrt{\pi}} > 3$ можно положить $\Delta f' \approx 0$, при $c\sigma > 3$ $\Delta f''' \approx 0$, а при $\bar{R} > 5$ $\Delta f' = \Delta f'' = 0$. Таким образом, в практических расчетах взаимодействующих скважин в трехслойном грунте со слабопроницаемым средним слоем при расстояниях между скважинами $c\sigma > 3$ в формулах (2.21) и (2.22) можно положить $\Delta\omega = 0$.

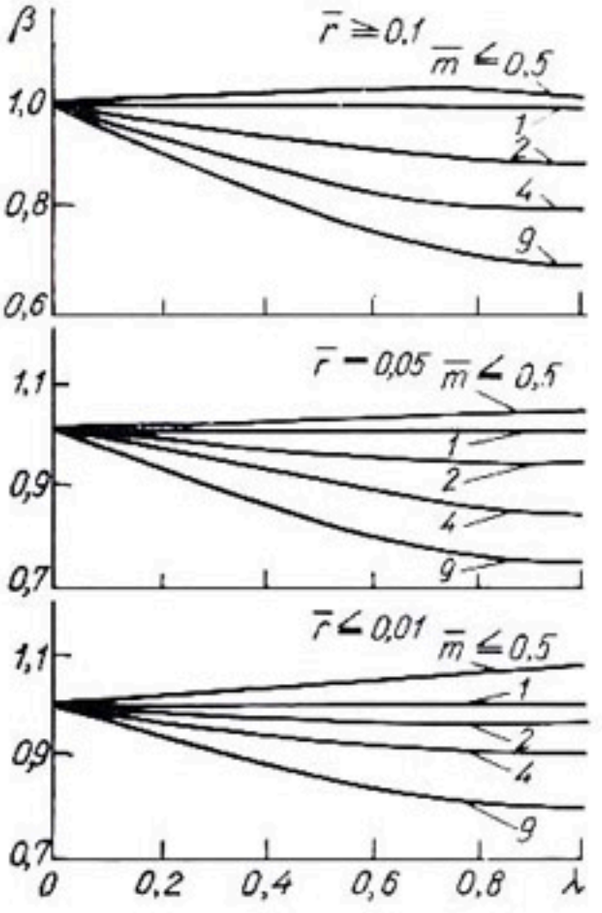


Рис. 7. График для определения коэффициента β.

Как указывалось выше, удовлетворительных рекомендаций по определению сопротивления по характеру вскрытия в однородном пласте в настоящее время нет.

Как известно,

$$f_x = f_{x_1} + f_{x_2} + f_{x_3} + f_{x_4}, \qquad (2.37)$$

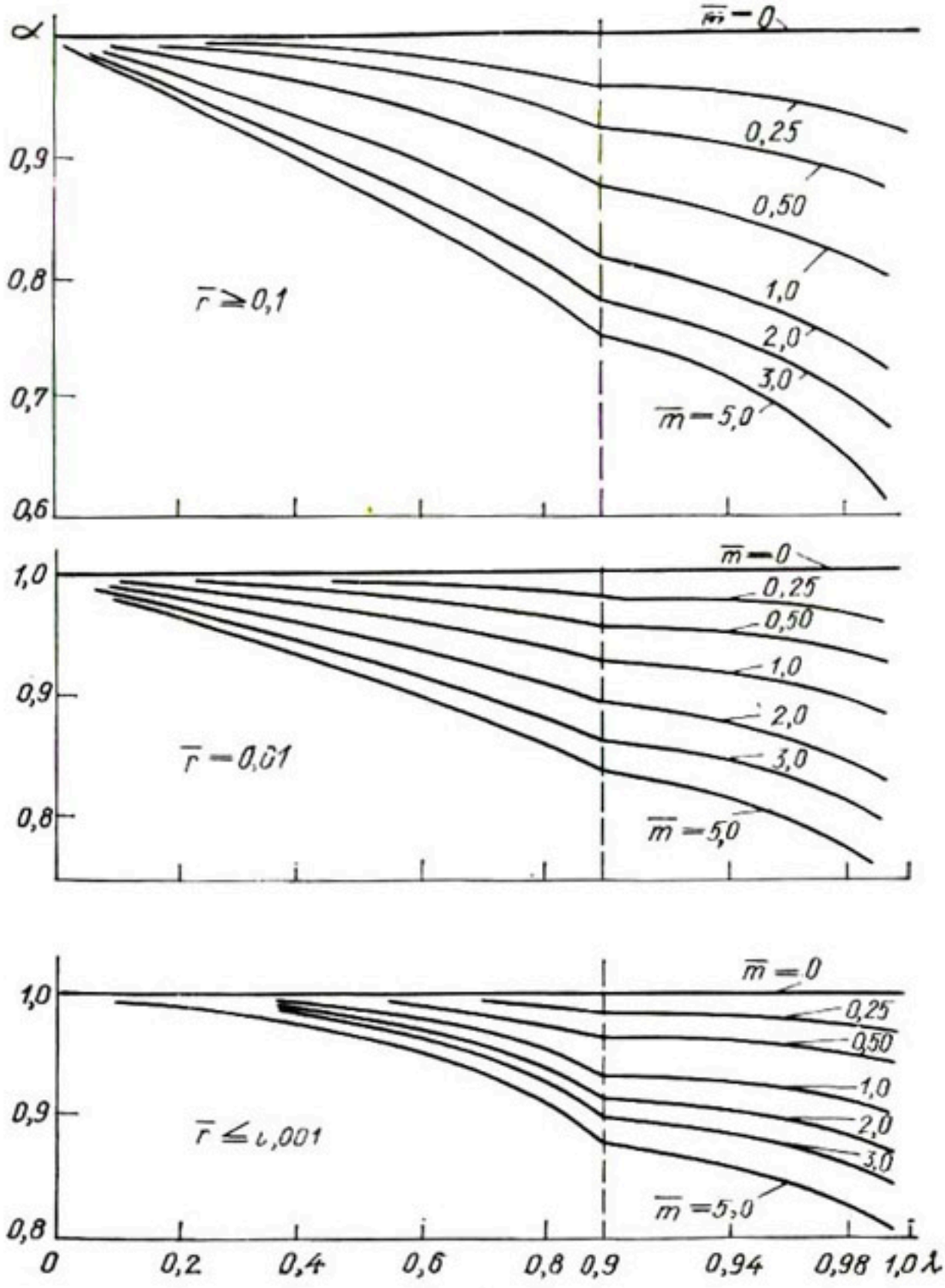



Рис. 8. График для определения коэффициента $\alpha$.

где $f_x$ — общее сопротивление, $f_{x_1}$ — сопротивление, вызванное самим фильтром скважины, $f_{x_2}$ — сопротивление, связанное с изменением водопроницаемости в прискважинной (призабойной) зоне, $f_{x_3}$ — сопротивление, характеризующее нарушение линейного режима течения, $f_{x_4}$ — сопротивление, учитывающее гидравлические потери внутри водоподъемных труб.

В работах [7, 8, 14, 20, 22, 53, 56, 94, 105, 106] приведены раз-

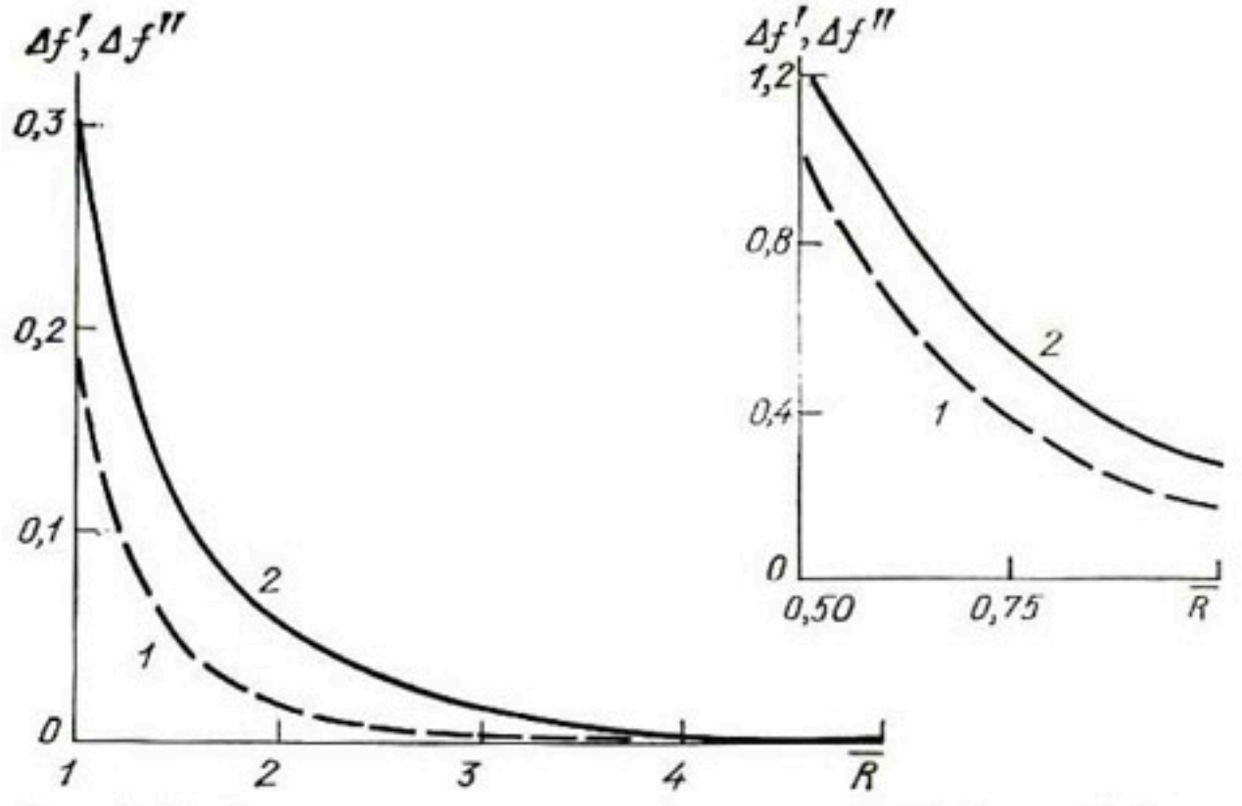



Рис. 9. Графики для определения сопротивлений $\Delta f'$ (1) и $\Delta f''$ (2).

личные приближенные рекомендации по определению этих частных сопротивлений. Так, согласно [20, 53],

$$f_{x_1} = \frac{m\delta}{2\pi r_c l \alpha \xi}, \qquad (2.38)$$

где $\delta$ — толщина стенок фильтра, $\alpha$ — скважность фильтра (отношение площади отверстий к общей площади фильтра), $\xi$ — коэффициент, учитывающий сужение фильтрационных струй при подходе к отверстиям фильтра (изменяется от 1 до $1/\alpha$). Некоторый анализ существующих предложений и данных по установлению величины $f_{x_1}$ для фильтров различной конструкции приведен в работе [7].

Сопротивление $f_{x_2}$ можно найти по известной зависимости

$$f_{x_2} = 0{,}366\left(\frac{k}{k_0} - 1\right)\lg\frac{r_0}{r_c}, \qquad (2.39)$$

где $k_0$ и $r_0$ — коэффициент фильтрации и радиус прискважинной зоны; некоторые

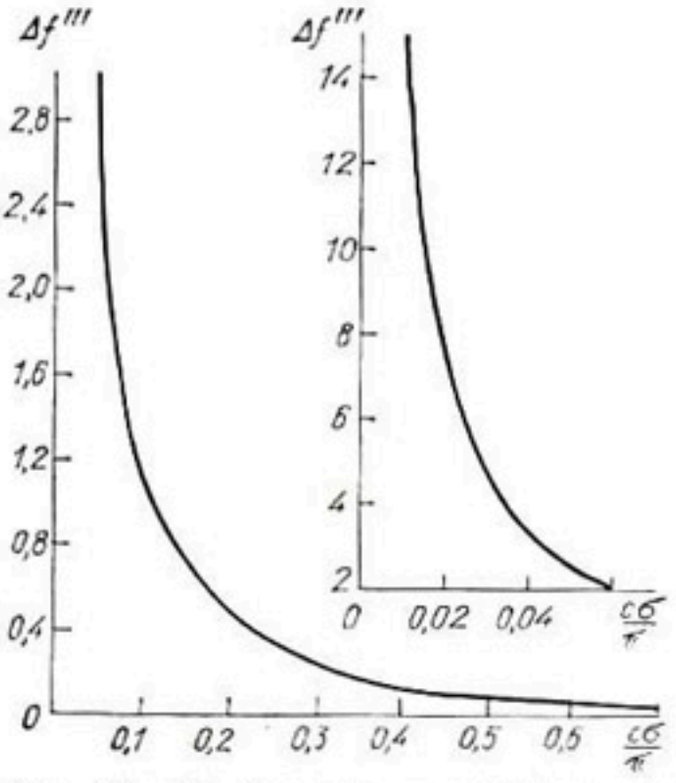



Рис. 10. График для определения сопротивления $\Delta f'''$.

| Параметр | Поправочные | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\beta_в$ | $\beta_н$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_*$ |
| $\bar{r}$ | $\frac{r_c}{m_1}$ | $\frac{r_c}{m_2}$ | $\frac{r_c}{m_1}$ | $\frac{r_c}{m_1}$ | $\frac{r_c}{m_1}$ |
| $\lambda$ | $\frac{k_2-k_1}{k_2+k_1}$ | $\frac{k_1-k_2}{k_1+k_2}$ | $\frac{k_3-k_2}{k_3+k_2}$ | $\frac{k_2-k_1}{k_2+k_1}$ | $\frac{k_2-k_1}{k_2+k_1}$ |
| $\bar{m}$ | $\frac{m_2}{m_1}$ | $\frac{m_1}{m_2}$ | $\frac{m_3}{m_*}$ | $\frac{m^*}{m_1}$ | $\frac{m_2}{m_1}$ |

предложения по определению размеров этой зоны приведены в работах Н. Н. Веригина [21, 22].

Сопротивление $f_{x_3}$, как известно, может возникнуть, когда в рассматриваемой зоне фильтрации радиусом $r_k$ $v > v_{кр}$, где $v_{кр} = \frac{k}{\beta}\delta$ — критическая скорость, начиная с которой линейный закон фильтрации (закон Дарси) нарушается и фильтрация описывается нелинейным законом вида

$$I = \frac{v}{k}\left(1 + \beta\frac{v}{k}\right) \tag{2.40}$$

($\beta$ — коэффициент нелинейности фильтрации, $\delta$ — заданная допустимая погрешность в расчетах, $k$ — коэффициент фильтрации при выполнении линейного закона). Тогда сопротивление $f_{x_3}$ определяется по формуле

$$f_{x_3} = \beta\frac{Q}{2\pi km}\left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_0}\right). \tag{2.41}$$

При возможности проведения опытных откачек Н. Н. Веригин [22] рекомендует формулу, позволяющую исключить довольно сложный для определения коэффициент $\beta$:

$$f_{x_3} = \frac{\varphi Q(\varphi - 1)}{2\pi km\Delta_1}, \tag{2.42}$$

причем

$$\varphi = \frac{1 - \frac{Q_1}{Q_2}}{1 - \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^2\frac{\Delta_2}{\Delta_1}}. \tag{2.43}$$

Здесь $\Delta_1$ — разность понижений в центральной и наблюдательной скважинах при дебите $Q_1$, $\Delta_2$ — то же при дебите $Q_2$, $r_0$ — рас-

Таблица 5

| коэффициенты | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_3$ | $\beta_4$ | $\beta^*$ | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha_3$ |
| $\frac{r_c}{m_3}$ | $\frac{r_c}{m_3}$ | $\frac{r_c}{m_3}$ | $\frac{r_c}{m_1}$ | $\frac{r_c}{m_2}$ | $\frac{r_c}{m_3}$ |
| $\frac{k_1-k_2}{k_1+k_2}$ | $\frac{k_2-k_3}{k_2+k_3}$ | $\frac{k_2-k_1}{k_2+k_1}$ | $\frac{k_1-k_2}{k_1+k_2}$ | $\frac{k_2-k_1}{k_2+k_1}$ | $\frac{k_3-k_2}{k_3+k_2}$ |
| $\frac{m_1}{m_*}$ | $\frac{m_*}{m_3}$ | $\frac{m_2}{m_3}$ | $\frac{m_2}{m_1}$ | $\frac{m_1}{m_2}$ | $\frac{m_2}{m_3}$ |

стояние от центральной до наблюдательной скважины. В этом случае

$$\beta = \frac{r_0\varphi(\varphi-1)}{\left(\frac{r_0}{r_c}-1\right)\Delta_1}\ln^2\frac{r_0}{r_c}. \qquad (2.44)$$

Нетрудно убедиться, что при $r_0 \gg r_c$ влияние нелинейности уменьшается.

При значительных дебитах или глубине скважин существенное влияние на ее сопротивление могут оказывать гидравлические потери внутри водоподъемных труб. Учет этих потерь может быть осуществлен сопротивлением $f_{x_4}$, определяемым по формуле

$$f_{x_4} = Qkm\varphi_\tau, \quad \varphi_\tau = \frac{8\lambda l_\tau}{\pi^2 g d_\tau^5}, \qquad (2.45)$$

где $l_\tau$ и $d_\tau$ — длина и внутренний диаметр водоподъемных труб, $\lambda = \frac{8g}{C^2}$ — коэффициент гидравлического трения, $C$ — известный коэффициент Шези. Естественно, существенное значение для уменьшения сопротивления $f_x$ может оказать правильный выбор конструкции водоприемной части скважины и ее качественная эксплуатация. Как показали опытные откачки и анализ работы скважин в натурных условиях, это позволяет свести к минимуму компоненты сопротивления $\Phi_x$ и во многих случаях пренебречь ими в расчетах.

Предложенными зависимостями, полученными собственно для напорных пластов, можно пользоваться для определения сопротивлений $\Phi$ в безнапорных потоках со свободной поверхностью в верхнем слое. В этом случае мощность потока в верхнем слое $m_1$ и длина фильтра $l$ приближенно усредняются следующим образом.

При расположении фильтра скважин в верхнем слое для скважин с незатопленным фильтром, в которых динамический уровень располагается ниже верха фильтра длиной $l_0$ ($l < l_0$), $m_1 = m_c +$

$+ 0{,}5\,S_c$, $b_1 = 0{,}5\,S_c$, $l = m_c - a_1$; для скважин с затопленным фильтром, у которых динамический уровень воды располагается выше фильтра, $m_1 = m_c + 0{,}5S_c$, $b_1 = m_1 - l - a_1$, $l = l_0$.

При расположении фильтра скважин в нижнем слое

$$m_1 = m_c + 0{,}5S_c.$$

Для систематического вертикального дренажа при осреднении величин $m_1$, $b_1$ и $l$ вместо понижения $S_c$ в приведенных рекомендациях принимается превышение в верхнем слое $h$.

### Зависимости для расчета сопротивлений $\bar{\Phi}$

Двухслойный грунт. При расположении фильтра скважин в верхнем и нижнем слоях (рис. 11) соответственно получаем

$$\bar{\Phi}(b_1) = \alpha_1 \frac{k_1}{k_2 m}\bar{f} + \frac{k_2 - k_1}{k_2 m_1}\bar{f}_1 \quad \text{при } \gamma = \frac{k_2 m_1}{k_1 m_2} > 0{,}05, \tag{2.46}$$

$$\bar{\Phi}(b_1) = \frac{1}{m_1}\left(f_1 + 0{,}366 \ln \frac{1{,}12}{c_1 r_c} + \Delta f'\right) \quad \text{при } \gamma < 0{,}05, \tag{2.47}$$

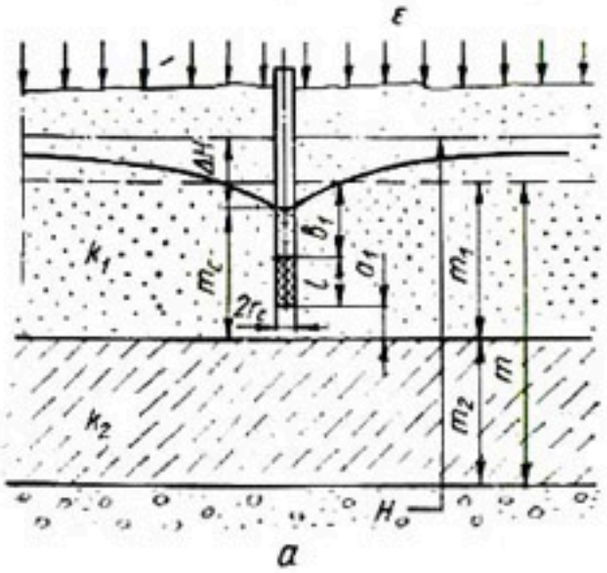
$$\bar{\Phi}(b_2) = \alpha_2 \frac{k_2}{k_1 m}\bar{f} + \frac{k_1 - k_2}{k_1 m_2}\bar{f}_2 \quad \text{при } \gamma_0 = \frac{k_1 m_2}{k_2 m_1} > 0{,}05, \tag{2.48}$$

$$\bar{\Phi}(b_2) = \frac{1}{m_2}\left(f_2 + 0{,}366 \lg \frac{1{,}12}{c_2 r_c} + \Delta f'\right) \quad \text{при } \gamma_0 < 0{,}05,$$

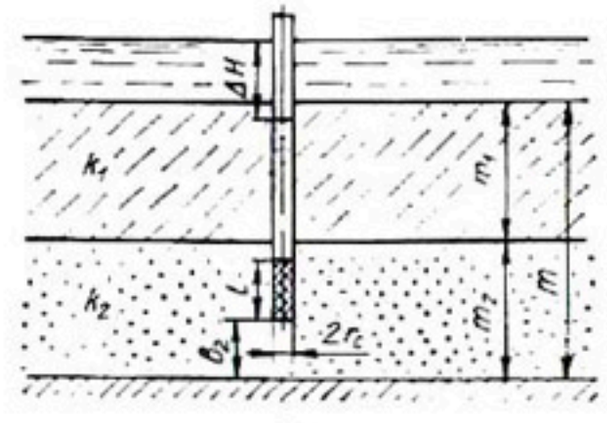
$$c_1 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2 T_1}}, \quad c_2 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1 T_2}}. \tag{2.49}$$

Однородный грунт:

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{m}\bar{f}. \tag{2.50}$$




а




б

Рис. 11. Схемы фильтрации к несовершенным скважинам в двухслойном грунте: *а* — при инфильтрационном и напорном питании; *б* — при питании из водоема.

В приведенных формулах сопротивление $\bar{f}_i$ определяется по формуле (2.35), в которой $\bar{f}_{ci}$ вычисляется согласно (2.36). При этом добавочное сопротивление $\Delta\bar{f}_{c_i} = \Delta f_{0_i} - \Delta f_{c_i}$ в формуле (2.30) для сетки несовершенных скважин с равномерным шагом (систематически-

ческий дренаж) может быть взято непосредственно из графика рис. 12. Здесь сплошные линии относятся к случаю расположения фильтра скважины у верхней и нижней границ пласта, пунктирная — к случаю расположения фильтра длиной $l < 0{,}5\ m_i$ приблизительно в средней части пласта ($b_i + l/2 = (0{,}35 \div 0{,}65)\ m_i$). Из графика следует, что при $\frac{\sigma}{m_i} > 3$ можно

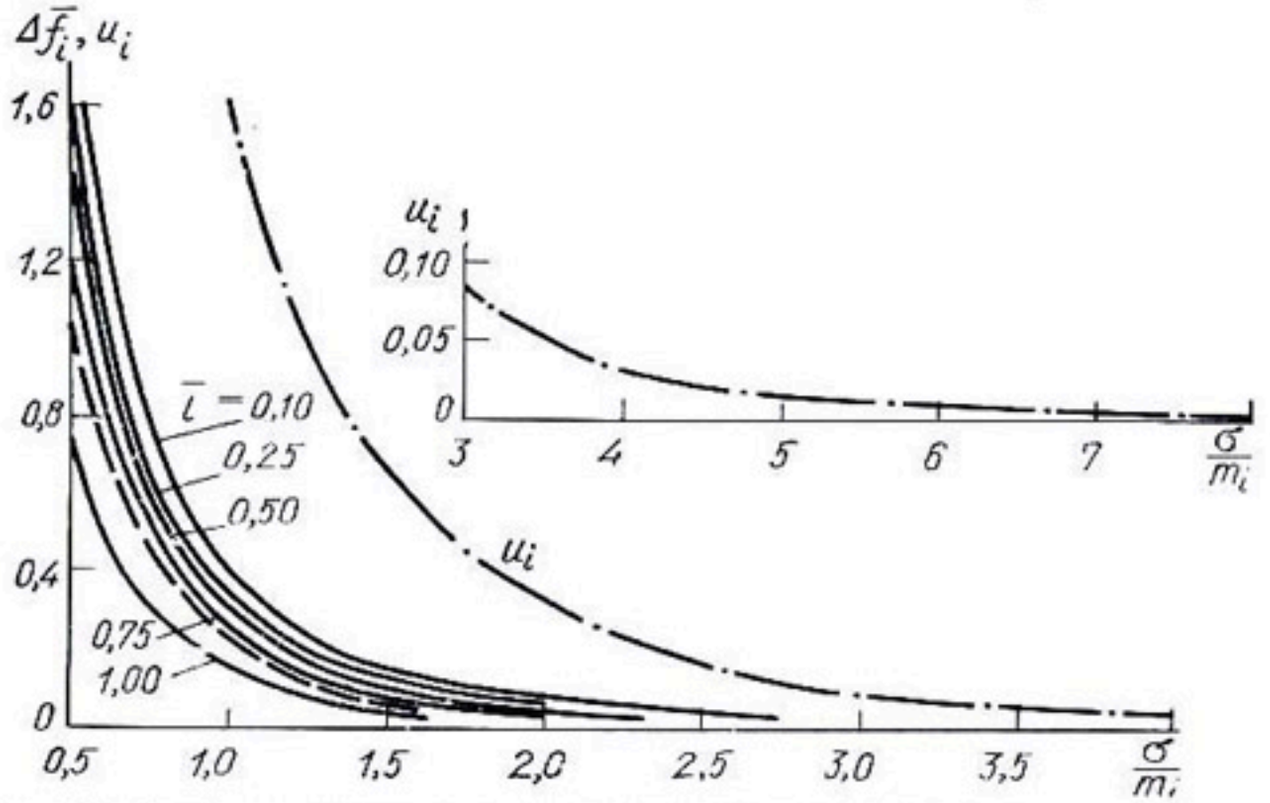



Рис. 12. Графики для определения сопротивлений $\Delta f_i$ и $u_i$.

считать $\Delta\bar{f} = 0$. Остальные обозначения величин, входящих в эти формулы, и способы их нахождения указаны выше.

*Примеры.* 1. Определить фильтрационное сопротивление несовершенной скважины с фильтром размерами $l = 10$, $b_2 = 5$ и $r_0 = 0{,}15$ м систематического дренажа ($\sigma = 200$ м), дренирующего нижний слой трехслойного грунта с параметрами $k_1 = 0{,}1$, $k_2 = 1{,}0$, $k_3 = 20$ м/сутки, $m_1 = 8$, $m_2 = 10$, $m_3 = 20$ м. Сопротивление $\Phi\ (b_2)$ находим по формуле (2.18); так как $k_1 < k_2 < k_3$, предполагаем, что $f_{xi} \approx 0$. В связи с тем что $\frac{\sigma}{m_i} > 1$, в формуле (2.30) можно положить $\Delta f_{ci} \approx 0$. Таким образом, в расчетах принимается $f_i = f_{\text{пл}i}$. Переходим к определению отдельных сопротивлений, для чего воспользуемся формулой (2.34). Для общей мощности $m = 8 + 10 + 20 = 38$ м имеем

$$f = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14} \frac{1 - 0{,}26}{0{,}26} \left( \ln \frac{10}{0{,}15} - 0{,}73 \right) = 1{,}56,$$

где значение $\varepsilon = 0{,}73$ берем из графика рис. 5 при $\bar{l} = \frac{l}{m} = 0{,}26$ и $\bar{b} = \frac{b_2}{m - l} = 0{,}18$. Аналогичным образом находим: $f^* = 1{,}03$

при $\bar{l} = \frac{l}{m_*} = 0{,}33$, $\bar{b} = \frac{b_2}{m^* - l} = 0{,}25$, $\varepsilon = 0{,}92$; $f_3 = 0{,}46$ при $\bar{l} = \frac{l}{m_3} = 0{,}5$, $\bar{b} = \frac{b_2}{m_3 - l} = 0{,}5$, $\varepsilon = 1{,}32$.

Нетрудно убедиться, что для всех коэффициентов $\beta_i$ параметр $\lambda < 0$, поэтому принимаем $\beta_3 = \beta_4 = \beta^* = 1$. Тогда по формуле (2.18) определяем

$$\Phi(b_2) = 1 \cdot 1 \frac{0{,}1}{20} 1{,}56 + 1 \frac{1 - 0{,}1}{20} 1{,}03 + \frac{20 - 1}{20} 0{,}46 = 0{,}49.$$

Из приведенного расчета следует, что $\Phi(b_2) \approx f_3$, т. е., как и следовало ожидать, в формировании сопротивления $\Phi(b_2)$ основную роль играет нижний, наиболее мощный и проницаемый слой. Поэтому в трехслойных грунтах, в которых проводимость основного слоя значительно (в сотни раз) больше проводимостей двух других слоев, можно ограничиться вычислением сопротивления $\Phi(b_i)$ в однородном грунте (основном слое).

2. Для трехслойного грунта с параметрами $k_1 = 10$, $k_2 = 0{,}5$, $k_3 = 10$ м/сутки и $m_1 = 8$, $m_2 = 10$, $m_3 = 20$ м при тех же размерах фильтра несовершенной скважины сопротивление $\Phi(b_2)$ определяется по формуле (2.20), так как $\frac{k_2}{k_3} = 0{,}05 > 0{,}01$, $\frac{k_2}{k_1} = 0{,}05 < 0{,}1$. Согласно (2.34) $f_3 = 0{,}46$; $\bar{f}_i$ вычисляем по формуле (2.36). Полагая $f_{x_i} = 0$, по формуле (2.36) при $m_{0_3} = 2m_3 = 40$ м, $\bar{l} = \frac{l}{m_{0_3}} = 0{,}25$, $\bar{b} = \frac{b_2}{m_{0_3} - l} = 0{,}17$, $\varepsilon = 0{,}7$ получаем $f_{0_3} = 1{,}67$, тогда $\bar{f}_3 = 1{,}67 - 0{,}46 = 1{,}21$.

Аналогичным образом находим $f_0^* = 2{,}92$ при $m_0^* = 2m^* = 60$ м, $\bar{l} = \frac{l}{m_0^*} = 0{,}17$, $\bar{b} = \frac{b_2}{m_0^* - l} = 0{,}1$, $\varepsilon = 0{,}48$; $f^* = 1{,}06$ при $m^* = 30$ м, $\bar{l} = \frac{l}{m^*} = 0{,}33$, $\bar{b} = \frac{b_2}{m^* - l} = 0{,}25$, $\varepsilon = 0{,}91$; тогда $\bar{f}^* = 2{,}89 - 1{,}05 = 1{,}84$. По графику рис. 8 при $\lambda = \frac{k_3 - k_2}{k_3 + k_2} = 0{,}9$, $\bar{m} = \frac{m_2}{m_3} = 0{,}5$ и $\bar{r} = \frac{r_c}{m_3} = 0{,}0075$ находим $\alpha_3 = 0{,}97$.

Таким образом, по формуле (2.20)

$$\Phi(b_2) = 0{,}46 + \frac{80}{40}\left(0{,}97 \frac{40}{0{,}5 \cdot 30} 1{,}84 + \frac{0{,}5 - 10}{0{,}5 \cdot 20} 1{,}21\right) = 0{,}78.$$

3. Для трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем с параметрами $k_1 = 2$, $k_2 = 0{,}01$, $k_3 = 10$ м/сутки и $m_1 = 8$, $m_2 = 5$ и $m_3 = 20$ м при тех же размерах фильтра и расстоянии между скважинами $\sigma = 200$ м сопротивление $\Phi(b_2)$ находим

по формуле (2.22). Предварительно определяем

$$c = \sqrt{\frac{0{,}01 \cdot 216}{5 \cdot 16 \cdot 200}} = 0{,}0116 \text{ м}^{-1}, \quad \bar{R} = 0{,}0116 \cdot \frac{200}{\sqrt{3{,}14}} = 1{,}31,$$

$$\bar{r}_c = 0{,}0116 \cdot 0{,}15 = 0{,}0017, \quad f_3 = 0{,}46.$$

По графику рис. 9 находим $\Delta f' = 0{,}07$ и $\Delta f'' = 0{,}13$. Тогда

$$\Phi(b_2) = 0{,}46 \frac{16}{200}\left(0{,}46 + 0{,}366 \lg \frac{1{,}12}{0{,}0017} + 0{,}07 - 0.13\right) = 0{,}57.$$

## § 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ НА НЕСОВЕРШЕНСТВО ГРАНИЦ ОБЛАСТЕЙ ФИЛЬТРАЦИИ

При разработке методов фильтрационного расчета вертикального дренажа различные в плане границы питания грунтовых вод (прямолинейные, круговые и др.) принимаются совершенными, т. е. такими, через которые питание водоносной толщи постоянным напором или расходом происходит равномерно на всю глубину. Однако в действительности границами питания служат контуры различных водоемов и каналов, зачастую несовершенных по степени вскрытия водоносной толщи. В этом случае поток, поступающий из несовершенных каналов и водоемов, должен преодолеть дополнительное сопротивление грунта под дном этого водоема (канала). Величина такого сопротивления в общем случае будет зависеть от сложения водоносной толщи под дном водоема, его заиленности русловыми отложениями, водопроницаемости противофильтрационной одежды и ширины водоема (канала). При наличии гидравлической связи между водоемом (каналом) и фильтрационным потоком, т. е. в условиях так называемой подпертой фильтрации из водоема, несовершенные границы могут быть приведены к совершенным методом фильтрационных сопротивлений, применение которого к расчетам фильтрации из каналов и водоемов рассмотрено в работах [10, 11, 32, 53, 77, 98]. Особенность этих расчетов заключается в необходимости учета общего сопротивления на несовершенство $\Delta L$ по более сложной схеме с выделением двух дополнительных сопротивлений $\Delta L'$ и $\Delta L''$ [77, 112]. Для более простых схем оттока из водоемов и каналов (одностороннего и симметричного двухстороннего оттоков, оттока из крупного водоема или очень большого канала шириной $B_к > 2m$) учет этого сопротивления практически сводится к удлинению пути фильтрации, т. е. к увеличению общего сопротивления планового потока на сопротивление $\Delta L$. Этим самым урез воды водоема как бы отодвигается на расстояние $\Delta L$. Более сложные случаи учета сопротивлений на несовершенство различных водоемов и каналов рассмотрены в работах [11, 32, 98, 112]. Наиболее достоверные значения $\Delta L$ можно получить на основе анализа данных режимных наблюдений вблизи канала или водоема [33, 58,

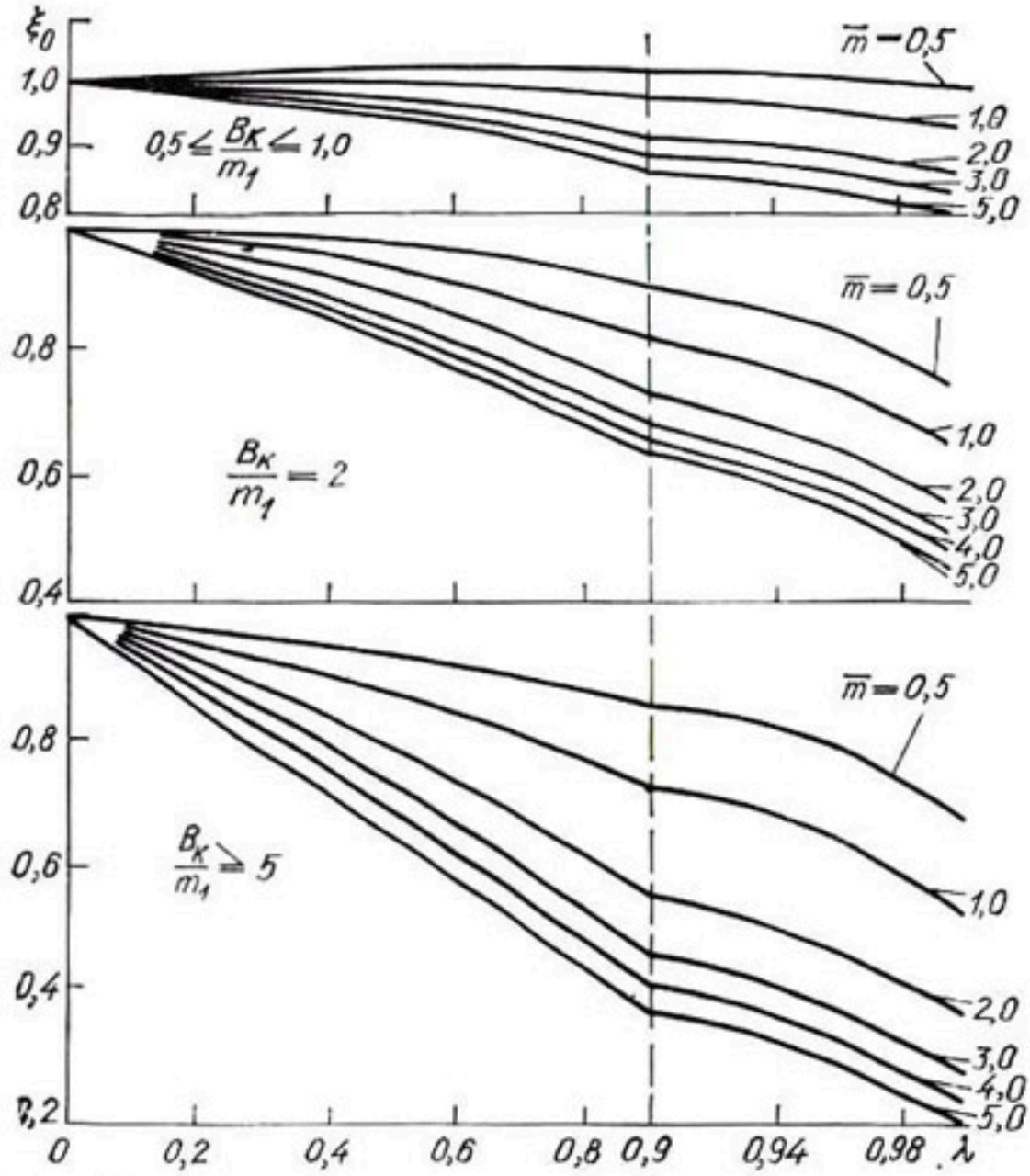



Рис. 13. График для определения коэффициентов $\xi_0$

90, 111]. Однако при наличии таких данных об уровнях вблизи канала или водоема можно вовсе исключить из рассмотрения сопротивление и в качестве исходной границы питания задавать границу потока по найденным уровням. По результатам аналитических решений для определения сопротивлений $\Delta L$ предлагаются следующие расчетные зависимости.

Для каналов небольших размеров ($B_к < 0{,}5\ m_1$) $\Delta L \approx \Delta L''$. Приближенно это сопротивление может быть найдено [65, 69] для трехслойного грунта по формулам (2.17) и (2.19), для двухслойного — по формуле (2.26), для однородного — по формуле (2.28), причем принимается

$$f_i = 0{,}73 m_i \lg \frac{m_i}{\pi r_k}, \tag{2.51}$$

$$\bar{f}_i = 0{,}73 m_i \lg \frac{4m_i}{\pi r_k}, \tag{2.52}$$

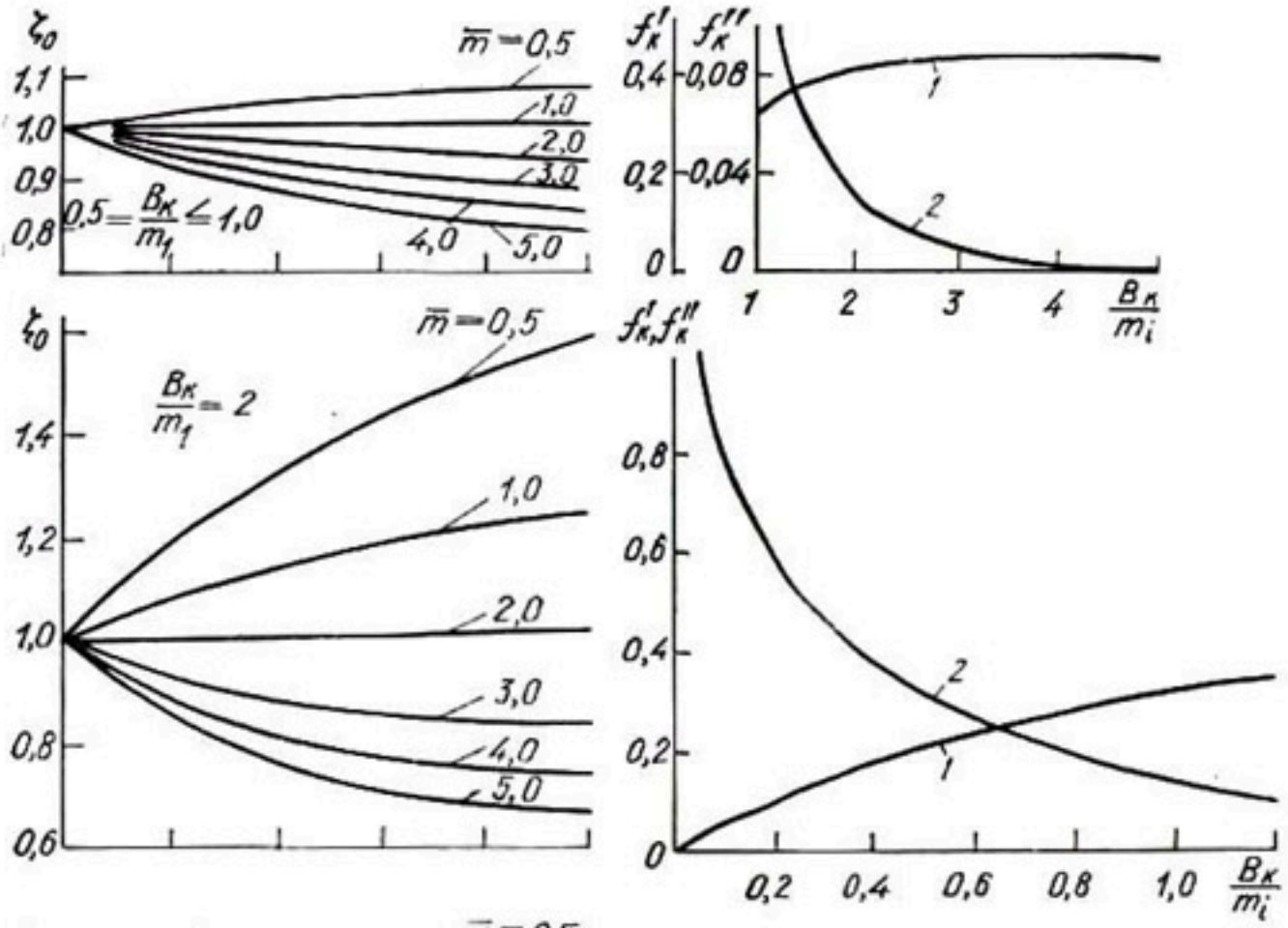



Рис. 14. График для определения коэффициентов $\zeta_0$.

Рис. 15. Графики для определения сопротивлений $f_k'$ (1) и $f_k''$ (2).

где $r_k = 0{,}28\ P_к$, $m_1 = h_к = m_в + h_в$, $P_к$ — периметр смоченной части канала, $m_в$ — мощность верхнего слоя до дна водоема (канала), $h_в$ — глубина воды в водоеме (канале).

Для трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем при $cL \geqslant 3$, где $L$ — расстояние от водоема до скважин,

$$\Delta L = \Delta L'' = \frac{T}{T_1} f_1 + \frac{0{,}5}{c} \frac{T_3}{T_1}, \tag{2.53}$$

причем $f_1$ находится по формуле (2.51) при $m_i = m_1$. Для каналов средних размеров в расчетах фигурируют оба сопротивления — $\Delta L'$ и $\Delta L''$. Для двухслойного грунта эти сопротивления определяются по формулам

$$\Delta L' = \zeta_0 \frac{k_2}{k_1} m f_k' + \frac{k_1 - k_2}{k_1} m_1 f_{k_1}', \tag{2.54}$$

$$\Delta L'' = \zeta_0 \frac{k_2}{k_1} m f_k'' + \frac{k_1 - k_2}{k_1} m_1 f_{k_1}'', \tag{2.55}$$

где

$$f'_{ki} = \frac{B_к}{2m_i} - 1{,}466 \lg \operatorname{ch} \frac{\pi B_к}{4m_i}, \qquad (2.56)$$

$$f''_{ki} = 0{,}733 \lg \operatorname{cth} \frac{\pi B_к}{4m_i}. \qquad (2.57)$$

Здесь $m = h_k + m_2$, $m_1 = h_k$, $h_k = m_в + h_в$, $\xi_0$ и $\zeta_0$ — поправочные коэффициенты, определяемые из графиков рис. 13 и 14, на которых принято $\bar{m} = \frac{m_2}{m_1}$ и $\lambda = \frac{k_2 - k_1}{k_2 + k_1}$. Для всех коэффициентов $\xi_0$ и $\zeta_0$ при $\lambda \leqslant 0$ имеем $\xi_0 = 1$ и $\zeta_0 = 1$. Для удобства вычисления безразмерных сопротивлений $f'_k$ и $f''_k$ на рис. 15 приведены расчетные графики, составленные по формулам (2.57) и (2.58) (заимствованы из работы [11]). Из формул (2.55) и (2.56) для двухслойного грунта при $k_1 = k_2$ и $k_2 = 0$ вытекают известные зависимости определения соответствующих сопротивлений в однородном грунте

$$\Delta L' = mf'_k, \quad \Delta L'' = mf''_k. \qquad (2.58)$$

При определении сопротивлений $f'_k$ и $f''_k$ по формулам (2.58), (2.57) и графикам рис. 15 предполагается, что глубина воды в канале по сравнению с его шириной по урезу воды $B_к$ и мощностью $m_1$ пренебрежимо мала, что часто встречается на практике. Если же глубина потока в канале $h_в$ значительна, то сопротивления $f'_k$ и $f''_k$ в этом случае можно рассчитывать по графикам, предложенным в работе [11].

При $\frac{B_k}{m_1} < 0{,}5$ принимается $\Delta L' \approx 0$ и сопротивление находится по приведенным выше упрощенным формулам для каналов небольших размеров. При $\frac{B_к}{m} \geqslant 2$, наоборот, можно считать $\Delta L'' \approx 0$, а сопротивление $\Delta L'$ рассчитывать по упрощенным формулам для широких водоемов. Методика учета сопротивлений $\Delta L'$ и $\Delta L''$ в расчетах описана ниже.

Для трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем при соблюдении условия $\bar{B}_к = 0{,}5cB_к < 0{,}2$, что часто выполняется для большинства значений ширины канала, общее сопротивление $\Delta L = \Delta L' + 2\Delta L''$ может быть найдено по формуле

$$\Delta L = \frac{T}{T_1} \Delta L_1 - 0{,}5 \frac{T_з}{T_1} B_к + \frac{T_з}{T_1 c} (1 - cB_к \Delta L_1), \qquad (2.59)$$

где $B_к$ — ширина канала по урезу воды, $\Delta L_1 = \Delta L'_1 + 2\Delta L''_1$ — сопротивление на несовершенство канала относительного верхнего слоя средней мощности $m_1$. Нетрудно убедиться, что при $B_к \to 0$ $\Delta L \approx \Delta L''$ и формула (2.59) переходит в формулу (2.53).

Для широких водоемов (водохранилищ, прудов, рек) шириной $B_к > 2m$ $\Delta L \approx \Delta L'$. Приближенно это сопротивление может

быть найдено следующим образом [69, 77, 112]: для однородного грунта

$$\Delta L = \Delta L' = 0{,}44m; \tag{2.60}$$

для двухслойного грунта при $\frac{k_2}{k_1} \geqslant 10$

$$\Delta L = \sqrt{\frac{k_2 m_2 m_b}{k_1}}; \tag{2.61}$$

при $1 \leqslant \frac{k_2}{k_1} < 10$

$$\Delta L = 0{,}5\left(h_b + m_2 + m_b \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}\right); \tag{2.62}$$

при $\frac{k_2}{k_1} \leqslant 1$

$$\Delta L = 0{,}5\left(h_b + m_b + m_2 \frac{k_2}{k_1}\right). \tag{2.63}$$

Достоверность результатов расчетов сопротивлений на несовершенство водоемов и каналов определенным образом зависит от правильного выбора расчетной мощности потока верхнего слоя $m_1$. Следует, однако, заметить, что эта зависимость при расположении водоприемников в менее проницаемых слоях водоносной толщи проявляется весьма слабо.

## § 4. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ К РАСЧЕТАМ СКВАЖИН В БЕЗНАПОРНОМ ПОТОКЕ

В безнапорном потоке в условиях совершенной скважины и незатопленного фильтра несовершенной образуется участок высачивания, а в случае затопленного фильтра несовершенной скважины — участок нависания. К сожалению, достаточно обоснованных предложений по определению высоты высачивания $h_в$ и нависания $h_н$, особенно для скважин, действующих в неоднородно-слоистых грунтах, в настоящее время нет. Для однородного потока величина $h_в$ может быть приближенно оценена по формуле [77, 107]

Таблица 6

| Функция | $\varepsilon$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 0,2 | 0,5 | 1 | 2 | 4 |
| $f_1$ | 0,4 | 0,26 | 0,17 | 0,10 | 0,05 |
| $f_2$ | 1,79 | 1,10 | 0,70 | 0,40 | 0,22 |
| $f$ | 1,39 | 0,84 | 0,53 | 0,30 | 0,17 |

$$h_в = \sqrt{\left(0{,}73 \lg \frac{\sqrt{\bar{Q}}}{r_c} - 0{,}5\right)\bar{Q} + h_c^2} - h_c, \tag{2.64}$$

где $\bar{Q} = \frac{Q}{k}$, $h_c$ — глубина потока в совершенной скважине. Для несовершенной скважины вместо глубины $h_c$ принимается за-

топленная часть фильтра $l$. При сопоставлении расчетных и опытных данных, проведенном в работе [107], получено удовлетворительное совпадение. Величина нависания несовершенной скважины $h_н$ в однородном потоке приближенно определяется из выражения

$$h_н = \frac{Q}{2\pi k l}\left[\ln\frac{0{,}74l}{r_c} - f(c)\right], \qquad (2.65)$$

где $f(c) = f_2(c) - f_1(c)$, $c = \frac{h_н + b}{l}$ (значения функций $f_i(c)$ приведены в табл. 6).

Выражение (2.65) решается подбором; в первом приближении принимается $c = \frac{b}{l}$, где $b$ — превышение уровня воды над фильтром в скважине.

Определение величин $h_в$ и $h_н$ для слоистой водоносной толщи весьма затруднено, однако с определенным приближением приведенные рекомендации могут быть использованы в расчетах дренирования скважинами верхнего безнапорного горизонта.

Глава 3

# МЕТОДЫ ФИЛЬТРАЦИОННОГО РАСЧЕТА ВЕРТИКАЛЬНОГО ДРЕНАЖА ПРИ УСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ

После установления расчетной фильтрационной схемы для орошаемого массива с вертикальным дренажем и обоснования исходных данных производится расчет, определяющий эффективность работы выбранной схемы. Если дренаж выполняет несколько функций, необходимо провести дополнительные расчеты по проверке выполнения им других задач. Очень часто, исходя из условий и продолжительности работы дренажа и выполнения поставленных перед ним задач, достаточно рассмотреть его действия при установившейся фильтрации. Эти же данные могут использоваться для расчетов дренажа при неустановившейся фильтрации.

Методика расчета вертикального дренажа в условиях установившейся фильтрации разработана более обстоятельно, охватывает довольно сложные фильтрационные схемы и, как правило, обеспечивает хорошую точность расчета. Ниже рассмотрены основные, наиболее часто встречающиеся схемы вертикального дренажа применительно к объектам мелиорации. При этом изложение расчетных рекомендаций ограничено определением дебитов скважин и понижений уровня грунтовых вод преимущественно в характерных точках (сечениях) области фильтрации, что зачастую вполне достаточно для практических целей. Кроме того, это дает возможность существенно упростить расчетные зависимости и облегчить пользование ими. Предлагаемые ниже рекомендации и зависимости по расчету вертикальных дренажей получены из сравнительно точных теоретических решений задач фильтрации к скважинам, которые частично опубликованы в работах [32, 65, 66, 68, 70, 74, 75] с использованием научных результатов других авторов, рассматривавших эту проблему в приложениях преимущественно к другим инженерным задачам [15, 18, 24, 25, 27, 35, 48, 77, 78, 82, 83, 87, 89, 97, 107, 109, 123, 133].

## § 1. СИСТЕМАТИЧЕСКИЙ ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ДРЕНАЖ С ИНФИЛЬТРАЦИОННЫМ ПИТАНИЕМ

Превышение $H_p$ напора (уровня) между скважинами по сравнению с напором (уровнем) в скважине определяется по формуле

$$H_p = \frac{\varepsilon B \sigma}{T} (F + \Phi), \qquad (3.1)$$

где $B$ — расстояние между рядами скважин, $\sigma$ — расстояние между скважинами в ряду.

Для сетки скважин с неравномерным шагом, $B > \sigma$ (рис. 16, *а*), при нахождении превышения $H_p$ в сечении посредине между рядами скважин принимается

$$F = \frac{B}{8\sigma} + 0{,}366 \lg \frac{\sigma}{2\pi r_c}, \tag{3.2}$$

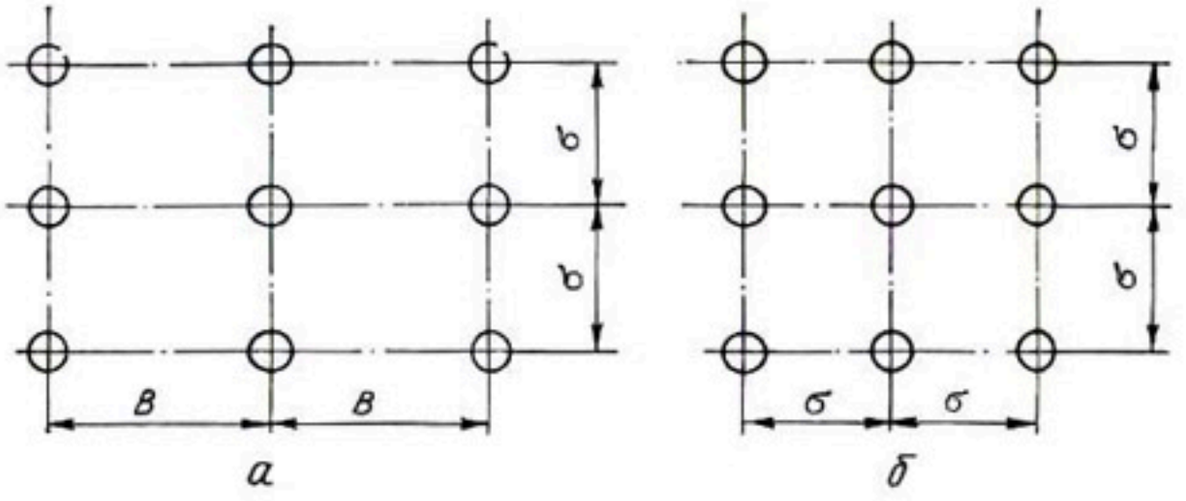



**Рис. 16. Схемы размещения в плане систематического вертикального дренажа с неравномерным (*а*) и равномерным (*б*) шагом сетки.**

посредине между скважинами в ряду

$$F = 0{,}366 \lg \frac{\sigma}{\pi r_c}. \tag{3.3}$$

Решив уравнение (3.1) относительно $B$, получим зависимость для определения большого расстояния между скважинами при известных величинах $H_p$, $\sigma$ и $\varepsilon$

$$B = 4\left(\sqrt{\Phi_p^2 + \frac{H_p T}{2\varepsilon}} - \Phi_p\right), \tag{3.4}$$

в которой сопротивление $\Phi_p$ для трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем определяется по формулам (2.23) и (2.24), а в остальных случаях — по формуле

$$\Phi_p = \sigma\left(0{,}366 \lg \frac{\sigma}{2\pi r_c} + \Phi\right). \tag{3.5}$$

Для сетки скважин с равномерным шагом (рис. 16, *б*) по формуле (3.1) находится превышение $H_p$ посредине между скважинами, в которой принимается $B = \sigma$; $F$ вычисляется по формуле (3.3). При известном значении $H_p$ из уравнения (3.1) методом подбора находится расстояние между скважинами $\sigma$.

*Замечания к расчетам.* 1. Приведенными зависимостями можно пользоваться для расчетов в однородном, двух- и трехслойном грунтах при расположении фильтра скважин в верхнем и нижнем слоях и соблюдении условий $B > 2m$, $\sigma > 2m$. При этом предполагается, что свободная поверхность грунтовых вод располагается

в верхнем слое. Методика определения сопротивлений Ф для различных грунтов приведена в § 3 гл. 2.

2. Для трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем в случае $\overline{B} = 0{,}5cB < 0{,}1$, $\overline{R} = cR = c\frac{\sigma}{\sqrt{\pi}} < 0{,}1$, где $c = \sqrt{\frac{k_2 T}{m_2 T_1 T_3}}$, $T_1 = k_1 m_1$, $T_3 = k_3 m_3$, $T = T_1 + T_3$, средний слой с параметрами $k_2$ и $m_2$ в практических расчетах можно принимать за относительный водоупор.

3. При расположении фильтра скважин в верхнем слое величина $H_p$ соответствует превышению уровня грунтовых вод $h$ посредине между скважинами (рядами скважин) над уровнем воды в них. При расположении фильтра скважин в нижнем слое (см. рис. 2, *в*, *г*) величина $H_p$ соответствует превышению напора $H$ в нижнем слое посредине между скважинами (рядами скважин) по сравнению с напором в них. При небольшом различии коэффициентов фильтрации слоев в расчетах принимается $H_p \approx H \approx h$.

Для трехслойного пласта со слабопроницаемым средним слоем $H_p = H$, а переход к превышению уровня в верхнем слое $h$ осуществляется по формуле

$$h = H + \varepsilon_0\left(1 + \overline{B}\frac{1}{\operatorname{sh}\overline{B}}\right), \quad \varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{k_2}\frac{T_3}{T}m_2 \tag{3.6}$$

для ряда скважин и

$$h = H + \varepsilon_0 + \frac{\varepsilon\sigma^2}{T_3}\Delta f'' \tag{3.7}$$

для скважин в равномерной сетке; сопротивление $\Delta f''$ определяется из графика, приведенного на рис. 9.

При $\overline{B} > 3$ в формулах можно положить $\frac{1}{\operatorname{sh}\overline{B}} \approx 0$, а при $\overline{R} > 5$ $\Delta f'' \approx 0$. В остальных случаях трехслойного грунта при расположении фильтра скважин в нижнем слое переход к уровню $h$ от напоров $H_p = H$ осуществляется по формуле (приближенно)

$$h = H + \varepsilon\left(\frac{m_1}{k_1} + \frac{m_2}{k_2}\right), \tag{3.8}$$

из которой для двухслойного грунта получаем

$$h = H + \varepsilon\frac{m_1}{k_1}. \tag{3.9}$$

*Пример.* Определить расстояние между рядами несовершенных скважин при понижении от поверхности земли между рядами скважин 1,5 м. Фильтры скважин размерами $l = 10$, $b_2 = 5$ и $r_c = 0{,}15$ м располагаются в нижнем слое трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем (параметры приведены в предыдущем примере). Расстояние между скважинами в ряду $\sigma = 200$ м, динамический уровень в скважинах поддерживается на глубине 3 м

от поверхности земли, интенсивность инфильтрационного питания $\varepsilon = 0{,}001$ м/сутки. Превышение $H$ уровня в верхнем слое между рядами скважин по сравнению с уровнем в скважине составит $3 - 1{,}5 = 1{,}5$ м. Согласно предыдущему примеру сопротивление ряда скважин, найденное по формуле (3.5), $\Phi_p = 286{,}5$ м.

По формуле (3.6), предполагая, что $\bar{B} > 3$, находим превышение напора в нижнем слое:

$$H = 1{,}5 - \frac{0{,}001 \cdot 200}{0{,}01 \cdot 216} \cdot 5 = 1{,}04 \text{ м}.$$

Тогда расстояние между рядами скважин согласно (3.4)

$$B = 4\left(\sqrt{286{,}5^2 + \frac{1{,}04 \cdot 216}{2 \cdot 0{,}001}} - 286{,}5\right) = 606 \text{ м}.$$

При динамическом уровне в скважине на глубине 5 м от поверхности земли

$$B = 4\left(\sqrt{286{,}5^2 + \frac{3{,}04 \cdot 216}{2 \cdot 0{,}001}} - 286{,}5\right) = 1414 \text{ м}.$$

Дебит каждой скважины составит $Q = \varepsilon B\sigma = 121{,}2$ м³/сутки в первом и $Q = 283$ м³/сутки во втором случае

## § 2. ОГРАДИТЕЛЬНЫЙ (ПЕРЕХВАТЫВАЮЩИЙ) ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ДРЕНАЖ В УСЛОВИЯХ БОКОВОГО ПРИТОКА ИЗ ШИРОКИХ ВОДОЕМОВ

Дебит скважины определяется по следующей универсальной формуле:

$$Q = \frac{TS_c}{F + \Phi}. \tag{3.10}$$

Если же дебит скважины $Q$ известен, то понижение в скважине можно определить так:

$$S_c = \frac{Q}{T}(F + \Phi). \tag{3.11}$$

Понижение или уровень непосредственно вблизи скважины определяется по формулам

$$S_c' = S_c - \frac{Q}{T}\Phi, \quad H_c' = H_c + \frac{Q}{T}\Phi, \tag{3.12}$$

а вблизи скважин линейного ряда по формулам

$$S_p = S_c - \frac{Q}{T\sigma}\Phi_p, \quad H_p = H_c + \frac{Q}{T\sigma}\Phi_p. \tag{3.13}$$

Уровень грунтовых вод вблизи водоема (канала)

$$H_к' = H_к - \frac{Q}{T\sigma}\Delta L, \tag{3.14}$$

где $H_к$ — уровень воды в канале (водоеме), $F$ — фильтрационное сопротивление при действии совершенной скважины, определяемое плановыми размерами потока и не зависящее от его структуры по глубине. Этим сопротивлением учитывается расположение в плане границ питания, особенность оттока из них фильтрационного потока, расположение вертикального дренажа по отношению к границам питания, количество скважин и их размещение в плане по отношению друг к другу.

В рассматриваемых схемах в сопротивление $F$ включено также добавочное сопротивление $\Delta L$ на несовершенство водоемов (каналов). В табл. 7 для некоторых схем областей фильтрации (пластов) и одиночной скважины приведены выражения для определения сопротивлений $F$ и понижений в скважине $S_c$ в формуле (3.10), а также положения уровня $H_*$ посредине между скважинами бесконечного ряда.

Для ограниченных в плане пластов с двумя границами питания (стока) общее сопротивление

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2, \tag{3.15}$$

где $\Delta L_1$ — сопротивление на несовершенство границы питания (стока) с уровнем $H_1$, $\Delta L_2$ — то же с уровнем $H_2$.

Для двух бесконечных рядов скважин, находящихся на расстояниях $L_1$ и $L_2$ от ближайшей границы ограниченного пласта ($L_2 > L_1$), понижение вдоль оси $x$ определяется по формуле

$$S_1 = \frac{q_1}{T}(F_1 + \Phi_1) + \frac{q_2}{T}(F_2 + \Phi_2), \tag{3.16}$$

где $q_1 = \frac{Q_1}{\sigma_1}$, $q_2 = \frac{Q_2}{\sigma_2}$. При $\frac{L_1}{\sigma_1} \geqslant 0{,}5$, $\frac{L - L_2}{\sigma_2}$, $\frac{L}{\sigma_{1,2}} \geqslant 1$, $\frac{L_1}{L}$, $\frac{L_2}{L} \leqslant 0{,}5$

$$F_1 = x - \frac{xL_1}{L} - 0{,}366\sigma_1 \lg\left|e^{\frac{2\pi(x-L_1)}{\sigma_1}} - 1\right|,$$

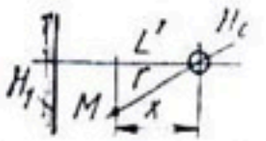
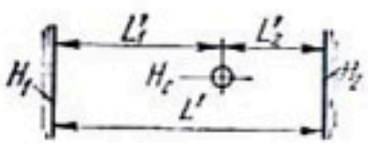
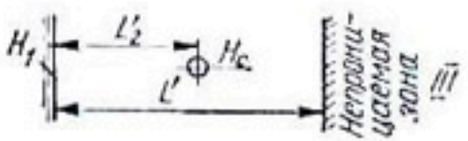
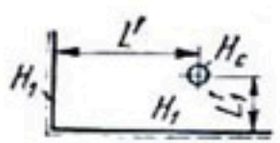
$$F_2 = x - \frac{xL_2}{L} - 0{,}366\sigma_2 \lg\left|e^{\frac{2\pi(x-L_2)}{\sigma_2}} - 1\right|. \tag{3.17}$$

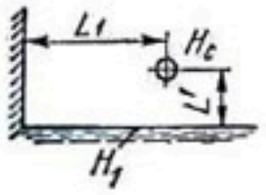
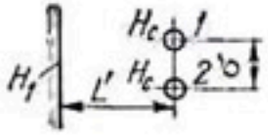
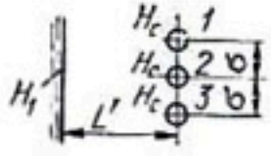
При определении понижений на расстояниях $x > m$ в расчетных формулах можно положить $\Phi_1 \approx \Phi_2 \approx 0$. Для схемы полуограниченного пласта (одностороннего притока) расчетные зависимости можно получить из приведенных выражений, положив в них $L \to \infty$, тогда члены, содержащие $L$, принимаются равными нулю. В частности, понижения в скважинах первого ряда $S_1$ (при $x = L_1 - r_{c_1}$) и второго ряда $S_2$ (при $x = L_2 - r_{c_2}$) вычисляются по формулам

$$S_1 = \frac{1}{T_1}(q_1 R_1 + q_2 R_{1,2}), \tag{3.18}$$

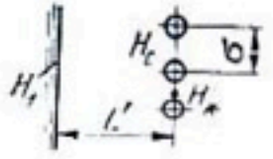
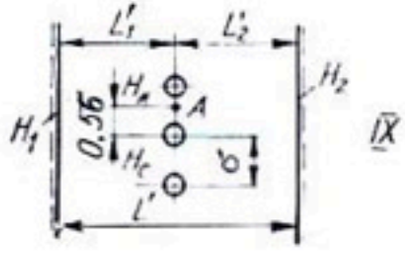
$$S_2 = \frac{1}{T_2}(q_1 R_{2,1} + q_2 R_2). \tag{3.19}$$

Таблица 7

| Схема фильтрации | Система скважин | Расчетные формулы | Примечания |
|---|---|---|---|
|  I | Одиночная скважина | $F = 0{,}366 \lg \frac{2L_1}{r_c}$; $S_c = H_1 - H_c$ | $L = L + \Delta L$ |
|  II | » | $F = 0{,}336 \lg \frac{0{,}64L \sin \frac{\pi L_2}{L}}{r_c}$; $S_c = \frac{(H_1 - H_2) L_2}{L} + H_2 - H_c$ | $L_2 = L_2' + \Delta L_2$ |
|   III | » | $F = 0{,}366 \lg \frac{1{,}27L \operatorname{tg} \frac{\pi L_0}{2L}}{r_c}$; $S = H_1 - H_c$ | $L_1 = L_1' + \Delta L_1$; $L_1 = L_1 + L_2$; $L_0 = L_0' + \Delta L$ |
|  IV | » | $F = 0{,}366 \lg \frac{2LL_1}{r_c \sqrt{L^2 + L_1^2}}$; $S_c = H_1 - H_c$ | $L = L' + \Delta L$; $L_1 = L_1' + \Delta L_1$ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
|  | V | Одиночная скважина | $F = 0{,}366 \lg \frac{2L\sqrt{1+\frac{L^2}{L_1^2}}}{r_c}$; $S_c = H_1 - H_c$ | $L = L' + \Delta L$ |
|  | VI | Две скважины | $F = 0{,}366 \lg \frac{2L}{r_c} + 0{,}183 \lg\left(1 + \frac{4L^2}{\sigma^2}\right)$; $S_c = H_1 - H_c$, $Q_1 = Q_2$ | $L = L' + \Delta L$ |
|  | VII | Три скважины | $F = 0{,}366 \frac{\lg \lambda_0 [\lg \lambda_0^2 (1+\lambda^2)] - [\lg (1+4\lambda^2)]^2}{\lg\left(\frac{\lambda_0^2}{1+4\lambda^2}\right)}$; $Q_2 = Q_1\left[1 - \lg \frac{(1+4\lambda^2)}{(1+\lambda^2)} / \lg \frac{\lambda_0^2}{1+4\lambda^2}\right]$, $Q_1 = Q_3$ | $\lambda_0 = \frac{2L}{r_c}$, $\lambda = \frac{L}{\sigma}$ |

*Продолжение табл. 7*

| Схема фильтрации | Система скважин | Расчетные формулы | Примечание |
|---|---|---|---|
|  VIII | Линейный ряд скважин | $F = F(L) + 0{,}366 \lg \frac{\sigma}{2\pi r_c}$; $F(L) = 0{,}366 \lg 2 \operatorname{sh} \delta L$; $S_c = H_1 - H_c$; $H_* = H_1 - \frac{Q}{T}(F_0(L) - 0{,}11)$; $F_0(L) = 0{,}366 \lg 2 \operatorname{ch} \delta L$ | $\delta = \frac{2\pi}{\sigma}$ при $\frac{L_2}{\sigma} > 0{,}5$, $\frac{L}{\sigma} > 1{,}0$; $F(L) \approx F_0(L) \approx \frac{L}{\sigma}$ |
|  IX | » | $F = F(L_2) + 0{,}366 \lg \frac{\sigma}{2\pi r_c} + M_c - \frac{L_2^2}{\sigma L}$; $S_c = \frac{(H_1 - H_2) L_2}{L_1} + H_2 - H_c$; $H_* = H_2 + \frac{(H_1 - H_2) L_2}{L} - \frac{Q}{T}\left(F_0(L_2) - 0{,}11 + M_* - \frac{L_2^2}{\sigma L}\right)$; $M_c = 0{,}366 \sum_{p=1}^{\infty} \lg \frac{\operatorname{sh} \delta (Lp + L_2) \operatorname{sh} \delta (Lp - L_2)}{\operatorname{sh}^2 \delta Lp}$ | $M_c \approx M_* \approx 0$ при $\frac{L_2}{\sigma} > 0{,}5$, $\frac{L}{\sigma} > 1{,}0$; $F(L_2) = F(L)$ При определении $M_*$ вместо sh в формуле для $M_c$ принимается ch |

Для схемы двухстороннего притока

$$F_1 = L_1 - \frac{L_1^2}{L} + 0{,}366\sigma_1 \lg \frac{\sigma_1}{2\pi r_{c_1}};$$

$$F_2 = L_2 - \frac{L_2^2}{L} + 0{,}366\sigma_2 \lg \frac{\sigma_2}{2\pi r_{c_2}};$$

$$F_{1,2} = L_1 - \frac{L_1 L_2}{L} - 0{,}366\sigma_2 \lg \left| e^{-\frac{2\pi l''}{\sigma_2}} - 1 \right|; \qquad (3.20)$$

$$F_{2,1} = L_1 - \frac{L_1 L_2}{L} - 0{,}366\sigma_1 \lg \left| e^{-\frac{2\pi l'}{\sigma_1}} - 1 \right|,$$

где $l'' = L_2 - L_1 - r_{c_2}$, $l' = L_2 - L_1 - r_{c_1}$. При $l/\sigma \geqslant 0{,}5$ в формулах можно пренебречь логарифмом, и тогда

$$F_{1,2} = F_{2,1} = L_1 - \frac{L_1 L_2}{L}. \qquad (3.21)$$

Для схемы одностороннего притока расчетные зависимости можно получить из выражений (3.20), положив в них $L \to \infty$. Тогда вторые члены в этих формулах, содержащие величину $L$, принимаются равными нулю. Сопротивления $\Phi_1$ и $\Phi_2$, обусловленные гидродинамическим несовершенством скважин первого и второго рядов, для обеих схем притока определяются по формуле (3.5) или по формулам (2.23) и (2.24) для трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем.

Добавочные сопротивления $\Phi_{1,2}$ и $\Phi_{2,1}$, обусловленные влиянием несовершенства линейных рядов скважин на их взаимодействие при $L_2 - L_1 > 2m$, а для схемы трехслойного пласта со слабопроницаемым слоем — при $c(L_2 - L_1) > 3$, можно положить равными нулю.

Для определения понижения между рядами скважин $S_p$ по формуле (3.16) в зависимостях (3.17) следует положить $x = 0{,}5(L_1 + L_2)$ и принять при $L_2 - L_1 > 2m$ $\Phi_1 \approx \Phi_2 \approx 0$. О построении кривых депрессий в отдельных зонах области фильтрации необходимо заметить следующее. Получение точных уравнений таких кривых в неоднородных грунтах с вертикальным дренажем связано с большими математическими трудностями и вряд ли их можно использовать в практических расчетах. Поэтому для неоднородных грунтов можно рекомендовать лишь весьма приближенные уравнения, применяемые для однородного грунта и совершенных скважин и основанные на аппроксимации кривых депрессий в отдельных зонах параболами Дюпюи для безнапорных слоистых потоков или прямыми линиями для напорных потоков. При этом несовершенные скважины по формуле (3.12) необходимо привести к совершенным, а линейные ряды скважин по формуле (3.13) — к совершенным траншеям, используя затем для расчетов кривых депрессий известные в литературе простые уравнения. Ориентировочно принимают, что зона резкой деформации фильтра-

ционного потока проявляется на участке длиной, примерно равной мощности грунта, поэтому на таком участке кривая депрессии подлежит корректировке в соответствии с уровнем воды в скважине.

*Пример.* Определить дебит ряда трех несовершенных скважин, расположенного от уреза воды несовершенного водоема на расстоянии $L' = 500$ м. Расстояние между скважинами $\sigma = 200$ м, понижение уровня в скважинах $S_c = H_к - H_c = 5$ м. Скважины дренируют двухслойный грунт с параметрами $k_1 = 0{,}5$, $k_2 = 20$ м/сутки, $m_1 = 10$, $m_2 = 20$ м; фильтр скважин размерами $l = 10$, $r_c = 0{,}15$ и $b_2 = 5$ м расположен в нижнем слое.

Предварительно определяем сопротивления на несовершенство водоема $\Delta L$ и скважины Ф. Так как $\frac{k_2}{k_1} > 10$, то $\Delta L$ рассчитываем по формуле (2.62):

$$\Delta L = \sqrt{\frac{20 \cdot 20 \cdot 10}{0{,}5}} = 89 \text{ м}.$$

Сопротивление Ф находим по формуле (2.29), в которой безразмерные сопротивления $f_i \approx f_{нс_i}$ составят: $f = 1{,}06$, $f_1 = 0{,}46$. Так как $\lambda = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} < 0$, то $\beta_н = 1$. Таким образом,

$$\Phi(b_2) = 1 \cdot \frac{0{,}5}{20} 1{,}06 + \frac{20 - 0{,}5}{20} 0{,}46 = 0{,}48.$$

Согласно табл. 7 для рассматриваемой схемы УП

$$F = 0{,}366 \frac{\lg 7860 \left|\lg 7860^2 (1 + 2{,}95^2)\right| - \left|\lg (1 + 4 \cdot 2{,}95^2)\right|^2}{\lg \left(\frac{7860^2}{1 + 4 \cdot 2{,}95^2}\right)} = 1{,}87,$$

где $L = L' + \Delta L = 500 + 89 = 589$ м, $\lambda_0 = \frac{2L}{r_c} = 7860$,

$$\lambda = \frac{L}{\sigma} = 2{,}95.$$

Дебит крайних скважин

$$Q_{1,3} = \frac{495 \cdot 5}{1{,}87 + 0{,}48} = 862 \text{ м}^3/\text{сутки}.$$

Дебит центральной скважины

$$Q_2 = 862 \left[1 - \frac{\lg \frac{(1 + 4 \cdot 2{,}95^2)}{(1 + 2{,}95^2)}}{\lg \frac{7860^2}{1 + 4 \cdot 2{,}95^2}}\right] = 784 \text{ м}^3/\text{сутки}.$$

## § 3. ПРИКАНАЛЬНЫЙ ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ДРЕНАЖ В УСЛОВИЯХ БОКОВОГО ПРИТОКА И ИСПАРЕНИЯ (ШИФИЛЬТРАЦИИ)

Посредством приведенных ниже расчетов представляется возможным установить фильтрационные потери из канала как основного источника питания грунтовых вод и оценить не-

обходимость осуществления дренажных мероприятий и их эффективность по борьбе с заболачиванием и вторичным засолением прилегающих земель.

Рассмотрим различные схемы подпертой фильтрации из каналов в приканальный вертикальный дренаж в виде линейного ряда скважин, расположенных в нижнем слое, в условиях испарения с поверхности грунтовых вод. На примере двухслойного грунта эти схемы изображены на рис. 17.

С х е м а 1 — симметричный отток из канала при отсутствии приканального дренажа (рис. 17, *а*). При интенсивности испарения $\varepsilon$, изменяющейся с глубиной уровня грунтовых вод по линейной зависимости

$$\varepsilon = \varepsilon_n \left(1 - \frac{z}{z_0}\right), \tag{3.22}$$

где $\varepsilon_n$ — интенсивность испарения на поверхности земли, $z_0$ — критическая глубина грунтовых вод, при которой $\varepsilon = 0$, расчетные зависимости имеют вид

$$q_к = T \frac{\overline{H}_к}{\Delta L + \sqrt{\frac{Tz_0}{\varepsilon_n}}}, \tag{3.23}$$

где $q_к$ — односторонний погонный отток из канала;

$$h = h_0 + H'_к e^{-x}, \tag{3.24}$$

где $h$ — глубина грунтовых вод вблизи канала; $\overline{H}_к = h_к - h_0$; $H'_к = H_к - \frac{q_к}{T}\Delta L = \frac{\overline{H}_к}{a\Delta L + 1}$; $\overline{x} = ax$; $a = \sqrt{\frac{\varepsilon_n}{Tz_0}}$; $h_0$ — глубина уровня грунтовых вод, при которой $\varepsilon = 0$; $\Delta L = \Delta L' + 2\Delta L''$; $T$ — средняя проводимость водоносной толщи, например, в случае двухслойного грунта (рис. 17)

$$T \approx k_1 \left(h_0 + \frac{\overline{H}_к}{2}\right) + k_2 m_2.$$

С х е м а 2 — симметричный отток из канала к скважинам (рис. 17, *б*). При постоянной величине интенсивности между каналом и дренажем, не зависящей от глубины $z$ ($\varepsilon = \text{const}$), расчетные формулы имеют вид

$$q_к = \frac{TS + \varepsilon L (0{,}5L + \Phi_p)}{L + \Delta L + \Phi_p}, \tag{3.25}$$

$$q = \frac{TS - \varepsilon L (0{,}5L + \Delta L)}{L + \Delta L + \Phi_p} \tag{3.26}$$

$\left(q = \frac{Q}{\sigma}\right.$ — приток к ряду скважин$\left.\right)$;

$$H'_к = H_к - \frac{q_к}{T}\Delta L \tag{3.27}$$

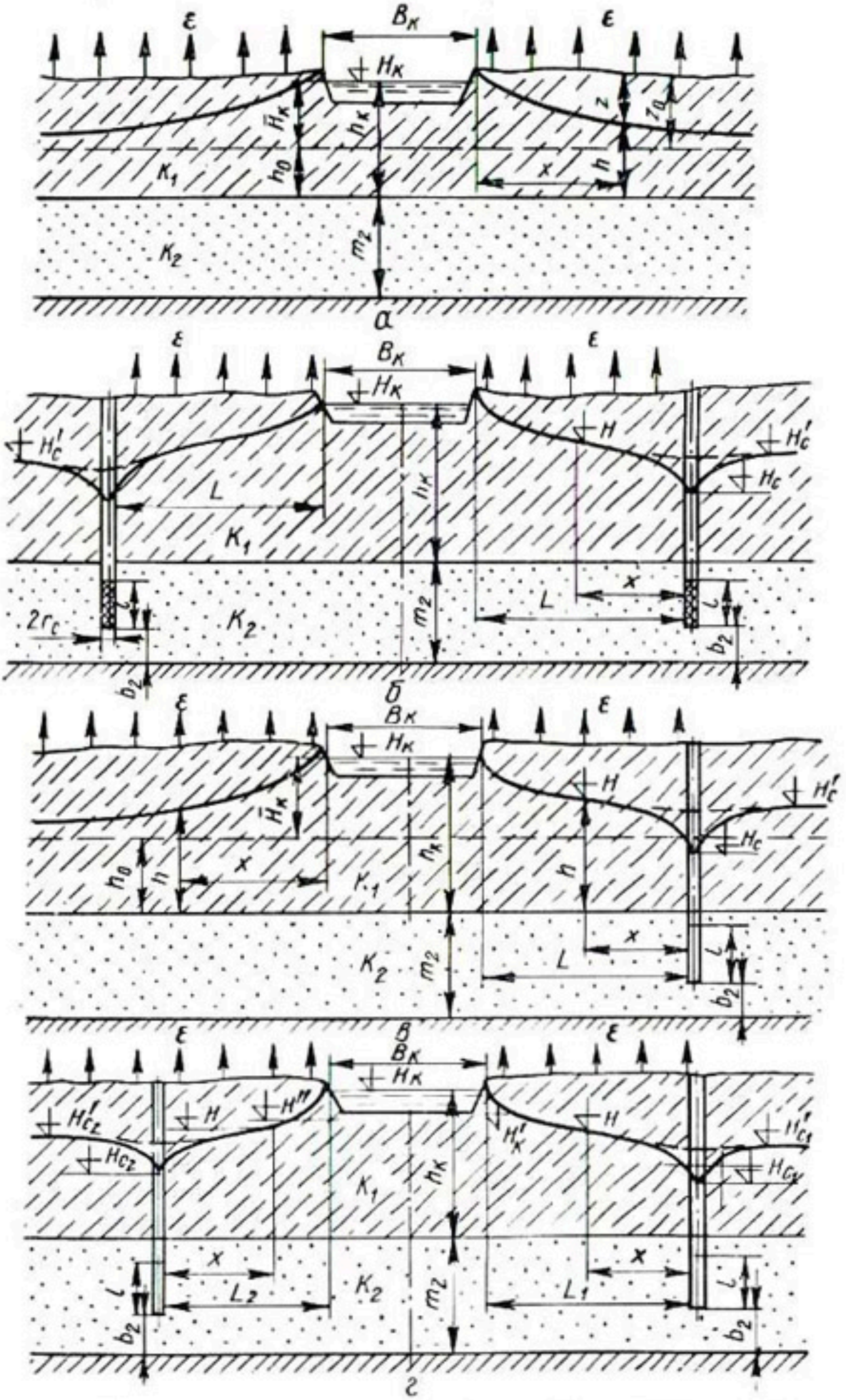



Рис. 17. Расчетные схемы приканального вертикального дренажа.

($H_к$ — уровень грунтовых вод вблизи канала);

$$H_c' = H_c + \frac{q}{T}\Phi_p \tag{3.28}$$

($H_c'$ — напор (уровень) грунтовых вод за скважинами, $S = H_к - H_c$, $\Delta L = \Delta L' + 2\Delta L''$).

Если величиной испарения можно пренебречь ($\varepsilon = 0$), то формула (3.25) упрощается:

$$q_к = q = \frac{TS}{L + \Delta L + \Phi_p}. \tag{3.29}$$

При переменной по линейной зависимости (3.22) интенсивности испарения $\varepsilon = f(z)$ на участке между каналом и дренажем расчетные зависимости приобретают вид

$$q_к = \frac{TSa}{P}(\operatorname{ch}\bar{L} + a\Phi_p \operatorname{sh}\bar{L}), \tag{3.30}$$

$$q = \frac{TSa}{P}, \tag{3.31}$$

где $P = (1 + \Delta L\Phi_p a^2)\operatorname{sh}\bar{L} + a(\Phi_p + \Delta L)\operatorname{ch}\bar{L}$, $\bar{L} = aL$.

Остальные величины и параметры определяются по рекомендациям, приведенным выше.

Схема 3 — односторонний отток из канала в приканальный дренаж (рис. 17, *в*). При $\varepsilon = \text{const}$ на участке между каналом и дренажем, $\varepsilon = 0$ на пониженной поверхности грунтовых вод за дренажем и $\varepsilon = f(z)$ (см. (3.22)) в зоне слева от канала расчетные зависимости следующие:

погонный отток $q_к'$ из канала справа и приток в дренаж определяются по формулам (3.25) и (3.26), в которых принимается $\Delta L = \Delta L' + \Delta L''$;

уровни грунтовых вод вблизи канала справа и за дренажем находятся соответственно по формулам (3.27) и (3.28);

погонный отток $q_к''$ из канала в левую сторону и положение уровня грунтовых вод в этой зоне находятся по формулам (3.23) и (3.24), в которых вместо $\Delta L$ принимается $\Delta L''$ и $H_к' = H_к - \frac{q_к''}{T}\Delta L''$.

При переменной интенсивности испарения также в зоне справа от канала (на участке $L$ между каналом и дренажем) расчеты следует производить по зависимостям (3.30) и (3.31), в которых нужно принимать $\Delta L = \Delta L' + \Delta L''$.

Схема 4 — двухсторонний несимметричный отток из канала в дренажи (рис. 17, *г*). При $\varepsilon = \text{const}$ на участке между каналом и дренажами расчетные зависимости имеют вид

$$q_к' = T' \frac{S'(L_2 + \Phi_2) - S''\Delta L'' + a_1(L_2 + \Phi_2) - a_2\Delta L''}{(L_1 + \Phi_1)(L_2 + \Phi_2) - \Delta L''^2}, \tag{3.32}$$

$$q_к'' = T'' \frac{S''(L_1 + \Phi_1) - S'\Delta L'' + a_2(L_1 + \Phi_1) - a_1\Delta L''}{(L_1 + \Phi_1)(L_2 + \Phi_2) - \Delta L''^2}, \tag{3.33}$$

где $q'_к$ и $q''_к$ — погонный отток из канала соответственно в правую и левую стороны;

$$q' = T' \frac{S'(L_2 + \Phi_2) - S''\Delta L'' - \bar{a}_1(L_2 + \Phi_2) + \bar{a}_2\Delta L''}{(L_1 + \Phi_1)(L_2 + \Phi_2) - \Delta L''^2}, \quad (3.34)$$

$$q'' = T'' \frac{S''(L_1 + \Phi_1) - S'\Delta L'' - \bar{a}_2(L_1 + \Phi_1) + \bar{a}_1\Delta L''}{(L_1 + \Phi_1)(L_2 + \Phi_2) - \Delta L''^2}, \quad (3.35)$$

где $q'$ и $q''$ — погонный приток соответственно в правый и левый дренажи,

$$S' = H_п - H_{c_1}, \quad S'' = H_к - H_{c_2}, \quad a_1 = \frac{\varepsilon L_1}{T'}(0{,}5L_1 + \Phi_{p_1}),$$

$$a_2 = \frac{\varepsilon L_2}{T''}(0{,}5L_2 + \Phi_{p_2}), \quad \bar{a}_1 = \frac{\varepsilon L_1}{T_1}(0{,}5L_1 + \Delta L + \Delta L''),$$

$$\bar{a}_2 = \frac{\varepsilon L_2}{T''}(0{,}5L_2 + \Delta L + \Delta L''), \quad \Phi_1 = (\Delta L + \Phi_{p_1}),$$

$$\Phi_2 = (\Delta L + \Phi_{p_2}), \quad \Delta L = \Delta L' + \Delta L'',$$

$T'$ и $T''$ — проводимость соответственно в левой и правой зонах, $\Phi_{p_1}$ и $\Phi_{p_2}$ — сопротивление линейных рядов скважин, расположенных слева и справа от канала;

$$H'_к = H_к - \frac{q'_к}{T'}\Delta L - \frac{q''_к}{T''}\Delta L'', \quad (3.36)$$

$$H''_к = H_к - \frac{q''_к}{T''}\Delta L - \frac{q'_к}{T'}\Delta L'', \quad (3.37)$$

где $H'_к$ и $H''_к$ — уровень грунтовых вод вблизи канала соответственно с левой и правой стороны;

$$H'_{c_1} = H_{c_1} + \frac{q_1}{T'}\Phi_{p_1}, \quad (3.38)$$

$$H'_{c_2} = H_{c_2} + \frac{q''}{T''}\Phi_{p_2}, \quad (3.39)$$

где $H'_{c_1}$ и $H'_{c_2}$ — максимальные уровни (напоры) грунтовых вод за дренажами соответственно слева и справа.

Если действием испарения можно пренебречь ($\varepsilon = 0$), то расчетные формулы упрощаются:

$$q'_к = q' = T' \frac{S'(L_2 + \Phi_2) - S''\Delta L''}{(L_1 + \Phi_1)(L_2 + \Phi_2) - \Delta L''^2}, \quad (3.40)$$

$$q''_к = q'' = T'' \frac{S''(L_1 + \Phi_1) - S'\Delta L''}{(L_1 + \Phi_1)(L_2 + \Phi_2) - \Delta L''^2}. \quad (3.41)$$

Схема 5 — двухсторонний несимметричный приток из совершенных водоемов к линейному ряду несовершенных скважин.

При $\varepsilon = \text{const}$ на участке между водоемами погонный приток к дренажу определяется по формуле

$$q = \frac{TS_c - \frac{\varepsilon L_1 L_2}{2}}{\frac{L_1 L_2}{\sigma L} + \Phi_p}, \tag{3.42}$$

где $Sc = \frac{(H_1 - H_2) L_2}{L} + H_2 - H_c$, $H_1$, $H_2$ — уровни воды в водоемах. Оттоки из левого и правого водоемов соответственно составляют

$$q'_к = \frac{TS'_c + 0{,}5\varepsilon L_1^2}{L_1} \tag{3.43}$$

и

$$q''_к = \frac{TS'_c + 0{,}5\varepsilon L_2^2}{L_2}, \tag{3.44}$$

где

$$S'_c = S_c - \frac{q}{T}\Phi_p.$$

Схема 6 — двухсторонний несимметричный приток из несовершенных водоемов к линейному ряду несовершенных скважин. Для этого случая расчетные формулы становятся более громоздки и при $\varepsilon = \text{const}$ имеют вид

$$q = q_1 + q_2 \tag{3.45}$$

($q$ — общий приток к дренажу, $q_1$ и $q_2$ — притоки соответственно из левого и правого водоемов),

$$q_{к_1} = q_1 + \varepsilon L_1, \tag{3.46}$$

$$q_{к_2} = q_2 + \varepsilon L_2 \tag{3.47}$$

($q_{к_1}$ и $q_{к_2}$ — оттоки соответственно из левого и правого водоемов).

Представим формулы для определения притоков в развернутом виде:

$$q_1 = \frac{T\bar{\beta}_1 (\alpha - \alpha_2 - \alpha\alpha_2 L_2) - T\alpha_1\bar{\beta}_2}{\Delta}, \tag{3.48}$$

$$q_2 = \frac{T\bar{\beta}_2 (\alpha_1 - \alpha + \alpha\alpha_1 L_1) + T\alpha_2\bar{\beta}_1}{\Delta}, \tag{3.49}$$

где

$$\Delta = \alpha_2 (1 - \alpha_1 L_1) + (1 - \alpha_2 L_2)(\alpha_1 - \alpha + \alpha\alpha_1 L_1),$$

$$\bar{\beta}_1 = \beta_1 + \frac{\varepsilon L_1}{T} - \alpha_1 \frac{\varepsilon L_1^2}{2T}, \quad \bar{\beta}_2 = -\beta_2 - \frac{\varepsilon L_2}{T} + \alpha_2 \frac{\varepsilon L_2^2}{2T},$$

$$\alpha = \frac{1}{\Phi_p}, \quad \alpha_1 = \frac{1}{\Delta L_1}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{\Delta L_2}, \quad \beta_1 = \frac{S'}{\Delta L_1},$$

$$\beta_2 = \frac{S''}{\Delta L_2}, \quad S' = H_1 - H_c, \quad S'' = H_2 - H_c.$$

Уровень грунтовых вод вблизи водоемов определяется по формуле (3.14), а уровень вблизи дренажа — по формуле (3.13).

*Замечания к расчетам.* 1. Кривые депрессии на участках между каналом и дренажами $L_1$ и $L_2$ в рассмотренных схемах приближенно строятся по уравнениям

$$H = H'_{c_1} + \frac{H'_к - H'_{c_1}}{L_1} - \frac{\varepsilon x}{2T'}(L_1 - x), \qquad (3.50)$$

$$H = H'_{c_2} + \frac{H''_к - H'_{c_2}}{L_2} - \frac{\varepsilon x}{2T''}(L_2 - x). \qquad (3.51)$$

Здесь уровни $H'_{c_1}$ и $H'_{c_2}$ на линии дренажа определяются по формулам (3.39) и (3.40) и примерно соответствуют уровням потока посредине между скважинами соответствующего ряда.

2. Предложенными зависимостями можно пользоваться при расположении водоприемников (каналов, дренажей и т. д.) на расстоянии $L_i \geqslant 2m_i$ друг от друга ($cL_i \geqslant 3$ для схемы трехслойного грунта с прослойкой) и при расположении свободной поверхности потока в верхнем слое.

3. В условиях испарения (инфильтрации) расчеты по приведенным формулам для трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем существенно усложняются. Однако и в этом случае с некоторым приближением расчетные формулы можно использовать с учетом следующих поправок в них. При расположении канала и скважин в верхнем слое на расстоянии $cL_i \geqslant 3$ друг от друга в числителях формул для $q_к$ необходимо прибавить член $\frac{T_з}{T}\varepsilon_0$, а в числителях формул для $q$ необходимо его вычесть. При расположении скважин в нижнем слое в числителях формул для $q$ необходимо прибавить член $\frac{T_1}{T}\varepsilon_0$, где $\varepsilon_0 = \varepsilon\frac{m_2}{k_2}\frac{T_з}{T}$. Уровни (напоры) грунтовых вод вблизи канала и скважин в том слое, где они расположены, могут быть вычислены по приведенным формулам. Для нахождения соответствующего уровня (напора) в другом слое приближенно можно воспользоваться зависимостями, приведенными в § 1 настоящей главы. При этом необходимо учесть, что здесь $\varepsilon$ — интенсивность испарения с поверхности грунтовых вод.

4. Если вместо испарения с постоянной интенсивностью на участке между каналами и дренажем наблюдается дополнительная подпитка грунтовых вод за счет инфильтрации постоянной интенсивности, то в расчетных зависимостях величина $\varepsilon$ должна иметь обратный знак.

*Пример 1.* Рассчитать приканальный вертикальный дренаж в виде линейных рядов несовершенных скважин, расположенных с правой и левой сторон на расстоянии $L_1 = 500$ и $L_2 = 300$ м от уреза воды в канале. Расстояние между скважинами в ряду $\sigma = 200$ м, понижение уровня в скважинах $S' = H_к - H_{c_1} = 4$ м, $S'' = H_к - H_{c_2} = 3$ м. Средняя ширина канала по урезу

воды $B_к = 5$ м, средняя глубина воды в канале $h_в = 1$ м. Водоносная толщина представлена двухслойным грунтом: верхний слой — покровные супеси средней мощностью 10—12 м с коэффициентом фильтрации $k_1 = 0{,}5$ м/сутки, нижний слой — пески мощностью $m_2 = 20$ м с коэффициентом фильтрации $k_2 = 20$ м/сутки. Фильтры скважин размерами $l = 10$, $r_c = 0{,}15$ и $b_2 = 5$ м расположены в нижнем слое. Средняя интенсивность испарения с поверхности грунтовых вод $\varepsilon = 0{,}001$ м/сутки.

Предварительно определяем сопротивления на несовершенство канала и дренажей. Для рассматриваемой схемы несимметричного потока из канала в дренажи сопротивление на несовершенство канала $\Delta L = \Delta L' + \Delta L''$. Так как $\frac{B_k}{m_1} = 0{,}45 < 0{,}5$, в расчетах принимается $\Delta L' \approx 0$; $\Delta L''$ находим по формуле (2.26), в которой сопротивления $f_i$ вычисляются по формуле (5.52) при

$$r_к = 0{,}28 P_к = 0{,}28 \cdot 7 = 1{,}96 \text{ м},$$

$$f = 0{,}73 \cdot 31 \lg \frac{31}{3{,}14 \cdot 1{,}96} = 15{,}9 \text{ м}, \quad f_1 = 0{,}73 \cdot 11 \lg \frac{11}{3{,}14 \cdot 1{,}96} = 1{,}82 \text{ м}.$$

По графику рис. 7 при $\lambda = \frac{k_2 - k_1}{k_2 + k_1} = 0{,}95$, $\bar{m} = \frac{m_2}{m_1} = 1{,}82$, $\bar{r} = \frac{r_k}{m_1} = 0{,}178$ находим $\beta_в = 0{,}91$. Тогда по формуле (2.26)

$$\Delta L'' = 0{,}91 \frac{20}{0{,}5} 15{,}9 + \frac{0{,}5 - 20}{0{,}5} \cdot 1{,}82 = 508 \text{ м}.$$

Сопротивление на несовершенство линейного ряда несовершенных скважин $\Phi_р$, которое с левой и правой сторон принимается одинаковым, определяем по формуле (3.5):

$$\Phi_р = 200 \left(0{,}366 \lg \frac{200}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}15} + 0{,}48\right) = 266 \text{ м},$$

где $\Phi = 0{,}48$ — ранее найденное сопротивление одной скважины ряда. Дополнительно находим

$$T' \approx T' = 11 \cdot 0{,}5 + 20 \cdot 20 = 405{,}5 \text{ м}^2/\text{сутки};$$

$$\Phi_1 \approx \Phi_2 = \Delta L + \Phi_р = 508 + 266 = 774 \text{ м};$$

$$a_1 = \frac{0{,}001 \cdot 500}{405{,}5} (0{,}5 \cdot 500 + 266) = 0{,}64;$$

$$a_2 = \frac{0{,}001 \cdot 300}{405{,}5} (0{,}5 \cdot 300 + 266) = 0{,}31;$$

$$\bar{a}_1 = \frac{0{,}001 \cdot 500}{405{,}5} (0{,}5 \cdot 500 + 508 + 508) = 1{,}561;$$

$$\bar{a}_2 = \frac{0{,}001 \cdot 300}{405{,}5} (0{,}5 \cdot 300 + 508 + 508) = 0{,}863.$$

Таким образом, оттоки из канала $q'_к$ и $q''_к$ и притоки в дренажи $q'$ и $q''$, вычисленные по формулам (3.32) — (3.35), составят:

$$q'_к = 405{,}5\,\frac{4(300+774)-3\cdot 508+0{,}64(300+774)-0{,}31\cdot 508}{(500+774)(300+774)-508^2} =$$

$$= 1{,}21 \text{ м}^2/\text{сутки};$$

$$q''_к = 405{,}5\,\frac{3(500+774)-4\cdot 508+0{,}31(500+774)-0{,}64\cdot 508}{(500+774)(300+774)-508^2} =$$

$$= 0{,}68 \text{ м}^2/\text{сутки};$$

$$q' = 405{,}5\,\frac{4(300+774)-3\cdot 508-1{,}561(300+774)+0{,}863\cdot 508}{(500+774)(300+774)-508^2} =$$

$$= 0{,}56 \text{ м}^2/\text{сутки};$$

$$q'' = 405{,}5\,\frac{3(500+774)-4\cdot 508-0{,}863(500+774)+1{,}561\cdot 508}{(500+774)(300+774)-508^2} =$$

$$= 0{,}54 \text{ м}^2/\text{сутки}.$$

При отсутствии испарения ($\varepsilon = 0$) по формулам (3.40) и (3.41) получаем

$$q'_к = q' = 1{,}02 \text{ м}^2/\text{сутки},\quad q''_к = q'' = 0{,}67 \text{ м}^2/\text{сутки}.$$

Рассчитаем по формулам (3.36) и (3.37) превышения уровней вблизи канала по сравнению с уровнями в скважинах:

$$H'_к = 4 - \frac{1{,}21}{405{,}5}508 - \frac{0{,}68}{405{,}5}508 = 1{,}63 \text{ м},$$

$$H''_к = 3 - \frac{0{,}70}{405{,}5}508 - \frac{1{,}30}{405{,}5}508 = 0{,}49 \text{ м},$$

а по формулам (3.38) и (3.39) — превышения уровней (напоров) за дренажами по сравнению с уровнем воды в скважинах:

$$H'_{c_1} = 0 + \frac{0{,}56}{405{,}5}266 = 0{,}37 \text{ м},$$

$$H'_{c_2} = 0 + \frac{0{,}54}{405{,}5}266 = 0{,}35 \text{ м}.$$

*Пример 2.* Исходные данные те же, что и в примере 1. Рассчитать двухсторонний несимметричный приток из несовершенных водоемов к линейному ряду несовершенных скважин. Согласно примеру 1 $T' = T'' = T = 40{,}5$ м²/сутки, $\Phi_p = 266$ м, $\varepsilon = 0{,}001$ м/сутки, $L_1 = 500$, $L_2 = 300$ м, $S' = 4$, $S'' = 3$ м. Ввиду большой протяженности правого и левого водоемов сопротивление на их несовершенство определяем по формуле (2.62), так как $\frac{k_2}{k_1} = 40 > 10$. Тогда

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 = \sqrt{\frac{20\cdot 20\cdot 11}{0{,}5}} = 94 \text{ м}.$$

Погонные притоки к дренажу с левого и правого водоемов определяем по формулам (3.48) и (3.49), для чего предварительно находим $\alpha_1 = \alpha_2 = 0{,}0106$, $\alpha = 0{,}0038$, $\beta_1 = 0{,}0426$, $\beta_2 = 0{,}0319$, $\overline{\beta}_1 = 0{,}0406$, $\overline{\beta}_2 = -0{,}0315$, $\Delta = -0{,}104$. Получаем

$$q_1 = 405{,}5\,\frac{0{,}0406\,(0{,}0038 - 0{,}0106 - 0{,}0038 \cdot 0{,}0106 \cdot 300) + 0{,}0106 \cdot 0{,}0315}{-0{,}104} =$$

$$= 1{,}69 \text{ м}^2/\text{сутки};$$

$$q_2 = 405{,}5\,\frac{-0{,}0315\,(0{,}0106 - 0{,}0038 + 0{,}0038 \cdot 0{,}0106 \cdot 500) + 0{,}0106 \cdot 0{,}0406}{-0{,}104} =$$

$$= 1{,}63 \text{ м}^2/\text{сутки}.$$

Отсюда общий погонный расход в линейный дренаж согласно (3.45) $q = 1{,}69 + 1{,}63 = 3{,}32$ м²/сутки. Оттоки из левого и правого водоемов по формулам (3.46) и (3.47) составят:

$$q_{к_1} = 1{,}69 + 0{,}001 \cdot 500 = 2{,}19 \text{ м}^2/\text{сутки},$$

$$q_{к_2} = 1{,}63 + 0{,}001 \cdot 300 = 1{,}93 \text{ м}^2/\text{сутки},$$

а превышение уровня вблизи дренажа и водоемов по сравнению с уровнем воды в скважинах

$$H_{к_1} = 4 - \frac{2{,}19}{405{,}5}\,94 = 3{,}49 \text{ м}, \quad H_{к_2} = 3 - \frac{1{,}93}{405{,}5}\,94 = 2{,}55 \text{ м},$$

$$H_c' = 0 + \frac{3{,}32}{405{,}5}\,266 = 2{,}17 \text{ м}.$$

## § 4. ВЫБОРОЧНЫЙ (ЛОКАЛЬНЫЙ) ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ДРЕНАЖ В КРУГОВОЙ ОБЛАСТИ ФИЛЬТРАЦИИ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ИНФИЛЬТРАЦИОННЫМ ПИТАНИЕМ

Разнообразные случаи расположения скважин на орошаемых землях могут быть приведены посредством схематизации грунтового потока к круговой области фильтрации. Учитывая симметрию потока, к круговой области фильтрации радиусом $R = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}} = 0{,}56\sigma$ приведен участок действия одной скважины систематического площадного вертикального дренажа. Через внешнюю границу области фильтрации в этом случае приток извне отсутствует и формирование грунтового потока осуществляется только за счет инфильтрационного питания. Однако действительная картина расположения скважин на орошаемых массивах может быть приведена к схеме систематического дренажа, состоящего из небольшого числа равномерно расположенных скважин, только в отдельных случаях или с большими допущениями в схематизации потока.

При дренировании орошаемых массивов вертикальный дренаж обычно устраивается в виде отдельных небольших групп скважин, ориентированных различным образом в пределах орошаемого

массива. При расчете таких скважин наряду с изучением всей группы взаимодействующих скважин иногда представляется целесообразным или даже необходимым выборочно рассмотреть действия отдельных скважин этой группы.

При составлении расчетных фильтрационных схем как для группы, так и для отдельных скважин необходимо, кроме инфильтрационного питания, действующего в пределах выбранной области фильтрации, обязательно учитывать приток извне путем задания на границах области фильтрации постоянных уровней (напоров) или расходов. Границы этой области и характер питания на них устанавливаются в каждом конкретном случае в результате анализа гидрогеологических условий массива и предварительного рассмотрения более общей региональной схемы фильтрации, составной частью которой является изучаемая область. Можно утверждать, что даже при приближенном учете питания на границах области фильтрации представляется возможным с достаточной для практических расчетов точностью выполнить расчет вертикального дренажа на орошаемых массивах.

В условиях постоянного уровня (напора) на границе для практических расчетов некоторых характерных схем расположения скважин в круговой области фильтрации предлагаются следующие зависимости [70]:

$$Q = \frac{(H_к - H_c)\,T + H(\varepsilon)}{F + \Phi} \tag{3.52}$$

для определения дебита каждой скважины;

$$H(r, \varphi) = H_к - \frac{\varepsilon (r^2 - R^2)}{4T} - \frac{Q}{4\pi T} \sum_{i=1}^{n} \ln \frac{R^2 + \frac{(r_{0_i} r)^2}{R^2} - 2 r_{0_i} r \cos(\varphi - \varphi_{0i})}{r_{0_i}^2 + r^2 - 2 r_{0_i} r \cos(\varphi - \varphi_{0_i})} \tag{3.53}$$

для нахождения уровня (напора) в любой точке области фильтрации при откачке из $n$ скважин с дебитами $Q$. Здесь $H_к$ и $H_c$ — уровни на границе и в скважине, $R$ — радиус области фильтрации, $r_{0_i}$ и $\varphi_{0_i}$ — цилиндрические координаты скважины. При симметричном расположении $n$ скважин в области фильтрации удобно разбить ее на $n$ одинаковых секторов и в дальнейшем рассматривать один их них:

$$H(r, \varphi) = H_к - \frac{\varepsilon (r^2 - R^2)}{4T} - \frac{Q}{4\pi T} \times$$

$$\times \ln \frac{R^{2n} + \left(\frac{r_0 r}{R}\right)^{2n} - 2 (r_0 r)^n \cos n\varphi}{r_0^{2n} + r^{2n} - 2 (r_0 r)^n \cos n\varphi}, \qquad 0 \leqslant \varphi \leqslant \frac{2\pi}{n}. \tag{3.54}$$

Уровень (напор) в центре круговой области фильтрации

$$H_0 = H_к + \frac{\varepsilon R^2}{4T} - \frac{nQ}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_0}. \tag{3.55}$$

В табл. 8 для ряда характерных схем расположения скважин приведены формулы для определения сопротивления $F$, параметра инфильтрационного питания $H(\varepsilon)$ и некоторые другие, полученные из общего довольно сложного решения задачи.

Для трехслойного грунта со слабопроницаемым средним слоем в формуле (3.52) вместо $H(\varepsilon)$ принимаются следующие значения $H_i(\varepsilon)$:

$$H_1(\varepsilon) = H(\varepsilon) - T_1\varepsilon_0\left(1 - \frac{1}{I_0(cR)}\right) \tag{3.56}$$

при расположении скважины в нижнем слое;

$$H_2(\varepsilon) = H(\varepsilon) + T_3\varepsilon_0\left(1 - \frac{1}{I_0(cR)}\right) \tag{3.57}$$

при расположении скважин в верхнем слое. Здесь $\varepsilon_0 = \varepsilon\frac{m_2}{k_2}\frac{T_3}{T}$, $c = \sqrt{\frac{k_2 T}{m_2 T_1 T_3}}$, при $cR \geqslant 5$ можно положить $\frac{1}{I_0(cR)} \approx 0$.

*Замечания к расчетам. 1.* Для трехслойного грунта со слабопроницаемым средним слоем по приведенным формулам определяется положение уровня (напора) в том слое, в котором расположена скважина. С некоторым приближением значение уровня (напора) в другом слое на расстоянии от скважины $cr > 3$ рассчитывается по формулам

$$H_1 \approx H_2 + \varepsilon_0\left(1 - \frac{I_0(cr)}{I_0(cR)}\right) \tag{3.58}$$

(в верхнем слое $H_1$ при известном значении $H_2$ в нижнем слое);

$$H_2 \approx H_1 - \varepsilon_0\left(1 - \frac{I_0(cr)}{I_0(cR)}\right) \tag{3.59}$$

(в нижнем слое $H_2$ при известном значении $H_1$ в верхнем слое).

В остальных случаях строения пластов для перехода приближенно используются соотношения (3.8) и (3.9).

2. Для схемы 1 (табл. 8) в случае трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем положение уровней (напоров) в слоях в области фильтрации определяется по формулам

$$H_1 = H_2 - \frac{Q}{2\pi T_3}W(r) + \varepsilon_0\left(1 - \frac{I_0(cr)}{I_0(cR)}\right), \tag{3.60}$$

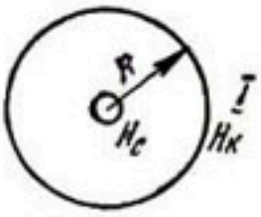
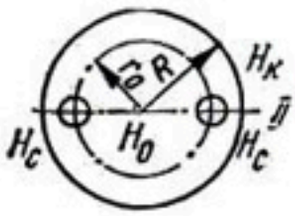
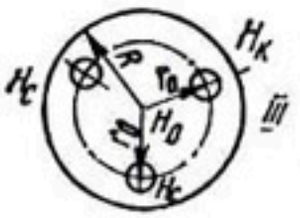
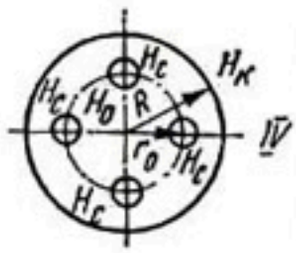
$$H_2 = H_к - \frac{\varepsilon(r^2 - R^2)}{4T} + \frac{Q}{2\pi T}\ln\frac{r}{R} +$$

$$+ \frac{QT_1}{2\pi T T_3}W(r) - \frac{T_1}{T}\varepsilon_0\left(1 - \frac{I_0(cr)}{I_0(cR)}\right) \tag{3.61}$$

при расположении рабочей части скважины в нижнем слое;

$$H_1 = H_к - \frac{\varepsilon(r^2 - R^2)}{4T} + \frac{Q}{2\pi T}\ln\frac{r}{R} +$$

Таблица 8

| Расчетная схема | Расчетные формулы | Примечание |
|---|---|---|
|  | $F = 0{,}366 \lg \frac{R}{r_c}$, $H(\varepsilon) = \frac{\varepsilon R^2}{4}$;<br>$H = H_c + \frac{Q}{T}\left(0{,}366 \lg \frac{r}{r_c} + \Phi\right) - \frac{\varepsilon r^2}{4T}$ | |
|  | $F = 0{,}366 \lg \frac{R^2 - r_0^2}{Rr_c} +$<br>$+ 0{,}366 \lg \frac{R^2 + r_0^2}{2Rr_0}$;<br>$H(\varepsilon) = \frac{\varepsilon (R^2 - r_0^2)}{4}$, $H_0 = H_к -$<br>$- \frac{0{,}73Q}{T} \lg \frac{R}{r_0} + \frac{\varepsilon R^2}{4T}$ | $r_0 \geqslant 2m$, $cr_0 \geqslant 3$ |
|  | $F = 0{,}366 \lg \frac{R^2 - r_0^2}{Rr_c} +$<br>$+ 0{,}366 \lg \left[\left(\frac{R}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 + 1\right] - 0{,}175$;<br>$H_0 = H_к - \frac{1{,}10Q}{T} \lg \frac{R}{r_0} + \frac{\varepsilon R^2}{4T}$;<br>$H(\varepsilon) = \frac{\varepsilon (R^2 - r_0^2)}{4}$ | $r_0 > 2m$, $cr_0 > 3$ |
|  | $F = 0{,}366 \lg \frac{R^2 - r_0^2}{Rr_c} + 0{,}366 \lg \frac{R^2 + r_0^2}{Rr_0} +$<br>$+ 0{,}366 \lg \frac{R^4 + r_0^4}{R^2 r_0^2} - 0{,}22$;<br>$H_0 = H_к - \frac{1{,}46}{T} \lg \frac{R}{r_0} + \frac{\varepsilon R^2}{4T}$;<br>$H(\varepsilon) = \frac{\varepsilon (R^2 - r_0^2)}{4}$ | $r_0 > 2m$, $cr_0 > 3$ |

$$+\frac{QT_3}{2\pi TT_1}W(r)+\frac{T_3}{T}\varepsilon_0\left(1-\frac{I_0(cr)}{I_0(cR)}\right), \qquad (3.62)$$

$$H_2=H_1-\frac{Q}{2\pi T_1}W(r)-\varepsilon_0\left(1-\frac{I_0(cr)}{I_0(cR)}\right) \qquad (3.63)$$

при расположении рабочей части скважины в верхнем слое. Здесь $W(r)=I_0(cr)A_0-K_0(cr)$, $A_0=\frac{K_0(cR)}{I_0(cR)}$. При $\bar{R}=cR>3$ можно положить $A_0=0$, а при $cr>5$ $W(r)\approx 0$.

Для определения уровней в слоях вблизи скважины в формулах необходимо положить $r=r_c$.

В условиях бокового притока в круговую область фильтрации с расходом

$$Q_0=2\pi TR\,\frac{\partial H(R,\varphi)}{\partial r} \qquad (3.64)$$

суммарный дебит всех скважин в области фильтрации

$$\sum_{i=1}^{n}Q_i=\pi\varepsilon R^2+Q_0. \qquad (3.65)$$

Если откачка производится из $n$ скважин, то уровень (напор) в любой точке кругового пласта

$$H(r,\varphi)=H_0-\frac{\varepsilon r^2}{4T}+\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{4\pi T}\ln\left\{\left[1+\left(\frac{r}{r_{0i}}\right)^2-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{2r}{r_{0i}}\cos(\varphi-\varphi_{0i})\right]\left[1+\left(\frac{r_{0i}r}{R^2}\right)^2-2\,\frac{r_{0i}r}{R^2}\cos(\varphi-\varphi_{0i})\right]\right\}, \qquad (3.66)$$

где $H_0$ — уровень (напор) в центре круговой области фильтрации.

Если $n$ скважин с одинаковыми дебитами расположены симметрично, то область фильтрации разбивается на $n$ одинаковых секторов, и уровень (напор) в любой точке сектора

$$H(r,\varphi)=H_0-\frac{\varepsilon r^2}{4\pi T}+\frac{Q}{4\pi T}\ln\left[1+\left(\frac{r}{r_0}\right)^{2n}-2\left(\frac{r}{r_0}\right)^n\cos n\varphi\right]\times$$

$$\times\left[1+\left(\frac{rr_0}{R^2}\right)^{2n}-2\left(\frac{r_{0i}r}{R^2}\right)^n\cos n\varphi\right], \qquad 0\leqslant\varphi\leqslant\frac{2\pi}{n}. \qquad (3.67)$$

Уровень (напор) на границе области фильтрации

$$H(R,\varphi)=H_0-\frac{\varepsilon R^2}{4nT}+\frac{Q}{2\pi T}\ln\left[1+\left(\frac{R}{r_0}\right)^{2n}-\right.$$

$$\left.-2\left(\frac{R}{r_0}\right)^n\cos n\varphi\right]-\frac{nQ}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_0}, \qquad 0\leqslant\varphi\leqslant\frac{2\pi}{n}. \qquad (3.68)$$

При нахождении уровня (напора) у скважины, например первой, в формуле (3.66) следует положить $r=r_{0_1}-r_c$, $\varphi=\varphi_{0_1}$, тогда

$$H_c'(r_{0_1}-r_c,\varphi_{0_1})=H_0-\frac{\varepsilon r_{0_1}}{4T}+\frac{Q_1}{2\pi T}\ln\frac{r_c}{r_{0_1}}\left[1-\left(\frac{r_{0_1}}{R}\right)^2\right]+$$

$$+\sum_{i=2}^{n}\frac{Q_1}{4\pi T}\ln\left[1+\left(\frac{r_{0_1}}{r_{0_i}}\right)^2-2\frac{r_{0_1}}{r_{0_i}}\cos(\varphi_{0_1}-\varphi_{0_i})\right]\times$$

$$\times\left[1+\left(\frac{r_{0_i}r_{0_1}}{R^2}\right)^2-2\frac{r_{0_i}r_{0_1}}{R^2}\cos(\varphi_{0_1}-\varphi_{0_i})\right]. \qquad (3.69)$$

Уровень (напор) в этой скважине согласно (3.12) приближенно составит

$$H_c(r_{0_1}-r_c,\ \varphi_{0_1})=H_c'(r_{0_1}-r_c,\ \varphi_{0_1})-\frac{Q}{T}\Phi.$$

Аналогичным образом может быть найден уровень (напор) вблизи других скважин области фильтрации.

В табл. 9 для основных схем расположения скважин приведены расчетные зависимости для определения уровней (напоров) в характерных точках (участках) круговой области фильтрации. При этом уровень в скважине приближенно рассчитывается по формуле (3.12).

*Замечания к расчетам.* 1. Порядок проведения расчетов данной схемы, по-видимому, должен быть следующим: согласно выражению (3.65) устанавливается количество и дебит скважин и намечается их расположение в плане, затем при заданном уровне в центре области фильтрации определяются уровни в характерных точках области фильтрации и в самой скважине. При неудовлетворительных результатах расчеты повторяются.

2. В схеме трехслойного грунта со слабопроницаемым средним слоем по приведенным формулам определяется положение уровня (напора) в том слое, в котором расположен фильтр скважины. Значение уровня (напора) в другом слое при $cr > 3$ вычисляется с некоторым приближением по формуле

$$H_1=H_2+\varepsilon_0+\frac{1}{2\pi Rc}\left(\frac{Q_0'}{T_1}-\frac{Q_0''}{T_3}\right)\frac{I_0(cR)}{I_1(cR)} \qquad (3.70)$$

(в верхнем слое $H_1$ при известном значении $H_2$ в нижнем слое);

$$H_2=H_1-\varepsilon_0-\frac{1}{2\pi Rc}\left(\frac{Q_0'}{T_1}-\frac{Q_0''}{T_3}\right)\frac{I_0(cR)}{I_1(cR)} \qquad (3.71)$$

(в нижнем слое $H_2$ при известном значении $H_1$ в верхнем слое). Здесь

$$Q_0'=2\pi RT_1\frac{\partial H_1(R)}{\partial r},\quad Q_0''=2\pi RT_3\frac{\partial H_2(R)}{\partial r},$$

$$Q=\pi\varepsilon R^2+Q_0'+Q_0'',$$

где $Q_0'$ и $Q_0''$ — боковые притоки через круговую границу области фильтрации в верхнем и нижнем слоях. При одинаковых притоках ($Q_0'=Q_0''$) последний член в формулах (3.70) и (3.71) принимается равным нулю.

Таблица 9

| Расчетная схема | Расчетные формулы | Примечание |
|---|---|---|
|  | $H(R) = H_0 - \frac{\varepsilon(R^2 - r_0^2)}{4T} + \frac{Q}{2\pi T} - \ln\frac{R}{r_c}$ | $H_c = H_0$ |
|  | $H_c' = H_0 - \frac{\varepsilon r_0^2}{4T} + \frac{Q}{2\pi T}\ln\left[\frac{r_c}{r_0} - \frac{r_c r_0}{R^2}\right];$ $H(R,\varphi) = H_0 - \frac{\varepsilon R^2}{4T} + \frac{Q}{2\pi T}\ln\left[1 + \left(\frac{R}{r_0}\right)^2 - 2\left(\frac{R}{r_0}\right)\cos\varphi\right] - \frac{Q}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_0}$ | $\varphi_0 = 0,$ $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$ |
|  | $H_c' = H_0 - \frac{\varepsilon r_0^2}{8T} + \frac{Q}{2\pi T}\ln 2\left[\left(\frac{r_c}{r_0}\right)^2 - \frac{r_0^3 r_c}{R^4}\right];$ $H(R_1\varphi) = H_0 - \frac{\varepsilon R^2}{8T}\frac{Q}{2\pi T}\ln\left[1 + \left(\frac{R}{r_0}\right)^4 - 2\left(\frac{R}{r_0}\right)^2\cos 2\varphi\right] - \frac{Q}{\pi T}\ln\frac{R}{r_0}$ | $\varphi_{01} = 0,$ $\varphi_{02} = \pi,$ $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi$ |
|  | $H_c' = H_0 - \frac{\varepsilon r_0^2}{12T} + \frac{Q}{2\pi T}\ln 3\left[\left(\frac{r_c}{r_0}\right)^3 - \frac{r_c r_0^5}{R^6}\right];$ $H(R,\varphi) = H_0 - \frac{\varepsilon R^2}{12T} + \frac{Q}{2\pi T}\ln\left[1 + \left(\frac{R}{r_0}\right)^6 - 2\left(\frac{R}{r_0}\right)^3\cos 3\varphi\right] - \frac{3Q}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_0}$ | $\varphi_{01} = 0,$ $\varphi_{02} = \frac{2\pi}{3},$ $\varphi_{03} = \frac{4\pi}{3},$ $0 \leqslant \varphi \leqslant \frac{2\pi}{3}$ |
|  | $H_c' = H_0 - \frac{\varepsilon r_0^2}{16T} + \frac{Q}{2\pi T}\ln 4\left[\left(\frac{r_c}{r_0}\right)^4 - \frac{r_c r_0}{r^5}\right];$ $H(R,\varphi) = H_0 - \frac{\varepsilon R^2}{16T} + \frac{Q}{2\pi T}\ln\left[1 + \left(\frac{R}{r_0}\right)^8 - 2\left(\frac{R}{r_0}\right)^4\cos 4\varphi\right] - \frac{2Q}{\pi T}\ln\frac{R}{r_0}$ | $\varphi_{01} = 0,$ $\varphi_{02} = \frac{\pi}{2},$ $\varphi_{03} = \pi;$ $\varphi_{04} = \frac{3\pi}{2},$ $0 \leqslant \varphi \leqslant \frac{\pi}{2}$ |

3. Для первой расчетной схемы (табл. 9) в случае трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем уровни (напоры) на границе области фильтрации рассчитываются по формулам

$$H_1 = H_2 + \varepsilon_0 + \frac{1}{T_3}(\pi\varepsilon R^2 + Q_0' + Q_0'')\,\Delta f'' + \\ + \frac{1}{2\pi Rc}\left(\frac{Q_0'}{T_1} - \frac{Q_0''}{T_3}\right)\frac{I_0(cR)}{I_1(cR)}; \qquad (3.72)$$

$$H_2 = H_c + \frac{\varepsilon R^2}{2T}\left(\ln\frac{R}{r_c} - 0{,}5 + 2\pi\Phi\right) + \frac{Q_0' + Q_0''}{2\pi T} \times \\ \times \left(\ln\frac{R}{r_c} + 2\pi\Phi\right) - \frac{T_1}{2\pi RTc}\left(\frac{Q_0'}{T_1} - \frac{Q_0''}{T_3}\right)\frac{I_0(cR) - 1}{I_1(cR)} \qquad (3.73)$$

при расположении рабочей части скважины в нижнем слое;

$$H_1 = H_c + \frac{\varepsilon R^2}{2T}\left(\ln\frac{R}{r_c} - 0{,}5 + 2\pi\Phi\right) + \\ + \frac{Q_0' + Q_0''}{2\pi T}\left(\ln\frac{R}{r_c} + 2\pi\Phi\right) + \frac{T_3}{2\pi RcT}\left(\frac{Q_0'}{T_1} - \frac{Q_0''}{T_3}\right)\frac{I_0(cR) - 1}{I_1(cR)}; \qquad (3.74)$$

$$H_2 = H_1 - \varepsilon_0 + \frac{1}{T_1}(\pi\varepsilon R^2 + Q_0' + Q_0'')\,\Delta f'' - \\ - \frac{1}{2\pi Rc}\left(\frac{Q_0'}{T_1} - \frac{Q_0''}{T_3}\right)\frac{I_0(cR)}{I_1(cR)} \qquad (3.75)$$

при расположении рабочей части скважины в верхнем слое. В расчетных формулах при $cR \geqslant 5$ можно положить $\Delta f'' = 0$.

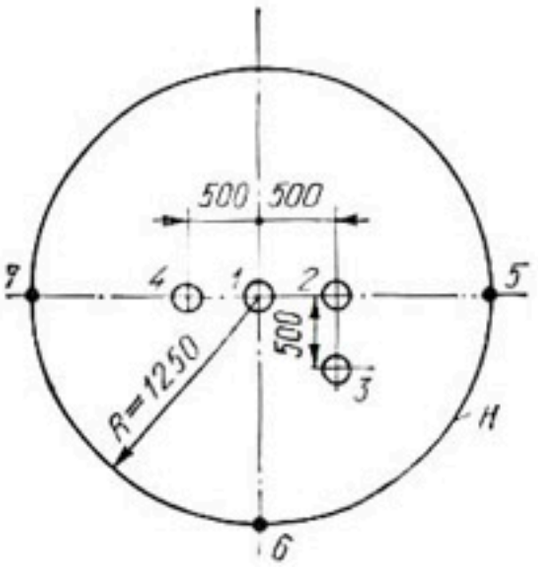



Рис. 18. Схема к примеру расчета выборочного вертикального дренажа.

*Пример.* Рассчитать выборочный вертикальный дренаж в круговой области фильтрации с постоянным уровнем на границе ($r = R$) на одном из орошаемых массивов Краснознаменской системы. Водоносная толща представлена трехслойным грунтом: верхний слой — покровные мелкозернистые пески с прослоями лессовидных супесей и суглинков мощностью 10—25 м со средним коэффициентом фильтрации $k_1 = 1{,}5$ м/сутки; нижний слой — мелкозернистые пески мощностью $m_3 = 44$ м, $k_3 = 10$ м/сутки; средний слой — тяжелые суглинки и глины средней мощностью $m_2 = 15$ м, $k_2 = 0{,}02$ м/сутки. Пески подстилаются мощным слоем тяжелых глин, кровля которых в расчетах принимается за линию водоупора. Средняя интенсивность фильтрационного питания

$\varepsilon = 0{,}00086$ м/сутки. Откачка из нижнего слоя производится четырьмя скважинами, расположенными в пределах области фильтрации (рис. 18), с постоянным дебитом $Q = 3800$ м³/сутки. Фильтр скважин ($d = 0{,}3$ м) полностью прорезает нижний слой. Уровень грунтовых вод в слоях до откачки примерно совпадает с уровнем в слоях $H_{к_1}$ и $H_{к_2}$ на границе области фильтрации.

Таблица 10

| $\varphi$ | $S$, м при разных значениях $r$, м | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | 1000 | 1100 | 1250 |
| 0 | 5,27<br>5,89 | 4,63<br>5,25 | 4,52<br>5,14 | 5,03<br>5,65 | 13,31<br>13,93 | 4,17<br>4,79 | 2,88<br>3,49 | 1,97<br>2,58 | 1,30<br>1,86 | 0,74<br>1,24 | 0,29<br>0,60 | 0<br>0 |
| $\pi$ | 5,09<br>5,71 | 4,29<br>4,91 | 4,03<br>4,65 | 4,43<br>5,05 | 12,66<br>13,28 | 3,53<br>4,15 | 2,29<br>2,90 | 1,46<br>2,07 | 0,90<br>1,46 | 0,46<br>0,96 | 0,16<br>0,47 | 0<br>0 |
| $\frac{3}{2}\pi$ | 5,16<br>5,78 | 4,22<br>4,84 | 3,56<br>4,18 | 3,02<br>3,64 | 2,52<br>3,14 | 2,01<br>2,63 | 1,53<br>2,14 | 0,97<br>1,58 | 0,66<br>1,22 | 0,34<br>0,84 | 0,08<br>0,39 | 0<br>0 |

Примечание. В верхних строках приведены значения $S_1$, в нижних — $S_2$.

Предварительно находим

$$T_1 = 1{,}5 \cdot 14 = 20 \text{ м}^2/\text{сутки}, \quad T_3 = 10 \cdot 44 = 440 \text{ м}^2/\text{сутки},$$

$$T = T_1 + T_3 = 460 \text{ м}^2/\text{сутки}, \quad c = \sqrt{\frac{0{,}02 \cdot 460}{15 \cdot 20 \cdot 440}} =$$

$$= 0{,}0084 \text{ м}^{-1}, \quad \varepsilon_0 = 0{,}00086 \frac{15 \cdot 440}{0{,}02 \cdot 460} = 0{,}62 \text{ м}.$$

Фильтрационное сопротивление на несовершенство скважин в рассматриваемом случае трехслойного грунта и расположения скважин согласно (2.22) при $f_3 \approx 0$, $\Delta f' \approx \Delta f'' \approx 0$ составит

$$\Phi = 0{,}366 \frac{20}{440} \lg \frac{1{,}12}{0{,}0084 \cdot 0{,}15} = 0{,}05.$$

Понижение в нижнем слое ($S_2(r, \varphi) = H_{к_2} - H_2(r, \varphi)$) рассчитывается по формуле (3.53), в верхнем слое ($S_1(r, \varphi) = H_{к_1} - H_1(r, \varphi)$ в любой точке области фильтрации) — по формуле (3.58), имеющей для данного случая вид

$$S_1 = S_2 - \varepsilon_0 \left(1 - \frac{I_0(cr)}{I_0(cR)}\right).$$

Результаты вычислений понижений $S_1$ и $S_2$, произведенных вдоль радиусов 1—2—5 ($\varphi = 0$), 1—4—7 ($\varphi = \pi$) и 1—6 $\left(\varphi = \frac{3\pi}{2}\right)$, приведены в табл. 10. Понижения непосредственно в скважинах $S_c$ вычисляем по формуле (3.12), в которой $S_c' = S_2(r_c, \varphi)$;

$$S_{c_2} = 14{,}32 + \frac{3800}{460} \cdot 0{,}05 = 14{,}73 \text{ м},$$

$$S_{c_4} = 13{,}68 + 0{,}41 = 14{,}09 \text{ м}.$$

## § 5. ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ДРЕНАЖ В УСЛОВИЯХ ИНФИЛЬТРАЦИОННОГО И НАПОРНОГО ПИТАНИЙ И ПОД ДНОМ ВОДОЕМА

Улучшение гидрогеологического состояния земель в значительной мере усложняется наличием напорных подземных вод на некоторых орошаемых массивах, вследствие чего верхние слои дополнительно подпитываются из нижележащего, весьма обильного, водоносного горизонта. Устранить влияние такого горизонта путем снижения его напорности, особенно при большой мощности вышележащих пород, в мелиоративной практике не всегда возможно и экономически оправдано, поэтому исключения этого влияния добиваются непосредственно действием систематического дренажа, расположенного в верхних слоях. При расчетах дренажа в указанных условиях наряду с питанием со стороны поверхности земли (инфильтрационным) необходимо учесть восходящие токи подземных вод из напорного водоносного горизонта, которые в силу обильности последнего с некоторым приближением, дающим определенный запас в расчетах, принимаются в пределах дренируемого массива постоянными по величине.

В настоящем параграфе описана методика расчета систематического вертикального дренажа, дренирующего однородную и двухслойную водоносные толщи при любом сочетании слоев грунта и их коэффициентов фильтрации. К рассматриваемому случаю относится также схема дренирования водоносной толщи, затопленной сверху слоем воды, которая имеет место при работе дренажа под дном водоемов в период промывок засоленных грунтов и в условиях дренирования рисовых систем.

### Систематический линейный вертикальный дренаж при инфильтрационном и напорном питаниях

При расположении линейных рядов скважин в верхнем слое двухслойного грунта расчеты выполняются по следующим формулам [73]:

$$q = \frac{k_1\left[H_0 - H_c + \frac{\varepsilon}{k_1}(m_1 - b_1) + \frac{\varepsilon}{k_2}m_2\right]}{\overline{\Phi}_p(b_1)}, \tag{3.76}$$

$$q_\varepsilon = \varepsilon B, \tag{3.77}$$

$$q_н = q - q_\varepsilon, \tag{3.78}$$

$$H = H_c + \frac{\varepsilon}{k_1}b_1 + \frac{q}{k_1}(\overline{\Phi}_p - u_p), \tag{3.79}$$

где $q$ — общий погонный приток к дренажу, $q_\varepsilon$ — погонный расход инфильтрационного питания, $q_н$ — погонный расход, поступающий из напорного горизонта, $H$ — уровень воды посредине между рядами скважин. В приведенных формулах при $\gamma =$

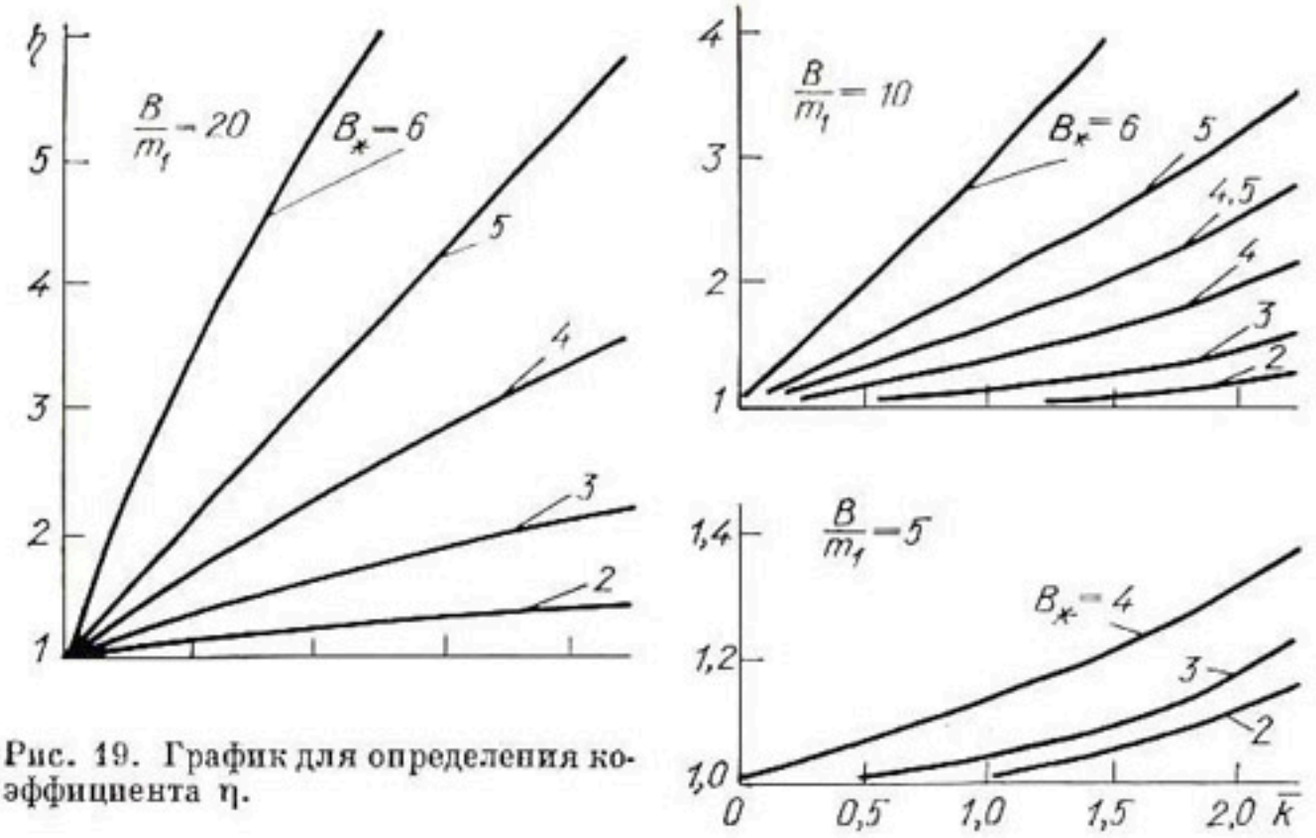



Рис. 19. График для определения коэффициента η.

$= \frac{k_2 m_1}{k_1 m_2} > 0{,}05$

$$\overline{\Phi}_p(b_1) = \sigma\overline{\Phi}(b_1), \tag{3.80}$$

$$u_p = \eta\frac{k_1}{k_2}u + \frac{k_2 - k_1}{k_2}u_1; \tag{3.81}$$

при $\gamma < 0{,}05$

$$\overline{\Phi}_p(b_1) = \frac{\sigma}{m_1}f_1 + 0{,}5c_0 \operatorname{cth} B_0, \tag{3.82}$$

$$u_p = \frac{0{,}5c_0}{\operatorname{sh} B_0}, \tag{3.83}$$

где $B_0 = 0{,}5c_1B$, $c_0 = \sqrt{\gamma_0} = \sqrt{\frac{k_1 m_2}{k_2 m_1}}$, $c_1 = \sqrt{\frac{k_2}{k_1 m_1 m_2}}$, $B$ — расстояние между рядами, $\sigma$ — расстояние между скважинами в ряду, $H_c$ — уровень воды в скважине, $H_0$ — напор в водоносном горизонте, $u$, $u_1$ — сопротивления для соответствующих мощностей $m = m_1 + m_2$ и $m_1$, определяющиеся по формуле

$$u_i = 1{,}27e^{-\frac{\pi B}{4m_i}}\cos\frac{\pi b_1}{2m_i}, \tag{3.84}$$

из которой при $b_1 = 0$ следует

$$u_i = 1{,}27e^{-\frac{\pi B}{4m_i}}, \tag{3.85}$$

$\eta$ — поправочный коэффициент (см. график рис. 19, на котором $\bar{k} = \lg\frac{k_1}{k_2}$, $B_* = \frac{B}{m}$; при $\bar{k} \leqslant 0$ $\eta = 1$).

Сопротивление $\bar{\Phi}(b_1)$ вычисляется по формуле (2.46), а безразмерное сопротивление $f_1$ — по формуле (2.29) для верхнего слоя мощностью $m_1$.

### Систематический площадной вертикальный дренаж в условиях инфильтрационного и напорного питаний

При расположении скважин в верхнем слое (см. рис. 11, *а*) используются следующие формулы [74]:

$$Q = \frac{k_1\left[H_0 - H_c + \frac{\varepsilon}{k_1}(m_1 - b_1) + \frac{\varepsilon}{k_2} m_2\right]}{\bar{\Phi}(b_1)}, \tag{3.86}$$

$$Q_\varepsilon = \varepsilon\sigma^2, \tag{3.87}$$

$$Q_н = Q - Q_\varepsilon, \tag{3.88}$$

$$H = H_c + \frac{Q}{k_1}(\bar{\Phi} - u), \tag{3.89}$$

где $Q$ — общий дебит скважины, $Q_\varepsilon$ — дебит скважины от инфильтрационного питания, $Q_н$ — дебит скважины от напорного питания, $H$ — уровень грунтовых вод между скважинами.

В приведенных формулах $\bar{\Phi}(b_1)$ вычисляется по формулам (2.46) и (2. 47), а

$$u = \eta\frac{k_1}{k_2 m}\bar{u} + \frac{k_2 - k_1}{k_2 m_2}\bar{u}_1 \text{ при } \gamma > 0{,}05, \tag{3.90}$$

$$u = \frac{\Delta f''}{m_1} \text{ при } \gamma < 0{,}05, \tag{3.91}$$

где сопротивления $\bar{u}$ и $\bar{u}_1$ для однородного грунта мощностями $m = m_1 + m_2$ и $m_1$ находят из графиков рис. 12 (штрихпунктирная кривая), на котором при вычислении $\bar{u}$ принимается отношение $\frac{\sigma}{m}$, а при вычислении $\bar{u}_1$ — $\frac{\sigma}{m_1}$; коэффициент $\eta$ находится из графика рис. 19, где $B = \sigma$; сопротивление $\Delta f''$ — из графика рис. 9 при $\bar{R} = c_1 R$.

### Систематический вертикальный дренаж в условиях напорного питания

Если в расчетных формулах положить $\varepsilon = 0$, то полученные зависимости будут пригодны для расчета вертикального дренажа в двухслойном грунте с питанием только снизу из напорного горизонта.

### Вертикальный дренаж под дном водоема

Такой дренаж используется, например, для продолжительных промывок, а также при дренировании рисовых систем (см. рис. 11, *б*). В этом случае дебит каждой скважины с фильтрами в

нижнем слое двухслойной водоносной толщи можно рассчитать по формуле

$$Q = \frac{k_2 (H_к - H_c)}{\overline{\Phi}(b_2)}, \qquad (3.92)$$

где $H_к$ — уровень воды в водоеме, $\overline{\Phi}(b_2)$ — фильтрационное сопротивление, определяемое по формулам (2.48) и (2.49).

Если в приведенных зависимостях положить $k_1 = k_2$, $k_1 \to \infty$, $k_2 \to \infty$, то для обеих схем (см. рис. 11) получим расчетные формулы для однородного грунта мощностями $m$, $m_1$ и $m_2$.

*Пример.* Определить расстояние между несовершенными скважинами площадного вертикального дренажа в схеме рис. 11, *а* при понижениях от поверхности земли 1,5 м между скважинами и 5 м в скважинах. Размеры фильтра скважин: $l = 5$ *м*; $r_c = 0{,}1$ м. Остальные исходные данные следующие: $k_1 = 5$ м, $k_2 = 0{,}1$ м/сутки, $m_2 = 10$ м, $m_c = 12$ м, $a_1 = 5$ м, $\varepsilon = 0{,}001$ м/сутки, $\Delta H = H_0 - H_c = 4$ м. Предварительно находим $m_1 = m_c + 0{,}5\Delta H = 14$ м; $b_1 = m_1 - (l + a_1) = 14 - (5 + 5) = 4$ м, $m = m_1 + m_2 = 14 + 10 = 24$ м. Согласно разработанной методике расчета расстояние между скважинами σ необходимо находить подбором. Принимаем в первом приближении $\sigma = 200$ м. В целях иллюстрации сопротивления Ф и $u$ вычисляем для обоих случаев ($\gamma > 0{,}05$ и $\gamma < 0{,}05$), принимая затем в качестве расчетных их значения, найденные для случая, когда $\gamma = \frac{0{,}1 \cdot 14}{5 \cdot 10} = 0{,}028 < 0{,}05$. Предварительно определяем сопротивления $f$ и $f_1$, при вычислении которых, согласно изложенному выше, принимаем $f_i = f_{нс_i}$. Для подсчета сопротивлений $f_i$ воспользуемся формулой (2.34), в результате получим $f_1 = 0{,}79$, $f_{01} = 2{,}31$, $f = 1{,}89$, $f_0 = 4{,}68$, $\bar{f}_1 = f_0 - f_1 = 1{,}52$, $\bar{f} = f_0 - f = 2{,}79$. Так как $\sigma/m_i > 3$, то можно считать, что $\Delta f = \Delta f_i = 0$. По графику рис. 8 при $\bar{r} = \frac{r_c}{m_1} = 0{,}007$, $\bar{m} = \frac{m_2}{m_1} = 0{,}715$ и $\lambda = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} = 0{,}96$ находим $\alpha_1 = 0{,}93$, тогда по формуле (2.46) сопротивление

$$\overline{\Phi}(b_1) = 0{,}93 \frac{5}{0{,}1 \cdot 24} 2{,}79 + \frac{0{,}1 - 5}{0{,}1 \cdot 14} 1{,}5 = 0{,}15 \text{ м}^{-1}.$$

Заметим, что по формуле (3.47)

$$\overline{\Phi}(b_1) = \frac{1}{14}\left(0{,}79 + 0{,}366 \lg \frac{1{,}12}{0{,}1 \cdot 0{,}012} + 0{,}09\right) = 0{,}135 \text{ м}^{-1},$$

где при $c_1 = \sqrt{\frac{0{,}1}{5 \cdot 14 \cdot 10}} = 0{,}012$ м$^{-1}$ и $\bar{R} = 0{,}012 \cdot 0{,}56 \cdot 200 = 1{,}34$ по графику рис. 9 находим $\Delta f' = 0{,}09$ и $\Delta f'' = 0{,}15$. По формуле (3.91) $u = \frac{0{,}15}{14} = 0{,}011$ м$^{-1}$. Если при $\frac{\sigma}{m} = 8$ и $\frac{\sigma}{m_1} = 14$

приближенно принять, что $\bar{u} = 0{,}001$, $\bar{u}_1 = 0$ и $\eta = 7$, то по формуле (3.90) получим

$$u = 7 \cdot \frac{5}{0{,}1 \cdot 24} 0{,}001 + 0 = 0{,}014 \ \text{м}^{-1}.$$

Таким образом, фильтрационные характеристики дренажа следующие:

$$Q = \frac{5\left[4 + \frac{0{,}001}{5}(14-4) + \frac{0{,}001}{0{,}1} \cdot 10\right]}{0{,}135} = 156 \ \text{м}^3/\text{сутки}.$$

$Q_в = 0{,}001 \cdot 200^2 = 40$ м³/сутки, $Q_н = 156 - 40 = 116$ м³/сутки,

$h = H - H_c = \frac{156}{5}(0{,}135 - 0{,}011) = 3{,}93$ м.

Из приведенного примера следует, что при $\sigma = 200$ м понижение уровня между скважинами составит 1,07 м, что меньше принятого (1,5 м). Поэтому расчет повторяем во втором приближении, при меньшем расстоянии между скважинами, например $\sigma = 150$ м. И в этом случае $\frac{\sigma}{m_1} > 3$, поэтому сопротивление $\bar{\Phi}(b_1)$ остается практически без изменения и определению подлежит только сопротивление $u$.

По формуле (3.91) при $\bar{R} = 0{,}012 \cdot 0{,}56 \cdot 150 = 0{,}9$ и $\Delta f'' = 0{,}36$ находим $u = \frac{0{,}36}{14} = 0{,}026$ м$^{-1}$. Тогда по формуле (3,89) $h = H - H_c = \frac{156}{5}(0{,}135 - 0{,}026) = 3{,}42$ м. Понижение уровня грунтовых вод во втором приближении составит 1,58 м, что весьма близко к принятой величине 1,5 м. Поэтому расчет можно считать законченным. Таким образом, для принятого расстояния $\sigma = 150$ м расчетные расходы составят: $Q = 156$, $Q_в = 0{,}001 \times 150^2 = 22{,}5$, $Q_н = 133{,}5$ м³/сутки.

## § 6. КОМБИНИРОВАННЫЙ ДРЕНАЖ (ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ И ВЕРТИКАЛЬНЫЙ) И СКВАЖИНЫ С ФИЛЬТРАМИ В РАЗЛИЧНЫХ СЛОЯХ ВОДОНОСНОЙ ТОЛЩИ

В практических расчетах комбинированного дренажа при небольшой длине фильтра и существенном удалении его от дрены можно исходить из принципа независимости сопротивлений дрены и скважин. Тогда расчет комбинированного дренажа в неоднородно-слоистых грунтах (рис. 20) можно производить как расчет обычного горизонтального или линейного вертикального дренажа, вводя в формулы сопротивление комбинированного дренажа

$$\Phi_{к.д} = \frac{\Phi_д \Phi_р}{\Phi_д + \Phi_р}. \qquad (3.93)$$

Более точная методика расчета комбинированного дренажа в двухслойном грунте приведена в работе [75].

Для трехслойного грунта со слабопроницаемым средним слоем систематический комбинированный дренаж (рис. 20, *б*) при $H_д = H_c$ рассчитывается по таким формулам [69, 75]:

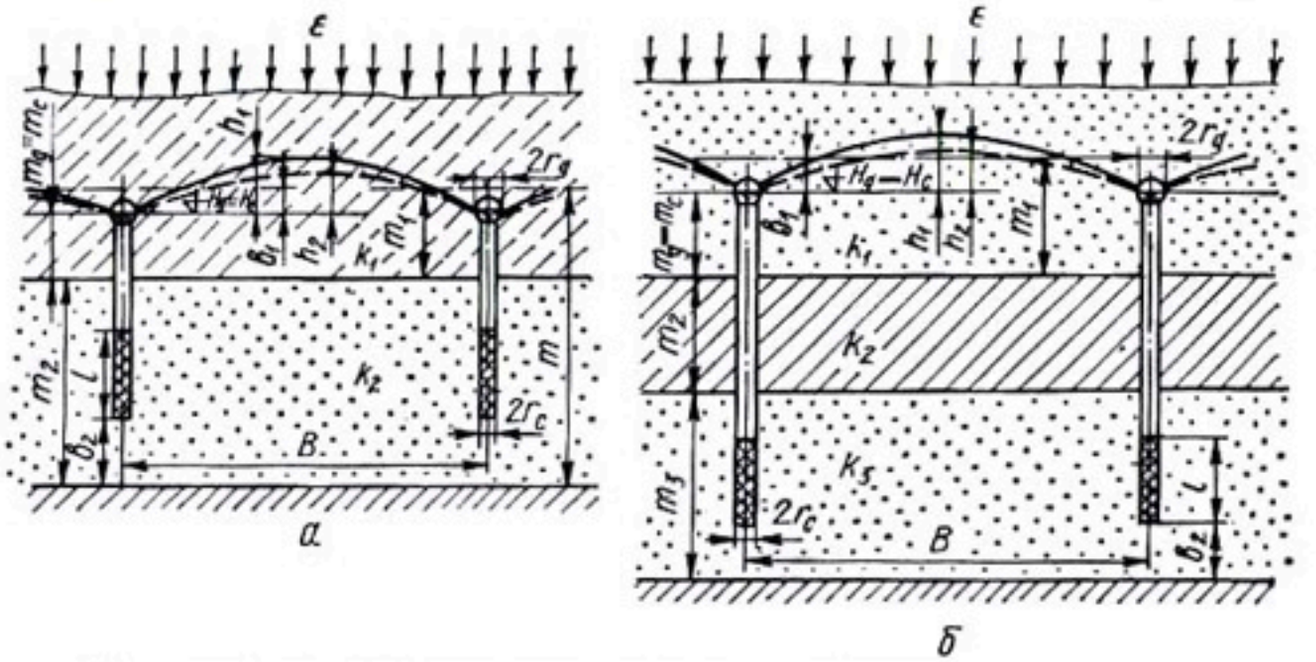



Рис. 20. Схема комбинированного дренажа в грунтах:
*а* — двухслойном, *б* — трехслойном с раздельным слоем.

$$h_1 = \frac{q_g}{T}\Phi'_д\left(1 + \frac{T_з}{T_1 \operatorname{ch}\overline{B}}\right) + \frac{q_c}{T}\Phi''_р\left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\overline{B}}\right) + \\ + \frac{T_з\varepsilon}{T_1 T c^2}\left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\overline{B}}\right) + \frac{\varepsilon B^2}{8T}; \qquad (3.94)$$

$$h_2 = h_1 - \varepsilon_0 + \left(\frac{q_д}{T_1}\Phi'_д - \frac{q_c}{T_з}\Phi''_р - \varepsilon_0\right)\frac{1}{\operatorname{ch}\overline{B}}; \qquad (3.95)$$

$$q_д = \varepsilon B\,\frac{T_1 + \left(2cT_1\Phi''_р + \dfrac{T_з}{B}\right)\operatorname{th}\overline{B}}{T + 2c\,(\Phi'_д T_з + \Phi''_р T_1)\operatorname{th}\overline{B}}; \qquad (3.96)$$

$$q_c = \varepsilon B - q_g, \qquad (3.97)$$

где $h_1$ и $h_2$ — превышение уровня грунтовых вод на участках между дренажами соответственно в верхнем и нижнем слоях, $q_д$ и $q_c$ — погонный расход соответственно горизонтального и вертикального дренажей.

В приведенных формулах $\Phi''_р = \sigma\left(f_з + 0{,}366\ \operatorname{lq}\dfrac{\sigma}{2\pi r_c}\right)$ — фильтрационное сопротивление линейного ряда несовершенных скважин в нижнем слое мощностью $m_3$, $\Phi'_д = f_1$ — фильтрационное сопротивление дрены в верхнем слое средней мощностью $m_1$,

$$\overline{B} = 0{,}5cB, \quad c = \sqrt{\frac{k_2 T}{m_2 T_1 T_з}}, \quad \varepsilon_0 = \varepsilon\frac{m_2}{k_2}\frac{T_з}{T}.$$

При $\overline{B} > 3$ и $\frac{T_1}{T_3} \geqslant \frac{0{,}05}{\operatorname{sh} \overline{B}}$ расчетные формулы упрощаются:

$$h_1 = \frac{1}{T}\left(q_д \Phi'_д + q_c \Phi'_р + \frac{T_3}{T_1}\frac{\varepsilon}{c^2} + \frac{\varepsilon B^2}{8}\right); \tag{3.98}$$

$$h_2 = h_1 - \varepsilon_0; \tag{3.99}$$

$$q_д = \varepsilon B \frac{T_1 + 2cT_1\Phi''_р + \frac{T_3}{\overline{B}}}{T + 2c\,(\Phi'_д T_3 + \Phi''_р T_1)}. \tag{3.100}$$

Разрешив уравнение относительно $B$ и подставив в него значения $q_c$ и $q_д$ из формул (3.97) и (3.100), получим зависимость для определения расстояния между дренажами

$$B = 4\left[\sqrt{\left(\frac{M}{N}\right)^2 - \frac{T_3}{c}\left(\frac{1}{2cT_1} + \frac{\Phi'_д - \Phi''_р}{N}\right) + \frac{h_1 T}{2\varepsilon}} - \frac{M}{N}\right], \tag{3.101}$$

где

$$M = \Phi'_д T_1 (1 + 2c\Phi''_р) + T_3\Phi''_р (1 + 2c\Phi'_д),$$

$$N = T + 2c\,(\Phi'_д T_3 + \Phi''_р T_1).$$

В остальных случаях систематического дренажа расстояние между дренажами $B$ определяется по формуле (3.4), в которой сопротивление комбинированного дренажа $\Phi_{к.д}$ рассчитывается по формуле (3.93), а превышение напора — по формулам (3.8) и (3.9).

Для скважин с фильтрами в обоих водоносных слоях трехслойного грунта в условиях бокового притока через границу в слои с расходами $Q'_0$ и $Q''_0$ расчетные формулы для определения уровней (напоров) на границе круговой области фильтрации радиусом $R$ имеют вид

$$H_1(R) = \overline{H}_1(R) + \frac{T_3}{T}\varepsilon_0 (1 - W_{0_1}) - \frac{T_3}{2\pi T R c}\left(\frac{Q'_0}{T_1} - \frac{Q''_0}{T_3}\right) W_1; \tag{3.102}$$

$$H_2(R) = \overline{H}_2(R) - \frac{T_1}{T}\varepsilon_0 (1 - W_{0_2}) + \frac{T_1}{2\pi T R c}\left(\frac{Q'_0}{T_1} - \frac{Q''_0}{T_3}\right) W_2, \tag{3.103}$$

где

$$\overline{H}_i(R) = H_c - \frac{\varepsilon R^2}{4T} + \frac{1}{T}(\pi\varepsilon R^2 + Q_0)\left(0{,}366 \lg \frac{R}{r_c} + f_i\right);$$

$$W_{0i} = \frac{\Delta f''}{0{,}366 \lg \frac{1{,}12}{cr_c} + f_i + \Delta f'}; \quad W_i = \frac{\left(0{,}366 \lg \frac{1{,}12}{cr_c} + f_i\right)\frac{I_0(cR)}{I_1(cR)}}{0{,}366 \lg \frac{1{,}12}{cr_c} + f_i + \Delta f'};$$

$$Q_0 = Q'_0 + Q''_0;$$

$f_1$ и $f_3$ — сопротивления на несовершенство скважины в пределах верхнего и нижнего слоев — находятся по формуле (2.29), а сопротивления $\Delta f'$ и $\Delta f''$ берутся из графика рис. 9.

При $cR \geqslant 3$ можно положить $\Delta f' = W_i = 0$, а при $cR \geqslant 5$ — $\Delta f' = W_{0i} = W_i = 0$.

Общий дебит скважины состоит из расходов, поступающих в скважину из верхнего ($Q_1$) и нижнего ($Q_2$) слоев. Для определения этих расходов предлагаются следующие формулы:

$$Q_1 = \frac{T_1}{T} Q + \frac{T_1 T_3 \varepsilon_0}{T W_{*_1}} + \frac{Q_0' \frac{T_1}{T} - Q_0'' \frac{T_3}{T}}{cRI_1(cR) W_{*_1}}; \qquad (3.104)$$

$$Q_2 = \frac{T_3}{T} Q - \frac{T_1 T_3 \varepsilon_0}{T W_{*_2}} - \frac{Q_0' \frac{T_1}{T} - Q_0'' \frac{T_3}{T}}{cRI_1(cR) W_{*_2}}; \qquad (3.105)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = \pi \varepsilon R^2 + Q_0' + Q_0''; \qquad (3.106)$$

$$W_{*_i} = 0{,}366 \lg \frac{1{,}12}{cr_c} + f_i + \Delta f'.$$

Если при отсутствии бокового притока в расчетных формулах положить $Q_0' = Q_0'' = 0$, то прийдем к схеме систематического площадного дренажа, в которой $R = 0{,}56\sigma$.

*Пример.* Определить расстояние между дренами систематического комбинированного дренажа в трехслойном грунте при понижении посредине между дренажами 1,5 м и следующих исходных данных: $H_д = H_c$, $h_д = 5$ м, $m_2 = 5$ м, $m_3 = 20$ м, $k_1 = 2$, $k_2 = 0{,}01$, $k_3 = 10$ м/сутки, $\varepsilon = 0{,}001$ м/сутки. Глубина закладки дрен от поверхности земли 3 м, размеры дрен и скважин такие: $r_д = 0{,}15$, $l = 10$, $r_c = 0{,}15$, $b_2 = 5$, $\sigma = 200$ м.

Предварительно находим

$h_1 = 3 - 1{,}5 = 1{,}5$ м, $b_1 = 0{,}5 \cdot 1{,}5 = 0{,}75$ м, $m_1 = 5 + 0{,}75 = 5{,}75$ м, $T_1 = 5{,}75 \cdot 2 = 11{,}5$ м²/сутки, $T_3 = 20 \cdot 10 = 200$ м²/сутки, $T = T_1 + T_3 = 211{,}5$ м²/сутки, $c = \sqrt{\frac{0{,}1 \cdot 211{,}5}{5 \cdot 11{,}5 \cdot 200}} = 1{,}356 \cdot 10^{-2}$ м$^{-1}$;

$$\Phi_д' = 0{,}73 \cdot 5{,}75 \lg \frac{5{,}75}{3{,}14 \cdot 0{,}15} = 4{,}56 \text{ м},$$

$$\Phi_p'' = 200 \left(0{,}366 \lg \frac{200}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}15} + 0{,}46\right) = 262{,}3 \text{ м}$$

($\Phi_д'$ — сопротивление на несовершенство дрены в верхнем слое, $\Phi_p''$ — сопротивление линейного ряда скважин в нижнем слое) и параметры

$$M = 4{,}56 \cdot 11{,}5 (1 + 2 \cdot 1{,}356 \cdot 10^{-2} \cdot 262{,}3) + 200 \cdot 262{,}3 \times$$

$$\times (1 + 2 \cdot 1{,}356 \cdot 10^{-2} \cdot 4{,}56) = 5{,}9 \cdot 10^4 \text{ м}^3\text{/сутки},$$

$$N = 211{,}5 + 2 \cdot 1{,}356 \cdot 10^{-2} (4{,}56 \cdot 200 + 262{,}3 \cdot 11{,}5) =$$

$$= 318 \text{ м}^2\text{/сутки}.$$

Расстояние между дренами $B$ определяем по формуле (3.101):

$$B = 4\left[\sqrt{\left(\frac{5{,}9\cdot 10^4}{318}\right)^2 - \frac{200}{1{,}356\cdot 10^{-2}}\left(\frac{1}{2\cdot 1{,}356\cdot 10^{-2}\cdot 11{,}5} + \right.}\right.$$

$$\left. + \frac{4{,}56 - 262{,}3}{318}\right) + \frac{1{,}5\cdot 211{,}5}{2\cdot 0{,}001} - \left.\frac{5.9\cdot 10^4}{318{,}0}\right] = 806 \text{ м}.$$

Погонные расходы горизонтального и вертикального дренажей согласно (3.100) и (3.97) соответственно следующие:

$$q_д = 0{,}001\cdot 806\,\frac{11{,}5 + 2\cdot 1{,}356\cdot 10^{-2}\cdot 11{,}5\cdot 262{,}3 + \frac{200}{5{,}46}}{211{,}5 + 2\cdot 1{,}356\cdot 10^{-2}(4{,}56\cdot 200 + 262{,}3\cdot 11{,}5)} =$$

$$= 0{,}33 \text{ м}^2/\text{сутки};$$

$$q_с = 0{,}001\cdot 806 - 0{,}33 = 0{,}48 \text{ м}^2/\text{сутки}.$$

Превышение напора посредине между дренажами в нижнем слое находим по формуле (3.99): $h_2 = 1{,}5 - 0{,}47 = 1{,}03$ м. Для проверки по формуле (3.98) вычисляем превышение в верхнем слое:

$$h_1 = \frac{1}{200}\left(0{,}33\cdot 4{,}56 + 0{,}48\cdot 262{,}3 + \frac{200\cdot 0{,}001}{11{,}5\,(1{,}356\cdot 10^{-2})^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{0{,}001\cdot 806^2}{8}\right) = 1{,}51 \text{ м}.$$

Глава 4

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ К ВЕРТИКАЛЬНЫМ СКВАЖИНАМ

В данной главе рассматриваются аналитические решения ряда задач неустановившейся фильтрации в разнообразных в плане и по мощности водоносных пластах при действии в них вертикальных скважин. Эти решения (они используются в последующих главах при построении практических рекомендаций по фильтрационному расчету вертикального дренажа) исходят из линейной, или гидравлической, теории фильтрации в пластах, основанной на осреднении потока по глубине, и сводятся к рассмотрению линеаризированного дифференциального уравнения для безнапорного потока или аналогичного ему уравнения для напорного потока. Согласно указанной теории, в слоистых водоносных толщах, состоящих из чередующихся хорошо проницаемых и слабопроницаемых слоев и характеризующихся существованием гидравлической связи (перетока) между хорошо проницаемыми слоями, движение грунтовых вод основывается на двух известных предпосылках перетекания. В соответствии с ними предполагается, что фильтрация в слабопроницаемых слоях происходит только по вертикали, а в хорошо проницаемых — преимущественно по горизонтали. Строгая оценка этих допущений, сделанная в работе С. Н. Нумерова и Р. М. Барсегяна [61], свидетельствует о том, что их использование обеспечивает хорошую точность расчета при наличии в неоднородно-слоистых пластах совершенных границ питания и стока. В аналогичных задачах фильтрации с несовершенными границами питания и стока (скважинами) с некоторым приближением последние при помощи метода фильтрационных сопротивлений заменялись фиктивными совершенными, эквивалентными по фильтрационному расходу и картине фильтрации на некотором удалении от рассматриваемой границы. В решениях для трехслойного грунта режим фильтрации в слабопроницаемой прослойке принимался жестким, что, согласно существующим представлениям и рекомендациям на этот счет [1, 30, 53, 108, 121], является приемлемым в инженерных расчетах мелиоративного дренажа.

Решение преимущественно численными методами ряда задач осесимметричной фильтрации с упругим режимом в слабопроницаемом слое рассмотрено в работах [1, 19, 28, 43, 84, 99, 122, 136].

Из общих решений для трехслойного грунта при определенных условиях нетрудно получить решения для двухслойного и однородного грунтов, что и используется при составлении расчетных формул.

## § 1. НЕСОВЕРШЕННАЯ СКВАЖИНА В КРУГОВОЙ ОДНОРОДНОЙ ПО МОЩНОСТИ ОБЛАСТИ ФИЛЬТРАЦИИ

К этой схеме (рис. 21), как будет показано ниже, может быть приведена схема систематического площадного вертикального дренажа с инфильтрационным питанием. Решение аналогичной задачи для совершенной скважины рассмотрено в работе [97].

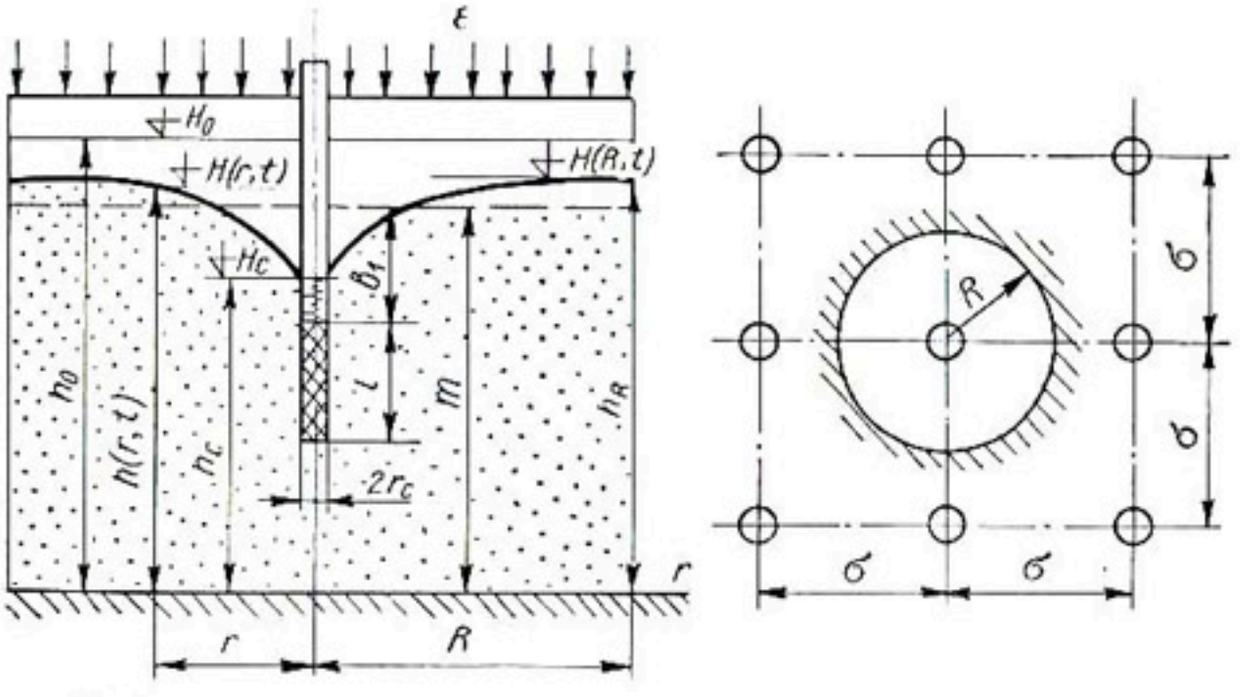



Рис. 21. Схема неустановившейся фильтрации к несовершенной скважине в однородном грунте.

Приближенное решение данной задачи основывается на учете по методу фильтрационных сопротивлений несовершенства скважин при решении исходного уравнения для совершенных скважин [67]. При этом, о чем уже говорилось выше, считаем, что хотя сопротивление Ф и зависит от времени, однако определить его значение для практических расчетов можно из условий установившейся фильтрации. На примере потока с постоянной проводимостью $T$ покажем, каким образом в решении учитывается сопротивление Ф.

Напор (уровень) в совершенной скважине $H_c'$ связан с напором (уровнем) в несовершенной скважине $H_c$ соотношением (3.12), в котором по условиям задачи напор $H_c$, проводимость $T$ и сопротивление Ф приняты постоянными, не зависящими от времени.

Учитывая, что

$$Q = 2\pi r T \left.\frac{\partial H}{\partial r}\right|_{r=r_c}, \qquad H_c' = H|_{r=r_c}, \tag{4.1}$$

преобразуем формулу (3.12) к виду

$$\frac{\partial H}{\partial r} - \frac{1}{2\pi r_c \Phi} H = -\frac{H_c}{2\pi r_c \Phi}. \qquad (4.2)$$

Если бы дебит скважины $Q$ был постоянным, то второй член уравнения (3.12) был бы также постоянным, не зависящим от времени. В этом случае при расчете несовершенных скважин можно воспользоваться расчетными формулами для совершенных скважин, увеличивая их сопротивление $R(t)$ на величину сопротивления Ф, обусловленную несовершенством скважин. Такая методика расчета несовершенных скважин в условиях неустановившейся фильтрации широко применяется при откачках из скважин с постоянным дебитом [53, 77, 112]. При откачках с постоянным напором (уровнем) $H_c$ в условиях неустановившейся фильтрации скважина работает с переменным во времени дебитом $Q$, что в соответствии с зависимостью (3.12) требует решения исходного уравнения при граничном условии третьего рода на скважине, определяемом выражением (4.2).

Исходное линеаризированное уравнение Буссинеска применительно к схеме, изображенной на рис. 21, имеет вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H}{\partial r}\right) + \bar{\varepsilon} \qquad (4.3)$$

и решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$t = 0, \quad r_c \leqslant r \leqslant R, \quad H = H_0;$$

$$t > 0, \quad r = R, \quad \frac{\partial H}{\partial r} = 0;$$

$$t > 0, \quad r = r_c, \quad \frac{\partial H}{\partial r} - c_* H = -c_* H_c,$$

где $a = \frac{T}{\mu}$, $T = km$, $c_* = = \frac{1}{2\pi r_c \Phi}$, $\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\mu}$. Остальные обозначения ясны из предыдущего изложения и рис. 21. Применив к уравнению (4.3) преобразование Лапласа, получим уравнение для изображений $u(r, p)$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r} - \frac{p}{a}\left(U - \frac{H_0}{p} - \frac{\bar{\varepsilon}}{p^2}\right) = 0, \qquad (4.4)$$

решением которого в общем виде является уравнение

$$U(r, p) = \frac{H_0}{p} + \frac{\bar{\varepsilon}}{p^2} + AI_0(wr) + BK_0(wr), \quad w = \sqrt{\frac{p}{a}}. \qquad (4.5)$$

Определив постоянные $A$ и $B$ при граничных условиях

$$\frac{\partial U(R, p)}{\partial r} = 0 \text{ и } \frac{\partial U(r_c, p)}{\partial r} - cU(r_c, p) = -\frac{c_* H_c}{p}$$

и подставив их в выражение (4.5), окончательно для изображения $U(r, p)$ получим

$$U(r, p) = \frac{H_0}{p} + \frac{\bar{\varepsilon}}{p^2} + c_*\left(\frac{H_0 - H_c}{p} + \frac{\bar{\varepsilon}}{p^2}\right) \times \\ \times \frac{K_1(wR) I_0(wr) + K_0(wr) I_1(wR)}{\Delta}, \qquad (4.6)$$

где

$$\Delta = w[K_1(wR) I_1(wr_c) - K_1(wr_c) I_1(wR)] - \\ - c_*[K_1(wR) I_0(wr_c) + K_0(wr_c) I_1(wR)],$$

$I_0(x)$, $I_1(x)$, $k_0(x)$ и $k_1(x)$ — известные функции Бесселя нулевого и первого порядков от мнимого аргумента $x$. Применив к уравнению (4.6) обратное преобразование Лапласа и опустив при этом довольно громоздкие промежуточные выкладки, получим для определения положения уровня $H$ следующее выражение:

$$H(r, t) = H(r) - \pi\bar{c}_* \sum_{n=1}^{\infty}\left[(H_0 - H_c) - \frac{\varepsilon R^2}{T\alpha_n^2}\right] P_n e^{-\gamma\alpha_n^2 t}, \qquad (4.7)$$

где

$$H(r) = H_c + \frac{\varepsilon R^2}{2T}\left(\ln\frac{r}{r_c} + 2\pi\Phi\right) - \frac{\varepsilon}{4T}(r^2 - r_c^2), \qquad (4.8)$$

$$P_n = \frac{J_1^2(\alpha_n)[A_0 J_0(\bar{r}\alpha_n) - B_n Y_0(\bar{r}\alpha_n)]}{M_n},$$

$$M_n = B_n^2 - (\alpha_n^2 + \bar{c}_*) J_1^2(\alpha_n),$$

$$A_n = \alpha_n Y_1(\bar{r}_c\alpha_n) + \bar{c}_* Y_0(\bar{r}_c\alpha_n), \quad B = \alpha_n J_1(\bar{r}_c\alpha_n) + \bar{c}_* J_0(\bar{r}_c\alpha_n),$$

$\bar{r}_c = \frac{r_c}{R}$, $\bar{c}_* = c_* R$, $\bar{r} = \frac{r}{R}$; $\gamma = \frac{a}{R^2}$, $\alpha_n$ — корни уравнения

$$Y_1(\alpha) B - J_1(\alpha) A = 0, \qquad (4.9)$$

$J_0(y)$, $J_1(y)$, $Y_0(y)$ и $Y_1(y)$—известные функции Бесселя нулевого и первого порядков от действительного аргумента $y$.

Проверка показывает, что уравнение (4.7) удовлетворяет граничным и начальным условиям. При $t \to \infty$ из уравнения (4.7) получим формулу (4.8) для установившегося режима фильтрации.

Уровень грунтовых вод на внешней границе потока найдем с помощью выражения

$$H(R, t) = H(R) + 2\bar{c}_* \sum_{n=1}^{\infty}\left[(H_0 - H) - \frac{\varepsilon R^2}{T\alpha_n^2}\right] \frac{J_1(\alpha_n) B_n}{\alpha_n M_n} e^{-\gamma\alpha_n^2 t}, \qquad (4.10)$$

а уровень грунтовых вод у скважины

$$H(r_c, t) = H_c' + \frac{2\bar{c}_* R}{r_c} \sum_{n=1}^{\infty}\left[(H_0 - H_c) - \frac{\varepsilon R^2}{T\alpha_n^2}\right] \frac{J_1(\alpha_n)}{M_n} e^{-\gamma\alpha_n^2 t}, \qquad (4.11)$$

где $H(R)$ и $H_c'$ — известные уровни грунтовых вод при установившемся режиме фильтрации,

$$H(R) = H_c + \frac{\varepsilon R}{2\pi}\left(\ln\frac{R}{r_c} - 0{,}5 + 2\pi\Phi\right), \quad H_c' = H_c + \frac{\pi\varepsilon R^2}{T}\Phi.$$

Дебит скважины $Q$ вычислим по формуле (4.1). Опуская промежуточные выкладки, окончательную формулу для определения дебита грунтовых вод представим в виде

$$Q(t) = Q + 4\pi\bar{c}_*^2 \sum_{n=1}^{\infty}\left[(H_0 - H_c)\,T - \frac{\varepsilon R^2}{\alpha_n^2}\right]\frac{J_1(\alpha_n)}{M_n}\,e^{-\gamma\alpha_n^2 t}, \quad (4.12)$$

где $Q = \pi\varepsilon\,(R^2 - r_c^2)$ — дебит при установившемся режиме фильтрации, т. е. при $t \to \infty$.

Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. При отсутствии инфильтрации ($\varepsilon = 0$) из (4.7) и (4.12) получим

$$H(r, t) = H_c - \pi\bar{c}_*(H_0 - H_c)\sum_{n=1}^{\infty} P_n\,e^{-\gamma\alpha_n^2 t}, \quad (4.13)$$

$$Q(t) = 4\pi T\bar{c}_*^2(H_0 - H_c)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_1(\alpha_n)}{M_n}\,e^{-\gamma\alpha_n^2 t}. \quad (4.14)$$

При $t \to \infty$ из формул (4.13) и (4.14) следует, что $H = H_c$, $Q = 0$.

2. Если подъем уровня грунтовых вод начинается после начала инфильтрации, то в расчетных формулах необходимо положить $H_0 = H_c$.

Для однородного безнапорного потока с горизонтальным водоупором более приемлемой является линеаризация исходных уравнений по второму способу — Н. А. Багрова — П. П. Веригина, — которая позволяет непосредственно определять глубины безнапорного потока. Используя известные приемы по переходу от напоров (уровней) $H$ в потоках с постоянной проводимостью к глубинам $h$ в безнапорных потоках ($H = \frac{h^2}{2m}$ или $h = \sqrt{2mH}$), нетрудно составить расчетные зависимости для случая безнапорного однородного потока с горизонтальным водоупором [67].

При выполнении расчетов часто потребуется находить функции Бесселя для малых значений аргумента $y$. В этом случае для вычисления удобно воспользоваться приближенными формулами

$$J_0(y) = 1 - \frac{y^2}{4}; \quad J_1(y) = \frac{y}{2} - \frac{y^3}{16};$$

$$Y_0(y) = \frac{2}{\pi}\left(0{,}577 + \lg\frac{y}{2}\right)J_0(y);$$

$$Y_1(y) = -\frac{2}{\pi y} + \frac{2}{\pi}\left(0{,}577 + \ln\frac{y}{2}\right)J_1(y)$$

которые при $y \leqslant 0{,}01$ упрощаются к виду

$$J_0(y) = 1; \quad J_1(y) = \frac{y}{2}; \quad y_1(y) = -\frac{2}{\pi y};$$

$$Y_0(y) = \frac{2}{\pi}\left(0{,}577 + \ln\frac{y}{2}\right); \quad B = \bar{c}_*.$$

При вычислении сумм рядов в большинстве случаев в расчетных формулах можно ограничиться одним или двумя членами ряда. На основании полученного решения в § 2 гл. 6 приведены практические рекомендации для расчета рассматриваемой схемы фильтрации.

## § 2. СКВАЖИНА В КРУГОВОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПО МОЩНОСТИ ОБЛАСТИ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ ОТКАЧКАХ С ПОСТОЯННЫМ УРОВНЕМ

Рассмотрим наиболее характерные случаи откачек с постоянным уровнем: 1) из верхнего и нижнего слоев и 2) только из нижнего слоя [74]. Неустановившееся движение грунтовых вод в трехслойной водоносной толще при жестком режиме фильтрации в раздельном слабопроницаемом слое и наличии инфильтрационного питания описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} a_1\left(\frac{\partial^2 S_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial S_1}{\partial r}\right) - b_1(S_1 - S_2) - \bar{\varepsilon} &= \frac{\partial S_1}{\partial t}, \\ a_2\left(\frac{\partial^2 S_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial S_2}{\partial r}\right) + b_2(S_1 - S_2) &= \frac{\partial S_2}{\partial t}, \end{aligned} \tag{4.15}$$

где

$$a_1 = \frac{T_1}{\mu_1}, \quad a_2 = \frac{T_3}{\mu_2}, \quad b_1 = \frac{k_2}{\mu_1 m_2}, \quad b_2 = \frac{k_2}{\mu_2 m_2}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\mu_1},$$

$S_i(r, t) = H_{0i} - H_i(r, t)$ — понижения уровня грунтовых вод в верхнем и нижнем основных слоях с проводимостями $T_1 = k_1 m_1$ и $T_3 = k_3 m_3$, $H_{0i}$ и $H_i(r, t)$ — уровни до начала и в процессе откачки ($i = 1, 2$), $\mu_1$ и $\mu_2$ — коэффициенты соответственно гравитационной и упругой водоотдачи основных водоносных слоев ($\mu_1 = \mu$, $\mu_2 = \mu_y$). Система (4.15) решается при начальных условиях

$$t = 0, \quad S_i = 0 \tag{4.16а}$$

и граничных условиях

$$t > 0, \quad r = R, \quad \frac{\partial S_i}{\partial r} = 0 \tag{4.16б}$$

на внешнем контуре области фильтрации;

$$t > 0, \quad r = r_c, \quad S_i = S_c \tag{4.16в}$$

на скважине при откачке с постоянным понижением из обоих слоев;

$$t > 0, \quad r = r_c, \quad \frac{\partial S_1}{\partial r} = 0, \quad S_2 = S_c \tag{4.16г}$$

на скважине при откачке с постоянным понижением из нижнего слоя. Решение для $S_i$ представим в виде

$$S_i = S_i'(r, \infty) + S_i''(r, t), \tag{4.17}$$

где понижение $S_i'(r, \infty)$ находим в результате решения системы (2.13) или системы (4.15) при $t \to \infty$ $\left(\frac{\partial S_i}{\partial t} = 0\right)$ и приведенных выше граничных условиях, а понижения $S_i''(r, t)$ находим, решая систему (4.15) при $\varepsilon = 0$ и краевых условиях, указанных ниже для каждого варианта задачи.

Откачка с постоянным понижением из нижнего и верхнего слоев (рис. 22). Решая систему для $S_i'$ при граничных условиях (4.16б) и (4.16в), находим решение задачи для условий установившейся фильтрации:

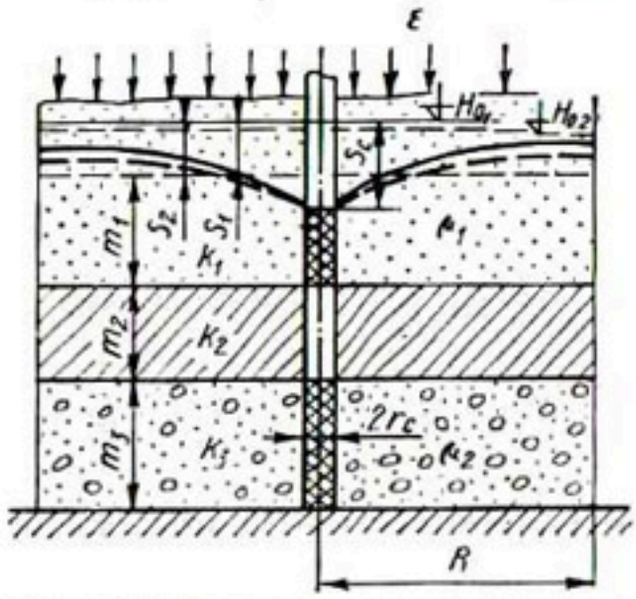



Рис. 22. Расчетная схема откачки из двух слоев.

$$S_1'(r, \infty) = \frac{S_0}{T} + \frac{T_3}{T}\varepsilon_0 (W_1 + W_2 - 1), \tag{4.18}$$

$$S_2'(r, \infty) = \frac{S_0}{T} - \frac{T_1}{T}\varepsilon_0 (W_1 + W_2 - 1), \tag{4.19}$$

где

$$S_0 = S_c T - \frac{\varepsilon R^2}{2}\ln\frac{r}{r_c} + \frac{\varepsilon}{4}(r^2 - r_c^2), \quad T = T_1 + T_3,$$

$$W_1 = \frac{I_0(cr)}{I_1(cr_c) + \frac{I_1(cR)}{K_1(cR)}K_0(cr_c)}, \quad W_2 = \frac{K_0(cR)}{K_0(cr_c) + \frac{K_1(cR)}{I_1(cR)}I_0(cr_c)}.$$

Из (4.18) и (4.19), положив в них $r = R$, можно получить приведенные ранее зависимости (3.102) и (3.103) для определения уровня грунтовых вод на внешней границе области фильтрации для частного случая $f_i = 0$ и $Q_0' = Q_0'' = 0$.

Система (4.15) для нахождения понижений $S_i''$ решается при краевых условиях

$$t = 0, \quad S_i'' = -S_i'; \quad t > 0, \ r = r_c, \ S_i'' = 0; \quad t > 0, \ r = R, \ \frac{\partial S_i''}{\partial r} = 0.$$

Для этого к $S_i''$ применим конечное преобразование Ханкеля вида

$$H[S_i''(r, t)] = \int_{r_c}^{R} rV_0(pr)\, S_i''(r, t)\, dr \tag{4.20}$$

с ядром преобразования

$$V_0(pr) = J_0(pr)\,Y_0(pr_c) - J_0(pr_c)\,Y_0(pr), \tag{4.21}$$

где $p$ — корни характеристического уравнения

$$J_1(pR)\,Y_0(pr_c) - J_0(pr_c)\,Y_1(pR) = 0. \tag{4.22}$$

Здесь и ниже при корнях $p$ и связанных с ними параметрах опущен индекс $n = 1, 2, 3, \ldots$

Используя соотношения, вытекающие из свойств функций $V(pr)$, а именно:

$$V_0(pr_c) \to 0, \quad V_0'(pr) + prV_0''(pr) = -prV_0(pr),$$

$$V_1(pr_c) = \frac{2}{\pi pr_c},$$

получаем

$$H\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial S_i''}{\partial r}\right)\right] = \int_{r_c}^{R} V_0(pr)\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial S_i''}{\partial r}\right)dr = -pS_{i*}''. \tag{4.23}$$

Тогда систему (4.15) можно преобразовать к виду

$$\frac{dS_{1*}''}{dt} = \alpha S_{1*}'' + b_1 S_{2*}'', \tag{4.24}$$

$$\frac{dS_{2*}''}{dt} = \beta S_{2*}'' + b_2 S_{1*}'',$$

где $\alpha = -a_1p^2 - b_1$, $\beta = -a_2p^2 - b_2$. При $t = 0$

$$S_{i*}'' = -\int_{r_c}^{R} rS_i' V_0(pr)\,dr = \overline{S}_i'. \tag{4.25}$$

Решая систему (4.24), находим

$$S_1''(p, t) = S_{1*}'' = \frac{\overline{S}_1'(\lambda_2 - \alpha) - b_1\overline{S}_2'}{\lambda_2 - \lambda_1}e^{\lambda_1 t} + \frac{\overline{S}_1'(\alpha - \lambda_1) + b_1\overline{S}_2'}{\lambda_2 - \lambda_1}e^{\lambda_2 t},$$

$$S_2''(p, t) = S_{2*}'' = \frac{\overline{S}_2'(\lambda_2 - b_2) - \beta\overline{S}_1'}{\lambda_2 - \lambda_1}e^{\lambda_1 t} + \frac{\overline{S}_2'(b_2 - \lambda_1) + \beta\overline{S}_1'}{\lambda_2 - \lambda_1}e^{\lambda_2 t}, \tag{4.26}$$

где

$$\lambda_1 = \frac{\alpha + \beta}{2} + \sqrt{\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)^2 + b_1b_2},$$

$$\lambda_2 = \frac{\alpha + \beta}{2} - \sqrt{\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)^2 + b_1b_2}. \tag{4.27}$$

Переход от изображения функций $S_i''(p, t)$ к их оригиналам $S_i''(r, t)$ осуществляется по формуле

$$S_i''(r, t) = \frac{\pi^2}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{p_n^2 J_1^2(p_nR)\,V_0(p_nr)}{J_0^2(p_nr_c) - J_1^2(p_nR)}S_i''(p_n, t). \tag{4.28}$$

Нахождение по формуле (4.25) значений $\overline{S}_1'$ и $\overline{S}_2'$ при определении понижений $S_1''(p_n, t)$ и $S_2''(p_n, t)$ представляет собой весьма громоздкий процесс.

Общий вид выражений для $S_1'$ и $S_2'$ согласно (4.18) и (4.19) следующий:

$$S_i' = \alpha r^2 + \beta \ln \frac{r}{r_c} + \gamma_i I_0(cr) + \delta_i K_0(cr) + C_i, \qquad (4.29)$$

где

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{4T}, \quad \beta = -\frac{\varepsilon R^2}{2T}, \quad \gamma_1 = \delta_1 A, \quad \gamma_2 = \delta_2 A,$$

$$\delta_1 = \frac{T_3 \varepsilon_0}{T\left(A + \ln \frac{1{,}12}{cr_c}\right)}, \quad \delta_2 = -\frac{T_1 \varepsilon_0}{T\left(A + \ln \frac{1{,}12}{cr_c}\right)},$$

$$C_1 = S_0 - \frac{T_3}{T}\varepsilon_0, \quad C_2 = S_0 + \frac{T_1}{T}\varepsilon_0, \quad A = 2\pi\Delta f'.$$

Подставив значения $S_i'$ в формулу (4.25), получим зависимость

$$\overline{S}_i' = -\alpha \int_{r_c}^{R} r^3 V_0(pr)\, dr - \beta \int_{r_c}^{R} r \ln \frac{r}{r_c} V_0(pr)\, dr - \gamma_i \int_{r_c}^{R} I_0(cr)\, V_0(pr)\, dr -$$

$$- \delta_i \int_{r_c}^{R} r K_0(cr)\, V_0(pr)\, dr - \int_{r_c}^{R} C_i r V_0(pr)\, dr, \qquad (4.30)$$

в которой функция $V_0(pr)$ находится по формуле (4.21). Тогда, например, первый интеграл можно представить в виде

$$-\alpha \int_{r_c}^{R} r^3 V_0(pr)\, dr = \alpha\Theta \int_{r_c}^{R} r^3 J_0(pr)\, dr + \alpha w \int_{r_c}^{R} r^3 Y_0(pr)\, dr,$$

где

$$\theta = -Y_0(pr_c) \approx 0{,}64 \ln \frac{1{,}12}{pr_c}, \quad w = J_0(pr_c) \approx 1.$$

Аналогично можно представить и другие интегралы зависимости (4.30). В результате вычисления интегралов окончательно для определения значений $\overline{S}_i'$ получим расчетную формулу

$$\overline{S}_i' = \frac{1}{p^2}(\alpha R^2 \varphi_1 + \beta\varphi_2 + \gamma_i\varphi_3 + \delta_i\varphi_4 + C_i\varphi_5). \qquad (4.31)$$

Здесь $\varphi_i = \theta\varphi_i' + w\varphi_i$ $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$;

$$\varphi_1' = \mu J_1(\mu) - 2J_2(\mu); \quad \varphi_1'' = \mu Y_1(\mu) - 2Y_2(\mu) - \frac{8}{\pi\mu^2};$$

$$\varphi_2' = \mu \ln \frac{R}{r_c} J_1(\mu) + J_0(\mu) - 1; \quad \varphi_2'' = \mu \ln \frac{R}{r_c} Y_1(\mu) +$$

$$+ Y_0(\mu) + 0{,}64 \ln \frac{1{,}12}{\mu r_c};$$

| Параметр | 0,25 | 0,5 | 1,0 | 1,5 | 2,0 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi_1'$ | 0,015 | 0,06 | 0,21 | 0,38 | 0,45 |
| $\varphi_1''$ | —0,08 | —0,05 | —0,03 | 0,12 | 0,39 |
| $\varphi_5'$ | 0,03 | 0,12 | 0,44 | 0,84 | 1,15 |
| $\varphi_5''$ | —0,04 | 0,10 | —0,14 | —0,02 | 0,42 |
| $P$ | 0,0153 | 0,063 | 0,24 | 0,457 | 0,502 |

$$\varphi_3' = \frac{\bar{c} I_1(\bar{c}) J_0(\mu) + \mu I_0(\bar{c}) J_1(\mu)}{1 + \left(\frac{\bar{c}}{\mu}\right)^2}; \quad \varphi_3'' = \frac{\bar{c} I_1(\bar{c}) Y_0(\mu) + \mu I_0(\bar{c}) Y_1(\mu) + \frac{2}{\pi}}{1 + \left(\frac{\bar{c}}{\mu}\right)^2};$$

$$\varphi_4 = \frac{1 - \bar{c} K_1(\bar{c}) J_0(\mu) + \mu K_0(\bar{c}) J_1(\mu)}{1 + \left(\frac{\bar{c}}{\mu}\right)^2};$$

$$\varphi_4'' = \frac{0{,}64 \ln \frac{\mu}{\bar{c}} - \bar{c} K_1(\bar{c}) Y_0(\mu) + \mu K_0(\bar{c}) Y_1(\mu)}{1 + \left(\frac{\bar{c}}{\mu}\right)^2};$$

$$\varphi_5 = \mu J_1(\mu); \quad \varphi_5'' = \mu Y_1(\mu) + \frac{2}{\pi},$$

где $\mu = pR$, $\bar{c} = cR$, $\bar{r} = \frac{r}{R}$, $\bar{r}_c = \frac{r_c}{R}$. Численные значения параметров $\varphi_i'$, $\varphi_i''$ и $\theta$ для различных $\mu$, $\bar{r}_c$ и $\bar{c}$ приведены в табл. 11—13.

При $\bar{c} > 3$ можно положить $\varphi_4 \approx \frac{1}{1 + \left(\frac{\bar{c}}{\mu}\right)^2}$, $\varphi_4'' = \frac{0{,}64 \ln \frac{\mu}{\bar{c}}}{1 + \left(\frac{\bar{c}}{\mu}\right)^2}$.

Окончательно формулы для определения понижений $S_1(r, t)$ и $S_2(r, t)$ представим в виде

$$S_i(r, t) = S_i' + \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} P(\mu_n) V_0(\mu\bar{r}) \bar{\bar{S}}_i(\mu_n, t), \qquad (4.32)$$

где функция $P(\mu_n) \approx \frac{J_1^2(\mu_n)}{1 - J_1^2(\mu_n)}$ (численные значения этой функции приведены в табл. 13), $\mu_n = p_n R$ — корни уравнения (4.22) (значения его первых четырех корней приведены в табл. 14).

Таблица 11

| μ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2,5 | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 5,0 |
| 0,35 | 0,04 | —0,42 | —0,99 | —1,73 |
| 0,67 | 0,98 | 1,10 | 1,00 | 0,09 |
| 1,25 | 1,02 | 0,48 | —0,26 | —1,63 |
| 1,01 | 1,60 | 2,02 | 2,23 | 1,38 |
| 0,34 | 0,13 | 0,019 | 0,0044 | 0,116 |

При расчетах по формуле (4.32) в формуле (4.31) необходимо опустить коэффициент $\frac{1}{p^2}$. Без существенного снижения точности расчетную формулу (4.32) можно упростить, если учесть, что $\lambda_i < 0$, $|\lambda_2| \gg |\lambda_1|$, $|\lambda_2| \gg |\alpha|$, тогда вторым членом в формулах (4.26), содержащим $e^{\lambda_2 t}$, вполне можно пренебречь и во многих случаях ограничить расчеты удержанием члена ряда $n = 1$.

Общий дебит скважины $Q$ состоит из расходов, поступающих в скважину из верхнего ($Q_1$) и нижнего ($Q_2$) слоев. Используя известное выражение

$$Q_i = -2\pi r T_i \left.\frac{\partial S_i}{\partial r}\right|_{r=r_c},$$

окончательно для определения расходов $Q_1$ и $Q_2$ получаем

$$\begin{aligned} Q_1(t) &= Q_1 + 2\pi^2 T_1 \sum_{n=1}^{\infty} P(\mu_n)\, \tilde{S}_1(\mu_n, t), \\ Q(t) &= Q_2 + 2\pi^2 T_3 \sum_{n=1}^{\infty} P(\mu_n)\, \tilde{S}_2(\mu_n, t). \end{aligned} \tag{4.33}$$

Здесь

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{\pi\varepsilon T_1}{T}(R^2 - r_c^2) + \frac{2\pi T_1 T_3 \varepsilon_0}{T} G, \\ Q_2 &= \frac{\pi\varepsilon T_3}{T}(R^2 - r_c^2) - \frac{2\pi T_1 T_3 \varepsilon_0}{T} G, \\ G &= \frac{1}{\left(\ln \frac{1{,}12}{\sigma r_c} + A\right)} \end{aligned} \tag{4.34}$$

— известные расходы при установившейся фильтрации, которые также следуют из (3.104) и (3.105) при $t \to \infty$. Нетрудно убедиться, что $Q = Q_1 + Q_2 = \pi\varepsilon(R^2 - r_c^2)$.

| Параметр | 0,25 | 0,5 | 1,0 | 2,0 |
|---|---|---|---|---|
| $\bar{r}_c=0{,}01$ | | | | |
| $\varphi_2'$ | 0,13 | 0,50 | 1,79 | 4,49 |
| $\varphi_2''$ | —0,16 | —0,32 | —0,40 | 2,09 |
| $\theta$ | 3,88 | 3,45 | 3,01 | 2,57 |
| $\bar{r}_c=0{,}001$ | | | | |
| $\varphi_2'$ | 0,20 | 0,78 | 2,81 | 7,12 |
| $\varphi_2''$ | —0,29 | —0,51 | —0,83 | 3,08 |
| $\theta$ | 5,30 | 4,92 | 4,48 | 4,03 |
| $\bar{r}_c=0{,}0001$ | | | | |
| $\varphi_2'$ | 0,27 | 1,14 | 3,83 | 9,74 |
| $\varphi_2''$ | —0,34 | —0,82 | —1,14 | 4,08 |
| $\theta$ | 6,82 | 6,40 | 5,95 | 5,50 |

Откачка с постоянным понижением из нижнего слоя (рис. 23). В результате решения системы для $S_i'$ при граничных условиях (4.16б) и(4.16г) имеем

$$S_1'(r, \infty) = \frac{S_0(r)}{T} - \varepsilon_0 - \frac{\varepsilon R^2 T_1}{2T_3 T}\left(\ln\frac{1{,}12}{cr_c} + A\right) - \\ - \frac{\varepsilon R^2}{2T}[I_0(cr)\,A + K_0(cr)], \qquad (4.35)$$

$$S_2'(r, \infty) = \frac{S_0(r)}{T} - \frac{\varepsilon R^2 T_1}{2T_3 T}\left[\ln\frac{1{,}12}{cr_c} + A - I_0(cr)\,A - K_0(cr)\right]. \qquad (4.36)$$

Положив в этих формулах $r = R$, получим приведенные ранее зависимости для определения уровня грунтовых вод на внешней границе области фильтрации.

Решение системы для нахождения понижений $S_i''$ выполняется при краевых условиях

$$t = 0, \quad S_i'' = -S_i'; \quad t > 0, \quad r = r_c, \quad \frac{\partial S_1''}{\partial r} = 0, \quad S_2'' = 0; \quad t > 0,$$

$$r = R, \quad \frac{\partial S_i}{\partial r} = 0.$$

Таблица 12

| μ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2,5 | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 5,0 |
| 4,70 | 3,42 | 0,88 | —2,59 | —8,70 |
| 4,60 | 7,12 | 9,00 | 9,44 | 5,09 |
| 2,43 | 2,31 | 2,21 | 2,12 | 1,98 |
| 7,58 | 5,75 | 2,00 | —3,20 | —12,5 |
| 6,98 | 10,9 | 13,8 | 14,6 | 8,26 |
| 3,89 | 3,78 | 3,68 | 3,59 | 3,44 |
| 10,46 | 8,09 | 3,13 | —0,8 | —16,2 |
| 9,27 | 14,5 | 18,5 | 19,7 | 11,5 |
| 5,37 | 5,25 | 5,15 | 5,07 | 4,92 |

Аналогично, как и в предыдущем случае, применим конечное преобразование Ханкеля (4.20), но с ядром

$$U_0(\rho r) = \rho\,[Y_0(\rho r)\,J_1(\rho r_c) - J_0(\rho r)\,Y_1(\rho r_c)], \qquad (4.37)$$

где ρ — корни характеристического уравнения

$$\rho^2\,[Y_1(\rho r_c)\,J_1(\rho R) - Y_1(\rho R)\,J_1 \times \times (\rho r_c)] = 0. \qquad (4.38)$$

Значения первых трех корней $\rho_1$, $\rho_2$ и $\rho_3$ могут быть взяты из табл. 15. Используя соотношения, вытекающие из свойств функций $U_0(\rho r)$, получаем преобразованную систему

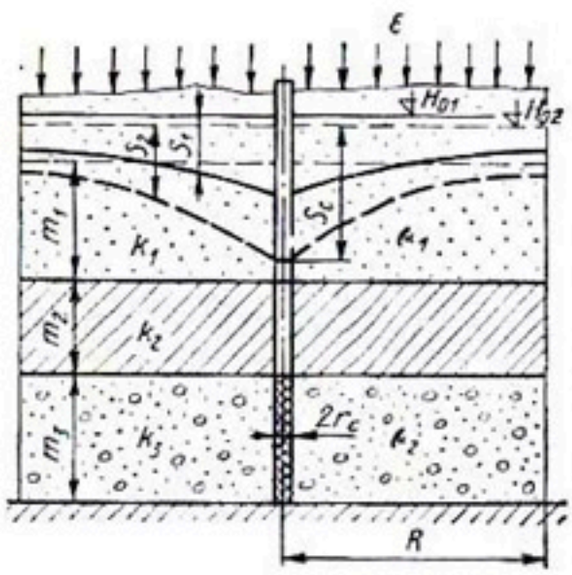



Рис. 23. Расчетная схема откачки из нижнего слоя.

$$\frac{dS_{1*}^{\sim}}{dt} = \bar{\alpha} S_{1*}^{\sim} + b_1 S_{2*}^{\sim},$$

$$\frac{dS_{2*}^{\sim}}{dt} = \bar{\beta} S_{2*}^{\sim} + b_2 S_{1*}^{\sim} - \frac{2a_2}{\pi} g(t), \qquad (4.39)$$

| Параметр | 0,25 | 0,5 | 1,0 | 1,5 | 2,0 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\bar{c} = 1{,}0$ | | | | | |
| $\varphi_3'$ | 0,04 | 0,14 | 0,50 | 0,94 | 1,27 |
| $\varphi_3''$ | —0,04 | —0,11 | —0,15 | 0,05 | 0,53 |
| $\varphi_4'$ | 0,025 | 0,100 | 0,30 | 0,72 | 1,07 |
| $\varphi_4''$ | —0,034 | —0,084 | —0,195 | —0,165 | 0,04 |
| $\bar{c} = 2{,}0$ | | | | | |
| $\varphi_3'$ | 0,06 | 0,19 | 0,68 | 1,27 | 1,67 |
| $\varphi_3''$ | —0,06 | —0,14 | —0,18 | 0,16 | 0,88 |
| $\varphi_4'$ | 0,011 | 0,044 | 0,168 | 0,345 | 0,535 |
| $\varphi_4''$ | —0,018 | —0,049 | —0,11 | —0,12 | —0,081 |
| $\bar{c} = 3{,}5$ | | | | | |
| $\varphi_3'$ | 0,11 | 0,43 | 1,50 | 2,68 | 3,30 |
| $\varphi_3''$ | —0,13 | —0,29 | —0,24 | 0,67 | 2,50 |
| $\varphi_4'$ | 0,05 | 0,020 | 0,075 | 0,155 | 0,246 |
| $\varphi_4''$ | —0,009 | —0,025 | —0,060 | —0,080 | —0,083 |
| $\bar{c} = 4{,}5$ | | | | | |
| $\varphi_3'$ | 0,21 | 0,82 | 2,86 | 5,00 | 5,88 |
| $\varphi_3''$ | —0,23 | —0,53 | —0,32 | 1,62 | 5,27 |
| $\varphi_4'$ | 0,003 | 0,012 | 0,047 | 0,097 | 0,165 |
| $\varphi_4''$ | —0,006 | —0,017 | —0,045 | —0,068 | —0,085 |
| $\bar{c} = 5{,}0$ | | | | | |
| $\varphi_3'$ | 0,30 | 1,45 | 4,03 | 7,00 | 8,12 |
| $\varphi_3''$ | —0,41 | —0,74 | —0,38 | 2,49 | 7,84 |
| $\varphi_4'$ | 0,002 | 0,010 | 0,038 | 0,082 | 0,138 |
| $\varphi_4''$ | —0,005 | —0,015 | —0,040 | —0,063 | —0,081 |

Таблица 13

| μ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2,5 | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 5,0 |
| 1,34 | 1,02 | 0,37 | —0,51 | —2,10 |
| 1,21 | 1,87 | 2,38 | 2,40 | 1,29 |
| 1,34 | 1,44 | 1,33 | 1,06 | 0,54 |
| 0,37 | 0,77 | 1,16 | 1,44 | 1,42 |
| 1,64 | 1,02 | —0,05 | —1,49 | —3,72 |
| 1,88 | 2,80 | 3,12 | 3,30 | 1,17 |
| 0,69 | 0,82 | 0,88 | 0,87 | 0,76 |
| 0,035 | 0,180 | 0,35 | 0,50 | 0,65 |
| 2,78 | 0,80 | —2,36 | —5,99 | —10,65 |
| 4,83 | 0,80 | 7,67 | 6,76 | —0,40 |
| 0,338 | 0,425 | 0,500 | 0,566 | 0,670 |
| —0,073 | —0,043 | 0 | 0,04 | 0,16 |
| 4,12 | —0,08 | —6,77 | —14,10 | —22,60 |
| 9,8 | 13,50 | 14,70 | 12,0 | —4,3 |
| 0,235 | 0,308 | 0,376 | 0,442 | 0,552 |
| —0,088 | —0,080 | —0,062 | —0,037 | —0,039 |
| 5,60 | —1,00 | —10,90 | —21,60 | —33,05 |
| 14,38 | 19,5 | 20,7 | 16,2 | —8,4 |
| 0,190 | 0,265 | 0,329 | 0,391 | 0,5 |
| —0,088 | —0,084 | — 0,071 | —0,057 | 0 |

где

$g(t) = \left.\frac{\partial \bar{S}_2''(r,\ t)}{\partial r}\right|_{r=r_c}$, $\bar{\alpha} = -a_1\rho^2 - b_1$, $\bar{\beta} = -a_2\rho^2 - b_2$. При $t = 0$

$$\bar{S}_{i*}'' = -\int_{r_c}^{R} rS_i(r)\,U_0(\rho r)\,dr = \bar{S}_i'. \qquad (4.40)$$

Таблица 14

| $\mu_n = p_n R$ | $\bar{r}_c$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,2 | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 0,0001 | 0,00001 |
| $\mu_1$ | 1,42 | 1,10 | 0,717 | 0,569 | 0,486 | 0,431 |
| $\mu_2$ | 5,68 | 4,97 | 4,290 | 4,111 | 4,032 | 3,987 |
| $\mu_3$ | 9,69 | 8,50 | 7,546 | 7,320 | 7,228 | 7,178 |
| $\mu_4$ | 13,70 | 12,10 | 10,766 | 10,499 | 10,396 | 10,342 |

В дальнейшем для больших значений времени можно ограничиться решением системы (4.39) при корнях $\rho = 0$ и $\rho_1$, вследствие чего после некоторых упрощений получим:

при $\rho = 0$ $\bar{S}_{1*}''(0,\ t) = \bar{A}_2 - \bar{\nu}_2 \int_0^t g(r)\,d\tau$, где

$$\bar{A}_2 = \frac{b_1 \bar{S}_{2*}''(0,\ 0) + b_2 \bar{S}_{1*}''(0,\ 0)}{b_1 + b_2}, \quad \bar{\nu}_2 = \frac{2a_2 b_1}{\pi(b_1 + b_2)},$$

$$\bar{S}_{i*}''(0,\ 0) = -\int_{r_c}^{R} rS_2'(r)\,dr;$$

при $\rho = \rho_1$

$$\bar{S}_{1*}''(\rho_1,\ t) = \frac{\bar{S}_1'(\bar{\lambda}_{21} - \bar{\alpha}_1) - b_1\bar{S}_2'}{\bar{\lambda}_{21} - \bar{\lambda}_{11}} e^{\bar{\lambda}_{11} t} - \frac{2b_1 a_2}{\pi(\bar{\lambda}_{11} - \bar{\lambda}_{21})} \int_0^t e^{\bar{\lambda}_{11}(t-\tau)} g(\tau)\,d\tau, \qquad (4.41)$$

$$\bar{\lambda}_{11} = \frac{\bar{\alpha}_1 + \bar{\beta}_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{\alpha}_1 - \bar{\beta}_1}{2}\right)^2 + b_1 b_2}, \qquad (4.42)$$

$$\bar{\lambda}_{21} = \frac{\bar{\alpha}_1 + \bar{\beta}_1}{2} - \sqrt{\left(\frac{\bar{\alpha}_1 - \bar{\beta}_1}{2}\right)^2 + b_1 b_2}.$$

Использовав формулу обращения и обозначив $\rho = \frac{\eta}{R}$, получим

$$\bar{S}_1'(r,\ t) = \frac{2}{R^2}\bar{S}_{1*}''(0,\ t) + \frac{\pi^2}{2}\bar{S}_{1*}''(\eta_1,\ t)\,\Phi(\eta_1)\,U_0(\eta_1 \bar{r}), \qquad (4.43)$$

где

$$\Phi(\eta_1) = \frac{J_1^2(\eta_1)}{J_1^2(\eta_1\bar{r}_c) - J_1^2(\eta_1)} = \frac{Y_1^2(\eta_1)}{Y_1^2(\eta_1\bar{r}_c) - Y_1^2(\eta_1)}.$$

Затем к исходной системе для $\bar{S}_i^{\sim}(r, t)$ применим конечное преобразование Ханкеля с ядром (4.21), в котором корни $p$ определяются по уравнению (4.22).

Как и в предыдущих случаях, найдем преобразованную систему

$$\frac{d\bar{S}_{1*}^{\sim}}{dt} = \alpha\bar{S}_{1*}^{\sim} + b_1\bar{S}_{2*}^{\sim} - \frac{2a_1}{\pi} f(t), \qquad (4.44)$$

$$\frac{d\bar{S}_{2*}^{\sim}}{dt} = \beta\bar{S}_{2*}^{\sim} + b_2\bar{S}_{1*}^{\sim},$$

Таблица 15

| $\eta_n = \rho_n R$ | $\bar{r}_c = \frac{r_c}{R}$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 0,0001 |
| $\eta_1$ | 3,957 | 3,833 | 3,832 | 3,831 |
| $\eta_2$ | 7,426 | 7,020 | 7,016 | 7,015 |
| $\eta_3$ | 10,981 | 10,182 | 10,174 | 10,174 |

где $f(t) = \bar{S}_1^{\sim}(r_c, t)$, а коэффициенты $\alpha$ и $\beta$ определяются по предыдущим соотношениям. При $t = 0$ имеем (4.25). Внося некоторые упрощения и ограничивая решение системы при корне $p_1$, получаем

$$\bar{S}_2(p_1, t) = \bar{S}_{2*}^{\sim} = \frac{\bar{\bar{S}}_2'(\lambda_{21} - \beta_1) - \bar{\bar{S}}_1' b_2}{\lambda_{21} - \lambda_{11}} e^{\lambda_{11}t} - \frac{2a_1 b_2}{\pi(\lambda_{11} - \lambda_{21})} \int_0^t e^{\lambda_{11}(t-\tau)} f(\tau)\, d\tau, \qquad (4.45)$$

где $\lambda_{11}$ и $\lambda_{21}$ определяются из соотношений (4.27) при $n = 1$. Переход от изображений функций $\bar{S}_2^{\sim}(p, t)$ к их оригиналам $\bar{S}_2^{\sim}(r, t)$ осуществляем по формуле (4.28), в результате чего получаем

$$\bar{S}_2(r, t) = \frac{\pi^2}{2} \bar{S}_2^{\sim}(\mu_1, t) P_*(\mu_1) V_0(\mu_1 \bar{r}), \qquad (4.46)$$

где $P_*(\mu_1) = \frac{\mu_1^2}{R^2} P(\mu_1)$. Используя условие на скважине $r = r_c$, составляем систему интегральных уравнений

$$g(t) = A_1 e^{\lambda_{11}t} + \nu_1 \int_0^t e^{\lambda_{11}(t-\tau)} f(\tau)\, d\tau,$$

$$f(t) = A_2 + A_3 e^{\bar{\lambda}_{11}t} + \int_0^t [\nu_2 + \nu_3 e^{\bar{\lambda}_{11}(t-\tau)}] g(\tau)\, d\tau, \qquad (4.47)$$

где

$$\nu_1 = \frac{2b_2 a_1}{r_c(\lambda_{11} - \lambda_{21})} P_*(\mu_1), \quad \nu_2 = -\frac{2}{R^2}\bar{\nu}_2, \quad \nu_3 = -\frac{2b_1 a_2}{r_c(\bar{\lambda}_{11} - \bar{\lambda}_{21})} \Phi(\eta_1),$$

$$A_1 = -\frac{\pi}{r_c}\frac{\overline{S}_2'(\lambda_{21}-\bar{\beta}_1)-\overline{S}_1'b_2}{\lambda_{21}-\lambda_{11}}P_*(\mu_1), \quad A_2 = \frac{2}{R^2}\overline{A_2},$$

$$A_3 = \frac{\pi}{r_c}\frac{\tilde{S}_1'(\bar{\lambda}_{21}-\bar{\lambda}_1)-b_1\tilde{S}_2'}{\bar{\lambda}_{21}-\bar{\lambda}_{11}}\Phi(\eta_1).$$

Решение интегральных уравнений можно свести к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d^2f}{dt^2} = \bar{\lambda}_{11}\frac{df}{dt} + (\nu_2+\nu_3)\frac{dg}{dt} - \nu_2\bar{\lambda}_{11}g, \qquad (4.48)$$

$$\frac{dg}{dt} = \lambda_{11}g + \nu_1 f$$

с начальными условиями

$$g(0) = A_1, \quad f(0) = A_2 + A_3, \quad \frac{df(0)}{dt} = \bar{\lambda}_{11}A_3 + (\nu_2+\nu_3)A_1,$$

$$\frac{d^2g(0)}{dt^2} = \lambda_{11}\frac{dg(0)}{dt} + \nu_1\frac{df(0)}{dt}.$$

Решение этой системы имеет вид

$$f(t) = \sum_{i=1}^{3} C_{i_1}e^{\delta_i t}, \quad g(t) = \sum_{i=1}^{3} C_{i_2}e^{\delta_i t}, \qquad (4.49)$$

где $\delta_i$ определяются из характеристического уравнения

$$\delta^3 - (\bar{\lambda}_{11}+\lambda_{11})\delta^2 + [\bar{\lambda}_{11}\lambda_{11} - \nu_1(\nu_2+\nu_3)]\delta + \nu_1\nu_2\bar{\lambda}_{11} = 0, \qquad (4.50)$$

а коэффициенты

$$C_{ij} = \frac{\Delta_{ij}}{\Delta} \qquad (i = 1, 2, 3; \quad j = 1, 2), \qquad (4.51)$$

причем

$$\Delta = (\delta_3-\delta_1)(\delta_3-\delta_2)(\delta_2-\delta_1),$$

$$\Delta_{11} = f(0)(\delta_3^2\delta_2 - \delta_2^2\delta_3) - \frac{df(0)}{dt}(\delta_3^2-\delta_2^2) + \frac{\partial^2 f(0)}{dt^2}(\delta_3-\delta_2),$$

$$\Delta_{21} = -f(0)(\delta_3^2\delta_1 - \delta_1^2\delta_3) + \frac{df(0)}{dt}(\delta_3^2-\delta_1^2) - \frac{d^2f(0)}{dt^2}(\delta_3-\delta_1),$$

$$\Delta_{31} = f(0)(\delta_2^2\delta_1 - \delta_1^2\delta_2) - \frac{df(0)}{dt}(\delta_2^2-\delta_1^2) + \frac{d^2f(0)}{dt^2}(\delta_2-\delta_1),$$

$$\Delta_{12} = g(0)(\delta_3^2\delta_2 - \delta_2^2\delta_3) - \frac{dg(0)}{dt}(\delta_3^2-\delta_2^2) - \frac{d^2g(0)}{dt^2}(\delta_3-\delta_2),$$

$$\Delta_{22} = -g(0)(\delta_3^2\delta_1 - \delta_1^2\delta_3) + \frac{dg(0)}{dt}(\delta_3^2-\delta_1^2) - \frac{d^2g(0)}{dt^2}(\delta_3-\delta_1),$$

$$\Delta_{32} = g(0)(\delta_2^2\delta_1 - \delta_1^2\delta_2) - \frac{dg(0)}{dt}(\delta_2^2-\delta_1^2) + \frac{d^2g(0)}{dt^2}(\delta_2-\delta_1).$$

Из этих соотношений видно, что $\Delta_{3j} \ll \Delta_{1j}, \Delta_{2j}$ $(j = 1, 2)$. Кроме того, $|\Delta_{21}| \gg |\Delta_{11}|$, $|\Delta_{22}| \gg |\Delta_{12}|$, что позволяет реко-

мендовать для определения функций $f$ и $g$ более простое выражение

$$f(t) = f(0)\, e^{\delta_2 t}, \quad g(t) = g(0)\, e^{\delta_2 t}. \tag{4.52}$$

Если существует необходимость в более точном расчете, то можно использовать зависимости

$$\begin{aligned} f(t) &= C_{11} e^{\delta_1 t} + C_{21} e^{\delta_2 t}, \\ g(t) &= C_{12} e^{\delta_1 t} + C_{22} e^{\delta_2 t}. \end{aligned} \tag{4.53}$$

Определив значения функций $f$ и $g$, окончательные формулы для нахождения понижений при больших значениях времени представим в виде

$$S_1(r, t) = S_1'(r) + \frac{2}{R^2} S_{1*}'(0, t) + \frac{\pi r_c}{2}\left[f(t) - \frac{2}{R^2} S_{1*}^{\cdot}(0, t)\right] U_0(\eta_1 \bar{r}), \tag{4.54}$$

$$S_2(r, t) = S_2'(r) - \frac{\pi r_c}{2} g(t)\, V_0(\mu_1 \bar{r}).$$

Дебит скважины определяется по формуле

$$Q(t) = Q - 2\pi r_c T_3 g(t), \tag{4.55}$$

где $Q = \pi\varepsilon (R^2 - r_c^2)$ — расход скважины при установившемся режиме фильтрации ( $t \to \infty$).

На базе полученных решений в гл. 6 построены приближенные инженерные методы расчета и сопоставлены результаты расчетов по точным и приближенным формулам.

## § 3. СКВАЖИНА В КРУГОВОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПО МОЩНОСТИ ОБЛАСТИ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ ОТКАЧКАХ С ПОСТОЯННЫМ ДЕБИТОМ

Рассмотрим аналогичную схему вертикального дренажа с фильтрами скважин в одном из слоев трехслойного грунта, но при откачках с постоянным дебитом [84].

Откачка с постоянным дебитом из нижнего слоя (см. рис. 23). Исходная система уравнений (4.15) остается при следующих краевых условиях:

$$t = 0, \quad S_i = 0, \quad t > 0, \quad r = r_c, \quad \frac{\partial S_1}{\partial r} = 0, \quad -2\pi r T_3 \frac{\partial S_2}{\partial r} = Q;$$

$$t > 0, \quad r = R, \quad \frac{\partial S_1}{\partial r} = \frac{\partial S_2}{\partial r} = 0. \tag{4.56}$$

Представим $S_2(r, t)$ в виде суммы двух функций, одну из которых, а именно $f(r)$, можем выбирать произвольно, требуя лишь выполнения условий

$$-2\pi r T_3 \frac{df}{dr}\bigg|_{r=r_c} = Q, \quad \frac{df}{dr}\bigg|_{r=R} = 0. \tag{4.56а}$$

Учитывая, что $S_2(r, t) = v(r, t) + f(r)$, исходную систему запишем в виде

$$a_1\left(\frac{\partial^2 S_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial S_1}{\partial r}\right) - b_1(S_1 - v) + b_1 f(r) - \frac{\varepsilon}{\mu_1} = \frac{\partial S_1}{\partial t},$$

$$a_2\left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r}\right) + b_2(S_1 - v) + a_2\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{df}{dr}\right) - b_2 f(r) = \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (4.57)$$

Применим к системе (4.57) конечное преобразование Ханкеля вида (4.20) с ядром преобразования (4.37), в котором $\rho$ — корни характеристического уравнения (4.38). Тогда для нулевого корня $\rho = 0$ система (4.57) преобразуется к виду

$$\frac{dS_{1*}}{dt} = -b_1[S_{1*}(0, t) - v_*(0, t)] - g_{1*}(0),$$
$$\frac{dv_*}{dt} = b_2[S_{1*}(0, t - v_*(0, t)] + g_{2*}(0) \quad (4.58)$$

с начальными условиями

$$S_{1*}(0, 0) = 0; \quad v_*(0, 0) = -\frac{2}{R^2}\int_{r_c}^{R} rf(r)\,dr.$$

В системе (4.58)

$$g_{1*}(0, \varepsilon, Q) = \frac{\varepsilon}{\mu_1} - \frac{2b_1}{R^2}\int_{r_c}^{R} rf(r)\,dr,$$

$$g_{2*}(0, Q) = \frac{Q}{\pi R^2 \mu_2} - \frac{2b_2}{R^2}\int_{r_c}^{R} rf(r)\,dr.$$

Для корней $\rho_n$ ($n = 1, 2, 3, \ldots$) получаем систему

$$\frac{dS_{1*}(\rho_n, t)}{dt} = \bar{\alpha} S_{1*}(\rho_n, t) + b_1 v_*(\rho_n, t) - g_{1*}(\rho_n),$$
$$\frac{\partial v_*(\rho_n, t)}{dt} = b_2 S_{1*}(\rho_n, t) + \bar{\beta}_n v_*(\rho_n, t) + g_{2*}(\rho_n) \quad (4.59)$$

с начальными условиями

$$S_{1*}(\rho_n, 0) = 0, \quad v_*(\rho_n, 0) = \int_{r_c}^{R} rf(r) V_0(\rho_n, r)\,dr.$$

Здесь согласно (4.38) $\int_{r_c}^{R} rV_0(\rho_n r)\,dr = 0$. Тогда

$$g_{1*}(\rho_n, Q) = -b_2\int_{r_c}^{R} rf(r) V_0(\rho_n r)\,dr,$$

$$g_{2*}(\rho_n, Q) = a_2 \int_{r_c}^{R} \frac{d}{dr}\left(r \frac{df}{dr}\right) V_0(\rho_n r)\, dr - b_2 \int_{r_c}^{R} rf(r) V_0(\rho_n r)\, dr,$$

$$\bar{\alpha}_n = -a_1\rho_n^2 - b_1, \quad \bar{\beta}_n = -a_2\rho_n^2 - b_2.$$

Решение системы (4.58) имеет вид

$$S_{1*}(0, t) = \frac{1}{b_1 + b_2}\left\{b_1\left[v_*(0, 0) + \frac{g_{1*}(0) + g_{2*}(0)}{b_1 + b_2}\right]e^{-(b_1+b_2)t} + \right.$$
$$\left. + v_*(0, 0)\, b_1 - b_1 \frac{g_{1*}(0) + g_{2*}(0)}{b_1 + b_2} + [g_{2*}(0)\, b_1 - g_{1*}(0)\, b_2]\, t\right\}, \qquad (4.60)$$
$$v_*(0, t) = \frac{1}{b_1 + b_2}\left\{b_2\left[v_*(0, 0) - \frac{g_{1*}(0) + g_{2*}(0)}{b_1 + b_2}\right]e^{-(b_1+b_2)t} + \right.$$
$$\left. + v_*(0, 0)\, b_1 + b_2 \frac{g_{1*}(0) + g_{2*}(0)}{b_1 + b_2} + [g_{2*}(0)\, b_1 - g_{1*}(0)\, b_2]\, t\right\}.$$

Легко показать, что

$$[g_{2*}(0)\, b_1 - g_{1*}(0)\, b_2]\, t = \frac{k_2}{m_2\mu_1\mu_2}\left[\frac{Q}{\pi R^2} - \varepsilon\right]t. \qquad (4.61)$$

В зависимости от соотношения между $Q$ и $\varepsilon$ можно получить три качественно различных случая $Q < \pi\varepsilon R^2$, $Q = \pi\varepsilon R^2$ и $Q > \pi\varepsilon R^2$. В частности, только при $Q = \pi\varepsilon R^2$ искомые величины $S_i(r, t)$ будут иметь при $t \to \infty$ стационарные части.

Ниже рассмотрен наиболее интересный для практики случай $Q > \pi\varepsilon R^2$.

Решение системы (4.59) при соответствующих начальных условиях имеет вид (здесь и ниже при корнях $\rho$ и связанных с ними параметрах опущен индекс $n = 1, 2, 3$)

$$S_{1*}(\rho, t) = \frac{[v_*(\rho, 0) - \bar{B}]\, b_1 - \bar{A}(\lambda_1 - \bar{\beta})}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_1 t} +$$
$$+ \frac{\bar{A}(\lambda_2 - \bar{\beta}) - [v_*(\rho, 0) - \bar{B}]\, b_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_2 t} + \bar{A},$$
$$v_*(\rho, t) = \frac{[v_*(\rho, 0) - \bar{B}](\lambda_1 - \bar{\alpha}) - \bar{A}b_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_1 t} +$$
$$+ \frac{\bar{A}b_2 - [v_*(\rho, 0) - \bar{B}](\lambda_2 - \bar{\alpha})}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_2 t} + \bar{B}, \qquad (4.62)$$

$$\bar{A} = \frac{\bar{\beta} g_{1*}(\rho, Q) + b_2 g_{2*}(\rho, Q)}{\bar{\alpha}\bar{\beta} - b_1 b_2}, \quad \bar{B} = -\frac{\bar{\alpha} g_{2*}(\rho, Q) + b_2 g_{1*}(\rho, Q)}{\bar{\alpha}\bar{\beta} - b_1 b_2},$$

$$\lambda_1 = \frac{\bar{\alpha} + \bar{\beta}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{\alpha} - \bar{\beta}}{2}\right)^2 + b_1 b_2},$$

$$\lambda_2 = \frac{\bar{\alpha} + \bar{\beta}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\bar{\alpha} - \bar{\beta}}{2}\right) + b_1 b_2}.$$

Переход от изображений функций $S_{1*}(\rho, t)$ и $v_*(\rho, t)$ к их оригиналам осуществляется с помощью соответствующих формул обращения

$$S_1(r, t) = S_{1*}(0, t) + \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} S_{1*}(\eta_n, t)\, \Phi_n(\eta_n)\, V_0(\eta_n \bar{r}),$$
$$S_2(r, t) = v_*(0, t) + \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} v_*(\eta_n, t)\, \Phi_n(\eta_n)\, V_0(\eta_n \bar{r}) + f(r). \tag{4.63}$$

Здесь

$$\eta_n = \rho_n R, \quad \bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{r}_c = \frac{r_c}{R}, \quad \Phi_n(\eta_n) = \frac{J_1^2(\eta_n)}{J_1^2(\eta_n \bar{r}_c) - J_1^2(\eta_n)}.$$

Рассмотрим части искомых величин, не зависящие от времени, которые после несложных преобразований можно представить в следующем виде:

$$\bar{S}_1(r) = -\frac{b_1}{b_1 + b_2}\left(\frac{\varepsilon}{\mu_1} + \frac{Q}{\pi R^2 \mu_2}\right) + \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n \Phi_n(\eta_n)\, V_0(\eta_n \bar{r}),$$
$$\bar{S}_2(r) = -\frac{2}{R^2} \int_{r_c}^{R} r f(r)\, dr + \frac{b_1}{b_1 + b_2}\left(\frac{\varepsilon}{\mu_1} + \frac{Q}{\pi R^2 \mu_2}\right) + \tag{4.64}$$
$$+ \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{B}_n \Phi_n(\eta_n)\, V_0(\eta_n \bar{r}) + f(r).$$

Так как $\bar{A}_n = \bar{A}_n(\rho_n, Q)$, $\bar{B}_n = \bar{B}_n(\rho_n, Q)$, то при рассмотрении аналогичной задачи с теми же параметрами, но другим значением интенсивности инфильтрационного питания $\bar{\varepsilon}$ получаем

$$\bar{S}_i(r) = -\frac{b_1}{b_1 + b_2} \frac{\varepsilon - \bar{\varepsilon}}{\mu_1} + \bar{S}_{i*}(r).$$

Если выбрать $\bar{\varepsilon} = \frac{Q}{\pi R^2}$, то $\bar{S}_{i*}(r)$ будут стационарными функциями для соответствующей задачи $\varepsilon = \bar{\varepsilon}$. Тогда

$$\bar{S}_1(r) = -\frac{b_1}{b_1 + b_2} \frac{\varepsilon - \bar{\varepsilon}}{\mu_1} + S_0 - \frac{\bar{\varepsilon} R^2}{2T} \ln r + \frac{\bar{\varepsilon} r^2}{4T} - \frac{Q}{2\pi T} \times$$
$$\times [A I_0(cr) + K_0(cr)] - \frac{T_3}{T} \bar{\varepsilon}_0,$$
$$\bar{S}_2(r) = \frac{b_2}{b_1 + b_2} \frac{\varepsilon - \bar{\varepsilon}}{\mu_1} + S_0 - \frac{\bar{\varepsilon} R^2}{2T} \ln r + \frac{\bar{\varepsilon} r^2}{4T} - \frac{Q T_1}{2\pi T T_3} \times \tag{4.65}$$
$$\times [A I_0(cr) + K_0(cr)] + \frac{T_1}{T} \bar{\varepsilon}_0,$$

где $\bar{\varepsilon}_0 = \frac{\bar{\varepsilon}}{k_2} \frac{T_3}{T} m_2$, $A = 2\pi \Delta f'$. Неизвестная постоянная $S_0$ опре-

деляется из условия сохранения суммарной массы воды в обоих хорошо проницаемых слоях

$$\int_{r_c}^{R} r\left[\mu_1 S_1'(r) + \mu_2 S_2'(r)\right] dr = 0. \tag{4.66}$$

Проинтегрировав выражение (4.66) и сделав некоторые упрощения, получим формулу

$$S_0 = -\frac{3\bar{\varepsilon}R^2}{8T} + \frac{\bar{\varepsilon}R^2}{2T}\ln R + \left[\frac{\bar{\varepsilon}_0}{T} + \frac{Qr_cK_1(cr_c)}{\pi cT_3R^2}\right]\frac{\mu_1T_3 - \mu_2T_1}{\mu_1 + \mu_2}. \tag{4.67}$$

Окончательно зависимости для нахождения понижений имеют вид

$$\begin{aligned} S_1(r, t) &= \bar{S}_1(r) + \frac{\pi^2}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[S_{1*}(\eta_n, t) - \bar{A}_n\right]\Phi_n(\eta_n)\,V_0(\eta_n\bar{r}) + \\ &+ \frac{1}{\mu_1 + \mu_2}(\bar{\varepsilon} - \varepsilon)\,t, \\ S_2(r, t) &= \bar{S}_2(r) + \frac{\pi^2}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[v_*(\eta_n, t) - \bar{B}_n\right]\Phi_n(\eta_n)\,V_0(\eta_n\bar{r}) + \\ &+ \frac{1}{\mu_1 + \mu_2}(\bar{\varepsilon} - \varepsilon)\,t. \end{aligned} \tag{4.68}$$

Здесь функцию $f(r)$ для удобства расчета следует выбирать в виде $\nu r^2 + \xi \ln\frac{r}{r_c}$, где коэффициенты $\nu$ и $\xi$ определяются из условий (4.56а). Окончательно функция $f(r)$ имеет вид

$$f(r) = \frac{Q}{2\pi(R^2 - r_c^2)T_3}\left(\frac{r^2}{2} - R^2\ln\frac{r}{r_c}\right). \tag{4.69}$$

Тогда

$$\begin{aligned} &\int_{r_c}^{R}\frac{d}{dr}\left(r\frac{df}{dr}\right)V_0(\rho_n r)\,dr = 0, \\ &g_{1*}(\rho_n, Q) = -b_1 v_*(\rho_n, 0), \\ &g_{2*}(\rho_n, Q) = -b_2 v_*(\rho_n, 0), \end{aligned} \tag{4.70}$$

где

$$v_*(\rho_n, 0) = \nu\int_{r_c}^{R} r^3 V_0(\rho_n r)\,dr + \xi\int_{r_c}^{R} r\ln V_0(\rho_n r)\,dr.$$

Вычисляем каждый интеграл отдельно:

$$\int_{r_c}^{R} r^3 V_0(\rho_n r)\,dr = \frac{1}{\rho_n}(\Theta\varphi_1' + \omega\varphi_1),$$

$$\int_{r_c}^{R} r\ln r V_0(\rho_n r)\,dr = \frac{1}{\rho_n}(\Theta\varphi_2' + \omega\varphi_2).$$

Здесь

$$\Theta = Y_1(\rho_n r_c) \approx -\frac{2}{\pi \rho_n r_c}, \quad \omega = J_1(\rho_n r_c) \approx \frac{\rho_n r_c}{2},$$

$$\varphi_1' = \eta_n J_1(\eta_n) - 2J_2(\eta_n), \quad \varphi_1'' = \eta_n Y_1(\eta_n) - 2Y_2(\eta_n) - \frac{8}{\pi \eta_n^2},$$

$$\varphi_2' = \eta_n \ln \frac{R}{r_c} J_1(\eta_n) + J_0(\eta_n) - 1, \quad \varphi_2'' = \eta_n \ln \frac{R}{r_c} Y_1(\eta_n) +$$

$$+ Y_0(\eta_n) + 0{,}64 \ln \frac{1{,}12}{\eta_n r_c}.$$

Без существенного снижения точности расчетную формулу (4.68) можно упростить, если учесть, что $\lambda_1 \ll 0$ и $|\lambda_1| \ll |\lambda_2|$. Тогда одним членом в формулах (4.62) вполне можно пренебречь и во многих случаях расчеты ограничить удержанием члена ряда с $n = 1$.

Откачка с постоянным дебитом из верхнего слоя. В этом случае граничные условия на скважине следующие:

$$t > 0, \quad r = r_c, \quad -2\pi r T_1 \frac{\partial S_1}{\partial r} = Q_1, \quad \frac{\partial S_2}{\partial r} = 0.$$

Положив $S_1(r, t) = u(r, t) + w(r)$, исходную систему преобразуем к виду

$$a_1 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - b_1 (u - S_2) - \left[ -a_1 \frac{d}{dr} \left( r \frac{dw}{dr} \right) + \right.$$

$$\left. + b_1 w(r) + \frac{\varepsilon}{\mu_1} \right] = \frac{\partial u}{\partial t},$$

$$a_2 \left( \frac{\partial^2 S_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial S_2}{\partial r} \right) + b_2 (u - S_2) + b_2 w(r) = \frac{\partial S_2}{\partial t}. \qquad (4.71)$$

На функцию $w(r)$ налагаются также условия

$$\left. \frac{dw}{dr} \right|_{r=r_c} = -\frac{Q}{2\pi r_c T_1}, \quad \left. \frac{dw}{dr} \right|_{r=R} = 0.$$

Применив в системе (4.71) конечное преобразование Ханкеля (4.20) с ядром преобразования (4.37), получим системы, аналогичные (4.58) и (4.59). Корни $\rho_n$ определяются из уравнения (4.38). Начальные условия имеют вид

$$u_*(0, t) = -\frac{2}{R^2} \int_{r_c}^{R} r w(r)\, dr, \quad S_{2*}(0, t) = 0;$$

$$u_*(\rho_n, t) = \int_{r_c}^{R} r w(r) V_0(\rho_n r)\, dr, \quad S_{2*}(\rho_n, t) = 0.$$

Решение системы для нулевого приближения ($\rho = 0$) дает

$$u_*(0, t) = \frac{1}{b_1 + b_2}\left\{b_1\left[u_*(0, 0) + \frac{g_{1*}(0) + g_{2*}(0)}{b_1 + b_2}\right]e^{-(b_1+b_2)t} - \right.$$
$$\left. - \frac{g_{1*}(0) + g_{2*}(0)}{b_1 + b_2} b_1 + u_*(0, 0)\, b_2 + [g_{2*}(0)\, b_1 - g_{1*}(0)\, b_2]\, t\right\}, \quad (4.72)$$
$$S_{2*}(0, t) = \frac{1}{b_1 + b_2}\left\{- b_2\left[u_*(0, 0) + \frac{g_{1*}(0) + g_{2*}(0)}{b_1 + b_2}\right]e^{-(b_1+b_2)t} + \right.$$
$$\left. + \frac{g_{1*}(0) + g_{2*}(0)}{b_1 + b_2} b_2 + u_*(0, 0)\, b_2 + [g_{2*}(0)\, b_1 - g_{1*}(0)\, b_2]\, t\right\}.$$

Здесь

$$g_{1*}(0, Q, \varepsilon) = \frac{1}{\mu_1}\left(\varepsilon - \frac{Q}{\pi R^2}\right) + \frac{2b_1}{R^2}\int_{r_c}^{R} rw(r)\, dr,$$

$$g_{2*}(0, Q) = \frac{2b_2}{R^2}\int_{r_c}^{R} rw(r)\, dr.$$

По аналогии с (4.61) получаем

$$[g_{2*}(0)\, b_1 - g_{1*}(0)\, b_2]\, t = \frac{k_2}{m_2\mu_1\mu_2}\left(\frac{Q}{\pi R^2} - \varepsilon\right)t.$$

Тогда решение системы для нулевых корней $\rho$ следующее:

$$u_*(\rho, t) = \frac{(\bar{\alpha} - \lambda_2)[u_*(\rho, 0) - \bar{A}] - b_1\bar{B}}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_1 t} +$$
$$+ \frac{(\lambda_1 - \bar{\alpha})[u_*(\rho, 0) - \bar{A}] + b_1\bar{B}}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_2 t} + \bar{A},$$
$$S_{2*}(\rho, t) = \frac{b_2[u_*(\rho, 0) - \bar{A}] - (\bar{\beta} - \lambda_2)\bar{B}}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_1 t} + \quad (4.73)$$
$$+ \frac{(\bar{\beta} - \lambda_1)\bar{B} - b_2[u_*(\rho, 0) - \bar{A}]}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_2 t} + \bar{B},$$

где $\bar{A}$ и $\bar{B}$ определяются из предыдущих выражений, в которых

$$g_{1*}(\rho, Q) = - a_1\int_{r_c}^{R} \frac{d}{dr}\left(r\frac{dw}{dr}\right) V_0(\rho r)\, dr + b_1\int_{r_c}^{R} rw(r)\, V_0(\rho r)\, dr,$$

$$g_{2*}(\rho, Q) = b_2\int_{r_c}^{R} rw(r)\, V_0(\rho r)\, dr.$$

Используя формулу обращения, переходим от изображений $S_{i*}(\rho, t)$ к их оригиналам:

$$S_1(r, t) = u_*(\rho, t) + \frac{\pi^2}{2}\sum_{n=1}^{\infty} u_*(\eta_n, t)\, \Phi_n(\eta_n)\, V_0(\eta_n r) + w(r),$$
$$S_2(r, t) = S_{2*}(0, t) + \frac{\pi^2}{2}\sum_{n=1}^{\infty} S_{2*}(\eta_n, t)\, \Phi_n(\eta_n)\, V_0(\eta_n r). \quad (4.74)$$

По аналогии с предыдущим случаем для $\bar{S}_1(r)$ сначала запишем

$$\bar{S}_1(r) = \frac{b_1}{(b_1+b_2)\mu_1}(\bar{\varepsilon}-\varepsilon) - \frac{2}{R^2}\int_{r_c}^{R} r\omega(r)\,dr + \\ + \frac{\pi^2}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\bar{A}_n\Phi_n(\eta_n)V_0(\eta_n\bar{r}) + \omega(r),$$

$$\bar{S}_2(r) = -\frac{b_2}{(b_1+b_2)\mu_1}(\bar{\varepsilon}-\varepsilon) + \frac{\pi^2}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\bar{B}_n\Phi_n(\eta_n)V_0(\eta_n\bar{r}),$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{Q}{\pi R^2},$$

а затем в окончательном виде найдем

$$\bar{S}_1(r) = \frac{b_1}{(b_1+b_2)\mu_1}(\bar{\varepsilon}-\varepsilon) + S_0 - \frac{\bar{\varepsilon}R^2}{2T}\ln r + \frac{\bar{\varepsilon}r^2}{4T} - \frac{T_3}{T}\bar{\varepsilon}_0 + \\ + \frac{QT_3}{2\pi TT_1}[AI_0(cr) + K_0(cr)], \\ \bar{S}_2(r) = -\frac{b_2}{(b_1+b_2)\mu_1}(\bar{\varepsilon}-\varepsilon) + S_0 - \frac{\bar{\varepsilon}R^2}{2T}\ln r + \frac{\bar{\varepsilon}r^2}{4T} + \frac{T_1}{T}\bar{\varepsilon}_0 - \\ - \frac{Q}{2\pi T}[AI_0(cr) + K_0(cr)]. \tag{4.75}$$

Неизвестное понижение $S_0$ определяется из условия сохранения общей массы воды в пласте:

$$S_0 = -\frac{3\varepsilon R^2}{8T} + \frac{\bar{\varepsilon}R^2}{2T}\ln R + \left[\frac{\bar{\varepsilon}_0}{T} - \frac{Qr_cK_1(cr_c)}{\pi cTT_1R^2}\right]\frac{\mu_1T_3-\mu_2T_1}{\mu_1+\mu_2}.$$

Окончательно выражения для нахождения понижений $S_i(r, t)$ имеют вид

$$S_1(r,t) = \bar{S}_1(r) + \frac{\pi^2}{2}\sum_{n=1}^{\infty}[u_*(\eta_n, t) - \bar{A}_n]\Phi_n(\eta_n)V_0(\eta_n\bar{r}) + \\ + \frac{1}{\mu_1+\mu_2}(\bar{\varepsilon}-\varepsilon)t, \\ S_2(r,t) = \bar{S}_2(r) + \frac{\pi^2}{2}\sum_{n=1}^{\infty}[S_{2*}(\eta_n, t) - \bar{B}_n]\Phi_n(\eta_n)V_0(\eta_n\bar{r}) + \\ + \frac{1}{\mu_1+\mu_2}(\bar{\varepsilon}-\varepsilon)t. \tag{4.76}$$

Для расчетов удобно брать функцию в виде $w(r) = \nu_1 r^2 + \xi_1 \ln\frac{r}{r_c}$. Тогда

$$w(r) = \frac{Q}{2\pi(R^2-r_c^2)T_1}\left(\frac{r^2}{2} - R^2\ln\frac{r}{r_c}\right).$$

Как и в предыдущем случае,

$$q_{1*}(\rho_n, Q) = b_1 u_*(\rho_n, 0); \quad g_{2*}(\rho_n, 0) = b_1 u_*(\rho_n, 0);$$

$$u_*(\rho_n, 0) = \frac{\nu_1}{\rho_n}(\theta\varphi_1' + \omega\varphi_1'') + \frac{\xi_1}{\rho_n}(\theta\varphi_2' + \omega\varphi_2'').$$

На основании полученных решений в гл. 5 построены приближенные инженерные методы расчета и сопоставлены результаты расчетов по точным и приближенным формулам.

## § 4. СКВАЖИНЫ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПО МОЩНОСТИ ОБЛАСТИ ФИЛЬТРАЦИИ

О д и н о ч н а я  с к в а ж и н а. Кроме самостоятельного значения полученное решение будет также использовано в дальнейшем при составлении методов расчета вертикального дренажа в областях фильтрации, ограниченных прямолинейными границами. В этой задаче исходная система уравнений (4.15) решается при $\varepsilon = 0$ и следующих краевых условиях [44]:

$$t = 0, \quad S_1 = S_2 = 0; \quad t > 0, \quad r \to 0, \quad \frac{\partial S_1}{\partial r} \to 0, \quad 2\pi T_3 r \frac{\partial S_2}{\partial r} \to -Q;$$

$$t > 0, \quad r \to \infty, \quad S_1 \to 0, \quad S_2 \to 0.$$

Для определения искомых понижений используется интегральное преобразование Ханкеля вида

$$H[S(r, t)] = S_*(p, t) = \int_0^\infty rS(r, t) J_0(pr)\, dr. \tag{4.77}$$

После преобразования имеем

$$\begin{aligned} \frac{dS_{1*}}{dt} &= \alpha S_{1*} + b_1 S_{2*}, \\ \frac{dS_{2*}}{dt} &= b_2 S_{1*} + \beta S_{2*} + -\frac{Q}{2\pi\mu_2}, \end{aligned} \tag{4.78}$$

где $\alpha = -a_1 p^2 - b_1$, $\beta = -a_2 p^2 - b_2$. При $t = 0$ $S_{i*} = 0$. Решив систему (4.78), получим

$$\begin{aligned} S_{1*} &= \frac{b_1 Q}{2\pi\mu_2}\left(\frac{e^{\lambda_1 t}}{\lambda_1(\lambda_1 - \lambda_2)} - \frac{e^{\lambda_2 t}}{\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2)} + \frac{1}{\lambda_1\lambda_2}\right), \\ S_{2*} &= \frac{Q}{2\pi\mu_2}\left[\frac{\lambda_1 - \alpha}{\lambda_1(\lambda_1 - \lambda_2)} e^{\lambda_1 t} - \frac{\lambda_2 - \alpha}{\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2)} e^{\lambda_2 t} - \frac{\alpha}{\lambda_1\lambda_2}\right], \end{aligned} \tag{4.79}$$

где $\lambda_{1,2}$ определяются из выражений (4.27). Использовав соответствующую формулу обращения, для искомых функций $S_i(r, t)$ находим

$$S_i(r, t) = \int_0^\infty pJ_0(pr) S_{i*}(p, t)\, dp. \tag{4.80}$$

Для практических расчетов эту зависимость можно существенно упростить, положив $b_1 b_2 \approx 0$ и учтя, что условие $\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)^2 \gg b_1 b_2$ выполняется в широком диапазоне изменения корней $p$. Теперь, имея $\lambda_1 \approx \alpha$, $\lambda_2 \approx \beta$, систему (4.79) можно привести к виду

$$\frac{dS_{1*}}{dt} = \frac{b_1 Q}{2\pi\mu_2} \frac{e^{\alpha t} - e^{\beta t}}{\alpha - \beta}, \quad \frac{dS_{2*}}{dt} = \frac{Q}{2\pi\mu_2} e^{\beta t}. \tag{4.81}$$

Отсюда для $S_i(r, t)$ получаем

$$S_1(r, t) = \frac{b_1 Q}{2\pi\mu_2} \int_0^t \left[ e^{-b_1\tau} \int_0^\infty \frac{pJ_0(pr)}{(a_2 - a_1)p^2 + b_2 - b_1} e^{-a_1\tau p^2} dp - \right.$$

$$\left. - e^{-b_2\tau} \int_0^\infty \frac{pJ_0(pr)}{(a_1 - a_2)p^2 + b_2 - b_1} e^{-a_2\tau p^2} dp \right] d\tau; \tag{4.82}$$

$$S_2(r, t) = \frac{Q}{2\pi\mu_2} \int_0^t e^{-b_2\tau} \int_0^\infty pJ_0(pr) e^{-a_2\tau p^2} dp d\tau.$$

После преобразований выражения (4.82) представим в виде

$$S_1(r, t) = \frac{Q}{4\pi T_3} R_1(r, t), \quad S_2(r, t) = \frac{Q}{4\pi T_3} R_2(r, t), \tag{4.83}$$

где

$$R_1(r, t) = \frac{b_1 T_3}{\mu_2 \nu} \left\{ e^{\frac{\nu}{a_2 - a_1} t} \left[ W\left(\frac{a_1 t}{B_*^2}, \frac{r}{B_*}\right) - W\left(\frac{a_2 t}{B_*^2}, \frac{r}{B_*}\right) \right] + \right.$$

$$\left. + W\left(\frac{r^2}{4a_1 t}, \frac{r}{B_1}\right) - W\left(\frac{r^2}{4a_2 t}, \frac{r}{B_2}\right) \right\}, \tag{4.84}$$

$$R_2(r, t) = W\left(\frac{r^2}{4a_2 t}, \frac{r}{B_2}\right), \tag{4.85}$$

$$W\left(\frac{a_i t}{B_*^2}, \frac{r}{B_*}\right) = 2K_0\left(\frac{r}{B_*}\right) - W\left(\frac{r^2}{4a_i t}, \frac{r}{B_*}\right),$$

$$B_*^2 = \frac{a_2 - a_1}{b_2 - b_1}, \quad B_1^2 = \frac{a_1}{b_1}, \quad B_2^2 = \frac{a_2}{b_2}, \quad \nu = a_1 b_2 - a_2 b_1,$$

$W$ — известная функция, о которой подробно сказано ниже. Полученные зависимости позволяют находить понижение в широком диапазоне изменения времени, хотя и являются приближенными в результате принятых допущений. Как видно, эти допущения больше повлияли на точность расчета понижений $S_2$, чем $S_1$, вычисление которых по полученной формуле (4.83) оказалось аналогичным рассмотренной в работе [17] схеме откачки из основного слоя при постоянном уровне в соседнем водоносном горизонте ($T_1 \to \infty$, $S_1 = 0$). Нетрудно также заметить, что точность расчетов

по формуле (4.83) будет снижаться для больших ($t \to \infty$) времен, для которых, однако, другим способом можно получить весьма точное решение, пригодное для оценки полученного общего приближенного решения.

Применив к системе (4.15) преобразование Лапласа по переменной $t$, после ряда промежуточных операций окончательно для изображений $\overline{S}_i$ получаем

$$\overline{S}_1(r, \rho) = \frac{Qb_1}{2\pi T_3 a_1}\left[\frac{K_0(w_1 r)}{\rho(w_1^2 - w_2^2)} - \frac{K_0(w_2 r)}{\rho(w_1^2 - w_2^2)}\right],$$

$$\overline{S}_2(r, \rho) = \frac{Qb_1}{2\pi T_3 a_1}\left[\frac{a_1 w_2^2 - b_1 - \rho}{b_1}\frac{K_0(w_2 r)}{\rho(w_1^2 - w_2^2)} - \right.$$

$$\left. - \frac{a_1 w_1^2 - b_1 - \rho}{b_1}\frac{K_0(w_1 r)}{\rho(w_1^2 - w_2^2)}\right], \qquad (4.86)$$

где $w_1$ и $w_2$ — корни, значения которых приведены в работе [16]. Для случая $\rho \to \infty$ ($t \to 0$) имеем $w_1^2 = \frac{\rho}{a_1}$ и $w_2^2 = \frac{\rho}{a_2}$. Тогда переход от изображений (4.86) к оригиналам дает в формулах (4.83) следующие выражения для сопротивлений $R_i$:

$$R_1(r, t) = \frac{b_1}{1 - \frac{a_1}{a_2}}\left[\left(1 + \frac{r^2}{4a_1}\right)Ei\left(-\frac{r^2}{4a_1 t}\right) - \left(t + \frac{r^2}{4a_2}\right) \times \right.$$

$$\left. \times Ei\left(-\frac{r^2}{4a_2 t}\right) + t\left(e^{-\frac{r^2}{4a_1 t}} - e^{-\frac{r^2}{4a_2 t}}\right)\right], \qquad (4.87)$$

$$R_2(r, t) = R_1(r, t) - Ei\left(-\frac{r^2}{4a_2 t}\right). \qquad (4.88)$$

При пользовании этими формулами следует учесть, что для $t < 0{,}1\frac{m_2}{k_2}\left(\mu_1\frac{T_3}{T} + \mu_2\frac{T_1}{T}\right) = t_*$ ошибка в вычислении понижений $S_i$ составит не более 10%.

При $\rho \to 0$ ($t \to \infty$) имеем $w_1^2 = \frac{\rho + b_0}{a_0}$, $w_2^2 = \frac{\rho}{a}$. Тогда для сопротивлений $R_i$ получаем

$$R_1(r, t) = \alpha_0\left[e^{-b_0 t} I\left(\frac{r^2}{4a_0 t}, \frac{r}{B_{00}}\right) - W\left(\frac{r^2}{4a_0 t}, \frac{r}{B_0}\right) - \right.$$

$$\left. - Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right) - I\left(\frac{r^2}{4at}, \frac{r}{B}\right)\right], \qquad (4.89)$$

$$R_2(r, t) = R_1(r, t) + \alpha_0\frac{b}{b_1}\left\{\left(1 - \frac{a_1}{a}\right)I\left(\frac{r^2}{4at}, \frac{r}{B}\right) - \right.$$

$$- \left(1 - \frac{a_1}{a_0}\right)e^{-b_0 t} I\left(\frac{r^2}{4a_0 t}, \frac{r}{B_{00}}\right) + \frac{a_1 b_0}{a_0 b}\left[W\left(\frac{r^2}{4a_0 t}, \frac{r}{B_0}\right) - \right.$$

$$\left.\left. - e^{-b_0 t} I\left(\frac{r^2}{4a_0 t}, \frac{r}{B_{00}}\right)\right]\right\}, \qquad (4.90)$$

где $\alpha_0 = \left(\frac{B_0}{B_1}\right)^2$, $B_0^2 = \frac{a_0}{b_0}$, $B^2 = \frac{a}{b}$, $B_{00}^2 = \frac{a_0}{b - b_0}$, $b = \frac{b_0}{1 - \frac{a_0}{a}}$,

$a = \frac{T}{\mu}$, $a_0 = \frac{T}{\mu_1 \frac{T_3}{T_1} + \mu_2 \frac{T_1}{T_3}}$, $b_0 = \frac{k_2}{m_2} \frac{T^2}{\mu_2 T_1^2 + \mu_1 T_3^2}$, $T = T_1 + T_3$,

$\mu = \mu_1 + \mu_2$, $Ei$ и $I$ — известные функции, о которых подробно сказано ниже.

Полученная оценка свидетельствует о том, что при $t > 40 \times \frac{m_2}{k_2} \frac{\mu_1 T_3 - \mu_2 T_1}{T\left(\frac{T_3}{T} - \frac{T_1}{T_3}\right)} = t_{**}$ ошибка в вычислении $S_i$ составит не более 10%.

Прямолинейный бесконечный ряд скважин. Предлагаемые в последующих главах методы фильтрационного расчета линейных рядов скважин в рассматриваемых неоднородно-слоистых грунтах основываются на приведении их по методу фильтрационных сопротивлений к совершенной траншее в пределах водоносного слоя, из которого производится откачка.

Как известно [77], неустановившийся приток грунтовых вод к такой траншее в трехслойном грунте описывается при жестком режиме фильтрации в раздельном слабопроницаемом слое системой уравнений

$$\begin{aligned} a_1 \frac{\partial^2 S_1}{\partial x^2} - b_1 (S_1 - S_2) &= \frac{\partial S_1}{\partial t}, \\ a_2 = \frac{\partial^2 S_2}{\partial x^2} + b_2 (S_1 - S_2) &= \frac{\partial S_2}{\partial t}, \end{aligned} \tag{4.91}$$

где $S_i(x, t) = H_{0i} - H_i(x, t)$ — понижение уровня грунтовых вод в верхнем и нижнем основных слоях, остальные обозначения прежние. Система (4.91) при откачках из нижнего слоя с постоянным дебитом $Q = q\sigma$ решается при следующих краевых условиях:

$$t = 0,\ S_i = 0;\quad t > 0,\quad x = 0,\quad \frac{\partial S_1}{\partial x} = 0,\ 2T_3 \frac{\partial S_2}{\partial x} = -q = -\frac{Q}{\sigma};$$

$$t > 0,\quad x \to \infty,\quad S_i \to 0;\quad \frac{\partial S_i}{\partial x} \to 0 \qquad (i = 1, 2).$$

Для решения системы (4.91) при указанных краевых условиях воспользуемся косинус-преобразованием Фурье вида

$$S_{i*}(p, t) = K[S_i(x, t)] = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty S_i(x, t) \cos pxdx. \tag{4.92}$$

Тогда система (4.91) преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} \alpha S_{1*} + b_1 S_{2*} &= \frac{dS_{1*}}{dt}, \\ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{q}{2\mu_2} + b_2 S_{1*} + \beta S_{2*} &= \frac{dS_{2*}}{dt}, \end{aligned} \tag{4.93}$$

где $\alpha = -a_1 p^2 - b_1$, $\beta = -a_2 p^2 - b_2$. При $t = 0$ $S_{i*} = 0$. Решение системы (4.93) для $\frac{dS_{i*}}{dt}$ имеет вид

$$\frac{dS_{1*}}{dt} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{qb_1}{2\mu_2} \frac{e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1 - \lambda_2},$$
$$\frac{dS_{2*}}{dt} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{q}{\mu_2} \frac{(\lambda_1 - \alpha) e^{\lambda_1 t} - (\lambda_2 - \alpha) e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1 - \lambda_2}, \tag{4.94}$$

где $\lambda_{1,2} = \frac{\alpha + \beta}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)^2 + b_1 b_2}$.

Для нахождения оригиналов-понижений $S_i(x, t)$ необходимо к системе (4.94) применить формулу обращения и полученные выражения проинтегрировать в пределах от 0 до $\infty$. Однако, принимая во внимание, что условие $\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)^2 \gg b_1 b_2$ выполняется в широком диапазоне изменения корней $p$, в расчетах можно положить $\lambda_1 \approx \alpha$, $\lambda_2 \approx \beta$. Тогда искомые функции после несложных преобразований можно представить в виде

$$S_i(x, t) = \frac{q}{T_3} R_i(x, t), \qquad i = 1, 2. \tag{4.95}$$

Здесь сопротивления $R_i(x, t)$ определяются по формулам

$$R_1(x, t) = \frac{b_1 T_3 x}{\mu_2 \nu} \{e^{\frac{\nu}{a_2 - a_1} t} [\Psi(B_*, a_2) - \Psi(B_*, a_1)] +$$
$$+ \Psi(B_1, a_1) - \Psi(B_2, a_2)\}, \tag{4.96}$$
$$R_2(x, t) = x\Psi(B_2, a_2), \tag{4.97}$$

где $\Psi$ — известная функция, о которой подробно сказано ниже, остальные обозначения прежние.

Как и в предыдущей схеме, другим способом можно получить более точные решения для малых и больших времен $t$. Применим к системе (4.91) преобразование Лапласа по переменной $t$, в результате чего после выполнения ряда промежуточных операций для изображений $S_i$ получим

$$\overline{S}_1(x, p) = \frac{qb_1}{2a_1 T_3 p w_1 (w_1^2 - w_2^2)} \left(\frac{e^{w_1 x}}{w_1} - \frac{e^{w_2 x}}{w_2}\right),$$
$$\overline{S}_2(x, p) = \frac{q}{2a_1 T_3 p (w_1^2 - w_2^2)} \left(\frac{a_1 w_2^2 - p - b_1}{w_2} e^{w_2 x} - \frac{a_1 w_1^2 - p - b_1}{w_1} e^{w_1 x}\right). \tag{4.98}$$

При $p \to \infty$ $(t \to 0)$ $w_1^2 = \frac{p}{a_1}$, $w_2^2 = \frac{p}{a_2}$. Тогда, осуществив переход от изображений (4.98) к оригиналам, получим

$$S_1(x, t) = \frac{qb_1 t}{T_3 \left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right)} \left\{\sqrt{a_2 t} \left[P(\lambda_2) \left(1 + \frac{x^2}{6a_2 t}\right) - \frac{e^{-\lambda_2^2}}{3\sqrt{\pi}}\right] -\right.$$

Таблица 16

| $\lambda$ | $P(\lambda)$ | $\lambda$ | $P(\lambda)$ | $\lambda$ | $P(\lambda)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,00 | 0,564 | 0,28 | 0,328 | 0,62 | 0,148 |
| 0,01 | 0,554 | 0,29 | 0,321 | 0,64 | 0,141 |
| 0,02 | 0,544 | 0,30 | 0,314 | 0,66 | 0,133 |
| 0,03 | 0,535 | 0,31 | 0,307 | 0,68 | 0,127 |
| 0,04 | 0,525 | 0,32 | 0,301 | 0,70 | 0,120 |
| 0,05 | 0,516 | 0,33 | 0,294 | 0,72 | 0,114 |
| 0,06 | 0,506 | 0,34 | 0,288 | 0,74 | 0,108 |
| 0,07 | 0,497 | 0,35 | 0,282 | 0,76 | 0,102 |
| 0,08 | 0,488 | 0,36 | 0,276 | 0,78 | 0,096 |
| 0,09 | 0,479 | 0,37 | 0,272 | 0,80 | 0,091 |
| 0,10 | 0,470 | 0,38 | 0,264 | 0,82 | 0,086 |
| 0,11 | 0,461 | 0,39 | 0,258 | 0,84 | 0,081 |
| 0,12 | 0,452 | 0,40 | 0,252 | 0,86 | 0,077 |
| 0,13 | 0,444 | 0,41 | 0,246 | 0,88 | 0,072 |
| 0,14 | 0,435 | 0,42 | 0,241 | 0,90 | 0,068 |
| 0,15 | 0,427 | 0,43 | 0,235 | 0,92 | 0,064 |
| 0,16 | 0,419 | 0,44 | 0,230 | 0,94 | 0,060 |
| 0,17 | 0,410 | 0,45 | 0,225 | 0,96 | 0,057 |
| 0,18 | 0,402 | 0,46 | 0,219 | 0,98 | 0,053 |
| 0,19 | 0,394 | 0,47 | 0,214 | 1,00 | 0,050 |
| 0,20 | 0,387 | 0,48 | 0,209 | 1,10 | 0,036 |
| 0,21 | 0,379 | 0,49 | 0,204 | 1,20 | 0,026 |
| 0,22 | 0,371 | 0,50 | 0,200 | 1,30 | 0,018 |
| 0,23 | 0,364 | 0,52 | 0,190 | 1,40 | 0,013 |
| 0,24 | 0,356 | 0,54 | 0,181 | 1,50 | 0,009 |
| 0,25 | 0,349 | 0,56 | 0,172 | 1,60 | 0,006 |
| 0,26 | 0,342 | 0,58 | 0,164 | 1,80 | 0,002 |
| 0,27 | 0,335 | 0,60 | 0,156 | 2,00 | 0,001 |

$$-\sqrt{a_1 t}\left[P(\lambda_1)\left(1+\frac{x^2}{6a_1 t}\right)-\frac{e^{-\lambda_1^2}}{3\sqrt{\pi}}\right]\Bigg\}, \qquad (4.99)$$

$$S_2(x, t) = S_1(x, t) + \frac{q}{T_3}\sqrt{a_2 t}\, P(\lambda_2), \qquad (4.100)$$

где $\lambda_i = \frac{x}{2\sqrt{a_i t}}$, $P(\lambda) = \text{ierfc}\,\lambda = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\lambda^2} - \lambda \text{erfc}\,\lambda$ — известная функция, значения которой приведены в табл. 16.

При $p \to 0$ $(t \to \infty)$ $w_1^2 = \frac{p + b_0}{a_0}$, $w_2^2 = \frac{p}{a}$. Тогда переход к оригиналам дает в формуле (4.95) следующие выражения для определения сопротивлений $R_i$:

$$R_1(x, t) = \alpha_0\left\{\frac{B}{x}\left[\sqrt{bt}\, P(\lambda) - \frac{1}{2} I_*\left(bt, \frac{x}{B}\right)\right] + \frac{B_{00}}{2x} e^{-b_0 t} \times\right.$$

$$\left.\times I_*\left((b - b_0)t, \frac{x}{B_{00}}\right) - \Psi(B_0, a_0)\right\}, \qquad (4.101)$$

Таблица 17

| $\bar{x}$ | $\eta$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,001 | 0,005 | 0,025 | 0,05 | 0,1 | 0,15 | 0,2 |
| 0 | 0,034 | 0,079 | 0,178 | 0,241 | 0,338 | 0,398 | 0,443 |
| 0,01 | 0,027 | 0,070 | 0,186 | 0,235 | 0,325 | 0,389 | 0,434 |
| 0,05 | $0\,592\cdot10^{-2}$ | 0,039 | 0,137 | 0,199 | 0,291 | 0,356 | 0,402 |
| 0,1 | $0,394\cdot10^{-3}$ | 0,017 | 0,095 | 0,160 | 0,251 | 0,317 | 0,365 |
| 0,2 | $0,711\cdot10^{-7}$ | $0,171\cdot10^{-2}$ | 0,045 | 0,099 | 0,182 | 0,247 | 0,296 |
| 0,3 | 0 | $0,764\cdot10^{-4}$ | 0,019 | 0,051 | 0,123 | 0,188 | 0,236 |
| 0,4 | 0 | $0,143\cdot10^{-5}$ | $0,653\cdot10^{-2}$ | 0,035 | 0,087 | 0,141 | 0,185 |
| 0,5 | 0 | $0,107\cdot10^{-7}$ | $0,196\cdot10^{-2}$ | 0,015 | 0,057 | 0,102 | 0,143 |
| 0,6 | 0 | 0 | $0,499\cdot10^{-3}$ | $0,696\cdot10^{-2}$ | 0,036 | 0,073 | 0,108 |
| 0,7 | 0 | 0 | $0,107\cdot10^{-3}$ | $0,294\cdot10^{-2}$ | 0,022 | 0,057 | 0,080 |
| 0,8 | 0 | 0 | $0,191\cdot10^{-4}$ | $0,115\cdot10^{-2}$ | 0,012 | 0,034 | 0,058 |
| 0,9 | 0 | 0 | $0,285\cdot10^{-5}$ | $0,409\cdot10^{-3}$ | $0,719\cdot10^{-2}$ | 0,022 | 0,042 |
| 1,0 | 0 | 0 | $0,856\cdot10^{-9}$ | $0,134\cdot10^{-3}$ | $0,387\cdot10^{-2}$ | 0,014 | 0,029 |
| 1,25 | 0 | 0 | 0 | $0,554\cdot10^{-5}$ | $0,682\cdot10^{-3}$ | $0,422\cdot10^{-2}$ | 0,011 |
| 1,5 | 0 | 0 | 0 | $0,129\cdot10^{-8}$ | $0,915\cdot10^{-4}$ | $0,103\cdot10^{-2}$ | $0,362\cdot10^{-2}$ |
| 1,75 | 0 | 0 | 0 | $0,168\cdot10^{-8}$ | $0,927\cdot10^{-5}$ | $0,212\cdot10^{-3}$ | $0,104\cdot10^{-2}$ |
| 2,0 | 0 | 0 | 0 | $0,121\cdot10^{-10}$ | $0,706\cdot10^{-6}$ | $0,360\cdot10^{-4}$ | $0,263\cdot10^{-3}$ |
| 2,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | $0,170\cdot10^{-8}$ | $0,593\cdot10^{-6}$ | $0,109\cdot10^{-4}$ |
| 3,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $0,126\cdot10^{-11}$ | $0,450\cdot10^{-8}$ | $0,256\cdot10^{-6}$ |
| 4,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $0,240\cdot10^{-7}$ |
| 5,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

*Продолжение табл. 17*

| $\bar{x}$ | $\eta$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 |
| 0,01 | 0,510 | 0,545 | 0,570 | 0,602 | 0,609 | 0,616 | 0,610 | |
| 0,05 | 0,502 | 0,540 | 0,560 | 0,590 | 0,601 | 0,606 | 0,606 | 0,607 |
| 0,1 | 0,473 | 0,518 | 0,549 | 0,568 | 0,581 | 0,588 | 0,590 | 0,589 |
| 0,2 | 0,438 | 0,486 | 0,520 | 0,542 | 0,557 | 0,566 | 0,570 | 0,571 |
| 0,3 | 0,372 | 0,425 | 0,463 | 0,489 | 0,509 | 0,522 | 0,531 | 0,534 |
| 0,4 | 0,313 | 0,368 | 0,409 | 0,439 | 0,462 | 0,479 | 0,490 | 0,497 |
| 0,5 | 0,260 | 0,316 | 0,359 | 0,392 | 0,418 | 0,437 | 0,451 | 0,461 |
| 0,6 | 0,213 | 0,269 | 0,313 | 0,347 | 0,375 | 0,397 | 0,413 | 0,425 |
| 0,7 | 0,173 | 0,227 | 0,271 | 0,306 | 0,335 | 0,358 | 0,377 | 0,391 |
| 0,8 | 0,139 | 0,189 | 0,232 | 0,268 | 0,297 | 0,322 | 0,342 | 0,358 |
| 0,9 | 0,110 | 0,157 | 0,198 | 0,233 | 0,263 | 0,288 | 0,309 | 0,326 |
| 1,0 | 0,086 | 0,128 | 0,167 | 0,200 | 0,231 | 0,256 | 0,278 | 0,296 |
| 1,25 | 0,066 | 0,104 | 0,140 | 0,172 | 0,202 | 0,227 | 0,249 | 0,267 |
| 1,5 | 0,033 | 0,059 | 0,087 | 0,114 | 0,140 | 0,164 | 0,185 | 0,204 |
| 1,75 | 0,015 | 0,032 | 0,052 | 0,072 | 0,094 | 0,114 | 0,133 | 0,151 |
| 2,0 | $0{,}612\cdot10^{-2}$ | 0,016 | 0,029 | 0,044 | 0,061 | 0,077 | 0,094 | 0,109 |
| 2,5 | $0{,}233\cdot10^{-2}$ | 0,074 | 0,015 | 0,026 | 0,038 | 0,050 | 0,064 | 0,077 |
| 3,0 | $0{,}256\cdot10^{-3}$ | 0,013 | $0{,}371\cdot10^{-2}$ | $0{,}187\cdot10^{-2}$ | 0,013 | 0,019 | 0,027 | 0,035 |
| 4,0 | $0{,}193\cdot10^{-4}$ | $0{,}180\cdot10^{-3}$ | $0{,}720\cdot10^{-3}$ | $0{,}690\cdot10^{-4}$ | $0{,}380\cdot10^{-2}$ | $0{,}650\cdot10^{-2}$ | 0,110 | 0,141 |
| 5,0 | $0{,}350\cdot10^{-7}$ | $0{,}142\cdot10^{-5}$ | $0{,}141\cdot10^{-4}$ | $0{,}106\cdot10^{-5}$ | $0{,}207\cdot10^{-3}$ | $0{,}491\cdot10^{-3}$ | $0{,}100\cdot10^{-2}$ | $0{,}171\cdot10^{-2}$ |
| 7,0 | $0{,}130\cdot10^{-10}$ | $0{,}350\cdot10^{-8}$ | $0{,}101\cdot10^{-8}$ | $0{,}788\cdot10^{-8}$ | $0{,}580\cdot10^{-5}$ | $0{,}207\cdot10^{-4}$ | $0{,}580\cdot10^{-4}$ | $0{,}131\cdot10^{-3}$ |
| 10,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $0{,}620\cdot10^{-9}$ | $0{,}647\cdot10^{-8}$ | $0{,}420\cdot10^{-7}$ | $0{,}190\cdot10^{-6}$ |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

| $x$ | $\eta$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 0 | 0,561 | 0,517 | 0,457 | 0,410 | 0,340 | 0,292 | 0,259 | 0,234 |
| 0,01 | 0,560 | 0,510 | 0,456 | 0,410 | 0,340 | 0,292 | 0,259 | 0,234 |
| 0,05 | 0,555 | 0,504 | 0,453 | 0,409 | 0,339 | 0,292 | 0,259 | 0,234 |
| 0,1 | 0,544 | 0,497 | 0,449 | 0,406 | 0,338 | 0,291 | 0,258 | 0,234 |
| 0,2 | 0,520 | 0,482 | 0,439 | 0,400 | 0,335 | 0,290 | 0,258 | 0,234 |
| 0,3 | 0,496 | 0,466 | 0,429 | 0,393 | 0,332 | 0,288 | 0,257 | 0,233 |
| 0,4 | 0,471 | 0,449 | 0,418 | 0,386 | 0,329 | 0,286 | 0,256 | 0,232 |
| 0,5 | 0,446 | 0,432 | 0,406 | 0,378 | 0,324 | 0,284 | 0,254 | 0,231 |
| 0,6 | 0,421 | 0,415 | 0,393 | 0,368 | 0,320 | 0,281 | 0,252 | 0,230 |
| 0,7 | 0,397 | 0,397 | 0,380 | 0,358 | 0,314 | 0,278 | 0,250 | 0,229 |
| 0,8 | 0,392 | 0,378 | 0,367 | 0,349 | 0,309 | 0,275 | 0,248 | 0,227 |
| 0,9 | 0,348 | 0,360 | 0,353 | 0,338 | 0,303 | 0,271 | 0,245 | 0,225 |
| 1,0 | 0,324 | 0,342 | 0,340 | 0,328 | 0,287 | 0,267 | 0,243 | 0,223 |
| 1,25 | 0,268 | 0,296 | 0,304 | 0,301 | 0,280 | 0,256 | 0,235 | 0,218 |
| 1,5 | 0,218 | 0,254 | 0,244 | 0,272 | 0,261 | 0,243 | 0,226 | 0,211 |
| 1,75 | 0,174 | 0,214 | 0,214 | 0,244 | 0,242 | 0,230 | 0,216 | 0,203 |
| 2,0 | 0,136 | 0,177 | 0,017 | 0,216 | 0,222 | 0,216 | 0,206 | 0,195 |
| 2,5 | 0,074 | 0,116 | 0,012 | 0,164 | 0,182 | 0,185 | 0,182 | 0,177 |
| 3,0 | 0,042 | 0,072 | 0,063 | 0,119 | 0,144 | 0,155 | 0,158 | 0,157 |
| 4,0 | $0{,}960\cdot10^{-2}$ | 0,023 | 0,022 | 0,055 | 0,082 | 0,199 | 0,110 | 0,116 |
| 5,0 | $0{,}153\cdot10^{-3}$ | $0{,}593\cdot10^{-2}$ | 0,014 | 0,022 | 0,041 | 0,058 | 0,070 | 0,080 |
| 7,0 | $0{,}201\cdot10^{-5}$ | $0{,}192\cdot10^{-3}$ | $0{,}521\cdot10^{-2}$ | $0{,}211\cdot10^{-2}$ | $0{,}700\cdot10^{-2}$ | 0,014 | 0,022 | 0,030 |
| 10,0 | $0{,}300\cdot10^{-11}$ | $0{,}191\cdot10^{-6}$ | $0{,}190\cdot10^{-5}$ | $0{,}191\cdot10^{-4}$ | $0{,}198\cdot10^{-3}$ | $0{,}805\cdot10^{-3}$ | $0{,}203\cdot10^{-2}$ | $0{,}390\cdot10^{-2}$ |

*Продолжение табл. 17*

| $\varkappa_1$ | $\eta$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 8 | 10 | 15 | 20 | 25 | 32 | 50 |
| 0 | 0,216 | 0,189 | 0,151 | 0,130 | 0,115 | 0,101 | 0,081 |
| 0,01 | 0,216 | 0,189 | 0,151 | 0,130 | 0,115 | 0,101 | 0,081 |
| 0,05 | 0,216 | 0,189 | 0,151 | 0,130 | 0,115 | 0,101 | 0,081 |
| 0,1 | 0,216 | 0,189 | 0,151 | 0,130 | 0,115 | 0,101 | 0,081 |
| 0,2 | 0,216 | 0,189 | 0,151 | 0,130 | 0,115 | 0,101 | 0,081 |
| 0,3 | 0,215 | 0,189 | 0,151 | 0,130 | 0,115 | 0,101 | 0,081 |
| 0,4 | 0,214 | 0,188 | 0,151 | 0,129 | 0,115 | 0,101 | 0,081 |
| 0,5 | 0,214 | 0,188 | 0,151 | 0,129 | 0,115 | 0,101 | 0,081 |
| 0,6 | 0,213 | 0,187 | 0,150 | 0,129 | 0,115 | 0,101 | 0,081 |
| 0,7 | 0,212 | 0,187 | 0,150 | 0,129 | 0,115 | 0,101 | 0,081 |
| 0,8 | 0,211 | 0,186 | 0,149 | 0,129 | 0,114 | 0,101 | 0,081 |
| 0,9 | 0,209 | 0,185 | 0,149 | 0,128 | 0,114 | 0,101 | 0,081 |
| 1,0 | 0,208 | 0,184 | 0,148 | 0,128 | 0,114 | 0,101 | 0,081 |
| 1,25 | 0,203 | 0,181 | 0,147 | 0,127 | 0,113 | 0,100 | 0,081 |
| 1,5 | 0,198 | 0,178 | 0,145 | 0,126 | 0,112 | 0,099 | 0,081 |
| 1,75 | 0,192 | 0,173 | 0,143 | 0,125 | 0,111 | 0,099 | 0,081 |
| 2,0 | 0,185 | 0,163 | 0,141 | 0,123 | 0,108 | 0,098 | 0,080 |
| 2,5 | 0,171 | 0,158 | 0,135 | 0 119 | 0,105 | 0,096 | 0,078 |
| 3,0 | 0,154 | 0,146 | 0,129 | 0,115 | 0,098 | 0,094 | 0,077 |
| 4,0 | 0,119 | 0,120 | 0,113 | 0,105 | 0,089 | 0,889 | 0,067 |
| 5,0 | 0,086 | 0,083 | 0,096 | 0,093 | 0,062 | 0,083 | 0,059 |
| 7,0 | 0,037 | 0,048 | 0,063 | 0,068 | 0,041 | 0,068 | 0,051 |
| 10,0 | $0{,}623 \cdot 10^{-2}$ | 0,012 | 0,025 | 0,035 | 0,026 | 0,045 | 0,048 |

$$R_2(x, t) = R_1(x, t) + \alpha_0 \frac{b}{b_1}\left\{\frac{B}{2x}\left(1 - \frac{a_1}{a}\right) I_*\left(bt, \frac{x}{B}\right) - \right.$$

$$- \frac{B_{00}}{2x} e^{-b_0 t}\left(1 - \frac{a_1}{a_0}\right) I_*\left((b - b_0)\, t, \frac{x}{B_{00}}\right) +$$

$$\left. + \frac{a_1 b_0}{a_0 b}\left[\Psi(B_0, a_0) - \frac{B_{00}}{2x} e^{-b_0 t} I_*\left((b - b_0)\, t, \frac{x}{B_{00}}\right)\right]\right\}. \quad (4.102)$$

Функция $I_*(\eta, \bar{x}) = -\frac{e^{-\eta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta} \frac{e^{z - \frac{x^2}{4z}}}{\sqrt{z}}\, dz$ табулирована (табл.17).

Для функции $I_*(\eta, \bar{x})$ справедлива оценка

$$e^{-\eta}\sqrt{\eta}\, P(\lambda) \leqslant I_*(\eta, \bar{x}) \leqslant 2\sqrt{\eta}\, P(\lambda). \quad (4.103)$$

Анализ зависимостей и результаты расчета примеров показали, что и для данной схемы пригодны оценки, приведенные выше. Полученные решения использованы в гл. 5 для разработки различных практических рекомендаций по фильтрационному расчету вертикального дренажа.

Глава 5

# МЕТОДЫ РАСЧЕТА ВЕРТИКАЛЬНОГО ДРЕНАЖА ПРИ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ С ЗАДАННЫМ ДЕБИТОМ СКВАЖИН

Методы инженерного расчета вертикального дренажа при неустановившейся фильтрации довольно подробно разработаны для простых схем в однородных грунтах и в меньшей степени — для более сложных схем в неоднородных. Как правило, теоретические решения отдельных задач даже для упрощенных схем, что видно из предыдущего изложения, весьма сложны для использования в практических расчетах. Поэтому при разработке рекомендаций по расчету неустановившейся фильтрации к дренажам особое внимание было уделено представлению конечных результатов в форме, удобной для практического использования. Для этого основные характеристики оказалось целесообразным представить в виде произведения соответствующих параметров дренажа, полученных из условий установившейся фильтрации, на некоторые коэффициенты, преимущественно зависящие от времени (они могут быть определены с меньшей точностью).

Как известно, различают два основных режима работы вертикального дренажа: при постоянном дебите скважин и постоянном понижении (уровне) в скважинах.

В настоящей главе рассматривается методика фильтрационного расчета вертикального дренажа при откачках из скважин с постоянным дебитом. При заданном по тем или иным соображениям (расчетам) оптимальном дебите скважин и принятой их конструкции расчетами обычно проверяются количество скважин, обеспечивающее на массиве и в скважинах требуемое понижение в заданные сроки, размеры водоприемной части скважин и т. д. Приведенные ниже методы расчета наиболее важных и распространенных схем мелиоративного вертикального дренажа явились следствием довольно сложных теоретических исследований и решений задач неустановившейся фильтрации к вертикальным скважинам, частично рассмотренных в предыдущей главе, а также в работах [16, 17, 25, 28, 53, 77, 82, 87, 96, 99, 112, 121, 124, 125, 128—132, 134, 135] и др.

## § 1. ВЫБОРОЧНЫЙ ДРЕНАЖ, СОСТОЯЩИЙ ИЗ НЕБОЛЬШОГО ЧИСЛА ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ СКВАЖИН, УДАЛЕННЫХ ОТ ГРАНИЦ ОБЛАСТИ ФИЛЬТРАЦИИ (В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ ФИЛЬТРАЦИИ)

Схема выборочного дренажа с небольшим числом скважин в неограниченной области фильтрации наиболее широко представлена при расчетах вертикального дренажа на орошаемых массивах в условиях неустановившейся фильтрации. Как известно, в областях фильтрации с удаленными границами питания в реальных условиях работы скважин мелиоративного дренажа влиянием этих границ можно пренебречь и рассматривать область фильтрации как неограниченную в плане. Согласно работам [53, 77, 97, 106], область фильтрации принимается неограниченной, если ее ближайшая к скважинам граница удалена на расстояние $R > 3{,}4\sqrt{at}$ или $L > 2\sqrt{\pi at}$. С допустимой погрешностью 5—10% условие существования неограниченной области фильтрации (пласта) также может быть выражено следующим соотношением:

$$\delta = \frac{R_0(u)}{R_{\text{н}}(u)} \leqslant 0{,}05 - 0{,}1,$$

где $R_0(u)$ — значение гидравлического сопротивления для ограниченной области фильтрации (с учетом границы), $R_{\text{н}}(u)$ — то же для неограниченной области фильтрации.

При откачках с постоянным дебитом из различных по геологическому строению водоносных толщ общее понижение уровня грунтовых вод в отдельных водоносных горизонтах любой точки $r$ и на любой момент времени $t$ $S(r, t) = H_0 - H(r, t)$ при работе системы скважин определяется, как известно, по формуле

$$S(r, t) = \frac{Q_1}{4\pi T} R(u_1, \bar{r}_1) + \frac{Q_2}{4\pi T} R(u_2, \bar{r}_2) + \cdots + \frac{Q_i}{4\pi T} R(u_i, \bar{r}_i), \tag{5.1}$$

где $u_1 = \frac{r_1^2}{4at}$, $u_2 = \frac{r_2^2}{4at}$, ..., $u_i = \frac{r_i^2}{4at}$, $\bar{r}_1 = \frac{r_1}{B}$, $\bar{r}_2 = \frac{r_2}{B}$, ... ..., $\bar{r}_i = \frac{r_i}{B}$, $r_1, r_2, \ldots, r_i$ — расстояние от скважины 1, 2, ..., $i$ до расчетной точки, $Q_1, Q_2, \ldots, Q_i$ — дебит $i$-й скважины, $H_0$ и $H(r, t)$ — уровни (напоры) до начала и в процессе откачки, $B$ — параметр перетока. В случае однородного грунта в формуле (5.1) принимается $\bar{r}_i = 0$.

Рассмотрим вначале некоторые наиболее характерные случаи расположения скважин, для которых расчетные зависимости существенно упрощаются.

1. Для одной скважины

$$S(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} R(u, \bar{r}). \qquad (5.2)$$

2. Для скважин с одинаковыми дебитами, расположенными по кольцу, гидравлическое сопротивление в формуле (5.2), согласно работам [18, 28], при определении понижения в центре кольца

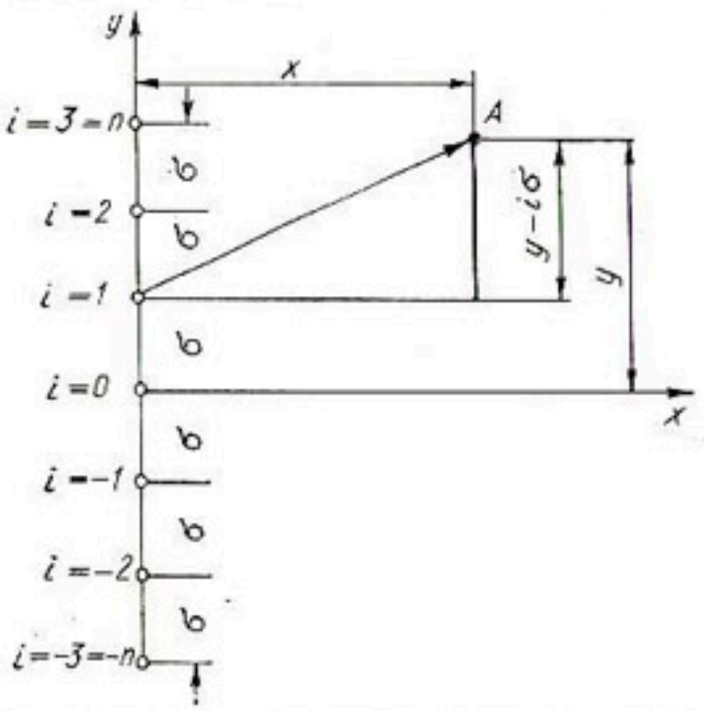



Рис. 24. Прямолинейный ряд скважин в неограниченной области фильтрации.

$$R(u, \bar{r}) = pR(u_0, \bar{r}_0), \qquad (5.3)$$

где $u_0 = \frac{r_0^2}{4at}$, $\bar{r}_0 = \frac{r_0}{B}$, $r_0$ — радиус кольца, $p$ — число скважин в кольце; при определении понижения в скважинах кольца

$$R(u, \bar{r}) = R(u_c, \bar{r}_c) + \sum_{i=1}^{p-1} R(u_i, \bar{r}_i), \qquad (5.4)$$

где $r_c$ — радиус скважины, $r_i = r_1, r_2, \ldots, r_{p-1}$ — расстояние от скважины, в которой определяется понижение, до остальных скважин кольца. При одинаковых расстояниях между скважинами

$$r_i = 2r_0 \sin\frac{\pi i}{p}.$$

3. Для прямолинейного ряда, состоящего из небольшого числа скважин $p$ одинакового диаметра $2r_c$, расположенных друг от друга на расстоянии $\sigma$ и имеющих одинаковые дебиты $Q$, понижение в любой точке определяется по формуле (5.2), в которой [15, 53]

$$R(u, \bar{r}) = \sum_{-n}^{n} R(u_i, \bar{r}_i), \qquad (5.5)$$

где $n = \frac{p-1}{2}$, $r_i^2 = x^2 + (y - i\sigma)^2$ — расстояние точки $A(x, y)$ от центра скважины $i$, $i$ — номер скважины. Скважины нумеруются от центра ряда ($i = 0$) к его концам ($i = \pm n$) (рис. 24). Для нахождения понижений в характерных точках неограниченного пласта в формуле (5.2) принимается

$$R(u, \bar{r}) = R(u_c, \bar{r}_c) + 2F(u_\sigma, \bar{\sigma}, n),$$
$$F(u_\sigma, \bar{\sigma}, n) = \sum_{i=1}^{n} R(u_\sigma, \bar{\sigma}), \quad u_\sigma = \frac{i^2\sigma^2}{4at}, \quad \bar{\sigma} = \frac{\sigma_i}{B} \qquad (5.6)$$

для центральной скважины ($i = 0$);

$$R(u, \bar{r}) = R(u_0, \bar{r}_0) + F(u_\sigma, \bar{\sigma}, 2n),$$
$$F(u_\sigma, \bar{\sigma}, 2n) = \sum_{n=1}^{2n} R(u_\sigma, \bar{\sigma}) \tag{5.7}$$

для крайней скважины;

$$R(u, \bar{r}) = R(u_x, \bar{x}) - 2F(u_{ix}, \bar{x}_i, n),$$
$$F(u_{ix}, \bar{x}_i, n) = \sum_{i=1}^{n} R(u_{ix}, \bar{x}_i), \tag{5.8}$$

$$u_x = \frac{x^2}{4at}, \quad u_{ix} = \frac{x^2 + i^2\sigma^2}{4at}, \quad \bar{x} = \frac{x}{B}, \quad \bar{x}_i = \frac{\sqrt{x^2 + i^2\sigma^2}}{B}$$

для нормали, проходящей через центральную скважину ряда ($i = 0$, $y = 0$);

$$R(u, \bar{r}) = 2\sum_{i=1}^{n} R(u_i, \bar{r}_i) + R(u_n, \bar{r}_n),$$
$$u_i = \frac{\sigma^2 (i - 0{,}5)^2}{4at}, \quad \bar{r}_i = \frac{\sigma (i - 0{,}5)}{B}, \tag{5.9}$$
$$u_n = \frac{\sigma^2 (n + 0{,}5)^2}{4at}, \quad \bar{r}_n = \frac{\sigma (n + 0{,}5)}{B}$$

между центральной и соседней скважинами (посредине).

Для однородного грунта ($\bar{\sigma} = 0$, $\bar{x} = \bar{x}_i = 0$, $\bar{r}_n = \bar{r}_i = 0$) значения функции $F(u_\sigma, n)$ приведены в табл. 18; значения функции $F(u_\sigma, 2n)$ также определяются из табл. 18, в которой вместо $n$ принимается $2n$; значения функции $F(u_{ix}, n)$ приведены в табл. 19, а значения сопротивления $R(u, 0)$, определенные по формуле (5.9),— в табл. 20. Эти таблицы заимствованы из работы [53].

Приведем выражения для определения гидравлических сопротивлений $R$ в различных по геологическому строению водоносных толщах. Для однородного грунта, как известно,

$$R(u) = -Ei(-u), \tag{5.10}$$

где $Ei(-u) = -\int_x^\infty \frac{e^{-x}}{x}\,dx$ — интегральная показательная функция, значения которой даны в табл. 21. Более подробная таблица значений функции $-Ei(-u)$ имеется в работах [17, 53]. При $u \leqslant 0{,}05$—$0{,}1$ с необходимой для практики точностью можно принимать

$$R(u) = \ln \frac{2{,}25at}{r^2} = 2\ln \frac{R}{r}; \tag{5.11}$$

по виду эта формула аналогична формуле Дюпюи с условным переменным радиусом влияния $R = 1{,}5\sqrt{at}$.

| $\frac{\sigma^2}{4at}$ | n | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $1\cdot10^{-6}$ | 13,2 | 25,1 | 36,1 | 46,6 | 56,6 | 66,3 |
| $1\cdot10^{-5}$ | 10,9 | 20,8 | 29,2 | 37,4 | 45,1 | 52,5 |
| $1\cdot10^{-4}$ | 8,63 | 15,9 | 22,3 | 28,2 | 33,6 | 38,6 |
| $2\cdot10^{-4}$ | 7,94 | 14,5 | 20,2 | 25,4 | 30,1 | 34,5 |
| $5\cdot10^{-4}$ | 7,02 | 12,7 | 17,5 | 21,8 | 25,6 | 29,0 |
| $1\cdot10^{-3}$ | 6,33 | 11,3 | 15,4 | 19,0 | 22,1 | 25,0 |
| $2\cdot10^{-3}$ | 5,64 | 9,90 | 13,4 | 16,3 | 18,7 | 20,8 |
| $5\cdot10^{-3}$ | 4,73 | 8,08 | 10,6 | 12,7 | 14,3 | 15,6 |
| $1\cdot10^{-2}$ | 4,04 | 6,72 | 8,64 | 10,0 | 11,1 | 11,9 |
| $2\cdot10^{-2}$ | 3,35 | 5,38 | 6,69 | 7,55 | 8,11 | 8,50 |
| $5\cdot10^{-2}$ | 2,47 | 3,70 | 4,32 | 4,63 | 4,77 | 4,84 |
| $1\cdot10^{-1}$ | 1,82 | 2,52 | 2,78 | 2,87 | 2,90 | 2,90 |
| $2\cdot10^{-1}$ | 1,22 | 1,53 | 1,60 | 1,61 | 1,61 | 1,61 |
| $5\cdot20^{-1}$ | 0,56 | 0,61 | 0,61 | 0,61 | 0,61 | 0,61 |
| 1 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 |
| 2 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |

| $\frac{\sigma^2}{4at}$ | n | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | | | | | | $\frac{x}{\sigma}$ = |
| $1\cdot10^{-6}$ | 13,12 | 25,1 | 36,1 | 46,6 | 55,6 | 66,3 |
| $1\cdot10^{-5}$ | 10,9 | 20,5 | 29,2 | 37,4 | 45,1 | 52,4 |
| $1\cdot10^{-4}$ | 8,62 | 15,9 | 22,3 | 28,2 | 33,6 | 38,6 |
| $1\cdot10^{-3}$ | 6,32 | 11,3 | 15,4 | 19,0 | 22,1 | 24,9 |
| $2\cdot10^{-3}$ | 5,63 | 9,89 | 13,3 | 16,2 | 18,7 | 20,8 |
| $5\cdot10^{-3}$ | 4,72 | 8,07 | 10,6 | 12,7 | 14,3 | 15,6 |
| $1\cdot10^{-2}$ | 4,03 | 6,71 | 8,62 | 10,0 | 11,1 | 11,8 |
| $2\cdot10^{-2}$ | 3,35 | 5,97 | 6,68 | 7,54 | 8,10 | 8,46 |
| $5\cdot10^{-2}$ | 2,46 | 3,68 | 4,30 | 4,61 | 4,76 | 4,82 |
| $1\cdot10^{-1}$ | 1,81 | 2,51 | 2,77 | 2,86 | 2,88 | 2,89 |
| $2\cdot10^{-1}$ | 1,21 | 1,52 | 1,59 | 1,60 | 1,60 | 1,60 |
| $5\cdot10^{-1}$ | 0,5 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 |
| 1 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 |

Таблица 18

| 8 | 10 | 12 | 16 | 20 | 24 | 32 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 84,7 | 102 | 118 | 150 | 180 | 208 | 261 | 309 |
| 66,3 | 79,2 | 91,3 | 114 | 134 | 153 | 187 | 217 |
| 47,9 | 56,2 | 63,7 | 76,9 | 88,3 | 98,1 | 114 | 127 |
| 42,4 | 49,3 | 55,4 | 66,0 | 74,7 | 82,0 | 93,2 | 101 |
| 35,1 | 40,2 | 44,6 | 51,8 | 57,2 | 61,3 | 66,9 | 70,2 |
| 29,6 | 33,5 | 36,6 | 41,4 | 44,6 | 46,9 | 49,4 | 50,4 |
| 24,3 | 26,9 | 28,9 | 31,6 | 33,2 | 34,1 | 34,8 | 35,0 |
| 17,5 | 18,8 | 19,6 | 20,4 | 20,8 | 20,8 | 20,9 | 20,9 |
| 12,9 | 13,4 | 13,6 | 13,8 | 13,9 | 13,9 | 13,9 | 13,9 |
| 8,84 | 8,97 | 9,01 | 9,03 | 9,03 | 9,03 | 9,03 | 9,03 |
| 4,87 | 4,88 | 4,88 | 4,88 | 4,88 | 4,88 | 4,88 | 4,88 |
| 2,90 | 2,90 | 2,90 | 2,90 | 2,90 | 2,90 | 2,90 | 2,90 |
| 1,61 | 1,61 | 1,61 | 1,61 | 1,61 | 1,61 | 1,61 | 1,61 |
| 0,61 | 0,61 | 0,61 | 0,61 | 0,61 | 0,61 | 0,61 | 0,61 |
| 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 |
| 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |

Таблица 19

| 8 | 10 | 12 | 16 | 20 | 24 | 32 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,1 | | | | | | | |
| 84,7 | 102 | 119 | 150 | 180 | 208 | 260 | 309 |
| 66,3 | 79,1 | 91,2 | 114 | 134 | 153 | 187 | 217 |
| 47,9 | 56,1 | 63,7 | 76,9 | 88,3 | 98,1 | 114 | 127 |
| 29,6 | 33,5 | 36,7 | 41,4 | 44,6 | 46,8 | 49,3 | 50,4 |
| 24,3 | 27,0 | 28,9 | 31,6 | 33,2 | 34,0 | 34,7 | 34,9 |
| 17,5 | 18,8 | 19,6 | 20,4 | 20,7 | 20,8 | 20,9 | 20,9 |
| 12,8 | 13,4 | 13,6 | 13,8 | 18,9 | 18,9 | 18,9 | 18,9 |
| 8,82 | 8,95 | 9,00 | 9,01 | 9,01 | 9,01 | 9,01 | 9,01 |
| 4,86 | 4,87 | 4,87 | 4,87 | 4,87 | 4,87 | 4,87 | 4,87 |
| 2,89 | 2,89 | 2,89 | 2,89 | 2,89 | 2,89 | 2,89 | 2,89 |
| 1,60 | 1,60 | 1,60 | 1,60 | 1,60 | 1,60 | 1,60 | 1,60 |
| 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 |
| 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 |

| $\frac{\sigma^2}{4at}$ | n | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | | | | | | $\frac{x}{\sigma}$ |
| $1 \cdot 10^{-6}$ | 12,5 | 24,2 | 35,1 | 45,5 | 55,5 | 65,1 |
| $1 \cdot 10^{-5}$ | 10,2 | 13,6 | 28,2 | 36,3 | 44,0 | 31,3 |
| $1 \cdot 10^{-4}$ | 7,9 | 15,0 | 21,3 | 27,1 | 32,5 | 37,5 |
| $1 \cdot 10^{-3}$ | 5,64 | 10,4 | 14,4 | 17,9 | 21,0 | 23,8 |
| $2 \cdot 10^{-3}$ | 4,95 | 8,96 | 12,3 | 15,2 | 17,6 | 19,8 |
| $5 \cdot 10^{-3}$ | 4,04 | 7,17 | 9,64 | 11,6 | 13,2 | 14,5 |
| $1 \cdot 10^{-2}$ | 3,35 | 5,82 | 7,64 | 9,00 | 10,0 | 10,8 |
| $2 \cdot 10^{-2}$ | 2,68 | 4,50 | 5,73 | 6,54 | 7,08 | 7,42 |
| $5 \cdot 10^{-2}$ | 1,82 | 2,87 | 3,43 | 3,71 | 3,85 | 3,91 |
| $1 \cdot 10^{-1}$ | 1,22 | 1,78 | 2,00 | 2,08 | 2,10 | 2,10 |
| $2 \cdot 10^{-1}$ | 0,70 | 0,92 | 0,97 | 0,98 | 0,98 | 0,98 |
| $5 \cdot 10^{-1}$ | 0,22 | 0,24 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,25 |
| 1 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| | | | | | | $\frac{x}{\sigma}$ |
| $1 \cdot 10^{-6}$ | 8,62 | 17,2 | 25,8 | 34,2 | 42,7 | 51,0 |
| $1 \cdot 10^{-5}$ | 6,32 | 12,6 | 18,9 | 25,0 | 31,1 | 37,2 |
| $1 \cdot 10^{-4}$ | 4,03 | 8,03 | 12,0 | 15,9 | 19,7 | 23,4 |
| $1 \cdot 10^{-3}$ | 1,81 | 3,60 | 5,34 | 7,03 | 8,66 | 10,2 |
| $2 \cdot 10^{-3}$ | 1,21 | 2,41 | 3,56 | 4,66 | 5,71 | 6,68 |
| $5 \cdot 10^{-3}$ | 0,55 | 1,09 | 1,60 | 2,07 | 2,50 | 2,89 |
| $1 \cdot 10^{-2}$ | 0,22 | 0,42 | 0,61 | 0,78 | 0,93 | 1,05 |
| $2 \cdot 10^{-2}$ | 0,5 | 0,09 | 0,13 | 0,16 | 0,19 | 0,21 |
| $5 \cdot 10^{-2}$ | 0,001 | 0,002 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 |
| | | | | | | $\frac{x}{\sigma}$ |
| $1 \cdot 10^{-6}$ | 7,24 | 14,5 | 21,7 | 28,9 | 36,1 | 43,3 |
| $1 \cdot 10^{-5}$ | 4,95 | 9,88 | 14,8 | 19,7 | 24,6 | 29,5 |
| $1 \cdot 10^{-4}$ | 2,68 | 5,35 | 8,01 | 10,7 | 13,3 | 15,9 |
| $1 \cdot 10^{-3}$ | 0,70 | 1,40 | 2,08 | 2,76 | 3,42 | 4,07 |
| $2 \cdot 10^{-3}$ | 0,31 | 0,62 | 0,92 | 1,21 | 1,49 | 1,77 |
| $5 \cdot 10^{-3}$ | 0,05 | 0,10 | 0,14 | 0,19 | 0,23 | 0,27 |
| $1 \cdot 10^{-2}$ | 0,004 | 0,007 | 0,011 | 0,014 | 0,017 | 0,019 |
| $2 \cdot 10^{-2}$ | — | — | 0,0001 | 0,0001 | 0,0002 | 0,0002 |

| 8 | 10 | 12 | 16 | 20 | 24 | 32 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $= 1$ | | | | | | | |
| 83,5 | 101 | 118 | 149 | 179 | 207 | 259 | 308 |
| 65,1 | 78,0 | 90,0 | 112 | 133 | 152 | 186 | 216 |
| 46,7 | 55,0 | 62,5 | 75,7 | 87,0 | 96,9 | 113 | 126 |
| 28,5 | 32,3 | 35,4 | 40,2 | 43,4 | 45,6 | 48,1 | 49,2 |
| 23,1 | 25,7 | 27,7 | 30,4 | 32,0 | 32,8 | 33,5 | 33,7 |
| 16,4 | 17,6 | 18,4 | 19,2 | 19,7 | 19,7 | 19,7 | 19,7 |
| 11,7 | 12,2 | 12,5 | 12,7 | 12,7 | 12,7 | 12,7 | 12,7 |
| 7,78 | 7,91 | 7,91 | 7,95 | 7,96 | 7,96 | 7,96 | 7,96 |
| 3,94 | 3,95 | 3,95 | 3,95 | 3,95 | 3,95 | 3,95 | 3,95 |
| 2,11 | 2,11 | 2,11 | 2,11 | 2,11 | 2,11 | 2,11 | 2,11 |
| 0,98 | 0,98 | 0,98 | 0,98 | 0,98 | 0,98 | 0,98 | 0,98 |
| 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,25 |
| 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| $= 10$ | | | | | | | |
| 67,4 | 83,3 | 98,9 | 129 | 158 | 185 | 236 | 284 |
| 48,9 | 60,4 | 71,3 | 92,1 | 112 | 130 | 163 | 192 |
| 30,6 | 37,4 | 43,8 | 55,6 | 65,9 | 75,0 | 90,3 | 102 |
| 13,1 | 15,6 | 17,8 | 21,3 | 23,9 | 25,7 | 27,8 | 28,7 |
| 8,44 | 9,91 | 11,1 | 12,9 | 14,0 | 14,6 | 15,1 | 15,2 |
| 3,54 | 4,01 | 4,35 | 4,73 | 4,88 | 4,93 | 4,95 | 4,96 |
| 1,23 | 1,34 | 1,41 | 1,46 | 1,47 | 1,47 | 1,47 | 1,47 |
| 0,23 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,24 |
| 0,004 | 0,004 | 0,004 | 0,004 | 0,004 | 0,004 | 0,004 | 0,004 |
| $= 20$ | | | | | | | |
| 57,5 | 71,6 | 85,5 | 113 | 139 | 165 | 214 | 260 |
| 39,1 | 48,6 | 57,9 | 76,0 | 93,4 | 110 | 141 | 169 |
| 21,0 | 26,0 | 30,8 | 39,9 | 48,3 | 55,9 | 69,1 | 79,9 |
| 5,30 | 6,44 | 7,49 | 9,27 | 10,7 | 11,7 | 12,9 | 13,5 |
| 2,28 | 2,73 | 3,12 | 3,44 | 4,15 | 4,50 | 4,64 | 4,70 |
| 0,33 | 0,39 | 0,43 | 0,48 | 0,50 | 0,51 | 0,51 | 0,51 |
| 0,023 | 0,026 | 0,03 | 0,028 | 0,029 | 0,029 | 0,029 | 0,029 |
| 0,0002 | 0,0002 | 0,0003 | 0,0003 | 0,0003 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0002 |

| $\frac{\sigma^2}{4at}$ | n | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $1\cdot10^{-4}$ | 27,9 | 42,5 | 55,4 | 67,2 | 78,0 |
| $2\cdot10^{-4}$ | 25,8 | 32,0 | 50,6 | 50,9 | 70,4 |
| $5\cdot10^{-4}$ | 23,0 | 34,4 | 44,6 | 52,7 | 60,4 |
| $1\cdot10^{-3}$ | 21,0 | 31,0 | 39,3 | 46,5 | 52,8 |
| $2\cdot10^{-3}$ | 18,9 | 27,5 | 34,5 | 40,3 | 45,3 |
| $5\cdot10^{-3}$ | 16,1 | 23,0 | 28,2 | 32,2 | 35,5 |
| $1\cdot10^{-2}$ | 14,1 | 19,6 | 23,5 | 26,3 | 28,4 |
| $2\cdot10^{-2}$ | 12,0 | 16,2 | 18,9 | 20,6 | 21,8 |
| $5\cdot10^{-2}$ | 9,35 | 11,9 | 13,9 | 13,9 | 14,2 |
| 0,1 | 7,40 | 8,96 | 9,54 | 9,74 | 9,80 |
| 0,2 | 5,56 | 6,33 | 6,51 | 6,54 | 6,54 |
| 0,5 | 3,42 | 3,61 | 3,63 | 3,63 | 2,63 |
| 1 | 2,12 | 2,16 | 2,16 | 2,16 | 2,16 |

Для двухслойного грунта со слабопроницаемым верхним слоем покровных отложений понижения в верхнем ($S_1$) и нижнем ($S_2$) слоях определяются по формуле (5.1), в которой принимается $T = T_2$, а для сопротивлений $R_1\ (u, \bar{r})$ и $R_2\ (u, \bar{r})$ можно пользоваться следующими приближенными выражениями:

$$R_1(u_i, \bar{r}_i) = W\left(u_i'', \frac{r_i}{B_2}\right) - e^{b_1 t} W\left(u_i'', \frac{r_i}{B_*}\right), \tag{5.12}$$

$$R_2(u_i, \bar{r}_i) = W\left(u_i'', \frac{r_i}{B_2}\right) \tag{5.13}$$

для времен $t < t_{**} = 5\,\frac{\mu_1 m_1}{k_1}$;

$$R_1(u_i, \bar{r}_i) = b_1 t\,[e^{-u_i''} - (1 + u_i'')\,Ei\,(-u_i'')], \tag{5.14}$$

$$R_2(u_i, \bar{r}_i) = R_1(u_i, r_i) - Ei\,(-u_i'') \tag{5.15}$$

для времен $t < t_* = 0{,}1\,\frac{\mu_1 m_1}{k_1}$;

$$R_1(u_i, \bar{r}_i) = -Ei\,(-u_i) - I\left(u_i, \frac{r_i}{B}\right), \tag{5.16}$$

$$R_2(u_i, \bar{r}_i) = -Ei\,(-u_i) \tag{5.17}$$

для времен $t \geqslant t_{**} = 5\,\frac{\mu_1 m_1}{k_1}$ и $\frac{r}{B} > 3$ (согласно [17, 87]).

Для определения сопротивления $R_2$ целесообразно пользо-

Таблица 20

| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 88,1 | 97,6 | 107 | 115 | 12,3 | 159 | 187 |
| 79,2 | 87,3 | 94,9 | 102 | 109 | 137 | 160 |
| 67,3 | 73,6 | 79,4 | 84,8 | 89,7 | 110 | 124 |
| 58,4 | 63,4 | 67,8 | 71,9 | 75,5 | 89,3 | 97,9 |
| 49,5 | 53,2 | 56,5 | 59,3 | 61,7 | 70,1 | 74,3 |
| 38,2 | 40,3 | 42,0 | 43,4 | 44,5 | 47,6 | 48,5 |
| 30,0 | 31,2 | 32,0 | 32,6 | 33,1 | 33,9 | 34,0 |
| 22,5 | 23,0 | 23,3 | 23,5 | 23,6 | 23,7 | 23,7 |
| 14,4 | 14,4 | 14,5 | 14,5 | 14,5 | 14,5 | 14,5 |
| 9,82 | 9,82 | 9,82 | 9,82 | 9,82 | 9,82 | 9,82 |
| 6,54 | 6,54 | 6,54 | 6,54 | 6,54 | 6,54 | 6,54 |
| 3,63 | 3,63 | 3,63 | 3,63 | 3,63 | 3,63 | 3,63 |
| 2,16 | 2,16 | 2,16 | 2,16 | 2,16 | 2,16 | 2,16 |

ваться также табл. 22, заимствованной из работы [77]. В приведенных формулах и табл. 22

$$u_i'' = \frac{r_i^2}{4a_2 t}, \quad u_i' = \frac{r_i^2}{4a_1 t}, \quad u_i = \frac{r_i^2}{4at}, \quad B_2^2 = \frac{a_2}{b_2}, \quad B^2 = \frac{a}{b_1},$$

$$B_*^2 = \frac{a_2}{b_2 - b_1}, \quad a = \frac{T_2}{\mu}, \quad b_1 = \frac{k_1}{\mu_1 m_1}, \quad b_2 = \frac{k_1}{\mu_2 m_1},$$

$$\mu = \mu_1 + \mu_2, \quad \eta = \frac{\mu}{\mu_2},$$

где $\mu_1$, $\mu_2$ — коэффициенты водоотдачи верхнего безнапорного и нижнего напорного слоев.

Функции

$$W(u, \bar{r}) = \int_u^\infty \frac{e^{-x-\frac{r^2}{4B^2x}}}{x} dx$$

и

$$I(u, r) = e^{-\frac{r^2}{4B^2u}} \int_u^\infty \frac{e^{-x+\frac{r^2}{4B^2x}}}{x} dx$$

описывают динамику понижения в рассматриваемом горизонте с учетом перетекания из соседнего по вертикали горизонта. Функция $W(u, \bar{r})$ подробно табулирована М. Хантушем [28], ее значения,

Таблица 21

| $u$ | $-Ei\times$ $\times(-u)$ | $u$ | $-Ei\times$ $\times(-u)$ | $u$ | $-Ei\times$ $\times(-u)$ | $u$ | $-Ei\times$ $\times(-u)$ | $u$ | $-Ei\ (-u)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $\infty$ | | | | | | | | |
| 0,001 | 6,332 | 0,11 | 0,737 | 0,39 | 0,719 | 0,67 | 0,396 | 0,95 | 0,239 |
| 0,002 | 5,639 | 0,12 | 1,660 | 0,40 | 0,702 | 0,68 | 0,388 | 0,96 | 0,235 |
| 0,003 | 5,235 | 0,13 | 1,589 | 0,41 | 0,686 | 0,69 | 0,381 | 0,97 | 0,231 |
| 0,004 | 4,948 | 0,14 | 1,524 | 0,42 | 0,670 | 0,70 | 0,374 | 0,98 | 0,227 |
| 0,005 | 4,726 | 0,15 | 1,465 | 0,43 | 0,640 | 0,71 | 0,367 | 0,99 | 0,223 |
| 0,006 | 4,544 | 0,16 | 1,409 | 0,44 | 0,655 | 0,72 | 0,360 | 1,00 | 0,219 |
| 0,007 | 4,392 | 0,17 | 1,358 | 0,45 | 0,625 | 0,73 | 0,353 | 1,1 | 0,186 |
| 0,008 | 4,259 | 0,18 | 1,310 | 0,46 | 0,611 | 0,74 | 0,347 | 1,2 | 0,158 |
| 0,009 | 4,142 | 0,19 | 1,265 | 0,47 | 0,598 | 0,75 | 0,340 | 1,3 | 0,135 |
| 0,01 | 4,038 | 0,20 | 1,223 | 0,48 | 0,585 | 0,76 | 0,334 | 1,4 | 0,116 |
| 0,015 | 3,637 | 0,21 | 1,183 | 0,49 | 0,572 | 0,77 | 0,328 | 1,5 | 0,100 |
| 0,02 | 3,355 | 0,22 | 1,145 | 0,50 | 0,560 | 0,78 | 0,322 | 1,6 | 0,086 |
| 0,025 | 3,137 | 0,23 | 1,110 | 0,51 | 0,548 | 0,79 | 0,316 | 1,7 | 0,075 |
| 0,03 | 2,959 | 0,24 | 1,076 | 0,52 | 0,536 | 0,80 | 0,311 | 1,8 | 0,065 |
| 0,035 | 2,810 | 0,25 | 1,044 | 0,53 | 0,526 | 0,81 | 0,305 | 1,9 | 0,056 |
| 0,04 | 2,681 | 0,26 | 1,014 | 0,54 | 0,514 | 0,82 | 0,300 | 2,0 | 0,019 |
| 0,045 | 2,568 | 0,27 | 0,985 | 0,55 | 0,503 | 0,83 | 0,294 | 2,5 | 0,025 |
| 0,05 | 2,468 | 0,28 | 0,957 | 0,56 | 4,493 | 0,84 | 0,289 | 3,0 | 0,013 |
| 0,055 | 2,378 | 0,29 | 0,931 | 0,57 | 0,483 | 0,85 | 0,284 | 3,5 | 0,007 |
| 0,06 | 2,295 | 0,30 | 0,906 | 0,58 | 0,473 | 0,86 | 0,279 | 4,0 | 0,0038 |
| 0,065 | 2,220 | 0,31 | 0,882 | 0,59 | 0,464 | 0,87 | 0,274 | 4,5 | 0,0021 |
| 0,07 | 2,151 | 0,32 | 0,858 | 0,60 | 0,454 | 0,88 | 0,269 | 5,0 | 0,0011 |
| 0,075 | 2,087 | 0,33 | 0,836 | 0,61 | 0,445 | 0,89 | 0,265 | 5,5 | $6{,}4\cdot10^{-4}$ |
| 0,08 | 2,027 | 0,34 | 0,815 | 0,62 | 0,437 | 0,90 | 0,260 | 6,0 | $3{,}6\cdot10^{-4}$ |
| 0,085 | 1,971 | 0,35 | 0,794 | 0,63 | 0,428 | 0,91 | 0,256 | 7,0 | $1{,}16\cdot10^{-4}$ |
| 0,09 | 1,919 | 0,36 | 0,775 | 0,64 | 0,420 | 0,92 | 0,251 | 8,0 | $3{,}77\cdot10^{-5}$ |
| 0,095 | 1,870 | 0,37 | 0,755 | 0,65 | 0,412 | 0,93 | 0,247 | 9,0 | $1{,}25\cdot10^{-5}$ |
| 0,10 | 1,823 | 0,38 | 0,737 | 0,66 | 0,404 | 0,94 | 0,243 | $\infty$ | 0 |

заимствованные из работы [17], приведены в табл. 23 и на рис. 25. Функция $I\ (u, \bar{r})$ табулирована Ф. М. Бочевером [17], ее значения даны в табл. 24 и на рис. 26. Из анализа функции $W\ (u, \bar{r})$ следует, что при $t > (2\text{–}2{,}5)\ \frac{r^2}{a}$ и $\bar{r} < 0{,}2$ можно принимать

$$W(u, \bar{r}) \approx 2K_0(\bar{r}) - I_0(\bar{r})\,[-Ei\,(-bt)], \qquad (5.18)$$

где $K_0$ и $I_0$ — известные функции Бесселя, встречавшиеся ранее. При истечении еще большего времени $\left(t > \frac{3-5}{b}\right)$ вторым членом в формуле (5.18) можно пренебречь и принимать в расчетах при $t \to \infty$ $(u \to 0)$ предельное значение функции

$$W(0, \bar{r}) = 2K_0(\bar{r}). \qquad (5.19)$$

При $\bar{r} = 0$ следует $W\ (u, 0) \approx I\ (u, 0) = -Ei\ (-u)$, а при $\bar{r} > 5$ практически можно положить $W = 0$ и $I = 0$. Для значений $u > 3$ можно также принимать $I\ (u, \bar{r}) \approx 0$.

Для напорного водоносного горизонта с параметрами $\mu$ и

Таблица 22

| $\frac{r}{B_2}$ | $b_1 t$ | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,01 | 0,03 | 0,05 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,5 | 1 | 2 | 3 | 5 |
| $\eta = 6{,}5$ | | | | | | | | | | | |
| 0,1 | 2,514 | 3,483 | 3,894 | 4,374 | 4,741 | 4,911 | 5,116 | 5,475 | 5,994 | 6,361 | 6,859 |
| 0,2 | 1,269 | 2,161 | 2,557 | 3,027 | 3,888 | 3,555 | 3,756 | 4,106 | 4,616 | 4,980 | 5,475 |
| 0,4 | 0,343 | 0,987 | 1,330 | 1,762 | 2,104 | 2,262 | 2,451 | 2,778 | 3,262 | 3,613 | 4,098 |
| 0,6 | 0,079 | 0,461 | 0,732 | 1,109 | 1,424 | 1,571 | 1,744 | 2,044 | 2,496 | 2,831 | 3,302 |
| 0,8 | 0,014 | 0,207 | 0,401 | 0,714 | 0,997 | 1,132 | 1,289 | 1,560 | 1,977 | 2,293 | 2,747 |
| 1 | 0,002 | 0,087 | 0,124 | 0,461 | 0,709 | 0,831 | 0,972 | 1,215 | 1,996 | 1,892 | 2,327 |
| 1,5 | 0 | 0,007 | 0,037 | 0,143 | 0,308 | 0,398 | 0,503 | 0,681 | 0,975 | 1,219 | 1,599 |
| 2 | 0 | 0 | 0,005 | 0,042 | 0,132 | 0,198 | 0,267 | 0,893 | 0,614 | 0,828 | 1,131 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0,002 | 0,021 | 0,043 | 0,076 | 0,135 | 0,250 | 0,366 | 0,583 |
| $\eta = 10$ | | | | | | | | | | | |
| 0,1 | 2,956 | 3,877 | 4,240 | 4,627 | 4,888 | 5,011 | 5,186 | 5,536 | 6,055 | 6,423 | 6,921 |
| 0,2 | 1,667 | 2,542 | 2,896 | 3,277 | 3,535 | 3,655 | 3,826 | 4,163 | 4,677 | 5,041 | 5,536 |
| 0,4 | 0,602 | 1,316 | 1,640 | 2,001 | 2,247 | 2,360 | 2,518 | 3,888 | 3,322 | 3,674 | 4,159 |
| 0,6 | 0,207 | 0,721 | 1,000 | 1,330 | 1,561 | 1,666 | 1,810 | 2,102 | 2,555 | 2,891 | 3,363 |
| 0,8 | 0,062 | 0,393 | 0,621 | 0,913 | 1,126 | 1,222 | 1,351 | 1,616 | 2,034 | 2,352 | 2,807 |
| 1 | 0,016 | 0,208 | 0,384 | 0,636 | 0,829 | 0,915 | 0,031 | 1,268 | 1,651 | 1,949 | 2,335 |
| 1,5 | 0 | 0,035 | 0,107 | 0,259 | 0,401 | 0,467 | 0,551 | 0,725 | 1,024 | 1,270 | 1,654 |
| 2 | 0 | 0,004 | 0,025 | 0,101 | 0,198 | 0,245 | 0,305 | 0,429 | 0,655 | 0,853 | 1,181 |
| 3 | 0 | 0 | 0,001 | 0,013 | 0,047 | 0,069 | 0,097 | 0,157 | 0,278 | 0,398 | 0,622 |
| $\eta = 20$ | | | | | | | | | | | |
| 0,1 | 3,598 | 4,379 | 4,683 | 4,850 | 4,987 | 5,078 | 5,241 | 5,590 | 6,109 | 6,477 | 6,975 |
| 0,2 | 2,272 | 3,034 | 3,284 | 3,4999 | 3,633 | 3,721 | 3,880 | 4,221 | 4,731 | 5,095 | 5,590 |
| 0,4 | 1,080 | 1,771 | 2,010 | 2,217 | 2,343 | 2,425 | 2,572 | 2,890 | 3,375 | 3,727 | 4,213 |
| 0,6 | 0,582 | 1,119 | 1,341 | 1,587 | 1,654 | 1,728 | 1,861 | 2,158 | 2,607 | 2,943 | 3,416 |
| 0,8 | 0,255 | 5,724 | 0,925 | 1,108 | 1,215 | 1,261 | 1,400 | 1,665 | 2,085 | 2,403 | 2,839 |
| 1 | 0,116 | 0,471 | 0,647 | 0,815 | 0,913 | 0,971 | 1,077 | 1,314 | 1,699 | 1,998 | 2,436 |
| 1,5 | 0,012 | 0,155 | 0,263 | 0,397 | 0,472 | 0,513 | 0,590 | 0,765 | 1,067 | 1,316 | 1,703 |
| 2 | 0,01 | 0,045 | 0,103 | 0,197 | 0,258 | 0,282 | 0,395 | 0,461 | 0,692 | 0,398 | 1,225 |
| 3 | 0 | 0,002 | 0,014 | 0,043 | 0,077 | 0,090 | 0,115 | 0,176 | 0,390 | 0,427 | 0,657 |
| $\eta = 34$ | | | | | | | | | | | |
| 0,1 | 4,023 | 4,642 | 4,798 | 4,913 | 5,012 | 5,099 | 5,262 | 5,611 | 6,130 | 6,498 | 6,996 |
| 0,2 | 2,684 | 3,294 | 3,449 | 3,561 | 3,668 | 3,748 | 3,902 | 4,243 | 4,750 | 5,117 | 5,612 |
| 0,4 | 1,445 | 2,020 | 2,170 | 2,278 | 2,367 | 2,446 | 2,593 | 2,911 | 3,396 | 3,743 | 4,334 |
| 0,6 | 0,830 | 1,351 | 1,495 | 1,596 | 1,667 | 1,748 | 1,881 | 2,714 | 1,628 | 1,964 | 3,437 |
| 0,8 | 0,480 | 0,985 | 1,070 | 1,165 | 1,287 | 1,300 | 1,419 | 1,634 | 2,105 | 2,423 | 2,880 |
| 1 | 0,273 | 0,657 | 0,781 | 0,859 | 0,984 | 0,989 | 1,095 | 1,333 | 1,719 | 2,018 | 2,457 |
| 1,5 | 0,058 | 0,276 | 0,371 | 0,442 | 0,489 | 0,528 | 0,604 | 0,730 | 1,084 | 1,334 | 1,721 |
| 2 | 0,010 | 0,113 | 0,180 | 0,234 | 0,268 | 0,259 | 0,348 | 0,475 | 0,707 | 0,910 | 1,243 |
| 3 | 0 | 0,016 | 0,040 | 0,069 | 0,085 | 0,097 | 0,122 | 0,185 | 0,313 | 0,439 | 0,671 |

| $u$ | $\bar{r}$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,10 | 0,20 | 0,30 | 0,40 | 0,50 | 0,60 | 0,70 | 0,80 |
| 0 | 4,854 | 3,505 | 2,745 | 2,229 | 1,849 | 1,555 | 1,321 | 1,131 |
| 0,001 | 4,829 | 3,505 | | | | | | |
| 0,005 | 4,296 | 3,457 | 2,743 | 2,229 | | | | |
| 0,01 | 3,815 | 3,288 | 2,710 | 2,225 | 1,849 | 1,555 | 1,321 | |
| 0,02 | 3,244 | 2,952 | 2,569 | 2,181 | 1,838 | 1,553 | 1,321 | 1,131 |
| 0,03 | 2,887 | 2,690 | 2,411 | 2,103 | 1,806 | 1,542 | 1,318 | 1,130 |
| 0,04 | 2,629 | 2,482 | 2,266 | 2,016 | 1,760 | 1,521 | 1,309 | 1,127 |
| 0,05 | 2,427 | 2,311 | 2,137 | 1,928 | 1,708 | 1,493 | 1,296 | 1,121 |
| 0,06 | 2,262 | 2,167 | 2,023 | 1,845 | 1,652 | 1,459 | 1,277 | 1,112 |
| 0,07 | 2,123 | 2,044 | 1,921 | 1,767 | 1,597 | 1,423 | 1,255 | 1,099 |
| 0,08 | 2,003 | 1,935 | 1,829 | 1,695 | 1,544 | 1,386 | 1,231 | 1,085 |
| 0,09 | 1,898 | 1,839 | 1,746 | 1,627 | 1,492 | 1,349 | 1,205 | 1,068 |
| 0,1 | 1,805 | 1,753 | 1,670 | 1,564 | 1,442 | 1,312 | 1,179 | 1,051 |
| 0,2 | 1,216 | 1,194 | 1,160 | 1,115 | 0,059 | 0,996 | 0,928 | 0,858 |
| 0,3 | 0,902 | 0,890 | 0,871 | 0,846 | 0,814 | 0,778 | 0,737 | 0,693 |
| 0,4 | 0,700 | 0,693 | 0,681 | 0,665 | 0,645 | 0,621 | 0,594 | 0,565 |
| 0,5 | 0,558 | 0,553 | 0,545 | 0,534 | 0,521 | 0,504 | 0,486 | 0,466 |
| 0,6 | 0,453 | 0,450 | 0,444 | 0,436 | 0,427 | 0,415 | 0,402 | 0,387 |
| 0,7 | 0,373 | 0,370 | 0,366 | 0,361 | 0,353 | 0,345 | 0,335 | 0,324 |
| 0,8 | 0,310 | 0,308 | 0,305 | 0,301 | 0,295 | 0,289 | 0,282 | 0,273 |
| 0,9 | 0,260 | 0,258 | 0,256 | 0,253 | 0,249 | 0,244 | 0,238 | 0,231 |
| 1,0 | 0,219 | 0,218 | 0,216 | 0,214 | 0,210 | 0,207 | 0,202 | 0,197 |
| 2,0 | 0,049 | 0,049 | 0,049 | 0,048 | 0,048 | 0,047 | 0,047 | 0,046 |
| 3,0 | 0,013 | 0,013 | 0,013 | 0,013 | 0,013 | 0,013 | 0,013 | 0,012 |

| $u$ | $\bar{r}$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $10^{-4}$ | $10^{-3}$ | $5\cdot10^{-3}$ | $10^{-2}$ | $3\cdot10^{-2}$ |
| $10^{-6}$ | 13,208 | 10,518 | 0,223 | 0 | |
| $5\cdot10^{-6}$ | 11,624 | 11,11 | 3,812 | 0,334 | |
| $10^{-5}$ | 10,933 | 10,69 | 6,248 | 1,354 | 0 |
| $5\cdot10^{-5}$ | 9,326 | 9,285 | 8,344 | 6,002 | 0,391 |
| $10^{-4}$ | 8,633 | 8,614 | 0,17 | 6,931 | 1,389 |
| $5\cdot10^{-4}$ | 7,024 | 7,021 | 6,919 | 6,73 | 1,80 |
| $10^{-3}$ | 6,332 | 6,330 | 6,30 | 6,20 | 5,245 |
| $10^{-2}$ | 4,038 | 4,037 | 4,036 | 4,03 | 3,989 |
| $5\cdot10^{-2}$ | 2,468 | 2,468 | 2,468 | 2,467 | 2,460 |
| $10^{-1}$ | 1,823 | 1,823 | 1,823 | 1,823 | 1,820 |
| 0,2 | 1,223 | 1,223 | 1,223 | 1,223 | 1,222 |
| 0,3 | 0,906 | 0,906 | 0,906 | 0,906 | 0,905 |
| 0,5 | 0,540 | 0,540 | 0,540 | 0,540 | 0,540 |
| 0,7 | 0,374 | 0,374 | 0,374 | 0,374 | 0,374 |

Таблица 23

| 0,90 | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 5,0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,974 | 0,842 | 0,428 | 0,228 | 0,1247 | 0,0695 | 0,0392 | 0,0223 | 0,0074 |
| 0,974 | | | | | | | | |
| 0,973 | 0,842 | | | | | | | |
| 0,972 | 0,842 | | | | | | | |
| 0,970 | 0,841 | | | | | | | |
| 0,966 | 0,839 | | | | | | | |
| 0,959 | 0,836 | 0,428 | | | | | | |
| 0,951 | 0,832 | 0,428 | | | | | | |
| 0,941 | 0,826 | 0,427 | | | | | | |
| 0,930 | 0,819 | 0,427 | 0,228 | | | | | |
| 0,786 | 0,715 | 0,414 | 0,227 | 0,1247 | 0,0695 | | | |
| 0,648 | 0,601 | 0,381 | 0,221 | 0,1240 | 0,0694 | | | |
| 0,535 | 0,502 | 0,341 | 0,210 | 0,1217 | 0,0691 | 0,0392 | 0,0223 | |
| 0,444 | 0,421 | 0,301 | 0,194 | 0,1174 | 0,0681 | 0,0390 | 0,0223 | |
| 0,371 | 0,354 | 0,263 | 0,177 | 0,1112 | 0,0664 | 0,0386 | | |
| 0,312 | 0,300 | 0,229 | 0,160 | 0,1040 | 0,0639 | 0,0379 | | |
| 0,264 | 0,254 | 0,199 | 0,144 | 0,0961 | 0,0607 | 0,0368 | 0,0218 | 0,0074 |
| 0,224 | 0,217 | 0,173 | 0,128 | 0,0881 | 0,0572 | 0,0354 | 0,0213 | 0,0073 |
| 0,191 | 0,186 | 0,151 | 0,114 | 0,0803 | 0,0534 | 0,0338 | 0,0207 | 0,0073 |
| 0,045 | 0,044 | 0,039 | 0,034 | 0,0271 | 0,021 | 0,0156 | 0,0112 | 0,0051 |
| 0,012 | 0,012 | 0,011 | 0,010 | 0,0086 | 0,007 | 0,0057 | 0,0045 | 0,0025 |

Таблица 24

| $5 \cdot 10^{-2}$ | $10^{-1}$ | 0,3 | 0,5 | 1,0 | 1,2 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | | |
| 0,0878 | 0 | | | | |
| 0,214 | 0 | | | | |
| 2,521 | 0,303 | | | | |
| 3,781 | 0,976 | 0 | 0 | | |
| 3,85 | 3,342 | 0,889 | 0,202 | 0 | |
| 2,447 | 2,387 | 1,844 | 1,143 | 0,252 | |
| 1,816 | 1,796 | 1,594 | 1,268 | 0,513 | 0,343 |
| 1,221 | 1,215 | 1,152 | 1,039 | 0,665 | 0,540 |
| 0,905 | 0,902 | 0,874 | 0,820 | 0,620 | 0,527 |
| 0,540 | 0,538 | 0,538 | 0,532 | 0,450 | 0,421 |
| 0,374 | 0,373 | 0,370 | 0,362 | 0,328 | 0,320 |

| $u$ | $\bar{r}$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $10^{-4}$ | $10^{-3}$ | $5 \cdot 10^{-3}$ | $10^{-2}$ | $3 \cdot 10^{-2}$ |
| 1,2 | 0,158 | 0,158 | 0,158 | 0,158 | 0,158 |
| 1,4 | 0,116 | 0,116 | 0,116 | 0,116 | 0,116 |
| 1,6 | 0,0863 | 0,0863 | 0,0863 | 0,0863 | 0,0863 |
| 1,8 | 0,0647 | 0,0647 | 0,0647 | 0,065 | 0,0647 |
| 2 | 0,0489 | 0,0489 | 0,0489 | 0,0489 | 0,0489 |
| 2,2 | 0,0372 | 0,0372 | 0,0372 | 0,0372 | 0,0372 |
| 2,4 | 0,0284 | 0,0284 | 0,0284 | 0,0284 | 0,0284 |
| 2,6 | 0,0218 | 0,0218 | 0,0218 | 0,0218 | 0,0218 |
| 2,8 | 0,0169 | 0,0169 | 0,0169 | 0,0169 | 0,0169 |
| 3 | 0,013 | 0,013 | 0,013 | 0,013 | 0,013 |
| 3,5 | 0,007 | 0,007 | 0,007 | 0,007 | 0,007 |
| 4 | 0,0038 | 0,0038 | 0,0038 | 0,0038 | 0,0038 |
| 5 | 0,0011 | 0,0011 | 0,0011 | 0,0011 | 0,0011 |

| $u$ | $\bar{r}$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1,4 | 1,6 | 1,8 | 2 | 2,2 | 2,4 |
| $5 \cdot 10^{-2}$ | | | | | | |
| $10^{-1}$ | 0,236 | 0,170 | 0,128 | 0,101 | 0,081 | 0,067 |
| 0,2 | 0,423 | 0,320 | 0,243 | 0,196 | 0,165 | 0,140 |
| 0,3 | 0,437 | 0,362 | 0,296 | 0,256 | 0,219 | 0,189 |
| 0,5 | 0,382 | 0,343 | 0,306 | 0,268 | 0,239 | 0,210 |
| 0,7 | 0,295 | 0,278 | 0,257 | 0,231 | 0,153 | 0,144 |
| 1,2 | 0,141 | 0,136 | 0,131 | 0,125 | 0,119 | 0,144 |
| 1,4 | 0,106 | 0,103 | 0,099 | 0,096 | 0,093 | 0,089 |
| 1,6 | 0,080 | 0,078 | 0,076 | 0,074 | 0,072 | 0,069 |
| 1,8 | 0,061 | 0,059 | 0,058 | 0,057 | 0,055 | 0,054 |
| 2 | 0,046 | 0,045 | 0,045 | 0,044 | 0,043 | 0,042 |
| 2,2 | 0,035 | 0,035 | 0,034 | 0,034 | 0,033 | 0,032 |
| 2,4 | 0,027 | 0,027 | 0,026 | 0,026 | 0,026 | 0,025 |
| 2,6 | 0,021 | 0,021 | 0,021 | 0,020 | 0,020 | 0,020 |
| 2,8 | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,015 |
| 3 | 0,013 | 0,013 | 0,012 | 0,012 | 0,012 | 0,012 |
| 3,5 | 0,007 | 0,007 | 0,007 | 0,007 | 0,007 | 0,007 |
| 4 | 0,004 | 0,004 | 0,004 | 0,004 | 0,004 | 0,004 |
| 5 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 |

$T = km$, из которого производится откачка (такой горизонт ограничен либо сверху, либо снизу, либо сверху и снизу слабопроницаемыми раздельными слоями, отделяющими соседние обильные водоносные горизонты с постоянными напорами), в формуле (5.1) принимается

$$R(u_i, \bar{r}_i) = W(u_i, \bar{r}_i), \tag{5.20}$$

где $u_i = \frac{r_i^2}{4at}$, $B^2 = \frac{a}{b}$, $a = \frac{T}{\mu}$, а параметр $b$ принимается в зависимости от расположения прикрывающих раздельных слоев

| $5 \cdot 10^{-2}$ | $10^{-1}$ | 0,3 | 0,5 | 1,0 | 1,2 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,158 | 0,158 | 0,156 | 0,156 | 0,149 | 0,145 |
| 0,116 | 0,116 | 0,115 | 0,115 | 0,111 | 0,108 |
| 0,0863 | 0,0863 | 0,858 | 0,0854 | 0,0829 | 0,0814 |
| 0,0647 | 0,0647 | 0,0644 | 0,0642 | 0,0626 | 0,0616 |
| 0,0489 | 0,0489 | 0,0487 | 0,0485 | 0,0475 | 0,0469 |
| 0,0372 | 0,0372 | 0,037 | 0,037 | 0,0363 | 0,0359 |
| 0,0284 | 0,0284 | 0,0283 | 0,0283 | 0,0278 | 0,0276 |
| 0,0218 | 0,0218 | 0,0217 | 0,0217 | 0,0214 | 0,0212 |
| 0,0169 | 0,0169 | 0,0168 | 0,0168 | 0,0166 | 0,0164 |
| 0,013 | 0,013 | 0,013 | 0,013 | 0,0128 | 0,0128 |
| 0,007 | 0,007 | 0,007 | 0,0069 | 0,0069 | 0,0069 |
| 0,0038 | 0,0038 | 0,0038 | 0,0038 | 0,0037 | 0,0037 |
| 0,0011 | 0,0011 | 0,0011 | 0,0011 | 0,0011 | 0,0011 |

| 2,6 | 2,8 | 3 | 3,5 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,657 | 0,049 | 0,021 | | | |
| 0,117 | 0,097 | 0,079 | | 0,043 | |
| 0,163 | 0,134 | 0,109 | | 0,059 | |
| 0,184 | 0,162 | 0,143 | 0,106 | 0,080 | 0,051 |
| 0,134 | 0,126 | 0,143 | 0,098 | 0,088 | 0,057 |
| 0,108 | 0,102 | 0,096 | 0,83 | 0,071 | 0,05 |
| 0,085 | 0,081 | 0,077 | 0,068 | 0,060 | 0,045 |
| 0,067 | 0,064 | 0,062 | 0,055 | 0,049 | 0,038 |
| 0,052 | 0,050 | 0,049 | 0,044 | 0,040 | 0,032 |
| 0,041 | 0,039 | 0,038 | 0,035 | 0,032 | 0,027 |
| 0,032 | 0,031 | 0,030 | 0,028 | 0,025 | 0,022 |
| 0,025 | 0,024 | 0,024 | 0,022 | 0,021 | 0,018 |
| 0,019 | 0,019 | 0,019 | 0,018 | 0,016 | 0,014 |
| 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,014 | 0,013 | 0,012 |
| 0,012 | 0,012 | 0,011 | 0,012 | 0,010 | 0,009 |
| 0,006 | 0,006 | 0,003 | 0,006 | 0,003 | 0,005 |
| 0,004 | 0,004 | 0,004 | 0,003 | 0,003 | 0,003 |
| 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 |

следующим: $b = \frac{k_0}{\mu m_0}$ для схем, изображенных на рис. 27, *а*, *б*, $b = \frac{1}{\mu}\left(\frac{k_{0_1}}{m_{0_1}} + \frac{k_{0_2}}{m_{0_2}}\right)$ для схем, изображенных на рис. 27, *в*. При этом предполагается, что $H_0 \approx H_в \approx H_н$, где $H_в$ и $H_н$ — постоянные напоры в соседних горизонтах, $H_0$ — напор в основном горизонте до начала откачки. Кроме того, в раздельных слоях принимается жесткий режим фильтрации, т. е. водоотдача раздельных слоев пренебрегается.

Для широко распространенного трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем, в котором режим фильтрации принимается жестким ($\mu = 0$), понижения в хорошо проницаемых верхнем ($S_1$) и нижнем ($S_2$) слоях при откачке из нижнего слоя определяются по формуле (5.1), в которой $T = T_3$, а для определения сопротивлений $R_1$ и $R_2$ на основании приведенного

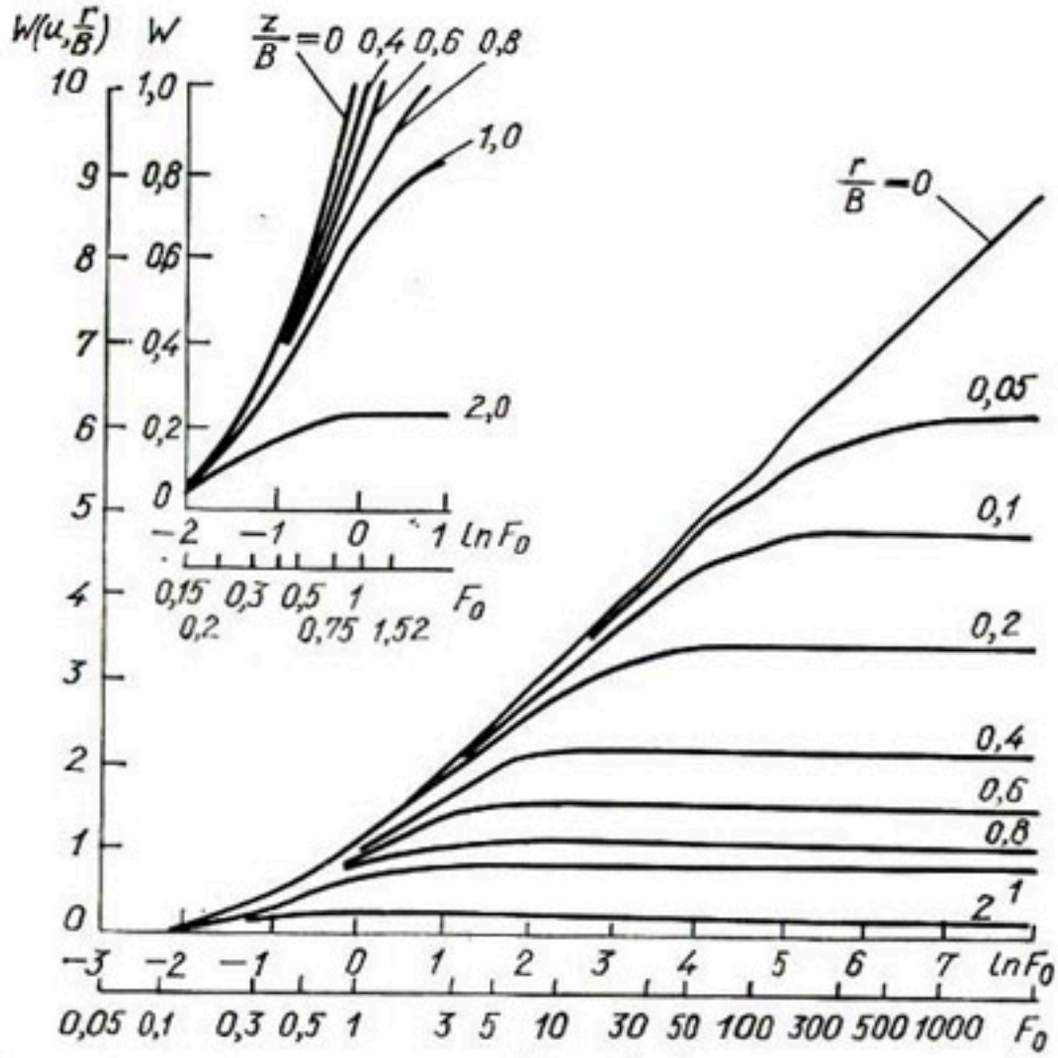



Рис. 25. График функции $W\left(u, \frac{r}{B}\right)$ (на графике $F_0 = \frac{1}{4u} = \frac{at}{r^2}$).

выше решения рекомендуются следующие формулы. Для времен $t < t_{**}$ из (4.84) и (4.85) после некоторых преобразований получаем

$$R_1(u_i, \bar{r}_i) = \alpha\left\{e^{\beta t}\left[W\left(u_i'', \frac{r_i}{B_*}\right) - W\left(u_i', \frac{r_i}{B_*}\right)\right] + W\left(u_i', \frac{r_i}{B_1}\right) - W\left(u_i'', \frac{r_i}{B_2}\right)\right\}, \tag{5.21}$$

$$R_2(u_i, \bar{r}_i) = W\left(u_i'', \frac{r_i}{B_2}\right), \tag{5.22}$$

где

$$\alpha = \frac{T_3}{T_1 - T_3}, \quad \beta = \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{a_2 - a_1}, \quad B_*^2 = \frac{a_2 - a_1}{b_2 - b_1};$$

для времен $t < t_* = 0{,}1\,\frac{m_2}{k_2}\left(\mu_1\,\frac{T_3}{T} + \mu_2\,\frac{T_1}{T}\right)$ удобно также воспользоваться зависимостями (4.87) и (4.88), которые в принятых обозначениях имеют вид

$$R_1(u_i, \bar{r}_i) = \frac{b_1 t}{1 - \frac{a_1}{a_2}}\left[(1 + u_i')\,Ei(-u_i') - (1 + u_i'')\,Ei(-u_i'') + \right.$$

$$\left. + e^{-u_i'} - e^{-u_i''}\right], \qquad (5.23)$$

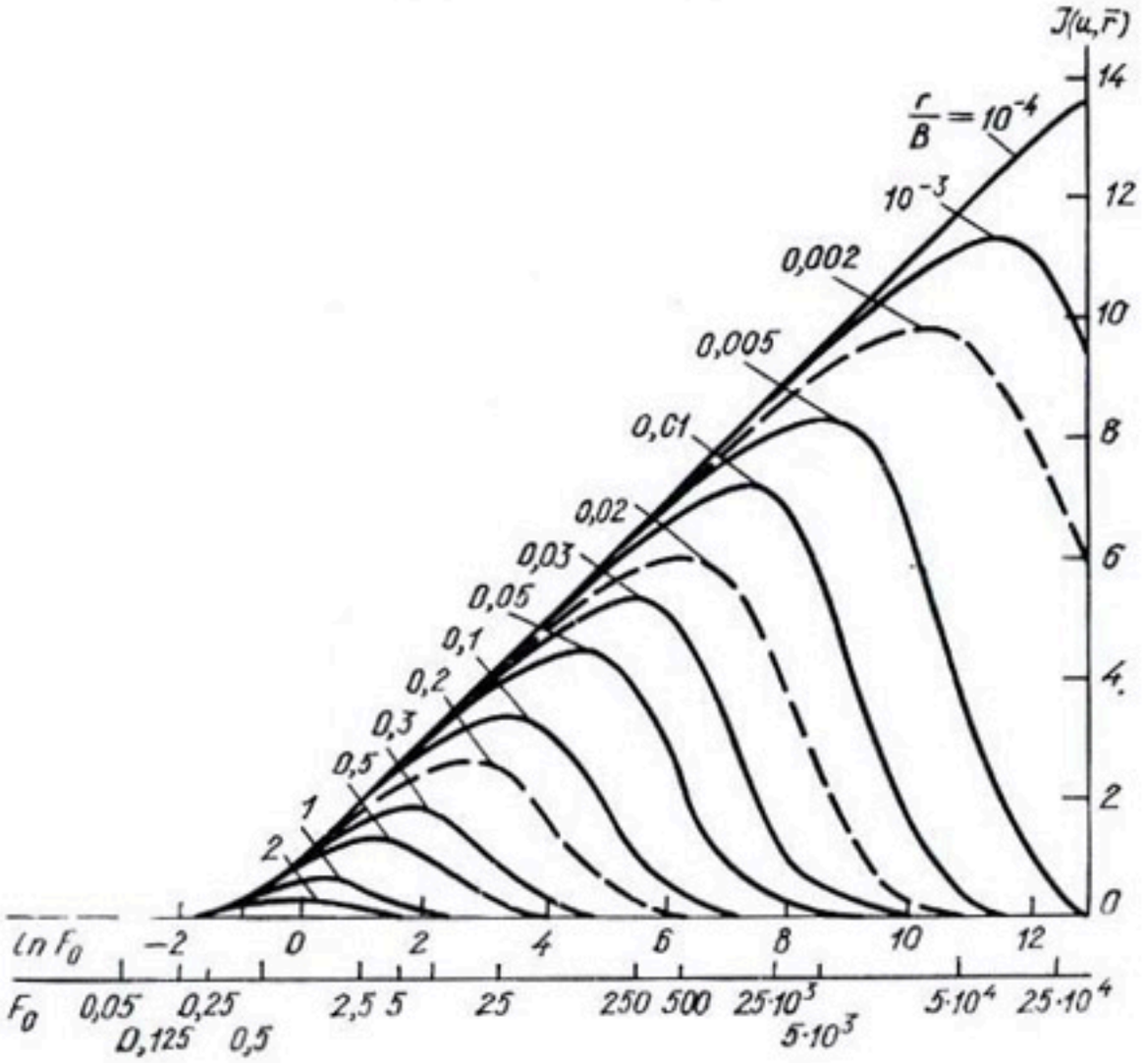



Рис. 26. График функции $I(u, \bar{r})$ $\left(\text{на графике } F_0 = \frac{1}{4u} = \frac{at}{r^2}\right)$.

$$R_2(u_i, \bar{r}_i) = R_1(u_i, \bar{r}_i) - Ei(-u_i''); \qquad (5.24)$$

для времен $t > t_{**} = 40\,\frac{m_2}{k_2}\,\frac{\mu_1 T_3 - \mu_2 T_1}{\Gamma\left(\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_1}{T_3}\right)}$ вместо (5.21) и (5.22) необходимо пользоваться зависимостями (4.89) и (4.90), которые при $b_0 t \geqslant 5$ можно упростить к виду

$$R_1(u_i, \bar{r}_i) = \alpha_0\left[-W\left(u_i^0, \frac{r_i}{B_0}\right) - Ei(-u_i) - I\left(u_i, \frac{r_i}{B}\right)\right], \qquad (5.25)$$

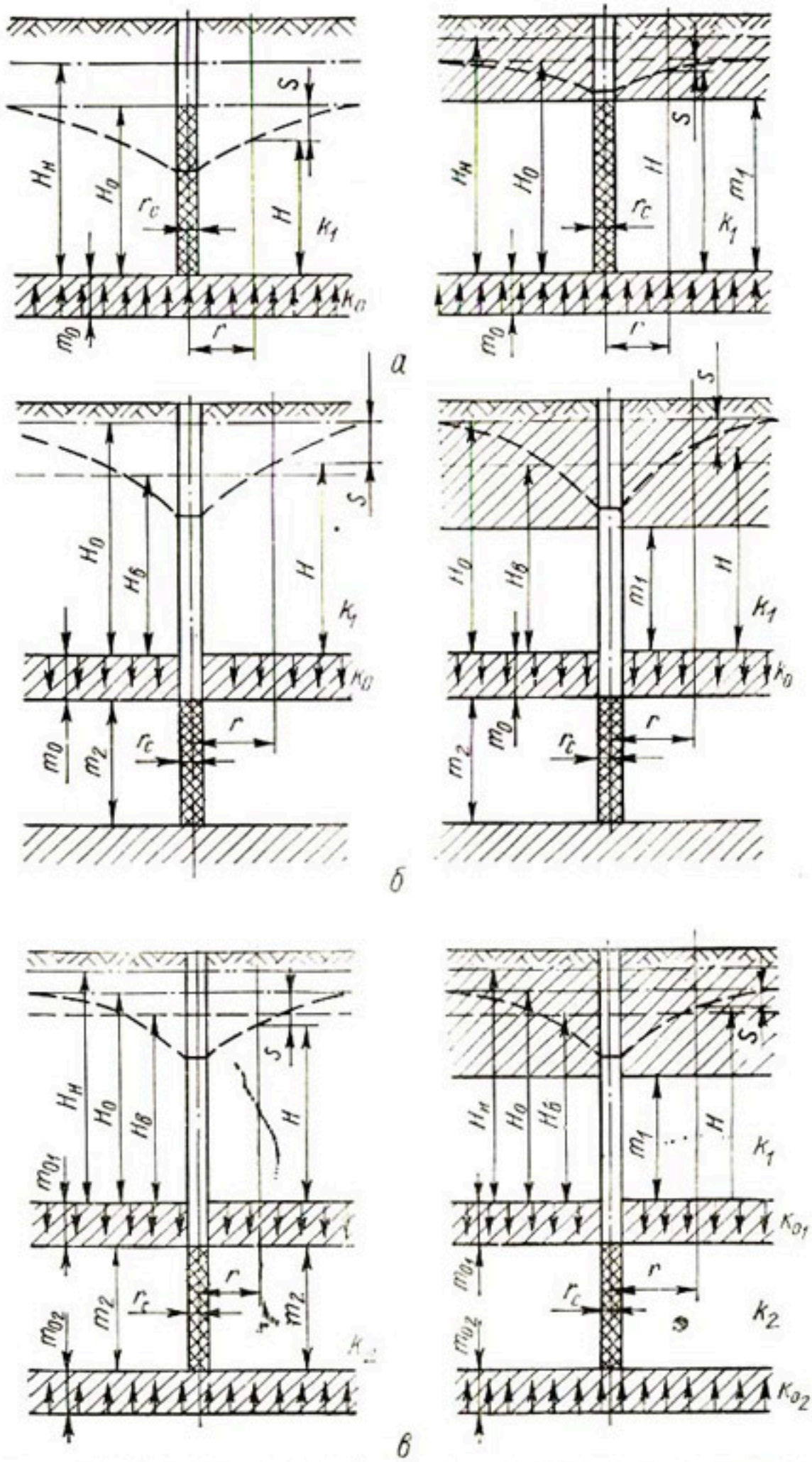



Рис. 27. Расчетные схемы фильтрации к скважинам в слоистых грунтах с раздельными слоями.

$$R_2(u_i, \bar{r}_i) = R_1(u_i, \bar{r}_i) + \alpha_0 \frac{b}{b_1}\left[\left(1 - \frac{a_1}{a}\right) I\left(u_i, \frac{r_i}{B}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{a_1 b_0}{a_0 b} W\left(u_i^0, \frac{r_i}{B_0}\right)\right]. \qquad (5.26)$$

Здесь

$$a = \frac{T}{\mu}, \quad a_0 = \frac{T}{\mu_1 \frac{T_3}{T_1} + \mu_2 \frac{T_1}{T_3}}, \quad b_0 = \frac{k_2}{m_2} \frac{T^2}{\mu_2 T_1^2 + \mu_1 T_3^2},$$

$$b = \frac{b_0}{1 - \frac{a_0}{a}}, \quad \alpha_0 = \left(\frac{B_0}{B_1}\right)^2, \quad B_0^2 = \frac{a_0}{b_0}, \quad B^2 = \frac{a}{b},$$

$$u_i^0 = \frac{r_i^2}{4a_0 t}, \quad u_i = \frac{r_i^2}{4at}, \quad T = T_1 + T_3, \quad \mu = \mu_1 + \mu_2.$$

Положив в этих формулах для трехслойного грунта $a_1 = 0$, получим приведенные выше зависимости для двухслойного грунта, а положив $a_1 = b_1 = b_2 = 0$, получим зависимость (5.10) для однородного грунта. При откачке из верхнего слоя трехслойного грунта расчет понижений $S_1$ и $S_2$ выполняется также по формуле (5.1), в которой принимается $T = T_1$, а для вычисления сопротивлений $R_1$ и $R_2$ можно воспользоваться приведенными формулами, сделав в них замену параметров $a_2$, $b_2$ соответственно на $a_1$, $b_1$ и наоборот — $a_1$, $b_1$ на $a_2$, $b_2$. Тогда для времен $t < t_{**}$ получим следующие выражения для $R_1$ и $R_2$:

$$R_1(u_i, \bar{r}_i) = W\left(u_i', \frac{r_i}{B_1}\right), \qquad (5.27)$$

$$R_2(u_i, \bar{r}_i) = \bar{\alpha}\left\{e^{\bar{\beta}t}\left[W\left(u_i', \frac{r_i}{B_*}\right) - W\left(u_i'', \frac{r_i}{B_*}\right)\right] + \right.$$
$$\left. + W\left(u_i'', \frac{r_i}{B_2}\right) - W\left(\bar{u}_i', \frac{r_i}{B_1}\right)\right\}, \qquad (5.28)$$

где

$$\bar{\alpha} = \frac{T_1}{T_3 - T_1}, \quad \bar{\beta} = \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_1 - a_2}, \quad \overline{B}_*^2 = \frac{a_1 - a_2}{b_1 - b_2}.$$

Выражения для $R_1$ и $R_2$ при малых и больших временах получаются аналогичным образом.

Для различных частных случаев значений отдельных параметров расчетные формулы упрощаются. Например, при $a_1 = a_2 = a$ и $T_3 \neq T_1$ формулы для вычисления сопротивлений $R_1$ и $R_2$ принимают вид

$$R_1(u_i, \bar{r}_i) = \frac{T_3}{T_3 - T_1}\left[W\left(u_i, \frac{r_i}{B_2}\right) - W\left(u_i, \frac{r_i}{B_1}\right)\right], \qquad (5.29)$$

$$R_2(u_i, \bar{r}_i) = W\left(u_i, \frac{r_i}{B_2}\right) \qquad (5.30)$$

для времени $t < t_{**}$;

$$R_1(u_i, \bar{r}_i) = -\frac{b_1}{b_1 + b_2}\left[W\left(u_i, \frac{r_i}{B_{**}}\right) + Ei(-u_i)\right], \quad (5.31)$$

$$R_2(u_i, \bar{r}_i) = R_1(u_i, \bar{r}_i) + W\left(u_i, \frac{r_i}{B_{**}}\right), \quad B_{**}^2 = \frac{a}{b_1 + b_2} \quad (5.32)$$

для времен $t > t_{**}$; при $a_1 = a_2 = a$, $b_1 = b_2 = b$

$$R_1(u_i, \bar{r}_i) = -0{,}5\left[Ei(-u_i) + W\left(u_i, \frac{r_i}{B}\right)\right], \quad (5.33)$$

$$R_2(u_i, \bar{r}_i) = -0{,}5\left[Ei(-u_i) - W\left(u_i, \frac{r_i}{B}\right)\right], \quad B^2 = \frac{a}{b} \quad (5.34)$$

для времен $t \geqslant t_{**}$; при $T_1 = T_3 = 0{,}5T$ и $a_1 \neq a_2$ для $t > t_{**}$

$$R_1(u_i, \bar{r}_i) = -0{,}5\left[Ei(-u_i) + W\left(u_i, \frac{r_i}{B_0}\right)\right], \quad (5.35)$$

$$R_2(u_i, \bar{r}_i) = -0{,}5\left[Ei(-u_i) - W\left(u_i, \frac{r_i}{B_0}\right)\right], \quad (5.36)$$

где $B_0^2 = \frac{a_0}{b_0} = 0{,}25\frac{Tm_2}{k_2}$, $a_0 = a = \frac{T}{\mu}$. Согласно работе [17], зависимости (5.31) — (5.34) становятся точными для любых времен.

Замечания к расчетам. 1. Для слоистых водоносных толщ вычисление понижений $S_1$ для случая $t < t_{**}$ в верхнем слое производится с большей точностью и достоверностью, чем в нижнем слое, из которого осуществляется откачка. Этот вывод следует из анализа приведенного выше решения задачи и сделанных при построении расчетных зависимостей ограничений.

2. Если скважины начинают работать в момент времени $t_i'$, то значения сопротивлений нужно принимать следующими:

$$R(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_i', \\ R(t - t_i') & \text{при } t \geqslant t_i', \end{cases} \quad (5.37)$$

т. е. во всех зависимостях вместо $t$ принимается $t - t_i'$, где $t_1'$, $t_2'$, ..., $t_i'$ — время начала откачки из 1, 2, ..., $i$-й скважины.

3. Если скважины начинают работать в момент времени $t_i'$ и прекращают в момент $t_i''$, то значения сопротивлений должны быть такими:

$$R(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_i', \\ R(t - t_i') & \text{при } t_i' \leqslant t < t_i'', \\ R(t - t_i') - R(t - t_i'') & \text{при } t \geqslant t_i'' = t_i' + t_0, \end{cases} \quad (5.38)$$

где $t_1''$, $t_2''$, ..., $t_i''$ — время прекращения откачки (начала восстановления уровня) 1, 2, ..., $i$-й скважины, $t_0 = t_i'' - t_i'$ — длитель-

ность периода откачки от включения до остановки скважины (и начала восстановления уровня).

4. Для определения понижения в $i$-й скважине в случае совершенных скважин в пределах дренируемых слоев в расчетных формулах необходимо положить $r_i = r_{c_i}$. В случае несовершенных скважин понижение непосредственно в скважине определяется по формуле

$$S_c(t) = S_c'(t) + \frac{Q}{T_j}\Phi_j \qquad (j = 1, 3), \tag{5.39}$$

где $S_c'(t)$ — аналогичное понижение совершенной скважины в пределах дренируемого $j$-го слоя проводимостью $T_j$, $\Phi_j$ — сопротивление на несовершенство в пределах этого слоя.

5. Влияние инфильтрационного питания постоянной интенсивностью $\varepsilon$ в рассматриваемой неограниченной области фильтрации может быть приближенно учтено путем уменьшения найденных понижений на величину $S_{\varepsilon_i}$, которая определяется следующим образом: для двухслойного грунта, согласно работе [87],

$$S_{\varepsilon_2} = \frac{\varepsilon t}{\mu}\left[1 - \frac{1}{(b_1 + b_2)\,t}(1 - e^{-(b_1+b_2)t})\right]; \tag{5.40}$$

при $(b_1 + b_2)\,t > 5$ выражение (5.40) упрощается к виду

$$S_{\varepsilon_2} = \frac{\varepsilon t}{\mu}; \tag{5.41}$$

при $b_1 t > 3 \div 5$ принимается

$$S_{\varepsilon_1} = \frac{\varepsilon t}{\mu_1}\left[1 - \frac{1}{b_1 t}\left(\frac{\mu_2}{\mu}\right)^2 (1 - e^{-(b_1+b_2)t})\right], \tag{5.42}$$

для трехслойного грунта

$$S_{\varepsilon_1} \approx \frac{\varepsilon}{b_1\mu_1}(1 - e^{-b_1 t}). \tag{5.43}$$

Если инфильтрационное питание действует на ограниченной площади, то для приближенного определения величины $S_{\varepsilon_1}$ можно воспользоваться рекомендациями, изложенными в работе [53].

По полученным зависимостям проведены расчеты понижений $S$ в водоносных слоях трехслойного грунта при широком изменении фильтрационных параметров $a$ и $b$. На рис. 28 изображены графики зависимости понижений $S_1$ от $t$, полученные для малых времен на расстояниях 10 (кривая *1*) и 40 м (*2*) от скважины, осуществляющей откачку постоянным дебитом из нижнего основного горизонта. В этом случае, согласно приведенной выше оценке, расчет по более точной формуле (5.23) возможен для $t \leqslant 20$ суток, причем ошибка при 20 сутках не превышает 10% и меньше 10% для $t < 20$ суток. Как видно из рис. 28, в пределах возможного сопоставления результаты приближенных расчетов отличаются от точных не более чем на 5—10%. Это позволяет говорить о

достаточной для практических расчетов точности приближенных формул.

На рис. 29 приведены графики зависимости понижения $S_1$ от $t$, полученные по приближенной (штриховые кривые) и более точной (сплошные кривые) формулам (5.21) и (5.25) для больших времен $t$. Здесь изображены три группы кривых, соответствующие

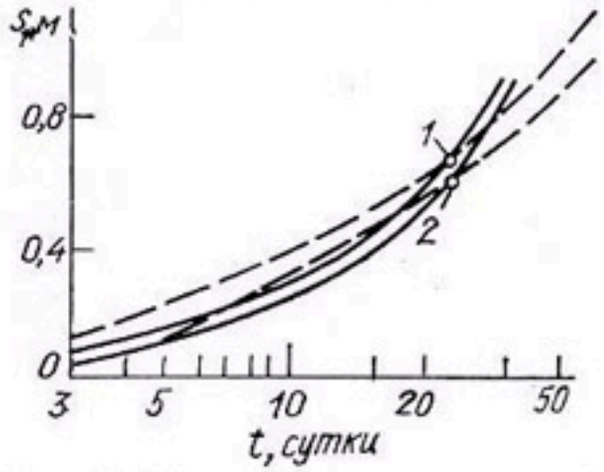



Рис. 28. Зависимости понижения $S_1$ от времени:

сплошная кривая — результаты, полученные по формуле (5.23), штриховая — по формуле (5.21).

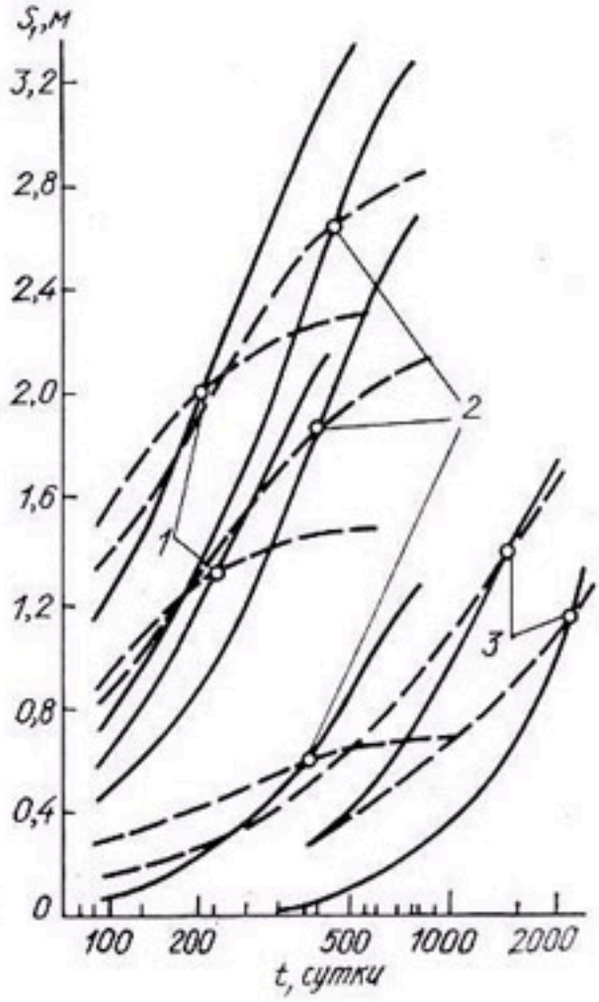



Рис. 29. Зависимости понижения $S_1$ от времени.

различным фильтрационным параметрам трехслойного грунта. Кривые *1—3* рассчитаны при следующих исходных параметрах: $a_1 = 200$, 100 и 100 м²/сутки; $a_2 = 1{,}33 \cdot 10^4$, $1{,}33 \cdot 10^5$ и $10^6$ м²/сутки; $T_1 = 20$, 10 и 10 м²/сутки; $T_3 = 400$, 400 и 500 м²/сутки; $\mu_1 = 0{,}1$; $\mu_2 = 0{,}03$; 0,003 и 0,0005; $k_2 = 0{,}01$; 0,005 м/сутки; $m_2 = 10$ м; $Q = 4000$ м³/сутки.

Как и следовало ожидать из расчетов, при более проницаемом раздельном слое понижение уровня в верхнем слое происходит более интенсивно и заметно в условиях непродолжительных откачек из нижнего слоя и, наоборот, при менее проницаемом раздельном слое требуется продолжительная во времени откачка для существенного понижения уровня в верхнем слое. Согласно приведенной выше оценке, для больших значений $t$ расчет по формуле (5.25) дает некоторый оценочный момент времени $t_{**}$, начиная с которого можно с точностью до 10% использовать в расчетах эту формулу.

Для трех рассматриваемых случаев момент времени $t_{**}$ соответственно равен 180, 200 и 1560 суткам. Понижения $S_1$, рассчи-

танные по более точной формуле (5.25), с момента $t_{**}$ и до некоторого момента $t_к$ отличаются от понижений $S_1$, рассчитанных по приближенной формуле (5.21), в пределах возможного сопоставления времени $t_к - t_{**}$ примерно для всех рассмотренных параметров и любых расстояний $r$ не более чем на 10—15%. Для рассматриваемых случаев момент $t_к$ соответственно равен 240, 540 и 3000 суток. Начиная с $t_к$ кривые изменения $S_1$ по точным и приближенным формулам резко расходятся, а это значит, что приближенные формулы при $t > t_к$ использовать нельзя. На рис. 30 показаны изменения понижений $S_1$, рассчитанные по формуле (5.21) (штриховые кривые) и построенные по данным наблюдений (сплошные кривые) в период опытно-эксплуатационных откачек скважинами 1—3 из нижнего слоя трехслойной толщи на одном из орошаемых массивов юга Украины. Видно, что результаты расчетов хорошо согласуются с данными натурных наблюдений.

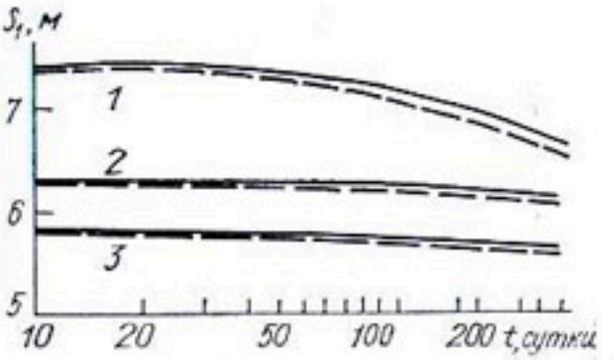



Рис. 30. Сопоставление расчетных понижений $S_1$ с данными натурных наблюдений:

*1 — 3* — наблюдаемые скважины, сплошная кривая — по результатам расчетов, штриховая — по данным натурных наблюдений.

*Пример*. Определить понижения на период 100 и 500 суток в точке $M$ неограниченной области фильтрации, в которой действует выборочный вертикальный дренаж из пяти скважин. Расстояния от скважин до точки $M$: $r_1 = 500$, $r_2 = 361$, $r_3 = 300$, $r_4 = 361$, $r_5 = 500$ м. Водоносная толща представлена трехслойным грунтом с параметрами: $m_1 = 10$ м, $k_1 = 5$ м/сутки, $\mu_1 = 0{,}12$; $m_2 = 5$ м, $k_2 = 0{,}01$ м/сутки, $m_3 = 15$ м, $k_3 = 15$ м/сутки, $\mu_2 = 0{,}002$.

Откачка одинаковыми дебитами $Q = 2500$ м³/сутки осуществляется из нижнего слоя скважинами, совершенными относительно этого слоя. Предварительно находим

$$a_1 = \frac{5 \cdot 10}{0{,}12} = 417, \quad a_2 = \frac{15 \cdot 15}{0{,}002} = 11{,}25 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{сутки};$$

$$b_1 = \frac{0{,}01}{5 \cdot 0{,}12} = 0{,}017, \quad b_2 = \frac{0{,}01}{5 \cdot 0{,}002} = 1{,}0 \text{ сутки}^{-1};$$

$$T_1 = 50, \quad T_3 = 225, \quad T = 275 \text{ м}^2/\text{сутки};$$

$$B_1 = \sqrt{\frac{417}{0{,}017}} = 156{,}6, \quad B_2 = \sqrt{\frac{11{,}25 \cdot 10^4}{1}} = 335 \text{ м}.$$

Понижения рассчитываем по формуле (5.1), в которой сопротивление $R$ для времени $t = 100 < t_{**} = 456$ суток вычисляется по формулам (5.21) и (5.22) (предварительно находим $\alpha = -1{,}285$, $\beta = -0{,}133$, $B_* = 338$ м):

$$R_1(u_1, \bar{r}_1) = -1{,}285 \{e^{-0{,}0133 \cdot 100} [W(0{,}0055;\ 15) - W(1{,}5;\ 1{,}5)] +$$

$$+ W(1{,}5;\ 3{,}2) - W(0{,}0055;\ 1{,}5)\} = -1{,}285\,\{0{,}264\,[0{,}428 - $$
$$- 0{,}095] + 0{,}031 - 0{,}428\} = 0{,}40; \quad R_1(u_2, \bar{r}_2) = 0{,}65;$$
$$R_1(u_3, \bar{r}_3) = 0{,}79; \quad R_1(u_4, \bar{r}_4) = 0{,}65; \quad R_1(u_5, \bar{r}_5) = 0{,}40;$$
$$R_2(u_1, \bar{r}_1) = 0{,}43; \quad R_2(u_2, \bar{r}_2) = 0{,}76; \quad R_2(u_3\ \bar{r}_3) = 0{,}97;$$
$$R_2(u_4, \bar{r}_4) = 0{,}76; \quad R_2(u_5, \bar{r}_5) = 0{,}43.$$

Отсюда

$$S_1 = \frac{2500}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 225}(0{,}40 + 0{,}65 + 0{,}79 + 0{,}65 + 0{,}40) = 2{,}56 \text{ м};$$

$$S_2 = \frac{2500}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 225}(0{,}43 + 0{,}76 + 0{,}97 + 0{,}76 + 0{,}43) = 2{,}96 \text{ м}.$$

Для $t = 500 > t_{**} = 456$ суток сопротивление $R$ рассчитываем по формулам (5.25) и (5.26) (предварительно вычисляем $a_0 = 509{,}3$ м²/сутки, $b_0 = 0{,}025$ сутки $^{-1}$, $a = 2254{,}1$ м²/сутки, $b = 0{,}032$ сутки $^{-1}$, $B = 264$ м, $B_0 = 142{,}7$ м, $B_{00} = 264{,}1$ м):

$$R_1(u_1, \bar{r}_1) = 0{,}83\,[-W(0{,}245;\ 3{,}5) - Ei(-0{,}055) -$$
$$- I(0{,}055;\ 1{,}89)] = 0{,}83\,(-0{,}039 + 2{,}378 - 0) = 1{,}94;$$

$$R_2(u_1, \bar{r}_1) = 1{,}94 + 0{,}83\,\frac{0{,}032}{0{,}017}\left(0 + \frac{417 \cdot 0{,}025}{509{,}3 \cdot 0{,}032}\,0{,}039\right) = 1{,}98;$$

$$R_1(u_2, \bar{r}_2) = 2{,}39; \quad R_1(u_3, \bar{r}_3) = 2{,}61; \quad R_1(u_4, \bar{r}_4) = 2{,}39;$$
$$R_1(u_5, \bar{r}_5) = 1{,}94; \quad R_2(u_2, \bar{r}_2) = 2{,}50; \quad R_2(u_3, \bar{r}_3) = 2{,}81;$$
$$R_2(u_4, \bar{r}_5) = 2{,}50; \quad R_2(u_5, \bar{r}_5) = 1{,}98.$$

Тогда

$$S_1 = \frac{2500}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 225}(1{,}94 + 2{,}39 + 2{,}61 + 2{,}39 + 1{,}94) = 9{,}92 \text{ м};$$

$$S_2 = \frac{2500}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 225}(1{,}98 + 2{,}50 + 2{,}18 + 2{,}50 + 1{,}98) = 10{,}40 \text{ м}.$$

## § 2. ПРЯМОЛИНЕЙНЫЙ РЯД СКВАЖИН В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ ФИЛЬТРАЦИИ

При расчетах притока к прямолинейному ряду скважин удобно воспользоваться приведением его при помощи метода фильтрационных сопротивлений к совершенной траншее. Это позволяет с достаточной для практики точностью изучить фильтрационный поток на расстоянии от скважин, превышающем расстояние между ними. Обоснование возможности перехода по методу фильтрационных сопротивлений от бесконечного ряда скважин к эквивалентной по действию на расстоянии примерно $x > \sigma$ совершенной тран-

шее приведено в работах [25, 53, 64, 114]. При этом с течением времени действие совершенной траншеи приближается по величине к действию бесконечного ряда скважин тем быстрее, чем меньше расстояние между ними. Кроме того, для удобства и упрощения в исследованиях часто оперируют схемой бесконечного ряда, под которой обычно понимают линейный ряд скважин значительной протяженности. Поэтому представляет большой практический интерес выяснение условий, при которых линейный ряд $p$ скважин в инженерных расчетах можно считать бесконечным. Некото-

Таблица 25

| Понижение | $\sigma^2/4at$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $5\cdot10^{-3}$ | $10^{-2}$ | $2\cdot10^{-2}$ | $5\cdot10^{-2}$ | $10^{-1}$ | $2\cdot10^{-1}$ | $5\cdot10^{-1}$ | 1 |
| $S_c$ | 21 | 17 | 11 | 9 | 7 | 5 | 3 | 3 |
| $S_\sigma$ | 15 | 9 | 7 | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 |
| $S_c$ | 29 | 21 | 15 | 11 | 9 | 7 | 5 | 3 |
| $S_\sigma$ | 19 | 11 | 9 | 9 | 5 | 5 | 3 | 3 |

рые рекомендации по этому вопросу изложены в работах [25, 53, 64, 114]. В частности, по данным работы [53] нами составлена табл. 25; в ней указывается количество скважин $p$ конечного ряда, в котором расхождение между понижениями $S_c$ (в центральной скважине) и $S_\sigma$ (посредине между центральной и соседней скважинами) не будет превышать соответственно 10 (две верхние строки табл. 25) и 5% (две нижние строки) по сравнению с аналогичными понижениями в случае бесконечного ряда. Из табл. 25 следует, что с достаточной для практики точностью во многих случаях схема бесконечного ряда может быть использована при расчете линейных рядов с конечным числом скважин.

Ниже рассматривается действие такого ряда, приведенного к совершенной траншее, в неограниченной области фильтрации с различным строением водоносной толщи.

Понижения уровня $S_i$ в слоях трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем при откачках из нижнего слоя с дебитом $Q = q\sigma$ определяются по следующим зависимостям, составленным на основании приведенного выше решения: для времен $t < t_{**}$ из (4.95) – (4.97) после некоторых преобразований получаем

$$S_i(x, t) = \frac{qx}{T_3} R_i(x, t); \tag{5.44}$$

$$R_1(x, t) = \alpha\left\{e^{\beta t}\left[\Psi\left(\tau_2, \frac{x}{B_*}\right) - \Psi\left(\tau_1, \frac{x}{B_*}\right)\right] + \Psi\left(\tau_1, \frac{x}{B_1}\right) - \Psi\left(\tau_2, \frac{x}{B_2}\right)\right\}; \tag{5.45}$$

$$R_2(x, t) = \Psi\left(\tau_2, \frac{x}{B_2}\right), \tag{5.46}$$

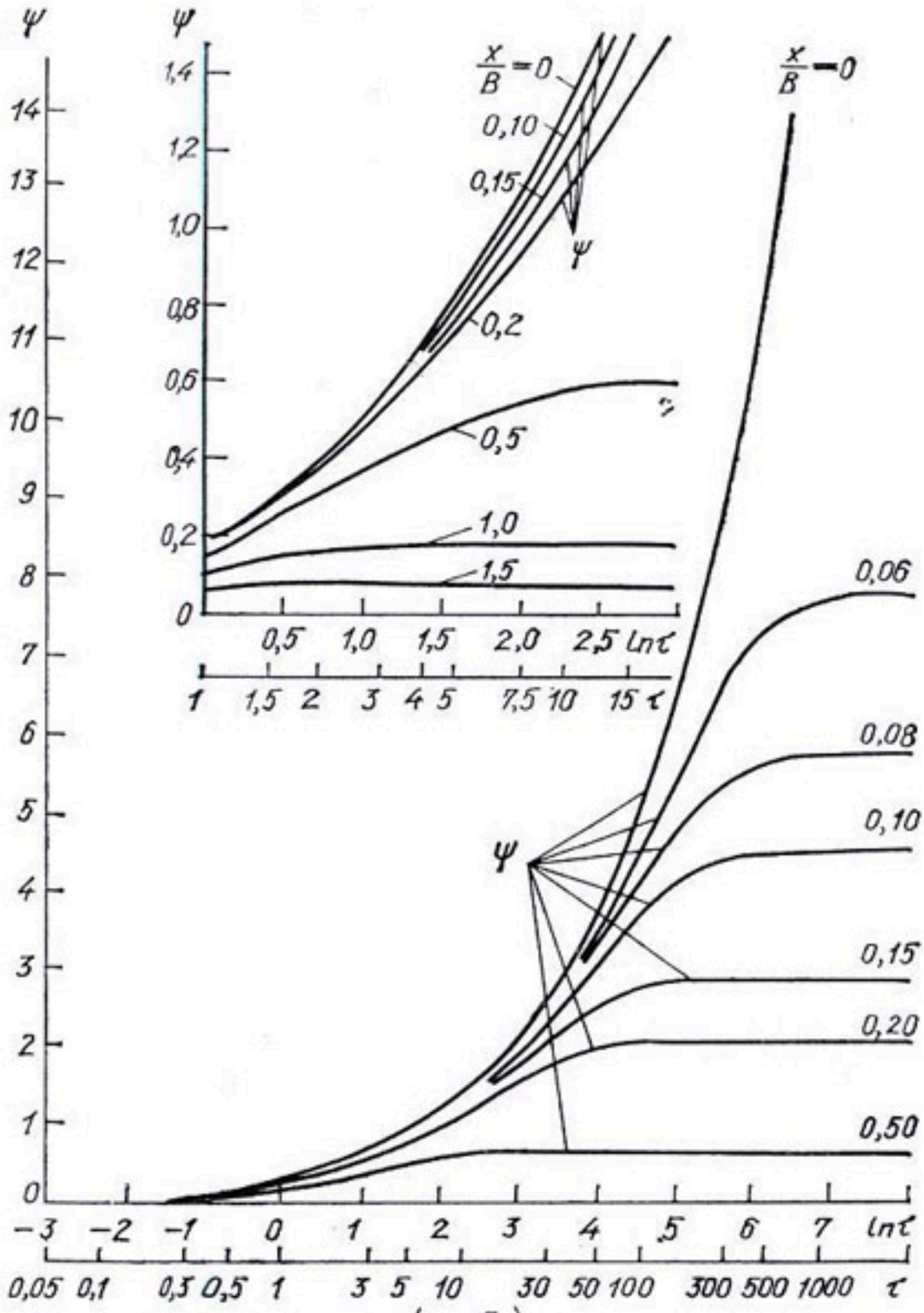



Рис. 31. График функции $\Psi\left(\tau, \frac{x}{B}\right)$.

где

$$\Psi\left(\tau_i, \frac{x}{B_i}\right) = \frac{B_i}{4x}\left[e^{-\frac{x}{B_i}}\operatorname{erfc}\zeta_i - e^{\frac{x}{B_i}}\operatorname{erfc}\eta_i\right];$$

$$\zeta_i = \frac{1}{2\sqrt{\tau_i}} - \frac{x}{B_i}\sqrt{\tau_i}\,, \quad \eta = \frac{1}{2\sqrt{\tau_i}} + \frac{x}{B_i}\sqrt{\tau_i}\,; \qquad (5.47)$$

$\tau_i = \frac{a_i t}{x^2}$; $\operatorname{erfc} z = 1 - \Phi(z)$; $\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{-\alpha} d\alpha$ — известный интеграл вероятности. На графике рис. 31 и в табл. 26 приведены

значения функций $\Psi$ для различных параметров $\tau$ и $\frac{x}{B}$; графики заимствованы из работы [17].

Среднее понижение вблизи ряда скважин ($x = 0$), примерно равное понижению посредине между скважинами, составит:

$$S_i(0, t) = \frac{q}{2T_3} R_i(0, t); \tag{5.48}$$

$$R_1(0, t) = \alpha\left\{e^{\beta t} B_* \left[\Phi\left(\frac{\sqrt{a_2 t}}{B_*}\right) - \Phi\left(\frac{\sqrt{a_1 t}}{B_*}\right)\right] + \right.$$

$$\left. + B_1 \Phi(\sqrt{b_1 t}) - B_2 \Phi(\sqrt{b_2 t})\right\}; \tag{5.49}$$

$$R_2(0, t) = B_2 \Phi(\sqrt{b_2 t}). \tag{5.50}$$

В приведенных формулах $\alpha = \frac{T_3}{T_1 - T_3}$, $\beta = \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{a_2 - a_1}$, $B_*^2 = \frac{a_2 - a_1}{b_2 - b_1}$, $B_1^2 = \frac{a_1}{b_1}$, $B_2^2 = \frac{a_2}{b_2}$. Остальные обозначения те же, что и раньше.

Понижение в скважине

$$S_c(t) = S_2(0, t) + \frac{q}{T_3} \Phi_p^{"}; \tag{5.51}$$

здесь сопротивление ряда $\Phi_p^{"}$ находится по формуле (3.5) для нижнего слоя.

Более точно понижения по линии расположения скважин ($x = 0$) в любой точке $A$ $(0, y)$ можно определить по зависимости

$$S_i(r, t) = \frac{Q}{4\pi T_3} \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} R(u_i, \bar{r}_i), \tag{5.52}$$

в которой при вычислении сопротивлений $R$ по формулам (5.21) и (5.22) принимается $r_i^2 = (y - i\sigma)^2$. При этом понижение в центральной скважине ($i = 0$, $y = r_c$)

$$S_c(r_c, t) = \frac{Q}{4\pi T_3}\left[4\pi\Phi(b_2) + R_2(u_c, \bar{r}_c) + 2\sum_{i=1}^{\infty} R_2(u_i, \bar{r}_i)\right], \tag{5.53}$$

где $r_i^2 = i^2\sigma^2$.

В практических расчетах достаточно ограничиться несколькими первыми членами ряда. Кроме того, действительный ряд состоит из конечного числа $p = 2n + 1$ скважин, расчет которого производится по формуле (5.2) с использованием (5.5). Сделанное при описании предыдущей схемы замечание относительно расчетных формул до времен $t < t_{**}$ справедливо и для данной схемы.

Для времен $t < t_* = 0{,}1 \frac{m_2}{k_2} \frac{\mu_1 T_3 + \mu_2 T}{T}$ удобно также воспользоваться зависимостями (4.99) и (4.100). В этом случае среднее

| $\tau$ | $\sqrt{\tau}$ | $x/B$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 0,06 | 0,08 | 0,1 | 0,15 |
| 0,08 | 0,29 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 |
| 0,14 | 0,37 | 0,006 | 0,006 | 0,005 | 0,005 |
| 0,22 | 0,47 | 0,02 | 0,02 | 0,02 | 0,02 |
| 0,37 | 0,61 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| 0,61 | 0,78 | 0,11 | 0,11 | 0,11 | 0,11 |
| 1,00 | 1,00 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,20 |
| 1,65 | 1,28 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,33 |
| 2,72 | 1,65 | 0,51 | 0,51 | 0,51 | 0,50 |
| 4,48 | 2,12 | 0,76 | 0,75 | 0,75 | 0,73 |
| 7,39 | 2,72 | 1,07 | 1,07 | 1,05 | 1,02 |
| 12,2 | 3,49 | 1,48 | 1,47 | 1,46 | 1,40 |
| 20,1 | 4,48 | 2,00 | 1,46 | 1,89 | 1,74 |
| 33,1 | 5,76 | 2,65 | 2,56 | 2,45 | 2,18 |
| 54,6 | 7,40 | 3,43 | 3,26 | 3,05 | 2,48 |
| 90,0 | 9,49 | 4,0 | 4,00 | 3,63 | 2,72 |
| 148 | 12,2 | 5,43 | 4,72 | 4,10 | 2,84 |
| 244 | 15,6 | 6,31 | 5,29 | 4,39 | 2,87 |
| 403 | 20,1 | 7,11 | 5,63 | 4,50 | 2,86 |
| 665 | 25,8 | 7,61 | 5,75 | 4,52 | 2,87 |
| 1096 | 33,1 | 7,81 | 5,77 | 4,52 | 2,87 |
| 1808 | 42,5 | 7,84 | 5,77 | 4,52 | 2,87 |
| 2980 | 54,6 | 7,85 | 5,77 | 4,52 | 2,87 |

понижение вблизи скважин ($x = 0$)

$$S_1(0, t) = \frac{qb_1 t}{T_3\left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right)}\left(\sqrt{\frac{a_2 t}{\pi}} - \sqrt{\frac{a_1 t}{\pi}}\right), \qquad (5.54)$$

$$S_2(0, t) = S_1(0, t) + \frac{q}{T_3}\sqrt{\frac{a_2 t}{\pi}}. \qquad (5.55)$$

Для $t > t_{**}$ вместо формул (5.45) и (5.46) необходимо пользоваться зависимостями (4.101) и (4.102), которые при $b_0 t \geqslant 5$ можно упростить к виду

$$R_1(x, t) = \alpha_0\left\{\frac{B}{x}\left[\sqrt{bt}\, P(\lambda) - \frac{1}{2} I_*\left(bt, \frac{x}{B}\right)\right] - \Psi\left(\tau_0, \frac{x}{B_0}\right)\right\}; \qquad (5.56)$$

$$R_2(x, t) = R_1(x, t) + \alpha_0 \frac{b}{b_1}\left[\frac{B}{2x}\left(1 - \frac{a_1}{a}\right) I_*\left(bt, \frac{x}{B}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{a_1 b_0}{a_0 b}\Psi\left(\tau_0, \frac{x}{B_0}\right)\right], \qquad (5.57)$$

где

$$\alpha_0 = \left(\frac{B_0}{B_1}\right)^2, \quad B_0^2 = \frac{a_0}{b_0}, \quad B^2 = \frac{a}{b}, \quad a = \frac{T}{\mu},$$

Таблица 26

| 0,2 | 0,5 | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 3,0 | 4,0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,000 |
| 0,005 | 0,005 | 0,005 | 0,004 | 0,004 | 0,002 | 0,001 |
| 0,02 | 0,02 | 0,016 | 0,014 | 0,010 | 0,005 | 0,002 |
| 0,05 | 0,05 | 0,041 | 0,030 | 0,020 | 0,007 | 0,002 |
| 0,11 | 0,10 | 0,076 | 0,050 | 0,029 | 0,008 | 0,002 |
| 0,20 | 0,17 | 0,117 | 0,065 | 0,033 | | |
| 0,32 | 0,27 | 0,153 | 0,073 | | | |
| 0,49 | 0,38 | 0,175 | 0,074 | | | |
| 0,70 | 0,48 | 0,183 | | | | |
| 0,96 | 0,56 | 0,184 | | | | |
| 1,25 | 0,59 | | | | | |
| 1,54 | 0,60 | | | | | |
| 1,79 | 0,61 | | | | | |
| 1,96 | | | | | | |
| 2,03 | | | | | | |
| 2,05 | | | | | | |
| 2,05 | 0,61 | 0,184 | 0,074 | 0,033 | 0,008 | 0,002 |

$$b = \frac{b_0}{1 - \frac{a_0}{a}}, \quad a_0 = \frac{T}{\mu_1 \frac{T_3}{T_1} + \mu_2 \frac{T_1}{T_3}}, \quad b_0 = \frac{k_2}{m_2} \frac{T^2}{\mu_2 T_1^2 + \mu_1 T_3^2},$$

$$\lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}.$$

Среднее понижение по линии ряда скважин ($x = 0$)

$$S_1(0, t) = \frac{q\alpha_0}{2T_3}\left[2\sqrt{\frac{at}{\pi}} - B_0\Phi(\sqrt{b_0 t}) - BI_*(bt, 0)\right]; \quad (5.58)$$

$$S_2(0, t) = S_1(0, t) + \frac{q\alpha_0}{2T_3}\left[\frac{1}{\alpha_0} B_0\Phi(\sqrt{b_0 t}) + \right.$$

$$\left. + \frac{Bb}{b_1}\left(1 - \frac{a_1}{a}\right) I_*(bt, 0)\right]. \quad (5.59)$$

Понижение в скважине $S_c$ находится по формуле (5.51). При $x = 0$

$$I_*(\eta, 0) = \frac{e^{-\eta}}{\pi}\int_0^{\eta} \frac{e^z}{\sqrt{z}}\, dz = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\eta} \int_0^{\sqrt{\eta}} e^{\tau^2} d\tau. \quad (5.60)$$

Интеграл $\int_0^{\sqrt{\eta}} e^{\tau^2} d\tau$ протабулирован в работе [118], а значения функции $I_*(\eta, 0)$ приведены в табл. 17. Расчетные формулы существенно

упрощаются для различных частных случаев значений отдельных параметров. Например, при $a_1 = a_2 = a$ и $T_3 \neq T_1$ формулы (5.45), (5.46), (5.56) и (5.57) упрощаются к виду

$$R_1(x, t) = \frac{b_1}{b_2 - b_1}\left[\Psi\left(\tau, \frac{x}{B_1}\right) - \Psi\left(\tau, \frac{x}{B_2}\right)\right], \tag{5.61}$$

$$R_2(x, t) = \Psi\left(\tau, \frac{x}{B_2}\right); \tag{5.62}$$

$$R_1(x, t) = \frac{b_1}{b_1 + b_2}\left[\frac{\sqrt{at}}{x} P(\lambda) - \Psi\left(\tau_{**}, \frac{x}{B_{**}}\right)\right], \tag{5.63}$$

$$R_2(x, t) = R_1(x, t) + \Psi\left(\tau_{**}, \frac{x}{B_{**}}\right), \quad B_{**}^2 = \frac{a}{b_1 + b_2}; \tag{5.64}$$

при $a_1 = a_2 = a$, $b_1 = b_2 = b$

$$R_1(x, t) = 0{,}5\Psi\left(\tau, \frac{x}{B}\right) - \sqrt{\frac{bt}{\pi}}\, e^{-bt - \frac{x^2}{4at}} -$$

$$- \frac{x}{2B}\left[e^{-\frac{x}{B}} - \Psi\left(\tau, \frac{x}{B}\right)\right], \tag{5.65}$$

$$R_2(x, t) = \Psi\left(\tau, \frac{x}{B}\right); \tag{5.66}$$

$$R_1(x, t) = 0{,}5\left[\frac{\sqrt{at}}{x} P(\lambda) - \Psi\left(\tau, \frac{x}{B}\right)\right], \tag{5.67}$$

$$R_2(x, t) = 0{,}5\left[\frac{\sqrt{at}}{x} P(\lambda) + \Psi\left(\tau, \frac{x}{B}\right)\right], \quad B^2 = \frac{a}{b}; \tag{5.68}$$

при $T_1 = T_3 = 0{,}5T$ и $a_1 \neq a_2$

$$R_1(x, t) = \frac{a_2}{a_2 - a_1}\left\{\Psi\left(\tau_2, \frac{x}{B_0}\right) - \Psi\left(\tau_1, \frac{x}{B_0}\right) -\right.$$

$$- \sqrt{\frac{b_1 t}{\pi}}\, e^{-b_1 t - \frac{x^2}{4a_1 t}} + \frac{x}{2B_0}\left[e^{-\frac{x}{B_0}} - \Psi\left(\tau_1, \frac{x}{B_0}\right)\right] +$$

$$\left. + b_1\sqrt{\frac{t}{b_2\pi}}\, e^{-b_2 t - \frac{x^2}{4a_2 t}} + \frac{x}{2B_0}\left[e^{-\frac{x}{B_0}} - \Psi\left(\tau_2, \frac{x}{B_0}\right)\right]\right\}, \tag{5.69}$$

$$R_2(x, t) = \Psi\left(\tau_2, \frac{x}{B_0}\right); \tag{5.70}$$

$$R_1(x, t) = 0{,}5\left[\frac{\sqrt{at}}{x} P(\lambda) - \Psi\left(\tau, \frac{x}{B_0}\right)\right], \tag{5.71}$$

$$R_2(x, t) = 0{,}5\left[\frac{\sqrt{at}}{x} P(\lambda) + \Psi\left(\tau, \frac{x}{B_0}\right)\right], \tag{5.72}$$

где $B_0^2 = \frac{a_0}{b_0} = 0{,}25\frac{Tm_2}{k_2}$, $a_0 = a = \frac{T}{\mu}$.

Как и в предыдущей схеме, зависимости (5.59), (5.60), (5.63) и (5.64) становятся точными для любых времен.

Для двухслойного грунта со слабопроницаемым верхним слоем покровных отложений расчетные формулы можно получить из предыдущих зависимостей, положив в них $a_1 = 0$. Тогда $\alpha = -1$, $\beta = -b_1$, $B_1^2 = 0$ и для времен $t < t_{**}$ в формулах (5.41) и (5.45) сопротивления $R_1$ следующие:

$$R_1(x, t) = \Psi(B_2, a_2) - e^{-b_1 t}\Psi(B_*, a_2), \tag{5.73}$$

$$R_1(0, t) = B_2\Phi(\sqrt{b_2 t}) - e^{-b_1 t}B_*\Phi\left(\frac{\sqrt{a_2 t}}{B_*}\right), \tag{5.74}$$

где $B_*^2 = \frac{a_2}{b_2 - b_1}$. Для $t < t_*$

$$S_1(x, t) = \frac{qb_1 t}{T_2}\sqrt{a_2 t}\left[P(\lambda_2)\left(1 + \frac{x^2}{6a_2 t}\right) - \frac{e^{-\lambda_2^2}}{3\sqrt{\pi}}\right], \tag{5.75}$$

$$S_1(0, t) = \frac{qb_1 t}{T_2}\sqrt{\frac{a_2 t}{\pi}}, \tag{5.76}$$

где $a_2 = \frac{T_2}{\mu_2}$, $T_2$ — проводимость нижнего слоя. Понижения $S_2$ в рассмотренных случаях определяются по предыдущим зависимостям. Для времен $t > t_{**}$ получаем

$$S_1(x, t) = \frac{q}{T_2}\left[\sqrt{at}\,P(\lambda) - \frac{B}{2}I_*\left(b_1 t, \frac{x}{B}\right)\right], \tag{5.77}$$

$$S_2(x, t) = \frac{q}{T_2}\sqrt{at}\,P(\lambda); \tag{5.78}$$

$$S_1(0, t) = \frac{q}{T_2}\left[\sqrt{\frac{at}{\pi}} - \frac{B}{2}I_*(b_1 t, 0)\right], \tag{5.79}$$

$$S_2(0, t) = \frac{q}{T_2}\sqrt{\frac{at}{\pi}}, \quad B^2 = \frac{a}{b_1}. \tag{5.80}$$

Положив в формулах двухслойного грунта $b_1 = b_2 = 0$, получим известные зависимости для определения понижений в однородном грунте с параметрами $T$ и $a$:

$$S(x, t) = \frac{q}{T}\sqrt{at}\,P(\lambda), \tag{5.81}$$

$$S(0, t) = \frac{q}{T}\sqrt{\frac{at}{\pi}}. \tag{5.82}$$

Понижение в скважине, как и прежде, находится по формуле (5.51).

*Пример.* Требуется установить понижение грунтовых вод в верхнем слое трехслойной водоносной толщи при действии линейного вертикального дренажа. Откачка одинаковыми дебитами $Q = 1000$ м³/сутки осуществляется из нижнего слоя скважинами, совершенными относительно этого слоя. Расстояние между сква-

Таблица 27

| $x$, м | $t$, сутки | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1,5 | 5 | 20 | 50 | 100 | 200 | 500 | 1000 |
| 0 | 0,12 | 0,28 | 0,87 | 1,65 | 2,21 | 2,50 | 9,38 | 14,06 |
| 20 | 0,08 | 0,26 | 2,51 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 9,37 | 13,97 |
| 50 | 0,075 | 0,23 | 0,84 | 1,82 | 2,25 | 2,26 | 9,21 | 13,90 |
| 100 | 0,064 | 0,14 | 0,78 | 1,58 | 1,91 | 2,09 | 9,11 | 13,71 |
| 200 | 0,045 | 0,13 | 0,60 | 1,29 | 1,69 | 2,04 | 8,44 | 13,20 |
| 500 | 0,013 | 0,07 | 0,22 | 0,56 | 0,89 | 1,11 | 6,56 | 11,11 |

жинами в ряду $\sigma = 200$ м, диаметр фильтра $d_c = 0{,}3$ м, остальные исходные данные и расчетные параметры те же, что и в предыдущем примере. Понижения $S_1$ для времен $t < t_* = 5$ суток рассчитываем по формуле (4.99), для времен $t_* \leqslant t < t_{**}$ — по формуле (5.44), в которой сопротивления $R_1$ вычисляем по формуле (5.45), а для времен $t > t_{**} = 456$ суток — по формуле (5.56). Результаты вычислений понижения $S_1$ при $q = \frac{1000}{200} = 5$ м²/сутки сведены в табл. 27.

## § 3. СИСТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛОЩАДНОЙ ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ДРЕНАЖ С ИНФИЛЬТРАЦИОННЫМ ПИТАНИЕМ

При равномерном расположении скважин по сетке с шагом $\sigma$ можно отдельно рассматривать участок территории размером $\sigma \times \sigma$, относящийся к данной скважине. Для удобства исследования этот квадратный участок заменяется эквивалентной круговой областью фильтрации с радиусом $R = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}} = 0{,}56\sigma$ в плане (см. рис. 21). Так как питание потока в такой области фильтрации происходит только за счет инфильтрации, то откачка с постоянным дебитом $Q$ возможна лишь при $Q = \pi\varepsilon R^2$ и $Q > \pi\varepsilon R^2$, причем, как нетрудно заметить, только в первом случае возможно существование установившегося режима фильтрации. Рассмотрим эти случаи.

Для трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем понижения в любой точке области фильтрации $S_i = H_{0i} - H_i(r, t)$ при откачках как из верхнего, так и из нижнего слоя определяются по следующим приближенным зависимостям, составленным на основании приведенного выше теоретического решения этой задачи: для случая $Q = \pi\varepsilon R^2$

$$S_i(r, t) = \bar{S}_i(r)\,(1 - e^{\lambda t}), \tag{5.83}$$

где $\lambda = \frac{\bar{\alpha} + \bar{\beta}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{\alpha} - \bar{\beta}}{2}\right)^2 + b_1 b_2}$, $\bar{\alpha} = -\frac{a_1 \eta_1^2}{R^2} - b_1$, (5.84)

$\overline{\beta} = -\frac{a_2\eta_1^2}{R^2} - b_2$, аргумент $\eta_1$ берется из табл. 15. Величины понижений $\overline{S}_i(r)$ вычисляются по следующим формулам: при откачке из нижнего слоя

$$\overline{S}_1(r) = \overline{S}_{0_н} + S(\varepsilon) - \frac{Q}{2\pi T} W(r) - \frac{T_3}{T}\varepsilon_0,$$
$$\overline{S}_2(r) = \overline{S}_{0_н} + S(\varepsilon) + \frac{QT_1}{2\pi T_3 T} W(r) + \frac{T_1}{T}\varepsilon_0, \quad (5.85)$$

где

$$\overline{S}_{0_н} = -\frac{3}{8}\frac{\varepsilon R^2}{T} + \left(\frac{\varepsilon_0}{T} + \frac{Q}{\pi T T_3 (Rc)^2}\right)\frac{\mu_1 T_3 - \mu_2 T_1}{\mu_1 + \mu_2};$$

при откачке из верхнего слоя

$$\overline{S}_1(r) = \overline{S}_{0_в} + S(\varepsilon) + \frac{QT_3}{2\pi T T_1} W(r) - \frac{T_3}{T}\varepsilon_0,$$
$$\overline{S}_2(r) = \overline{S}_{0_в} + S(\varepsilon) - \frac{Q}{2\pi T} W(r) + \frac{T_1}{T}\varepsilon_0, \quad (5.86)$$

где

$$\overline{S}_{0_в} = -\frac{3}{8}\frac{\varepsilon R^2}{T} + \left(\frac{\varepsilon_0}{T} - \frac{Q}{2\pi T_1 T (Rc)^2}\right)\frac{\mu_1 T_3 - \mu_2 T_1}{\mu_1 + \mu_2},$$
$$S(\varepsilon) = \frac{\varepsilon r^2}{4T} + \frac{\varepsilon R^2}{2T}\ln\frac{R}{r},$$
$$W(r) = 2\pi\Delta f' I_0(cr) + K_0(cr).$$

Понижения уровня грунтовых вод на внешней границе потока ($S_i(R, t)$) и у скважины ($S_i(r_c, t)$) определяются из (5.83) соответственно при $r = R$ и $r - r_c$. Тогда, в частности, функция $W$ упрощается к виду

$$W(R) = 2\pi\Delta f'', \quad W(r_c) = 2\pi\Delta f' + \ln\frac{1{,}12}{cr_c},$$

где функции $\Delta f'$ и $\Delta f''$ табулированы на графиках рис. 9. При $\overline{R} > 3$ можно положить $\Delta f' \approx 0$, а при $\overline{R} > 5$ — $\Delta f' = \Delta f'' = 0$. Нетрудно убедиться, что превышение уровня на внешней границе над уровнем воды в скважине при откачке из нижнего ($S_2(r_c) - S_2(R)$) и верхнего ($S_1(r_c) = S_1(R)$) горизонтов в условиях установившейся фильтрации равно известному выражению

$$S_i(r_c) - S_i(R) = \frac{\varepsilon R^2}{2T}\left(\ln\frac{R}{r_c} - 0{,}5 + 2\pi\Phi\right)$$

(здесь сопротивление на несовершенство Ф вычисляется по формулам (2.21) и (2.22) для трехслойного грунта).

Для случая $Q > \pi\varepsilon R^2$

$$S_i(r, t) = \overline{S}_i(r)(1 - e^{\lambda t}) + \frac{1}{\mu_1 + \mu_2}(\bar{\varepsilon} - \varepsilon)t, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{Q}{\pi R^2}. \quad (5.87)$$

В этой формуле понижения $\bar{S}_i(r)$ определяются по следующим зависимостям: при откачке из нижнего слоя

$$\bar{S}_1(r) = \frac{(\bar{\varepsilon}-\varepsilon)\mu_2}{(\mu_1+\mu_2)\mu_1} + \bar{S}_{0н} + S(\varepsilon) - \frac{Q}{2\pi T} W(r) - \frac{T_3}{T}\bar{\varepsilon}_0,$$
$$\bar{S}_2(r) = -\frac{\bar{\varepsilon}-\varepsilon}{\mu_1+\mu_2} + \bar{S}_{0н} + S(\varepsilon) + \frac{QT_1}{2\pi T T_3} W(r) + \frac{T_1}{T}\bar{\varepsilon}_0; \quad (5.88)$$

при откачке из верхнего слоя

$$\bar{S}_1(r) = -\frac{(\bar{\varepsilon}-\varepsilon)\mu_2}{(\mu_1+\mu_2)\mu_1} + \bar{S}_{0н} + S(\bar{\varepsilon}) + \frac{QT_3}{2\pi T T_1} W(r) - \frac{T_3}{T}\bar{\varepsilon}_0,$$
$$\bar{S}_2(r) = -\frac{\bar{\varepsilon}-\varepsilon}{\mu_1+\mu_2} + \bar{S}_{0н} + S(\bar{\varepsilon}) - \frac{Q}{2\pi T} W(r) + \frac{T_1}{T}\bar{\varepsilon}_0. \quad (5.89)$$

Входящие в эти формулы значения $\bar{S}_0$, $S(\varepsilon)$ и $W(r)$ определяются по предыдущим зависимостям, в которых вместо интенсивности инфильтрации $\varepsilon$ подставляется величина $\bar{\varepsilon} = \frac{Q}{\pi R^2}$.

Для двухслойного грунта с верхним слоем покровных отложений расчетные формулы можно получить из предыдущих зависимостей, положив в них $a_1 = 0$ ($T_1 = 0$). Тогда $\bar{\alpha} = -b_1$ и формула для определения параметра $\lambda$ приобретает вид

$$\lambda = \frac{\bar{\beta}-b_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{\beta}+b_1}{2}\right)^2 + b_1 b_2}, \quad (5.90)$$

а для определения понижений получаем

$$\bar{S}_1(r) = \bar{S}_{0н} + S(\varepsilon) - \frac{\varepsilon m_1}{k_1},$$
$$\bar{S}_2(r) = \bar{S}_{0н} + S(\varepsilon), \quad (5.91)$$

где $\bar{S}_{0н} = -\frac{3}{8}\frac{\varepsilon R^2}{T} + \frac{\varepsilon m_1}{k_1}$, $T = k_2 m_2$; значение $S(\varepsilon)$ остается прежним. Выражение для определения превышения $S_2(r_c) - S_2(R)$ также остается прежним, однако в этом случае сопротивление на несовершенство Ф определяется для двухслойного грунта по формуле (2.29). Положив в формулах двухслойного грунта $b_1 = b_2 = 0$, после некоторых преобразований получим следующие расчетные формулы для определения параметра $\lambda$ и понижений $\bar{S}(r)$ в случае однородного грунта:

$$\lambda = -\frac{a}{R^2}\eta_1^2, \quad (5.92)$$

$$\bar{S}(r) = \frac{\varepsilon r^2}{4T} + \frac{\varepsilon R^2}{2T}\ln\frac{R}{r} - \frac{3}{8}\frac{\varepsilon R^2}{T}. \quad (5.93)$$

Выражение для определения превышения $S(r_c) - S(R)$ остается прежним, однако в нем сопротивление на несовершенство Ф определяется для однородного грунта по формуле (2.30).

*Примеры.* **1.** Из нижнего слоя трехслойной водоносной толщи с параметрами $m_1 = m_3 = 10$, $m_2 = 5$ м, $k_1 = 5$, $k_2 = 0{,}01$, $k_3 = 20$ м/сутки, $\mu_1 = 0{,}10$, $\mu_2 = 0{,}002$ производится откачка дебитом $Q = 1000$ м³/сутки из скважины, расположенной в центре круговой области фильтрации радиусом $R = 500$ м. Фильтр скважины радиусом $r_c = 0{,}5$ м полностью прорезает нижний слой, т. е. $l = m_3 = 10$ м. Питание грунтовых вод в пределах области фильтрации происходит за счет инфильтрации средней интенсивностью $\varepsilon = 0{,}001$ м/сутки. Рассматриваемая схема соответствует схеме систематического площадного вертикального дренажа, в которой скважины располагаются на расстоянии $\sigma = \sqrt{\pi R} = 885$ м друг от друга. Предварительно находим

$$T_1 = 5 \cdot 10 = 50, \quad T_3 = 20 \cdot 10 = 200, \quad T = T_1 + T_3 = 250 \text{ м}^2/\text{сутки};$$

$$a_1 = \frac{50}{0{,}1} = 5 \cdot 10^2, \quad a_2 = \frac{200}{0{,}002} = 10^5 \text{ м}^2/\text{сутки};$$

$$b_1 = \frac{0{,}01}{0{,}1 \cdot 5} = 0{,}02, \quad b_2 = \frac{0{,}01}{0{,}002 \cdot 5} = 1{,}0 \text{ сутки}^{-1},$$

$$c = \sqrt{\frac{0{,}01 \cdot 250}{5 \cdot 200 \cdot 50}} = 0{,}0071 \text{ м}^{-1};$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1000}{3{,}14 \cdot 500^2} = 1{,}27 \cdot 10^{-3} \text{ м/сутки}, \quad \bar{\varepsilon}_0 = \frac{1{,}27 \cdot 10^{-3}}{0{,}01} \times \frac{200}{250} \cdot 5 = 0{,}508 \text{ м}.$$

Кроме того, определяем

$$\bar{\alpha}_1 = -\left(\frac{3{,}83}{500}\right)^2 5 \cdot 10^2 - 0{,}02 = -0{,}049 \text{ сутки}^{-1};$$

$$\bar{\beta}_1 = -\left(\frac{3{,}83}{500}\right)^2 10^5 - 1 = -5{,}88 \text{ сутки}^{-1};$$

$$\lambda_1 = \frac{-0{,}049 - 5{,}88}{2} + \sqrt{\left(\frac{5{,}88 - 0{,}049}{2}\right)^2 + 0{,}02 \cdot 1} = 0{,}042 \text{ сутки}^{-1};$$

$$\lambda_2 = \frac{-0{,}049 - 5{,}88}{2} - \sqrt{\left(\frac{5{,}88 - 0{,}049}{2}\right)^2 + 0{,}02 \cdot 1} = -5{,}89 \text{ сутки}^{-1};$$

$$f(r) = 1{,}6 \cdot 10^{-6} r^2 - 0{,}8 \ln 2r;$$

$$S(\bar{\varepsilon}) = \frac{1{,}27 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 250} r^2 + \frac{1{,}27 \cdot 10^{-3} \cdot 500^2}{2 \cdot 250} \ln \frac{500}{r};$$

$$\bar{S}_{0_н} = -\frac{3}{8} \frac{1{,}27 \cdot 10^{-3} \cdot 500^2}{250} + \left(\frac{0{,}508}{250} + \frac{1000}{3{,}14 \cdot 250 \cdot 200 \cdot 3{,}55^2}\right) \times \left(\frac{0{,}10 \cdot 200 - 0{,}002 \cdot 50}{0{,}10 + 0{,}002}\right) = 0{,}02 \text{ м}.$$

| $r$, м | $S(\bar{\varepsilon})$, м | $\bar{S}_1$, м | $\bar{S}_2$, м | 25 | | | | 50 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $S_1$, м | | $S_2$, м | | $S_1$, м | |
| | | | | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 0,5 | 4,39 | 0,34 | 5,43 | 0,34 | 0,29 | 5,46 | 3,63 | 0,45 | 0,43 |
| 50 | 1,49 | 0,32 | 1,80 | 0,30 | 0,28 | 1,84 | 1,25 | 0,41 | 0,39 |
| 100 | 1,03 | 0,23 | 1,25 | 0,24 | 0,22 | 1,30 | 0,89 | 0,32 | 0,32 |
| 300 | 0,44 | —0,01 | 0,58 | 0,06 | 0,07 | 0,64 | 0,45 | 0,13 | 0,12 |
| 500 | 0,32 | —0,08 | 0,44 | 0,01 | 0,02 | 0,50 | 0,36 | 0,06 | 0,05 |

Примечание. В графах 1 и 2 даны соответственно точные и приближенные значения

| $r$, м | $S(\bar{\varepsilon})$, м | $\bar{S}_1$, м | $\bar{S}_2$, м | 25 | | | | 50 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $S_1$, м | | $S_2$, м | | $S_1$, м | | $S_2$, м | |
| | | | | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 0,5 | 2,18 | 9,06 | 0,16 | 8,67 | 5,9 | 0,10 | 0,12 | 8,97 | 8,02 | 0,19 | 0,19 |
| 50 | 0,74 | 1,85 | 0,15 | 1,46 | 1,21 | 0,08 | 0,11 | 1,75 | 1,67 | 0,17 | 0,18 |
| 100 | 0,51 | 0,90 | 0,11 | 0,57 | 0,61 | 0,04 | 0,10 | 0,83 | 0,85 | 0,13 | 0,16 |
| 300 | 0,22 | —0,09 | 0,00 | —0,01 | —0,04 | —0,01 | 0,02 | —0,05 | —0,02 | 0,05 | 0,06 |
| 500 | 0,16 | —0,15 | —0,03 | —0,08 | —0,14 | —0,06 | —0,03 | —0,24 | —0,16 | 0,00 | —0,01 |

Примечание. В графах 1 и 2 даны соответственно точные и приближенные значения

Результаты расчетов понижений $S_1(r, t)$ и $S_2(r, t)$ в различных точках области фильтрации с координатами $r$ по точным (4.68) и приближенным (5.87) формулам приведены в табл. 28.

2. Откачка производится из верхнего слоя дебитом $Q =$ $= 500$ м³/сутки при $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$ м/сутки. Остальные исходные данные принимаются такими же, как и в предыдущем примере. В этом случае находим

$$\bar{\varepsilon} = 0{,}63 \cdot 10^{-3} \text{ м/сутки}; \quad \bar{\varepsilon}_0 = 0{,}254 \text{ м}; \quad w(r) = 3{,}2 \cdot 10^{-6} r^2 - 1{,}59 \ln 2r.$$

Результаты расчета понижений $S_1(r, t)$ и $S_2(r, t)$ по точным (4.76) и приближенным (5.87) формулам приведены в табл. 29.

Как видно из табл. 28, 29, в обоих случаях величины $S_1$ и $S_2$, вычисленные по точным и приближенным формулам, в целом хо-

Таблица 28

| $t$, сутки | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 100 | | | | 300 | | | | |
| $S_2$, м | | $S_1$, м | | $S_2$, м | | $S_1$, м | | $S_2$, м | |
| 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 5,54 | 4,95 | 0,60 | 0,60 | 5,68 | 5,64 | 1,14 | 1,14 | 6,22 | 6,23 |
| 1,90 | 1,72 | 0,56 | 0,57 | 2,04 | 2,03 | 1,10 | 1,11 | 2,58 | 2,59 |
| 1,38 | 1,22 | 0,49 | 0,49 | 1,52 | 1,51 | 1,03 | 1,03 | 2,06 | 2,05 |
| 0,71 | 0,65 | 0,26 | 0,26 | 0,84 | 0,83 | 0,80 | 0,79 | 1,38 | 1,38 |
| 0,56 | 0,52 | 0,18 | 0,18 | 0,69 | 0,70 | 0,72 | 0,72 | 1,23 | 1,24 |

понижений.

Таблица 29

| $t$, сутки | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | | | | 300 | | | | 1000 | | | | |
| $S_1$, м | | $S_2$, м | | $S_1$, м | | $S_2$, м | | $S_1$, м | | $S_2$, м | | |
| 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | |
| 9,15 | 9,07 | 0,28 | 0,27 | 9,44 | 9,43 | 0,55 | 0,54 | — | — | 1,49 | 1,48 | |
| 1,92 | 1,93 | 0,26 | 0,26 | 2,21 | 2,22 | 0,53 | 0,53 | 3,15 | 3,16 | 1,47 | 1,47 | |
| 0,99 | 1,01 | 0,21 | 0,23 | 1,28 | 1,29 | 0,48 | 0,50 | 2,22 | 2,23 | 1,42 | 1,44 | |
| 0,02 | 0,03 | 0,11 | 0,12 | 0,29 | 0,30 | 0,38 | 0,40 | 1,23 | 1,24 | 1,32 | 1,33 | |
| —0,15 | —0,13 | 0,07 | 0,04 | 0,13 | 0,14 | 0,34 | 0,31 | 1,07 | 1,08 | 1,28 | 1,25 | |

понижений.

рошо согласуются между собой. Заметное расхождение имеет место только вблизи скважины в начальной стадии откачки, причем в том слое, из которого она производится.

## § 4. ВЫБОРОЧНЫЙ ДРЕНАЖ, СОСТОЯЩИЙ ИЗ НЕБОЛЬШОГО ЧИСЛА ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ СКВАЖИН, В КРУГОВОЙ ОБЛАСТИ ФИЛЬТРАЦИИ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ИНФИЛЬТРАЦИОННЫМ ПИТАНИЕМ

В рассматриваемой круговой области фильтрации размещается одна или несколько взаимодействующих скважин, ориентированных различным образом. Наряду с внутренним питанием за счет инфильтрации учитывается также внешнее питание грунтового потока за счет притока извне через круговую границу

области фильтрации посредством задания на них постоянных уровней (напоров) или расходов.

Для круговой области фильтрации с постоянным уровнем на границе $H_к$ и при постоянной интенсивности инфильтрации $\varepsilon$ зависимость для определения положения уровня грунтового потока в любой точке области фильтрации $\varepsilon$ при расположении в ней $n$

Таблица 30

| $j$ | $k$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 1 | 2,405 | 3,832 | 5,136 | 6,380 | 7,588 | 8,771 |
| 2 | 5,520 | 7,016 | 8,417 | 9,761 | 11,065 | 12,339 |
| 3 | 8,654 | 10,173 | 11,620 | 13,015 | 14,373 | 15,700 |
| 4 | 11,792 | 13,324 | 14,796 | 16,223 | 17,616 | 18,980 |
| 5 | 14,931 | 16,471 | 17,960 | 19,409 | 20,827 | 22,218 |
| 6 | 18,071 | 19,616 | 21,117 | 22,583 | 24,019 | 25,430 |
| 7 | 21,212 | 22,760 | 24,270 | 25,748 | 27,199 | 28,627 |
| 8 | 24,352 | 25,904 | 27,421 | 28,908 | 30,371 | 31,812 |

скважин, согласно данным работы [70], имеет вид

$$H(r, \varphi, t) = H(r, \varphi) + \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{n} H_{c_i}(r, 0, t) + \\ + \frac{2}{\pi^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=2}^{\infty} H_{c_i}(r, k, t) \cos \frac{k(\varphi - \varphi_i)}{2}; \qquad (5.94)$$

$$H_{c_i}(r, 0, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \left[ 2\pi (H_к - H_0) \frac{J_1(\nu_{0j})}{\nu_{0j}} - \frac{\pi \varepsilon R^2}{T} \frac{J_2(\nu_{0j})}{\nu_{0j}^2} + \right. \\ \left. + \frac{Q_i}{T\nu_{0j}^2} J_0(\nu_{0j} \bar{r}_{0i}) \right] \frac{J_0(\nu_{0j} \bar{r})}{J_1^2(\nu_{0j})} e^{-\gamma \nu_{0j}^2 t}; \qquad (5.95)$$

$$H_{c_i}(r, k, t) = (-1)^{\frac{k}{2}+1} \frac{Q_i}{kT} \left[ \frac{J_{\frac{k}{2}+1}(\nu_j) + J_{\frac{k}{2}-1}(\nu_j)}{\nu_j} \bar{r}_{0i}^{\frac{k}{2}} - \right. \\ \left. - \frac{J_{\frac{k}{2}+1}(\nu_j \bar{r}_{0i}) + J_{\frac{k}{2}-1}(\nu_j \bar{r}_{0i})}{\nu_j} \bar{r}_{0i} \right] \frac{J_{\frac{k}{2}}(\nu_j \bar{r})}{J^2_{\frac{k}{2}+1}(\nu_j)} e^{-\gamma \nu_j^2 t}, \qquad (5.96)$$

где $\bar{r}_0 = \frac{r_0}{R}$, $\gamma = \frac{a}{R^2}$, $a = \frac{T}{\mu}$, $k = 2, 4, 6, \ldots$, $\nu_{0j}$ и $\nu_j$ — корни характеристических уравнений

$$J_0(\nu_{0j}) = 0, \qquad (5.97)$$

$$\left(\frac{\nu_j}{R}\right)^{-\frac{k}{2}} J_{\frac{k}{2}}(\nu_j) = 0. \qquad (5.98)$$

которые определяются по табл. 30; $H_0$ — уровень грунтовых вод до откачки, $H(r, \varphi)$ — уровень грунтовых вод при установившемся режиме фильтрации, определяющийся по формуле (3.53).

В табл. 31 на основании приведенных выше общих зависимостей составлены приближенные (ограниченные первыми членами ряда) расчетные формулы для числа скважин $n = 1, 2, 3$ и 4 (скважины симметрично расположены в круговой области фильтрации).

Для предыдущей схемы фильтрации, но с постоянным боковым притоком $Q_0$ на границе уровень грунтовых вод в любой точке области фильтрации $M(r, \varphi)$ определяется по формуле

$$H(r, \varphi, t) = \left(\varepsilon - \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i - Q_0}{\pi R^2}\right)\frac{t}{\mu} + H(r, \varphi) + \\ + \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{n} H_{c_i}(r, 0, t) + \frac{2}{\pi^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=2}^{\infty} H_{c_i}(r, k, t)\cos\frac{k(\varphi - \varphi_{0i})}{2}, \qquad (5.99)$$

где

$$H_{c_i}(r, 0, t) = \sum_{j=1}^{\infty}\left[\frac{Q_0}{T}\frac{J_2(\nu_{0j})}{\nu_{0j}^2} + \frac{Q_i J_0(\nu_{0j}\bar{r}_{0i})}{T\nu_{0j}^2}\right]\frac{J_0(\nu_{0j}\bar{r})}{J_0^2(\nu_{0j})}e^{-\gamma\nu_{0j}^2 t}; \qquad (5.100)$$

$$H_{c_i}(r, k, t) = \sum_{j=1}^{\infty}\frac{Q_i J_{\frac{k}{2}}(\nu_j\bar{r}_{0i})}{T\nu_j^2}\frac{J_{\frac{k}{2}}(\nu_j\bar{r})}{J_{\frac{k}{2}}(\nu_j)}e^{-\gamma\nu_j^2 t}; \qquad (5.101)$$

$\nu_{0j}$, $\nu_j$ — корни характеристических уравнений

$$J_1(\nu_{0j}) = 0, \qquad (5.102)$$

$$\left(\frac{\nu_j}{R}\right)^{-\frac{k}{2}}\left[\frac{k}{2}J_{\frac{k}{2}}(\nu_j) - \nu_j J_{\frac{k}{2}+1}(\nu_j)\right] = 0, \qquad (5.103)$$

которые находятся из табл. 32, $H(r, \varphi)$ — уровень грунтовых вод при установившемся режиме фильтрации, определяющийся по формуле (3.66) при $\varepsilon = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} Q_i - Q_0}{\pi R^2}$.

В табл. 33 приведены полученные на основании рассмотренных выше общих зависимостей приближенные расчетные формулы для числа скважин $n = 1, 2, 3$ и 4, симметрично расположенных в круговой области фильтрации.

Замечания к расчетам. Приведенные расчетные зависимости получены для однородного грунта. Однако ими можно воспользоваться для приближенных расчетов рассмотренных схем фильтрации и в неоднородно-слоистых грунтах, в частности, в характерных двух- и трехслойном грунтах со слабопрони-

Таблица 31

| Схема | Расчетные формулы | Примечания |
|---|---|---|
|  | $H(r, \varphi, t) = H(r, \varphi) + \frac{1}{\pi} H_c(r, 0, t) + \frac{2}{\pi^2} H_c(r, 2, t) \cos \varphi;$ $H_c(r, 0, t) = \left[ 2\pi (H_к - H_0) \frac{J_1(\nu_{0_1})}{\nu_{0_1}} - \frac{\pi \varepsilon R^2}{T} \frac{J_2(\nu_{0_1})}{\nu_{0_1}^2} + \frac{Q}{T\nu_{0_1}^2} J_0(\nu_{0_1} \bar{r}_0) \right] \times \frac{J_0(\nu_{0_1} \bar{r})}{J_1^2(\nu_{01})} e^{-\gamma \nu_{0_1}^2 t};$ $H_c(r, 2, t) = \frac{Q}{2T} \left[ \frac{J_2(\nu_1) + J_0(\nu_1)}{\nu_1} \bar{r}_0 - \frac{J_2(\nu_1 \bar{r}_0) + J_0(\nu_1 \bar{r}_0)}{\nu_1} \bar{r}_0 \right] \frac{J_1(\nu_1 \bar{r})}{J_2^2(\nu_1)} e^{-\gamma \nu_1^2 t}$ | $\varphi_{0_1} = 0;$ $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$ |
|  | $H(r, \varphi, t) = H(r, \varphi) + \frac{1}{\pi} H_c(r, 0, t) + \frac{4}{\pi^2} H_c(r, 4, t) \cos 2\varphi;$ $H_c(r, 0, t) = \left[ 2\pi (H_к - H_0) \frac{J_1(\nu_{0_1})}{\nu_{01}} - \frac{\pi \varepsilon R^2}{T} \frac{J_2(\nu_{0_1})}{\nu_{0_1}^2} + \frac{2Q}{T\nu_{0_1}^2} J_0(\nu_{0_1} \bar{r}_0) \right] \times \frac{J_0(\nu_{0_1} \bar{r})}{J_1^2(\nu_{0_1})} e^{-\gamma \nu_{0_1}^2 t};$ $H_c(r, 4, t) = -\frac{Q}{4T} \left[ \frac{J_3(\nu_2) + J_1(\nu_2)}{\nu_2} \bar{r}_0^2 - \frac{J_3(\nu_2 \bar{r}_0) + J_1(\nu_2 \bar{r}_0)}{\nu_2} \bar{r}_0 \right] \frac{J_2(\nu_2 \bar{r})}{J_3^2(\nu_3)} e^{-\gamma \nu_2^2 t}$ | $\varphi_{0_1} = 0;$ $\varphi_{0_2} = \pi;$ $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi$ |

| Схема | Расчетные формулы | Примечание |
|---|---|---|
|  | $$H(r, \varphi, t) = H(r, \varphi) + \frac{1}{\pi} H_c(r, 0, t) + \frac{6}{\pi^2} H_c(r, 6, t) \cos 3\varphi;$$ $$H_c(r, 0, t) = \left[ 2\pi (H_k - H_0) \frac{J_1(\nu_{0_i})}{\nu_{0_i}} - \frac{\pi \varepsilon R^2}{T} \frac{J_2(\nu_{0_i})}{\nu_{0_i}^2} + \frac{3Q}{T\nu_{0_i}^2} J_0(\nu_{0_i} \bar{r}_0) \right] \times \frac{J_0(\nu_{0_i} \bar{r})}{J_1^2(\nu_{0_i})} e^{-\gamma \nu_{0_i}^2 t};$$ $$H_c(r, 6, t) = \frac{Q}{6T} \left[ \frac{J_4(\nu_3) + J_2(\nu_3)}{\nu_3} \bar{r}_0^3 - \frac{J_4(\nu_3 \bar{r}_0) + J_2(\nu_3 \bar{r}_0)}{\nu_3} \bar{r}_0 \right] \frac{J_3(\nu_3 \bar{r})}{J_4^2(\nu_3)} e^{-\gamma \nu_3^2 t}$$ | $\varphi_{0_1} = 0;$ $\varphi_{0_2} = \frac{2}{3}\pi;$ $\varphi_{0_3} = \frac{4\pi}{3};$ $0 \leqslant \varphi \leqslant \frac{2\pi}{3}$ |
|  | $$H(r, \varphi, t) = H(r, \varphi) + \frac{1}{\pi} H_c(r, 0, t) + \frac{8}{\pi^2} H_c(r, 8, t) \cos 4\varphi;$$ $$H_c(r, 0, t) = \left[ 2\pi (H_k - H_0) \frac{J_1(\nu_{0_i})}{\nu_{0_i}} - \frac{\pi \varepsilon R^2}{T} \frac{J_2(\nu_{0_i})}{\nu_{0_i}^2} + \frac{4Q}{T\nu_{0_i}^2} J_0(\nu_{0_i} \bar{r}_0) \right] \times \frac{J_0(\nu_{0_i} \bar{r})}{J_1^2(\nu_{0_i})} e^{-\gamma \nu_{0_i}^2 t};$$ $$H_c(r, 8, t) = -\frac{Q}{8T} \left[ \frac{J_5(\nu_4) + J_3(\nu_4)}{\nu_4} \bar{r}_0^4 - \frac{J_5(\nu_4 \bar{r}_0) + J_3(\nu_4 \bar{r}_0)}{\nu_4} \bar{r}_c \right] \frac{J_4(\nu_4 \bar{r})}{J_5^2(\nu_4)} e^{-\gamma \nu_4^2 t}$$ | $\varphi_{0_1} = 0;$ $\varphi_{0_2} = \frac{\pi}{2};$ $\varphi_{0_3} = \pi;$ $\varphi_{0_4} = \frac{3}{2}\pi;$ $0 \leqslant \varphi \leqslant \frac{\pi}{2}$ |

цаемыми слоями. Тогда в схеме двухслойного грунта принимается $T = T_2$, $\mu = \mu_1 + \mu_2$, а в схеме трехслойного $T = T_1 + T_3$, $\mu = \mu_1 + \mu_2$, причем уровни (напоры) рассчитываются для водоносных горизонтов (слоев), из которых производится откачка.

Переход к уровням (напорам) в других водоносных слоях может быть приближенно осуществлен по рекомендациям, предложенным для установившегося режима фильтрации.

Таблица 32

| $j$ | $k$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 1 | 3,832 | 1,841 | 3,054 | 4,201 | 5,313 | 6,416 |
| 2 | 7,017 | 5,332 | 6,706 | 8,015 | 9,283 | 9,987 |
| 3 | 10,174 | 8,536 | 9,969 | 11,34 | 12,68 | 14,01 |

Такое распространение расчетных зависимостей на случай слоистых грунтов, по-видимому, целесообразно для сравнительно больших значений времени и при нахождении уровней (напоров) в точках, удаленных на расстояние $cr > 3$ от скважин.

*Пример.* Определить понижение в круговой области фильтрации с постоянным уровнем на внешней границе при работе вертикального дренажа по схеме на рис. 18 за период $t = 20$, 50, 100, 150, 200 и 360 суток. Необходимые исходные данные для расчета приведены в примере расчета этой схемы в условиях установившейся фильтрации. Кроме того, принимаем, что уровни грунтовых вод в слоях до откачки примерно совпадают с уровнями в слоях $H_{к_1}$, $H_{к_2}$ на границе области фильтрации; $\mu_1 = 0{,}12$, $\mu_2 = 0{,}003$.

Понижение уровня грунтовых вод в нижнем слое рассматриваемой области фильтрации определяется по формуле

$$S_2(r, \varphi, t) = H_{k_2} - H_2(r, \varphi, t).$$

Здесь значение уровней $H_2(\bar{r}, \varphi, t)$ вычисляем по формуле (5.94), ограничиваясь первыми членами ряда ($k = 0$, $k = 2$ и $j = 1$), что приемлемо для практических целей.

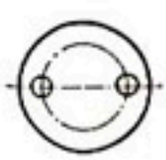
Последовательность расчета проследим на примере вычисления понижения $S_2$ в точке $M$ с координатами $r = 100$ м, $\varphi = 0$ на период $t = 20$ суток. Из табл. 30 для $k = 0$, $k = 2$ и $j = 1$ сначала находим корни $\nu_{0_1} = 2{,}405$ и $\nu_1 = 3{,}832$, а затем для этих корней и значений $r = 0{,}08$, $\bar{r}_{0_2} = \bar{r}_{0_4} = 0{,}4$, $\bar{r}_{0_3} = 0{,}56$ и $\bar{r}_{0_1} = 0$ по таблицам, приведенным в работе [118], определяем

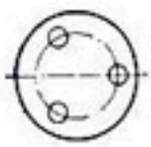
$$J_1(\nu_{0_1}) = 0{,}519; \quad J_2(\nu_{0_1}) = 0{,}432; \quad J_0(\nu_{0_1}\bar{r}) = 0{,}99;$$

$$J_0(\nu_{0_1}\bar{r}_{0_2}) = J_0(\nu_{0_1}\bar{r}_{0_4}) = 0{,}782; \quad J_0(\nu_{0_1}\bar{r}_{0_3}) = 0{,}59; \quad J_0(\nu_{0_1}\bar{r}_{0_1}) = 1;$$

$$J_2(\nu_1) = 0{,}402; \quad J_0(\nu_1) = 0{,}403; \quad J_2(\nu_1\bar{r}_{0_2}) = 0{,}241;$$

Таблица 33

| Схема | Расчетные формулы | Примечания |
|---|---|---|
|  | $H(r, \varphi, t) = \left(\varepsilon - \frac{Q - Q_0}{\pi R^2}\right)\frac{t}{\mu} + H(r, \varphi) +$ $+ \frac{1}{\pi} H_c(r, 0, t) + \frac{2}{\pi^2} H_c(r, 2, t)\cos\varphi;$ $H_c(r, 0, t) = \left[\frac{Q_0}{T}\frac{J_2(\nu_{0_1})}{\nu_{0_1}^2} + \frac{Q}{T}\frac{J_0(\nu_{0_1}\bar{r}_0)}{\nu_{0_1}^2}\right]\times$ $\times \frac{J_0(\nu_{0_1}\bar{r})}{J_0^2(\nu_{0_1})} e^{-\gamma\nu_{0_1}^2 t};$ $H_c(r, 2, t) = \frac{Q}{T}\frac{J_1(\nu_1\bar{r}_0)}{\nu_1^2}\frac{J_1(\nu_1\bar{r})}{J_1^2(\nu_1)} e^{-\gamma\nu_1^2 t}$ | $\varphi_{0_1} = 0;$ $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$ |
|  | $H(r, \varphi, t) = \left(\varepsilon - \frac{2Q - Q_0}{\pi R^2}\right)\frac{t}{\mu} + H(r, \varphi) +$ $+ \frac{1}{\pi} H_c(r, 0, t) + \frac{4}{\pi^2} H_c(r, 4, t)\cos 2\varphi;$ $H_c(r, 0, t) = \left[\frac{Q_0}{T}\frac{J_2(\nu_{0_1})}{\nu_{0_1}^2} + \frac{2Q}{T}\frac{J_0(\nu_{0_1}\bar{r}_0)}{\nu_{0_1}^2}\right]\times$ $\times \frac{J_0(\nu_{0_1}\bar{r})}{J_0^2(\nu_{0_1})} e^{-\gamma\nu_{0_1}^2 t};$ $H_c(r, t, 4) = \frac{Q}{T}\frac{J_2(\nu_2\bar{r}_0)}{\nu_2^2}\frac{J_2(\nu_2\bar{r})}{J_2^2(\nu_2)} e^{-\gamma\nu_2^2 t}$ | $\varphi_{0_1} = 0;$ $\varphi_{0_2} = \pi;$ $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi$ |

| Схема | Расчетные формулы | Примечания |
|---|---|---|
|  | $H(r, \varphi, t) = \left(\varepsilon - \frac{3Q - Q_0}{\pi R^2}\right)\frac{t}{\mu} + H(r, \varphi) +$<br>$+ \frac{1}{\pi} H_c(r, 0, t) + \frac{6}{\pi^2} H_c(r, 6, t) \cos 3\varphi;$<br>$H_c(r, 0, t) = \left[\frac{Q_0}{T} \frac{J_2(\nu_{0_1})}{\nu_{0_1}^2} + \frac{3Q}{T} \frac{J_0(\nu_{0_1}\bar{r})}{\nu_{0_1}^2}\right] \times$<br>$\times \frac{J_0(\nu_{0_1}\bar{r})}{J_0^2(\nu_{0_1})} e^{-\gamma\nu_{0_1}^2 t};$<br>$H_c(r, 6, t) = \frac{Q}{T} \frac{J_3(\nu_3\bar{r}_0)}{\nu_3^2} \frac{J_3(\nu_3\bar{r})}{J_3^2(\nu_3)} e^{-\gamma\nu_3^2 t}$ | $\varphi_{0_1} = 0;$<br>$\varphi_{0_2} = \frac{2}{3}\pi;$<br>$\varphi_{0_3} = \frac{4\pi}{3};$<br>$0 \leqslant \varphi \leqslant \frac{2\pi}{3}$ |
|  | $H(r, \varphi, t) = \left(\varepsilon - \frac{4Q - Q_0}{\pi R^2}\right)\frac{t}{\mu} + H(r, \varphi) +$<br>$+ \frac{1}{\pi} H_c(r, 0, t) + \frac{8}{\pi^2} H_c(r, 8, t) \cos 4\varphi;$<br>$H_c(r, 0, t) = \left[\frac{Q_0}{T} \frac{J_2(\nu_{0_1})}{\nu_{0_1}^2} + \frac{3Q}{T} \frac{J_0(\nu_{0_1}\bar{r})}{\nu_{0_1}^2}\right] \times$<br>$\times \frac{J_0(\nu_{0_1}\bar{r})}{J_0^2(\nu_{0_1})} e^{-\gamma\nu_0^2 t};$<br>$H_c(r, 8, t) = \frac{Q}{T} \frac{J_4(\nu_4\bar{r}_0)}{\nu_4^2} \frac{J_4(\nu_4\bar{r})}{J_4(\nu_4)} e^{-\gamma\nu_4^2 t}$ | $\varphi_{0_1} = 0;$<br>$\varphi_{0_2} = \frac{\pi}{2};$<br>$\varphi_{0_3} = \pi;$<br>$\varphi_{0_4} = \frac{3}{2}\pi;$<br>$0 \leqslant \varphi \leqslant \frac{\pi}{2}$ |

$$J_0(\nu_1\bar{r}_{c_2}) = 0{,}494;$$

$$J_2(\nu_1\bar{r}_{0_2}) = 0{,}385;\ J_0(\nu_1\bar{r}_{0_3}) = 0{,}138;\ J_2(\nu_1\bar{r}_{0_1}) = 0;$$

$$J_0(\nu_1\bar{r}_{0_1}) = 1;\ J_1(\nu_1\bar{r}) = 0{,}152.$$

Предварительно также находим

$$a = \frac{460}{0{,}12 + 0{,}003} = 3{,}74 \cdot 10^3 \text{ м}^2/\text{сутки};\ \gamma = \frac{3{,}74 \cdot 10^3}{1250^2} =$$

$$= 0{,}0025 \text{ сутки}^{-1};$$

$$\varphi_{0_1} = \varphi_{0_2} = 0;\quad \varphi_{0_3} = \frac{7}{4}\pi;\ \varphi_{0_4} = \pi.$$

Тогда понижение в точке $M$

$$S_2 = 5{,}89 - \frac{1}{3{,}14}\left\{-\frac{3{,}14 \cdot 0{,}0086 \cdot 1250^2}{460} \cdot \frac{0{,}432}{2{,}405^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{3800}{460 \cdot 2{,}405^2}(1{,}0 + 0{,}782 + 0{,}59 + 0{,}782)\frac{0{,}99}{0{,}519^2}\, e^{-0{,}0025 \cdot 2{,}405^2 \cdot 20}\right\} -$$

$$- \frac{2}{3{,}14^2}\frac{3800}{2 \cdot 460}\left\{\frac{0{,}402 + 0{,}403}{3{,}832}\left(0{,}4 \cdot 1 - 0{,}4 \cdot 1 + 0 + 0{,}56 \times \right.\right.$$

$$\left.\times \frac{\sqrt{2}}{2}\right) -$$

$$\left.\left. - \left[\frac{(0{,}241 + 0{,}494)\,0{,}4 \cdot 1 + (0{,}385 + 0{,}138)\,0{,}56\frac{\sqrt{2}}{2} - (0{,}241 + 0{,}494)\,0{,}4 \cdot 1}{3{,}832}\right]\right\} \times \right.$$

$$\times \frac{0{,}152}{0{,}402}\, e^{-0{,}0025 \cdot 3{,}832^2 \cdot 20} = 5{,}89 - 3{,}41 = 2{,}48 \text{ м}.$$

Значения понижений в верхнем слое $S_1$ с некоторым приближением вычисляем по формуле (3.58), которую можно представить в виде

$$S_1(r, \varphi, t) = S_2(r, \varphi, t) - \varepsilon_0\left[1 - \frac{I_0(cr)}{I_0(cR)}\right].$$

Отсюда, предварительно вычислив $\varepsilon_0 = 0{,}62$ м, $c = 0{,}0084$ м$^{-1}$, $I_0(cr) = 1{,}18$ и $I_0(cR) = 4{,}53 \cdot 10^3$, найдем понижение в точке $M$:

$$S_1 = 2{,}48 - 0{,}62\left(1 - \frac{1{,}18}{4{,}53 \cdot 10^3}\right) = 1{,}86 \text{ м}.$$

Результаты расчета понижений $S_1$ и $S_2$, произведенные вдоль радиусов 1—2—5 ($\varphi = 0$), 1—4—7 ($\varphi = \pi$) и 1—6 $\left(\varphi = \frac{3\pi}{2}\right)$ (см. рис. 18), приведены в табл. 34.

| $t$, сутки | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | $\varphi = 0$ |
| 20 | 1,86<br>2,48 | 1,30<br>1,92 | 1,33<br>1,95 | 2,05<br>2,67 | 10,59<br>11,21 | 1,76<br>2,38 |
| 50 | 3,02<br>3,64 | 2,44<br>3,06 | 2,42<br>3,04 | 3,07<br>3,69 | 11,52<br>12,14 | 2,58<br>3,20 |
| 100 | 4,14<br>4,76 | 3,53<br>4,15 | 3,47<br>4,09 | 4,05<br>4,67 | 12,42<br>13,04 | 3,38<br>4,00 |
| 150 | 4,71<br>5,33 | 4,08<br>4,70 | 4,00<br>4,62 | 4,54<br>5,16 | 12,86<br>13,48 | 3,78<br>4,40 |
| 200 | 4,98<br>5,6 | 4,35<br>4,97 | 4,25<br>4,87 | 4,78<br>5,40 | 13,08<br>13,70 | 3,97<br>4,59 |
| 360 | 5,24<br>5,86 | 4,61<br>5,23 | 4,49<br>5,11 | 5,00<br>5,62 | 13,29<br>13,91 | 4,15<br>4,77 |
| $\infty$ | 5,27<br>5,89 | 4,63<br>5,25 | 4,52<br>5,14 | 5,03<br>5,65 | 13,31<br>13,93 | 4,17<br>4,79 |
| | | | | | | $\varphi = \pi$ |
| 20 | 1,70<br>2,32 | 2,00<br>2,62 | 0,90<br>1,52 | 0,51<br>2,13 | 10,02<br>10,64 | 1,20<br>1,82 |
| 50 | 2,84<br>3,46 | 2,10<br>2,72 | 1,95<br>2,57 | 2,49<br>3,11 | 10,91<br>11,53 | 1,98<br>2,6 |
| 100 | 3,96<br>4,58 | 3,19<br>3,81 | 2,98<br>3,60 | 3,43<br>4,07 | 11,77<br>12,39 | 2,74<br>3,36 |
| 150 | 4,53<br>5,15 | 3,74<br>4,36 | 3,51<br>4,13 | 3,94<br>4,56 | 12,21<br>12,83 | 3,14<br>3,76 |
| 200 | 4,80<br>5,42 | 4,01<br>4,63 | 3,76<br>4,38 | 4,18<br>4,40 | 12,43<br>13,05 | 3,33<br>3,95 |
| 300 | 5,06<br>5,08 | 4,26<br>4,88 | 4,00<br>4,62 | 4,40<br>5,02 | 12,64<br>13,26 | 4,51<br>4,13 |
| $\infty$ | 5,09<br>5,71 | 4,29<br>4,91 | 4,03<br>4,65 | 4,43<br>5,05 | 12,66<br>13,28 | 2,53<br>4,15 |
| | | | | | | $\varphi = \frac{3}{2}\pi$ |
| 20 | 1,75<br>2,37 | 2,01<br>2,63 | 0,37<br>0,99 | 0,04<br>0,66 | −0,20<br>0,42 | −0,40<br>0,22 |

Таблица 34

| r, м | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 700 | 800 | 900 | 1000 | 1100 | 1250 |
| 0,81<br>1,42 | 0,27<br>0,87 | —0,06<br>0,52 | —0,28<br>0,25 | —0,4<br>0,03 | 0<br>0 |
| 1,52<br>2,13 | 0,86<br>1,46 | 0,41<br>0,99 | 0,06<br>0,59 | 0,2<br>0,23 | 0<br>0 |
| 2,21<br>2,82 | 1,42<br>2,02 | 0,85<br>1,43 | 0,39<br>0,92 | —0,01<br>0,42 | 0<br>0 |
| 2,54<br>3,15 | 1,70<br>2,30 | 1,06<br>1,64 | 0,55<br>1,08 | 0,08<br>0,51 | 0<br>0 |
| 2,71<br>3,32 | 1,84<br>2,44 | 1,17<br>2,44 | 0,63<br>1,16 | 0,12<br>0,55 | 0<br>0 |
| 2,86<br>3,47 | 1,97<br>2,57 | 1,27<br>1,85 | 0,7<br>1,23 | 0,16<br>0,59 | 0<br>0 |
| 2,89<br>3,49 | 1,98<br>2,58 | 1,28<br>1,86 | 0,71<br>1,24 | 0,17<br>0,6 | 0<br>0 |
| 0,30<br>0,91 | —0,18<br>0,42 | —0,40<br>0,18 | —0,50<br>0,03 | —0,49<br>—0,06 | 0<br>0 |
| 0,97<br>1,58 | 0,37<br>0,97 | 0,03<br>0,61 | —0,20<br>0,33 | —0,31<br>0,12 | 0<br>0 |
| 1,62<br>2,23 | 0,91<br>1,51 | 0,45<br>1,03 | 0,11<br>0,64 | —0,14<br>0,29 | 0<br>0 |
| 1,95<br>2,56 | 1,19<br>1,79 | 0,66<br>1,24 | 0,27<br>0,80 | —0,05<br>0,38 | 0<br>0 |
| 2,11<br>2,73 | 1,33<br>1,93 | 0,77<br>1,35 | 0,35<br>0,88 | —0,01<br>0,42 | 0<br>0 |
| 2,26<br>2,88 | 1,46<br>2,06 | 0,87<br>1,45 | 0,42<br>0,95 | 0,03<br>0,46 | 0<br>0 |
| 2,28<br>2,90 | 1,47<br>2,07 | 0,88<br>1,46 | 0,43<br>0,96 | 0,04<br>0,47 | 0<br>0 |
| —0,54<br>0,07 | —0,73<br>—0,13 | —0,7<br>—0,12 | —0,68<br>—0,15 | —0,61<br>—0,18 | 0<br>0 |

| $t$, сутки | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 |
| 50 | 2,91<br>3,53 | 2,03<br>2,65 | 1,46<br>2,08 | 1,06<br>1,68 | 0,73<br>1,35 | 0,42<br>1,04 |
| 100 | 4,03<br>4,65 | 3,12<br>3,74 | 2,51<br>3,13 | 2,0<br>2,66 | 1,63<br>2,25 | 1,22<br>1,84 |
| 150 | 4,60<br>5,22 | 3,67<br>4,29 | 3,04<br>3,66 | 2,53<br>3,15 | 2,07<br>2,69 | 1,62<br>2,24 |
| 200 | 4,87<br>5,49 | 3,94<br>4,56 | 3,29<br>3,91 | 2,77<br>3,39 | 2,29<br>2,91 | 1,81<br>2,43 |
| 360 | 5,13<br>5,75 | 4,19<br>4,81 | 3,53<br>4,15 | 2,99<br>3,61 | 2,50<br>3,12 | 1,99<br>2,61 |
| $\infty$ | 5,16<br>5,78 | 4,22<br>4,84 | 3,56<br>4,18 | 3,02<br>3,64 | 2,52<br>3,14 | 2,01<br>2,63 |

Примечание. В верхних строках приведены значения понижения $S_1$, в нижних — $S_2$.

## § 5. СКВАЖИНЫ В РАЗЛИЧНЫХ ОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЯХ ФИЛЬТРАЦИИ С ПРЯМОЛИНЕЙНЫМИ ГРАНИЦАМИ

Используя приведенные выше результаты расчета скважин в неограниченных областях фильтрации методом суперпозиции (сложение течений), можно получить соответствующие зависимости для ограниченных прямолинейными границами областей фильтрации. Тогда в общем случае понижения $S$ в любой точке ограниченной области фильтрации при действии в ней группы, состоящей из $p$ взаимодействующих скважин, можно определить следующим образом:

$$S(r, t) = -\frac{1}{4\pi T}\sum_{i=1}^{p} Q_i F(r_i, t), \qquad (5.104)$$

где $F(r_i, t)$ — общее гидравлическое сопротивление реальных скважин и их отображений относительно прямолинейных границ области фильтрации.

Приведем значения сопротивления $F(r_i, t)$ для наиболее характерных ограниченных областей фильтрации.

1. Полуограниченная область фильтрации (рис. 32, *а*):

$$F(r_i, t) = F(r_i, t) \pm F(\rho_i, t), \qquad (5.105)$$

где

$$r_i^2 = (x - L_i)^2 + (y + y_i)^2; \quad \rho_i^2 = (x + L_i)^2 + (y + y_i)^2;$$

*Продолжение табл. 34*

| r, м | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 700 | 800 | 900 | 1000 | 1100 | 1250 |
| 0,17<br>0,78 | —0,14<br>0,46 | —0,23<br>0,35 | —0,34<br>0,19 | —0,41<br>0,12 | 0<br>0 |
| 0,86<br>1,47 | 0,42<br>1,02 | 0,21<br>0,79 | —0,01<br>0,52 | —0,22<br>0,21 | 0<br>0 |
| 1,19<br>1,80 | 0,70<br>1,30 | 0,42<br>1,00 | 0,15<br>0,68 | —0,13<br>0,30 | 0<br>0 |
| 1,36<br>1,97 | 0,84<br>1,44 | 0,53<br>1,11 | 0,23<br>0,76 | —0,09<br>0,34 | 0<br>0 |
| 1,51<br>2,12 | 0,99<br>1,57 | 0,63<br>1,21 | 0,30<br>0,83 | —0,05<br>0,38 | 0<br>0 |
| 1,52<br>2,14 | 1,00<br>1,58 | 0,64<br>1,22 | 0,31<br>0,84 | —0,04<br>0,39 | 0<br>0 |

$L_i$ — расстояние от $i$-й скважины до границы. Знак минус соответствует проницаемой границе с постоянным уровнем (напором) на ней, знак плюс — непроницаемой границе.

2. Угловая область фильтрации с двумя пересекающимися проницаемыми и непроницаемыми границами (рис. 32, *б*):

$$F(r_i, t) = F(r_i, t) \mp F(\rho_i, t) \mp F(r'_i, t) + F(\rho'_i, t), \quad (5.106)$$

где

$$r_i^2 = (x - L'_i)^2 + (y - L''_i)^2; \quad \rho_i^2 = (x + L'_i)^2 + (y - L''_i)^2;$$

$$r_i'^2 = (x - L'_i)^2 + (y + L''_i)^2; \quad \rho_i'^2 = (x + L'_i)^2 + (y + L''_i)^2;$$

$L'_i$ и $L''_i$ — расстояния от $i$-й скважины до границ области фильтрации. Здесь и ниже верхние знаки соответствуют проницаемым границам, нижние — непроницаемым.

3. Угловая область фильтрации, в которой одна граница, расположенная на расстоянии $L'_i$, является проницаемой, а другая — непроницаемой (рис. 32, *в*):

$$F(r_i, t) = F(r_i, t) - F(\rho_i, t) + F(r'_i, t) - F(\rho'_i, t). \quad (5.107)$$

4. Область фильтрации, ограниченная двумя параллельными, проницаемыми или непроницаемыми, границами (рис. 32, *г*):

$$F(r_i, t) = F(r_i, t) \mp F(\rho_i, t) \mp F(\rho'_i, t) + F(r'_i, t) + \\ + F(r''_i, t) \mp F(\rho''_i, t), \quad (5.108)$$

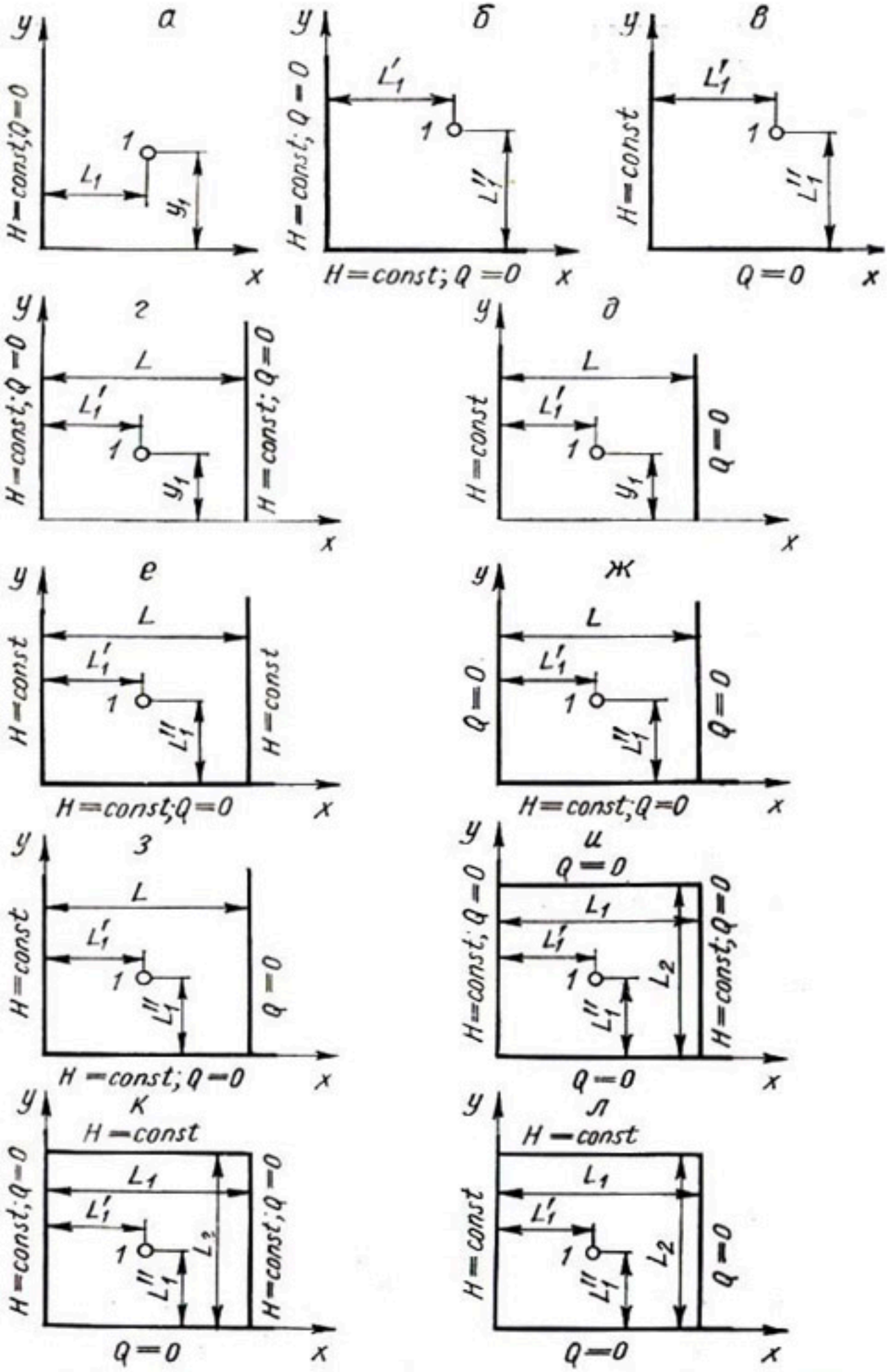



**Рис. 32. Схемы ограниченных областей фильтрации с прямолинейными границами.**

где

$$r_i^2 = (x - L_i')^2 + (y + y_i)^2; \quad \rho_i^2 = (x + L_i')^2 + (y + y_i)^2;$$

$$\rho_i''^2 = (x - 2L + L_i')^2 + (y + y_i)^2; \quad r_i''^2 = (x - L_i' + 2L)^2 + (y + y_i)^2;$$

$$r_i'''^2 = (x - L_i' - 2L)^2 + (y + y_i)^2; \quad \rho_i'''^2 = (x + L_i' + 2L)^2 + (y + y_i)^2;$$

$L$ — расстояние между границами.

5. То же, но одна граница проницаемая, а другая — нет (рис. 32, *д*):

$$F(r_i, t) = F(r_i, t) - F(\rho_i, t) + F(\rho_i', t) - F(r_i', t) - F(r_i'', t) + F(\rho_i'', t). \quad (5.109)$$

6. Область фильтрации, ограниченная тремя прямолинейными границами — параллельными проницаемыми и примыкающей нижней проницаемой и непроницаемой (рис. 32, *е*):

$$F(r_i, t) = F(r_i, t) - F(\rho_i, t) - F(\rho_i', t) \mp F(r_i', t) \pm \pm F(\rho_i'', t) \pm F(\rho_i''', t) + F(r_i'', t), \quad (5.110)$$

где

$$r_i^2 = (x - L_i')^2 + (y - L_i'')^2; \quad \rho_i^2 = (x + L_i')^2 + (y - L_i'')^2;$$

$$\rho_i''^2 = (x + L_i' - 2L)^2 + (y - L_i'')^2; \quad r_i''^2 = (x - L_i')^2 + (y + L_i'')^2;$$

$$\rho_i'''^2 = (x + L_i')^2 + (y + L_i'')^2; \quad \rho_i''''^2 = (x + L_i' - 2L)^2 + (y + L_i'')^2;$$

$$r_i'''^2 = (x - L_i' - 2L)^2 + (y - L_i'')^2.$$

7. То же, но параллельные границы являются непроницаемыми (рис. 32, *ж*):

$$F(r_i, t) = F(r_i, t) + F(\rho_i, t) + F(\rho_i', t) \mp F(r_i', t) \mp \mp F(\rho_i'', t) \mp F(\rho_i''', t) + F(r_i'', t). \quad (5.111)$$

8. То же, но одна из параллельных границ является проницаемой, а другая — нет (рис. 32, *з*):

$$F(r_i, t) = F(r_i, t) - F(\rho_i, t) + F(\rho_i', t) \mp F(r_i', t) \pm \pm F(\rho_i'', t) \mp F(\rho_i''', t) - F(r_i'', t). \quad (5.112)$$

9. Ограниченная область фильтрации в виде прямоугольника, все стороны которого — непроницаемые границы или две параллельные стороны — проницаемые границы (рис. 32, *и*):

$$F(r_i, t) = F(r_i, t) \mp F(\rho_i, t) \mp F(\rho_i', t) + F(r_i', t) + + F(r_i'', t) \mp F(\rho_i'', t), \quad (5.113)$$

где

$$r_i^2 = (x - L_i')^2 + (y - L_i'')^2; \quad \rho_i^2 = (x + L_i')^2 + (y - L_i'')^2;$$

$$\rho_i''^2 = (x + L_i' - 2L_1)^2 + (y + L_i'')^2; \quad r_i''^2 = (x - L_i'')^2 + (y + L_i'')^2;$$

$$r_i'''^2 = (x - L_i')^2 + (y + L_i'' - 2L_2)^2; \quad \rho_i'''^2 = (x + L_i')^2 + (y + L_i'');$$

$L_1$ и $L_2$ — стороны прямоугольника, $L_i' < 0{,}5L_1$, $L_i'' < 0{,}5\ L_2$. Здесь и ниже верхние знаки соответствуют проницаемым, а нижние — непроницаемым границам.

10. Ограниченная область фильтрации в виде прямоугольника, две параллельные стороны которого— проницаемые или непроницаемые границы, а из двух других параллельных сторон одна — проницаемая, а другая — непроницаемая граница (рис. 32, *к*):

$$F(r_i, t) = F(r_i, t) \mp F(\rho_i, t) \mp F(\rho_i', t) + F(r_i', t) - \\ - F(r_i'', t) \mp F(\rho_i'', t). \qquad (5.114)$$

11. Та же область, в которой одна из параллельных сторон проницаемая, а другая — непроницаемая граница (рис. 32, *л*):

$$F(r_i, t) = F(r_i, t) - F(\rho_i, t) + F(\rho_i', t) + F(r_i', t) - \\ - F(r_i'', t) - F(\rho_i'', t). \qquad (5.115)$$

Замечания к расчетам. 1. Расчетные зависимости существенно упрощаются для одиночной скважины, когда знак суммирования по $i$ отбрасывается.

2. Для ограниченных областей фильтрации расчетные формулы получены в результате учета ограниченного числа отображений реальной системы скважин относительно границ области фильтрации. Однако они дают вполне приемлемые результаты, если выполняется условие $\frac{L^2}{at} \geqslant 3$ для однородного грунта или одно из условий $\frac{L^2}{at} \geqslant 3$, $\frac{L}{B} \geqslant 3$ — для слоистых грунтов. В противном случае при длительных периодах откачки количество отображений следует увеличивать, причем общее количество отображений определяется требуемой точностью расчета.

В ряде случаев (при определении понижения уровня в точках, удаленных от скважин, при вычислении сопротивлений отображений реальной системы скважин) с целью упрощения расчетов целесообразно заменить группу взаимодействующих скважин одиночным колодцем с тем же суммарным расходом по методике, изложенной, например, в работе [87].

Глава 6

# МЕТОДЫ РАСЧЕТА ВЕРТИКАЛЬНОГО ДРЕНАЖА ПРИ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ С ПОСТОЯННЫМ ПОНИЖЕНИЕМ В СКВАЖИНЕ

Одним из двух основных режимов работы вертикального дренажа является откачка с постоянным понижением (уровнем) в скважинах. В мелиоративной практике такой режим работы скважин особенно интересен, так как позволяет в течение длительного времени поддерживать заданные уровни грунтовых вод на орошаемом массиве. При принятых по техническим условиям постоянном уровне и конструкции скважин расчетами проверяются такие параметры: количество скважин, обеспечивающих на массиве требуемое понижение в заданные сроки, размеры водоприемной части скважины, ее дебит.

Следует отметить, что разработка аналитических методов фильтрационного расчета вертикального дренажа в этом случае сопряжена с большими математическими трудностями, и поэтому имеющиеся решения получены для более простых условий и схем действия дренажа [15, 53, 67, 71, 96, 112, 123, 127, 137]. Некоторые результаты этих довольно сложных решений в удобном для практического использования виде изложены в настоящей главе.

## § 1. ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ДРЕНАЖ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОДНОРОДНОЙ ПО МОЩНОСТИ ОБЛАСТИ ФИЛЬТРАЦИИ

О д и н о ч н а я  с к в а ж и н а. Согласно работам [15, 53, 137], понижение уровня (напора) в любой точке области фильтрации на расстоянии $r$ от скважины описывается выражением

$$S(r, t) = S_c[1 - R(\tau_c, \bar{r}_c)], \tag{6.1}$$

а дебит скважины

$$Q = 2\pi T S_c G(\tau_c). \tag{6.2}$$

Здесь $\tau_c = \frac{at}{r_c^2}$, $\bar{r}_c = \frac{r}{r_c}$, $S_c$ — заданное постоянное понижение в скважине. Значения функции $R(\tau_c, \bar{r}_c)$ определяются по

Таблица 35

| $\bar{y}$ | $\tau_\sigma$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,25 | 0,5 | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| | | | | $\bar{r}_c = 0{,}0001$ | | | | |
| 0 | 0,345 | 0,265 | 0,180 | 0,087 | 0,039 | 0,017 | 0,013 | 0,013 |
| 1 | 0,375 | 0,297 | 0,220 | 0,115 | 0,042 | 0,020 | 0,014 | 0,014 |
| 2 | 0,465 | 0,375 | 0,265 | 0,134 | 0,044 | 0,021 | 0,015 | 0,016 |
| 3 | 0,532 | 0,425 | 0,302 | 0,155 | 0,048 | 0,023 | 0,016 | 0,017 |
| 4 | 0,728 | 0,549 | 0,355 | 0,177 | 0,054 | 0,026 | 0,018 | 0,018 |
| 5 | 0,905 | 0,683 | 0,428 | 0,212 | 0,065 | 0,030 | 0,021 | 0,021 |
| | | | | $\bar{r}_c = 0{,}0005$ | | | | |
| 0 | 0,320 | 0,245 | 0,176 | 0,082 | 0,035 | 0,016 | 0,012 | 0,012 |
| 1 | 0,345 | 0,258 | 0,205 | 0,097 | 0,038 | 0,018 | 0,013 | 0,013 |
| 2 | 0,408 | 0,328 | 0,230 | 0,118 | 0,041 | 0,020 | 0,014 | 0,014 |
| 3 | 0,470 | 0,385 | 0,257 | 0,135 | 0,043 | 0,021 | 0,015 | 0,015 |
| 4 | 0,554 | 0,448 | 0,305 | 0,152 | 0,048 | 0,023 | 0,016 | 0,016 |
| 5 | 0,701 | 0,540 | 0,346 | 0,176 | 0,055 | 0,026 | 0,019 | 0,019 |
| | | | | $\bar{r}_c = 0{,}001$ | | | | |
| 0 | 0,305 | 0,226 | 0,165 | 0,077 | 0,033 | 0,015 | 0,012 | 0,012 |
| 1 | 0,334 | 0,235 | 0,185 | 0,100 | 0,038 | 0,017 | 0,013 | 0,013 |
| 2 | 0,408 | 0,315 | 0,216 | 0,110 | 0,040 | 0,019 | 0,014 | 0,014 |
| 3 | 0,445 | 0,367 | 0,239 | 0,126 | 0,040 | 0,020 | 0,014 | 0,014 |
| 4 | 0,515 | 0,410 | 0,282 | 0,141 | 0,045 | 0,022 | 0,016 | 0,016 |
| 5 | 0,632 | 0,490 | 0,317 | 0,163 | 0,051 | 0,025 | 0,018 | 0,018 |
| | | | | $\bar{r}_c = 0{,}005$ | | | | |
| 0 | 0,265 | 0,212 | 0,153 | 0,082 | 0,023 | 0,010 | 0,010 | 0,010 |
| 1 | 0,300 | 0,235 | 0,165 | 0,075 | 0,023 | 0,015 | 0,011 | 0,011 |
| 2 | 0,324 | 0,270 | 0,180 | 0,095 | 0,032 | 0,017 | 0,012 | 0,012 |
| 3 | 0,355 | 0,300 | 0,202 | 0,108 | 0,035 | 0,018 | 0,013 | 0,013 |
| 4 | 0,438 | 0,338 | 0,235 | 0,120 | 0,033 | 0,019 | 0,014 | 0,014 |
| 5 | 0,507 | 0,396 | 0,259 | 0,135 | 0 043 | 0,021 | 0,015 | 0,015 |

графику рис. 33 при $10 < \bar{r}_c < 2500$ и $10^2 < \tau_c < 10^3$, а значения функции $G(\tau_c)$ — по графику рис. 34. Если $\tau_c \geqslant 100$, с достаточной точностью можно считать, что

$$G(\tau_c) = -\frac{2}{Ei\left(-\frac{1}{4\tau_c}\right)}. \qquad (6.3)$$

В случае несовершенной скважины вместо радиуса $r_c$ принимается радиус $r_c^0$ (см. формулу (2.2)).

Прямолинейный ряд скважин. Согласно работе [53], зависимость для определения понижений вдоль прямой

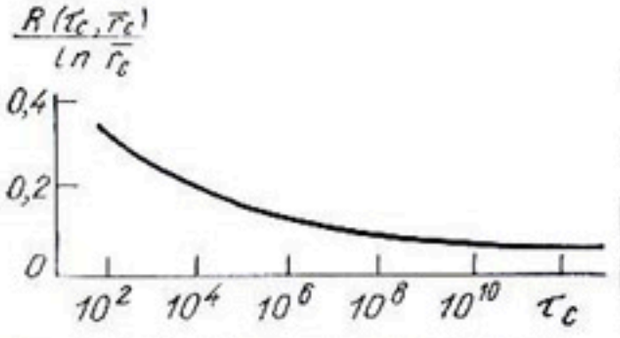



Рис. 33. График для определения функции $R(\tau_c, \bar{r}_c)$.

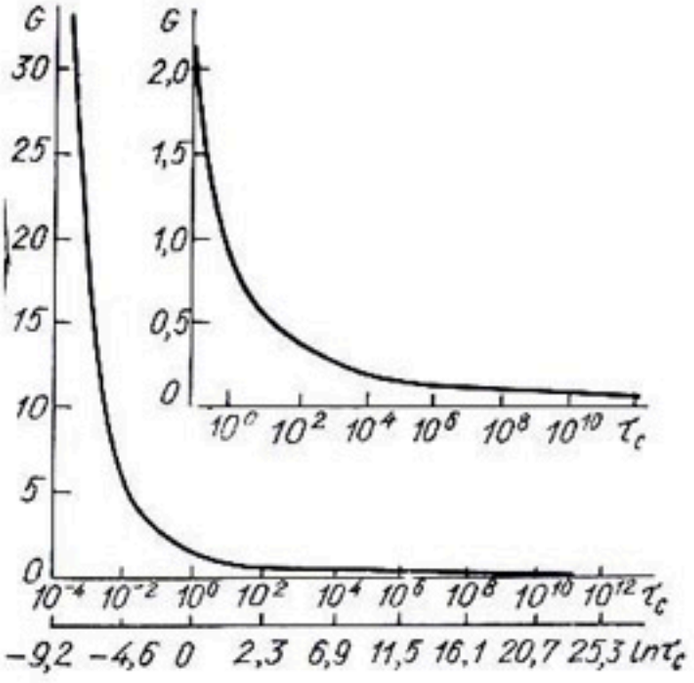



Рис. 34. График для определения функции $G(\tau_c)$.

$y$, проходящей посредине между скважинами перпендикулярно ряду, имеет вид

$$S(y, t) = \frac{2}{\pi} S_c [1 - F(\tau_\sigma, \bar{y}, \bar{r}_c)]. \qquad (6.4)$$

Дебит скважины при $\tau_\sigma \geqslant 0{,}25$ определяется по формуле

$$Q = \frac{8TS_c}{\pi \ln \frac{\sigma}{2\pi r_c}} \left\{ [1 + A(1{,}5 + \beta^2)]\, \varphi(\beta) - \frac{A}{\sqrt{\pi}} \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right) \right\}, \qquad (6.5)$$

где

$$\tau_\sigma = \frac{at}{\sigma}, \quad \bar{y} = \frac{y}{\sigma}, \quad \bar{r}_c = \frac{r_c}{\sigma}, \quad A = \frac{0{,}3}{\left(\ln \frac{\sigma}{2\pi r_c}\right)^3},$$

$$\beta = \frac{\pi \sqrt{\tau_\sigma}}{\ln \frac{\sigma}{2\pi r_c}}, \quad \varphi(\beta) = e^{\beta^2} \operatorname{erfc} \beta, \quad \operatorname{erfc} \beta = 1 - \Phi(\beta),$$

$\Phi(\beta)$ — известный интеграл вероятности. Значения функций $F(\tau_\sigma, \bar{y}, \bar{r}_c)$ приведены в табл. 35, заимствованной из работы [53], функция $\varphi(\beta)$ табулирована в работе [95]. В случае несовершенных скважин вместо радиуса $r_c$ принимается радиус $r_c^0$, определяемый формулой (2.2).

К о л ь ц е в а я б а т а р е я с к в а ж и н. При таком расположении дебит скважины $Q$ при больших значениях $\tau_\sigma > 1$ приближенно определяется по формуле [53]

$$Q = \frac{8TS_c}{\ln \frac{R}{nr_c} + n \ln \frac{\sigma}{R} \sqrt{\pi \tau_\sigma}}, \qquad (6.6)$$

где $n$ — число скважин в кольце, $\sigma$ — расстояние между ними, $R$ — радиус кольца.

П р я м о л и н е й н ы й р я д н е с о в е р ш е н н ы х

скважин большой протяженности. В этом случае ряд скважин по методу фильтрационных сопротивлений заменяется эквивалентной совершенной траншеей и рассматривается приток к такой траншее. Тогда понижения в неограниченной области фильтрации на расстоянии $x > \sigma$ находят по формуле

$$S(x, t) = S_c \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{at}} - S_c e^{\frac{at}{\Phi_p^2} + \frac{x}{\Phi_p}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{at}}{\Phi_p} + \frac{x}{2\sqrt{at}}\right). \tag{6.7}$$

Выражение для понижения вблизи скважин ряда ($x = 0$) имеет вид

$$S(0, t) = S_c\left(1 - e^{\frac{at}{\Phi_p^2}} \operatorname{erfc} \frac{\sqrt{at}}{\Phi_p}\right). \tag{6.8}$$

Погонный двухсторонний приток к ряду скважин определяется по формуле

$$q = \frac{2S_c T}{\Phi_p} e^{\frac{at}{\Phi_p^2}} \operatorname{erfc} \frac{\sqrt{at}}{\Phi_p}. \tag{6.9}$$

Здесь $\Phi_p$ — фильтрационное сопротивление на несовершенство линейного ряда несовершенных скважин, определяемое по формуле (3.5).

Если в расчетных формулах положим $\Phi_p = 0$, то получим известные формулы для расчета притока к совершенной траншее

$$S(x, t) = S_c \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{at}}, \tag{6.10}$$

$$q = \frac{2TS_c}{\sqrt{\pi at}}. \tag{6.11}$$

## § 2. СИСТЕМАТИЧЕСКИЙ ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ДРЕНАЖ В УСЛОВИЯХ ИНФИЛЬТРАЦИОННОГО ПИТАНИЯ

Приближенные методы фильтрационного расчета этой схемы разработаны на основании приведенных в гл. 4 теоретических решений.

Площадной дренаж (неограниченная сетка скважин с равномерным шагом).

1. В случае однородного грунта (см. рис. 21) расчетная формула для определения уровня $H(t)$ посредине между несовершенными скважинами ($r = R$) имеет вид

$$H(t) = H + (H_0 - H) e^{-\alpha^2 \bar{t}}, \tag{6.12}$$

где $\bar{t} = \frac{t}{\tau}$, $\tau = \frac{\mu R^2}{T}$, $R = 0{,}56\sigma$, $\alpha$ — корень, определяемый из уравнения (4.9), упрощенного к виду

$$Y_1(\alpha) + \frac{2}{\pi} J_1(\alpha)(2\pi\Phi - \ln \bar{r}_c \alpha + 0{,}11) = 0; \tag{6.13}$$

$H$ — уровень грунтовых вод при установившемся режиме фильтрации, который определяется по формуле (3.1) как

$$H = H_c + \frac{\varepsilon\sigma^2}{T}\left(0{,}366 \lg \frac{\sigma}{\pi r_c} + \Phi\right);$$

$H_0$ — уровень грунтовых вод до откачки (при $t = 0$), $\Phi$ — фильтрационное сопротивление на несовершенство скважины в однородном грунте.

Дебит скважины $Q$ определяется по формуле

$$Q(t) = [H(r_c, t) - H_c]\frac{T}{\Phi}, \tag{6.14}$$

где $H(r_c, t)$ — уровень грунтовых вод у скважины;

$$H(r_c, t) = H_c' + (H_0 - H_c')\, e^{-\alpha^2 \bar{t}},$$

$$H_c' = H_c + \frac{\varepsilon\sigma^2}{T}\Phi, \quad T = km. \tag{6.15}$$

В качестве расчетной мощности потока $m$ приближенно принимается при $h_0 > h_R > h^c$

$$m = \frac{2h_0 + h_c}{3}; \tag{6.16}$$

при $h_R > h_0 > h_c$

$$m = \frac{h_R + h_0 + h_c}{3}; \tag{6.17}$$

при $h_R > h_0 = h_c$

$$m = \frac{2h_c + h_R}{3}, \tag{6.18}$$

где $h_R$, $h_0$ и $h_c$ — глубины потока грунтовых вод, соответствующие уровням $H_R$, $H_0$ и $H_c$;

$$h_R = \sqrt{h_c^2 + \frac{\varepsilon R^2}{k}\left(\ln \frac{R}{r_c} - 0{,}5 + 2\pi\Phi\right)}. \tag{6.19}$$

2. В двухслойном грунте при откачке из нижнего слоя уровень грунтовых вод $H_1$ в верхнем слое и напор $H_2$ в нижнем слое посредине между несовершенными скважинами ($r = R$) определяются по формуле

$$H_i(t) = H_i + \left(\frac{H_{0_1}\mu_1 + H_{0_2}\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} - H_i\right) e^{-\alpha^2 \bar{t}_0}, \tag{6.20}$$

где $\bar{t}_0 = \frac{t}{\tau_0}$, $\tau_0 = \frac{(\mu_1 + \mu_2) R^2}{T}$, $H_{0_1}$, $H_{0_2}$ — уровни грунтовых вод в слоях до откачки, $\mu_1$, $\mu_2$ — водоотдачи слоев, $H_i$ ($i = 1, 2$) — уровни в слоях при установившемся режиме фильтрации, которые определяются по формулам (3.1) и (3.9), $\alpha$ — корень уравнения (6.13). Дебит скважины $Q(t)$ определяется по формуле

$$Q(t) = [H_2(r_c, t) - H_c]\frac{T_2}{\Phi(b_2)},$$

где уровень грунтовых вод у скважины

$$H_2(r_c, t) = H_c' + \left(\frac{H_{0_1}\mu_1 + H_{0_2}\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} - H_c'\right) e^{-\alpha^2 \bar{t}_*}, \qquad (6.21)$$

а уровень вблизи скважины при установившемся режиме фильтрации (см. (3.12))

$$H_c' = H_c + \frac{\varepsilon\sigma^2}{T}\Phi(b_2).$$

3. В трехслойном грунте со средним слабопроницаемым слоем при одновременных откачках из верхнего и нижнего слоев (см. рис. 22) приближенная формула для определения уровня грунтовых вод в слоях посредине между скважинами имеет вид

$$H_i(R, t) = H_i + (H_{0_i} - H_i) e^{\lambda t}. \qquad (6.22)$$

Расходы, поступающие в скважину из верхнего и нижнего слоев, определяются как

$$Q_i(t) = Q_i + Q_i^0 e^{\lambda t}. \qquad (6.23)$$

Общий дебит скважины

$$Q(t) = Q_1(t) + Q_2(t). \qquad (6.24)$$

Здесь $H_i$ и $Q_i$ (уровни и расходы в условиях установившейся фильтрации) определяются по формулам (3.102) — (3.105) и при $Q_0' = Q_0'' = 0$

$$Q_i^0 = \frac{4T_i(H_{0_i} - H_i)}{Y_0(\mu) + 0{,}64 J_0(\mu) \ln \dfrac{1{,}12R}{\mu r_c}}; \qquad (6.25)$$

$$\lambda = \frac{\alpha + \beta}{2} + \sqrt{\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)^2 + b_1 b_2},$$
$$\alpha = -a_1 \frac{\mu^2}{R^2} - b_1, \quad \beta = -a_2 \frac{\mu^2}{R^2} - b_2; \qquad (6.26)$$

$Y_0(\mu)$ и $J_0(\mu)$ — известные функции Бесселя действительного аргумента $\mu$, значение которого берется из табл. 14 при $n = 1$. Остальные обозначения те же, что и раньше.

При откачке только из нижнего слоя (см. рис. 23) расчеты с определенным приближением можно выполнять по предыдущим зависимостям, однако в этом случае вместо корня $\lambda$ берется корень $\delta$, методика определения которого несколько усложняется.

Корень $\delta$ находится в результате решения уравнения

$$\delta^3 - (\bar{\lambda} + \lambda)\delta^2 + [\bar{\lambda}\lambda - \nu_1(\nu_2 + \nu_3)]\delta + \nu_1\nu_2\bar{\lambda} = 0, \qquad (6.27)$$

причем в качестве расчетного принимается $\delta = \delta_2$. Здесь корень $\lambda_1$ определяется из уравнения (6.26), а $\bar{\lambda}$ — из уравнения

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{\alpha} + \bar{\beta}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{\alpha} - \bar{\beta}}{2}\right)^2 + b_1 b_2}, \qquad (6.28)$$

где $\bar{\alpha} = -a_1 \frac{\eta^2}{R^2} - b_1$, $\bar{\beta} = -a_2 \frac{\eta^2}{R^2} - b_2$; корень $\eta$ берется из табл. 15 при $n = 1$. Кроме того, в формуле (6.27) принимаются

$$\nu_1 = \frac{2b_2a_1}{r_c(\lambda - \lambda_2)} P_*(\mu), \quad \nu_2 = -\frac{4a_2b_1}{\pi R^2 (b_1 + b_2)},$$

$$\nu_3 = -\frac{2b_1a_2}{r_c(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0)} \Phi(\eta),$$

где

$$\Phi(\eta) = \frac{Y_1^2(\eta)}{\left(-\frac{2}{\pi \bar{r}_c \eta}\right)^2 - Y_1^2(\eta)}, \quad P_*(\mu) = \frac{\mu^2}{R^2} \frac{J_1^2(\mu)}{1 - J_1^2(\mu)},$$

$Y_1(\eta)$, $J_1(\mu)$ — известные функции Бесселя действительных аргументов $\eta$ и $\mu$ первого порядка. Корни $\lambda_0$ и $\bar{\lambda}_0$ определяются также из уравнений (6.26) и (6.28), в которых перед корнем необходимо ставить знак минус.

*Примеры.* Рассчитать понижения между скважинами систематического дренажа при $R = 0{,}56\,\sigma = 500$ м в случае трехслойного грунта с параметрами $m_1 = m_3 = 10$, $m_2 = 5$ м, $k_1 = 5$, $k_2 = 0{,}01$, $k_3 = 20$ м/сутки, $\mu_1 = 0{,}10$, $\mu_2 = 0{,}002$. Кроме того, принимаем $l = m_3$, $r_c = 0{,}5$ м и $\varepsilon = 0{,}001$ м/сутки.

1. Схема с постоянным понижением в обоих слоях $S_c = 5$ м. Предварительно находим

$$T_1 = 50, \quad T_3 = 200, \quad T = 250 \text{ м}^2/\text{сутки};$$

$$a_1 = 5 \cdot 10^2, \quad a_2 = 10^5 \text{ м}^2/\text{сутки}; \quad b_1 = 0{,}02,$$

$$b_2 = 1{,}0 \text{ сутки}^{-1}; \quad \varepsilon_0 = 0{,}4 \text{ м}; \quad c = 0{,}0071 \text{ м}^{-1};$$

$$\bar{r}_c = 0{,}001; \quad cR = 3{,}55; \quad \mu = \mu_1 = 0{,}569, \quad \mu_2 = 4{,}11;$$

$$\alpha = \alpha_1 = -0{,}0207;$$

$$\beta = \beta_1 = -1{,}133; \quad \alpha_2 = -0{,}054; \quad \beta_2 = -7{,}75; \quad \lambda = \lambda_1 = -0{,}0026$$

$$\lambda_{21} = -1{,}148, \quad \lambda_{12} = -0{,}05, \quad \lambda_{22} = -7{,}75.$$

Результаты расчетов понижений на внешней границе области фильтрации $S_1(R, t) = H_{0_1} - H_1(R, t)$ и $S_2(R, t) = H_{0_2} - H_2(R, t)$ и дебитов $Q_1$, $Q_2$, $Q$ по точным (ограниченным первыми двумя членами ряда) и приближенным формулам приведены в табл. 36. Дополнительно также принимаем в формуле (4.31) $\alpha R^2 = 0{,}25$ м, $\beta = -0{,}5$ м, $\delta_1 = 0{,}058$ м, $\delta_2 = -0{,}014$ м, $\gamma_1 \approx \gamma_2 = 0$, $C_1 = 4{,}68$ м, $C_2 = 5{,}08$ м.

2. Схема с постоянным понижением в нижнем слое $S_c = 5$ м. Дополнительно находим $\eta = \eta_1 = 3{,}832$, $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_1 = -0{,}049$,

$\tilde{\beta} = \bar{\beta}_1 = -1{,}12$, $\lambda = \lambda_{11} = -0{,}0026$, $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{11} = -0{,}043$, $\lambda_0 = \lambda_{21} = -1{,}148$, $\bar{\lambda}_0 = \bar{\lambda}_{21} = -6{,}75$, $P_*(\mu) = 9 \cdot 10^{-8}$, $\Phi(\eta) = 6{,}15 \cdot 10^{-6}$, $\nu_1 = 1{,}57 \cdot 10^{-4}$, $\nu_2 = -0{,}001$, $\nu_3 = -7{,}97 \cdot 10^{-3}$,

$$\tilde{S}'_1 = 0{,}40\frac{R^2}{\mu_1^2}, \quad \tilde{S}'_2 = 1{,}01\frac{R^2}{\eta_1^2}, \quad \bar{S}'_1 = 0{,}55\frac{R^2}{\mu_1^2}, \quad \bar{S}'_2 = 0{,}63\frac{R^2}{\mu_1^2},$$

$A_1 = -0{,}245$, $A_2 = -0{,}74$, $A_3 = 0{,}26$, $\frac{2}{R^2}\tilde{S}''_{1*}(0, 0) = -0{,}74$,

$\frac{2}{R^2}\tilde{S}''_{2*}(0, 0) = 1{,}23$, $\delta_1 = -9 \cdot 10^{-4}$, $\delta_2 = \delta = -1{,}9 \cdot 10^{-3}$,

$\delta_3 = -0{,}042$, $\Delta = -1{,}64 \cdot 10$,

$g(0) = -0{,}245$, $\frac{df(0)}{dt} = -6{,}7 \cdot 10^{-3}$, $\frac{d^2f(0)}{dt^2} = 3{,}5 \cdot 10^{-4}$,

$f(0) = -0{,}48$, $\frac{dg(0)}{dt} = 5{,}74 \cdot 10^{-4}$, $\frac{d^2g(0)}{dt^2} = -2{,}69 \cdot 10^{-6}$,

Таблица 36

| $t$, сутки | $S_1$, м | | $S_2$, м | | $Q_1$, м³/сутки | | $Q_2$, м³/сутки | | $Q$, м³/сутки | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | — | — | — | — | — | — |
| 20 | 0,13 | 0,08 | 0,03 | 0,09 | 235 | 243 | 1017 | 948 | 1282 | 1191 |
| 50 | 0,22 | 0,18 | 0,18 | 0,23 | 232 | 238 | 986 | 923 | 1218 | 1161 |
| 100 | 0,37 | 0,34 | 0,37 | 0,43 | 223 | 230 | 940 | 884 | 1163 | 1114 |
| 150 | 0,52 | 0,48 | 0,54 | 0,60 | 217 | 223 | 901 | 851 | 1118 | 1074 |
| 200 | 0,64 | 0,60 | 0,70 | 0,75 | 212 | 217 | 865 | 823 | 1077 | 1040 |
| 500 | 1,12 | 1,08 | 1,34 | 1,37 | 192 | 194 | 726 | 709 | 918 | 903 |
| | 1,48 | 1,48 | 1,88 | 1,88 | 175 | 175 | 611 | 611 | 786 | 786 |

Примечание. В левых столбцах приведены точные значения $S_1$, $S_2$, $Q_1$, $Q_2$ и $Q$, в правых — приближенные.

Таблица 37

| $t$, сутки | $f(t)$ | $g(t)$ | $S_1$, м | | $S_2$, м | | $Q$, м³/сутки | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | — | — | — | 0 | — | 0 | — | 995 |
| 20 | — | — | — | 0,06 | — | 0,03 | — | 986 |
| 50 | — | — | — | 0,11 | — | 0,06 | — | 976 |
| 100 | 0,55 | 0,23 | 0,32 | 0,20 | — | 0,11 | 922 | 958 |
| 150 | 0,46 | 0,20 | 0,42 | 0,30 | 0,09 | 0,17 | 902 | 943 |
| 200 | 0,39 | 0,18 | 0,50 | 0,39 | 0,15 | 0,21 | 897 | 928 |
| 300 | 0,26 | 0,08 | 0,76 | 0,70 | 0,40 | 0,41 | 848 | 866 |
| | 0 | 0 | 1,09 | 1,09 | 0,68 | 0,68 | 786 | 786 |

Примечание. В левых столбцах приведены точные значения $S_1$, $S_2$ и $Q$, в правых — приближенные.

$$\Delta_{11} = -0{,}9 \cdot 10^{-6}, \quad \Delta_{21} = 2{,}08 \cdot 10^{-6}, \quad \Delta_{12} = -0{,}08 \cdot 10^{-2},$$
$$\Delta_{22} = 0{,}52,$$
$$C_{11} = 0{,}55, \quad C_{21} = -1{,}27, \quad C_{12} = 0{,}05, \quad C_{22} = -0{,}32.$$

Результаты дальнейших расчетов по точным (с ограничением первым членом ряда) и приближенным формулам приведены в табл. 37.

Линейный дренаж (неограниченная сетка скважин с неравномерным шагом).

Методика расчета такого вертикального дренажа разработана при помощи метода фильтрационных сопротивлений.

1. Для однородного грунта расчетные зависимости имеют вид

$$h(t) = \sqrt{h_c^2 + (h_0^2 - h_c^2)\beta_1(\bar{t}) + \frac{\varepsilon L}{k}[4\Phi_p + L - 2L\beta_2(\bar{t})]} \quad (6.29)$$

для определения глубины грунтовых вод посредине между рядами скважин;

$$h_c(t) = h_c + \frac{2Q(t)}{k(h_0 + h_c)}\Phi_p \quad (6.30)$$

для приближенного определения глубины посредине между скважинами в ряду;

$$Q(t) = \frac{k\sigma(h_0^2 - h_c^2)}{L}\rho_1(\bar{t}) + \varepsilon B\sigma[1 - \rho_2(\bar{t})] \quad (6.31)$$

для определения дебита скважины.

В приведенных формулах коэффициенты $\beta_1$, $\beta_2$, $\rho_1$ и $\rho_2$ в зависимости от времени $\bar{t} = \frac{t}{\tau}$ $\left(\tau = \frac{2\mu L^2}{k(h_0 + h_c)}\right)$ и параметра несовершенства $c = \frac{L}{2\Phi_p}$ определяются по графикам, приведенным на рис. 35—38. Остальные обозначения величин те же, что и раньше.

2. Для двухслойного грунта при откачке из нижнего слоя расчетные зависимости имеют вид

$$H_1(t) = H + H(t_0) \quad (6.32)$$

для определения уровня грунтовых вод посредине между рядами в верхнем слое;

$$H_2(t) = H - \frac{\varepsilon m_1}{k_1} + H(t_0)\gamma(\mu) \quad (6.33)$$

для определения напора посредине между рядами в нижнем слое;

$$Q(t) = \varepsilon B\sigma + Q(t_0)\gamma(\mu) \quad (6.34)$$

для определения дебита скважин. Здесь $H = H_c + \frac{\varepsilon m_1}{k_1} + \frac{\varepsilon L}{2T} \times$

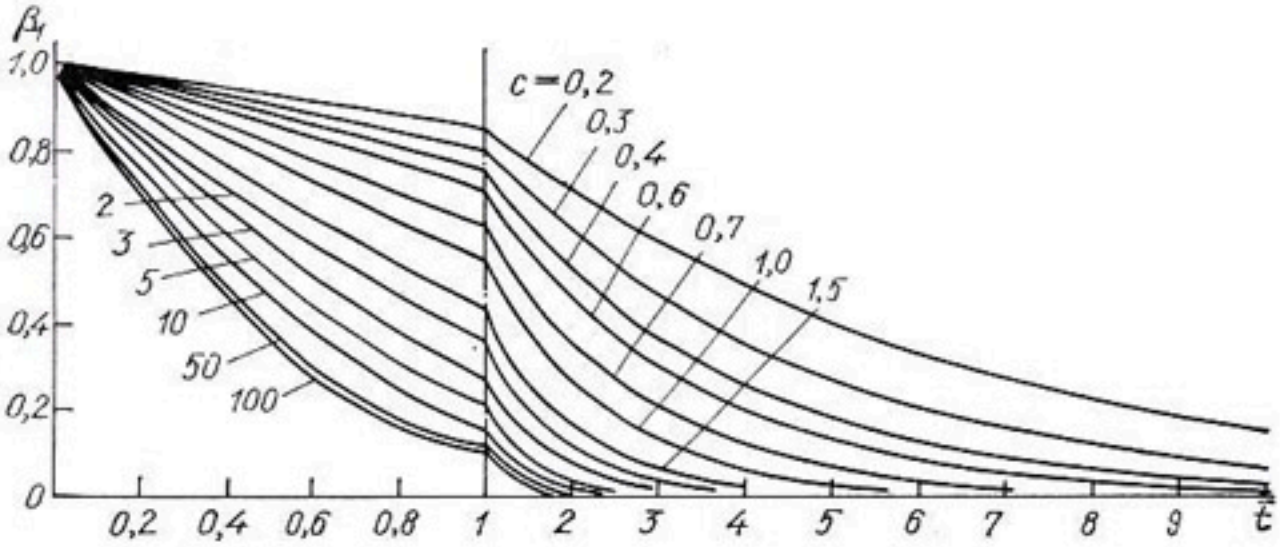



Рис. 35. График для определения коэффициента $\beta_1$.

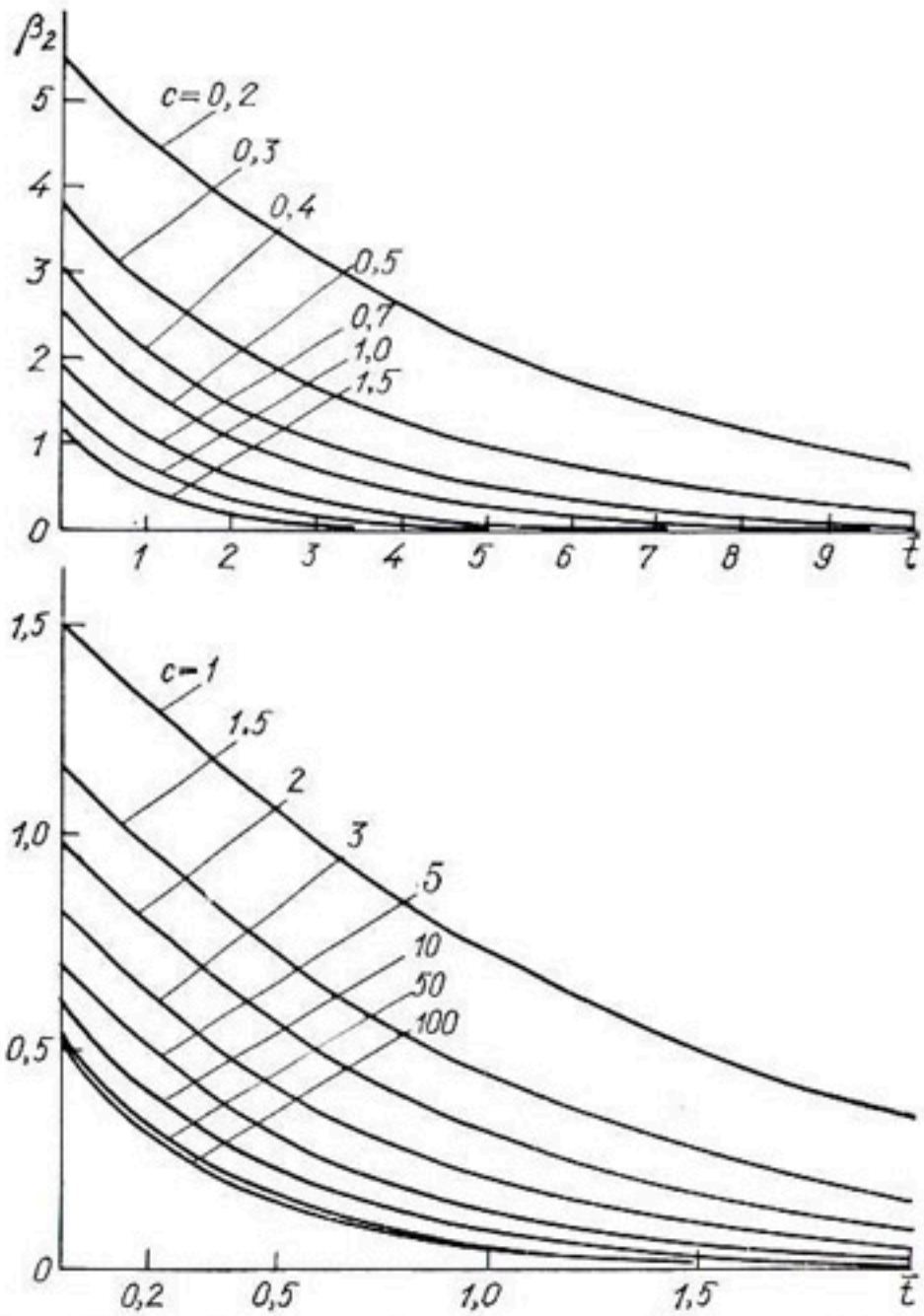



Рис. 36. График для определения коэффициента $\beta_2$.

$\times (L + 4\Phi_p)$ —уровень грунтовых вод при установившемся режиме фильтрации;

$$H(t_0) = \left(\frac{H_{0_1}\mu_1 + H_{0_2}\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} - H_c\right)\beta_1(\bar{t}_0) - \frac{\varepsilon L^2}{T}\beta_2(\bar{t}_0);$$

$$Q(t_0) = \frac{2T\sigma}{L}\left(\frac{H_{0_1}\mu_2 + H_{0_2}\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} - H_c\right)\rho_1(\bar{t}_0) - \varepsilon B\sigma\rho_2(\bar{t}_0);$$

$$\gamma(\mu) = 1 - \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}\frac{\alpha^2 T\mu_1}{L^2 k_1}, \quad \bar{t}_0 = \frac{t}{\tau_0}, \quad \tau_0 = \frac{\mu_1 + \mu_2}{T}L^2;$$

$c = \frac{L}{2\Phi_p}$; $H_{0_1}$ и $H_{0_2}$— уровни грунтовых вод в слоях до откачки ($t = 0$), $\alpha$ — параметр, определяемый из табл. 38, $\beta_i(\bar{t}_0)$ и

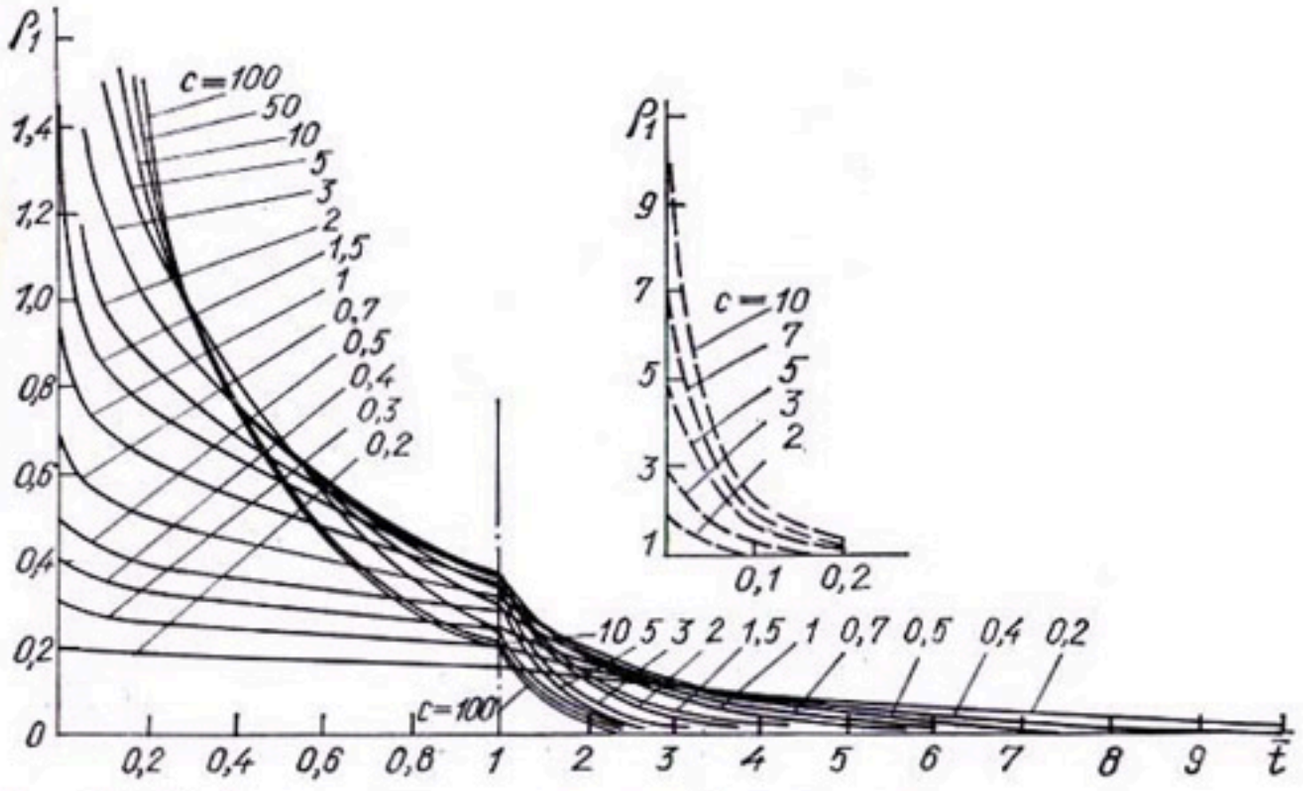



Рис. 37. График для определения коэффициента $\rho_1$.

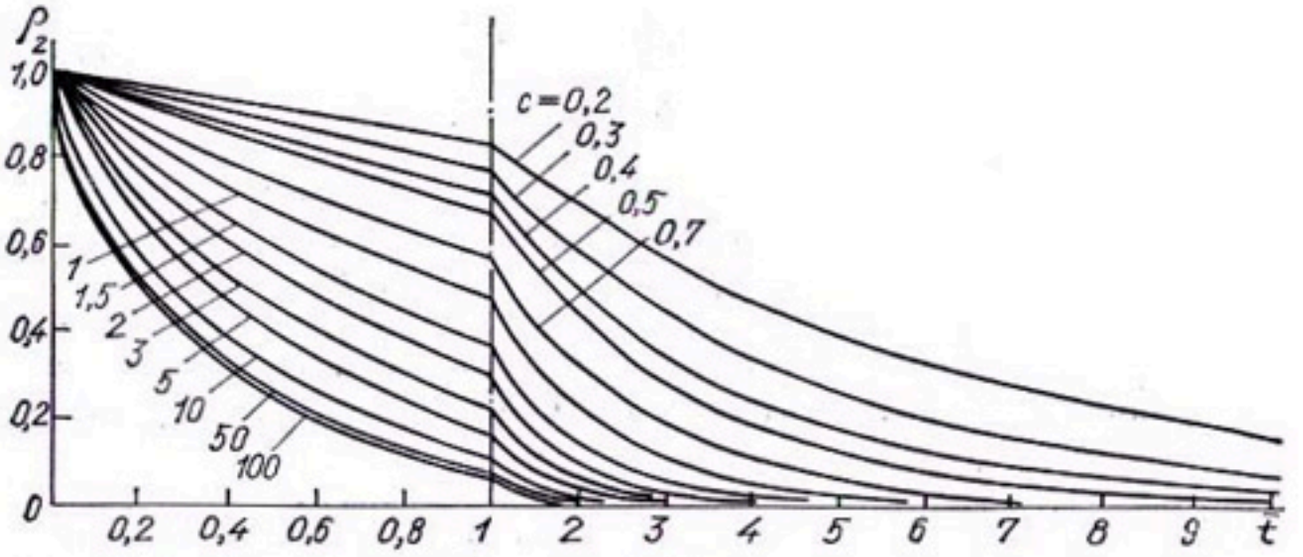



Рис. 38. График для определения коэффициента $\rho_2$.

$\rho_i(\bar{t}_0)$ — коэффициенты, которые берутся из графиков рис. 35—38 при $\bar{t} = \bar{t}_0$.

Комбинированный дренаж (горизонтальная несовершенная дрена в верхнем слое и линейный ряд вертикальных несовершенных или совершенных скважин в нижнем слое с изливом воды из скважин в дрену; $H_д = H_c$).

Таблица 38

| c | α | c | α |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 2 | 1,08 |
| 0,005 | 0,07 | 4 | 1,265 |
| 0,01 | 0,10 | 7 | 1,38 |
| 0,05 | 0,22 | 10 | 1,43 |
| 0,10 | 0,31 | 20 | 1,50 |
| 0,26 | 0,48 | 40 | 1,53 |
| 0,5 | 0,65 | 100 | 1,555 |
| 1,0 | 0,86 | ∞ | 1,571 |

Таблица 39

| $c_{1,2}$ | $\zeta_{1,2}$ | $c_{1,2}$ | $\zeta_{1,2}$ |
|---|---|---|---|
| ∞ | 1 | 0,5 | 0,42 |
| 100 | 0,99 | 0,4 | 0,38 |
| 50 | 0,98 | 0,3 | 0,33 |
| 10 | 0,91 | 0,2 | 0,28 |
| 5 | 0,84 | 0,1 | 0,20 |
| 3 | 0,76 | 0,04 | 0,13 |
| 1 | 0,55 | 0,01 | 0,06 |
| 0,7 | 0,48 | | |

Приближенная методика расчета такого дренажа также разработана при помощи метода фильтрационных сопротивлений. Для схемы трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем расчетные зависимости следующие:

$$h_1(t) = h_1 + (h_{0_1} - h_1)\, e^{\lambda t},$$
$$h_2(t) = h_2 + (h_{0_2} - h_2)\, e^{\lambda t}, \tag{6.35}$$

где $h_1(t)$ — превышение уровня в верхнем слое, $h_2(t)$ — превышение напора в нижнем слое посредине между дренажами;

$$q_1(t) = q_1 + (q_{0_1} - q_1)\, e^{\lambda t},$$
$$q_2(t) = q_2 + (q_{0_2} - q_2)\, e^{\lambda t}, \tag{6.36}$$

где $q_1(t)$ и $q_2(t)$ — соответственно погонный приток к дрене в верхнем слое к ряду скважин в нижнем. В приведенных формулах $h_1$, $h_2$ и $q_1$, $q_2$ — соответственно уровни (напоры) и погонные притоки в условиях установившейся фильтрации, $h_{0_1}$, $h_{0_2}$ и $q_{0_1}$, $q_{0_2}$ — превышения уровня (напора) и погонные притоки в начальный момент времени ($t = 0$). Величины $q_{0_1}$ и $q_{0_2}$ приближенно рассчитываются по формулам

$$q_{0_1} = \frac{T_1}{\Phi'_д} h_{0_1}, \quad q_{0_2} = \frac{T_2}{\Phi''_р} h_{0_2}, \tag{6.37}$$

где $\Phi_д' = f_1$, $\Phi_р'' = \sigma\left(\tilde{f}_3 + 0{,}366 \lg\frac{\sigma}{2\pi r_с}\right)$ — сопротивления на несовершенство дренажей относительно того слоя, в котором они расположены. Параметр $\lambda$ находится по формуле (6.26), в которой принимается

$$\alpha = -\frac{\pi^2}{B^2}\zeta_1^2 a_1 - b_1, \quad \beta = -\frac{\pi^2}{B^2}\zeta_2^2 a_2 - b_2, \tag{6.38}$$

где $\zeta_1$ и $\zeta_2$ — коэффициенты, учитывающие влияние несовершенства дренажей в слоях (их берут из табл. 39 при значениях $c_1 = \frac{B}{4\Phi_д'}$, $c_2 = \frac{B}{4\Phi_р''}$).

Таблица 40

| $t$, сутки | $h_1$, м | $h_2$, м | $q_1$, м²/сутки | $q_2$, м²/сутки |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 3 | 3 | 7,56 | 2,29 |
| 10 | 2,89 | 2,86 | 7,04 | 2,16 |
| 25 | 2,75 | 2,67 | 6,34 | 1,98 |
| 50 | 2,54 | 2,39 | 5,32 | 1,73 |
| 100 | 2,22 | 1,97 | 3,35 | 1,34 |
| 200 | 1,84 | 1,48 | 1,98 | 0,89 |
| 300 | 1,66 | 1,24 | 1,12 | 0,68 |
| 500 | 1,54 | 1,08 | 0,51 | 0,52 |
| ∞ | 1,50 | 1,03 | 0,33 | 0,48 |

В случае совершенного горизонтального дренажа в пределах верхнего слоя ($\Phi_д' = 0$, $c_1 \to \infty$) принимается $\zeta_1 = 1$, в случае линейного ряда совершенных скважин в пределах нижнего слоя принимается $\Phi_р'' = 0{,}366\sigma \lg\frac{\sigma}{2\pi r_с}$.

*Пример.* Выполнить расчет комбинированного дренажа в условиях неустановившейся фильтрации при следующих исходных данных: $h_{0_1} \approx h_{0_2} = 3{,}0$ м, $\mu_1 = 0{,}10$, $\mu_2 = 0{,}002$. Остальные исходные и другие данные те же, что и в примере, приведенном в § 6 гл. 3. Предварительно находим

$$c_1 = \frac{806}{4 \cdot 4{,}56} = 44{,}2, \quad c_2 = \frac{806}{4 \cdot 262{,}2} = 0{,}768; \quad \zeta_1 = 0{,}97, \quad \zeta_2 = 0{,}5;$$

$$\alpha = -\frac{3{,}14^2}{806^2} \cdot 0{,}97^2 \cdot 115 - 0{,}02 = -0{,}0217; \quad \beta = -\frac{3{,}14^2}{806^2} 0{,}5^2 \times$$

$$\times 10^5 - 1 = -1{,}38; \quad \lambda = \frac{-0{,}0217 - 1{,}38}{2} + \sqrt{\left(\frac{1{,}38 - 0{,}0217}{2}\right)^2 + 0{,}02 \cdot 1} =$$

$$= -0{,}0074.$$

Теперь согласно (6.35) для вычисления превышений в слоях $h_1(t)$ и $h_2(t)$ составляем уравнения

$$h_1(t) = 1{,}5 + (3 - 1{,}5)\, e^{-0{,}0074t},$$

$$h_2(t) = 1{,}03 + (3 - 1{,}03)\, e^{-0{,}0074t},$$

а согласно (6.36) для определения погонных притоков к дренажам—уравнения

$$q_1(t) = 0{,}33 + (7{,}56 - 0{,}33)\, e^{-0{,}0074t},$$

$$q_2(t) = 0{,}48 + (2{,}29 - 0{,}48)\, e^{-0{,}0074t}.$$

Результаты расчетов по этим уравнениям приведены в табл. 40.

## § 3. ЛИНЕЙНЫЙ ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ДРЕНАЖ ВБЛИЗИ ВОДОЕМОВ (КАНАЛОВ) В УСЛОВИЯХ ИСПАРЕНИЯ С ПОВЕРХНОСТИ ГРУНТОВЫХ ВОД

С помощью метода фильтрационных сопротивлений разработана приближенная методика расчета неустановившегося притока из несовершенного водоема (канала) к линейному ряду несовершенных скважин с учетом испарения с поверхности грунтовых вод. Использование этой методики предполагает, что водоем (канал) расположен на расстоянии от скважины $L > 2m$, где $m$ — мощность водоносной толщи, и что канал действует в условиях подпертой фильтрации. Предложенная методика применима в случаях одно- и двухстороннего симметричного оттока из канала (притока к дренажу), а также из водоема (широкого канала) для любой схемы оттока из него.

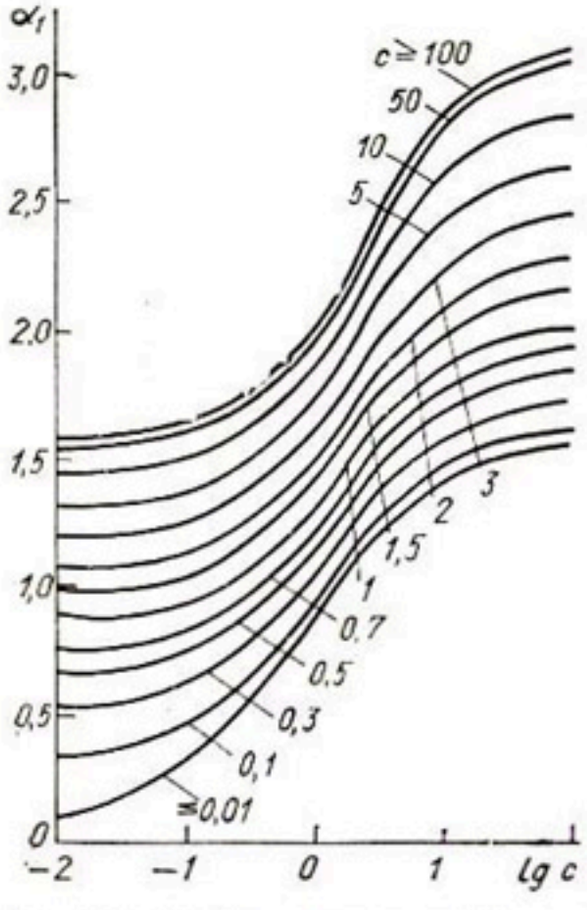



Рис. 39. График для определения корня $\alpha_1$.

1. Для однородного грунта расчетные зависимости имеют вид

$$h(x, t) = h(x) + [h_0 - h(x)]\, e^{-\alpha_1^2 t} \tag{6.39}$$

для определения превышения уровня грунтовых вод над уровнем воды в скважине в любом сечении $x \geq \sigma$;

$$q(t) = h(0, i)\, \frac{T}{\Phi_p} \tag{6.40}$$

для определения погонного притока к ряду скважин;

$$q_k(t) = \frac{T}{\Phi_k} [h_k - h(L, t)] \tag{6.41}$$

для определения оттока из несовершенного водоема (канала). Здесь превышения $h(0, t)$ и $h(L, t)$ находятся по формуле (6.39)

соответственно при $x = 0$ (в сечении ряда скважин) и $x = L$ (в сечении уреза воды в канале), а превышение уровня $h(x)$ в условиях установившейся фильтрации — по формуле

$$h(x) = h_c' + \frac{h_k' - h_c'}{L} x - \frac{\varepsilon x}{2T}(L - x), \qquad (6.42)$$

где $h_c' = \frac{q}{T}\Phi_p$, $h_k' = h_k - \frac{q_k}{T}\Phi_k$. Расходы $q$ и $q_k$ для схемы одностороннего притока к дренажу определяются таким образом:

$$q = \frac{Th_k - \varepsilon L(0{,}5L + \Phi_k)}{L + \Phi_k + \Phi_p},$$

$$q_k = \frac{Th_k + \varepsilon L(0{,}5L + \Phi_p)}{L + \Phi_k + \Phi_p},$$

где $\Phi_k = \Delta L = \Delta L' + \Delta L''$. Для схемы симметричного двухстороннего притока к дренажу

$$q = \frac{2Th - \varepsilon L(L + 2\Phi_k)}{L_1 + \Phi_k + 2\Phi_p},$$

$$q_k = \frac{Th + \varepsilon L(0{,}5L + 2\Phi_p)}{L + \Phi_k + 2\Phi_p},$$

где $\Phi_k = \Delta L = \Delta L' + 2\Delta L''$. В расчетных формулах принято: $\alpha_1$ — корень, определяемый из рис. 39, $h_k$ — превышение уровня воды в водоеме (канале), $\varepsilon$ — средняя интенсивность испарения с поверхности грунтовых вод между каналом и дренажем, остальные обозначения те же, что и раньше.

Приближенно превышение уровня $h_c(t)$ посредине между скважинами в ряду и за дренажем в схеме одностороннего притока можно находить по формуле (6.39) при $x = 0$.

2. Для двухслойного грунта с верхним слоем покровных отложений при откачке из нижнего слоя превышение в верхнем слое определяется по следующей приближенной формуле [32]:

$$h(x, t) = h(x) + \left[\frac{h_{0_1}\mu_1 + h_{0_2}\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} - h(x)\right] e^{-\alpha_1^2 \bar{t}_0}, \qquad (6.43)$$

где $h_{0_1}$ и $h_{0_2}$ — начальные превышения уровней (напоров) в слоях, $\bar{t}_0 = \frac{t}{\tau_0}$, $\tau_0 = \frac{(\mu_1 + \mu_2)}{T} L^2$. Отток из канала и приток к дренажу вычисляются по предыдущим рекомендациям, но с учетом двухслойного строения водоносной толщи.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Абуталиев Ф. Б.* Решение задач неустановившейся фильтрации. Ташкент, «ФАН», 1972. 208 с.
2. *Аверьянов С. Ф.* Вопросы обоснования дренажа орошаемых земель.— В кн.: Борьба с засолением орошаемых земель. М., 1965, с. 1—6.
3. *Аверьянов С. Ф.* Горизонтальный дренаж при борьбе с засолением орошаемых земель. М., Изд-во АН СССР, 1959. 84 с.
4. *Аверьянов С. Ф.* О расчете осушительного действия горизонтального дренажа в условиях напорного питания.— Науч. зап. Моск. ин-т инж. водного хоз-ва, 1960, № 22, с. 3—73.
5. *Аверьянов С. Ф., Сурикова Т. И.* Основные положения расчета вертикального дренажа орошаемых земель.— Гидротехника и мелиорация, 1966, № 8, с. 10—18.
6. *Аверьянов С. Ф., Рекс Л. М.* Некоторые математические модели переноса в почвогрунтах.— Материалы Междунар. симпозиума по мелиорации почв годового засоления. Вып. 6. М., 1971, с. 667—691.
7. *Алексеев В. С., Никольская Е. А.* Зарубежный опыт конструирования и расчета фильтра скважин на воду.— Итоги науки и техники. Сер. гидрогеология. Инж. геология, 1972, № 2, с. 5—68.
8. *Алексеев В. С., Теля А. Г.* Об оценке гидравлических сопротивлений сетчатых фильтров.— Гидротехника и мелиорация, 1967, № 5, с. 107—113.
9. *Аравин В. И., Носова О. И.* Натурные исследования фильтрации. Л., «Энергия», 1969. 256 с.
10. *Аравин В. И., Нумеров С. Н.* Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. М., Гостехиздат, 1953. 616 с.
11. *Аравин В. И., Нумеров С. Н.* Фильтрационные расчеты гидротехнических сооружений. М., Госстройиздат, 1955. 291 с.
12. *Боревский Б. В., Самсонов Б. Г., Язвин Л. С.* Методика определения параметров водоносных горизонтов по данным откачек. М., «Недра», 1973. 303 с.
13. *Борисов Ю. П.* Определение дебита скважин при совместной работе нескольких рядов скважин.— Труды Моск. нефт. ин-та, 1951, вып. 8, 170—184.
14. *Бочевер Ф. М., Алексеев В. С.* Оценка сопротивления водозаборных скважин по опытным и эксплуатационным откачкам.— Разведка и охрана недр, 1965, № 3, с. 39—45.
15. *Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н.* Методическое пособие по расчетам эксплуатационных запасов подземных вод для водоснабжения. М., Госстройиздат, 1961. 199 с.
16. *Бочевер Ф. М., Лапшин Н. Н.* К вопросу о гидрогеологических расчетах водозаборных скважин в слоистых толщах.— Труды ВНИИ водоснабжения, канализации, гидротехн. сооружений и инж. гидрогеологии, 1969, вып. 22, с. 26—35.

17. *Бочевер Ф. М.* Расчеты эксплуатационных запасов подземных вод. М., «Недра», 1968. 328 с.
18. *Бэр Я., Заславский Д., Ирмей С.* Физико-математические основы фильтрации воды. М., «Мир», 1971. 452 с.
19. *Васильев В. А.* Взаимодействие двух водоносных горизонтов, разделенных слабопроницаемой прослойкой.— Изв. АН СССР. Прикл. механика и теорет. физика, 1967, № 2, с. 152—155.
20. *Веригин Н. Н., Дзекцер Е. С., Шержуков Б. С.* Методы определения фильтрационных параметров.— В кн.: Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917—1967 гг.). М., 1969, с. 209—236.
21. *Веригин Н. Н.* Кальмотаж призабойной зоны.— Изв. АН СССР. Прикл. механика и теорет. физика, 1964, № 2, с. 74—81.
22. *Веригин Н. Н.* Методы определения фильтрационных свойств горных пород. М., Госстройиздат, 1962. 180 с.
23. *Веригин Н. Н.* Метод расчета осушения строительных котлованов с помощью несовершенных скважин.— Труды совещ. по вопр. водопонижения. М., 1959, с. 70—96.
24. *Веригин Н. Н.* Расчет прямолинейных бесконечных рядов скважин.— Труды Лаб. инж. гидрогеологии ВНИИ водоснабжения, канализации, гидротехн. сооружений и инж. гидрогеологии, 1962, № 4, с. 4—23.
25. *Веригин Н. Н., Саркисян В. С.* Метод расчета подземных водозаборов и вертикального дренажа в полуограниченном водоносном пласте.— Труды ВНИИ водоснабжения, канализации, гидротехн. сооружений, 1966, вып. 13, с. 115—133.
26. *Веригин Н. Н., Шержуков Б. С.* Диффузия и массообмен при фильтрации жидкостей в пористых средах.— В кн.: Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917—1967 гг.). М., 1969, с. 237—313.
27. *Влияние* водохранилищ на прилегающие территории. М., Госстройиздат, 1969. 319 с. Авт.: Абрамов С. К., Биндеман Н. Н., Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н.
28. *Вопросы* гидрогеологических расчетов. Сборник переводных статей под ред. Ф. М. Бочевера и В. М. Шестакова. М., «Мир», 1964. 117 с.
29. *Гавич И. К., Шестаков В. М.* Вопросы постановки и методики моделирования водозаборов и дренажей подземных вод на орошаемых территориях.— В кн.: Некоторые вопросы развития мелиорации в СССР. М., 1975, с. 107—121.
30. *Гаркави О. Я., Кремез В. С.* О влиянии упругости слоев грунта при расчете нестационарной фильтрации в районе расположения гидротехнического сооружения.— Гидромеханика, 1976, вып. 33, с. 22—26.
31. *Гринбаум И. И.* Об оценке водоотдачи и активной пористости рыхлообмолочных грунтов по коэффициенту фильтрации.—Разведка и охрана недр, 1965, № 10, с. 45—50.
32. *Губина Н. И., Олейник А. Я.* Расчет фильтрации из каналов в двухслойном грунте.— В кн.: Мелиорация и водное хозяйство. К., 1973, № 26, с. 82—90.
33. *Делюнас И. П.* Оценка сопротивления ложа водоемов при прогнозировании береговых водозаборов Литовской ССР.— Материалы науч. конф. молодых ученых-геологов. Вильнюс, 1968, с. 60—72.
34. *Жернов И. Е., Шестаков В. М.* Моделирование фильтрации подземных вод. М., «Недра», 1971. 224 с.
35. *Защита* территории от затопления и подтопления. М., Госстройиздат, 1961. 424 с. Авт.: Абрамов С. К., Недрига В. П., Романов А. В., Селюк Б. М.
36. *Ивицкий А. М.* Исследование водоотдачи торфа.—Почвоведение, 1939, № 11, с. 76—80.
37. *Инструкция* по проектированию оросительных систем. Ч. 8. Дренаж на орошаемых землях. М., Минводхоз СССР, 1975. 275 с.
38. *Кац Д. М.* Контроль грунтовых вод на орошаемых землях. М., «Колос», 1967. 183 с.
39. *Кац Э. Д.* Определение инфильтрационного питания грунтовых вод в

связи с решением задач мелиорации.— Использование подземных вод для орошения в комплексе с поверхностными водами. IX Междунар. конгресс по ирригации и дренажу. М., 1975, с. 64—75. (Сб. статей сов. специалистов. ЦБНТИ Минводхоза СССР).
40. *Керкис А. А.* Методы изучения фильтрационных свойств горных пород. Л., «Недра», 1975. 231 с.
41. *Киселев П. А.* Изучение баланса подземных вод в орошаемых районах по колебаниям их уровня.— Использование подземных вод для орошения в комплексе с поверхностными водами. IX Междунар. конгресс по ирригации и дренажу. М., 1975, с. 199—208. (Сб. статей сов. специалистов. ЦБНТИ Минводхоза СССР.)
42. *Киселев П. А.* Принципы изучения баланса подземных вод в слоистых водоносных толщах на основе анализа их режима.— В кн.: Важнейшие итоги исследований в области гидрогеологии и инженерной геологии. М., 1975, с. 149—165.
43. *Кремез В. С.* Численное решение задачи осесимметричной нестационарной фильтрации в четырехслойном пласте.— Гидромеханика, 1976, вып. 33, с. 12—17.
44. *Лаврека Н. И., Олейник А. Я., Поляков В. Л.* Расчет неустановившейся фильтрации в скважине в неограниченном неоднородно-слоистом пласте.— Гидромеханика, 1976, вып. 33, с. 3—9.
45. *Лебедев А. В.* Методы изучения баланса грунтовых вод. М., «Недра», 1976. 223 с.
46. *Лундин К. П.* Водные свойства торфяной залежи. Минск, «Урожай», 1964. 211 с.
47. *Ляшко И. И., Мистецкий Г. Е., Олейник А. Я.* Расчет фильтрации в зоне гидросооружений. К., «Будівельник», 1977. 118 с.
48. *Маскет М.* Течение однородных жидкостей в пористой среде. М., Гостоптехиздат, 1949. 628 с.
49. *Маслов Б. С.* Режим грунтовых вод переувлажненных земель и его регулирование. М., «Колос», 1970. 232 с.
50. *Методическое* руководство по гидрогеологическим и инженерно-геологическим исследованиям для мелиоративного строительства на орошаемых, осушаемых и обводненных землях. М., Минводхоз СССР, 1972. 146 с.
51. *Методические* указания по проектированию вертикального дренажа на орошаемых землях. М., Минводхоз СССР, 1966. 123 с.
52. *Методические* указания по учету гидрогеологических условий при планировании и корректировании режимов орошения на юге Украинской ССР. М., Минводхоз СССР, 1973. 132 с.
53. *Методы* фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем. М., «Колос», 1970. 440 с. Авт.: Васильев С. В., Веригин Н. Н., Глейзер Б. А. и др.
54. *Мироненко В. А., Шестаков В. М.* Основы гидрогеомеханики. М., «Недра», 1974. 296 с.
55. *Моркос Н. З.* Экспериментальное изучение динамики водоотдачи при осушении.— Вестн. МГУ. Сер. геол., 1970, № 3, с. 96—101.
56. *Морозов Э. А.* Причины снижения дебита гидрогеологических скважин.— Проблемы гидрогеологии и инж. грунтоведения, 1975, вып. 4, с. 66—72.
57. *Насиковский В. П., Шапран В. Я.* Экспериментальное определение коэффициента водоотдачи и недостатка насыщения.— Мелиорация и водное хоз-во, 1971, № 19, с. 134—142.
58. *Нечеверя И. К.* Прогноз подпора грунтовых вод и закономерности его формирования.— В кн.: Формирование береговой зоны Новосибирского водохранилища. Новосибирск, 1968, с. 61—84.
59. *Николаевский В. Н.* О расчете дополнительного фильтрационного сопротивления скважин по степени вскрытия.— Изв. АН СССР. ОТН, 1957, № 8, с. 161—165.
60. *Носова О. Н.* Расчет водоотдачи песчаных грунтов. М., Госэнергоиздат. 1962. 116 с.

61. *Нумеров С. Н., Барсегян Р. М.* Об оценке основных допущений методики расчета фильтрации в горизонтальных гидравлически связанных пластах.— Изв. Всесоюз. науч.-исслед. ин-та гидротехники, 1965, № 78, с. 242—254.
62. *Нумеров С. Н., Барсегян Р. М.* О дополнительных фильтрационных сопротивлениях несовершенных скважин и дренажных траншей при фильтрации жидкости в многослойных горизонтальных пластах.— Труды координац. совещ. по гидротехнике. Вып. 25. М.—Л., 1966, с. 76—91.
63. *Нумеров С. Н.* Об интерференции несовершенных скважин при упругом режиме фильтрации.— Изв. АН СССР. ОТН, 1959, № 1, с. 11—15.
64. *Нумеров С. Н.* О неустановившейся фильтрации в полосообразном пласте к прямолинейной цепочке совершенных скважин.— Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 1, с. 79—86.
65. *Олейник А. Я.* Практические способы расчета горизонтального и вертикального дренажей в неоднородно-слоистых грунтах.— Мелиорация и водное хоз-во, 1970, вып. 13, с. 109—121.
66. *Олейник А. Я.* Расчет несовершенных скважин в трехслойном пласте.— Прикл. механика, 1969, 6, вып. 7, с. 86—92.
67. *Олейник А. Я.* Расчет систематического несовершенного вертикального дренажа в однородном грунте при неустановившемся режиме фильтрации.— Гидравлика и гидротехника. Межвед. респ. науч.-техн. сборник, 1970, № 9, с. 81—87.
68. *Олейник А. Я.* Фильтрация воды к несовершенным скважинам в двухслойном напорном пласте.— Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1957, № 5, с. 147—153.
69. *Олейник А. Я., Насиковский В. П.* Методы расчета мелиоративного дренажа в неоднородно-слоистых грунтах. К., «Урожай», 1970. 230 с.
70. *Олейник А. Я., Панченкова З. Г.* Приток грунтовых вод к скважинам в круговом пласте в условиях дополнительного инфильтрационного притока.— Гидромеханика, 1976, вып. 33, с. 26—35.
71. *Олейник А. Я., Поляков В. Л.* Расчет площадного вертикального дренажа в трехслойном пласте при неустановившейся фильтрации.— Гидромеханика, 1975, вып. 31, с. 46—58.
72. *Олейник А. Я., Розовский И. Л.* О необходимости разработки математических методов при решении некоторых актуальных задач по охране водных ресурсов от загрязнения и засоления.— В кн.: Математика и научно-технический прогресс. К., 1973, с. 307—317.
73. *Олейник А. Я., Шапран В. Я.* Расчет горизонтального дренажа в двухслойном грунте с инфильтрационным и напорным питаниями.— Мелиорация и водное хоз-во, 1968, № 8, с. 113—124.
74. *Олейник А. Я., Шапран В. Я.* Расчет несовершенных скважин в двухслойном грунте, работающих под дном водоема или в условиях напорного и инфильтрационного питания.— Мелиорация и водное хоз-во, 1968, № 9, с. 116—123.
75. *Олейник А. Я.* Фильтрационные расчеты при совместной работе горизонтального и вертикального дренажей в двухслойном грунте.— Мелиорация и водное хоз-во, 1968, № 8, с. 97—112.
76. *Опытно*-фильтрационные работы. Под ред. В. М. Шестакова и Д. Н. Башкатова. М., «Недра», 1974. 185 с.
77. *Основы* гидрогеологических расчетов. М., «Недра», 1969. 386 с. Авт.: Бочевер Ф. М., Гармонов И. В., Лебедев А. В., Шестаков В. М.
78. *Павловская Л. Н., Шестаков В. М.* Методические указания по фильтрационным расчетам водопонизительных установок. М., Госэнергоиздат, 1961. 124 с.
79. *Пашковский И. С.* Методы определения инфильтрационного питания по расчетам влагопереноса в зоне аэрации. М., Изд-во Моск. ун-та, 1973. 119 с.
80. *Пашковский И. С., Шестаков В. М.* О принципах гидрогеологической схематизации для обоснования фильтрационных расчетов на массивах орошения.— Вестн. МГУ. Сер. геол., 1968, № 2, с. 36—43.

81. *Планин Ю. Г., Чубарев В. Н.* Опыт определения инфильтрационного питания грунтовых вод Ингулецкого орошаемого массива на основе анализа влагопереноса в зоне аэрации.— В кн.: Вопросы мелиоративной гидрогеологии. М., 1972, с. 61—71.
82. *Полубаринова-Кочина П. Я., Пряжинская В. Г., Эмих В. Н.* Математические методы в вопросах орошения. М., «Наука», 1969. 414 с.
83. *Полубаринова-Кочина П. Я.* Теория движения грунтовых вод. М., Гостоптехиздат, 1952. 676 с.
84. *Поляков В. Л.* Неустановившийся приток к скважине при упругом режиме фильтрации в слабопроницаемом слое трехслойного пласта.— Гидромеханика, 1976, вып. 33, с. 9—12.
85. *Поляков В. Л.* Откачка с постоянным дебитом из скважины, дренирующей круговой трехслойный пласт.— Гидромеханика, 1975, вып. 31, с. 58—66.
86. *Принципы* проектирования и расчет вертикального дренажа орошаемых земель. Ташкент, Среднеазиатский научно-исследовательский институт ирригации (Минводхоз СССР), 1965. 159 с.
87. *Проектирование* водозаборов подземных вод. М., Стройиздат, 1976. 292 с. Авт.: Арцев А. И., Бочевер Ф. М., Лапшин Н. Н. и др.
88. *Рекс Л. М.* Определение параметров дренажа на основе водно-солевого режима.— Использование подземных вод для орошения в комплексе с поверхностными водами. IX Междунар. конгресс по ирригации и дренажу. М., 1975, с. 215—225. (Сб. статей сов. специалистов. ЦБНТИ Минводхоза СССР).
89. *Решеткина Н. М., Барон В. А., Якубов Х.* Вертикальный дренаж орошаемых земель. М., «Колос», 1966. 232 с.
90. *Рыбин В. Ф.* Оценка фильтрационного сопротивления ложа Кременчугского водохранилища.— Проблемы гидрогеологии и инж. грунтоведения, 1975, вып. 4, с. 82—86.
91. *Справочное* руководство гидрогеолога. Т. 2. Под ред. В. М. Максимова. М., «Недра», 1967. 592 с.
92. *Стклянин Ю. И.* Потенциал несовершенной скважины в двухслойном радиальном пласте.— Труды Моск. ин-та нефтехим. и газовой пром-сти, 1963, вып. 42, с. 123—132.
93. *Строгин В. М.* Решение некоторых новых задач безнапорной нестационарной фильтрации под влиянием горизонтального дренажа. Автореф. канд. дис. Минск, 1975. 19 с.
94. *Татур О. П.* Проводимость водоносных пород и расчет сопротивлений в прифильтровой зоне скважин.— Гидротехника и мелиорация в условиях Узбекистана, 1973, вып. 55, с. 177—185.
95. *Титчтарш А.* Введение в теорию интегралов Фурье. М., Гостехиздат, 1948. 479 с.
96. *Усенко В. С.* Вопросы теории фильтрационных расчетов дренажных и водозаборных скважин. М., «Колос», 1968. 301 с.
97. *Усенко В. С.* Неустановившийся приток грунтовых вод к скважинам при наличии инфильтрации с поверхности земли.— Науч. зап. Моск. ин-т инж. водного хоз-ва, 1960, № 22, с. 17—22.
98. *Фильтрация* из водохранилищ и прудов. М., «Колос», 1975. 303 с. Авт.: Васильев С. В., Веригин Н. Н., Разумов Г. А., Шержуков Б. С.
99. *Хантуш М. С.* Новое в теории перетекания.— В кн.: Вопросы гидрогеологических расчетов. М., 1964, с. 27—34.
100. *Хейн А. Л.* Теория линейного притока жидкости и газа к скважинам, несовершенным по характеру и степени вскрытия.— Труды Всесоюз. нефтегазового НИИ, 1963, с. 55—67.
101. *Хейн А. Л.* Теоретические основы и методика определения параметров пластов по данным испытания несовершенных скважин.—Труды Всесоюз. нефтегазового НИИ, 1953. 167 с.
102. *Чарный И. А.* Безнапорный приток жидкости к гидравлически несовершенным скважинам и иглофильтрам.—Изв. АН СССР. ОТН, 1953, № 2, с. 216—225.
103. *Чубаров В. Н.* Метод оценки питания грунтовых вод путем исследования

влагопереноса в зоне аэрации. М., ОНТИ ВИЭМС, 1968. 12 с. (М-во геологии СССР. Информ. сообщ. № 4.)
104. *Шарапов Н. Н., Черняк Г. Я., Барон В. А.* Методика геофизических исследований при гидрогеологических съемках с целью мелиорации земель. М., «Недра», 1974. 173 с.
105. *Шержуков Б. С.* Определение сопротивления несовершенных скважин (скин-эффекта) по данным мгновенного налива или откачки и налива с постоянным дебитом.— Труды Лаб. инж. гидрогеологии ВНИИ водоснабжения, канализации, гидротехн. сооружений и инж. гидрогеологии, 1972, № 6, с. 193—209.
106. *Шестаков В. М.* Динамика подземных вод. М., Изд-во Моск. ун-та, 1973. 233 с.
107. *Шестаков В. М.* Вопросы фильтрационного расчета совершенных и несовершенных скважин.— Труды Лаб. инж. гидрогеологии ВНИИ водоснабжения, канализации гидротехн. сооружений и инж. гидрогеологии, 1969, № 3, с. 164—179.
108. *Шестаков В. М.* О влиянии упругого режима фильтрации в раздельных слоях на взаимодействия водоносных горизонтов.— Изв. вузов. Геология и разведка недр, 1963, № 10, с. 92—98.
109. *Шестаков В. М.* Методические указания по расчетам систематического дренажа в слоистых системах. М., Всесоюз. ин-т инженеров гидрогеологии, 1965. 65 с.
110. *Шестаков Ф. М.* О влиянии вертикальной неоднородности потока на эффективность дренажа.— Гидротехника и мелиорация, 1969, № 8, с. 63—69.
111. *Шестаков В. М.* Оценка сопротивления ложа водоема при гидрогеологических расчетах.— Разведка и охрана недр, 1964, № 5, с. 34—38.
112. *Шестаков В. М.* Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа. М., Изд-во Моск. ун-та, 1965. 233 с.
113. *Шестаков В. М., Кравченко И. П., Пашковский И. С.* Практикум по динамике подземных вод. М., Изд-во Моск. ун-та, 1969. 224 с.
114. *Шестаков В. М.* О применении метода фильтрационных сопротивлений для расчетов контурных систем скважин.— Труды Лаб. инж. гидрогеологии ВНИИ водоснабжения, канализации гидротехн. сооружений и инж. гидрогеологии, 1962, № 4, с. 24—28.
115. *Щелкачев В. Н.* Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. М., Гостоптехиздат, 1956. 467 с.
116. *Щелкачев В. Н.* Упругий режим пластов водонапорных систем. М., Гостоптехиздат, 1948. 144 с.
117. *Эркин Г. Д.* Об удельной водоотдаче и ее изучении при осушении болот.— В кн.: Физика почв СССР. М., 1936, с. 87—93.
118. *Янке Е., Эмде Ф., Лем Ф.* Специальные функции. М., «Наука», 1968. 334 с.
119. *Ярцева Е. П.* Методическое пособие по определению коэффициента водоотдачи и недостатка насыщения почвогрунтов. М., Всесоюз. ин-т инж. гидрогеологии, 1967. 49 с.
120. *Boulton N.* Analysis of data from non equilibrium pumping test allowing for delayed yield from storage.— Proc. Inst. Civ. Eng., 1963, **26**, p. 469—482.
121. *Bredehoeft J. B., Finder G. F.* Digital analysis of areal flow in multiaquifer groundwater systems.— Water Resour. Res., 1970, **6**, N 3, p. 883—888.
122. *Garkavy O. Ya., Oleinick A. Ya.* Calculation of non-stationary filtration in hydraulically cohesive multilayer porous medium by means of analog and electronic computers.— Proc. XVI Congress IAHR, Vol. 5, San Paulo (Brasil), 1975, p. 136—141.
123. *Hantush M. S.* Hydraulics of wells.—Adv.-Hydrosci., 1964, **1**, p. 201—291.
124. *Hantush M. S.* Flow to wells in aquifers separated by a semipervious layer.— J. Geophys. Res., 1967, **72**, N 6, p. 1709—1719.
125. *Huang Y. H.* Unsteady flow toward an artesian well.— Water Resour. Res., 1973, **9**, N 2, p. 426—433.

126. *Jacob B.* Dynamics of fluids in porous media. New York. Amer. Elsevier Publ. Commun. Inc., 1972. 764 p.
127. *Jacob C. E., Lohman S. W.* Nonsteady flow to a well of constant drawdown in an extensive aquifer.— Trans. Amer. Geophys. Union, 1952, 33, N 4, p. 559—569.
128. *Jacob C. E.* Radial flow in a leaky artesian aquifer.— Trans. Amer. Geophys. Union, 1946, 27, N 1, p. 98—205.
129. *Jacob C. E.* On the flow of water in an elastic artesian aquifer.— Trans. Amer. Geophys. Union, 1940, 21, N 2, p. 574—586.
130. *Kipp K.* Unsteady flow to a partially penetrating, finite radius well in an unconfined aquifer.— Water Resour. Res., 1973, 9, N 2, p. 448—462.
131. *Neuman S. P., Witherspoon P. A.* Theory of flow in a confined two-aquifer system.— Water Resour. Res., 1969, 5, N 4, p. 803—816.
132. *Neuman S. P., Witherspon P. A.* Transient flow of groundwater to wells in multiple — aquifer system.— Geotechn. Eng. Rep., 1969, N 69, p. 182.
133. *Oleinick A. Ya.* Filtration calculation of horizontal and vertical drainages in non-uniform stratified soils.— Proc. XIII Congress IAHR. 1969, 4, p. 239—247.
134. *Saleem Z. A., Jacob. O. E.* Drawdown distribution due to well fields in coupled leaky aquifers. 1. Infinite aquifer system.— Water Resour. Res., 1973, 9, N 6, p. 1671—1678.
135. *Saleem Z. A., Jacob C. E.* Drawdown distribution due to well fields in coupled leaky aquifers. 2. Finite aquifer system.— Water Resour. Res., 1974, 10, N 2, p. 336—342.
136. *Saleem Z. A.* Method for numerical stimulation of flow in multiaquifer systems.— Water Resour. Res., 1973, 9, N 5, p. 1465—1470.
137. *Wiest R. J. de.* On the theory of leaky aquifers.— J. Geophys. Res., 1961, 66, p. 4257—4262.

## ОГЛАВЛЕНИЕ


Предисловие . . . . . 3

Глава 1. **Общие вопросы фильтрационных расчетов вертикального дренажа** . . . . . 5

§ 1. Задачи вертикального дренажа и его типы . . . . . 7
§ 2. Построение расчетной фильтрационной схемы . . . . 9
§ 3. Выбор исходных гидрогеологических параметров вертикального дренажа . . . . . 14

Глава 2. **Методы расчета фильтрационных сопротивлений, обусловленных гидродинамическим несовершенством скважин и границ областей фильтрации** . . . . . 25

§ 1. Теоретические исследования . . . . . 27
§ 2. Определение фильтрационных сопротивлений на несовершенство скважин . . . . . 34
§ 3. Определение фильтрационных сопротивлений на несовершенство границ областей фильтрации . . . . . 47
§ 4. Дополнительные сведения к расчетам скважин в безнапорном потоке . . . . . 51

Глава 3. **Методы фильтрационного расчета вертикального дренажа при установившейся фильтрации** . . . . . 53

§ 1. Систематический вертикальный дренаж с инфильтрационным питанием . . . . . 53
§ 2. Оградительный (перехватывающий) вертикальный дренаж в условиях бокового притока из широких водоемов . . . . . 56
§ 3. Приканальный вертикальный дренаж в условиях бокового притока и испарения (инфильтрации) . . . . 62
§ 4. Выборочный (локальный) вертикальный дренаж в круговой области фильтрации с дополнительным инфильтрационным питанием . . . . . 71
§ 5. Вертикальный дренаж в условиях инфильтрационного и напорного питаний и под дном водоема . . . . . 80
§ 6. Комбинированный дренаж (горизонтальный и вертикальный) и скважины с фильтрами в различных слоях водоносной толщи . . . . . 84

Глава 4. **Теоретические исследования неустановившейся фильтрации к вертикальным скважинам** . . . . . 89

§ 1. Несовершенная скважина в круговой однородной по мощности области фильтрации . . . . . 90

§ 2. Скважина в круговой трехслойной по мощности области фильтрации при откачках с постоянным уровнем . . . 94
§ 3. Скважина в круговой трехслойной по мощности области фильтрации при откачках с постоянным дебитом . . . 107
§ 4. Скважины в неограниченной трехслойной по мощности области фильтрации . . . . . 115

Глава 5. **Методы расчета вертикального дренажа при неустановившейся фильтрации с заданным дебитом скважин** . . . . . 126

§ 1. Выборочный дренаж, состоящий из небольшого числа взаимодействующих скважин, удаленных от границ области фильтрации (в неограниченной области фильтрации) . . . . . 127
§ 2. Прямолинейный ряд скважин в неограниченной области фильтрации . . . . . 150
§ 3. Систематический площадной вертикальный дренаж с инфильтрационным питанием . . . . . 158
§ 4. Выборочный дренаж, состоящий из небольшого числа взаимодействующих скважин, в круговой области фильтрации с дополнительным инфильтрационным питанием 163
§ 5. Скважины в различных ограниченных областях фильтрации с прямолинейными границами . . . . . 174

Глава 6. **Методы расчета вертикального дренажа при неустановившейся фильтрации с постоянным понижением в скважине** . . . . . 179

§ 1. Вертикальный дренаж в неограниченной однородной по мощности области фильтрации . . . . . 179
§ 2. Систематический вертикальный дренаж в условиях инфильтрационного питания . . . . . 182
§ 3. Линейный вертикальный дренаж вблизи водоемов (каналов) в условиях испарения с поверхности грунтовых вод . . . . . 192

Литература . . . . . 194