ГЕО-

А. Я. ОЛЕЙНИК

ГИДРО-ДИНАМИКА ДРЕНАЖА

АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР
ИНСТИТУТ ГИДРОМЕХАНИКИ

А. Я. ОЛЕЙНИК

ГЕО-ГИДРОДИНАМИКА ДРЕНАЖА

КИЕВ «НАУКОВА ДУМКА» 1981

УДК 532.546.626

Геогидродинамика дренажа / Олейник А. Я.— Киев : Наук. думка, 1981.— 284 с.

В монографии излагаются методы фильтрационного расчета горизонтального дренажа в сложных гидрогеологических условиях (неоднородно-слоистая водоносная толща, разнообразные виды питания грунтовых вод, влияние различных сооружений на работу дренажа и др.). Отдельно рассматриваются особенности расчета горизонтального дренажа применительно к задачам мелиорации в аридной (с недостаточным увлажнением) и гумидной (с избыточным увлажнением) зонах. Приводятся результаты теоретических исследований установившейся и неустановившейся фильтрации к различным дренам, использующиеся для построения расчетных зависимостей. Изучены особенности действия более сложных схем дренажа: прерывистого, состоящего из нерабочих и рабочих участков, и комбинированного, состоящего из различных сочетаний дрен и скважин.

Для гидротехников, мелиораторов, гидрогеологов.

Ил. 58. Табл. 35. Библиогр. с. 274—281 (175 назв.).

Ответственный редактор *И. И. Ляшко*

Рецензенты *Н. Г. Пивовар, В. Я. Шапран*

Редакция физико-математической литературы

О $\frac{30211-469}{M221(04)-81}$ 474-81. · 3303000000

© Издательство «Наукова думка», 1981

ВВЕДЕНИЕ

Проблема дренажа — важнейшая проблема инженерной практики в различных областях водного строительства и техники. Защита территорий и населенных пунктов от затопления и подтопления грунтовыми водами в результате их резкого подъема, водозабор и понижение уровня подземных вод, а также другие практические задачи связаны с необходимостью устройства дренажных сооружений. Особенно важна эта проблема в задачах мелиорации, где дренаж является основным средством регулирования водно-воздушного и солевого режимов мелиорируемых земель. Значительное увеличение в СССР площадей орошения и осушения при ставшем уже необходимым условии их охвата дренажными системами требует крупных капитальных затрат и выполнения больших объемов строительных работ. Поэтому особое внимание необходимо обратить на научное обоснование типов и конструкций дренажа для каждого орошаемого и осушаемого массива. Такое обоснование должно осуществляться как путем усовершенствования и удешевления конструкций дренажа, в частности, на основе применения новых материалов, повышения роли механизации и автоматизации дренажных работ, так и путем разработки и применения более совершенных методов фильтрационного расчета параметров дренажа, в которых наиболее полно и правильно учитывались бы природные условия массива.

В монографии рассматривается вторая часть указанной научной проблемы, причем применительно к горизонтальному дренажу (ряд аналогичных вопросов, касающихся вертикального дренажа, рассмотрен ранее в монографии [82]). Горизонтальный дренаж, который конструктивно может быть по-разному выполнен, наибольшее распространение получил при дренировании мелиоративных систем, особенно в зонах с избыточным увлажнением. Здесь основными задачами дренажа являются: обеспечение снижения уровня грунтовых вод на массиве на требуемую глубину и в заданные сроки с отводом дренажных вод за пределы массива; защита мелиорируемых земель от подтопления со стороны поверхностных вод и источников, а также от притока грунтовых вод извне со стороны других массивов; обеспечение рассоления почвогрунтов и грунтовых вод в период освоения; поддержание благоприятного солевого режима по предотвращению вторичного засоления в период эксплуатации; обес-

печение в случае необходимости двухстороннего действия мелиораций (совместно с другими мероприятиями). Эти задачи могут быть решены в результате выполнения фильтрационных расчетов различных вариантов дренажа и прогноза содержания солей в почвогрунтах и грунтовых водах с последующим выбором оптимального варианта, который и рекомендуется для строительства.

Преимущественно фильтрационный расчет мелиоративного дренажа заключается в нахождении таких параметров: глубины понижения грунтовых вод, расстояния между дренами, расхода и объема дренажного стока. При расчетах дренажа рассоляющего действия наряду с этими характеристиками необходимо знать значения скоростей фильтрации и концентраций солей в характерных сечениях фильтрационного потока. По этим параметрам оценивают эффективность решения поставленной задачи.

Надежность фильтрационных расчетов параметров дренажа зависит от ряда факторов. Таковыми прежде всего являются полнота отражения в исходных данных, полученных при изысканиях, природных почвенно-мелиоративных и гидрогеологических условий и их учет в фильтрационной схеме, для которой теоретически или экспериментально разрабатывается метод расчета. Чем объективнее и полнее в такой схеме будут учтены характерные черты природной мелиоративной обстановки массива и особенности расположения на нем дренажных устройств, тем более достоверными и обоснованными будут параметры дренажа и прогноз режима грунтовых вод на массиве. В любой фильтрационной схеме должны быть отражены и в определенной степени учтены основные особенности потока грунтовых вод (структура и строение потока по глубине, гидравлический характер водоносных горизонтов, их связь с атмосферой и условия питания в пределах распространения, режим фильтрационных потоков), фильтрационные свойства грунтов, слагающих водоносную толщу, геометрические очертания областей фильтрации и условия их питания через боковые границы. Кроме того, в схеме с дренажем для рассматриваемого расчетного варианта должны быть заданы размещение дрен в плане и по глубине и условия их работы. Вместе с тем немаловажным фактором, влияющим на достоверность и надежность полученных результатов, является и то, каким образом и с какой точностью происходит учет указанных выше элементов расчетной схемы в процессе ее реализации, или, другими словами, с какой строгостью формулируется постановка задачи и каким методом осуществляется ее решение.

Еще до недавнего времени в мелиоративной практике широкое распространение при построении методов расчета дренажа, особенно в определении его важнейшей характеристики — модуля питания, получил метод водного баланса, основанный на количественном сопоставлении приходных и расходных элементов баланса на определенное время. При этом использовалось несколько типов балансовых уравнений, отражающих с разной степенью полноты взаимодействия поверхностных, почвенных (зоны аэрации) и грунтовых

вод. В задачах, связанных с растворением солей, промывкой засоленных почв и опреснением минерализованных грунтовых вод, составляются также уравнения солевого баланса зоны аэрации и грунтовых вод, которые рассматриваются во взаимосвязи с водным балансом [2, 26, 38, 42, 50, 54, 83, 91]. Расчеты дренажных устройств, основанные на методах водного баланса, имеют ряд существенных недостатков: невысокую точность определения дренажного модуля, возможность установления только средних по массиву характеристик грунтового потока без дифференциации внутри него и др. Поэтому в последние годы для фильтрационных расчетов различных дренажей стали применять методы подземной гидродинамики (геогидродинамики), основанные на решении уравнений движения грунтовых вод (а при изучении солевого режима и режима влаги в зоне аэрации — и уравнений диффузии, массообмена и влагопереноса), что позволяет избежать указанных недостатков. Гидродинамические методы дают возможность в самой математической модели фильтрации мелиорируемой территории раздельно учитывать некоторые виды питания и расходования грунтовых вод, а также более строго устанавливать расчетный модуль питания, рассматривая, если в этом имеется потребность, наряду с фильтрацией в насыщенном грунте влагоперенос в ненасыщенной зоне аэрации. Этими методами можно определить характеристики фильтрационного потока в любой точке области фильтрации и в разное время, что особенно важно для задач рассоления, в которых необходимо знать значения скоростей фильтрации в любой точке.

Важная особенность мелиоративного дренажа — установление расстояний между дренами, а также места их расположения вблизи различных мелиоративных сооружений с целью обеспечения заданной минимальной глубины понижения уровня грунтовых вод в нужные периоды в целом по массиву либо на отдельных его участках. В условиях незасоленных почвогрунтов и грунтовых вод глубина понижения во многом определяется агробиологическими требованиями сельскохозяйственных культур. В последнее время благодаря широкому использованию аналитических методов, численных расчетов на ЭВМ и моделирования на аналоговых устройствах удалось получить в гидродинамической постановке решения многих задач фильтрации и дренажа, в расчетных схемах которых отражены с достаточной полнотой основные черты природной обстановки. Нужно отметить, что возможность использования на ЭВМ сложных нелинейных математических моделей позволяет снять многие ограничения в построении расчетных схем и разработать методы численного решения довольно сложных задач фильтрации и дренажа. Однако усложнение математических моделей даже при их численной реализации на ЭВМ вызывает дополнительные трудности математического и вычислительного характера; кроме того, результаты этих вычислений могут быть не совсем доступными инженерам-проектировщикам и неудобными для использования в расчетах параметров дренажа. Вместе с тем анализ показывает, что для указанных целей

не всегда можно считать оправданным существенное усложнение расчетных схем и математических моделей. В одних случаях более тщательный учет того или иного фактора, приводящий к значительному усложнению расчетной схемы или математической модели, в итоге может не оказать заметного влияния на точность определения параметров дренажа, в других случаях это вообще нецелесообразно делать, так как точность некоторых исходных данных невысока, а в моделях допускается определенная условность при математическом описании ряда физических явлений. Иногда количественно выразить в расчетной схеме с необходимой точностью ту или иную характеристику, например по данным изысканий в виде некоторого диапазона ее значений, вообще не представляется возможным. Когда это трудно сделать, а также для того чтобы существенно не усложнять расчетной схемы, следует рассмотреть предельные значения и оценить посредством расчета в нескольких вариантах удельный вес их влияния на полученные результаты. В ряде случаев такой подход позволит обойтись без дополнительных полевых изысканий для уточнения этой величины. Поэтому построению расчетных фильтрационных схем на базе их математических моделей должно быть уделено самое пристальное внимание. Немаловажную роль при этом играют постановка и обоснование необходимого объема опытно-фильтрационных и других работ по организации и проведению изысканий.

Доступность получаемых результатов и их удобный для широкого использования и анализа вид определили широкое внедрение аналитических методов при исследовании фильтрации в пористых средах и, в частности, при изучении дренажа. Отечественными и зарубежными учеными много сделано, особенно в последние десятилетия, для создания гидродинамических методов фильтрационного расчета различных дренажных устройств, в том числе в приложениях к мелиорации земель. Конечно, не все решения и результаты могут удовлетворить те возросшие требования, которые предъявляются в настоящее время к расчетам дренажей, действующих зачастую в сложных гидрогеологических условиях. Большинство из них все же сыграло положительную роль на определенном этапе и в последующем способствовало разработке более совершенных методов расчета.

Проблеме дренажа посвящен ряд специальных монографий, различных руководств и пособий [2, 9, 26, 33, 34, 38, 56, 57, 59, 83—85, 96, 98, 118, 122, 123, 141 и др.], в которых значительное место отводится изложению методов фильтрационного расчета горизонтального дренажа в зонах оросительных и осушительных мелиораций. В этих работах методы расчета дренажа трактуются с разных позиций и зачастую неполностью отражают и обобщают современные научные разработки и достижения в области подземной гидродинамики. Кроме того, в них недостаточно полно формулируются условия и пределы применимости предлагаемых расчетных рекомендаций.

Настоящая монография посвящена теоретическому изучению движения грунтовых вод к горизонтальным дренажам в различных природных условиях и разработке методов их фильтрационного расчета. Использованы преимущественно материалы разработок автора и его учеников; в определенной степени обобщены результаты многолетних исследований этой проблемы, проводимых возглавляемым автором коллективом. Для цельности изложения включены также результаты отечественных и зарубежных ученых. В условиях мелиорации земель расчеты горизонтального дренажа различного назначения часто можно ограничить рассмотрением его действия в условиях установившейся фильтрации. Кроме того, эти расчеты служат основой для построения общей методики расчета динамики грунтовых вод на мелиорируемых землях при действии различных гидромелиоративных устройств.

В первых главах монографии описаны гидромеханические решения задач установившейся фильтрации к дренажным стокам в двухслойном и трехслойном грунтах в условиях бокового притока, инфильтрационного и напорного питаний. Решения для одиночных дренажных стоков распространены на их различные комбинации и системы. На основании этих решений построена методика расчета разнообразных схем притока грунтовых вод к дренажам в неоднородно-слоистых грунтах в условиях установившейся фильтрации. Кроме того, полученные решения использованы для построения методики определения фильтрационных сопротивлений дрен и других сооружений, обусловленных их гидродинамическим несовершенством. При помощи этих сопротивлений удалось разработать методику фильтрационного расчета дренажей, действующих в более сложных условиях питания грунтовых вод и водоносных горизонтов, а также при их взаимодействии между собой и с другими гидромелиоративными системами.

Впервые наряду со схемой традиционного систематического дренажа предложены методы расчета горизонтальных дрен при различном их расположении на массиве в плане и по глубине; широко анализируется действие горизонтального дренажа вблизи различных гидромелиоративных сооружений как самостоятельно, так и ь комбинации с другими видами дренажа; обосновывается целесообразность использования в условиях мелиорации так называемых прерывистых дренажей, в которых дренирование по длине дренажа осуществляется отдельными рабочими участками, в виде дренажных блоков, небольших секций, щелей, и т. д. В расчетах промывок засоленных почв необходимо знать распределение скоростей по глубине рассоления слоев грунта, поэтому в фильтрационных схемах, которые могут быть использованы для этих целей, дается гидродинамический расчет распределения скоростей в области фильтрации.

Динамика грунтовых вод, позволяющая находить временные параметры дренажа и учитывать его периодическую работу и переменное во времени питание грунтовых вод, изучается в главах,

посвященных действию дренажа в условиях неустановившейся фильтрации. Так как решение задач неустановившейся фильтрации к несовершенным дренам в строгой постановке связано с большими математическими трудностями и, кроме того, такие решения сложны для анализа и практических приложений, то они рассматриваются в приближенной постановке, основанной на использовании метода фильтрационных сопротивлений. При этом формулируются условия и пределы целесообразности их применения в практических расчетах. С помощью данного метода изучено действие систематического несовершенного дренажа в однородном, двух- и трехслойном грунтах и получены приближенные, но вполне приемлемые для практики методы расчета дренажа вблизи несовершенных каналов и водоемов при различном расположении дрен по глубине потока. Рассмотрено взаимодействие различных дренажей (трубчатых дрен, дренажных каналов и линейного ряда скважин) в случае их расположения в разных водоносных слоях толщи.

Учитывая, что рассмотренные решения задач неустановившейся фильтрации и разработанные на их основе методы расчета больше относятся к условиям действия дренажа на орошаемых массивах, отдельно изучается динамика грунтовых вод применительно к задачам дренирования переувлажненных земель на объектах осушительных мелиораций. Несмотря на многолетний опыт осушения закрытым дренажем переувлажненных земель в нашей стране и за рубежом, существующие методы его расчета, основанные зачастую на эмпирических или гидравлических построениях, имеют ряд существенных недостатков и в связи с этим весьма ограниченно применяются. Сделанный в работе [84] анализ показал, что между расчетными данными и опытными, полученными в полевых условиях, существуют значительные расхождения. Основные причины таких расхождений обусловлены, по-видимому, несовершенством расчетных схем, в которых принятые допущения часто в большой степени не отражают действительных условий и схемы притока воды к дренам, затем отсутствием учета особенностей действия дренажа в различные периоды года, недостаточными учетом свойств почвогрунтов и обоснованием модуля питания и т. д. Приемлемых рекомендаций по расчету дренажа в неоднородных почвах тяжелого механического состава, особенно в условиях глубокого рыхления или глубокой вспашки, в почвах с заметным изменением физических свойств в процессе осушения и в условиях неустановившейся фильтрации практически нет. Поэтому многие специалисты высказывают мнение о необходимости разработки более совершенных гидромеханических методов расчета дренажа на переувлажненных землях [35, 55, 82, 122, 123].

Разработанные гидромеханические методы расчета горизонтального дренажа в неоднородно-слоистых грунтах могут быть использованы и при соответствующем обосновании дренажа в условиях неоднородных почв осушаемых земель [59, 95]. Однако в отличие от орошаемых массивов здесь дрены часто располагают близко друг

от друга, и поэтому не всегда возможно применение расчетных зависимостей, построенных по методу фильтрационных сопротивлений. Многие задачи динамики грунтовых вод на фоне горизонтального дренажа должны решаться с учетом параметров глубокого рыхления (вспашки) верхнего пахотного слоя и влияния влагопереноса зоны аэрации, особенно зоны капиллярной каймы, на понижение грунтовых вод. С учетом этого в работе приводятся аналитические решения и некоторые численные расчеты на ЭВМ таких задач, на основании которых предлагаются способы расчета динамики грунтовых вод и параметров осушительного дренажа для некоторых характерных почвенно-гидрогеологических условий западных районов Украины. Анализ результатов этих расчетов показывает, что указанные факторы могут оказать заметное влияние на точность и достоверность определения параметров дренажа. Предложенные зависимости использованы при проектировании дренажа для ряда конкретных объектов осушительных мелиораций и проходят апробацию на построенных опытных участках осушительного дренажа. Естественно, разработку более совершенных методов расчета с учетом разнообразных факторов и специфических особенностей переувлажненных земель необходимо успешно развивать и продолжать.

При расчетах динамики грунтовых вод на фоне мелиоративного дренажа достоверность и надежность полученных результатов во многом зависят от правильного определения и учета в теоретических решениях таких важных исходных параметров, как коэффициент водоотдачи (недостатка насыщения) и интенсивности инфильтрационного питания на свободной поверхности потока или испарения с поверхности грунтовых вод. При более строгом учете этих факторов в задачах мелиоративного дренажа следует решать совместно дифференциальные уравнения влагопереноса в ненасыщенных породах зоны аэрации и движения грунтовых вод в зоне полного насыщения. Такие сложные модели, реализация которых возможна преимущественно путем численных расчетов на ЭВМ и при знании некоторых опытных коэффициентов, начинают усиленно разрабатываться и должны со временем внести определенную корректировку в существующие методы расчета дренажа [25, 37, 86, 87, 101, 107, 110, 116, 126, 128, 133, 142, 143, 150, 151, 160, 161, 174, 175]. Здесь, по-видимому, следует идти по пути установления на основании этих решений закономерностей изменения указанных параметров в зоне аэрации с учетом колебаний свободной поверхности грунтовых вод и представления их в виде, удобном для возможного учета в существующих решениях и методах расчета дренажа [14,127, 129, 130, 138, 139, 156, 163, 164, 170]. Естественно, при этом не должны исключаться и другие способы их определения, особенно в лабораториях и полевых условиях [10, 19, 23, 24, 43, 48, 50, 54, 58, 82, 90, 103, 110, 111, 116, 124, 137, 138, 145 и др.].

Для усовершенствования методов расчета и установления пределов и целесообразности применения тех или иных расчетных зависимостей важное значение имеет их широкая апробация в натурных

условиях, особенно на специально построенных опытных участках, где на основе полученных более качественно исходных и наблюденных данных можно провести квалифицированный анализ действия дренажа с учетом различных природных и других факторов.

Важной задачей при проектировании и последующей эксплуатации мелиоративного дренажа является изыскание путей повышения эффективности его работы. Здесь необходимо прежде всего добиться того, чтобы дренажная сеть была регулирующей и выполняла функции осушительно-увлажнительных или осушительно-оросительных мелиораций. Если двухстороннее действие мелиораций при помощи дренажа широко практикуется на осушаемых землях гумидной зоны, то на орошаемых массивах аридной зоны дренажная сеть даже в условиях пресных грунтовых вод еще редко используется для регулирования динамики грунтовых вод. В ряде случаев такое регулирование позволит существенно уменьшить стоимость проводимых мелиораций. Для расчета регулирующей дренажной сети могут быть использованы имеющиеся теоретические решения задач в условиях неустановившейся фильтрации [3, 57, 70, 74, 140, 154, 157, 172 и др.], однако кроме этого необходимы постановка и проведение специальных исследований.

С учетом практической направленности работы, рассчитанной в основном на инженеров-проектировщиков (мелиораторов, гидрогеологов и гидротехников), большое внимание в ней уделено представлению окончательных результатов в виде, удобном для широкого использования в инженерных расчетах. Предложенные методы расчета широко иллюстрируются примерами расчетов.

Глава 9 написана автором совместно с В. И. Поляковым, в составлении примеров расчета принимала участие Л. В. Маранц.

Автор пользуется случаем выразить глубокую признательность И. И. Ляшко, Н. Г. Пивовару и В. Я. Шапрану за полезные критические замечания, высказанные ими при обсуждении рукописи.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ К ТОЧЕЧНОМУ СТОКУ В НЕОДНОРОДНО-СЛОИСТЫХ ГРУНТАХ

Построение методики расчета установившейся фильтрации к горизонтальным дренам в неоднородно-слоистых грунтах основывается на гидромеханических решениях задач фильтрации к точечному стоку (источнику), который принимают в качестве модели круглой дрены. Известно [33], что такого рода представление круглой дрены стоком вполне возможно, так как размеры (радиус) дрены весьма малы по сравнению с размерами области фильтрации. При этом с высокой точностью также принимается, что периметр дрены совпадает с эквипотенциалью точечного стока интенсивностью q, равной расходу дрены на единицу длины.

В настоящей главе приводятся решения задач фильтрации к точечному стоку (источнику) в двух- и трехслойном грунтах при различных граничных условиях на верхней и нижней границах грунта. Ряд частных задач фильтрации к точечным стокам в двухслойном грунте рассмотрен в работах [33, 51, 134, 144, 166]. Сущность решений заключается в отыскании при помощи интеграла Фурье для различных фильтрационных схем выражения для комплексного потенциала точечного стока в многослойной области. Принципы представления искомого решения задач фильтрации в слоистых пористых средах в виде интеграла Фурье изложены в известных работах [91, 92, 99].

§ 1. Двухслойный грунт (пласт) с непроницаемыми верхней и нижней границами

В точке $(L, -b)$ верхнего слоя двухслойного грунта (рис. 1, a) поместим сток интенсивностью q. Тогда при помощи интеграла Фурье выражения для комплексной скорости запишем в следующем виде: в верхнем слое

$$\omega_1(z) = v_{x_1} - iv_{y_1} = \frac{q}{2\pi}\left(\frac{1}{z-\zeta} + \frac{1}{z-\bar{\zeta}}\right) + \int_0^\infty [A_1(\alpha)\, e^{i\alpha z} + B_1(\alpha)\, e^{-i\alpha z}]\, d\alpha, \tag{1.1}$$

в нижнем слое

$$\omega_2(z) = v_{x_2} - iv_{y_2} = \int_0^\infty [A_2(\alpha)\, e^{i\alpha z} + B_2(\alpha)\, e^{-i\alpha z}]\, d\alpha, \tag{1.2}$$

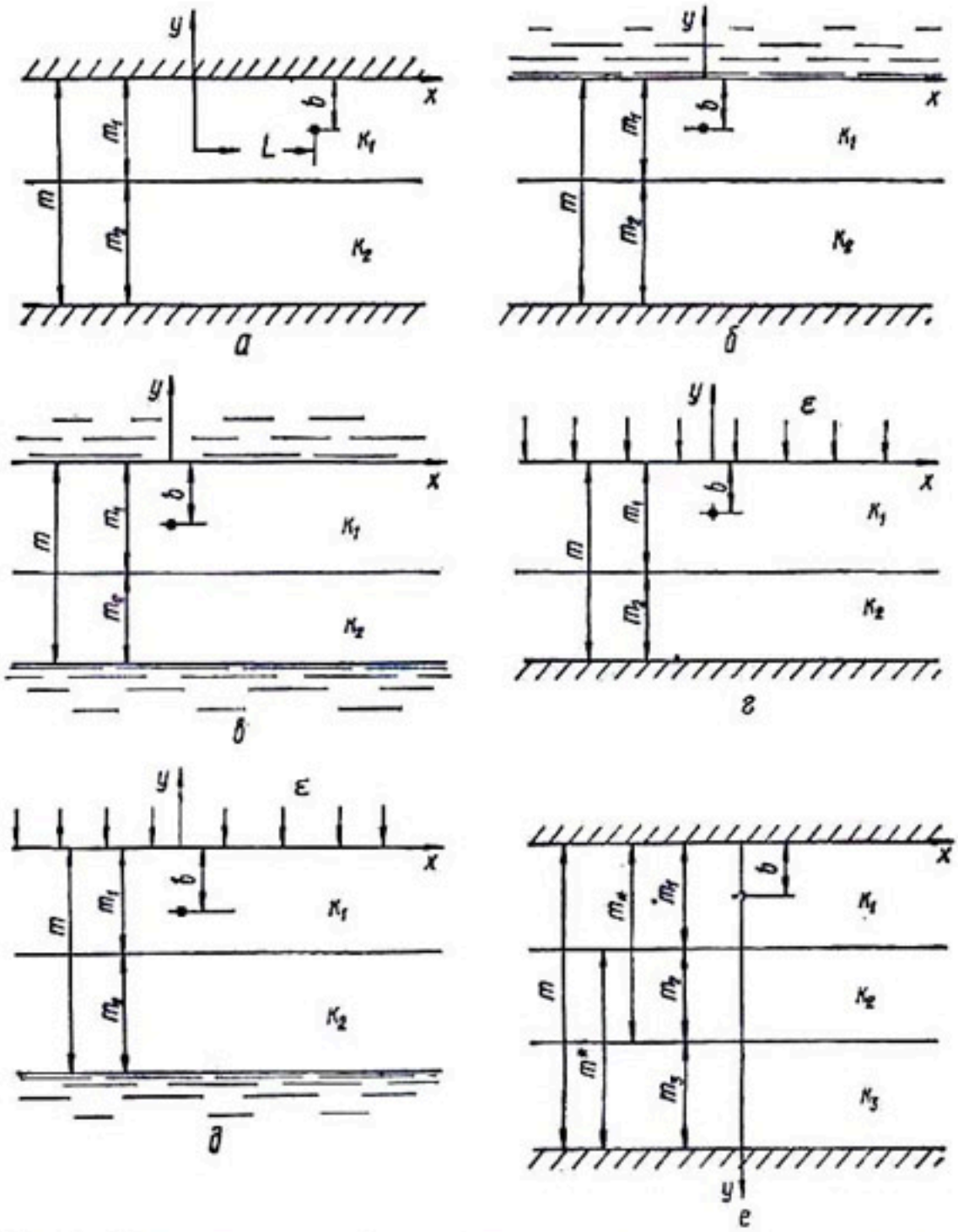


Рис. 1. Расчетные схемы фильтрации к точечному стоку в слоистых грунтах.

где

$$\zeta = L - ib,\ \bar{\zeta} = L + ib,\ A_i(\alpha) = A_i'(\alpha) + iA_i''(\alpha),\ B_i(\alpha) = B_i'(\alpha) + iB_i''(\alpha),\quad i = 1, 2.$$

В формулах (1.1) и (1.2) вид комплексных функций $A_1(\alpha)$, $A_2(\alpha)$, $B_1(\alpha)$ и $B_2(\alpha)$ действительной переменной α выбираем, используя следующие граничные условия задачи:

на непроницаемых верхней и нижней границах пласта нормальные скорости должны равняться нулю, т. е.

$$\mathrm{Im}(\omega_1) = v_{y_1} = 0 \text{ при } y = 0,\ \mathrm{Im}(\omega_2) = v_{y_2} = 0 \text{ при } y = -m;$$

на границах раздела слоев нормальная к ним составляющая скорости должна быть непрерывной, касательные составляющие про-

порциональны соответствующим коэффициентам фильтрации, т. е. $v_{y_1} = v_{y_2}$, или $\operatorname{Im}(\omega_1) = \operatorname{Im}(\omega_2)$; $\frac{v_{x_1}}{k_1} = \frac{v_{x_2}}{k_2}$, или $k_1 \operatorname{Re}(\omega_2) = k_2 \operatorname{Re}(\omega_1)$ при $y = -m_1$.

Кроме приведенных граничных условий, в решении используются интегральные представления

$$\frac{1}{z-\zeta} = i\int_0^\infty e^{-i\alpha(z-\zeta)}d\alpha \text{ при } \operatorname{Im}(z-\zeta) < 0;$$

$$\frac{1}{z-\bar{\zeta}} = i\int_0^\infty e^{-i\alpha(z-\bar{\zeta})}d\alpha \text{ при } \operatorname{Im}(z-\bar{\zeta}) < 0.$$

При использовании условий непроницаемости получаются следующие соотношения между функциями переменной интегрирования α:

$$B_1(\alpha) = \bar{A}_1(\alpha),\ B_2(\alpha) = \bar{A}_2(\alpha)\, e^{2\alpha m},$$

где $\bar{A}(\alpha) = A_i' - iA_i''$. Тогда, учитывая интегральные представления, комплексные скорости представим в виде

$$\omega_1(z) = \int_0^\infty \left[\frac{iq}{\pi}\operatorname{ch}\alpha b e^{-i\alpha(z-L)} + A_1 e^{i\alpha z} + \bar{A}_1 e^{-i\alpha z}\right] d\alpha; \qquad (1.3)$$

$$\omega_2(z) = \int_0^\infty (A_2 e^{i\alpha z} + \bar{A}_2 e^{2\alpha m - i\alpha z})\, d\alpha. \qquad (1.4)$$

Применяя граничные условия на линии раздела слоев, из выражений (1.3) и (1.4) после соответствующих преобразований находим

$$A_1(\alpha) = \frac{iq}{\pi}\operatorname{ch}\alpha b \frac{1+\lambda^{2\alpha(m-m_1)}}{\Delta} e^{-i\alpha L};$$

$$\bar{A}_1(\alpha) = -\frac{iq}{\pi}\operatorname{ch}\alpha b \frac{1+\lambda e^{2\alpha(m-m_1)}}{\Delta} e^{i\alpha L};$$

$$A_2(\alpha) = \frac{iq}{\pi}\operatorname{ch}\alpha b \frac{1-\lambda}{\Delta} e^{-i\alpha L};$$

$$\bar{A}_2(\alpha) = -\frac{iq}{\pi}\operatorname{ch}\alpha b \frac{1-\lambda}{\Delta} e^{i\alpha L},$$

где $\Delta = 1 - \lambda e^{2\alpha m_1} + \lambda e^{2\alpha(m-m_1)} - e^{2\alpha m},\ \lambda = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}$.

Тогда выражения для комплексных скоростей ω_1 и ω_2 приобретут вид

$$\omega_1(z) = \int_0^\infty \frac{iq}{\pi}\operatorname{ch}\alpha b\, [e^{i\alpha(L-z)} + 2\gamma_1 \operatorname{sh} i\alpha(z-L)]\, d\alpha; \qquad (1.5)$$

$$\omega_2(z) = \int_0^\infty \frac{iq}{\pi}\operatorname{ch}\alpha b\gamma_2\, [e^{i\alpha(z-L)} + e^{-i\alpha(z-L)+2\alpha m}]\, d\alpha, \qquad (1.6)$$

где

$$\gamma_1(\alpha) = -\frac{e^{-2\alpha m} + \lambda e^{-2\alpha m_1}}{\Delta}, \quad \gamma_2(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)\, e^{-2\alpha m}}{\Delta}.$$

Представим выражения для γ_1 и γ_2 в виде

$$\gamma_1(\alpha) = -\frac{s^{p} + \lambda s^{p_1}}{1 - s^{p} + \lambda s^{p-p_1} - \lambda s^{p_1}} = -\sum_{n=1}^{\infty} c_n' s^n = -\sum_{n=1}^{\infty} c_n' e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\gamma_2(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)\, s^{p}}{1 - s^{p} + \lambda s^{p-p_1} - \lambda s^{p_1}} = -(1-\lambda)\sum_{n=1}^{\infty} c_n'' s^n =$$

$$= -(1-\lambda)\sum_{n=1}^{\infty} c_n'' e^{-2\alpha n m_0},$$

где m_0 — общий наибольший делитель m_1 и m, $p_1 = m_1/m_0$, $p_2 = m/m_0$ (p_1 и p_2 — целые числа), $s = e^{-2\alpha m_0}$. Следовательно, ряды $\gamma_1(\alpha)$ и $\gamma_2(\alpha)$ сходятся. Подставляя

$$\gamma_1(\alpha) = -\sum_{n=1}^{\infty} c_n' e^{-2\alpha n m_0} \quad \text{и} \quad \gamma_2(\alpha) = -(1-\lambda)\sum_{n=1}^{\infty} c_n'' e^{-2\alpha n m_0}$$

в уравнения (1.3) и (1.4), получаем

$$\omega_1(z) = \int_0^{\infty} \frac{iq}{2\pi} \left\{ \left[e^{-i\alpha(z-L+ib)} + e^{-i\alpha(z-L-ib)} \right] - \right.$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \left[e^{-i\alpha[L-z-(2nm_0-b)i]} + e^{-i\alpha[L-z-(2nm_0+b)i]} - \right.$$

$$\left. \left. - e^{-i\alpha[z-L-(2nm_0-b)i]} - e^{-i\alpha[z-L-(2nm_0+b)i]} \right] \right\} d\alpha =$$

$$= \frac{q}{2\pi}\left(\frac{1}{z-L+ib} + \frac{1}{z-L-ib}\right) + \frac{q}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty} c_n' \left[\frac{1}{z-L+(2nm_0-b)\,i} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{z-L+(2nm_0+b)\,i} + \frac{1}{z-L-(2nm_0-b)\,i} + \frac{1}{z-L-(2nm_0+b)\,i} \right]; \tag{1.7}$$

$$\omega_2(z) = \int_0^{\infty} \frac{iq\,(1-\lambda)}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} c_n'' \left\{ e^{-i\alpha[z-L-(2nm_0-2m+b)i]} + \right.$$

$$+ e^{-i\alpha[z-L-(2nm_0-2m-b)i]} - e^{-i\alpha[L-z-(2nm_0-b)i]} -$$

$$\left. - e^{-i\alpha[L-z-(2nm_0+b)i]} \right\} d\alpha = \frac{q\,(1-\lambda)}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} c_n'' \left[\frac{1}{z-L+(2nm_0-b)\,i} + \right.$$

$$+ \frac{1}{z-L+(2nm_0+b)\,i} + \frac{1}{z-L-(2nm_0-2m+b)\,i} +$$

$$\left. + \frac{1}{z-L-(2nm_0-2m-b)\,i} \right]. \tag{1.8}$$

Записав

$$s^p + \lambda s^{p_1} = (1 - s^p + \lambda s^{p-p_1} - \lambda s^{p_1})(c_0' + c_1' s + c_2' s^2 + \cdots + c_n' s^n + \cdots);$$

$$s^p = (1 - s^p + \lambda s^{p-p_1} - \lambda s^p)(c_0'' + c_1'' s + c_2 s^2 + \cdots + c_n'' s^n + \cdots)$$

и приравняв члены при одинаковых степенях s, в итоге получим следующие соотношения для определения коэффициентов c_ν' и c_ν'':

$$c_\nu' = 0 \text{ при } \nu < p_1; \quad c_{p_1}' = -\lambda; \quad c_\nu' = 0 \text{ при } p_1 < \nu < p;$$

$$c_p' = \lambda^2 - 1; \quad c_{p+1}' = 0; \quad c_\nu' = \lambda c_{\nu-p_1}' - \lambda c_{\nu-(p-p_1)}' + c_{\nu-p}' \text{ при } \nu \geqslant p+2;$$

$$c_\nu'' = 0 \text{ при } \nu < p; \quad c_p'' = 1; \quad c_\nu'' - c_{\nu-p}'' + \lambda c_{\nu-p+p_1}'' - \lambda c_{\nu-p_1}'' = 0 \text{ при } \nu > p.$$

Для получения комплексных потенциалов необходимо проинтегрировать уравнения (1.7) и (1.8):

$$W_1(z) = \varphi_1 + i\psi_1 = \int \omega_1(z)\,dz = \frac{q}{2\pi}[\ln(z - L + ib) + \ln(z - L - ib)] + \frac{q}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty} c_n' \{\ln[z - L + (2nm_0 - b)i] + \ln|z - L + (2nm_0 + b)i| + \ln|z - L - (2nm_0 - b)i| + \ln|z - L - (2nm_0 + b)i|\} + W_{0_1}; \tag{1.9}$$

$$W_2(z) = \int \omega_2(z)\,dz = \frac{q(1-\lambda)}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty} c_n'' \{\ln[z - L + (2nm_0 - b)i] + \ln|z - L + (2nm_0 + b)i| + \ln|z - L - (2nm_0 - 2m + b)i| + \ln|z - L - (2nm_0 - 2m - b)i|\} + W_{0_2}, \tag{1.10}$$

где W_{0_1} и W_{0_2} — комплексные величины. Отделив действительные части, определим распределение напоров в слоях от действия стока, помещенного в верхнем слое $(L, -b)$ и имеющего расход q:

$$H_1(x, y) = \operatorname{Re}[W_1(z)] = \frac{q}{4\pi k_1}\{\ln|(x - L)^2 + (y + b)^2| + \ln|(x - L)^2 + (y - b)^2|\} + \frac{q}{4\pi k_1}\sum_{n=1}^{\infty} c_n' \{\ln|(x - L)^2 + (y + 2nm_0 - b)^2| + \ln|(x - L)^2 + (y + 2nm_0 + b)^2| + \ln|(x - L)^2 + (y - 2nm_0 + b)^2| + \ln|(x - L)^2 + (y - 2nm_0 - b)^2|\} + C_1; \tag{1.11}$$

$$H_2(x, y) = \operatorname{Re}[W_2(z)] = \frac{q(1-\lambda)}{4\pi k_2}\sum_{n=1}^{\infty} c_n'' \{\ln[(x - L)^2 +$$

$$+ (y + 2nm_0 - b)^2| + \ln|(x-L)^2 + (y + 2nm_0 + b)^2| +$$
$$+ \ln|(x-L)^2 + (y - 2nm_0 + 2m - b)^2| +$$
$$+ \ln|(x-L)^2 + (y - 2nm_0 + 2m + b)^2|\} + C_2. \quad (1.12)$$

Выражения для составляющих скоростей фильтрации в слоях:

$$v_{x_1} = \mathrm{Re}(\omega_1) = \frac{q(x-L)}{2\pi}\left\{\left[\frac{1}{(x-L)^2 + (y+b)} + \right.\right.$$
$$\left. + \frac{1}{(x-L)^2 + (y-b)^2}\right] + \sum_{n=1}^{\infty} c_n'\left[\frac{1}{(x-L)^2 + (y + 2nm_0 - b)} + \right.$$
$$+ \frac{1}{(x-L)^2 + (y + 2nm_0 + b)^2} + \frac{1}{(x-L)^2 + (y - 2nm_0 + b)^2} +$$
$$\left.\left. + \frac{1}{(x-L)^2 + (y - 2nm_0 - b)^2}\right]\right\}; \quad (1.13)$$

$$v_{y_1} = \mathrm{Im}(\omega_1) = \frac{q}{2\pi}\left[\frac{y+b}{(x-L)^2 + (y+b)^2} + \frac{y-b}{(x-L)^2 + (y-b)^2}\right] +$$
$$+ \frac{q}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty} c_n'\left[\frac{y + 2nm_0 - b}{(x-L)^2 + (y + 2nm_0 - b)^2} + \frac{y + 2nm_0 + b}{(x-L)^2 + (y - 2nm_0 + b)^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{y - 2nm_0 + b}{(x-L)^2 + (y - 2nm_0 + b)^2} + \frac{y - 2nm_0 - b}{(x-L)^2 + (y - 2nm_0 - b)^2}\right]; \quad (1.14)$$

$$v_{x_2} = \mathrm{Re}(\omega_2) = \frac{q(1-\lambda)(x-L)}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty} c_n''\left[\frac{1}{(x-L)^2 + (y + 2nm_0 + b)^2} + \right.$$
$$+ \frac{1}{(x-L)^2 + (y + 2nm_0 + b)^2} + \frac{1}{(x-L)^2 + (y - 2nm_0 + 2m - b)^2} +$$
$$\left. + \frac{1}{(x-L)^2 + (y - 2nm_0 + 2m + b)^2}\right]; \quad (1.15)$$

$$v_{y_2} = \mathrm{Im}(\omega_2) = \frac{q(1-\lambda)}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty} c_n''\left[\frac{1}{(x-L)^2 + (y + 2nm_0 - b)^2} + \right.$$
$$+ \frac{y + 2nm_0 + b}{(x-L)^2 + (y + 2nm_0 + b)^2} + \frac{y - 2nm_0 + 2m - b}{(x-L)^2 + (y - 2nm_0 + 2m - b)^2} +$$
$$\left. + \frac{y - 2nm_0 + 2m + b}{(x-L)^2 + (y - 2nm_0 + 2m + b)^2}\right]. \quad (1.16)$$

§ 2. Двухслойный грунт (пласт) с проницаемой верхней и непроницаемой нижней границами

В этом случае (рис. 1, *б*) верхняя граница пласта является линией равного напора, т. е. в отличие от предыдущего случая уравнения (1.1) и (1.2) решаются при условии $v_{x_1} = \mathrm{Re}(\omega_1) = 0$ на верхней границе ($y = 0$). Остальные граничные условия и интегральные

представления сохраняются прежними. При удовлетворении граничного условия на кровле пласта ($y = 0$) из (1.1) получим $B_1(\alpha) = -\overline{A}_1(\alpha)$. Тогда для комплексной скорости ω_1 с учетом знака «минус» в первом члене уравнения (1.1) получаем

$$\omega_1(z) = \int_0^\infty \left[\frac{iq}{\pi} \operatorname{sh} \alpha b e^{-i\alpha z} + A_1(\alpha) e^{i\alpha z} - \overline{A}_1(\alpha) e^{-i\alpha z}\right] d\alpha, \quad (1.17)$$

а выражение для ω_2 остается прежним — (1.4). Применяя граничные условия на линии раздела слоев и опуская промежуточные выкладки, из выражений (1.17) и (1.4) находим

$$A_1(\alpha) = \frac{qi}{\pi} \operatorname{sh} \alpha b \gamma_1'(\alpha), \quad \overline{A}_1(\alpha) = -A_1(\alpha);$$

$$A_2(\alpha) = \frac{qi}{\pi} \operatorname{sh} \alpha b \gamma_1''(\alpha), \quad \overline{A}_2(\alpha) = -A_2(\alpha),$$

где

$$\gamma_1'(\alpha) = -\frac{e^{-2\alpha m} + \lambda e^{-2\alpha m_1}}{\Delta_1};$$

$$\gamma_1(\alpha) = -\frac{(1-\lambda) e^{-2\alpha m}}{\Delta_1};$$

$$\Delta_1 = 1 + e^{-2\alpha m} + \lambda e^{-2\alpha(m-m_1)} + \lambda e^{-2\alpha m_1}.$$

Подставляя значения A_1, $\overline{A}_1$, A_2 и $\overline{A}_2$ в уравнения (1.17) и (1.4), получаем

$$\omega_1(z) = \int_0^\infty \frac{iq}{\pi} \operatorname{sh} \alpha b \left(e^{-i\alpha z} + 2\gamma_1' \operatorname{ch} i\alpha z\right) d\alpha; \quad (1.18)$$

$$\omega_2(z) = \int_0^\infty \frac{iq}{\pi} \operatorname{sh} \alpha b \gamma_1' \left(e^{i\alpha z} - e^{2\alpha m - i\alpha z}\right) d\alpha. \quad (1.19)$$

Представим выражения для γ_1' и γ_1'' в виде

$$\gamma_1'(\alpha) = -\sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-2\alpha n m_0} \text{ и } \gamma_1''(\alpha) = -(1-\lambda) \sum_{n=1}^{\infty} a_n'' e^{-2\alpha n m_0}.$$

Подставив их в уравнения (1.18) и (1.19), найдем

$$\omega_1(z) = \int_0^\infty \frac{iq}{2\pi} \left\{ \left[e^{-i\alpha(z+ib)} - e^{-i\alpha(z-ib)}\right] + \sum_{n=1}^{\infty} a_n' \left[e^{i\alpha[z+i(b+2nm_0)]} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + e^{-i\alpha[z-i(b+2nm_0)]} - e^{i\alpha[z-i(b-2nm_0)]} - e^{-i\alpha[z+i(b-2nm_0)]}\right] \right\} d\alpha =$$

$$= \frac{q}{2\pi}\left(\frac{1}{z+ib} - \frac{1}{z-ib}\right) + \frac{q}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} a_n' \left[\frac{1}{z-i(b+2nm_0)} - \right.$$

$$-\frac{1}{z+i(b+2nm_0)}+\frac{1}{z-i(b-2nm_0)}-\frac{1}{z+i(b-2nm_0)}\Big]; \quad (1.20)$$

$$\omega_2(z)=\frac{qi(1-\lambda)}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}a_n''e^{-2\alpha nm_0}\int_0^{\infty}[e^{i\alpha(z+ib)}-e^{i\alpha(z-ib)}-$$

$$-e^{-i\alpha[z+i(b+2m)]}-e^{-i\alpha[z-i(b-2m)]}]\,d\alpha=\frac{q}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}a_n''\Big[\frac{1}{z-i(b-2nm_0)}-$$

$$-\frac{1}{z+i(b+2nm_0)}+\frac{1}{z+i(b+2m-2nm_0)}-\frac{1}{z-i(b-2n+2nm_0)}\Big]. \quad (1.21)$$

По аналогии с предыдущим случаем для определения коэффициентов a_n' и a_n'' составим следующие равенства:

$$s^p+\lambda s^{p_1}=(1+\lambda s^{p_1}+s^p+\lambda s^{p-p_1})(a_0'+a_1's+a_2's^2+\cdots+a_n's^n+\cdots);$$

$$s^p=(1+\lambda s^{p_1}+s^p+\lambda s^{p-p_1})(a_0''+a_1''s+a_2''s^2+\cdots+a_ns^n+\cdots),$$

откуда находим

$$a_\nu'=0 \text{ при } \nu<p_1;\quad a_{p_1}'=\lambda;\quad a_\nu'=0 \text{ при } p_1<\nu<p;$$

$$a_p'=1-\lambda^2;\quad a_\nu'=-\lambda a_{\nu-p_1}'-a_{\nu-p}'-\lambda a_{\nu-p+p_1}' \text{ при } \nu>p;$$

$$a_\nu''=0 \text{ при } \nu<p;\quad a_p''=1;\quad a_\nu''=-\lambda a_{\nu-p_1}''-a_{\nu-p}''-$$

$$-\lambda a_{\nu-p+p_1}'' \text{ при } \nu>p.$$

Выражения для распределения напоров H_1 и H_2 в слоях записываем в виде

$$H_1(x,y)=\mathrm{Re}\int\omega_1 dz=\frac{q}{4\pi k_1}\{\ln|x^2+(y+b)^2|-\ln[x^2+(y-b)]\}+$$

$$+\frac{q}{4\pi k_1}\sum_{n=1}^{\infty}a_n\{\ln|x^2+(y-b-2nm_0)^2|-\ln[x^2+(y+b+2nm_0)^2|+$$

$$+\ln|x^2+(y-b+2nm_0)^2|-\ln|x^2+(y+b-2nm_0)^2|\}+C_1; \quad (1.22)$$

$$H_2(x,y)=\mathrm{Re}\int\omega_2 dz=\frac{q(1-\lambda)}{4\pi k_2}\sum_{n=1}^{\infty}a_n''\{\ln[x^2+(y-b+2nm_0)^2]-$$

$$-\ln[x^2+(y+b+2nm_0)^2|+\ln[x^2+(y+b+2m-2nm_0)^2|-$$

$$-\ln|x^2+(y-b-2nm_0+2m)|\}+C_2. \quad (1.23)$$

Для распределения скоростей v_x и v_y в слоях получаем выражения

$$v_{x_1}=\mathrm{Re}(\omega_1)=\frac{qx}{2\pi}\Big\{\Big[\frac{1}{x^2+(y+b)^2}-\frac{1}{x^2+(y-b)^2}\Big]+$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} a_n\left[\frac{1}{x^2+(y-b-2nm_0)^2}-\frac{1}{x^2+(y+b+2nm_0)^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{x^2+(y-b+2nm_0)^2}-\frac{1}{x^2+(y+b-2nm_0)^2}\right]\Bigg\}; \qquad (1.24)$$

$$v_{y_1}=\operatorname{Im}(\omega_1)=\frac{q}{2\pi}\left\{\left[\frac{y+b}{x^2+(y+b)^2}-\frac{y-b}{x^2+(y-b)^2}\right]+\right.$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} a_n\left[\frac{y-b-2nm_0}{x^2+(y-b-2nm_0)^2}-\frac{y+b+2nm_0}{x^2+(y+b+2nm_0)^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{y-b+2nm_0}{x^2+(y-b+2nm_0)^2}-\frac{y+b-2nm_0}{x^2+(y+b-2nm_0)^2}\right]\Bigg\}; \qquad (1.25)$$

$$v_{x_2}=\operatorname{Re}(\omega_2)=\frac{qx(1-\lambda)}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty} a_n\left[\frac{1}{x^2+(y-b+2nm_0)^2}-\right.$$

$$-\frac{1}{x^2+(y+b+2nm_0)^2}+\frac{1}{x^2+(y+b-2nm_0-2m)^2}-$$

$$\left.-\frac{1}{x_2+(y-b-2nm_0+2m)^2}\right]; \qquad (1.26)$$

$$v_{y_2}=\operatorname{Im}(\omega_2)=\frac{q(1-\lambda)}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty} a_n\left[\frac{y-b-2nm_0}{x^2+(y-b+2nm_0)^2}-\right.$$

$$-\frac{y+b+2nm_0}{x^2+(y+b+2nm_0)^2}+\frac{y+b-2mn_0+2m}{x^2+(y+b-2nm_0+2m)^2}-$$

$$\left.-\frac{y+b-2nm_0+2m}{x^2+(y+b-2nm_0+2m)^2}\right]. \qquad (1.27)$$

§ 3. Двухслойный грунт (пласт) с проницаемыми верхней и нижней границами

В этом случае (рис. 1, *в*) верхняя и нижняя границы пласта являются линиями равного напора, и поэтому уравнения (1.1) и (1.2) решаются при следующих условиях на них: $v_{x_1}=\operatorname{Re}(\omega_1)=0$ при $y=0$ и $v_{x_2}=\operatorname{Re}(\omega_2)=0$ при $y=-m$. Граничные условия на линиях раздела слоев ($y=-m_1$) и интегральные представления сохраняются прежними.

При удовлетвории граничного условия на кровле пласта ($y=0$) из (1.1) получим $B_1(\alpha)=-\overline{A}_1(\alpha)$, а при удовлетворении граничного условия на подошве пласта ($y=-m$) из выражения (1.2) имеем $B_2(\alpha)=-\overline{A}_2(\alpha)\,e^{2\alpha m}$. Тогда комплексная скорость ω_1 будет определяться выражением (1.17), а комплексная скорость ω_2— выражением

$$\omega_2(z)=\int_0^{\infty}\left|A_2(\alpha)\,e^{i\alpha z}-\overline{A}_2(\alpha)\,e^{2\alpha m-i\alpha z}\right|dz. \qquad (1.28)$$

Сохраняя прежние граничные условия на линии раздела слоев и опуская промежуточные выкладки, из выражений (1.17) и (1.28) находим

$$A_1(\alpha) = \frac{qi}{\pi} \operatorname{sh} \alpha b \gamma_2'(\alpha); \quad \overline{A}_1(\alpha) = -A_1(\alpha);$$

$$A_2(\alpha) = \frac{qi}{\pi} \operatorname{sh} \alpha b \gamma_2''(\alpha); \quad \overline{A}_2(\alpha) = -A_2(\alpha),$$

где

$$\gamma_2' = \frac{e^{-2\alpha m} - \lambda e^{-2\alpha m_1}}{\Delta_2}; \quad \gamma_2'' = \frac{(1-\lambda) e^{-2\alpha m}}{\Delta_2}; \quad \Delta_2 = 1 - e^{-2\alpha m} + \lambda e^{-2\alpha m_1} - \lambda e^{-2\alpha(m-m_1)}.$$

Подставляя значения A_1, $\overline{A}_1$, A_2 и $\overline{A}_2$ в уравнения (1.17) и (1.28), получаем

$$\omega_1(z) = \int_0^\infty \frac{iq}{\pi} \operatorname{sh} \alpha b \left(e^{-i\alpha z} + 2\gamma_2' \operatorname{ch} i\alpha z\right) d\alpha; \tag{1.29}$$

$$\omega_2(z) = \int_0^\infty \frac{iq}{\pi} \operatorname{sh} \alpha b \gamma_2'' \left(e^{i\alpha z} + e^{2\alpha m - i\alpha z}\right) d\alpha. \tag{1.30}$$

Представляя γ_2' и γ_2'' в виде

$$\gamma_2'(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n' e^{-2\alpha n m_0} \text{ и } \gamma_2''(\alpha) = (1-\lambda) \sum_{n=1}^{\infty} b_n'' e^{-2\alpha n m_0}$$

и подставляя их в уравнения (1.29) и (1.30), находим

$$\omega_1(z) = \int_0^\infty \frac{iq}{2\pi} \left\{ \left[e^{-i\alpha(z+ib)} - e^{-i\alpha(z-ib)}\right] + \sum_{n=1}^{\infty} b_n' \left[e^{i\alpha[z-i(b-2nm_0)]} + e^{-i\alpha[z-i(b-2nm_0)]} - e^{i\alpha[z+i(b+2nm_0)]} - e^{-i\alpha[z-i(b+2nm_0)]}\right] \right\} d\alpha =$$

$$= \frac{q}{2\pi} \left(\frac{1}{z+ib} - \frac{1}{z-ib}\right) + \frac{q}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} b_n' \left[\frac{1}{z+i(b-2nm_0)} - \frac{1}{z-i(b-2nm_0)} + \frac{1}{z+i(b+2nm_0)} - \frac{1}{z-i(b+2nm_0)}\right]; \tag{1.31}$$

$$\omega_2(z) = \int_0^\infty \frac{iq(1-\lambda)}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} b_n'' \left[e^{i\alpha(z-ib)} + e^{-i\alpha[z+i(b+2nm_0)]} - e^{i\alpha(z+ib)} - e^{-i\alpha[z-i(b-2m)]}\right] e^{-2\alpha n m_0} d\alpha =$$

$$= \frac{q}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} b_n'' \left\{ \frac{1}{z + i(b + 2nm_0)} - \frac{1}{z - i(b - 2nm_0)} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{z + i(b + 2m - 2nm_0)} - \frac{1}{z - i(b - 2m + 2nm_0)} \right\}. \qquad (1.32)$$

По аналогии с предыдущим случаем для определения коэффициентов b_n' и b_n'' составим следующие равенства:

$$s^p - \lambda s^{p_1} = (1 - s^p + \lambda s^{p_1} - \lambda s^{p-p_1})(b_0' + b_1 s + b_2' s^2 + \cdots + b_n' s^n + \cdots);$$

$$s^p = (1 - s^p + \lambda s^{p_1} - \lambda s^{p-p_1})(b_0'' + b_1'' s + b_2'' s^2 + \cdots + b_n'' s^n + \cdots),$$

откуда найдем

$$b_\nu' = 0 \text{ при } \nu < p_1; \quad b_{p_1}' = -\lambda; \quad b_\nu' = 0 \text{ при } p_1 < \nu < p;$$

$$b_p' = 1; \quad b_\nu' = b_{\nu-p}' - \lambda b_{\nu-p_1}' + \lambda_{\nu-p+p_1} \text{ при } \nu > p;$$

$$b_\nu'' = 0 \text{ при } \nu < p; \quad b_p'' = 1; \quad b_\nu'' - b_{\nu-p}'' - \lambda b_{\nu-p_1}'' -$$

$$- \lambda b_{\nu-p+p_1}'' = 0 \text{ при } \nu > p.$$

Для определения напоров H_1 и H_2 в слоях имеем выражения

$$H_1(x, y) = \operatorname{Re} \int \omega_1 dz = \frac{q}{4\pi k_1} \{\ln[x^2 + (y + b)^2] - \ln[x^2 + (y - b)^2]\} +$$

$$+ \frac{q}{4\pi k_1} \sum_{n=0}^{\infty} b_n' \{\ln[x^2 + (y + b - 2nm_0)^2] - \ln[x^2 + (y - b + 2nm_0)^2] +$$

$$+ \ln[x^2 + (y + b + 2nm_0)^2] - \ln[x^2 + (y - b - 2nm_0)^2]\} + C_1; \qquad (1.33)$$

$$H_2(x, y) = \operatorname{Re} \int \omega_2 dz = \frac{q}{4\pi k_2} \sum_{n=1}^{\infty} b_n'' \{\ln[x^2 + (y + b + 2nm_0)] -$$

$$- \ln[x^2 + (y - b + 2nm_0)^2] + \ln[x^2 + (y + b + 2m - 2nm_0)^2] -$$

$$- \ln[x^2 + (y - b + 2m - 2nm_0)^2]\} + C_2. \qquad (1.34)$$

Распределения скоростей v_x и v_y в слоях описываются выражениями

$$v_{x_1} = \operatorname{Re}(\omega_1) = \frac{qx}{2\pi} \left\{ \left[\frac{1}{x^2 + (y + b)^2} - \frac{1}{x^2 + (y - b)^2} \right] + \right.$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} b_n' \left[\frac{1}{x^2 + (y + b - 2nm_0)^2} - \frac{1}{x^2 + (y - b + 2nm_0)^2} + \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{x^2 + (y - b - 2nm_0)^2} - \frac{1}{x^2 + (y + b + 2nm_0)^2} \right] \right\}; \qquad (1.35)$$

$$v_{y_1} = \operatorname{Im}(\omega_1) = \frac{q}{2\pi} \left\{ \left[\frac{y + b}{x^2 + (y + b)^2} - \frac{y - b}{x^2 + (y - b)^2} \right] + \right.$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} b_n'\left[\frac{y+b-2nm_0}{x^2+(y+b-2nm_0)^2}-\frac{y-b+2nm_0}{x^2+(y-b+2nm_0)^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{y-b-2nm_0}{x^2+(y-b-2nm_0)^2}-\frac{y+b+2nm_0}{x^2+(y+b+2nm_0)^2}\right]\Bigg\}; \qquad (1.36)$$

$$v_{x_2}=\operatorname{Re}(\omega_2)=\frac{qx}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty} b_n''\left[\frac{1}{x^2+(y+b+2nm_0)^2}-\right.$$

$$-\frac{1}{x^2+(y-b+2nm_0)^2}+\frac{1}{x^2+(y+b+2m-2nm_0)^2}-$$

$$\left.-\frac{1}{x^2+(y-b+2m-2nm_0)^2}\right]; \qquad (1.37)$$

$$v_{y_2}=\operatorname{Im}(\omega_2)=\frac{q}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty} b_n''\left[\frac{y+b+2nm_0}{x^2+(y+b+2nm_0)^2}-\right.$$

$$-\frac{y-b+2nm_0}{x^2+(y-b+2nm_0)^2}+\frac{y+b+2m-2nm_0}{x^2+(y+b+2m-2nm_0)^2}-$$

$$\left.-\frac{y-b+2m-2nm_0}{x^2+(y-b+2m-2nm_0)^2}\right]. \qquad (1.38)$$

§ 4. Двухслойный грунт (пласт) с инфильтрационным питанием

В этом случае (рис. 1, *г*) на кровле водоносного пласта принимается граничное условие $v_{y_1}=\operatorname{Im}(\omega_1)=-\varepsilon$, т. е. вертикальная составляющая скорости фильтрации равна интенсивности инфильтрации. Граничные условия сохраняются такими же, как и в схеме, рассмотренной в § 1.

Выражения для комплексных скоростей имеют вид: в верхнем слое, который содержит сток в точке $(0, -b)$,

$$\omega_1(z)=\frac{q}{2\pi}\left[\frac{1}{z-\zeta}+\frac{\lambda}{z-\bar{\zeta}}\right]+\int_0^{\infty}\left[A_1(\alpha)\,e^{i\alpha z}+B_1(\alpha)\,e^{-i\alpha z}\right]d\alpha; \qquad (1.39)$$

в нижнем слое

$$\omega_2(z)=\frac{q(1-\lambda)}{2\pi(z-\zeta)}+\int_0^{\infty}\left[A_2(\alpha)\,e^{i\alpha z}+B_2(\alpha)\,e^{-i\alpha z}\right]d\alpha. \qquad (1.40)$$

При решении этой задачи, кроме приведенных ранее интегральных представлений, используются также следующие:

$$\frac{1}{z-\zeta}=-i\int_0^{\infty} e^{i\alpha(z-\zeta)}d\alpha \text{ при } \operatorname{Im}(z-\zeta)>0;$$

$$\frac{1}{z-\bar{\zeta}} = -i\int_0^\infty e^{i\alpha(z-\bar{\zeta})}d\alpha \text{ при } \operatorname{Im}(z-\bar{\zeta})>0;$$

$$\varepsilon = 2\varepsilon\int_0^\infty \delta(\alpha)\cos\alpha x d\alpha,$$

где $\delta(\alpha)$ — дельта-функция Дирака. Тогда

$$\omega_1(z) = -\int_0^\infty \frac{qi}{2\pi}\left(e^{i\alpha(z+ib)} + \lambda e^{i\alpha[z+i(2m_1-b)]}\right)d\alpha +$$

$$+\int_0^\infty \left[A_1(\alpha)\,e^{i\alpha z} + B_1(\alpha)\,e^{-i\alpha z}\right]d\alpha; \qquad (1.41)$$

$$\omega_2(z) = \int_0^\infty \frac{q(1-\lambda)\,i}{2\pi}\,e^{-i\alpha(z+ib)}d\alpha + \int_0^\infty \left[A_2(\alpha)\,e^{i\alpha z} + B_2(\alpha)\,e^{-i\alpha z}\right]d\alpha. \qquad (1.42)$$

В дальнейшем задача решается полностью только для верхнего слоя, а для нижнего приводятся окончательные результаты.

Удовлетворяя граничным условиям на кровле и на линии раздела слоев, из зависимостей (1.41) и (1.42) после некоторых преобразований получаем

$$A_1(\alpha) = -\frac{qi}{2\pi}\left(\bar{e}^{\alpha b}\gamma_1 + e^{\alpha b}\bar{\gamma}_1\right) + 2i\varepsilon\delta(\alpha)\,\gamma_1;$$

$$B_1(\alpha) = \frac{qi}{2\pi}\left[e^{-\alpha b}(1+\gamma_1) + e^{\alpha b}\gamma_1\right] - 2i\varepsilon\delta(\alpha)(1+\gamma_1),$$

где

$$\bar{\gamma}_1(\alpha) = \frac{e^{-2\alpha m} + \lambda e^{-2\alpha(m_1+m)} + \lambda^2\left(e^{-4\alpha m_1} - e^{-2\alpha m}\right)}{\Delta}.$$

Подставим значения $A_1(\alpha)$ и $B_1(\alpha)$ в уравнение (1.41) и выполним некоторые преобразования, тогда

$$\omega_1(z) = \int_0^\infty \frac{iq}{\pi}\left(\frac{e^{-i\alpha(z-ib)} - e^{i\alpha(z+ib)}}{2} - 2\gamma_1 \operatorname{ch}\alpha b \operatorname{sh} i\alpha z\right)d\alpha +$$

$$+\int_0^\infty 2i\varepsilon\delta(\alpha)\left(2\gamma_1 \operatorname{sh} i\alpha z - e^{-i\alpha z}\right)d\alpha. \qquad (1.43)$$

По аналогии с предыдущими случаями выражения для ω_1 запишем в следующем виде:

$$\omega_1(z) = \int_0^\infty \frac{iq}{2\pi}\left\{e^{-i\alpha(z+ib)} - e^{i\alpha(z+ib)} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n\left[e^{-i\alpha[z-i(2nm_0+b)]} + \right.\right.$$

$$+ e^{-i\alpha[z-i(2nm_0+b)]} - e^{i\alpha[z+i(2nm_0+b)]} - e^{i\alpha[z+i(2nm_0-b)]}]\Big\} d\alpha +$$

$$+ \int_0^\infty 2i\varepsilon\delta(\alpha)\left(2\sum_{n=1}^{\infty} c_n' e^{-2\alpha m_0}\operatorname{sh} i\alpha z - e^{-i\alpha z}\right) d\alpha =$$

$$= \frac{q}{2\pi}\left[\frac{1}{z-ib} + \frac{1}{z+ib} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n'\left(\frac{1}{z-(2nm_0+b)i} + \frac{1}{z-(2nm_0-b)i} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{z+(2nm_0+b)i} + \frac{1}{z+(2nm_0-b)i}\right)\right] - i\varepsilon. \qquad (1.44)$$

Напор H_1 в верхнем слое определяется как

$$H_1(x, y) = \operatorname{Re}\int \omega_1 dz = \frac{q}{4\pi k_1}\{\ln|x^2+(y+b)^2| + \ln|x^2+(y-b)^2| +$$

$$+ \frac{q}{4\pi k_1}\sum_{n=1}^{\infty} c_n'\{\ln|x^2+(y-2nm_0-b)^2| + \ln|x^2+(y-2nm_0+b)^2| +$$

$$+ \ln|x^2+(y+2nm_0+b)^2| + \ln|x^2+(y+2nm_0-b)^2|\} + \frac{\varepsilon}{k_1}y + C_1. \qquad (1.45)$$

На основании уравнения (1.45) можно установить, что скорость v_{x_1} определяется выражением (1.13), а скорость v_{y_1} — формулой

$$v_{y_1} = \bar{v}_{y_1} - \varepsilon, \qquad (1.46)$$

где скорость $\bar{v}_{y_1}$ определяется выражением (1.14).

Для нижнего слоя по аналогии запишем:

$$H_2(x, y) = \bar{H}_2(x, y) + \frac{\varepsilon}{k_2}y; \qquad (1.47)$$

$$v_{y_2} = \bar{v}_{y_2} - \varepsilon, \qquad (1.48)$$

где $\bar{H}_2(x, y)$ и $\bar{v}_{y_2}$ определяются выражениями (1.12) и (1.16), а скорость v_{x_2} вычисляется по формуле (1.15).

Нетрудно заметить, что, положив в приведенных зависимостях $\varepsilon = 0$, получим рассмотренный в § 1 случай двухслойного напорного пласта.

§ 5. Двухслойный грунт (пласт) с инфильтрационным и напорным питаниями

В этой схеме (рис. 1, *д*), в отличие от предыдущей, двухслойный водоносный пласт подпитывается нижележащими напорными водами с постоянным напором, т. е. нижняя граница пласта является линией равного напора, на которой принимается условие $v_{x_2} = \operatorname{Re}(\omega_2) = 0$ при $y = -m$. Что касается остальных граничных условий и интегральных представлений, то они сохраняются такими же, как и в предыдущем случае.

Решениями уравнений (1.39) и (1.40) являются: для условий на верхней и нижней границах пласта

$$B_1' = A_1'; \quad B_1'' = -A_1'' + \frac{q}{2\pi}(e^{-\alpha b} + \lambda e^{-2\alpha m_1 + \alpha b}) - 2\varepsilon\delta(\alpha);$$

$$B_2' = -A_2' e^{2\alpha m}; \quad B_2'' = A_2'' e^{2\alpha m} - \frac{q(1-\lambda)}{2\pi} e^{\alpha b};$$

для граничных условий на линии раздела слоев пласта

$$A_1' = B_1' = A_2' = B_2' = 0;$$

$$A_1'' e^{\alpha m_1} + B_1'' e^{-\alpha m_1} - A_2'' e^{\alpha m_1} - B_2 e^{-\alpha m_1} = 0;$$

$$-A_1'' e^{\alpha m_1} + B_1'' e^{-\alpha m_1} + \nu A_2'' e^{\alpha m_1} - \nu B_2'' e^{-\alpha m_1} = 0 \quad (\nu = k_1/k_2).$$

В результате решения этой системы с учетом предыдущих выкладок получим следующие зависимости для определения коэффициентов A и B:

$$A_1(\alpha) = \frac{qi}{2\pi}(e^{-\alpha b}\gamma_3' + e^{\alpha b}\gamma_3'') - 2\varepsilon i\delta(\alpha)\gamma_3';$$

$$B_1(\alpha) = \frac{qi}{2\pi}(e^{-\alpha b} - 2\operatorname{ch}\alpha b\gamma_3') + 2\varepsilon i\delta(\alpha)(\gamma_3' - 1);$$

$$A_2(\alpha) = \frac{qi(1-\lambda)}{\pi}\operatorname{ch}\alpha b e^{-2\alpha m}\gamma_3''' - 2\varepsilon i\delta(\alpha) e^{-2\alpha m}\gamma_3'''(1-\lambda);$$

$$B_2(\alpha) = \frac{qi(1-\lambda)}{2\pi}(2\operatorname{ch}\alpha b\gamma_3''' - e^{\alpha b}) - 2\varepsilon i\delta(\alpha)\gamma_3'''(1-\lambda),$$

где

$$\gamma_3' = \frac{e^{-2\alpha m} - \lambda e^{-2\alpha m_1}}{\Delta_3};$$

$$\gamma_3'' = \frac{e^{-2\alpha m} + \lambda e^{-2\alpha(m+m_1)} - \lambda^2(e^{-2\alpha m} + e^{-4\alpha m_1})}{\Delta_3};$$

$$\gamma_3''' = \frac{1}{\Delta_3}; \quad \Delta_3 = 1 + e^{-2\alpha m} - \lambda e^{-2\alpha(m-m_1)} - \lambda e^{-2\alpha m_1}.$$

Подставляя значения A_1, B_1, A_2 и B_2 в уравнения (1.39) и (1.40), после некоторых преобразований получим

$$\omega_1(z) = \int_0^\infty \frac{qi}{2\pi}[e^{-i\alpha(z-ib)} - e^{i\alpha(z+ib)} + 4\gamma_3'\operatorname{ch}\alpha b\operatorname{sh} i\alpha z]\,d\alpha -$$

$$-\int_0^\infty 2i\varepsilon\delta(\alpha)(2\gamma_3'\operatorname{sh} i\alpha z + e^{-i\alpha z})\,d\alpha; \qquad (1.49)$$

$$\omega_2(\alpha) = \int_0^\infty \frac{qi(1-\lambda)}{\pi}[\gamma_3'''\operatorname{ch}\alpha b(e^{i\alpha z - 2\alpha m} + e^{-i\alpha z})]\,d\alpha -$$

$$-\int_0^\infty 2\varepsilon i\delta(\alpha)(1-\lambda)\gamma_3'''(e^{i\alpha z - 2\alpha m} + e^{-i\alpha z})\,d\alpha. \qquad (1.50)$$

Записав выражения для γ_3' и γ_3'' в виде

$$\gamma_3'(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} d_n' e^{-2\alpha n m_0}, \quad \gamma_3'' = \sum_{n=0}^{\infty} d_n'' e^{-2\alpha n m_0} = \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} d_n'' e^{-2\alpha n m_0}\right)$$

и подставив их в уравнения (1.49) и (1.50), найдем

$$\omega_1(z) = \int_0^{\infty} \frac{iq}{2\pi} \left\{ e^{-i\alpha(z-ib)} - e^{i\alpha(z+ib)} + \sum_{n=1}^{\infty} d_n' \left(e^{i\alpha[z+i(2nm_0+b)]} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + e^{i\alpha[z+i(2nm_0-b)]} - e^{-i\alpha[z-i(2nm_0+b)]} - e^{-i\alpha[z-i(2nm_0-b)]} \right\} d\alpha -$$

$$- \int_0^{\infty} 2i\varepsilon\delta(\alpha) \left(2 \sum_{n=1}^{\infty} d_n' e^{-2\alpha n m_0} \operatorname{sh} i\alpha z + e^{-i\alpha z}\right) d\alpha =$$

$$= \frac{q}{2\pi} \left\{ \frac{1}{z-ib} + \frac{1}{z+ib} - \sum_{n=1}^{\infty} d_n' \left[\frac{1}{z-(2nm_0+b)\,i} + \frac{1}{z-(2nm_0-b)\,i} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{z+(2nm_0+b)\,i} + \frac{1}{z+(2nm_0-b)\,i} \right] \right\} - i\varepsilon; \qquad (1.51)$$

$$\omega_2(z) = \int_0^{\infty} \frac{qi\,(1-\lambda)}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} d_n' \left\{ e^{i\alpha[z+i(2nm_0+2m-b)]} + e^{i\alpha[z+i(2nm_0+2m-b)]} + \right.$$

$$\left. + e^{-i\alpha[z-i(2nm_0-b)]} + e^{-i\alpha[z-i(2nm_0+b)]} \right\} d\alpha -$$

$$- \int_0^{\infty} 2\varepsilon i\delta(\alpha)\,(1-\lambda) \sum_{n=0}^{\infty} d_n' e^{-2\alpha n m_0} \left(e^{-i\alpha z} + e^{i\alpha z - 2\alpha m}\right) d\alpha =$$

$$= \frac{q\,(1-\lambda)}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} d_n' \left[\frac{1}{z-(2nm_0-b)\,i} + \frac{1}{z-(2nm_0+b)\,i} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{z+(2nm_0+2m+b)\,i} - \frac{1}{z+(2nm_0+2m-b)\,i} \right] - i\varepsilon. \qquad (1.52)$$

Для определения коэффициентов d_n' и d_n составим следующие равенства:

$$s^p - \lambda s^{p_1} = (1 + s^p - \lambda s^{p-p_1} - \lambda s^{p_1})\,(d_0' + d_1' s + d_2' s^2 + \cdots +$$

$$+ d_n' s^n + \cdots);$$

$$1 = (1 + s^p - \lambda s^{p-p_1} - \lambda s^{p_1})\,(d_0'' + d_1'' s + d_2'' s^2 + \cdots + d_n'' s^n + \cdots),$$

откуда найдем $d_\nu' = 0$ при $\nu < p_1$; $d_{p_1}' = -\lambda$; $d_\nu' = 0$ при $p_1 < \nu < p$;

$d_p' = 1 - \lambda^2$; $d_\nu + d_{\nu-p}' - \lambda d_{\nu-p+p_1}' - \lambda d_{\nu-p_1} = 0$ при $\nu > p$;

$d_0 = 1$; $d_\nu = 0$ при $\nu < p_1$; $d_{p_1} = \lambda$; $d_{p-p_1} = \lambda$; $d_p = -1$;

$d_p + d_{\nu-p} - \lambda d_{\nu-p+p_1} - \lambda d_{\nu-p} = 0$ при $\nu > p$.

Проинтегрировав выражения (1.51) и (1.52), а затем выделив в полученных уравнениях действительные части, найдем выражения для напоров в верхнем и нижнем слоях при действии стока, расположенного в верхнем слое $(0, -b)$ и имеющего расход q:

$$H_1(x, y) = \frac{q}{4\pi k_1}\left\{\ln[x^2 + (y+b)^2] + \ln[x^2 + (y-b)^2] - \right.$$

$$- \frac{q}{4\pi k_1}\sum_{n=1}^{\infty} d_n \{\ln[x^2 + (y - 2nm_0 - b)^2] + \ln[x^2 + (y - 2nm_0 + b)^2] +$$

$$\left. + \ln[x^2 + (y + 2nm_0 + b)^2] + \ln[x^2 + (y + 2nm_0 - b)^2]\right\} + \frac{\varepsilon}{k_1} y + C_1; \tag{1.53}$$

$$H_2(x, y) = \frac{q(1-\lambda)}{4\pi k_2}\sum_{n=0}^{\infty} d_n \left[\ln \frac{x^2 + (y - 2nm_0 + b)^2}{x^2 + (y + 2nm_0 + 2m + b)^2} + \right.$$

$$\left. + \ln \frac{x^2 + (y - 2nm_0 - b)^2}{x^2 + (y + 2nm_0 + 2m - b)^2}\right] + \frac{\varepsilon}{k_2} y + C_2, \tag{1.54}$$

где C_1 и C_2 — некоторые постоянные. Распределения скоростей v_x и v_y в слоях описываются выражениями

$$v_{x_1} = \mathrm{Re}(\omega_1) = \frac{qx}{2\pi}\left\{\left[\frac{1}{x^2 + (y+b)^2} + \frac{1}{x^2 + (y-b)^2} - \right.\right.$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} d_n \left[\frac{1}{x^2 + (y - 2nm_0 - b)^2} + \frac{1}{x^2 + (y - 2nm_0 + b)^2} + \right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{x^2 + (y + 2nm_0 + b)^2} + \frac{1}{x^2 + (y + 2nm_0 - b)^2}\right]\right\}; \tag{1.55}$$

$$v_{y_1} = \mathrm{Im}(\omega_1) = \frac{q}{2\pi}\left\{\left[\frac{x+b}{x^2 + (y+b)^2} + \frac{y-b}{x^2 + (y-b)^2} - \right.\right.$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} d_n \left[\frac{y - 2nm_0 - b}{x^2 + (y - 2nm_0 - b)^2} + \frac{y - 2nm_0 + b}{x^2 + (y - 2nm_0 + b)} + \right.$$

$$\left.\left. + \frac{y + 2nm_0 + b}{x^2 + (y + 2nm_0 + b)^2} + \frac{y + 2nm_0 - b}{x^2 + (y + 2nm_0 - b)^2}\right]\right\} - \varepsilon; \tag{1.56}$$

$$v_{x_2} = \mathrm{Re}(\omega_2) = \frac{qx(1-\lambda)}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty} d_n \left[\frac{1}{x^2 + (y - 2nm_0 + b)^2} + \right.$$

$$+ \frac{1}{x^2 + (y - 2nm_0 - b)^2} - \frac{1}{x^2 + (y + 2nm_0 + 2m + b)^2} -$$

$$\left. - \frac{1}{x^2 + (y + 2nm_0 + 2m - b)^2}\right]; \tag{1.57}$$

$$v_{y_2} = \operatorname{Im}(\omega_2) = \frac{q(1-\lambda)}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} d_n^r \left[\frac{y - 2nm_0 + b}{x^2 + (y - 2nm_0 + b)^2} + \right.$$

$$+ \frac{y - 2nm_0 - b}{x^2 + (y - 2nm_0 - b)^2} - \frac{y + 2nm_0 + 2m + b}{x^2 + (y + 2nm_0 + 2m + b)^2} -$$

$$\left. - \frac{y + 2nm_0 + 2m - b}{x^2 + (y + 2nm_0 + 2m - b)^2} \right] - \varepsilon. \qquad (1.58)$$

Положив в приведенных зависимостях $\varepsilon = 0$, получим случай двухслойного пласта с верхней непроницаемой и нижней проницаемой границами.

§ 6. Трехслойный грунт (пласт) с непроницаемыми верхней и нижней границами

В точке $(0, b)$ верхнего слоя трехслойного грунта (рис. 1, *е*) поместим сток интенсивностью q. Для удобства дальнейших вычислений выражения для комплексных скоростей в слоях представим в виде

$$\omega_1(z) = \frac{q}{2\pi}\left(\frac{1}{z-\zeta} + \frac{1}{z-\bar{\zeta}}\right) + \int_0^{\infty} [A_1(\alpha)\, e^{i\alpha z - \alpha m_1} + B_1(\alpha)\, e^{-i\alpha z}]\, d\alpha; \qquad (1.59)$$

$$\omega_2(z) = \int_0^{\infty} [A_2(\alpha)\, e^{i\alpha z - \alpha m_*} + B_2(\alpha)\, e^{-i\alpha z + \alpha m_1}]\, d\alpha; \qquad (1.60)$$

$$\omega_3(\alpha) = \int_0^{\infty} [A_3(\alpha)\, e^{i\alpha z - \alpha m_*} + B_3(\alpha)\, e^{-i\alpha z + \alpha m}]\, d\alpha. \qquad (1.61)$$

Вид функций $A_i(\alpha)$ и $B_i(\alpha)$ $(i = 1, 2, 3)$ выбираем таким, чтобы комплексные скорости удовлетворяли следующим граничным условиям задачи. На непроницаемых кровле и подошве пласта нормальные скорости равны нулю:

$$\operatorname{Im}(\omega_1) = 0 \quad \text{при} \quad y = 0; \quad \operatorname{Im}(\omega_3) = 0 \quad \text{при} \quad y = m;$$

на границах раздела слоев нормальные скорости равны, а касательные пропорциональны коэффициентам фильтрации:

$$\operatorname{Im}(\omega_1) = \operatorname{Im}(\omega_2), \quad k_2 \operatorname{Re}(\omega_1) = k_1 \operatorname{Re}(\omega_2) \quad \text{при} \quad y = m_1;$$
$$\operatorname{Im}(\omega_2) = \operatorname{Im}(\omega_3), \quad k_3 \operatorname{Re}(\omega_2) = k_2 \operatorname{Re}(\omega_3) \quad \text{при} \quad y = m_*.$$

Используя эти граничные условия и приведенные выше интегральные представления и выполняя некоторые преобразования, окончательно находим

$$A_1(\alpha) = \frac{qi}{2\pi}\left(e^{\alpha(b+m_1)} + e^{-\alpha(b-m_1)}\right)\gamma'(\alpha);$$

$$B_1(\alpha) = \frac{qi}{2\pi}\left(e^{\alpha b} + e^{-\alpha b}\right)\gamma'(\alpha);$$

$$A_2(\alpha) = \frac{qi}{2\pi}\left(e^{\alpha(b+m_*)} + e^{-\alpha(b-m_*)}\right)\gamma''(\alpha);$$

$$B_2(\alpha) = \frac{qi}{2\pi}\left(e^{\alpha(b-m_1)} + e^{-\alpha(b+m_1)}\right)\gamma'''(\alpha);$$

$$A_3(\alpha) = \frac{qi}{2\pi}\left(e^{\alpha(b+m_*)} + e^{-\alpha(b-m_*)}\right)\gamma_0'(\alpha);$$

$$B_3(\alpha) = \frac{qi}{2\pi}\left(e^{\alpha(b-m)} + e^{-\alpha(b+m)}\right)\gamma_0''(\alpha),$$

где

$$\gamma'(\alpha) = -\frac{\lambda e^{-2\alpha m_1} + \lambda\lambda_0 e^{-2\alpha(m_2+m_1)} + \lambda_0 e^{-2\alpha m_*} + e^{-2\alpha m}}{\Delta_0};$$

$$\gamma''(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)(1+\lambda_0 e^{-2\alpha m_2})}{\Delta_0};$$

$$\gamma'''(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)(e^{-2\alpha m} + \lambda_0 e^{-2\alpha m_*})}{\Delta_0};$$

$$\gamma_0'(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)(1-\lambda_0)e^{-2\alpha m}}{\Delta_0};$$

$$\gamma_0''(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)(1-\lambda_0)}{\Delta_0};$$

$$\Delta_0 = 1 - \lambda e^{-2\alpha m_1} - \lambda\lambda_0 e^{-2\alpha(m_2+m_1)} - \lambda_0 e^{-2\alpha m_*} - e^{-2\alpha m} + \\ + \lambda\lambda_0 e^{-2\alpha m_2} + \lambda e^{-2\alpha(m_2+m_3)} + \lambda e^{-2\alpha m_3};$$

$$\lambda = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}, \quad \lambda_0 = \frac{k_2 - k_3}{k_2 + k_3}.$$

Как и в предыдущих случаях, выражения для $\gamma(\alpha)$ и $\gamma_0(\alpha)$ представим в виде сходящихся рядов:

$$\gamma'(\alpha) = -\sum_{n=1}^{\infty} t_n' e^{-2\alpha n m_0}; \quad \gamma''(\alpha) = -(1-\lambda)\sum_{n=0}^{\infty} t_n' e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\gamma'''(\alpha) = -(1-\lambda)\sum_{n=1}^{\infty} t_n'' e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\gamma_0'(\alpha) = -(1-\lambda)(1-\lambda_0)\sum_{n=1}^{\infty} f_n' e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\gamma_0''(\alpha) = -(1-\lambda)(1-\lambda_0)\sum_{n=0}^{\infty} f_n'' e^{-2\alpha n m_0},$$

где m_0 — общий делитель для m_1, m_*, m ($m_1 = p_1 m_0$, $m_* = p_2 m_0$, $m = p_3 m_0$).

Подставив значения A_i и B_i в исходные уравнения и выполнив интегрирование, окончательно получим

$$\omega_1(z) = \frac{q}{2\pi}\left(\frac{1}{z+ib} + \frac{1}{z-ib}\right) + \frac{q}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty} t_n'\left[\frac{1}{z+(2nm_0+b)i} + \right.$$

$$+\frac{1}{z+(2nm_0-b)\,i}+\frac{1}{z-(2nm_0-b)\,i}+\frac{1}{z-(2nm_0+b)\,i}\Bigg]; \quad (1.62)$$

$$\omega_2(z)=\frac{q(1-\lambda)}{2\pi}\left[\sum_{n=0}^{\infty}t_n''\left(\frac{1}{z-(2nm_0-b)\,i}+\frac{1}{z-(2nm_0+b)\,i}\right)+\right.$$

$$\left.+\sum_{n=1}^{\infty}t_n'''\left(\frac{1}{z+(2nm_0-b)\,i}+\frac{1}{z+(2nm_0+b)\,i}\right)\right]; \quad (1.63)$$

$$\omega_3(z)=\frac{q(1-\lambda)(1-\lambda_0)}{2\pi}\left[\sum_{n=1}^{\infty}f_n'\left(\frac{1}{z-(2nm_0+b)\,i}+\frac{1}{z-(2nm_0-b)\,i}\right)+\right.$$

$$\left.+\sum_{n=0}^{\infty}f_n''\left(\frac{1}{z+(2nm_0+b)\,i}+\frac{1}{z+(2nm_0-b)\,i}\right)\right]. \quad (1.64)$$

Комплексные потенциалы $W_i(z)$ найдем, интегрируя выражения (1.62) — (1.64). Определив затем действительную часть $W_i(z)$, получим выражения для распределения напоров H_1, H_2 и H_3 в слоях:

$$H_1(x,\ y)=\frac{q}{4\pi k_1}\{\ln[x^2+(y+b)^2]+\ln[x^2+(y-b)^2]\}+$$

$$+\frac{q}{4\pi k_1}\sum_{n=1}^{\infty}t_n'\{\ln[x^2+(y+2nm_0+b)^2]+\ln[x^2+(y+2nm_0-b)^2]+$$

$$+\ln[x^2+(y-2nm_0+b)^2]+\ln[x^2+(y-2nm_0-b)^2]\}+C_1; \quad (1.65)$$

$$H_2(x,\ y)=\frac{q(1-\lambda)}{4\pi k_2}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}t_n''(\ln[x^2+(y-2nm_0+b)^2]+\right.$$

$$+\ln[x^2+(y-2nm_0-b)^2]+\sum_{n=1}^{\infty}t_n'''(\ln[x^2+(y+2nm_0+b)^2]+$$

$$\left.+\ln[x^2+(y+2nm_0-b)^2])\right\}+C_2; \quad (1.66)$$

$$H_3(x,\ y)=\frac{q(1-\lambda)(1-\lambda_0)}{4\pi k_3}\left\{\sum_{n=1}^{\infty}f_n'(\ln[x^2+(y-2nm_0-b)^2]+\right.$$

$$+\ln[x^2+(y-2nm_0+b)^2]+\sum_{n=0}^{\infty}f_n''(\ln[x^2+(y+2nm_0+b)^2]+$$

$$\left.+\ln[x^2+(y+2nm_0-b)^2])\right\}+C_3. \quad (1.67)$$

Выделяя в выражениях (1.62) — (1.64) действительную и мнимую части, нетрудно записать зависимости для распределения скоростей v_x и v_y в слоях трехслойного грунта. В случае большой мощности нижнего слоя ($m\to\infty$) величины γ и γ_0 значительно

упрощаются:

$$\gamma'(\alpha) = -\frac{\lambda e^{-2\alpha m_1} + \lambda_0 e^{-2\alpha m_*}}{\Delta_\infty} = -\sum_{n=1}^{\infty} \bar{l}_n' e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\gamma''(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)}{\Delta_\infty} = -(1-\lambda)\sum_{n=0}^{\infty} \bar{l}_n'' e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\gamma'''(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)\lambda_0 e^{-2\alpha m_*}}{\Delta_\infty} = -(1-\lambda)\lambda_0 \sum_{n=1}^{\infty} \bar{l}_n''' e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\gamma_0'(\alpha) = 0, \quad \bar{f}_n' = 0;$$

$$\gamma_0''(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)(1-\lambda_0)}{\Delta_\infty} = -(1-\lambda)(1-\lambda_0)\sum_{n=0}^{\infty} \bar{f}_n'' e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\Delta_\infty = 1 - \lambda_0 e^{-2\alpha m_*} - \lambda e^{2\alpha m_1} + \lambda\lambda_0 e^{-2\alpha m_1}.$$

Заменив в уравнениях (1.65) — (1.67) коэффициенты l_n и f_n коэффициентами $\bar{l}_n$ и $\bar{f}_n$, получим выражения для определения напоров в случае большой мощности нижнего слоя пласта ($m_3 \to \infty$).

Рассмотрим частные случаи. При $k_3 = 0$ ($\lambda_0 = 1$) имеем

$$\gamma'(\alpha) = -\frac{e^{-2\alpha m} + \lambda e^{-2\alpha m_1}}{\Delta} \equiv -\sum_{n=1}^{\infty} c_n' e^{-2\alpha m_0};$$

$$\gamma''(\alpha) = -\frac{1-\lambda}{\Delta} \equiv -(1-\lambda)\sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{-2\alpha(m_0 - m_*)};$$

$$\gamma'''(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)e^{-2\alpha m_*}}{\Delta} \equiv -(1-\lambda)\sum_{n=1}^{\infty} c_n'' e^{-2\alpha m_0};$$

$$\gamma_0'(\alpha) = 0; \quad \gamma_0''(\alpha) = 0,$$

что соответствует рассмотренному в § 1 случаю двухслойного пласта с непроницаемыми верхней и нижней границами мощностью $m = m_*$. Аналогично при $k_2 = k_3$ ($\lambda_0 = 0$) или $k_1 = k_2$ ($\lambda = 0$) нетрудно получить решения задачи для такого же пласта мощностями $m = m_1 + m^*$ и $m = m_* + m_3$.

При $k_3 \to \infty$ ($\lambda_0 = -1$)

$$\gamma'(\alpha) = \frac{e^{-2\alpha m_*} - \lambda e^{-2\alpha m_1}}{\Delta_3} \equiv \sum_{n=1}^{\infty} d_n' e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\gamma''(\alpha) = -\frac{(1-\lambda)}{\Delta_3} \equiv -(1-\lambda)\sum_{n=0}^{\infty} d_n' e^{-2\alpha n m_0};$$

$$\gamma'''(\alpha) \equiv \frac{(1-\lambda)e^{-2\alpha m_*}}{\Delta_3} \equiv (1-\lambda)\sum_{n=0}^{\infty} d_n' e^{-2\alpha(n m_0 + m_*)},$$

что соответствует рассмотренному в § 5 случаю двухслойного пласта с непроницаемой верхней ($\varepsilon = 0$) и проницаемой нижней границами мощностью $m = m_*$.

Сравнивая решения задач для двух- и трехслойного пластов, нетрудно заметить, что они различаются между собой значениями величин γ (α), а вместе с тем и коэффициентов c_n, t_n и других, которые определяются мощностями слоев пласта и их коэффициентами фильтрации. Существование зависимостей $c_n = f(m, k)$, $t_n = f(m, k)$ и т. д. позволяет полученные в общем виде выражения для напоров рассматривать для пласта с любым числом слоев, учитывая параметры пласта (число слоев, их мощности и коэффициенты фильтрации) в указанных коэффициентах.

Следует отметить, что такие же значения этих коэффициентов были получены при решении аналогичных задач пространственной фильтрации к точечному стоку в неоднородно-слоистых пластах [82]. Это еще раз подтверждает, что указанные коэффициенты определяются только параметрами слоев пласта и не зависят от схемы и типа фильтрационного потока. Этот важный вывод широко использовался при построении практических методов расчета пространственной и плоской фильтрации к различным дренажам.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ К ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ДРЕНАМ В НЕОДНОРОДНО-СЛОИСТЫХ ГРУНТАХ

В данной главе на основании полученных в предыдущей главе решений для одиночного стока строятся решения задач фильтрации к горизонтальным дренам в неоднородно-слоистых грунтах в условиях сосредоточенного питания водоносных слоев из различных водоемов (каналов). При этом, естественно, изучаются наиболее интересные с практической точки зрения схемы дренажа и питания водоносных слоев: одно- и двухстороннего притока к одиночной дрене и к системе дрен, одиночной дрены и систематического дренажа под дном водоема.

Полученные довольно строгие гидродинамические решения используются как для непосредственного построения инженерных методов фильтрационного расчета рассмотренных схем, так и для разработки методов расчета фильтрационных сопротивлений, обусловленных гидродинамическим несовершенством различных дрен и границ областей фильтрации. Как будет показано ниже, с помощью этих сопротивлений представляется возможным построить приближенные методы фильтрационного расчета довольно сложных схем течения потоков и дренажа, строгие теоретические решения которых наталкиваются на значительные трудности математического характера.

§ 1. Односторонний приток к несовершенной дрене (схема полуограниченного пласта)

Рассмотрим схему полуограниченного пласта, т. е. пласта, имеющего в плане одну внешнюю прямолинейную границу (рис. 2). В этом случае дрена располагается обычно вблизи одной из внешних границ пласта (реки, канала, водохранилища), а другие его границы удалены настолько, что не оказывают влияния на действие дрены.

Для удовлетворения граничного условия на контуре питания $H = H_1 = \text{const}$ при $x = 0$ при расположении справа на расстоянии L от оси y стока необходимо влево от этой оси на том же расстоянии L расположить симметрично источник равной интенсивности q. Таким образом, для отыскания решения данной задачи следует просуммировать решения для стока и источника [46]. В дальнейшем задача решается лишь для верхнего слоя, что

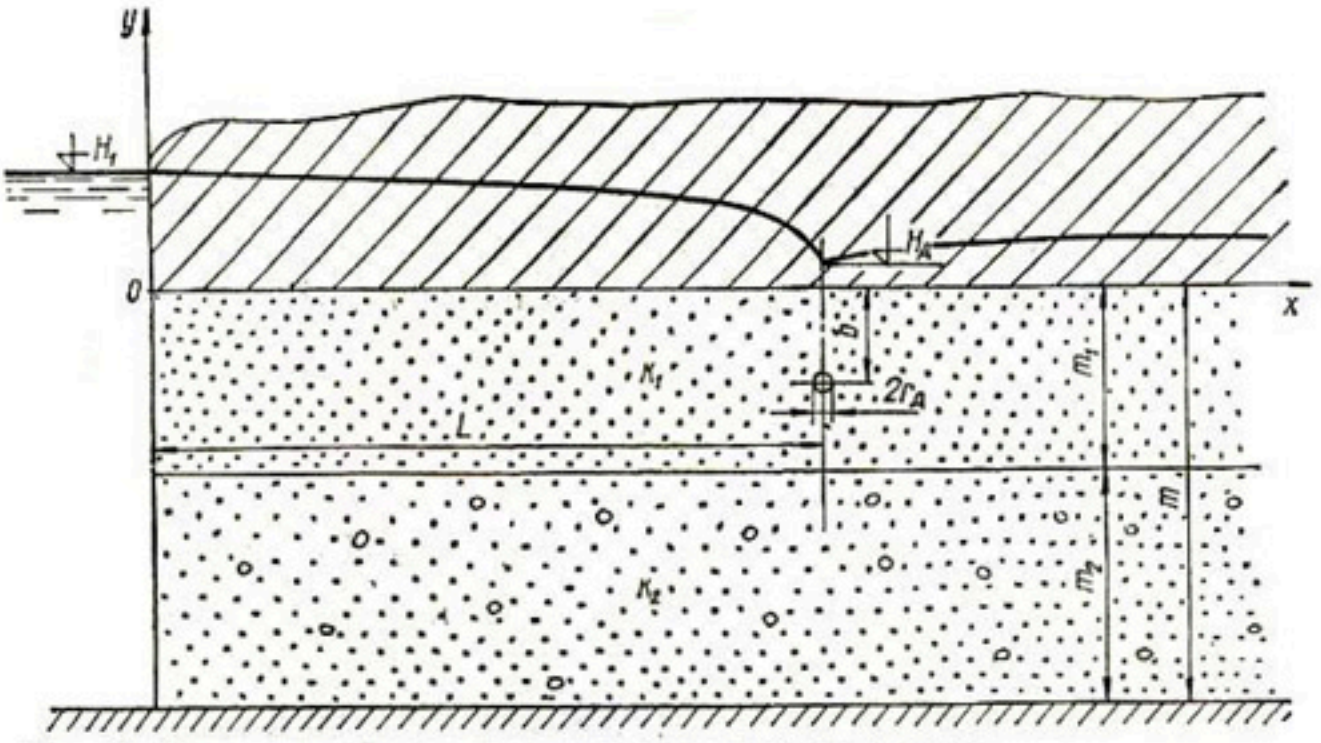


Рис. 2. Расчетная схема одностороннего притока к дрене.

представляет наибольший практический интерес. Ограничимся составлением решения для двухслойного грунта, учитывая, что путем замены в нем соответствующих коэффициентов нетрудно получить решения для трехслойного грунта.

Так как решение задачи для стока, помещенного в точке $(L, -b)$ и имеющего расход q, выражается уравнением (1.11), то решение задачи для источника, помещенного в точке $(-L, -b)$ и имеющего расход $-q$, будет следующим:

$$H(x, y) = -\frac{q}{4\pi k_1}\{\ln[(x+L)^2+(y+b)^2] + \ln[(x+L)^2 + (y-b)^2]\} - \frac{q}{4\pi k_1}\sum_{n=1}^{\infty} c_n' \{\ln[(x+L)^2+(y+2nm_0-b)^2] + \ln[(x+L)^2+(y+2nm_0+b)^2] + \ln[(x+L)^2+(y-2nm_0+b)^2] + \ln[(x+L)^2+(y-2nm_0-b)^2]\} + C. \quad (2.1)$$

Суммируя выражения (1.11) и (2.1), находим окончательное решение задачи:

$$H(x, y) = \frac{q}{4\pi k_1}\left\{\ln\frac{[(x-L)^2+(y+b)^2][(x-L)^2+(y-b)^2]}{[(x+L)^2+(y+b)^2][(x+L)^2+(y-b)^2]} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\frac{[(x-L)^2+(y+2nm_0-b)^2][(x-L)^2+(y+2nm_0+b)^2]}{[(x+L)^2+(y+2nm_0-b)^2][(x+L)^2+(y+2nm_0+b)^2]} \times \frac{[(x-L)^2+(y-2nm_0+b)^2][(x-L)^2+(y-2nm_0-b)^2]}{[(x+L)^2+(y-2nm_0+b)^2][(x+L)^2+(y-2nm_0-b)^2]}\right\} + C. \quad (2.2)$$

Для того чтобы удовлетворить условию $H = H_1$ при $x = 0$, постоянную величину C необходимо принять равной H_1. Напор

H_g на контуре трубчатой дрены радиусом $r_д$ определим из выражения (2.2), подставляя в него $x = L - r_д$ и $y = -b$:

$$H_д = \frac{q}{4\pi k_1}\left\{\ln\frac{r_д^2(r_д^2+4b^2)}{(2L-r_д)^2[(2L-r_д)^2+4b^2]} + \right.$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\frac{[r_д^2+4(nm_0-b)^2](r_д^2+4n^2m_0^2)^2}{[(2L-r_д)^2+4(nm_0+b)^2][(2L-r_д)^2+4n^2m_0^2]} \times$$

$$\left.\times\frac{[r_д^2+4(nm_0+b)^2]}{[(2L-r_д)^2+4(nm_0+b)^2]}\right\} + H_1. \qquad (2.3)$$

Из формулы (2.3), учитывая, что $r_д < m_1$ и $r_д \ll L$, получим формулу для расхода $q = q_д$ на единицу длины дрены:

$$q_д = 4\pi k_1(H_1 - H_д)\left\{\ln\frac{16L^2(L^2+b^2)}{r_д^2(r_д^2+4b^2)} + \right.$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty} c_n'\left[\ln\left(1+\frac{L^2}{(nm_0-b)^2}\right)+2\ln\left(1+\frac{L^2}{n^2m_0^2}\right)+\right.$$

$$\left.\left.+\ln\left(1+\frac{L^2}{(nm_0+b)^2}\right)\right]\right\}^{-1}. \qquad (2.4)$$

При $b = 0$, когда дрена располагается у самой кровли верхнего слоя, ее расход определяется формулой

$$q_g = \pi k_1(H_1 - H_д)\left[\ln\frac{2L}{r_д} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\left(1+\frac{L^2}{n^2m_0^2}\right)\right]^{-1}. \qquad (2.5)$$

Соответственно напор на кровле пласта ($y = 0$) при $b \neq 0$ описывается выражением

$$H_x = H_1 - \frac{q_д}{2\pi k_1}\left\{\ln\frac{(x+L)^2+b^2}{(x-L)^2+b^2} + \right.$$

$$\left.+\sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\frac{[(x+L)^2+(2nm_0+b)^2][(x+L)^2+(2nm_0-b)^2]}{[(x-L)^2+(2nm_0+b)^2][(x-L)^2+(2nm_0-b)^2]}\right\}; \qquad (2.6)$$

при $b = 0$

$$H_x = H_1 - \frac{q_д}{\pi k_1}\left[\ln\frac{x+L}{x-L} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\frac{(x+L)^2+4n^2m_0^2}{(x-L)^2+4n^2m_0^2}\right]. \qquad (2.7)$$

В случае расположения дрены в нижнем слое расчет выполняется по предложенным зависимостям, однако для такой расчетной схемы, которая является как бы зеркальным отражением рассмотренной.

Как уже указывалось выше, по приведенным зависимостям можно выполнять расчеты как в двухслойном, так и в трехслойном грунте, вводя в них соответствующие значения коэффициентов c_n и t_n, определяющих параметры этих грунтов.

Рассмотрим некоторые частные случаи двухслойного грунта, весьма полезные для построения инженерной методики расчета.

Если мощность нижнего слоя бесконечно большая ($m \to \infty$), то

$$\gamma_1(\alpha) = -\frac{\lambda s^{p_1}}{1-\lambda s^{p_1}} = -(\lambda s^{p_1} + \lambda^2 s^{2p_1} + \lambda^3 s^{3p_1} + \ldots) =$$

$$= -\sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n e^{-2\alpha n m_0}$$

и, следовательно, формулы (2.4) — (2.7) упрощаются:

$$q_д = 4\pi k_1 (H_1 - H_д)\left\{\ln\frac{16L^2(L^2+b^2)}{r_д^2(r_д^2+4b^2)} + \sum_{n=1}^{\infty}\lambda^n\left[\ln\left(1+\frac{L^2}{(nm_1-b)^2}\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+2\ln\left(1+\frac{L^2}{n^2m_1^2}\right)+\ln\left(1+\frac{L^2}{(nm_1+b)^2}\right)\right]\right\}^{-1}; \qquad (2.8)$$

$$q_д = \pi k_1 (H_1 - H_д)\left[\ln\frac{2L}{r_д} + \sum_{n=1}^{\infty}\lambda^n \ln\left(1+\frac{L^2}{n^2m_1^2}\right)\right]^{-1}; \qquad (2.9)$$

$$H_x = H_1 - \frac{q_д}{2\pi k_1}\left\{\ln\frac{(x+L)^2+b^2}{(x-L)^2+b^2} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty}\lambda^n \ln\frac{[(x+L)^2+(2nm_1+b)^2]\,[(x+L)^2+(2nm_1-b)^2]}{[(x-L)^2+(2nm_1+b)^2]\,[(x-L)^2+(2nm_1-b)^2]}\right\}; \qquad (2.10)$$

$$H_x = H_1 - \frac{q}{\pi k_1}\left[\ln\frac{x+L}{x-L} + \sum_{n=1}^{\infty}\lambda^n \ln\frac{(x+L)^2+4n^2m_1^2}{(x-L)^2+4n^2m_1^2}\right]. \qquad (2.11)$$

Если мощность верхнего слоя равна мощности нижнего, т. е. $m_1 = m_2 = m_0$, $p_1 = 1$, $p = 2$, то $c_n' = 1 (n = 2, 4, 6\ldots)$ и $c_n' = \lambda (n = 1, 3, 5\ldots)$. Тогда формулы для определения $q_д$ и H_x после некоторых преобразований и упрощений можно представить в виде

$$q_д = 2\pi(k_1+k_2)(H_1 - H_д)\left(\frac{2\pi L}{m_1} + \frac{k_1+k_2}{k_1}\ln\frac{m_1}{2\pi r_д} - \right.$$

$$\left. - \frac{k_1-k_2}{k_1}\ln\sin 2\pi B - \frac{2k_2}{k_1}\ln\frac{\sin\pi B}{2}\right)^{-1}; \qquad (2.12)$$

$$H_x = H_1 - \frac{q_д}{2\pi k_1(k_1+k_2)}\left[2k_2\ln\frac{\operatorname{ch}2\pi A_1 - \cos\pi B}{\operatorname{ch}2\pi A_2 - \cos\pi B} + \right.$$

$$\left. + (k_1-k_2)\ln\frac{\operatorname{ch}4\pi A_1 - \cos 2\pi B}{\operatorname{ch}4\pi A_2 - \cos 2\pi B}\right]; \qquad (2.13)$$

$$q_д = \pi(k_1+k_2)(H_1 - H_д)\left[\frac{\pi L}{m_1} + \frac{k_1+k_2}{k_1}\ln\frac{4m_1}{\pi r_д} - 2\ln 2\right]^{-1}; \qquad (2.14)$$

$$H_x = H_1 - \frac{q_д}{\pi k_1}\left(\ln\frac{\operatorname{sh}\pi A_1}{\operatorname{sh}\pi A_2} + \lambda\ln\frac{\operatorname{ch}\pi A_1}{\operatorname{ch}\pi A_2}\right), \qquad (2.15)$$

где $A_1 = \frac{x+L}{4m_1}$; $A_2 = \frac{x-L}{4m_1}$; $B = \frac{2b+r_д}{4m_1}$. При $A_1 > 1$ из выражения (2.15) получим

$$H_x = H_1 - \frac{q_д}{\pi k_1}\left(\frac{2k_1}{k_1+k_2}\pi A_1 - \ln 2\,\mathrm{sh}\,\pi A_2 - \lambda \ln 2\,\mathrm{ch}\,\pi A_2\right), \quad (2.16)$$

а при $A_2 = \left|\frac{x-L}{4m_1}\right| \geqslant 1$ и $A_1 = \frac{x+L}{4m_1} \geqslant 1$

$$H_x = H_1 - \frac{q_д x}{(k_1+k_2)m_1}. \quad (2.17)$$

При расположении дрены на границе слоев в формулах (2.12) и (2.14) необходимо положить $b = m_1$. При $k_2 = 0$ и $k_1 = k_2$ из полученных формул следуют известные зависимости для напора и погонного расхода в случае однородного напорного пласта мощностями m_1 и m. Например, при $k_2 = 0$ из (2.12) и (2.13) получаем

$$q_д = \frac{k_1(H_1 - H_д)}{\frac{L}{m_1} + \frac{1}{2\pi}\ln\frac{m_1}{2\pi r_д \sin\frac{\pi(2b+r_д)}{2m_1}}}; \quad (2.18)$$

$$q_д = \frac{k_1(H_1 - H_д)}{\frac{L}{m_1} + \frac{1}{\pi}\ln\frac{m_1}{\pi r_д}}. \quad (2.19)$$

Приведем выражения для определения коэффициентов c_n' для первых десяти членов ряда в случаях $p_1 = 1$, $p = 3$ (I) и $p = 1$, $p = 4$ (II):

I	II
$c_1' = \lambda,$	$c_1' = \lambda,$
$c_2' = \lambda^2,$	$c_2' = \lambda^2,$
$c_3' = 1 - \lambda^2 + \lambda^3,$	$c_3' = \lambda^3,$
$c_4' = 2\lambda - 2\lambda^3 + \lambda^4,$	$c_4' = 1 - \lambda^2 + \lambda^4,$
$c_5' = -\lambda + 3\lambda^2 + \lambda^3 - 3\lambda^4 + \lambda^5,$	$c_5' = 2\lambda - 2\lambda^3 + \lambda^5,$
$c_6' = 1 - 4\lambda^2 + 4\lambda^3 + 3\lambda^4 - 4\lambda^5 + \lambda^6,$	$c_6' = 3\lambda^2 - 3\lambda^4 + \lambda^6,$
$c_7' = 3\lambda + \lambda^2 - 9\lambda^3 + 4\lambda^4 + 6\lambda^5 - 5\lambda^6 + \lambda^7,$	$c_7' = -\lambda + 5\lambda^3 - 5\lambda^5 + \lambda^7,$
$c_8' = -2\lambda + 6\lambda^2 + 6\lambda^3 - 16\lambda^4 + 2\lambda^5 + 10\lambda^6 - 6\lambda^7 + \lambda^8,$	$c_8' = 1 - 4\lambda^2 + 8\lambda^4 - 5\lambda^6 + \lambda^8,$

I

$$c'_9 = 1 - 9\lambda^2 + 9\lambda^3 + 18\lambda^4 - 24\lambda^5 - 3\lambda^6 + 19\lambda^7 - 7\lambda^8 + \lambda^9,$$

$$c'_{10} = 4\lambda + 3\lambda^2 - 24\lambda^3 + 7\lambda^4 + 40\lambda^5 - 31\lambda^6 - 12\lambda^7 + 21\lambda^8 - 8\lambda^9 + \lambda^{10};$$

II

$$c'_9 = 3\lambda - 9\lambda^3 + 12\lambda^5 - 6\lambda^7 + \lambda^9,$$

$$c_{10} = 7\lambda^2 - 17\lambda^4 + 17\lambda^6 - 7\lambda^8 + \lambda^{10}.$$

Из приведенных выражений для c'_n нетрудно установить следующую закономерность. Для первых членов ряда $n = p - 1$ ($n = 1, 2, \ldots, p - 1$) значения c'_n определяются довольно просто: $c'_n = \lambda^n$.

c'_n	$\nu = 100$						
	$\overline{m} = 1$	$\overline{m} = 2$	$\overline{m} = 3$	$\overline{m} = 6$	$\overline{m} = 10$	$\overline{m} = 1$	$\overline{m} = 2$
c'_1	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,818	0,818
c'_2	1,00	0,96	0,96	0,96	0,96	1,0	0,668
c'_3	0,98	0,942	0,942	0,942	0,942	0,818	0,879
c'_4	1,00	0,1	0,963	0,923	0,923	1,0	0,990
c'_5	0,98	0,978	0,981	0,905	0,905	0,818	0,756
c'_6	1,00	0,863	0,997	0,886	0,886	1,0	0,692
c'_7	0,98	0,984	0,075	—	0,870	0,818	0,939
c'_8	1,00	0,975	0,967	—	0,853	1,0	0,943
c'_9	0,98	0,996	0,937	—	0,835	0,818	0.708
c'_{10}	1,00	0,987	0,939	—	0,818	0,1	0,754
	$\nu = 0,2$						
c'_1	—0,667	—0,667	—0,667	—0,667	—0,667	—0,818	—0,818
c'_2	1,00	0,445	0,445	0,445	0,445	1,0	0,668
c'_3	—0,667	0,258	—0,297	—0,297	—0,297	—0,818	—0,215
c'_4	1,00	—0,544	0,745	0,199	0,199	1,0	—0,094
c'_5	—0,667	0,975	—0,873	—0,133	—0,133	—0,818	0,566
c'_6	1,00	—0,751	0,826	0,088	0,088	1,0	—0,748
c'_7	—0,667	0,616	—0,212	—	—0,059	—0,818	0,981
c'_8	1,00	0,049	0,411	—	0,039	1,0	—0,865
c'_9	—0,667	—0,155	—0,596	—	—0,026	—0,818	0,785
c'_{10}	1,00	0,680	0,972	—	0,017	1,0	0,366

Это значительно облегчает расчеты. Значения c_n' для различных соотношений $\nu = \frac{k_1}{k_2}$ и $\bar{m} = \frac{\bar{m}_2}{m_1}$ приведены в табл. 1.

Для практических расчетов из найденных решений получены простые формулы, аппроксимирующие предыдущие уравнения и зависимости. При расположении дрены у кровли пласта ($b = 0$) расчетная формула для определения расхода имеет вид

$$q_д = \frac{k_1 (H_1 - H_д)}{0{,}73 \lg \frac{2L}{r_д} + 3{,}2M}, \qquad (2.20)$$

где параметр $M = 0{,}1 \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\left(1 + \frac{L^2}{n^2 m_0^2}\right)$ находят из графика на рис. 3.

Таблица 1

$\nu = 10$			$\nu = 5$				
$\bar{m} = 3$	$\bar{m} = 6$	$\bar{m} = 10$	$\bar{m} = 1$	$\bar{m} = 2$	$\bar{m} = 3$	$\bar{m} = 6$	$\bar{m} = 10$
0,818	0,818	0,818	0,667	0,667	0,667	0,667	0,667
0,668	0,668	0,668	1,0	0,445	0,445	0,445	0,445
0,547	0,547	0,547	0,667	0,852	0,297	0,297	0,297
0,780	0,448	0,448	1,0	0,942	0,754	0,199	0,199
0,909	0,367	0,367	0,667	0,501	0,873	0,133	0,133
0,960	0,300	0,300	1,0	0,561	0,826	0,038	0,088
0,328	—	0,246	0,667	0,986	0,212	—	0,059
0,613	—	0,201	1,0	0,769	0,411	—	0,039
0,619	—	0,164	0,667	0,631	0,596	—	0,026
0,888	—	0,134	1,0	0,986	0,972	—	0,017
$\nu = 0{,}1$			$\nu = 0{,}01$				
—0,818	—0,818	—0,818	—0,98	—0,98	—0,98	—0,98	—0,98
0,668	0,668	0,668	1,0	0,96	0,96	0,96	0,96
0,547	—0,547	—0,547	—0,98	—0,902	—0,942	—0,942	—0,942
0,78	0,448	0,448	1,0	0,847	0,963	0,923	0,923
0,909	—0,357	—0,367	—0,98	—0,757	—0,981	—0,905	—0,905
0,960	0,300	0,300	1,0	0,667	0,997	0,886	0,886
—0,328	—	—0,246	—0,98	—0,54	—0,075	—	—0,870
0,613	—	0,201	1,0	0,403	0,967	—	0,853
—0,619	—	—0 164	—0,98	—0,092	—0,937	—	—0,835
0,888	—	0,134	1,0	0,059	0,939	—	0,818

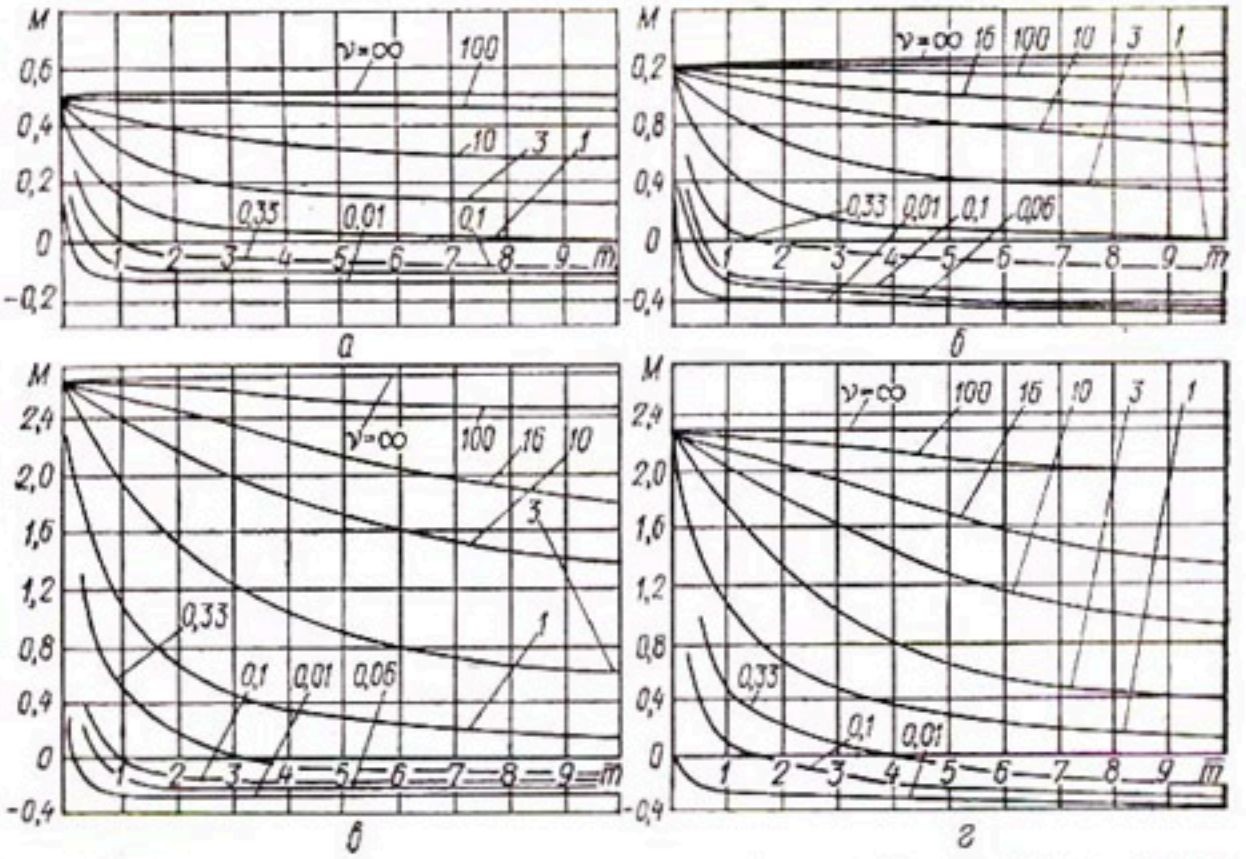


Рис. 3. Графики для определения параметра M при $L/m_1 = 2{,}5$ (*а*), 5,0 (*б*), 10 (*в*) и 20 (*г*).

Используя известный метод фильтрационных сопротивлений (см. гл. 4), формулу для определения расхода $q_д$ при $L > 2m$ можно представить в виде

$$q_д = \frac{(H_1 - H_д)\,T}{L + \Phi}, \tag{2.21}$$

где $T = k_1 m_1 + k_2 m_2$ — проводимость пласта (грунта), Φ — фильтрационное сопротивление, обусловленное гидродинамическим несовершенством дрены (методика его определения изложена в гл. 4).

Для построения пъезометрической кривой на участке L при $L > 2m$ и расположении дрены в верхнем слое рекомендуются следующие приближенные уравнения: вдоль кровли пласта при расположении дрены у кровли ($b = 0$)

$$H_x = H_1 - \frac{q_д}{T}\left[x - 0{,}73\beta\frac{k_2}{k_1} m \lg\left(1 - e^{-\frac{\pi(L-x)}{m}}\right) - \right.$$

$$\left. - 0{,}73\frac{k_1 - k_2}{k_1} m_1 \lg\left(1 - e^{-\frac{\pi(L-x)}{m}}\right)\right], \tag{2.22}$$

где коэффициент β определяется по графику рис. 4 для случая $r_д/m_1 \geqslant 0{,}1$.

При $m_1 = m_2$ уравнение (2.22) будет точным и идентичным уравнению (2.15). Нетрудно также убедиться, что при $x = 0$ $H_x = H_1$, а при $x = L - r_д$ $H_x = H_д$; в любой точке верхнего слоя при лю-

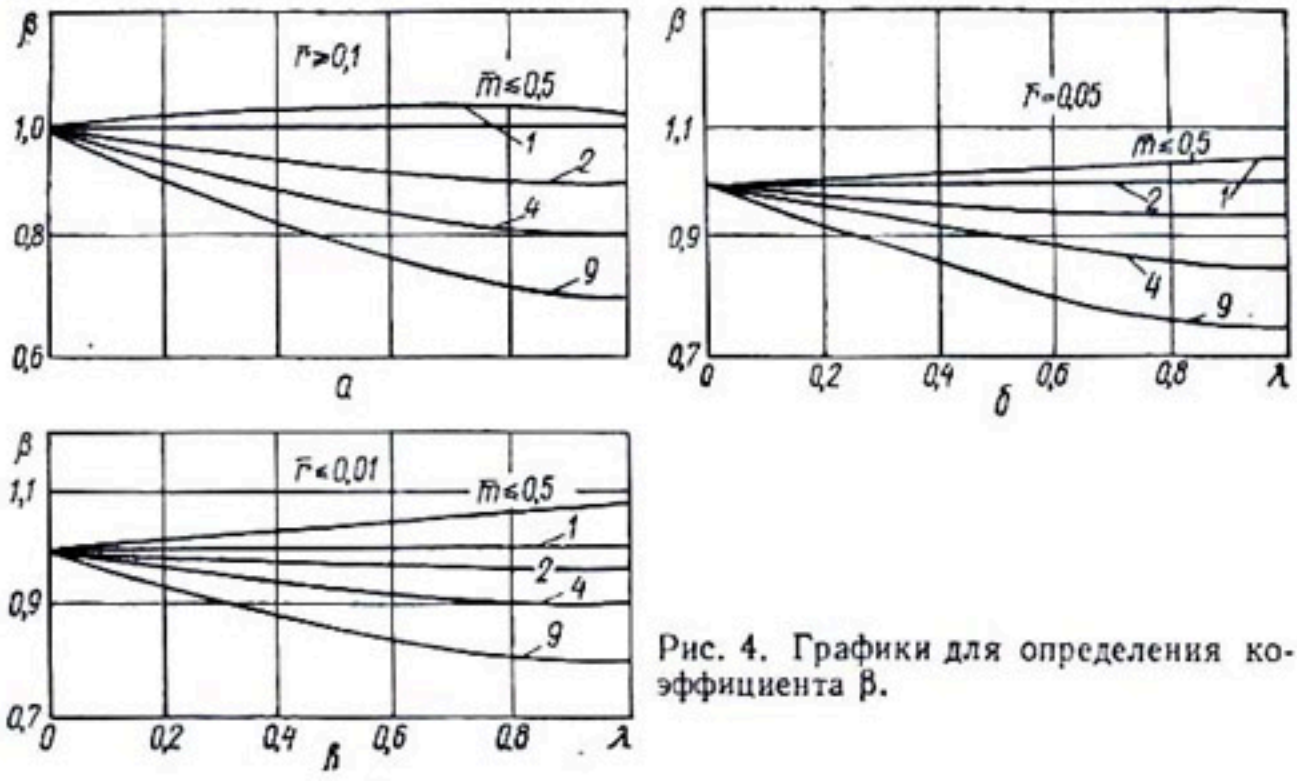


Рис. 4. Графики для определения коэффициента β.

бом расположении дрены ($b > 0$)

$$H_x = H_1 - \frac{q_д}{T}\left[x + \beta m \frac{k_2}{\pi k_1}\varepsilon(m) + m_1 \frac{k_1 - k_2}{\pi k_1}\varepsilon(m_1)\right], \quad (2.23)$$

где

$$\varepsilon(m) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{\pi n L_x}{m}} \cos\frac{\pi n b}{m} \cos\frac{\pi n y}{m}, \quad L_x = L - x.$$

Ряды в уравнении (2.23) сходятся быстро. Для нахождения напора у кровли пласта при $b \neq 0$ необходимо положить $y = 0$.

§ 2. Двухсторонний несимметричный приток к несовершенной дрене (ограниченный пласт)

Рассмотрим схему ограниченного пласта, т. е. пласта, имеющего в плане две внешние прямолинейные границы питания (стока), которые оказывают влияние на действие дрены.

Решение задачи составим для двухслойного грунта (пласта). Как и в предыдущем случае, решение нетрудно распространить на трехслойный пласт [47].

На внешних границах пласта задаются постоянные по вертикали напоры H_1 и H_2 (рис. 5). Трубчатую дрену располагают в верхнем слое пласта шириной L на расстоянии L_2 от ближайшей границы H_2 и на расстоянии b от кровли пласта.

Поместим начало координат в точке пересечения ближайшей границы с кровлей пласта, тогда для удовлетворения граничным условиям на внешних границах пласта необходимо рассмотреть следующую суперпозицию источников-стоков. Вдоль параллельных прямых, находящихся на расстоянии $2L$ друг от друга, справа и слева от них размещаем источник и сток равной интенсивности,

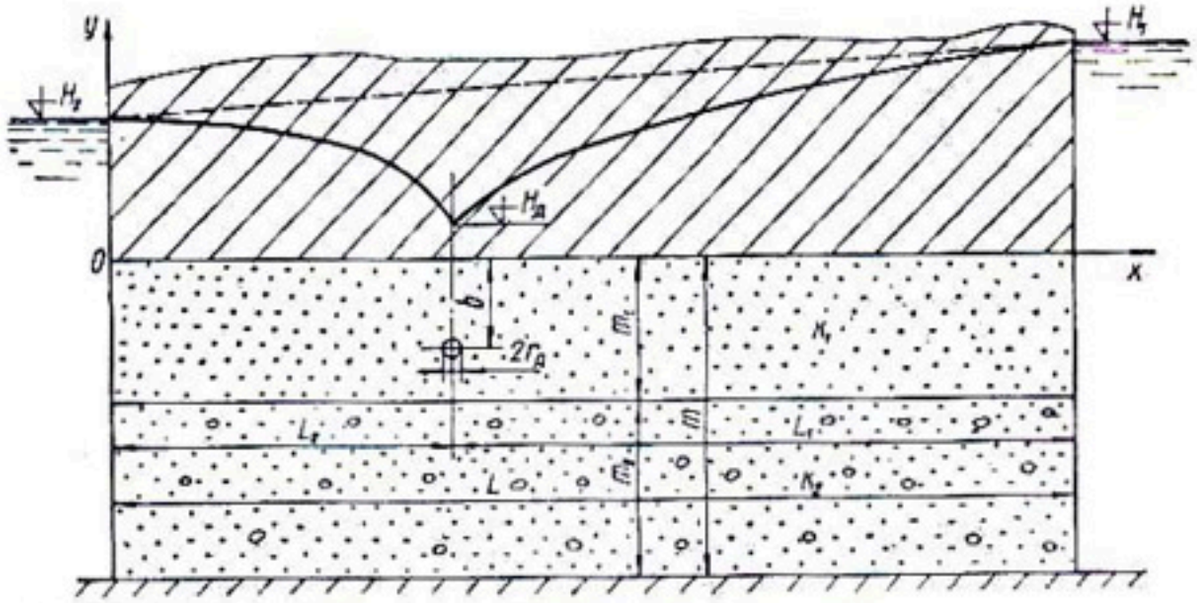


Рис. 5. Расчетная схема двухстороннего притока к дрене.

номера которых k изменяются от $+\infty$ до $-\infty$. Используя выражение (1.11) для распределения напора от действия одного стока (дрены) в безграничном двухслойном напорном пласте, после некоторых преобразований найдем зависимость для вычисления напора в любой точке верхнего слоя с координатами x и y при действии всех источников-стоков, находящихся слева и справа от указанных прямых на расстоянии b от кровли пласта [30]:

$$H(x,\ y) = \frac{q}{4\pi k_1}\left(\ln \overline{A}_+\overline{A}_- + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln \overline{A}_{n+}\overline{A}_{n-}\overline{B}_{n+}\overline{B}_{n-}\right) + C_1 x + C_2, \tag{2.24}$$

где

$$\overline{A}_\pm = \frac{\operatorname{ch}\delta(y \pm b) - \cos\delta(x - L_2)}{\operatorname{ch}\delta(y \pm b) - \cos\delta(x + L_2)};$$

$$\overline{A}_{n\pm} = \frac{\operatorname{ch}\delta(y + 2nm_0 \pm b) - \cos\delta(x - L_2)}{\operatorname{ch}\delta(y + 2nm_0 \pm b) - \cos\delta(x + L_2)};$$

$$\overline{B}_{n\pm} = \frac{\operatorname{ch}\delta(y - 2nm_0 \pm b) - \cos\delta(x - L_2)}{\operatorname{ch}\delta(y - 2nm_0 \pm b) - \cos\delta(x + L_2)};$$

C_1 и C_2 — постоянные, подлежащие определению, $\delta = \frac{\pi}{L}$. Подставляя граничные условия задачи, находим постоянные C_1 и C_2. При $x = 0$ $H = H_1$, тогда из уравнения (2.24) находим, что $C_2 = H_2$. При $x = L$ $H = H_1$, и из уравнения (2.24), учитывая, что $\cos\delta(L - L_2) = \cos\delta(L + L_2)$, получаем $H_1 = C_1 L + C_2$, откуда при $C_2 = H_2$ находим $C_1 = \frac{H_1 - H_2}{L}$.

Напор на дрене ($x = L_2 - r_д$, $y = -b$)

$$H_д = H_2 + \frac{(H_1 - H_2)\,L_2}{L} + \frac{q}{4\pi k_1}\left(\ln \overline{A}_0\overline{B}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln \overline{A}_{0n+}\overline{A}_{0n-}\overline{B}_{0n}^2\right), \tag{2.25}$$

где

$$\overline{A}_0 = \frac{\operatorname{ch} 2\delta b - \cos\delta r_д}{\operatorname{ch} 2\delta b - \cos\delta(2L_2 - r_д)};$$

$$\overline{B}_0 = \frac{1 - \cos \delta r_д}{1 - \cos \delta (2L_2 - r_д)};$$

$$\overline{A}_{0_n \pm} = \frac{\operatorname{ch} 2\delta (nm_0 \pm b) - \cos \delta r_д}{\operatorname{ch} 2\delta (nm_0 \pm b) - \cos \delta (2L_2 - r_д)};$$

$$\overline{B}_{0_n} = \frac{\operatorname{ch} 2\delta n m_0 - \cos \delta r_д}{\operatorname{ch} 2\delta n m_0 - \cos \delta (2L_2 - r_д)}.$$

После некоторых упрощений из уравнения (2.25) получим следующее выражение для погонного расхода дрены:

$$q_д = q = \frac{4\pi k_1 S_д}{\ln \tilde{A}\tilde{B} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln \tilde{A}_{n+1} A_{n-} \tilde{B}_n^2}; \qquad (2.26)$$

$$\tilde{A} = \frac{\operatorname{ch} 2\delta b - \cos 2\delta L_2}{\operatorname{ch} 2\delta b - 1}, \qquad \tilde{B} = \frac{2 (1 - \cos 2\delta L_2)}{\delta^2 r_д^2},$$

$$\tilde{A}_{n\pm} = \frac{\operatorname{ch} 2\delta (nm_0 \pm b) - \cos 2\delta L_2}{\operatorname{ch} 2\delta (nm_0 \pm b) - 1}, \qquad \tilde{B}_n = \frac{\operatorname{ch} 2\delta n m_0 - \cos 2\delta L_2}{\operatorname{ch} 2\delta m_0 - 1};$$

$$S_д = \frac{(H_1 - H_2) L_2}{L} + H_2 - H_д. \qquad (2.27)$$

При $b = 0$ выражение (2.26) упрощается:

$$q_д = \pi k_1 S_д \left(\ln \frac{2L \sin \delta L_2}{\pi r_д} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln \frac{\operatorname{ch} 2\delta n m_0 - \cos 2\delta L_2}{\operatorname{ch} 2\delta n m_0 - 1} \right)^{-1}. \qquad (2.28)$$

При $b = 0$ и $L_2 = 0{,}5L$, т. е. для схемы симметричного двухстороннего притока к дрене,

$$q_д = \pi k_1 S_д \left(\ln \frac{2L}{\pi r_д} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln \frac{\operatorname{ch} \delta n m_0}{\operatorname{sh} \delta n m_0} \right)^{-1}. \qquad (2.29)$$

При $b = 0$ и $L_2 = 0{,}25L$, $L_2 = 0{,}75L$

$$q_д = \pi k_1 S_д \left(\ln \frac{1{,}41L}{\pi r_д} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln \frac{\operatorname{ch} 2\delta n m_0}{\operatorname{ch} 2\delta n m_0 - 1} \right)^{-1}. \qquad (2.30)$$

При выполнении расчетов по приведенным формулам значения коэффициентов c_n' необходимо принимать согласно рекомендациям, изложенным в предыдущем параграфе. Для частного случая $m_1 = m_2$, когда вычисление коэффициентов c_n' существенно упрощается, формула (2.28) при $L > 2m$, например, приобретает следующий простой вид:

$$q_д = \frac{\pi (k_1 + k_2) S_д}{\frac{\pi L_1 L_2}{m_1 L} + \frac{k_1 + k_2}{k_1} \ln \frac{4m_1}{\pi r_д} - 2 \ln 2}. \qquad (2.31)$$

При $k_2 = 0$ или $k_1 = k_2$ из уравнения (2.31), в свою очередь, можно получить известную зависимость для однородного грунта мощностью

$m = m_1$ или $m = 2m_1$:

$$q_д = \frac{TS_д}{\frac{L_1 L_2}{L} + 0{,}73m \lg \frac{m}{\pi r_д}}. \tag{2.32}$$

Напор у кровли пласта при $b = 0$ можно определить с помощью уравнения

$$H_x = H_2 + \frac{(H_1 - H_2)\,x}{L} - \frac{q_д}{\pi k_1}\left[\ln \frac{\sin 0{,}5\delta\,(x + L_2)}{\sin 0{,}5\delta\,(x - L_2)} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln \frac{\operatorname{ch} 2\delta n m_0 - \cos \delta\,(x + L_2)}{\operatorname{ch} 2\delta n m_0 - \cos \delta\,(x - L_2)}\right]. \tag{2.33}$$

Для практических расчетов вместо выражений (2.29) и (2.30) предлагаются простые формулы

$$q_д = \frac{k_1 S_д}{0{,}73 \lg \frac{0{,}637L}{r_д} + M_1}; \tag{2.34}$$

$$q_д = \frac{k_1 S_д}{0{,}73 \lg \frac{0{,}45L}{r_д} + M_0}, \tag{2.35}$$

где параметры

$$M_1 = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln \frac{\operatorname{ch} \delta n m_0}{\operatorname{sh} \delta n m_0}$$

и

$$M_0 = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln \frac{\operatorname{ch} 2\delta n m_0}{\operatorname{ch} 2\delta n m_0 - 1}$$

определяются из расчетных графиков $M_1 = f(\bar{L}, \bar{m}, \nu)$ и $M_0 = f(\bar{L}, \bar{m}, \nu)$ (рис. 6 и 7), причем $\bar{L} = L/m_1$, $\bar{m} = m_2/m_1$ и $\nu = k_1/k_2$.

Для любых соотношений L/m_1, $\bar{m}$, ν и L_2/L можно использовать обобщенную формулу

$$q_д = \frac{k_1 S_д}{0{,}73 \lg \frac{2L \sin \delta L_2}{\pi r_д} + M_{0.1}}, \tag{2.36}$$

где параметр $M_{0.1}$ определяется при помощи указанных выше графиков.

Применяя метод фильтрационных сопротивлений при $L_1 > 2m$ и $L_2 > 2m$, формулу для расхода можно записать так:

$$q_д = \frac{TS_д}{\frac{L_1 L_2}{L} + \Phi}, \tag{2.37}$$

где фильтрационное сопротивление Ф такое же, как и в формуле (2.21).

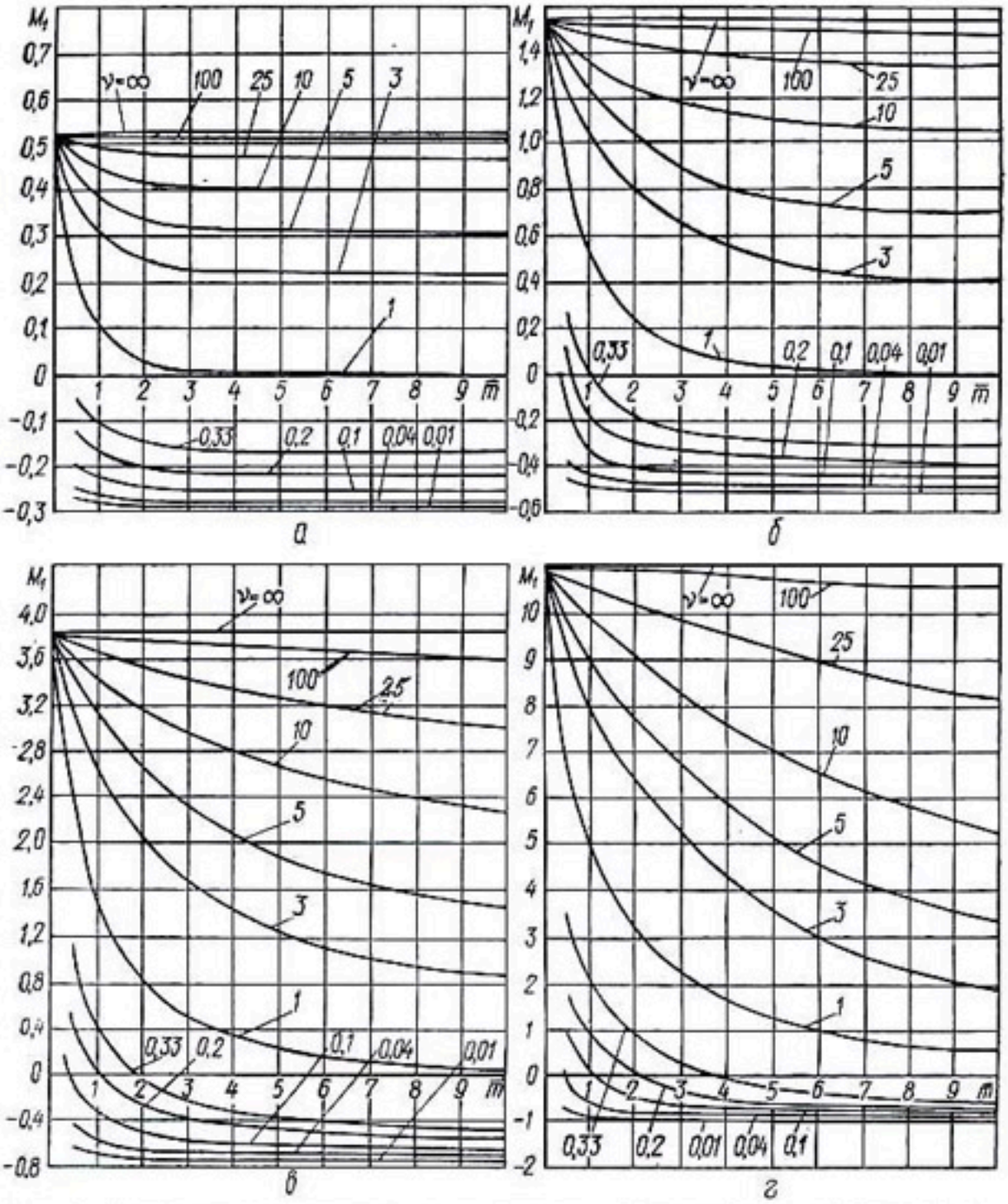


Рис. 6. График для определения параметра M_1 при $L/m_1 = 5$ (*а*), 10 (*б*), 20 (*в*) и 50 (*г*).

Методику расчета по формуле (2.36) проиллюстрируем на конкретном примере со следующими исходными данными: $H_1 = 5$, $H_2 = 4$м; $L = 13{,}5$, $L_2 = 5{,}3$ м; $r_д = 0{,}1$ м; $H_д = 3$м; $m_1 = 1$, $m_2 = 2$, $m = 3$ м; $k_1 = 1$, $k_2 = 10$ м/сут.

По формуле (2.27) находим

$$S_д = \frac{(5-4)\cdot 5{,}3}{13{,}5} + 4 - 3 = 1{,}39 \text{ м},$$

а затем вычисляем $L_2/L = 0{,}393$, $L/m_1 = 13{,}5$, $\bar{m} = 2$ и $\nu = 0{,}1$. По расчетным графикам рис. 6 и 7 для величин $\frac{L_2}{L} = 0{,}25$ и $\frac{L}{m_1} = 5{,}10$ и 20 соответственно находим значения $M_0 = -0{,}16$; $-0{,}32$; $-0{,}44$ и $M_1 = -0{,}24$; $-0{,}39$; $-0{,}47$, по которым для отношения

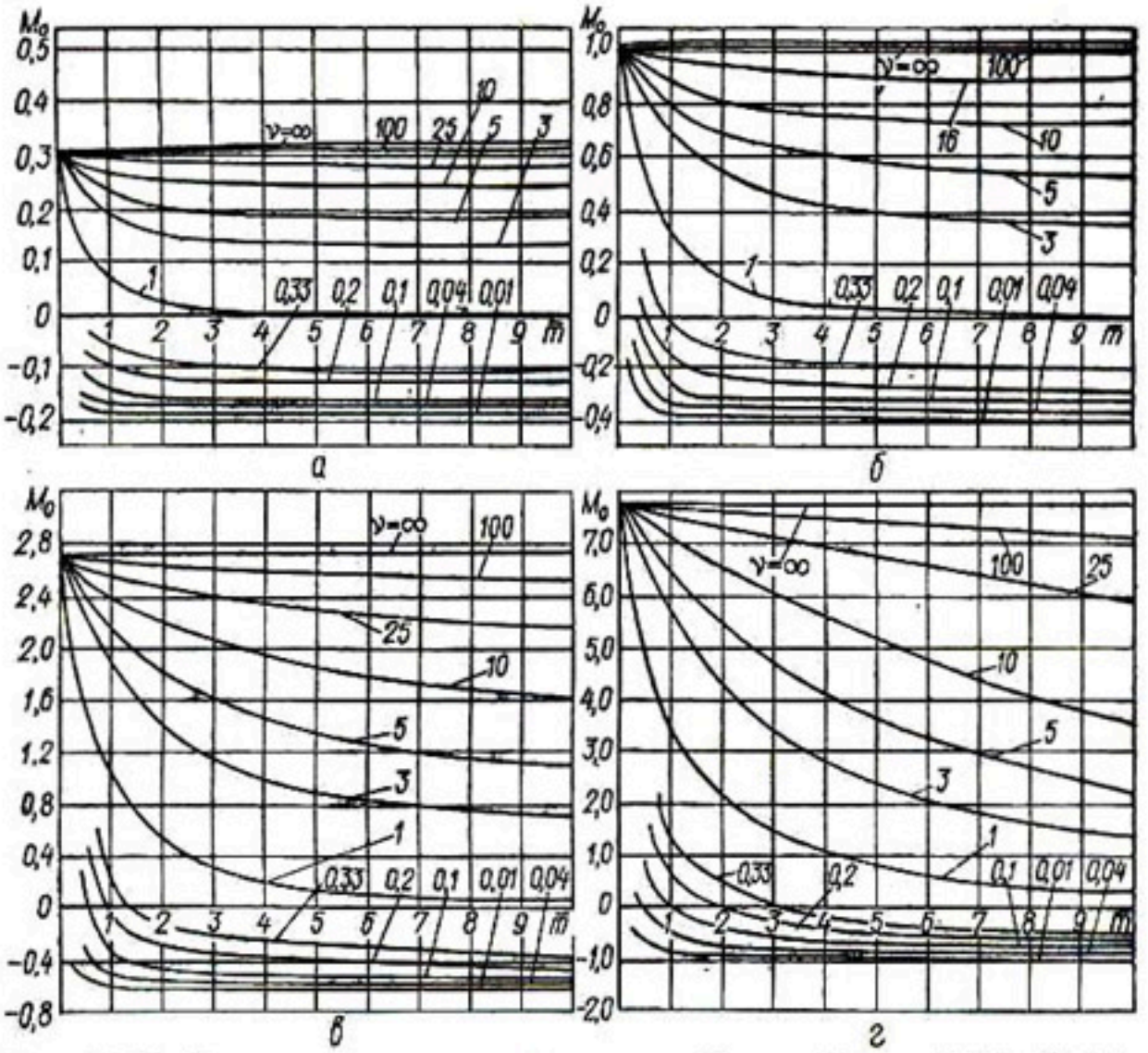


Рис. 7. График для определения параметра M_0 при $L/m_1 = 5$ (*а*), 10 (*б*), 20 (*в*) и 50 (*г*).

$\frac{L}{m_1} = 13{,}5$ определяем $M_0 = -0{,}37$ и $M_1 = -0{,}42$. Таким образом, для отношений $L/m_1 = 13{,}5$ и $L_2/L = 0{,}25;\ 0{,}5;\ 0{,}75$ значениями $M_{0.1}$ будут $-0{,}37;\ -0{,}42;\ -0{,}37$.

По этим значениям $M_{0.1}$ для $L_2/L = 0{,}393$ находим искомую величину $M_{0.1} = -0{,}41$, тогда расход q, м²/сут, составит:

$$q_д = \frac{1{,}39 \cdot 1}{0{,}73 \lg \frac{2 \cdot 13{,}5 \sin 0{,}393\pi}{3{,}14 \cdot 0{,}1} - 0{,}41} = 1{,}415.$$

Вычислим расход по формуле (2.37):

$$q_д = \frac{21 \cdot 1{,}39}{\frac{5{,}3 \cdot 8{,}2}{13{,}5} + 17{,}4} = 1{,}42,$$

при этом сопротивление Ф, м, составит:

$$\Phi = 0{,}965 \cdot 3 \frac{10}{1} 0{,}715 + \frac{1 - 10}{1} 1 \cdot 0{,}37 = 17{,}4.$$

Погонный расход, поступающий в дрену из области питания H_1, определяется по формуле

$$q_1 = \frac{T(H_1 - H_2)}{L} + q_д \frac{L_2}{L}. \qquad (2.38)$$

Погонный расход, поступающий в дрену из области стока (или в сток),

$$q_2 = \frac{T(H_1 - H_2)}{L} - q_д \frac{L_1}{L}, \qquad (2.39)$$

или $q_2 = q_1 - q_д$.

В табл. 2 для случая $H_2 = H_д$ расчетные расходы сопоставлены с опытными, найденными методом ЭГДА (электрогидродинамических аналогий). Нетрудно заметить, что расчетные значения хорошо согласуются с опытными.

Таблица 2

$\frac{L_2}{m_1}$	$\frac{L}{m_1}$	$\frac{L_1}{L}$	$\bar{m}$	$\frac{H_1 - H_д}{m_1}$	$\frac{r_д}{m_1}$	ν	$q_д/k_1m_1$		q_1/k_1m_1		q_2/k_1m_1	
							ЭГДА	Расч.	ЭГДА	Расч.	ЭГДА	Расч.
2	5	0,4	0,5	1,0	0,04	0,1	0,281	0,272	1,303	1,290	1,022	1,018
					0,15		0,393	0,381	1,349	1,353	0,956	0,972
4	10	0,4	2,0	1,0	0,04	0,1	0,300	0,325	2,20	2,13	1,90	1,805
					0,15		0,470	0,500	2,27	2,20	1,80	1,70
8	18	0,45	2,0	1,0	0,04	1,5	0,140	0,148	0,189	0,195	0,049	0,047
					0,15		0,174	0,179	0,203	0,207	0,029	0,028

Рассмотрим возможность распространения полученных для условий напорной задачи теоретических решений на случай безнапорного фильтрационного потока. В литературе имеется ряд предложений по переходу от напорного движения к безнапорному для однородного грунта. При расположении свободной поверхности в верхнем слое этими предложениями можно воспользоваться и для случая двухслойного и трехслойного грунтов.

Для определения расхода к дрене в случае безнапорной фильтрации следует безнапорный поток разделить горизонтальной линией, проходящей через дрену, на безнапорную и напорную зоны, производя расчет для безнапорной зоны как для совершенной дрены, а для напорной — по предложенным формулам при $b = 0$ [36]. В частности, в этом случае для схемы двухстороннего несимметричного притока расчетные формулы для погонных расходов имеют вид

$$Q_д = \frac{k_1 S_1^2}{2L_1} + \frac{k_2 S_2^2}{2L_2} + q_д; \qquad (2.40)$$

$$Q_1 = \frac{T(H_1 - H_2)}{L} + q_д \frac{L_2}{L} + \frac{k_1 S_1^2}{2L_1}; \qquad (2.41)$$

$$Q_2 = \frac{T(H_1 - H_2)}{L} - q_д \frac{L_1}{L} + \frac{k_1 S_2^2}{2L_2}, \qquad (2.42)$$

или $Q_д = Q_1 - Q_2$, где $S_1 = H_1 - H_д$, $S_2 = H_2 - H_д$. В табл. 3 в качестве примера для случая $H_2 = H_д$ приведены расходы, полученные методом ЭГДА и расчетным путем.

Однако более удобно непосредственно использовать полученные решения задач напорной фильтрации и для случая безнапорного потока, вводя в расчетные формулы осредненные величины m_1 и b, найденные по формулам $m_1 = m_д + 0{,}5S_д$, $b = 0{,}5S_д$, где $m_д$ — глубина воды в дрене, отсчитанная от линии раздела слоев [57, 83, 85].

Таблица 3

$\frac{L_2}{m_1}$	$\frac{L}{m_1}$	$\frac{L_2}{L}$	$\frac{H_1-H_2}{m_1}$	$\frac{r_д}{m_1}$	ν	$Q_д/k_1m_1$		Q_1/k_1m_1		Q_2/k_1m_1	
						Расч	ЭГДА	Расч.	ЭГДА	Расч.	ЭГДА
8	18	0,445	1,0	0,04	0,063	0,414	0,405	2,022	2,029	1,608	1,624
8	18	0,445	1,0	0,15	0,063	0,616	0,605	2,114	2,120	1,498	1,515

Естественно, приведение напорного потока к безнапорному способом осреднения тем эффективнее, чем меньше отношение $S_д/m_1$. Поэтому применение этого способа весьма целесообразно при расчетах мелиоративного дренажа, где превышение уровня на междренье по сравнению с мощностью верхнего слоя невелико.

§ 3. Приток к двум несовершенным дренам в двухслойном грунте (пласте)

Решение задачи для двух дрен найдем, применив известный принцип сложения (суперпозиции) решений для каждой из дрен. Тогда понижения в любой точке верхнего слоя при совместной работе дрен рассчитываются по формуле

$$S(x,\ y) = \frac{q'_д}{4\pi k_1} R_1 + \frac{q''_д}{4\pi k_1} R_2. \qquad (2.43)$$

Выражения для понижений на каждой дрене при их совместной работе принимают вид

$$S'_д = \frac{q'_д}{4\pi k_1} R'_1 + \frac{q''_д}{4\pi k_1} R'_2; \qquad (2.44)$$

$$S''_д = \frac{q''_д}{4\pi k_1} R''_2 + \frac{q'_д}{4\pi k_1} R''_1. \qquad (2.45)$$

Решив уравнения (2.44) и (2.45) относительно $q'_д$ и $q''_д$, получим следующие зависимости для определения погонных расходов дрен

при заданных понижениях на дренах:

$$q'_д = \frac{4\pi k_1 (S'_д R''_2 - S''_д R'_2)}{R'_1 R''_2 - R'_2 R''_1}; \qquad (2.46)$$

$$q''_д = \frac{4\pi k_1 (S''_д R'_1 - S'_д R''_1)}{R'_1 R''_2 - R'_2 R''_1}. \qquad (2.47)$$

Величины $S_д$ и R для различных схем притока воды к дренам определяются таким образом. Для схемы одностороннего притока (рис. 8)

$$S'_д = H_1 - H'_д, \quad S''_д = H_1 - H''_д,$$

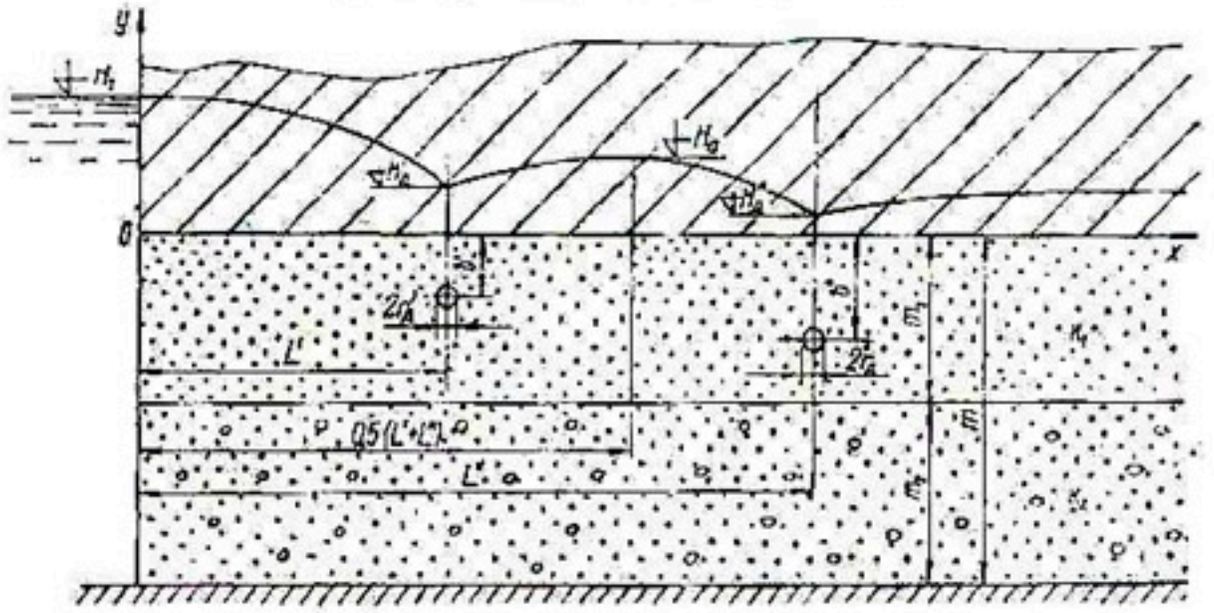


Рис. 8. Расчетная схема одностороннего притока к двум дренам.

где $H'_д$ и $H''_д$ — напоры на дренах; H_1 — напор на границе питания. Сопротивления R'_1 и R''_2 определяются выражением, стоящим в фигурных скобках уравнения (2.4), в котором величины L, b и $r_д$ заменяются величинами L', b' и $r'_д$ для R'_1 и величинами L'', b'', $r''_д$ для R''_2.

При $L'' - L' \gg r'_д$ и $r''_д$ можно считать, что

$$R'_2 = R''_1 = \ln \frac{[(L''+L')^2 + (b''-b')^2]\,[(L''-L')^2 + (b''+b')^2]}{[(L''-L')^2 + (b''-b')^2]\,[(L''+L')^2 + (b''+b')^2]} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} c_n \ln \frac{[(L''+L')^2 + (2nm_0 - b' - b'')^2]}{[(L''-L')^2 + (2nm_0 - b' - b'')^2]} \times$$

$$\times \frac{[(L''+L')^2 + (2nm_0 + b'' - b')^2]\,[(L''+L')^2 + (b'' - b' - 2nm_0)^2]}{[(L''-L')^2 + (2nm_0 + b'' - b')^2]\,[(L''-L')^2 + (b'' - b' - 2nm_0)^2]} \times$$

$$\times \frac{[(L''+L')^2 + (b' + b'' + 2nm_0)^2]}{[(L''-L')^2 + (b' + b'' + 2nm_0)^2]}. \qquad (2.48)$$

При расположении обеих дрен на одинаковом расстоянии от кровли пласта в уравнении (2.48) необходимо положить $b' = b'' = b$. При

расположении обеих дрен у кровли пласта ($b' = 0$, $b'' = 0$) имеем

$$R_1' = 4\left(\ln\frac{2L'}{r_д'} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\left(1 + \frac{L'^2}{n^2 m_0^2}\right)\right); \tag{2.49}$$

$$R_2'' = 4\left(\ln\frac{2L''}{r_д''} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\left(1 + \frac{L''^2}{n^2 m_0^2}\right)\right); \tag{2.50}$$

$$R_1'' \approx R_2' = 4\left(\ln\frac{L'' + L'}{L'' - L'} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\frac{(L'' + L')^2 + 4n^2 m_0^2}{(L'' - L')^2 + 4n^2 m_0^2}\right), \tag{2.51}$$

откуда для случая $m_1 = m_2$ получим

$$R_1' = 4\left[\frac{k_1'}{k_1 + k_2}\left(\frac{\pi L'}{m_1'} - 2\ln 2\right) + \ln\frac{4m_1'}{\pi r_д'}\right]; \tag{2.52}$$

$$R_2'' = 4\left[\frac{k_1'}{k_1 + k_2}\left(\frac{\pi L''}{m_1} - 2\ln 2\right) + \ln\frac{4m_1'}{\pi r_д''}\right]; \tag{2.53}$$

$$R_1'' \approx R_2' = 4\left(\ln\frac{\operatorname{sh}\pi N_1}{\operatorname{sh}\pi N_2} + \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\ln\frac{\operatorname{ch}\pi N_1}{\operatorname{ch}\pi N_2}\right), \tag{2.54}$$

где $N_1 = \dfrac{L'' + L'}{4m_1'}$; $N_2 = \dfrac{L'' - L'}{4m_1}$.

Уравнение для определения напора на кровле пласта ($y = 0$) при расположении на ней дрен ($b' = 0$, $b'' = 0$) имеет вид

$$H_x = H_1 - \frac{q_д'}{4\pi k_1} R_1^0 - \frac{q_д''}{4\pi k_1} R_2^0, \tag{2.55}$$

где

$$R_1^0 = 4\left[\ln\frac{x + L'}{x - L'} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\frac{(x + L')^2 + 4n^2 m_0^2}{(x - L')^2 + 4n^2 m_0^2}\right]; \tag{2.56}$$

$$R_2^0 = 4\left[\ln\frac{x + L''}{x - L''} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\frac{(x + L'')^2 + 4n^2 m_0^2}{(x - L'')^2 + 4n^2 m_0^2}\right]; \tag{2.57}$$

отсюда для случая $m_1 = m_2$ получим

$$R_1^0 = 4\left(\ln\frac{\operatorname{sh}\pi A_1}{\operatorname{sh}\pi A_2} + \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\ln\frac{\operatorname{ch}\pi A_1}{\operatorname{ch}\pi A_2}\right); \tag{2.58}$$

$$R_2^0 = 4\left(\ln\frac{\operatorname{sh}\pi B_1}{\operatorname{sh}\pi B_2} + \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\ln\frac{\operatorname{ch}\pi B_1}{\operatorname{ch}\pi B_2}\right), \tag{2.59}$$

где $A_1 = \dfrac{x + L'}{4m_1}$; $A_2 = \dfrac{x - L'}{4m_1}$; $B_1 = \dfrac{x + L''}{4m_1}$; $B_2 = \dfrac{x - L''}{4m_1}$.

Напор посредине между дренами H_0 найдем по формуле (2.55), положив $x = \dfrac{L'' + L'}{2}$.

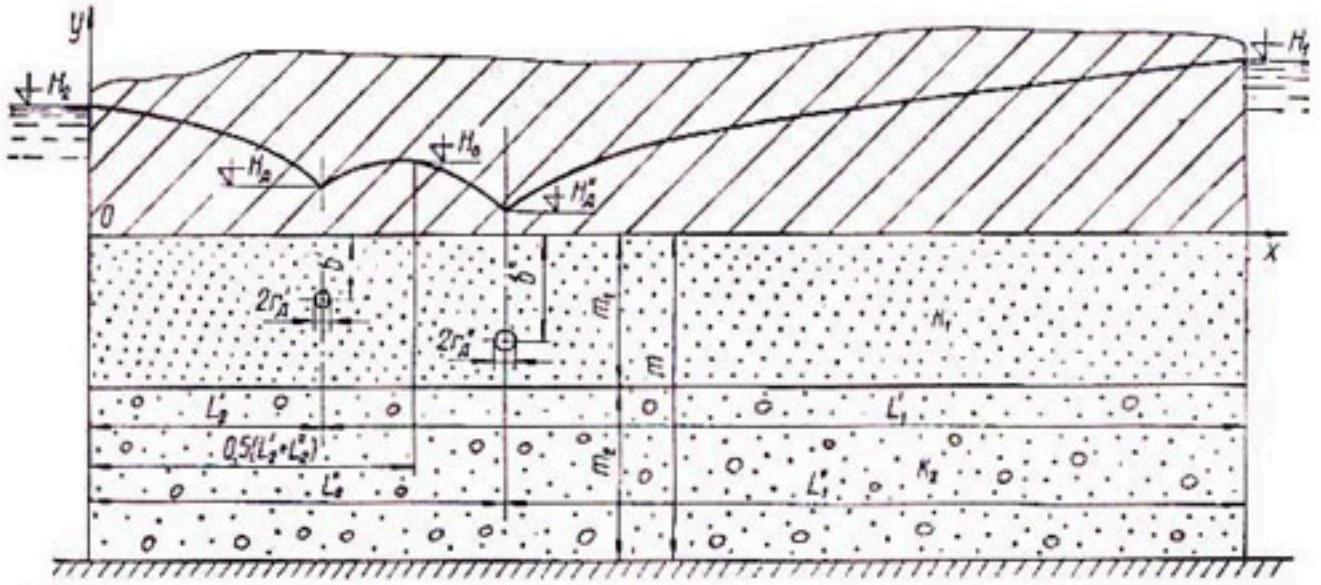


Рис. 9. Расчетная схема двухстороннего притока к двум дренам.

Для схемы двухстороннего несимметричного притока (рис. 9) имеем

$$S_{д}^{'} = \frac{(H_1 - H_2)\, L_2^{'}}{L} + H_2 - H_{д}^{'}, \quad S_{д}^{''} = \frac{(H_1 - H_2)\, L_2^{''}}{L} + H_2 - H_{д}^{''},$$

где H_1 и H_2 — напоры на границах питания (стока). Сопротивления $R_1^{'}$ и $R_2^{''}$ определяются выражением, стоящим в знаменателе уравнения (2.26), в котором L_2, b и $r_д$ заменяются на $L_2^{'}$, b' и $r_д^{'}$ для $R_1^{'}$ и на $L_2^{'}$, b'' и $r_д^{''}$ для $R_2^{''}$; параметры $R_2^{'}$ и $R_1^{''}$ при $L_2^{''} - L_2^{'} \gg r_д^{'}$ и $r_д^{''}$ определяются из уравнения

$$R_2^{'} \approx R_1^{'} = \ln \frac{\left[\operatorname{ch} \frac{\pi (b'' - b')}{L} - \cos \frac{\pi (L_2^{''} + L_2^{'})}{L}\right]}{\left[\operatorname{ch} \frac{\pi (b'' - b')}{L} - \cos \frac{\pi (L_2^{''} - L_2^{'})}{L}\right]} \times$$

$$\times \frac{\left[\operatorname{ch} \frac{\pi (b'' + b')}{L} - \cos \frac{\pi (L_2^{''} + L_2^{'})}{L}\right]}{\left[\operatorname{ch} \frac{\pi (b'' + b')}{L} - \cos \frac{\pi (L_2^{''} - L_2^{'})}{L}\right]} \times$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} c_n^{'} \ln \frac{\left[\operatorname{ch} \frac{\pi (2nm_0 - b'' - b')}{L} - \cos \frac{\pi (L_2^{''} + L_2^{'})}{L}\right]}{\left[\operatorname{ch} \frac{\pi (2nm_0 - b'' - b')}{L} - \cos \frac{\pi (L_2^{''} - L_2^{'})}{L}\right]} \times$$

$$\times \frac{\left[\operatorname{ch} \frac{\pi (2nm_0 + b' - b'')}{L} - \cos \frac{\pi (L_2^{''} + L_2^{'})}{L}\right]}{\left[\operatorname{ch} \frac{\pi (2nm_0 + b' - b'')}{L} - \cos \frac{\pi (L_2^{''} - L_2^{'})}{L}\right]} \times$$

$$\times \frac{\left[\operatorname{ch}\frac{\pi(2nm_0+b''-b')}{L}-\cos\frac{\pi(L_2''+L_2')}{L}\right]}{\left[\operatorname{ch}\frac{\pi(2nm_0+b''-b')}{L}-\cos\frac{\pi(L_2''-L_2')}{L}\right]}\times$$

$$\times \frac{\left[\operatorname{ch}\frac{\pi(2nm_0+b'+b'')}{L}-\cos\frac{\pi(L_2''+L_2')}{L}\right]}{\left[\operatorname{ch}\frac{\pi(2nm_0+b'+b'')}{L}-\cos\frac{\pi(L_2''-L_2')}{L}\right]}. \quad (2.60)$$

Для дрен, расположенных у кровли пласта ($b' = 0$, $b'' = 0$), получаем

$$R_1' = 4\left(\ln\frac{2L\sin\frac{\pi L_2'}{L}}{\pi r_д'} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\frac{\operatorname{ch}\frac{2\pi n m_0}{L}-\cos\frac{2\pi L_2'}{L}}{\operatorname{ch}\frac{2\pi n m_0}{L}-1}\right); \quad (2.61)$$

$$R_2'' = 4\left(\ln\frac{2L\sin\frac{\pi L_2''}{L}}{\pi r_д''} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\frac{\operatorname{ch}\frac{2\pi n m_0}{L}-\cos\frac{2\pi L_2''}{L}}{\operatorname{ch}\frac{2\pi n m_0}{L}-1}\right); \quad (2.62)$$

$$R_2' \approx R_1'' =$$

$$= 4\left(\ln\frac{\sin\frac{\pi(L_2''+L_2')}{2L}}{\sin\frac{\pi(L_2''-L_2')}{2L}} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\frac{\operatorname{ch}\frac{2\pi n m_0}{L}-\cos\frac{\pi(L_2''+L_2')}{L}}{\operatorname{ch}\frac{2\pi n m_0}{L}-\cos\frac{\pi(L_2''-L_2')}{L}}\right). \quad (2.63)$$

Напор на кровле пласта ($y = 0$) при расположении здесь дрен ($b' = 0$, $b'' = 0$) определяется следующим образом:

$$H_x = H_2 + \frac{(H_1-H_2)x}{L} - \frac{q_д'}{4\pi k_1} R_1^0 - \frac{q_д''}{4\pi k_1} R_2^0; \quad (2.64)$$

$$R_1^0 = 4\left(\ln\frac{\sin\frac{\pi(x+L_2')}{2L}}{\sin\frac{\pi(x-L_2')}{2L}} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\frac{\operatorname{ch}\frac{2\pi n m_0}{L}-\cos\frac{\pi(x+L_2')}{L}}{\operatorname{ch}\frac{2\pi n m_0}{L}-\cos\frac{\pi(x-L_2')}{L}}\right); \quad (2.65)$$

$$R_2^0 = 4\left(\ln\frac{\sin\frac{\pi(x+L_2'')}{2L}}{\sin\frac{x(x-L_2'')}{2L}} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\frac{\operatorname{ch}\frac{2\pi n m_0}{L}-\cos\frac{\pi(x+L_2'')}{L}}{\operatorname{ch}\frac{2\pi n m_0}{L}-\cos\frac{\pi(x-L_2'')}{L}}\right). \quad (2.66)$$

Из уравнения (2.64) нетрудно убедиться, что при $x = 0$ $H_x = H_2$; при $x = L$ $H_x = H_1$. Положив $x = (L_2' + L_2'')/2$, найдем напор H_0 посредине между дренами.

Выражения для определения R при $L' > m$, $L_1' > m$, $L_2' > m$, $L'' > L'$, $L_2'' > L_2'$ с некоторым приближением могут быть приведены к более простому и удобному для расчетов виду. Для этого общее сопротивление R представим как

$$R = \frac{4\pi k_1}{T}(F + \Phi), \tag{2.67}$$

где F — фильтрационное сопротивление при действии совершенного дренажа; Φ — фильтрационное сопротивление, обусловленное гидродинамическим несовершенством дренажа.

Для схемы одностороннего притока

$$F_1' = L', \; F_2'' = L'', \; F_2' \approx F_1'' = L'. \tag{2.68}$$

Для схемы двухстороннего несимметричного притока

$$F_1' = \frac{L_2' L_1'}{L}, \; F_2'' = \frac{L_2'' L_1''}{L}, \; F_2' \approx F_1'' = \frac{L_2' L_1''}{L}. \tag{2.69}$$

Величины Φ_1' и Φ_2'' являются фильтрационными сопротивлениями на несовершенство соответственно первой и второй дрен. Сопротивлениями Φ_1'' и Φ_2' учитывается дополнительное взаимодействие несовершенных дрен при их близком расположении $(L_2'' - L_2' < m)$.

Ввиду малости радиусов дрен $r_д'$ и $r_д''$ по сравнению с другими линейными размерами эти сопротивления можно считать одинаковыми и приближенно определять по формуле

$$\Phi_1'' \approx \Phi_2' = \beta_0 \frac{k_2}{k_1} \frac{m}{\pi} \varepsilon_0(m) + \frac{k_1 - k_2}{k_1} \frac{m_1}{\pi} \varepsilon_0(m_1), \tag{2.70}$$

где $\varepsilon_0(m) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{\frac{-\pi n l_0}{m}} \cos\frac{\pi n b'}{m} \cos\frac{\pi n b''}{m}$, $\quad l_0 = L_2'' - L_2'$,

а коэффициент β_0 приближенно находят по графику рис. 4 для случая $\bar{r} = \frac{r_д}{m_1} \geqslant 0{,}1$ и $\lambda = \frac{k_2 - k_1}{k_2 + k_1}$.

Ряды в формуле (2.70) сходятся быстро, и поэтому в расчетах достаточно взять сумму их нескольких первых членов. При расположении дрен у кровли пласта ($b' = b'' = 0$) формула (2.70) принимает вид

$$\Phi_1'' \approx \Phi_2' = -0{,}73\left[\beta_0 m \frac{k_2}{k_1} \lg\left(1 - e^{-\frac{\pi l_0}{m}}\right) + m_1 \frac{k_1 - k_2}{k_1} \lg\left(1 - e^{-\frac{\pi l_0}{m_1}}\right)\right]. \tag{2.71}$$

Если $l_0 \geqslant m$, то можно считать, что $\Phi_1'' = \Phi_2' = 0$, т. е. в этом случае несовершенство дрен не оказывает влияния на их взаимодействие.

Приведенными рекомендациями можно пользоваться и для безнапорного потока, используя для этого изложенные выше приемы перехода от напорного потока к безнапорному. Тогда, в частности, расчетные величины принимаются следующими:

$$m_1' = m_д' + 0{,}5S_д', \quad m_1'' = m_д'' + 0{,}5S_д'', \quad b' = 0{,}5S_д', \quad b'' = 0{,}5S_д''.$$

§ 4. Несовершенные дрены в двухслойном грунте, затопленном сверху слоем воды

Двухслойный грунт, ограниченный снизу горизонтальным водоупором (см. рис. 1, *б*). Для одиночной дрены зависимость для определения напора в верхнем слое описывается уравнением (1.22), в котором постоянная $C_1 = H_к$. Если известен напор (уровень) $H_д$ на дрене в точке с координатами $x = 0$ и $y = -b + r_д$, то, разрешив уравнение (1.22) относительно q, получим зависимость для определения погонного расхода одиночной дрены. С помощью выражения (1.22) методом сложения найдем зависимость для определения напора H в случае бесконечного числа дрен, расположенных в верхнем слое на расстоянии B одна от другой:

$$H(x, y) = H_к + \frac{q}{4\pi k_1}\left[\ln\frac{A_+}{A_-} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n'\left(\ln\frac{A_{n-}}{A_{n+}} + \ln\frac{B_{n-}}{B_{n+}}\right)\right], \quad (2.72)$$

где

$$A_\pm = \operatorname{ch} 2\delta(y \pm b) - \cos 2\delta x;$$
$$A_{n\pm} = \operatorname{ch} 2\delta(y - 2nm_0 \pm b) - \cos 2\delta x; \quad (2.73)$$
$$B_{n\pm} = \operatorname{ch} 2\delta(y + 2nm_0 \pm b) - \cos 2\delta x; \quad \delta = \pi/B.$$

Положив в уравнении (2.72) $H = H_д$, $x = 0$ и $y = -b + r_д$ и разрешив его относительно q, получим зависимость для определения погонного расхода дрены в случае систематического дренажа

$$q = 2\pi k_1 (H_к - H_д)\left(\ln\frac{\operatorname{sh} 2\delta(b - 0{,}5r_д)}{\delta r_д} + \right.$$
$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} a_n' \ln\frac{\operatorname{sh}^2 2\delta n m_0}{\operatorname{sh} 2\delta(nm_0 + b)\operatorname{sh} 2\delta(nm_0 - b)}\right)^{-1}. \quad (2.74)$$

Так как рассматриваемая схема фильтрации часто используется при расчетах дренажа рассоляющего действия, то необходимо знать распределение скоростей в рассматриваемой области фильтрации. Значения скоростей в верхнем слое v_x и v_y в случае одиночной дрены определяются выражениями (1.24) и (1.25). Для систематического дренажа имеем

$$v_x = -k_1\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{q\sin 2\delta x}{2B}\left[\frac{1}{A_+} - \frac{1}{A_-} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n' W_n(x)\right]; \quad (2.75)$$

$$v_y = -k_1\frac{\partial H}{\partial y} = -\frac{q}{2B}\left[\frac{A_+^0}{A_+} - \frac{A_-^0}{A_-} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n' W_n(y)\right], \quad (2.76)$$

где

$$W_n(x) = \frac{1}{A_{n-}} - \frac{1}{A_{n+}} + \frac{1}{B_{n-}} - \frac{1}{B_{n+}}; \tag{2.77}$$

$$W_n(y) = \frac{A^0_{n-}}{A_{n-}} - \frac{A^0_{n+}}{A_{n+}} + \frac{B^0_{n-}}{B_{n-}} - \frac{B^0_{n+}}{B_{n+}}; \tag{2.78}$$

$$A^0_{\pm} = \operatorname{sh} 2\delta (y \pm b),\ A^0_{n\pm} = \operatorname{sh} 2\delta (y - 2nm_0 \pm b),$$
$$B^0_{n\pm} = \operatorname{sh} 2\delta (y + 2nm_0 \pm b). \tag{2.79}$$

В дальнейшем будем приводить лишь некоторые практические рекомендации по расчету основных параметров (расходов и скоростей).

Так, формула (2.74) может быть аппроксимирована с некоторым приближением [65] зависимостью

$$q = k_1 (H_к - H_д) \left[\frac{(1+\lambda)\lambda}{2} \omega_1 - (\lambda^2 - 1)\omega + \frac{(\lambda - 1)\lambda}{2} \rho_1 \right]^{-1}, \tag{2.80}$$

где ω и ω_1 — сопротивления дрены в аналогичном однородном грунте соответственно мощностями $m_i = m = m_1 + m_2$ ($k_1 = k_2$, $\lambda = 0$) и $m_i = m_1$ ($k_2 = 0$, $\lambda = 1$); ρ_1 — сопротивление дрены в однородном грунте мощностью $m_i = m_1$ при $k_2 \to \infty$ ($\lambda = -1$); ω_1 и ρ_i определяются по формулам

$$\omega_1 = 0{,}366 \lg \frac{B \cdot \operatorname{sh} \frac{2\pi b}{B}}{\pi r_д} + N; \tag{2.81}$$

$$\rho_i = 0{,}366 \lg \frac{B \cdot \operatorname{sh} \frac{2\pi b}{B}}{\pi r_д} - N_0, \tag{2.82}$$

где

$$N = 0{,}366 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \lg \frac{\operatorname{sh}^2 \frac{2\pi n m_i}{B}}{\operatorname{sh} \frac{2\pi (n m_i + b)}{B} \operatorname{sh} \frac{2\pi (n m_i - b)}{B}}; \tag{2.83}$$

$$N_0 = 0{,}366 \sum_{n=1}^{\infty} \lg \frac{\operatorname{sh}^2 \frac{2\pi n m_i}{B}}{\operatorname{sh} \frac{2\pi (n m_i + b)}{B} \operatorname{sh} \frac{2\pi (n m_i - b)}{B}}. \tag{2.84}$$

При $m/B > 1$ и $b/m < 0{,}5$ можно положить $N = N_0 \approx 0$. При $B > 4m$ формула (2.80) упрощается:

$$q = \frac{k_1 (H_к - H_д)}{Ф'} \tag{2.85}$$

($Ф'$ — фильтрационное сопротивление на несовершенство дрены, методика определения которого изложена ниже).

Как указывалось выше, для рассматриваемой схемы представляет интерес установление распределения скоростей в области фильтрации. Для практических расчетов компонент скоростей фильтрации в верхнем слое двухслойного грунта можно воспользоваться

приближенной формулой

$$v_i = \frac{(\lambda+1)\lambda}{2} v_{1j} + \frac{(\lambda-1)\lambda}{2} v_{2j} - (\lambda^2-1) v_{3j}, \qquad j = x, y, \quad (2.86)$$

где v_{1j} — скорость фильтрации в однородном грунте мощностью $m_i = m_1$ при $k_2 = 0$ ($\lambda = 1$); v_{2j} — скорость фильтрации в однородном грунте мощностью $m_i = m_1$ при $k_2 \to \infty$ ($\lambda = -1$); v_{3j} — скорость фильтрации в однородном грунте мощностью $m_i = m = m_1 + m_2$ при $k_1 = k_2$ ($\lambda = 0$). Скорости фильтрации v_{1j}, v_{2j} и v_{3j} определяются по формулам

$$v_{1,3x} = \frac{q_{1,3} \sin 2\delta x}{2B}\left[\frac{1}{A_+} - \frac{1}{A_-} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} W_n(x)\right]; \quad (2.87)$$

$$v_{1,3y} = -\frac{q_{1,3}}{2B}\left[\frac{A_+^0}{A_+} - \frac{A_-^0}{A_-} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} W_n(y)\right]; \quad (2.88)$$

$$v_{2x} = \frac{q_2 \sin 2\delta x}{2B}\left[\frac{1}{A_+} - \frac{1}{A_-} - \sum_{n=1}^{\infty} W_n(x)\right]; \quad (2.89)$$

$$v_{2y} = -\frac{q_2}{2B}\left[\frac{A_+^0}{A_+} - \frac{A_-^0}{A_-} - \sum_{n=1}^{\infty} W_n(y)\right], \quad (2.90)$$

где q_1, q_2 и q_3 — соответствующие погонные расходы дрены в однородном грунте:

$$q_{1,3} = \frac{k_1 (H_к - H_д)}{\omega_{1,3}}; \quad (2.91)$$

$$q_2 = \frac{k_1 (H_к - H_д)}{\rho_1}. \quad (2.92)$$

Здесь ω_1 и ω_3 определяются по формуле (2.81) соответственно при $m_i = m_1$ и $m_i = m_1 + m_2$, а ρ_1 — по формуле (2.82) при $m_i = m_1$. Для случая $m/B \geqslant 0{,}5$ расчетные формулы (2.87) и (2.88) упрощаются:

$$v_{1,3x} = \frac{q_{1,3} \sin 2\delta x}{2B}\left(\frac{1}{\operatorname{ch} 2\delta (y+b) - \cos 2\delta x} - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{\operatorname{ch} 2\delta (y-b) - \cos 2\delta x} + \frac{1}{\operatorname{ch} 2\delta (y+2m_i-b) - \cos 2\delta x}\right); \quad (2.93)$$

$$v_{1,3y} = -\frac{q_{1,3}}{2B}\left[\frac{\operatorname{sh} 2\delta (y+b)}{\operatorname{ch} 2\delta (y+b) - \cos 2\delta x} - \right.$$
$$\left. - \frac{\operatorname{sh} 2\delta (y-b)}{\operatorname{ch} 2\delta (y-b) - \cos 2\delta x} + \frac{\operatorname{sh} 2\delta (y+2m_i-b)}{\operatorname{ch} 2\delta (y+2m_i-b) - \cos 2\delta x} - 1\right]. \quad (2.94)$$

Для одиночной дрены в однородном грунте уравнение для напора имеет вид

$$H(x, y) =$$
$$= \frac{q}{4\pi k_1} \ln \frac{\left(\operatorname{ch}\frac{\pi x}{2m} - \cos\frac{\pi (y+b)}{2m}\right)\left(\operatorname{ch}\frac{\pi x}{2m} + \cos\frac{\pi (y-b)}{2m}\right)}{\left(\operatorname{ch}\frac{\pi x}{2m} + \cos\frac{\pi (y+b)}{2m}\right)\left(\operatorname{ch}\frac{\pi x}{2m} - \cos\frac{\pi (y-b)}{2m}\right)} + H_к. \quad (2.95)$$

Положив в уравнении (2.95) $H = H_д$, $x = 0$, $y = -b + r_д$ и решив его относительно q, найдем погонный приток к дрене:

$$q = 2\pi k_1 (H_к - H_д)\left[\ln\left(\frac{4m}{\pi r_д}\operatorname{tg}\frac{\pi b}{2m}\right)\right]^{-1}. \qquad (2.96)$$

С помощью зависимости (2.95) найдем выражения для определения скоростей в случае одиночной дрены:

$$v_x = \frac{q\operatorname{sh}\bar{x}}{4m}\left[\frac{\cos(\bar{y}+\bar{b})}{\gamma_+} - \frac{\cos(\bar{y}-\bar{b})}{\gamma_-}\right]; \qquad (2.97)$$

$$v_y = \frac{q\operatorname{ch}\bar{x}}{4m}\left[\frac{\sin(\bar{y}+\bar{b})}{\gamma_+} - \frac{\sin(\bar{y}-\bar{b})}{\gamma_-}\right], \qquad (2.98)$$

где

$$\gamma_\pm = \operatorname{ch}^2\bar{x} - \cos^2(\bar{y}\pm\bar{b}); \quad \bar{x} = \frac{\pi x}{2m}; \quad \bar{y}\pm\bar{b} = \frac{\pi(y\pm b)}{2m}.$$

В сечении дрены ($x = 0$) имеем

$$v_x = 0, \quad v_y = -\frac{q}{4m}\left(\frac{1}{\sin(\bar{y}+\bar{b})} - \frac{1}{\sin(\bar{y}-\bar{b})}\right), \qquad (2.99)$$

а у поверхности земли над дреной ($x = 0$, $y = 0$)

$$v_0 = -\frac{q}{2m\sin\bar{b}}. \qquad (2.100)$$

Скорость входа фильтрационного потока v_y ($x = 0$, $y = -b + r_д$) определяется формулой

$$v_y = -\frac{q}{4m}\left(\frac{1}{\sin\frac{\pi b}{m}} + \frac{1}{\sin\frac{\pi r_д}{2m}}\right) \approx -\frac{q}{2\pi r_д}; \qquad (2.101)$$

скорость у поверхности дна водоема ($y = 0$) — формулами

$$v_x = 0, \quad v_y = -\frac{q}{2m}\frac{\operatorname{ch}\bar{x}\sin\bar{b}}{\operatorname{ch}^2\bar{x} - \cos^2\bar{b}}; \qquad (2.102)$$

скорость у поверхности водоупора ($y = -m$) — формулами

$$v_y = 0, \quad v_x = \frac{q}{2m}\frac{\operatorname{sh}\bar{x}\sin\bar{b}}{\operatorname{ch}^2\bar{x} - \sin^2\bar{b}}. \qquad (2.103)$$

Приведенными для одиночной дрены зависимостями можно воспользоваться для определения скоростей и в случае системы дрен при значительных расстояниях между ними ($B > 4m$). При этом нахождение скоростей в сечении дрены ($x = 0$) производится непосредственно по формуле (2.99), а при нахождении скорости v_y (B) в сечении между дренами вычисленную по формуле (2.98) скорость v_y при значении $x = 0{,}5B$ необходимо удвоить, т. е. принять $v_y(B) = 2v_y$.

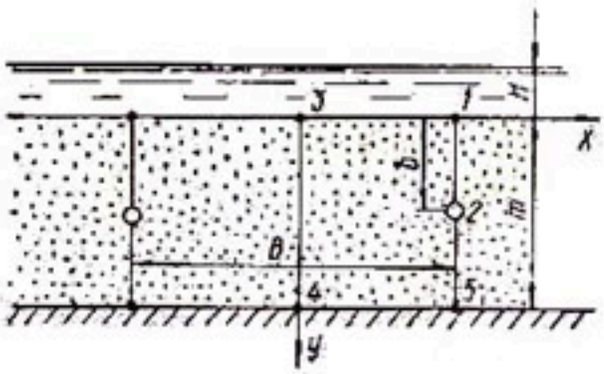


Рис. 10. Схема систематического дренажа в однородном грунте, затопленном сверху водой.

Для нахождения скоростей v_1 и v_3 в отдельных точках и участках области фильтрации в случае однородного грунта можно также воспользоваться результатами гидромеханических решений, приведенных в работах [2, 20]. При этом сохраним принятые в этих решениях начало координатных осей и их направление (рис. 10), вследствие чего скорость v_y, вычисленная по приведенным ниже формулам, принимает также положительные значения.

Скорости на участке *3—4*:

$$v_x = 0, \quad v_y = \frac{v_3 \operatorname{dn}(\overline{y}, \varkappa_1) \operatorname{cn}(\overline{y}, \overline{\varkappa}_1)}{\operatorname{cn}^2(\overline{y}, \varkappa_1) + \operatorname{dn}^2(\overline{b}, \varkappa_1) \operatorname{sn}^2(\overline{y}, \varkappa_1)}, \tag{2.104}$$

где скорость v_y в точке *3*

$$v_3 = \frac{q}{\pi m} K_1 \varkappa_1 \operatorname{sn}(\overline{b}, \varkappa_1), \tag{2.105}$$

а в точке *4* $v_4 = 0$.

Скорости на участке *1—2*:

$$v_x = 0, \quad v_y = \frac{v_3 \operatorname{cn}(\overline{y}, \varkappa_1) \operatorname{dn}(\overline{y}, \varkappa_1)}{\varkappa_1 [\operatorname{sn}^2(\overline{b}, \varkappa_1) - \operatorname{sn}^2(\overline{y}, \varkappa_1)]}, \tag{2.106}$$

причем скорость v_y в точке *1*

$$v_1 = \frac{v_3}{\varkappa_1 \operatorname{sn}^2(\overline{b}, \varkappa_1)}. \tag{2.107}$$

Скорости на участке *2—5*:

$$v_x = 0, \quad v_y = -\frac{v_3 \operatorname{cn}(\overline{y}, \varkappa_1) \operatorname{dn}(\overline{y}, \varkappa_1)}{\varkappa_1 [\operatorname{sn}^2(\overline{y}, \varkappa_1) - \operatorname{sn}^2(\overline{b}, \varkappa_1)]}, \tag{2.108}$$

причем v_y в точке *5* $v_5 = 0$. Для определения скорости входа фильтрационного потока в дрену необходимо в формуле (2.107) положить $y = b - r_д$.

Скорости фильтрации на участке *1—3* (на поверхности дна водоема):

$$v_x = 0, \quad v_y = \frac{v_3 \operatorname{dn}(\overline{x}, \varkappa)}{1 - \operatorname{dn}^2(\overline{b}, \varkappa_1) \operatorname{sn}^2(\overline{x}, \varkappa)}. \tag{2.109}$$

Скорости на участке *4—5* (на поверхности водоупора):

$$v_y = 0, \quad v_x = \frac{v_3 \varkappa^2 \operatorname{cn}(\overline{x}, \varkappa) \operatorname{sn}(\overline{x}, \varkappa)}{\operatorname{dn}^2(\overline{b}, \varkappa_1) - \varkappa^2 \operatorname{sn}^2(\overline{x}, \varkappa)}. \tag{2.110}$$

Максимальное значение скорости на участке *4—5*:

$$v_{x_{max}} = \frac{v_3 \varkappa^2}{2\varkappa_1 \operatorname{dn}(\overline{b}, \varkappa_1) \operatorname{cn}(\overline{b}, \varkappa_1)}; \tag{2.111}$$

координата x_0 со скоростью $v_{x_{max}}$ определится из выражения

$$\operatorname{sn}^2(\bar{x}_0, \varkappa) = \frac{\operatorname{dn}^2(\bar{b}, \varkappa_1)}{2\operatorname{dn}^2(\bar{b}, \varkappa_1) - \varkappa^2}. \qquad (2.112)$$

В приведенных формулах $\bar{b} = \frac{b}{m} K_1$; $\bar{y} = \frac{y}{m} K_1$; $\bar{x} = \frac{x}{m} K_1$; $\bar{r}_д = \frac{r_д}{m} K_1$; K — полный эллиптический интеграл I рода при модуле $\varkappa$, который можно найти из соотношения

$$\frac{K}{K_1} = \frac{B}{2m}; \qquad (2.113)$$

K_1 — полный эллиптический интеграл I рода при дополнительном модуле $\varkappa_1 = \sqrt{1-\varkappa^2}$; sn, cn, dn — эллиптические функции Якоби. Остальные обозначения прежние.

Приведенные расчетные зависимости существенно упрощаются для малых и больших значений B. Тогда при больших значениях $B > 4m$ можно положить $K_1 \approx \pi/2$, $\varkappa \approx 1$, $K \approx \pi B/4m$, $\varkappa_1 = 4e^{-\pi B/4m}$, $\operatorname{sn}(u, \varkappa_1) \approx \sin u$, $\operatorname{cn}(u, \varkappa_1) = \cos u$, $\operatorname{dn}(u, \varkappa_1) \approx 1$; наоборот, при малых значениях $B < m$ можно положить $K \approx \pi/2$, $K_1 = \pi m/B$, $\varkappa_1 \approx 1$, $\varkappa = 4e^{-\pi m/B}$.

Используя эти упрощения, нетрудно получить приведенные ранее и составленные другим способом более простые зависимости.

Двухслойный грунт, подстилаемый снизу сильнопроницаемым слоем с горизонтальной кровлей (см. рис. 1, *в*). Рассмотрим интересный для данной схемы случай, когда напорные грунтовые воды в нижнем сильнопроницаемом слое отсутствуют, т. е. фактически схему трехслойного грунта с нижним сильнопроницаемым слоем, между слоями которого существует гидравлическая связь и питание которых осуществляется сверху из поверхностного водоема или затопленного поля. Для одиночной дрены зависимость для определения напора в верхнем слое описывается уравнением (1.33), в котором постоянная $C_1 = H_к$. С помощью этого уравнения методом сложения найдем зависимость для определения напора H в случае бесконечного числа дрен, расположенных в верхнем слое на расстоянии B одна от другой:

$$H(x, y) = H_к + \frac{q}{4\pi k_1}\left[\ln\frac{A_+}{A_-} - \sum_{n=1}^{\infty} b'_n\left(\ln\frac{A_{n-}}{A_{n+}} + \ln\frac{B_{n-}}{B_{n+}}\right)\right]. \qquad (2.114)$$

Положив в формуле (2.114) $H = H_д$, $x = 0$ и $y = -b + r_д$ и разрешив ее относительно q, получим зависимость для определения погонного расхода дрены в случае систематического дренажа

$$q = 2\pi k_1 (H_к - H_д)\left[\ln\frac{\operatorname{sh} 2\delta(b - 0{,}5r_д)}{\delta r_д} - \right.$$
$$\left. - \sum_{n=1}^{\infty} b'_n\left(\ln\frac{\operatorname{sh}^2 2\delta n m_0}{\operatorname{sh} 2\delta(nm_0 + b)\operatorname{sh} 2\delta(nm_0 - b)}\right)\right]^{-1}. \qquad (2.115)$$

Значения скоростей v_x и v_y в верхнем слое в случае одиночной дрены определяются по формулам (1.35) и (1.36). Для систематического дренажа

$$v_x = -k_1 \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{q \sin 2\delta x}{2B}\left[\frac{1}{A_+} - \frac{1}{A_-} - \sum_{n=1}^{\infty} b'_n W_n(x)\right]; \qquad (2.116)$$

$$v_y = -k_1 \frac{\partial H}{\partial y} = -\frac{q}{2B}\left[\frac{A^0_+}{A_+} - \frac{A^0_-}{A_-} - \sum_{n=1}^{\infty} b'_n W_n(y)\right], \qquad (2.117)$$

где параметры A, B и W сохраняют предыдущие значения.

Приведем некоторые практические рекомендации по расчету основных параметров фильтрации. Так, формула (2.115) приближенно может быть аппроксимирована зависимостью

$$q = k_1 (H_к - H_д)\left[\frac{(1+\lambda)\lambda}{2}\omega_1 - (\lambda^2 - 1)\rho + \frac{(\lambda - 1)\lambda}{2}\rho_1\right]^{-1}, \qquad (2.118)$$

в которой сопротивление ω_1 определяется по формуле (2.81) при $m_i = m_1$, а сопротивления ρ и ρ_1 — по формуле (2.82) соответственно при $m_i = m$ и $m_i = m_1$. При $B > 4m$ формула (2.117) упрощается:

$$q = \frac{k_1 (H_к - H_д)}{\Phi''}, \qquad (2.119)$$

где Φ'' — фильтрационное сопротивление, методика определения которого изложена ниже.

Для практических расчетов скоростей в верхнем слое можно воспользоваться приближенной формулой (2.86), в которой v_{1i} в однородном грунте мощностью $m_i = m_1$ при $k_2 = 0$ определяется по формулам (2.87) и (2.89) или по другим зависимостям предыдущей схемы однородного грунта, а скорости v_{2i} и v_{3i} — по формулам (2.89) и (2.90), в которых принимается $m_i = m_1 + m_2$ для v_2 и $m_i = m_1$ для v_3. При вычислении скоростей по этим формулам зачастую достаточно ограничиться удержанием одного члена ряда.

Расчетные зависимости существенно упрощаются в случае одиночной дрены. В частности, для двухслойного грунта с одинаковыми мощностями ($m_0 = m_1 = m_2$, $m = 2m_1$) формула (1.33) упрощается к виду

$$H(x, y) = \frac{q}{4\pi k_1}\left(\ln \frac{\operatorname{ch} \bar{x} - \cos(\bar{y} + \bar{b})}{\operatorname{ch} \bar{x} - \cos(\bar{y} - \bar{b})} - \right.$$

$$\left. - \lambda \ln \frac{\operatorname{ch} \bar{x} + \cos(\bar{y} + \bar{b})}{\operatorname{ch} \bar{x} + \cos(\bar{y} - \bar{b})}\right) + H_к, \qquad (2.120)$$

где $\bar{x} = \frac{\pi x}{m}$; $\bar{y} \pm \bar{b} = \frac{\pi (y \pm b)}{m}$. Расход одиночной дрены в этом случае

$$q = 2\pi k_1 (H_к - H_д)\left[\ln\left(\frac{2m}{\pi r_д}\sin\frac{\pi b}{m}\right) + \lambda \ln \frac{\cos\frac{\pi r_д}{2m}}{\cos\frac{\pi b}{m}}\right]^{-1}. \qquad (2.121)$$

Если в формуле (2.121) положить $k_1 = k_2$ ($\lambda = 0$), то получим зависимость для расхода в случае однородного грунта мощностью $m = 2m_1$

$$q = \frac{2\pi k_1 (H_к - H_д)}{\ln\left(\frac{2m}{\pi r_д} \sin \frac{\pi b}{m}\right)}. \qquad (2.122)$$

Если же положить $k_2 \to \infty$ ($\lambda = -1$), то получится зависимость, идентичная зависимости (2.122), но для однородного грунта мощностью m_1. Если в формуле (2.121) положить $k_2 = 0$ ($\lambda = 1$), то получим зависимость (2.99) для однородного грунта мощностью m_1, ограниченного снизу водоупором.

Приведем также окончательные выражения для определения скоростей v_x и v_y в однородном грунте в случае одиночной дрены:

$$v_x = -k_1 \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{q}{8m_1} \operatorname{sh} \bar{x} \left(\frac{1}{\operatorname{ch} \bar{x} - \cos(\bar{y} + \bar{b})} - \frac{1}{\operatorname{ch} \bar{x} - \cos(\bar{y} - \bar{b})} \right); \qquad (2.123)$$

$$v_y = -k_1 \frac{\partial H}{\partial y} = -\frac{q}{8m_1} \left(\frac{\sin(\bar{y} + \bar{b})}{\operatorname{ch} \bar{x} - \cos(\bar{y} + \bar{b})} - \frac{\sin(\bar{y} - \bar{b})}{\operatorname{ch} \bar{x} - \cos(\bar{y} - \bar{b})} \right). \qquad (2.124)$$

В сечении дрены ($x = 0$)

$$v_x = 0, \quad v_y = -\frac{q}{8m_1} \left(\operatorname{ctg} \frac{(\bar{y} + \bar{b})}{2} - \operatorname{ctg} \frac{(\bar{y} - \bar{b})}{2} \right), \qquad (2.125)$$

а у поверхности земли над дреной ($x = 0$, $y = 0$)

$$v_y = -\frac{q}{4m_1} \operatorname{ctg} \frac{\pi b}{4m_1}. \qquad (2.126)$$

Скорость входа фильтрационного потока в дрену ($x = 0$, $y = -b + r_д$)

$$v_в = -\frac{q}{8m_1} \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi r_д}{4m_1} + \operatorname{ctg} \frac{\pi b}{2m_1} \right) \approx -\frac{q}{2\pi r_д}. \qquad (2.127)$$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ К ДРЕНАМ В УСЛОВИЯХ ИНФИЛЬТРАЦИИ

В данной главе рассматриваются аналитические решения задач фильтрации к горизонтальным дренам в неоднородно-слоистых грунтах при наличии инфильтрационного питания. Наряду со схемами фильтрации, в которых питание водоносных слоев происходит только за счет инфильтрации, изучаются также схемы при совместном инфильтрационном и напорном питаниях и при совместном боковом притоке и инфильтрационном питании. Кроме решений в гидродинамической постановке, для чего используются результаты гл. 1, в § 4 рассмотрена известная схема трехслойного грунта, изучение которой можно ограничить задачей в гидравлической постановке. Полученные решения используются для построения инженерных методов фильтрационного расчета различных схем горизонтального дренажа, широко распространенных в мелиорации.

§ 1. Несовершенные дрены в двухслойном грунте с инфильтрационным питанием

Для однородного грунта конечной мощности и круглых дрен эта задача наиболее полно изучена в работах [4, 65, 148, 149, 153], причем в работе [65] — со строгими условиями на свободной поверхности. Для дрены в виде щели Н. Е. Жуковского решение для пласта безграничной мощности получено в работе [64], а для пласта конечной мощности — в работе [49]. Некоторые зарубежные исследования рассматриваемой фильтрационной задачи преимущественно в однородном грунте рассмотрены в работах [33, 146, 148]. В работах [134, 144, 166, 167] решения получены для двухслойного грунта, однако они рассматривались при существенных ограничениях и допущениях, в частности при выполнении условия $B > 4m$. Некоторые приближенные практические рекомендации по расчету этой схемы мелиоративного дренажа, с использованием также результатов наших исследований, изложены в работах [9, 26, 33, 38, 59, 83, 85, 95, 96, 98, 118, 141 и др.].

Приведем более строгое и полное решение указанной задачи для двухслойного грунта с последующим доведением его до вида, удобного для практического использования [45].

Как это принято и другими авторами [2, 4], задачу решаем при двух допущениях: а) слабоизогнутая поверхность грунтовых вод заменяется осредненной прямой линией, т. е. рассматривается фильтрационный поток с постоянной проводимостью T; б) вместо известного точного условия на свободной поверхности принимаем $v_y = -\varepsilon$, т. е. вертикальная составляющая скорости фильтрации на свободной поверхности равна интенсивности инфильтрации.

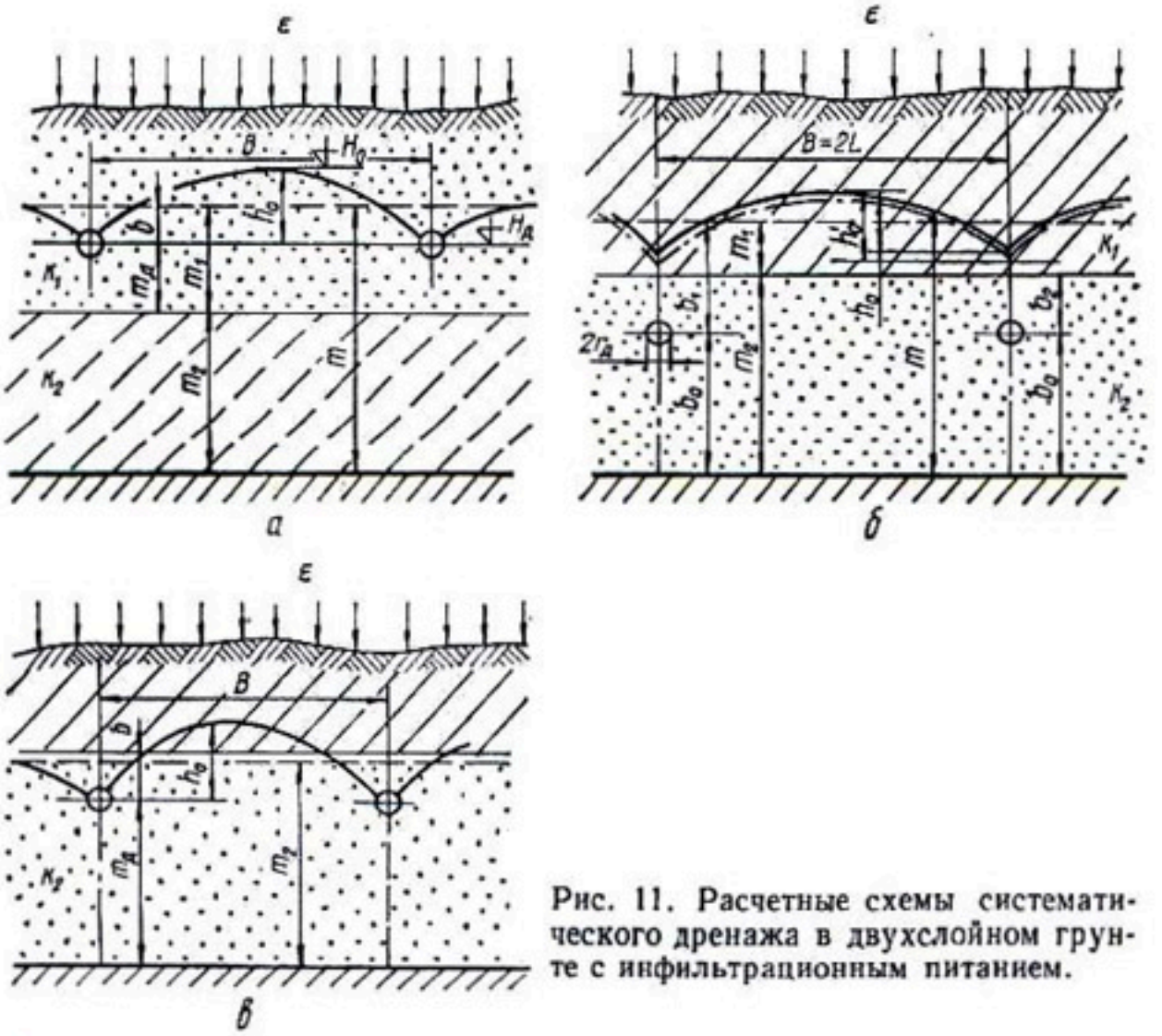


Рис. 11. Расчетные схемы систематического дренажа в двухслойном грунте с инфильтрационным питанием.

Принятые допущения, как указано в работах [2, 4, 134], не будут вносить существенной погрешности в практические расчеты. Используя выражение (1.45) для одиночного стока (дрены), методом суперпозиции после некоторых математических преобразований [45] найдем решение задачи фильтрации для бесконечного ряда параллельных дрен (рис. 11, *а*), расположенных на расстоянии B одна от другой (учитывая, что погонный расход дрены составляет $q = \varepsilon B$):

$$H(x, y) = \frac{\varepsilon B}{4\pi k_1}\left[\ln A_+ + \ln A_- + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' (\ln A_{n+} + \right.$$

$$\left. + \ln A_{n-} + \ln B_{n+} + \ln B_{n-})\right] + \frac{\varepsilon}{k_1} y + C; \qquad (3.1)$$

здесь параметры A и B определяются по формулам (2.73).

Предположим, что на контуре трубчатой дрены радиусом $r_д$ напор (уровень воды) равен $H_д$. Тогда, положив в уравнении (3.1) $x = 0$ и $y = -b + r_д$, найдем выражение для постоянной, подставляя которое в уравнение (3.1), получим окончательное выражение для напора

$$H(x, y) = H_д + \frac{\varepsilon}{k_1}(y + b - r_д) + \frac{\varepsilon B}{4\pi k_1}[\ln \overline{A} + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' (\ln \overline{A}_n + \ln \overline{B}_n)], \qquad (3.2)$$

где

$$\overline{A} = \frac{A_+ A_-}{(\operatorname{ch} 2\delta r_д - 1)[\operatorname{ch} 4\delta (b - 0{,}5 r_д) - 1]}, \quad \overline{A}_n = \frac{A_{n+}}{[\operatorname{ch} 4\delta (nm_0 + 0{,}5 r_д) - 1]} \times \\ \times \frac{A_{n-}}{[\operatorname{ch} 4\delta (nm_0 - b + 0{,}5 r_д) - 1]};$$

$$\overline{B}_n = \frac{B_{n+} B_{n-}}{[\operatorname{ch} 4\delta (nm_0 - 0{,}5 r_д) - 1][\operatorname{ch} 4\delta (nm_0 + b - 0{,}5 r_д) - 1]}.$$

Уравнение (3.2) при $y = 0$ с некоторым приближением может быть принято как уравнение кривой депрессии.

Запишем выражения для определения скоростей v_x и v_y в верхнем слое двухслойного грунта:

$$v_x = -k_1 \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\varepsilon \sin 2\delta x}{2}\left(\frac{1}{A_+} + \frac{1}{A_-} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' W_n(x, \varepsilon)\right); \qquad (3.3)$$

$$v_y = -k_1 \frac{\partial H}{\partial y} = -\frac{\varepsilon}{2}\left(\frac{A_+^0}{A_+} + \frac{A_-^0}{A_-} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' W_n(y, \varepsilon)\right) - \varepsilon, \qquad (3.4)$$

где

$$W_n(x, \varepsilon) = \frac{1}{A_{n+}} + \frac{1}{A_{n-}} + \frac{1}{B_{n+}} + \frac{1}{B_{n-}}; \qquad (3.5)$$

$$W_n(y, \varepsilon) = \frac{A_{n+}^0}{A_{n+}} + \frac{A_{n-}^0}{A_{n-}} + \frac{B_{n+}^0}{B_{n+}} + \frac{B_{n-}^0}{B_{n-}}, \qquad (3.6)$$

а параметры A^0 и B^0 определяются по формуле (2.79).

Для практических расчетов важно вычислить напор (уровень) и скорости в точке посредине между дренами ($x = 0{,}5B$, $y = -b$). При значениях $r_д \ll b$ и $r_д \ll m_0$

$$H_0 = H_д + \frac{\varepsilon B}{2\pi k_1}\left[\ln\left(\frac{B}{\pi r_д} \operatorname{cth} 2\delta b\right) + \sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln\left(\operatorname{cth} 2\delta (nm_0 + b) \times \right.\right. \\ \left.\left. \times \operatorname{cth}^2 2\delta n m_0 \operatorname{cth} 2\delta (nm_0 - b)\right)\right]; \qquad (3.7)$$

$$v_x = 0, \quad v_y = \frac{\varepsilon \operatorname{sh} 4\delta b}{2(\operatorname{ch} 4\delta b + 1)} - \varepsilon. \qquad (3.8)$$

Если в формулах (3.7) и (3.8) примем $b = 0$, то получим

$$v_x = 0, \quad v_y = -\varepsilon,$$

$$H_0 = H_д + \frac{\varepsilon B}{\pi k_1}\left(\ln\frac{B}{\pi r_д} + 2\sum_{n=1}^{\infty} c_n' \ln \operatorname{cth} 2\delta n m_0\right). \qquad (3.9)$$

Для определения напора над дреной $H_д^*$ в уравнении (3.2) необходимо положить $x = 0$ и $y = 0$. В этом случае, как нетрудно убедиться, также имеем $v_x = 0$ и $v_y = -\varepsilon$.

В приведенных формулах коэффициенты c_n' находятся по предыдущим рекомендациям и, в частности, по данным табл. 1.

В связи с тем что при определении превышения напора (уровня грунтовых вод) на междренье $h_0 = H_0 - H_д$ величина $b \approx 0{,}5h_0$ неизвестна, расчет выполняется с помощью последовательных приближений. Принимая в первом приближении $b = 0$ и $m_1 = m_д$, находим h_0, после чего расчет уточняется при $b = 0{,}5h_0$ и $m_1 = m_д + 0{,}5h_0$. С некоторым приближением при $b/m_1 \leqslant 0{,}1$ в расчетных формулах можно положить $b = 0$.

Из общего решения задачи получены простые формулы, удобные для практических расчетов. Так, формула (3.7) может быть аппроксимирована зависимостью

$$h_0 = H_0 - H_д = \frac{\varepsilon B}{k_1}\left(0{,}73 \lg\frac{B}{\pi r_д} + M_1\right), \qquad (3.10)$$

где величина M_1 определяется по графику рис. 6 или по данным табл. 4. При пользовании этим графиком необходимо учесть, что $B = 2L$.

При $B > 4m$ формулы (3.7) и (3.9) приближенно аппроксимируются зависимостью

$$h_0 = H_0 - H_д = \frac{\varepsilon B}{4T}\left(\frac{B}{2} + 4\Phi\right). \qquad (3.11)$$

Решив уравнение (3.11) относительно B, получим формулу для определения расстояния между дренами при заданной величине h_0 на междренье

$$B = 4\left[\sqrt{\Phi^2 + \frac{h_0 T}{2\varepsilon}} - \Phi\right]. \qquad (3.12)$$

Если условие $B \geqslant 4m$ не выполняется, то расстояние между дренами находят подбором по формуле (3.10).

Для практических расчетов скоростей v_x и v_y в случае двухслойного грунта можно воспользоваться приближенной формулой (2.86), в которой скорость v_{1i} в однородном грунте мощностью $m_i = m_1$ при $k_2 = 0$ ($\lambda = 1$) и скорость v_{3i} в однородном грунте мощностью $m_i = m_1 + m_2$ при $k_1 = k_2$ ($\lambda = 0$) можно определить по формулам (3.3) и (3.4), положив в них $c_n' = 1$ и $m_0 = m_i$; скорость v_{2i} в однородном грунте мощностью $m_i = m_1$ при $k_2 \to \infty$ ($\lambda = -1$) — также по формулам (3.3) и (3.4), но при $c_n' = (-1)^n$ и $m_0 = m_i = m_1$.

B/m_1	k_1/k_2 / m_1/m_2	∞	100	25	10	5
10	0,5	0,52	0,52	0,51	0,48	0,45
	1,0	0,52	0,52	0,49	0,45	0,39
	2,0	0,52	0,52	0,48	0,42	0,34
	3,0	0,52	0,51	0,48	0,41	0,32
	7,0	0,52	0,51	0,47	0,40	0,31
	10,0	0,52	0,51	0,47	0,40	0,31
20	0,5	1,55	1,54	0,51	1,45	1,37
	1,0	1,55	1,53	1,48	1,37	1,22
	2,0	1,55	1,52	1,45	1,26	1,03
	4,0	1,55	1,51	1,40	1,15	0,82
	6,0	1,55	1,51	1,38	1,10	0,75
	10,0	1,55	1,50	1,37	1,07	0,72
40	0,5	3,84	3,81	3,74	3,62	3,43
	1,0	3,84	3,79	3,66	3,42	3,08
	2,0	3,84	3,76	3,56	3,17	2,67
	4,0	3,84	3,70	3,37	2,82	2,08
	6.0	3,84	3,66	3,22	2,58	1,76
	10.0	3,84	3,60	3,02	2,28	1,54
100	0,5	11,05	11,00	10,80	10,45	10.00
	1,0	11,05	10,95	10,60	9,95	9,00
	2,0	11,05	10,90	10,20	9,10	7,70
	3,0	11,05	10,85	9,90	8,35	6.70
	5,0	11,05	10,75	9,30	7.10	5,20
	7,0	11,05	10,65	8,90	6,20	4,15
	10	11,05	10,55	8,15	5,20	3,30

При вычислении этих скоростей можно ограничиться (особенно при $B/m \leqslant 4$) удержанием 1—3-х членов ряда. Вычисление этих скоростей существенно упрощается в характерных сечениях области фильтрации. Так, в сечении между дренами ($x = 0{,}5\ B$) имеем

$$v_{1x} = v_{2x} = v_{3x} = 0,$$

$$v_{1,3y} = -\frac{\varepsilon}{2}\left(\frac{A^0_+}{A'_+} + \frac{A^0_-}{A'_-} + \sum_{n=1}^{\infty} W'_n(y,\ \varepsilon)\right) - \varepsilon; \qquad (3.13)$$

где

$$v_{2y} = -\frac{\varepsilon}{2}\left(\frac{A^0_+}{A'_+} + \frac{A^0_-}{A'_-} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n W'_n(y,\ \varepsilon)\right) - \varepsilon, \qquad (3.14)$$

$$W'_n(y,\ \varepsilon) = \frac{A^0_{n+}}{A'_{n+}} + \frac{A^0_{n-}}{A'_{n-}} + \frac{B^0_n}{B'_{n+}} + \frac{B^0_{n-}}{B'_{n-}}; \qquad (3.15)$$

$$A'_{\pm} = \operatorname{ch} 2\delta(y \pm b) + 1, \quad A'_{n\pm} = \operatorname{ch} 2\delta(y - 2nm_i \pm b) + 1;$$

$$B'_{n\pm} = \operatorname{ch} 2\delta(y + 2nm_i \pm b) + 1.$$

Таблица 4

3	1	0,33	0,2	0,1	0,04	0,01
0,39	0,23	—0,03	—0,12	—0,18	—0,24	—0,26
0,32	0,11	—0,10	—0,16	—0,22	—0,26	—0,27
0,26	0,03	—0,14	—0,19	—0,24	—0,27	—0,28
0,23	0,01	—0,16	—0,20	—0,24	—0,27	—0,28
0,22	0	—0,17	—0,21	—0,25	—0,28	—0,29
0,22	0	—0,17	—0,22	—0,25	—0,28	—0,29
1,25	0,88	0,30	0,10	—0,13	—0,35	—0,44
1,04	0,52	0,01	—0,17	—0,32	—0,43	—0,47
0,80	0,23	—0,17	—0,28	—0,39	—0,40	—0,48
0,56	0,07	—0,26	—0,34	—0,41	—0,47	—0,49
0,47	0,03	—0,29	—0,36	—0,42	—0,47	—0,50
0,42	0	—0,30	—0,38	—0,43	—0,48	—0,50
3,20	2,29	1,06	0,44	—0,03	—0,43	—0,62
2,70	1,55	0,41	0,03	—0,30	—0,55	—0,68
2,05	0,85	0	—0,24	—0,48	—0,63	—0,71
1,43	0,36	—0,33	—0,45	—0,60	—0,66	—0,72
1,13	0,17	—0,42	—0,52	—0,64	—0,68	—0,73
0,88	0,05	—0,48	—0,57	—0,66	—0,70	—0,73
9,50	7,00	3,40	1,90	0,95	—0,10	—0,75
8,05	5,00	2,00	1,00	0,10	—0,55	—0,80
6,40	3,05	0,95	0,13	—0,43	—0,75	—0,95
5,20	2,10	0,30	—0,30	—0,65	—0,85	—0,98
3,60	1,20	—0,25	—0,60	—0,75	—0,90	—1,00
2,65	0,75	—0,50	—0,70	—0,83	—0,95	—1,02
1,85	0,45	—0,65	—0,78	—0,90	—0,95	—1,05

В сечении по оси дрен ($x = 0$) $v_{1x} = v_{2x} = v_{3x} = 0$, а скорости v_{1y}, v_{2y} и v_{3y} также определяются по зависимостям (3.13) и (3.14), в которых при вычислении параметров A' и B' единицу следует вычитать. Так как в практических расчетах зачастую можно положить $b = 0$, то расчетные формулы упрощаются:

$$v_{1,3y} = -\varepsilon\left[\frac{\operatorname{sh} 2\delta y}{\operatorname{ch} 2\delta y \pm 1} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\operatorname{sh} 2\delta (y - 2nm_i)}{\operatorname{ch} 2\delta (y - 2nm) \pm 1} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{\operatorname{sh} 2\delta (y + 2nm_i)}{\operatorname{ch} 2\delta (y + 2nm_i) \pm 1}\right)\right] - \varepsilon; \qquad (3.16)$$

$$v_{2,y} = -\varepsilon\left[\frac{\operatorname{sh} 2\delta y}{\operatorname{ch} 2\delta y \pm 1} + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{\operatorname{sh} 2\delta (y - 2nm_i)}{\operatorname{ch} 2\delta (y - 2nm_i) \pm 1} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{\operatorname{sh} 2\delta (y + 2nm_i)}{\operatorname{ch} 2\delta (y + 2nm_i) \pm 1}\right)\right] - \varepsilon; \qquad (3.17)$$

знак плюс перед единицей соответствует сечению $x = 0{,}5B$, знак минус — сечению $x = 0$.

При $B > 4m$, т. е. когда сходимость рядов несколько ухудшается, согласно данным работы [2], для сечения $x = 0{,}5B$ можно принять

$$v_{1,3y} = -\varepsilon\left(1 + \frac{y}{m_д + b}\right). \qquad (3.18)$$

При расположении дрены в нижнем слое со свободной поверхностью грунтовых вод в верхнем слое (рис. 11, *б*) расчет выполняется также по формуле (3.12), в которой сопротивление Φ рассчитывается по формуле (4.5) (см. гл. 4), а вместо превышения уровня в верхнем слое h_0 принимается превышение напора в нижнем слое

$$h_0' = h_0 - \frac{\varepsilon}{k_1} m_1. \qquad (3.19)$$

При расположении дрены и практически свободной поверхности в нижнем слое (рис. 11, *в*) сопротивление в формуле (3.12) принимается как для однородного грунта мощностью m_2 (см. формулу (4.3)).

Если в расчетных формулах положить $k_2 = 0$ ($\lambda = 1$) или $k_1 = k_2$ ($\lambda = 0$), то получим зависимости для определения напоров и скоростей в однородном грунте мощностями m_1 и $m = m_1 + m_2$. Интересно сопоставить их с решением данной задачи для однородного грунта, полученным при известных строгих граничных условиях на свободной поверхности. Тогда, согласно [65], при $B \geqslant 4m_0$ предлагаются следующие приближенные зависимости: максимальное превышение кривой депрессии относительно ее положения в створе дрены

$$h_0 = \frac{\varepsilon B}{k}\left(\frac{B}{8m_0} - 0{,}73 \lg 2 \sin \frac{\pi b_0}{2m_0}\right); \qquad (3.20)$$

превышение отметки над дреной $(1 - \varepsilon/k)\, b_0$ над напором в дрене $H_д$

$$\overline{h}_д' = \left(1 - \frac{\varepsilon}{k}\right) b_0 - H_д = \frac{\varepsilon B}{k}\left(0{,}366 \lg \frac{B}{2\pi r_д} + R'\right), \qquad (3.21)$$

где

$$R' = -\frac{b_0^2}{2Bm_0} + 0{,}366 \lg \frac{4m_0}{B} - 0{,}366 \lg \operatorname{tg} \frac{\pi m_д}{2m_0};$$

$m_0 = m_д + b_0$; b_0 — превышение кривой депрессии в створе дрены над ее осью (обычно в расчетах эта величина задается); $m_д$ — мощность грунта, лежащего ниже дрены. При $b_0/m_0 \leqslant 0{,}1$ формулы (3.20) и (3.21) можно упростить:

$$h_0 = \frac{\varepsilon B}{k}\left(\frac{B}{8m_0} + 0{,}73 \lg \frac{m_0}{\pi b_0}\right); \qquad (3.22)$$

$$h_д' = 0{,}366 \frac{\varepsilon B}{k} \lg \frac{b_0}{r_д}. \qquad (3.23)$$

Наконец, если в формулах (3.22) и (3.23) положить $b_0 = r_д$, т. е. при выклинивании кривой депрессии в дрену, то получим

$$h_0 = \frac{\varepsilon B}{4km_д}\left(\frac{B}{2} + 4\Phi(m_д)\right) \quad \text{и} \quad h_д' = 0.$$

Таким образом, приходим к зависимости (3.11), в которой в качестве расчетной мощности принимается мощность $m_д$. Из (3.23) также следует, что во многих практических случаях значение напора в дрене мало отличается от значения уровня кривой депрессии над дреной.

Ниже приведены значения h_0 при различных значениях k_2 (B = = 100 м; $\varepsilon = 0{,}01$ м/сут; $m_1 = 5$, $m_2 = 12$ м; $b = 0$; $r_д = 0{,}2$ м и $k_1 = 1$ м/сут), иллюстрирующие изменение превышения кривой депрессии в зависимости от изменения коэффициента фильтрации нижнего слоя:

k_2, м/сут	0	0,2	1,0	5,6	100	∞
h_0, м	3,15	2,55	1,78	1,27	1,10	1,085

§ 2. Несовершенные дрены в двухслойном грунте с инфильтрационным и напорным питаниями

Рассмотрим водоносную толщу, состоящую из двух слоев грунта, например верхнего слоя, сложенного из супесей, легких суглинков и песков, и нижнего слоя, сложенного из тяжелых суглинков, глин и других грунтов, т. е. из любых сочетаний слоев грунтов, которые можно встретить в геологическом строении мелиоративных систем. Для однородного грунта эта задача подробно изучена в работах [5, 20, 49, 144, 148], причем в работе [65] она решена с учетом строгих условий на свободной поверхности. Некоторые частные случаи расчета данной схемы в двухслойном грунте рассматривались в работах [155, 166, 167]. Ниже приводится решение аналогичной задачи для двухслойного грунта при граничных условиях и предпосылках, принятых в предыдущем параграфе, и при постоянном напоре в нижележащем напорном горизонте [77, 78]. С помощью выражений (1.53) и (1.54) для одиночного стока (дрены) методом сложения найдем зависимости для определения напоров H_1 и H_2 в случае бесконечного числа дрен, расположенных в верхнем слое на расстоянии B одна от другой (рис. 12):

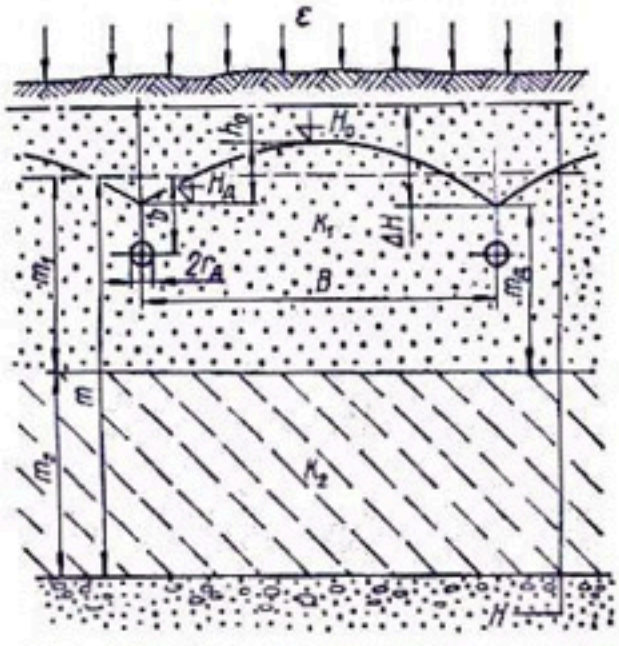


Рис. 12. Расчетная схема систематического дренажа в двухслойном грунте с инфильтрационным и напорным питаниями.

$$H_1(x, y) = \frac{q}{4\pi k_1}\left[\ln A_+ + \ln A_- - \sum_{n=1}^{\infty} d_n' (\ln A_{n+} + \ln A_{n-} +\right.$$

$$+ \ln B_{n+} + \ln B_{n-})\Big] + \frac{\varepsilon}{k_1} y + C_1; \qquad (3.24)$$

$$H_2(x, y) = \frac{q(1-\lambda)}{4\pi k_2} \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{d_n} \left(\ln \frac{A_{n+}}{B^*_{n+}} + \ln \frac{A_{n-}}{B^*_{n-}} \right) + \frac{\varepsilon}{k_2} y + C_2, \qquad (3.25)$$

где

$$B^*_{n\pm} = \operatorname{ch} 2\delta (y + 2nm_0 + 2m \pm b) - \cos 2\delta x, \qquad (3.26)$$

а параметры A, A_n и B_n определяются по формулам (2.73). Запишем выражения для определения скоростей v_x и v_y в верхнем слое двухслойного грунта:

$$v_x = -k_1 \frac{\partial H_1}{\partial x} = \frac{q \sin 2\delta x}{2B} \left[\left(\frac{1}{A_+} + \frac{1}{A_-} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} d'_n W_n(x, \varepsilon) \right]; \qquad (3.27)$$

$$v_y = -k_1 \frac{\partial H_1}{\partial y} = -\frac{q}{2B} \left[\frac{A^0_+}{A_+} + \frac{A^0_-}{A_-} - \sum_{n=1}^{\infty} d'_n W_n(y, \varepsilon) \right] - \varepsilon. \qquad (3.28)$$

Определим постоянные C_1 и C_2. Если H — напор в нижележащем горизонте, то чтобы удовлетворить условию $H_2 = H$ при $y = -m$, постоянную C_2 следует принять равной $H + \frac{\varepsilon}{k_2} m$. Постоянную C_1 найдем при совместном решении уравнений (3.24) и (3.25) относительно границы слоев $y = -m_1$, на которой $H_1 = H_2$. Тогда окончательно выражение для определения напора H_1 в верхнем слое имеет вид

$$H_1(x, y) = H + \frac{\varepsilon}{k_1}(y + m_1) + \frac{\varepsilon}{k_2} m_2 + \frac{q}{4\pi k_1} \left[\ln \frac{A_+}{A_+(m_1)} + \right.$$

$$+ \ln \frac{A_-}{A_-(m_1)} - \sum_{n=1}^{\infty} d'_n \left(\ln \frac{A_{n+}}{A_{n+}(m_1)} + \ln \frac{A_{n-}}{A_{n-}(m_1)} + \ln \frac{B_{n+}}{B_{n+}(m_1)} + \right.$$

$$\left. \left. + \ln \frac{B_{n-}}{B_{n-}(m_1)} \right) \right] + \frac{q(1-\lambda)}{4\pi k_2} \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{d_n} \left(\ln \frac{A_{n+}}{B^*_{n+}(m_1)} + \ln \frac{A_{n-}}{B^*_{n-}(m_1)} \right). \qquad (3.29)$$

Здесь параметры $A(m_1)$, $A_n(m_1)$, $B_n(m_1)$ и $B^*_n(m_1)$ определяются по соответствующим зависимостям, в которых необходимо принимать $y = -m_1$.

Если известен напор (уровень) $H_д$ на дрене в точке с координатами $x = 0$, $y = -b + r_д$, то, разрешив уравнение (3.29) относительно q, получим следующую зависимость для определения общего погонного расхода дрены:

$$q = \frac{k_1 \left[\Delta H + \frac{\varepsilon}{k_1} (m_1 - b - r_д) + \frac{\varepsilon}{k_2} m_2 \right)}{0{,}366 \lg \frac{\operatorname{sh} \delta (m_1 - b) \operatorname{sh} \delta (m_1 + b)}{\operatorname{sh} \delta r_д \operatorname{sh} \delta (2b + r_д)} + E}, \qquad (3.30)$$

где $\Delta H = H - H_д$. Расход инфильтрационного питания

$$q_в = \varepsilon B, \tag{3.31}$$

тогда расход, поступающий из напорного горизонта,

$$q_н = q - q_в. \tag{3.32}$$

Напор (уровень) H_0 посредине между дренами в точке с координатами $x = 0{,}5B$, $y = 0$

$$H_0 = H + \frac{\varepsilon}{k_1} m_1 + \cdot$$

$$+ \frac{\varepsilon}{k_2} m_2 - \frac{q}{k_1}\left[0{,}366 \lg \frac{\operatorname{ch} \delta (m_1 - b) \operatorname{ch} \delta (m_1 + b)}{\operatorname{ch}^2 \delta b} + E_0\right]. \tag{3.33}$$

Превышение напора (уровня)

$$h_0 = H_0 - H_д = \frac{\varepsilon}{k_1}(b + r_д) +$$

$$+ \left[\Delta H + \frac{\varepsilon}{k_1}(m_1 - b - r_д) + \frac{\varepsilon}{k_2} m_2\right](1 - R_0), \tag{3.34}$$

где

$$R_0 = \frac{0{,}366 \lg \dfrac{\operatorname{ch} \delta (m_1 - b) \operatorname{ch} \delta (m_1 + b)}{\operatorname{ch}^2 \delta b} + E_0}{0{,}366 \lg \dfrac{\operatorname{sh} \delta (m_1 - b) \operatorname{sh} (m_1 + b)}{\operatorname{sh} \delta r_д \operatorname{sh} (2b + r_д)} + E}; \tag{3.35}$$

$$E = 0{,}73 \frac{k_1}{k_1 + k_2} \cdot \left[\lg \frac{\operatorname{sh} \delta (2m + b - m_1) \operatorname{sh} \delta (2m - b - m_1)}{\operatorname{sh} \delta (m_1 - b) \operatorname{sh} \delta (m_1 + b)} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \lg \frac{\operatorname{sh} \delta (2m + 2nm_0 + b - m_1) \operatorname{sh} \delta (2m + 2nm_0 - b - m_1)}{\operatorname{sh} \delta (m_1 + 2nm_0 - b) \operatorname{sh} \delta (m_1 + 2nm_0 + b)}\right] -$$

$$- 0{,}366 \sum_{n=1}^{\infty} d_n \lg \frac{\operatorname{sh} \delta (m_1 + 2nm_0 + b) \operatorname{sh} \delta (m_1 + 2nm_0 - b)}{\operatorname{sh}^2 2\delta n m_0} \times$$

$$\times \frac{\operatorname{sh} \delta (2nm_0 + b - m_1) \operatorname{sh} \delta (2nm_0 - b - m_1)}{\operatorname{sh} 2\delta (nm_0 + b) \operatorname{sh} 2\delta (nm_0 - b)}; \tag{3.36}$$

$$E_0 = 0{,}73 \frac{k_1}{k_1 + k_2} \cdot \left[\lg \frac{\operatorname{ch} \delta (2m + b - m_1) \operatorname{ch} \delta (2m - b - m_1)}{\operatorname{ch} \delta (m_1 - b) \operatorname{ch} \delta (m_1 + b)} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \lg \frac{\operatorname{ch} \delta (2m + 2nm_0 + b - m_1) \operatorname{ch} \delta (2m + 2nm_0 - b - m_1)}{\operatorname{ch} \delta (m_1 + 2nm_0 - b) \operatorname{ch} \delta (m_1 + 2nm_0 + b)}\right] -$$

$$- 0{,}366 \sum_{n=1}^{\infty} d_n \lg \frac{\operatorname{ch} \delta (m_1 + 2nm_0 + b) \operatorname{ch} \delta (m_1 + 2nm_0 - b)}{\operatorname{ch}^2 \delta (2nm_0 + b)} \times$$

$$\times \frac{\operatorname{ch} \delta (2nm_0 + b - m_1) \operatorname{ch} \delta (2nm_0 - b - m_1)}{\operatorname{ch}^2 \delta (2nm_0 - b)}. \tag{3.37}$$

Для случая, когда $b = 0$, расчетные формулы (3.30), (3.33) и (3.34) упрощаются:

$$q = \frac{k_1\left[\Delta H + \frac{\varepsilon}{k_1}(m_1 - r_д) + \frac{\varepsilon}{k_2} m_2\right]}{0{,}73 \lg \frac{\operatorname{sh} \delta m_1}{\delta r_д} + \bar{E}}; \tag{3.38}$$

$$H_0 = H + \frac{\varepsilon}{k_1} m_1 + \frac{\varepsilon}{k_2} m_2 - \frac{q}{k_1}(0{,}73 \lg \operatorname{ch} \delta m_1 + \bar{E}_0); \tag{3.39}$$

$$h_0 = \frac{\varepsilon}{k_1} r_д + \left[\Delta H + \frac{\varepsilon}{k_1}(m_1 - r_д) + \frac{\varepsilon}{k_2} m_2\right](1 - \bar{R}_0), \tag{3.40}$$

где

$$\bar{R}_0 = \frac{0{,}73 \lg \operatorname{ch} \delta m_1 + \bar{E}_0}{0{,}73 \lg \frac{\operatorname{sh} \delta m_1}{\delta r_д} + \bar{E}}; \tag{3.41}$$

$$\bar{E} = 1{,}46 \frac{k_1}{k_1 + k_2}\left[\lg \frac{\operatorname{sh} \delta (2m - m_1)}{\operatorname{sh} \delta m_1} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} d_n'' \lg \frac{\operatorname{sh} \delta (2m + 2nm_0 - m_1)}{\operatorname{sh} \delta (2nm_0 + m_1)}\right] -$$

$$- 0{,}73 \sum_{n=1}^{\infty} d_n' \lg \frac{\operatorname{sh} \delta (m_1 + 2nm_0) \operatorname{sh} \delta (2nm_0 - m_1)}{\operatorname{sh}^2 2\delta n m_0}; \tag{3.42}$$

$$\bar{E}_0 = 1{,}46 \frac{k_1}{k_1 + k_2}\left[\lg \frac{\operatorname{ch} \delta (2m - m_1)}{\operatorname{ch} \delta m_1} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} d_n'' \lg \frac{\operatorname{ch} \delta (2m + 2nm_0 - m_1)}{\operatorname{ch} \delta (2nm_0 + m_1)}\right] -$$

$$- 0{,}73 \sum_{n=1}^{\infty} d_n' \lg \frac{\operatorname{ch} \delta (m_1 + 2nm_0) \operatorname{ch} \delta (2nm_0 - m_1)}{\operatorname{ch}^2 2\delta n m_0}. \tag{3.43}$$

Приведенные расчетные формулы существенно упрощаются при больших и малых значениях B/m_1. Так, при $B/m_1 > 5$ и $b \neq 0$ указанные формулы приводятся к следующему виду:

$$q = \frac{k_1\left[\Delta H + \frac{\varepsilon}{k_1}(m_1 - b - r_д) + \frac{\varepsilon}{k_2} m_2\right]}{0{,}366 \lg \frac{m_1^2 - b^2}{r_д (2b + r_д)} + E}; \tag{3.44}$$

$$H_0 = H + \frac{\varepsilon}{k_1} m_1 + \frac{\varepsilon}{k_2} m_2 -$$

$$-\frac{q}{k_1}\left[0{,}366\lg\frac{[2B^2+\pi^2(m_1-b)^2][2B^2+\pi^2(m_1+b)^2]}{(2B^2+\pi^2b^2)^2}+E_0\right]; \quad (3.45)$$

$$R_0=\frac{0{,}366\lg\dfrac{[2B^2+\pi^2(m_1-b)^2][2B^2+\pi^2(m_1+b)^2}{(2B^2+\pi^2b^2)^2}+E_0}{0{,}366\lg\dfrac{m_1^2-b^2}{r_д(2b+r_д)}+E}. \quad (3.46)$$

В случае, когда $B/m_1>5$ и $b=0$,

$$q=\frac{k_1\left[\Delta H+\frac{\varepsilon}{k_1}(m_1-r_д)+\frac{\varepsilon}{k_2}m_2\right]}{0{,}73\lg\frac{m_1}{r_д}+\overline{E}}; \quad (3.47)$$

$$H_0=H+\frac{\varepsilon}{k_1}m_1+\frac{\varepsilon}{k_2}m_2-\frac{q}{k_1}[0{,}73\lg(1+0{,}5\delta^2m_1^2)+\overline{E}_0]; \quad (3.48)$$

$$\overline{R}_0=\frac{0{,}73\lg(1+0{,}5\delta^2m_1^2)+\overline{E}_0}{0{,}73\lg\frac{m_1}{r_д}+\overline{E}}. \quad (3.49)$$

При значениях $B/m_1<1$ и $b\neq 0$

$$q=\frac{k_1\left[\Delta H+\frac{\varepsilon}{k_1}(m_1-b-r_д)+\frac{\varepsilon}{k_2}m_2\right]}{\frac{m_1}{B}+0{,}73\lg\frac{B}{2\pi\sqrt{r_д(2b+r_д)}}+E}; \quad (3.50)$$

$$H_0=H+\frac{\varepsilon}{k_1}m_1+\frac{\varepsilon}{k_2}m_2-\frac{q}{k_1}\left(\frac{m_1}{B}-0{,}73\lg 2\operatorname{ch}\delta b+E_0\right); \quad (3.51)$$

$$R_0=\frac{\frac{m_1}{B}-0{,}73\lg 2\operatorname{ch}\delta b+E_0}{\frac{m_1}{B}+0{,}73\lg\frac{B}{2\pi\sqrt{r_д(2b+r_д)}}+E}. \quad (3.52)$$

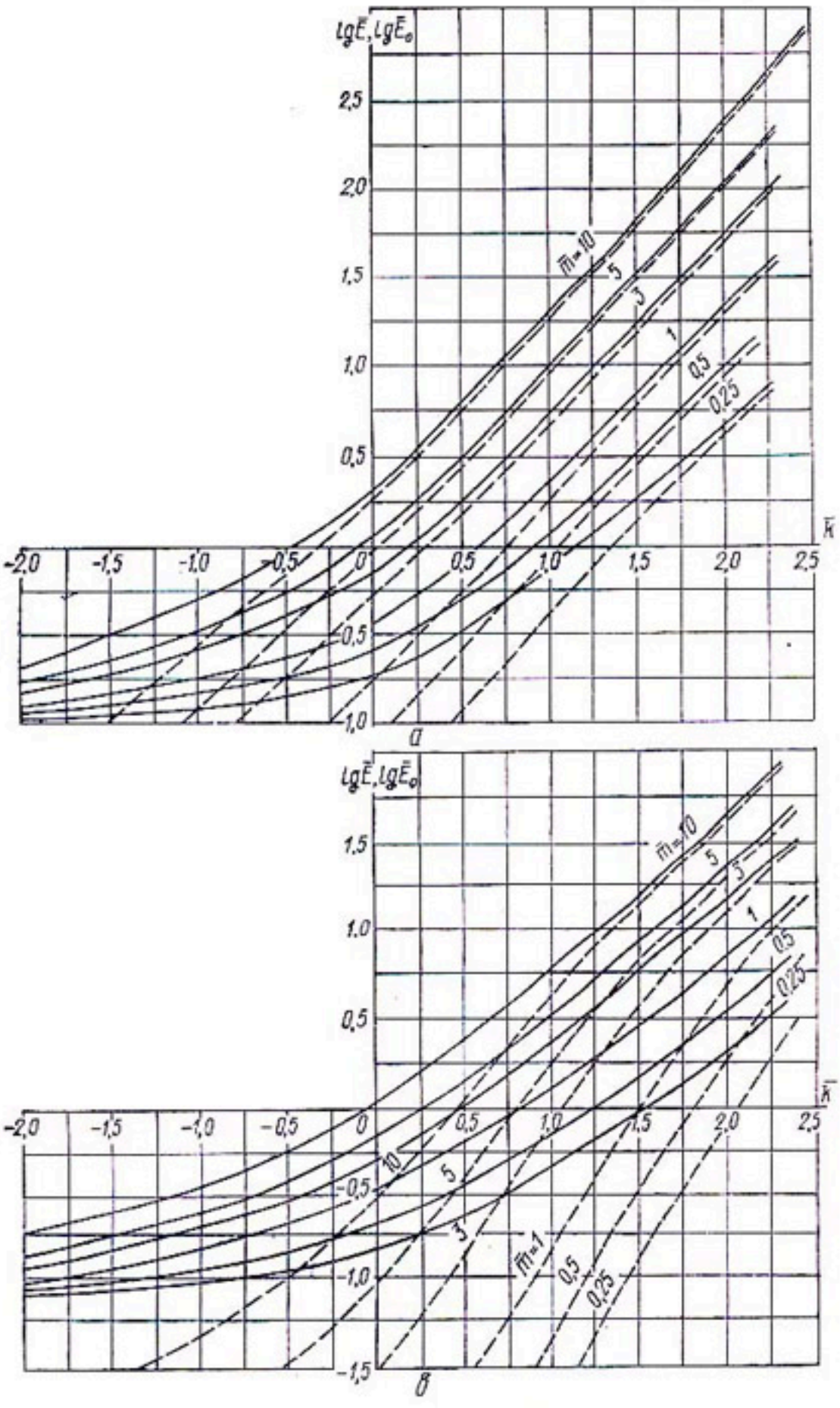
При том же условии и $b=0$ получим

$$q=\frac{k_1\left[\Delta H+\frac{\varepsilon}{k_1}(m_1-r_д)+\frac{\varepsilon}{k_2}m_2\right]}{\frac{m_1}{B}-0{,}73\lg 2\delta r_д+\overline{E}}; \quad (3.53)$$

$$H_0=H+\frac{\varepsilon}{k_1}m_1+\frac{\varepsilon}{k_2}m_2-\frac{q}{k_1}\left(\frac{m_1}{B}-0{,}22+\overline{E}_0\right); \quad (3.54)$$

$$\overline{R}_0=\frac{\frac{m_1}{B}-0{,}22+\overline{E}_0}{\frac{m_1}{B}-0{,}73\lg 2\delta r_д+\overline{E}}. \quad (3.55)$$

Для практических расчетов на основании формул (3.36), (3.37), (3.42) и (3.43) получены следующие аппроксимирующие их зависи-



мости для определения величин E, E_0, $\bar{E}$ и $\bar{E}_0$. Так, для подсчета величин $\bar{E}$ и $\bar{E}_0$ в зависимости от соотношений $\bar{k} = \lg \nu$, $\bar{m} = m_2/m_1$, B/m_1 предлагаются расчетные графики на рис. 13. Величины E и E_0 приближенно определяются как

$$E = \xi\bar{E}, \quad E_0 = \xi\bar{E}_0, \tag{3.56}$$

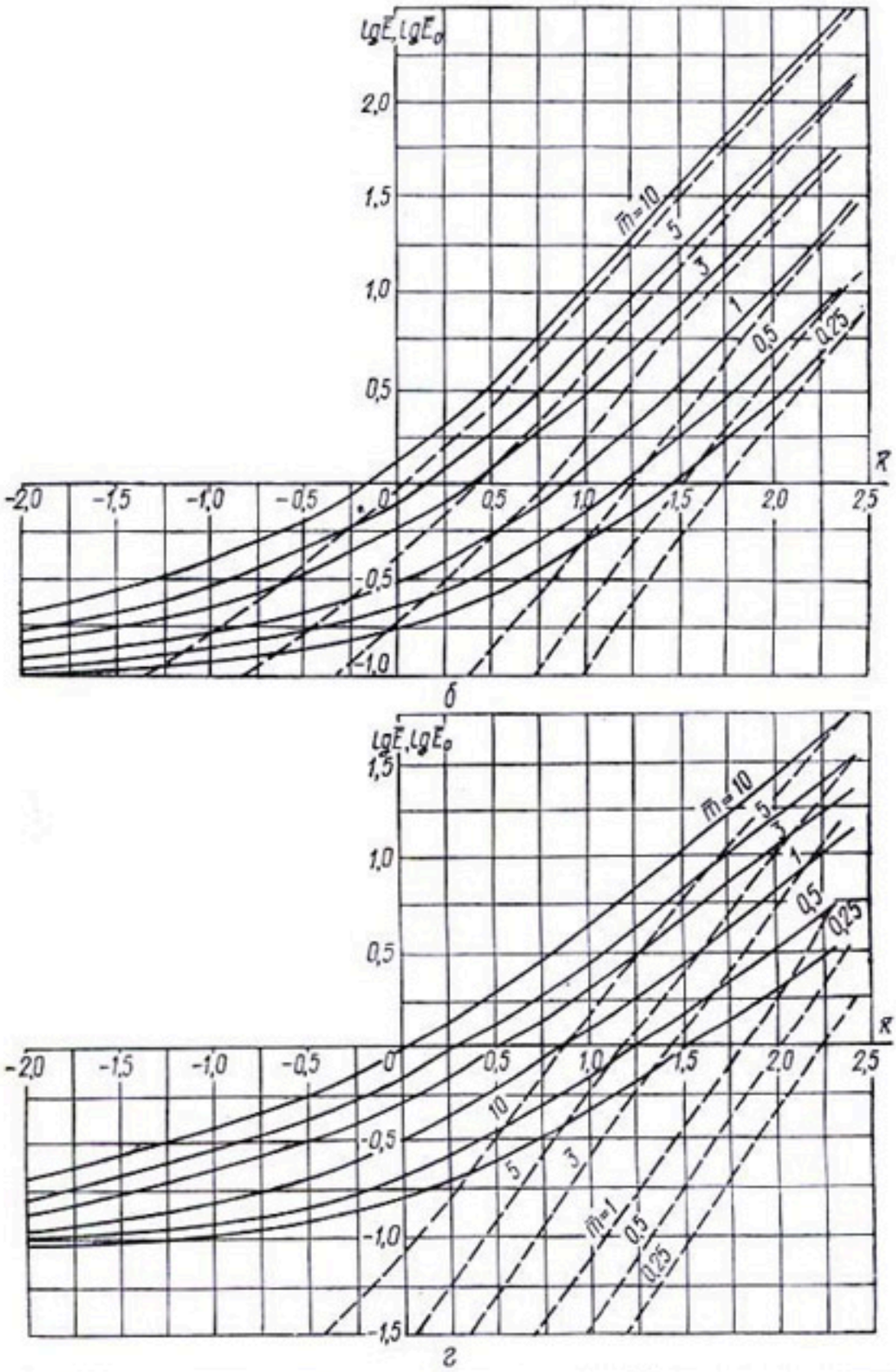


Рис. 13. Графики для определения параметров $\bar{E}$ (сплошная линия) и $\bar{E}_0$ (штриховая линия) при значениях $B/m_1 = 5$ (*а*), 10 (*б*), 20 (*в*) и более 40 (*г*).

где поправочный коэффициент ξ находят по графику $\xi = f(\bar{k}, \bar{b})$ (рис. 14), на котором принято $\bar{k} = \lg \nu$ и $\bar{b} = b/m_1$. В табл. 5 для некоторых отношений B/m_1, $\bar{m} = m_2/m_1$ и $\nu = k_1/k_2$ приведены значения $\bar{E}$ и $\bar{E}_0$, вычисленные методом ЭГДА и из графиков. Видно, что расчетные значения находятся в хорошем согласии с данными, найденными опытным путем.

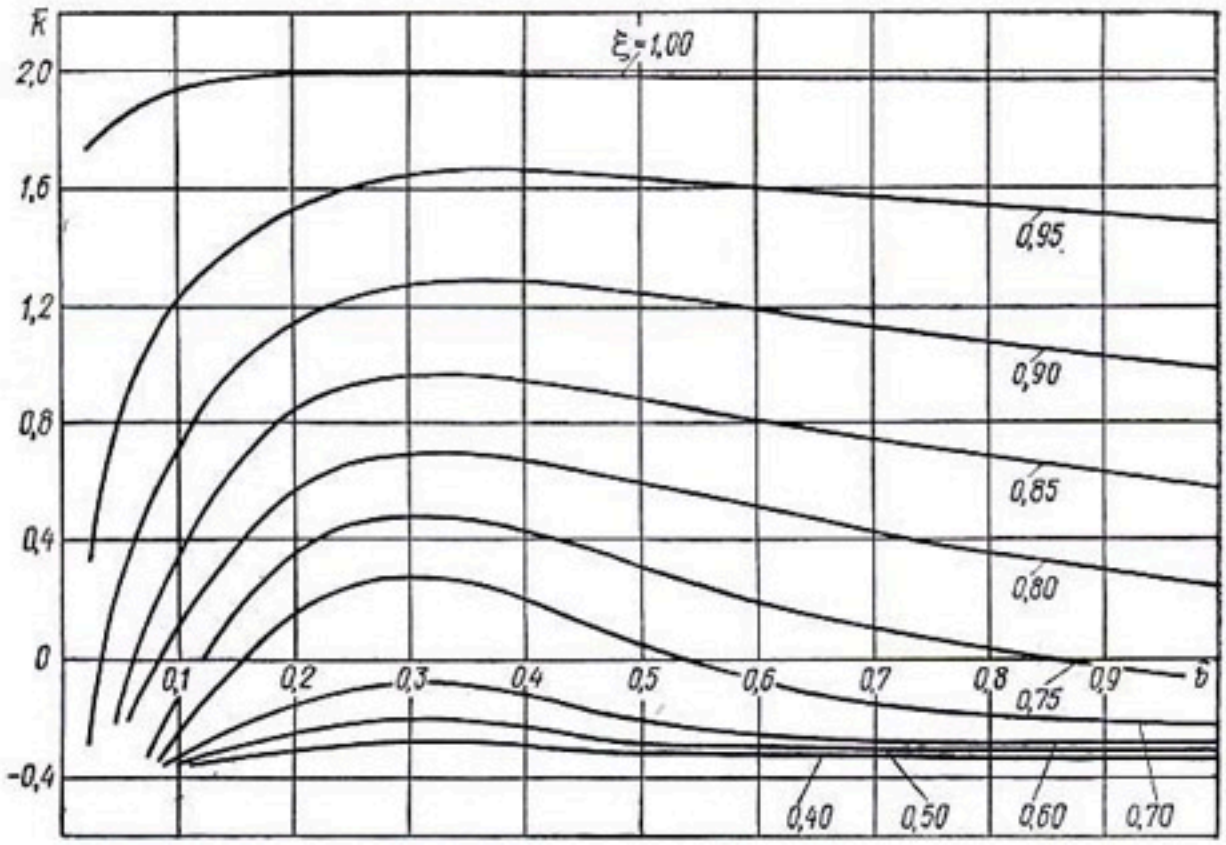


Рис. 14. График для определения поправочного коэффициента ξ.

Используя метод фильтрационных сопротивлений, при $B > 4m$ предложенные зависимости можно упростить к следующему удобному для расчетов виду:

$$q = \frac{k_1\left[\Delta H + \frac{\varepsilon}{k_1}(m_1 - b) + \frac{\varepsilon}{k_2} m_2\right]}{\Phi}; \qquad (3.57)$$

$$h_0 = \frac{\varepsilon}{k_1} b + \left[\Delta H + \frac{\varepsilon}{k_1}(m_1 - b) + \frac{\varepsilon}{k_2} m_2\right](1 - R_0), \qquad (3.58)$$

Таблица 5

$\frac{B}{m_1}$	$\overline{m} = \frac{m_2}{m_1}$	$\nu = \frac{k_1}{k_2}$	$\overline{E}$		$\overline{E}_0$	
			Графич.	По методу ЭГДА	Графич.	По методу ЭГДА
5	1	16,6	3,80	3,90	3,16	3,35
	5	16,6	17,00	17,50	15,90	16,80
	10	16,6	36,30	33,90	32,40	33,08
	1	113,0	25,10	22,20	21,90	21,20
	1	155,0	32,40	30,40	30,60	30,30
	5	155,0	170,00	165,00	159,00	160,00
20	1	14,6	1,68	1,80	0,32	0,37
	5	14,6	4,68	4,77	2,95	3,35
	5	115,0	26,90	28,70	25,10	26,50
40	1	11,5	1,33	1,41	0,10	0,12
	5	11,5	3,16	3,00	0,71	0,74
	10	11,5	4,80	4,66	1,87	2,19
	5	140,5	21,50	20,50	17,00	16,30

или

$$h_0 = \frac{\varepsilon}{k_1} b + \frac{q}{k_1} (\bar{\Phi} - U); \tag{3.59}$$

где $R_0 = U/\bar{\Phi}$ (методика определения сопротивлений u и $\bar{\Phi}$ приводится в следующей главе).

Если в расчетных формулах положить $\varepsilon = 0$, то получим рекомендации для расчета горизонтального дренажа в двухслойном грунте с питанием снизу только за счет напорных грунтовых вод. При $k_2 \to \infty$ и $k_2 = k_1$ приведенные формулы превращаются в известные зависимости для однородного грунта.

Чтобы убедиться в этом, в качестве примера из формул (3.47) и (3.53) найдем зависимости для однородного грунта мощностью m_1. В этом случае $k_2 \to \infty$, $\lambda = -1$ и из формулы (3.42) получаем

$$\bar{E} = -0{,}73 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \lg \frac{\operatorname{sh} \delta (m_1 + 2nm_1) \operatorname{sh} \delta (2nm_1 - m_1)}{\operatorname{sh}^2 2\delta m_1}. \tag{3.60}$$

Вычисление по формуле (3.60) дает: для значений $B/m_1 > 5$ $\bar{E} = 0{,}73 \lg 4/\pi$, а для значений $B/m_1 < 1$ $\bar{E} \approx 0$. Подставляя полученные значения $\bar{E}$ в формулы (3.47) и (3.53) и учитывая, что $k_2 \to \infty$, получаем известные зависимости, найденные С. Ф. Аверьяновым методом конформных отображений для однородного грунта мощностью m_1 [5]:

$$q = \frac{k_1 \left[\Delta H + \frac{\varepsilon}{k_1} (m_1 - r_д) \right]}{0{,}73 \lg \frac{4m_1}{\pi r_д}}; \tag{3.61}$$

$$q = \frac{k_1 \left[\Delta H + \frac{\varepsilon}{k_1} (m_1 - r_д) \right]}{\frac{m_1}{B} + 0{,}73 \lg \frac{B}{2\pi r_д}}. \tag{3.62}$$

Значения скоростей в однородном грунте мощностью m_1 определяются по формулам (3.27) и (3.28), в которых принимается $m_0 = m_1$ и $d_n' = (-1)^{n+1}$. В практических расчетах при вычислении скоростей достаточно ограничиться удержанием 1—3-х членов ряда.

В работе [65] для однородного грунта приведено решение рассматриваемой задачи при строгих граничных условиях на свободной поверхности грунтовых вод. Согласно этому решению, для случая $B > 4m$ расчет выполняется по следующим формулам: максимальное превышение кривой депрессии относительно ее положения в створе дрены

$$h_0 \approx \frac{H + \frac{\varepsilon}{k} m_д}{1 - \frac{\varepsilon}{k}} - b_0; \tag{3.63}$$

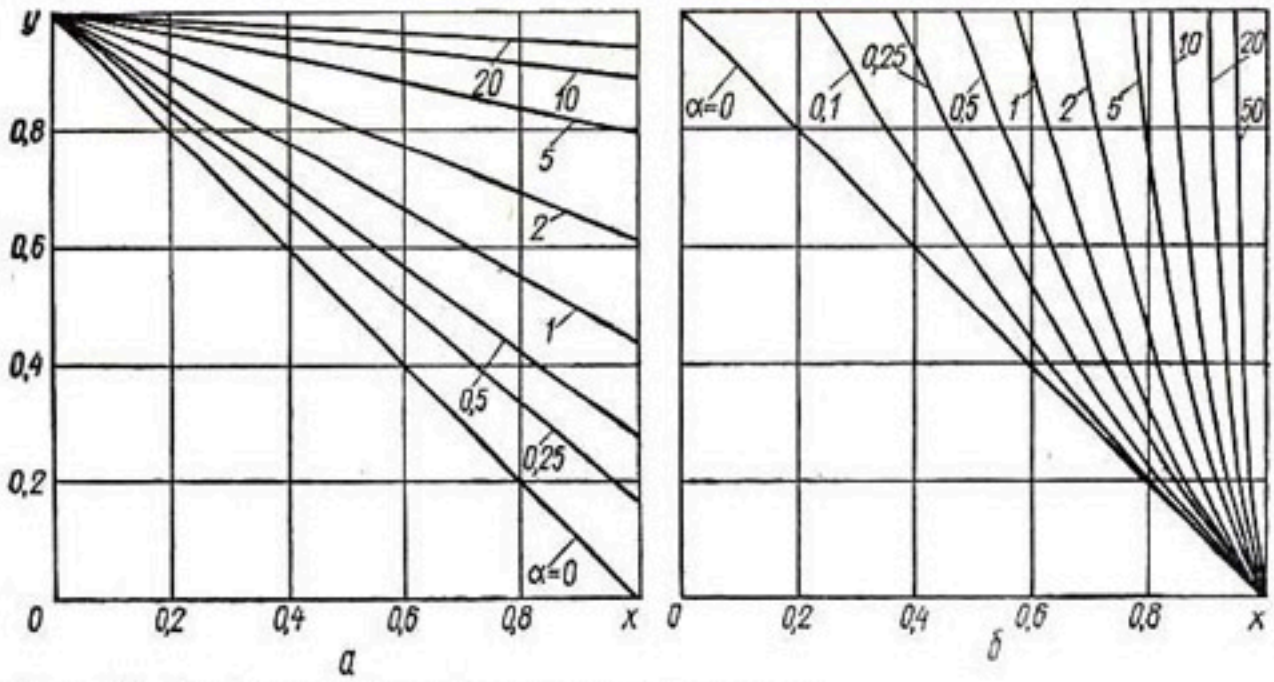


Рис. 15. Графики для определения параметра y.

общий фильтрационный расход дрены

$$q = q_H + \varepsilon B = k\lambda B\left(1 - \frac{\varepsilon}{k}\right); \qquad (3.64)$$

превышение $h_д$ отметки над дреной $\left(1 - \frac{\varepsilon}{k}\right) b_0$ над напором в дрене $H_д$

$$h_д' = \left(1 - \frac{\varepsilon}{k}\right) b - H_д = \frac{q}{k}\left(0{,}366 \lg \frac{B}{2\pi r_д} + R_0\right); \qquad (3.65)$$

$$R_0 = 0{,}366 \frac{4y_0}{\pi y} + 0{,}73 \lg \operatorname{tg} \frac{\pi y}{4} + 0{,}366 \lg \operatorname{ctg} \frac{\pi y}{2} +$$

$$+ 0{,}366 \lg\left[1 + \frac{\lambda \pi y}{y_0}\left(x_0 - \frac{\pi}{2} \operatorname{ctg} \frac{\pi y}{2}\right)\right]. \qquad (3.66)$$

В приведенных формулах параметр $y = \frac{y_0}{x_0 + y_0}$ определяется из графика рис. 15, $а$, на котором

$$x = \frac{\left(1 - \frac{\varepsilon}{k}\right) m_д}{m_д + H}, \quad \alpha = \frac{\left(1 - \frac{\varepsilon}{k}\right) h_0}{m_д + H}, \quad x_0 = \frac{2\pi\mu}{\left(\frac{1}{1-y} + \lambda\right)},$$

$$\lambda = \frac{h_0}{0{,}73B \lg \operatorname{ctg} \frac{\pi y}{4}}, \quad \mu = \frac{H + m_д}{B\left(1 - \frac{\varepsilon}{k}\right)};$$

H и $H_д$ — напоры в нижележащем водоносном горизонте и в дрене, отсчитываемые от ее оси; b_0 — превышение кривой депрессии в створе дрены над ее осью.

Порядок выполнения расчетов следующий. При заданных $m_д$, b_0, H, ε и B по формуле (3.63) находим h_0, далее по графику рис. 15 величину y, а затем величины λ, x_0 и R_0. Наконец, по формулам (3.64) и (3.65) определяем q и $h_д'$.

При заданном общем расходе дрены $q = q_H + \varepsilon B$ и неизвестном напоре H расчет выполняют следующим образом. Сначала из формулы (3.64) определяют λ, а затем по графику рис. 15, *б* находят y при $x = \frac{m_д}{m_д + b_0}$ и $\alpha = \frac{B\alpha}{m_д + b_0}$. Превышение h_0 и H определяют по зависимостям

$$h_0 \approx 0{,}73\lambda B \lg \operatorname{ctg} \frac{\pi y}{4}; \tag{3.67}$$

$$H \approx (h_0 + b_0)\left(1 - \frac{\varepsilon}{k}\right) - \frac{\varepsilon}{k} m_д, \tag{3.68}$$

а превышение $h_д'$ — по зависимости (3.65), в которой при вычислении параметров R_0 и x_0 принимается значение y, найденное по графику рис. 15, *б*.

При отсутствии напорных вод ($q_H = 0$) согласно (3.64) имеем $\lambda = \frac{\varepsilon}{k - \varepsilon}$. Тогда формулы (3.67) и (3.66) упрощаются к виду

$$h_0 = 0{,}73 \frac{\varepsilon}{k} B \lg \operatorname{ctg} \frac{\pi b_0}{4m_0}, \tag{3.69}$$

а при $\lambda \approx 0$

$$R_0 = 0{,}366 \lg \frac{8m_0}{\pi B} + 0{,}73 \lg \operatorname{tg} \frac{\pi b_0}{4m_0} + 0{,}366 \lg \operatorname{ctg} \frac{\pi b_0}{2m_0}, \tag{3.70}$$

где $m_0 = m_д + b_0$.

§ 3. Несовершенные дрены в двухслойном грунте с боковым притоком и инфильтрационным питанием

В практике возможны случаи, когда вода в дренаж поступает одновременно за счет бокового притока, например из каналов, и вследствие инфильтрационного питания (в частности, в результате проведения поливов).

Рассмотрим общий случай фильтрации к трубчатой дрене, расположенной в верхнем слое двухслойного грунта с боковым двухсторонним притоком и инфильтрационным питанием, заданным вдоль участка L по любому закону (рис. 16).

С учетом приведенных ранее допущений данная фильтрационная задача эквивалентна следующей математической задаче. Требуется найти гармоническую функцию $\varphi(x, y)$ внутри области фильтрации (в пласте), удовлетворяющую уравнению Лапласа и граничным условиям

$$\left.\frac{\partial \varphi_1}{\partial y}\right|_{y=0} = \varepsilon(x), \quad \left.\frac{\partial \varphi_2}{\partial y}\right|_{y=-m} = 0; \tag{3.71а}$$

$$\left.\frac{\partial \varphi_1}{\partial y}\right|_{y=-m_1} = \left.\frac{\partial \varphi_2}{\partial y}\right|_{y=-m_1}, \quad k_2 \left.\frac{\partial \varphi_1}{\partial x}\right|_{y=-m_1} = k_1 \left.\frac{\partial \varphi_2}{\partial x}\right|_{y=-m_1}; \tag{3.71б}$$

$$\frac{\varphi_1}{k_1} = \frac{\varphi_2}{k_2} = -H_1|_{x=0}, \quad \frac{\varphi_1}{k_1} = \frac{\varphi_2}{k_2} = -H_2|_{x=L} \tag{3.71в}$$

и обращающуюся в бесконечность в точке расположения стока ($x = L_2$, $y = -b$). В такой постановке решение рассматриваемой задачи удобнее представить как сумму решений двух частных задач, а именно:

$$\varphi(x, y) = \varphi'(x, y) + \varphi''(x, y), \tag{3.72}$$

где $\varphi'(x, y)$ — распределение потенциала, вызванное стоком (дреной) в пласте с граничными условиями (3.71а) и (3.71б), в которых принято $\left.\frac{\partial \varphi'}{\partial y}\right|_{y=0} = 0$, что свидетельствует об отсутствии инфильт-

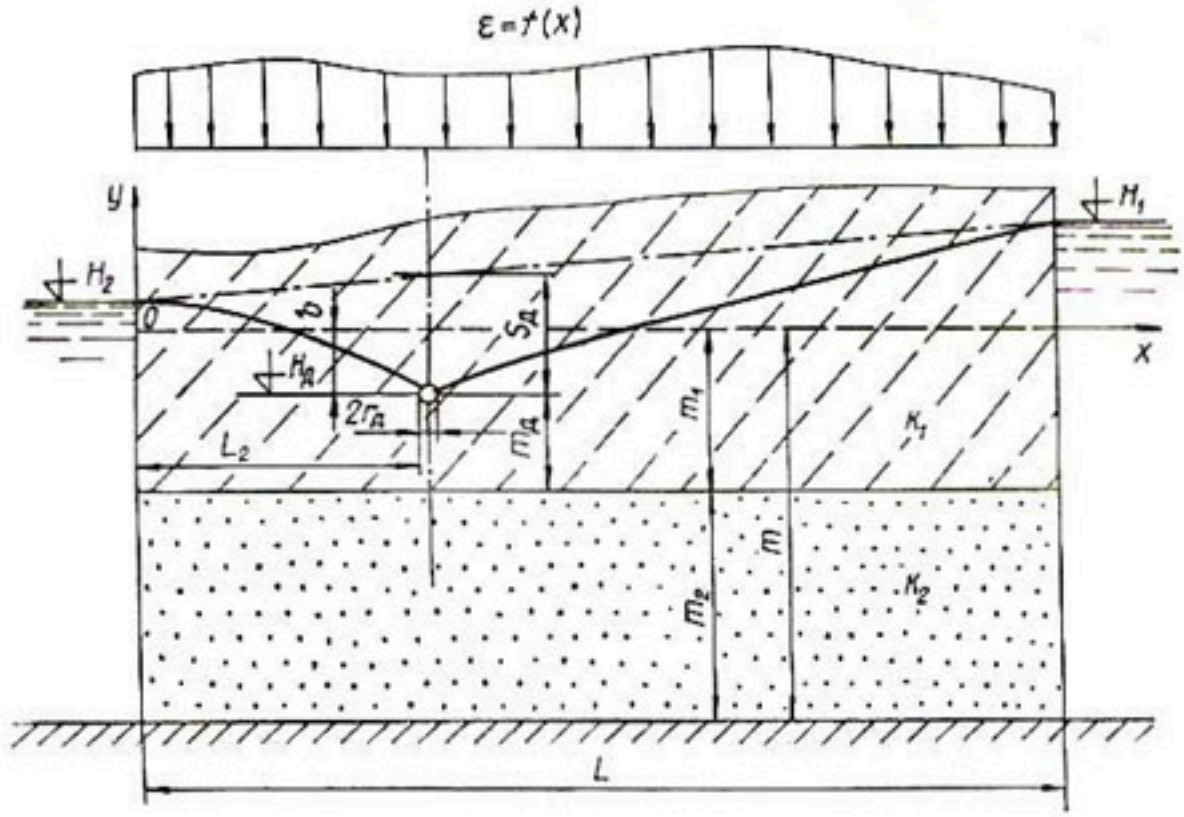


Рис. 16. Расчетная схема дренажа в двухслойном грунте с боковым притоком и инфильтрационным питанием.

рационного питания; $\varphi''(x, y)$ — распределение потенциала в пласте (в котором отсутствует сток (дрена)) с граничными условиями

$$\left.\frac{\partial \varphi_1''}{\partial y}\right|_{y=0} = \varepsilon(x), \quad \left.\frac{\partial \varphi_2''}{\partial y}\right|_{y=-m} = 0, \quad \varphi_1'' = \varphi_2'' = 0\,|_{x=0, L},$$

$$\left.\frac{\partial \varphi_1''}{\partial y}\right|_{y=-m_1} = \left.\frac{\partial \varphi_2''}{\partial y}\right|_{y=-m_1}, \quad k_2 \left.\frac{\partial \varphi_1''}{\partial x}\right|_{y=-m_1} = k_1 \left.\frac{\partial \varphi_2''}{\partial x}\right|_{y=-m_1}. \tag{3.73}$$

Решение первой частной задачи, в котором для определения напора $H_1'(x, y)$ (потенциала $\varphi_1'(x, y)$) предложена зависимость (2.24), получено выше. Поэтому остановимся более подробно на решении второй частной задачи [44]. Для ограниченных областей решения для распределения потенциалов $\varphi_1''(x, y)$ и $\varphi_2''(x, y)$ ищем методом Фурье в виде произведения независимых функций с последующим

суммированием частных решений:

$$\varphi_1^{''}(x,\ y) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \operatorname{sh} \delta n y + B_n \operatorname{ch} \delta n y) \sin \delta n x; \qquad (3.74)$$

$$\varphi_2^{'}(x,\ y) = \sum_{n=1}^{\infty} (N_n \operatorname{sh} \delta n y + M_n \operatorname{ch} \delta n y) \sin \delta n x. \qquad (3.75)$$

Константы A_n, B_n, N_n и M_n находим в результате приложения к уравнениям (3.74) и (3.75) граничных условий задачи (3.73), для чего предварительно представим первое граничное условие $\left.\frac{\partial \varphi''}{\partial y}\right|_{y=0} = \varepsilon(x)$ в виде ряда Фурье по синусам на интервале $(0,\ L)$:

$$\varepsilon(x) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n \sin \delta n x, \qquad (3.76)$$

где

$$P_n = (2/L) \int_0^L \varepsilon(x) \sin \delta n x dx, \quad \delta = \pi/L. \qquad (3.77)$$

После соответствующих преобразований получаем следующую систему алгебраических уравнений:

$$\delta n A_n = P_n;$$

$$A_n \operatorname{ch} \delta n m_1 - B_n \operatorname{sh} \delta n m_1 - N_n \operatorname{ch} \delta n m_1 + M_n \operatorname{sh} \delta n m_1 = 0;$$

$$A_n \operatorname{sh} \delta n m_1 + B_n \operatorname{ch} \delta n m_1 + \nu N_n \operatorname{sh} \delta n m_1 - \nu M_n \operatorname{ch} \delta n m_1 = 0;$$

$$N_n \operatorname{ch} \delta n m - M_n \operatorname{sh} \delta n m = 0.$$

Решая эту систему, находим

$$A_n = \frac{1}{\delta n} P_n;$$

$$B_n = \frac{P_n}{\delta n} \frac{\operatorname{ch} \delta n m + \lambda \operatorname{ch} \delta n (m - 2m_1)}{\operatorname{sh} \delta n m - \lambda \operatorname{sh} \delta n (m - 2m_1)};$$

$$N_n = \frac{P_n}{\delta n} \frac{(1 - \lambda) \operatorname{sh} \delta n m}{\operatorname{sh} \delta n m - \lambda \operatorname{sh} \delta n (m - 2m_1)};$$

$$M_n = \frac{Pn}{\delta n} \frac{(1 - \lambda) \operatorname{ch} \delta n m}{\operatorname{sh} \delta n m - \lambda \operatorname{sh} \delta n (m - 2m_1)}; \quad \lambda = \frac{\nu - 1}{\nu + 1} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2};$$

Подставляя значения A_n, B_n, N_n и M_n в уравнения (3.74) и (3.75) и переходя от потенциалов к напорам, находим решение второй частной задачи:

$$H_1^{'}(x,\ y) = -\frac{L}{\pi k_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} \left[\frac{\operatorname{ch} \delta n m + \lambda \operatorname{ch} \delta n (m - 2m_1)}{\operatorname{sh} \delta n m - \lambda \operatorname{sh} \delta n (m - 2m_1)} \times \right.$$

$$\left. \times \operatorname{ch} \delta n y + \operatorname{sh} \delta n y \right] \sin \delta n x; \qquad (3.78)$$

$$H_2^{'}(x,\ y) = -\frac{(1 - \lambda)}{k_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} \frac{\operatorname{ch} \delta n (m + y)}{\operatorname{sh} \delta n m - \lambda \operatorname{sh} \delta n (m - 2m_1)} \sin \delta n x. \qquad (3.79)$$

Напор на дрене, расположенной в верхнем слое в точке с координатами $x = L_2$, $y = -b_1 + r_д$, с учетом, что $r_д \ll m_1$ и $r_д \ll L_2$, вычисляется по формуле

$$H_д = H'_д - \frac{L}{\pi k_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} \left[\frac{\operatorname{ch} \delta n m + \lambda \operatorname{ch} \delta n (m - 2m_1)}{\operatorname{sh} \delta n m - \lambda \operatorname{sh} \delta n (m - 2m_1)} \operatorname{ch} \delta n (b_1 - r_д) - \right.$$

$$\left. - \operatorname{sh} \delta n (b_1 - r_д) \right] \sin \delta n L_2, \qquad (3.80)$$

где величина $H'_д$ определяется выражением (2.25).

Решив уравнение (3.80) относительно q, после некоторых упрощений для условий $L > 2m$ и $L \gg b_1$ получим следующую приближенную формулу для определения общего погонного расхода дрены:

$$q = \frac{\Delta H T}{\frac{L_1 L_2}{L} + \Phi}, \qquad (3.81)$$

где $\Delta H = S_д + H''_1$; $S_д$ — понижение уровня на дрене, определяющееся по формуле (2.27);

$$H''_1 = -\frac{L}{\pi k_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} \frac{\operatorname{ch} \delta n m + \lambda \operatorname{ch} \delta n (m - 2m_1)}{\operatorname{sh} \delta n m - \lambda \operatorname{sh} \delta n (m - 2m_1)} \sin \delta n L_2; \qquad (3.82)$$

$$m_1 = m_д + 0{,}5 S_д; \quad b_1 = m_1 - m_д.$$

Рассмотрим два наиболее интересных с практической точки зрения случая инфильтрационного питания.

1. Инфильтрационное питание принято равномерным на всем участке L, т. е. на верхней границе пласта задано граничное условие $\left.\frac{\partial \varphi''_1}{\partial y}\right|_{y=0} = -\varepsilon$. Тогда в уравнениях (3.78), (3.80) и (3.82)

$$P_n = -\frac{4\varepsilon}{\pi n}, \qquad (3.83а)$$

причем суммирование в этом случае выполняется по нечетным значениям n.

В практических расчетах при определении H''_1 в формуле (3.82) можно ограничиться первым членом ряда:

$$H''_1 = \frac{4}{\pi^2} \frac{L\varepsilon}{k_1} \frac{\operatorname{ch} \delta m + \lambda \operatorname{ch} \delta (m - 2m_1)}{\operatorname{sh} \delta m - \lambda \operatorname{sh} \delta (m - 2m_1)} \sin \delta L_2.$$

2. Инфильтрационное питание ε на участке L осуществляется в отдельных зонах, причем длина каждой зоны составляет L/k и равна расстоянию между ними, что выражается следующим граничным условием на верхней границе пласта:

$$\left.\frac{\partial \varphi''_1}{\partial y}\right|_{y=0} = \begin{cases} 0, & \frac{2pL}{k} \leqslant x < \frac{(2p+1)L}{k}, \; p = 0, 1, 2, \ldots, \frac{k-1}{2}; \\ -\varepsilon, & \frac{(2p+1)L}{k} \leqslant x < \frac{(2p+2)L}{k}, \; p = 0, 1, 2, \ldots, \frac{k-3}{2}. \end{cases}$$

Раскладывая эту функцию в ряд Фурье по синусам, получаем

$$P_n = \frac{2\varepsilon}{\pi n} \sum_{t=1}^{k-1} (-1)^t \cos \frac{\pi n t}{k}. \qquad (3.83б)$$

Если дрена расположена в нижнем слое, то в приведенных формулах вместо H_1' подставляют величину H_2'', определяемую по за-

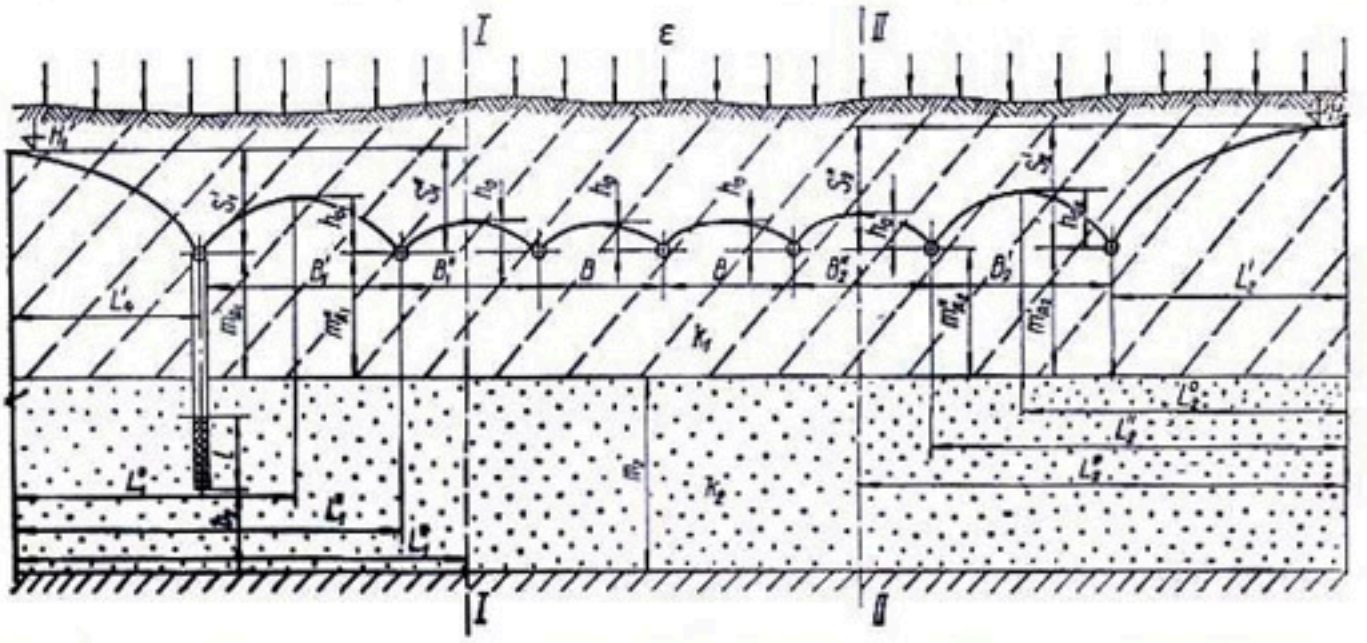


Рис. 17. Система дрен в двухслойном грунте с боковым притоком и инфильтрационным питанием.

висимости (3.79). В частности, при значении $L > 2m$ и расположении дрены в точке с координатами $x = L_2$, $y = -b_2 + r_д$

$$H_2'' = -\frac{(1-\lambda)}{k_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} \frac{\operatorname{ch} \delta n\,(m - b_2 + r_д)}{\operatorname{sh} \delta n m - \lambda \operatorname{sh} \delta n\,(m - 2m_1)} \sin \delta n L_2.$$

Для первой схемы инфильтрационного питания при $L \gg b_2$ в практических расчетах величину H_2'' можно определить по следующей приближенной формуле:

$$H_2'' = \frac{(1-\lambda)}{4k_2} \frac{L\varepsilon}{\pi^2} \frac{\operatorname{ch} \delta m}{\operatorname{sh} \delta m - \lambda \operatorname{sh} \delta\,(m - 2m_1)} \sin \delta L_2.$$

Для расчета системы горизонтальных дрен используем метод сложения решений для отдельных дрен (рис. 17). В связи с тем что фактически боковые притоки будут перехватываться крайними одной или максимально двумя дренами, область фильтрации разбиваем сечениями $I—I$ и $II—II$ на три фрагмента: средний и два боковых. Расчет дрен в среднем фрагменте производят по методике, изложенной в § 1 данной главы. Расчет дрен в левом боковом фрагменте при соблюдении условий $L_1' > 2m$ и $B_1' > 2m$ выполняют по следующим приближенным зависимостям:

а) превышения напоров h_{0_1} и h_0 определяют по формулам

$$h_{0_1} = H''(L_1^0) - H''(L_1') + \frac{q_1'}{T_1'}\Phi_1' - \frac{\tilde{q}_1}{2T_1''}B_1'; \qquad (3.84)$$

$$h_0 = H''(L_1^*) - H''(L_1'') + \frac{\tilde{q}_1}{T_1''}\Phi_1''; \qquad (3.85)$$

б) погонные расходы первой и второй дрен q_1' и q_1'' находят по зависимостям

$$q_1' = \frac{\Delta H_1' T_1' - \tilde{q}_1 L_1'}{L_1' + \Phi_1'}; \qquad (3.86)$$

$$q_1'' = \frac{\Delta H_1'' T_1''(\Phi_1' + L_1') - \Delta H_1' T_1' L_1'}{L_1' B_1' + \Phi_1'(L_1'' + \Phi_1'') + L_1'\Phi_1''}, \qquad (3.87)$$

где

$$\Delta H_1' = S_1' + H''(L_1'), \quad \Delta H_1'' = S_1'' + H''(L_1'');$$

$$T_1' = m_1' k_1 + m_2 k_2, \quad T_1'' = m_1'' k_1 + m_2 k_2;$$

$$m_1' = m_{д_1}' + \frac{0{,}5 S_1' B_1 + h_{0_1} L_1'}{2L_1^0}, \quad m_1'' = m_{д_1}'' + \frac{h_0}{2};$$

Φ_1' и Φ_1'' — фильтрационные сопротивления на несовершенство первой и второй дрен, определяемые ниже. При вычислении параметров H'' в формуле (3.81) необходимо вместо значения L_2 подставить соответствующие величины L_1', L_1'', L_1^0 и L_1^*, а вместо значения L — величину $L_0 = 2L_1^*$. Остальные обозначения ясны из рис. 17 и изложенного выше.

Расчетные мощности m_1' и m_1'' находят подбором. В качестве первого приближения, которым зачастую можно ограничиться в практических расчетах, принимают

$$m_1' = m_{д_1}' + \frac{S_1' B_1'}{2L_1''}, \quad m_1'' = m_{д_1}'' + \frac{S_1'' B_1'}{4L_1''}.$$

Расчет дренажа в правом боковом фрагменте при значениях $L_2' > 2m$, $B_2' > 2m$ выполняется по предложенным выше формулам, в которых все исходные параметры с индексом 1 необходимо заменить на соответствующие исходные параметры с индексом 2.

Обычно в расчетах принимают $B_1'' = B_2'' = B$. Но если величина h_0 в левом или правом фрагменте, вычисленная по формуле (3.85), окажется больше превышения h_0, подсчитанного по формуле (3.11), то необходимо принимать $B_1' < B_1'' < B$ или $B_2' < B_2'' < B$. Приближенно можно считать $B_1'' = 0{,}5\ (B_1' + B)$, $B_2'' = 0{,}5\ (B_2' + B)$.

Приведенной методикой расчета можно пользоваться и при расположении дрен в нижнем слое, вводя в расчетные формулы соответствующие значения Φ и H''.

§ 4. Несовершенные дрены в трехслойном грунте с инфильтрационным питанием

Как уже указывалось выше, в гидродинамической постановке решение задачи для трехслойного грунта будет отличаться от аналогичного решения для двухслойного грунта только другими коэффициентами, характеризующими параметры пласта. Поэтому, заменив в зависимостях (3.2), (3.3), (3.4), (3.7) и (3.9) коэффициенты c_n на

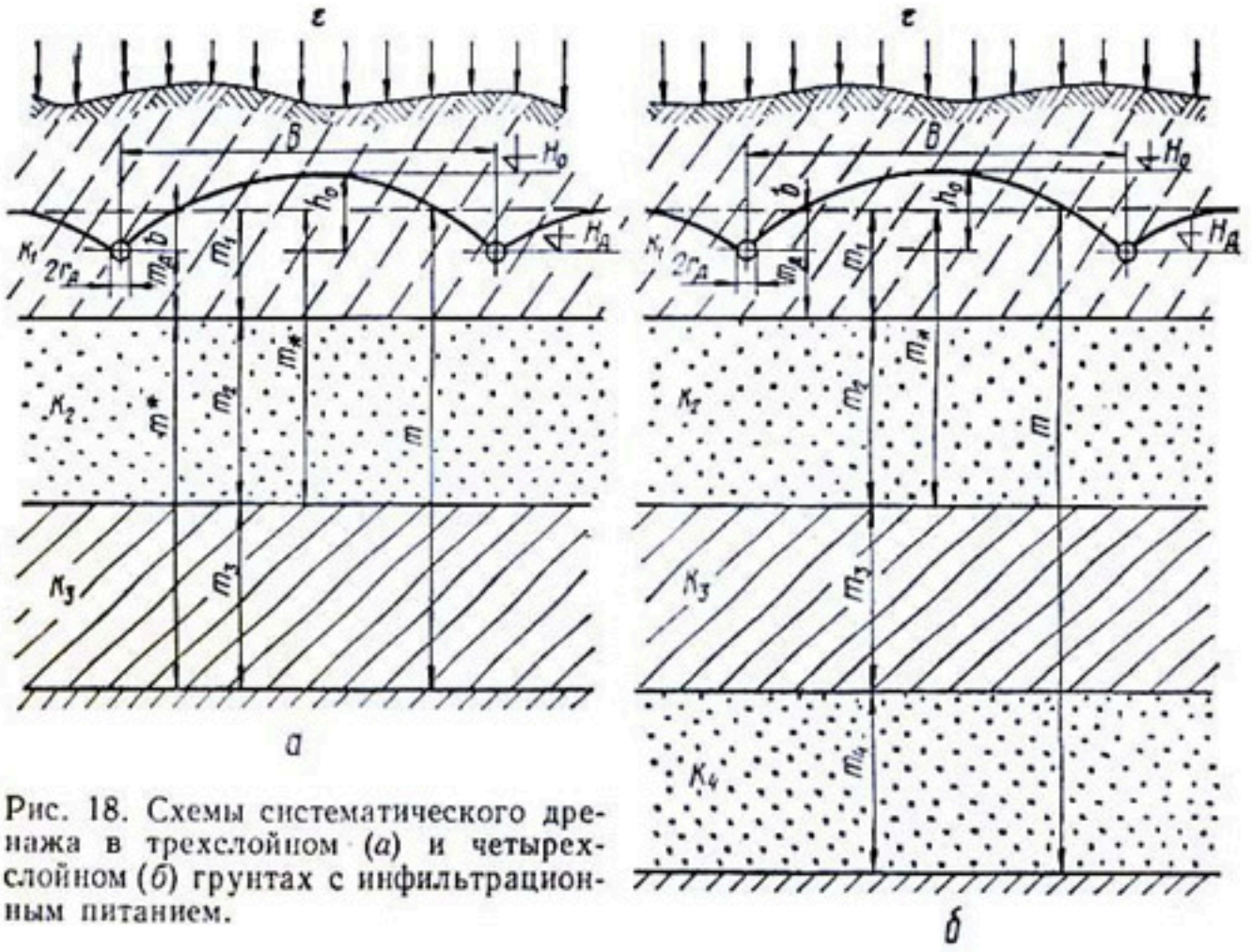


Рис. 18. Схемы систематического дренажа в трехслойном (*а*) и четырехслойном (*б*) грунтах с инфильтрационным питанием.

коэффициенты t_n, получим выражения для определения напоров и скоростей фильтрации в верхнем слое трехслойного грунта для рассматриваемой схемы бесконечного ряда дрен (систематического дренажа, рис. 18). Непосредственное использование этих общих зависимостей связано с большими математическими трудностями, однако при $B > 4m$ для инженерных расчетов могут быть рекомендованы с некоторым приближением зависимости (3.11) и (3.12), построенные по методу фильтрационных сопротивлений. Тогда в этих формулах Ф будет фильтрационным сопротивлением на несовершенство дрены в трехслойном грунте, методика определения которого приведена ниже.

Для широко распространенной в природных условиях трехслойной толщи грунта, состоящей из горизонтальных верхнего и нижнего хорошопроницаемых слоев, разделенных слабопроницаемой прослойкой, можно получить весьма приемлемое для практики решение в гидравлической постановке. Как известно [92, 118],

установившееся движение грунтовых вод в такой толще может быть описано системой линейных уравнений

$$T_1\frac{\partial^2 H_1}{\partial x^2}-\frac{k_2}{m_2}(H_1-H_2)+\varepsilon=0;$$
$$T_3\frac{\partial^2 H_2}{\partial x^2}+\frac{k_2}{m_2}(H_1-H_2)=0, \tag{3.88}$$

которая для рассматриваемой схемы систематического дренажа решается при граничных условиях $x=B/2$, $H_1=H_д$, $\partial H_2/\partial x=0$; $x=0$, $\partial H_1/\partial x=\partial H_2/\partial x=0$.

Опуская промежуточные выкладки, после некоторых упрощений окончательно получим следующие выражения для определения положения уровня H_1 в верхнем безнапорном слое и напора H_2 в нижнем слое:

$$H_1=\begin{cases}H_*(B)-\dfrac{\varepsilon x}{2T}\left(x-\dfrac{B}{2}\right)+\dfrac{T_3}{T}W_1 & \text{при } x\geqslant\dfrac{B}{2},\\ H_*(B)-\dfrac{\varepsilon x^2}{2T}+\dfrac{T_3}{T}W_2 & \text{при } x<\dfrac{B}{2};\end{cases} \tag{3.89}$$

$$H_2=\begin{cases}H_*(B)-\dfrac{\varepsilon x^2}{2T}-\dfrac{\varepsilon B}{T}\left(x-\dfrac{B}{2}\right)-\dfrac{T_1}{T}W_1 & \text{при } x\geqslant\dfrac{B}{2},\\ H_*(B)-\dfrac{\varepsilon x^2}{2T}-\dfrac{T_1}{T}W_2 & \text{при } x<\dfrac{B}{2};\end{cases} \tag{3.90}$$

$$W_1=\varepsilon_0-\varepsilon_0\overline{B}\left(\frac{\operatorname{ch}\overline{x}}{\operatorname{sh}\overline{B}}-2\operatorname{sh}(\overline{x}-\overline{B})\right),\quad W_2=\varepsilon_0-\frac{\varepsilon_0\overline{B}}{\operatorname{sh}\overline{B}}\operatorname{ch}\overline{x};$$
$$H_*(B)=H_д+\frac{\varepsilon B^2}{2T}-\frac{T_3}{T}(\varepsilon_0-\varepsilon_0\overline{B}\operatorname{cth}\overline{B});\quad \overline{B}=0{,}5cB;$$
$$T=T_1+T_3;\quad \varepsilon_0=\frac{\varepsilon T_3}{k_2T}m_2;\quad c=\sqrt{\frac{k_2T}{m_2T_1T_3}},$$

где $H_д$ — уровень воды в дрене.

Положив в формулах (3.89) и (3.90) $x=0$, получим известные выражения для определения уровня H_1 и напора H_2 в сечении посредине между дренами (на междренье) систематического дренажа:

$$H_{0_1}=H_д+\frac{\varepsilon B^2}{4T}\left(0{,}5+\frac{T_3}{T_1\overline{B}}\frac{\operatorname{ch}\overline{B}-1}{\operatorname{sh}\overline{B}}\right); \tag{3.91}$$

$$H_{0_2}=H_д+\frac{\varepsilon B^2}{8T}-\varepsilon_0+\frac{\varepsilon B}{2cT}\left(\frac{T_3}{T_1}\operatorname{cth}\overline{B}+\frac{1}{\operatorname{sh}\overline{B}}\right), \tag{3.92}$$

или

$$H_{0_2}=H_{0_1}-\varepsilon_0\left(1-\frac{\overline{B}}{\operatorname{sh}\overline{B}}\right). \tag{3.93}$$

У дрены ($x = 0{,}5B$)

$$H_{д_1} = H_д,\ H_{д_2} = H_д + \varepsilon_0 (\overline{B} \operatorname{cth} \overline{B} - 1). \qquad (3.94)$$

Заметим, что при небольшом различии в коэффициентах фильтрации слоев примерно можно принимать

$$H_{0_2} = H_{0_1} - \varepsilon \left(\frac{m_1}{k_1} + \frac{m_2}{k_2} \right). \qquad (3.95)$$

При $\overline{B} = 0{,}5cB > 3$ в расчетных формулах можно положить

$$\frac{\operatorname{ch} \overline{B} - 1}{\operatorname{sh} \overline{B}} \approx 1, \quad \operatorname{cth} \overline{B} \approx 1, \quad \frac{1}{\operatorname{sh} \overline{B}} \approx 0.$$

Если дрена неполностью прорезает верхний слой, т. е. относительно этого слоя является гидродинамически несовершенной, то учет этого несовершенства можно осуществить, принимая в расчетных формулах вместо напора $H_д$ выражение $H_д + \frac{\varepsilon B}{T_1} \Phi_1$, где $\Phi_1 = m_1 f_1$ — фильтрационное сопротивление относительно верхнего слоя средней мощностью $m_1 \approx m_д + h_{0_1}/2$, $h_{0_1} = H_{0_1} - H_д$. Вводя в зависимость (3.91) общее сопротивление на несовершенство дрены в трехслойном грунте Φ, получим формулу (3.11).

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИМ НЕСОВЕРШЕНСТВОМ ДРЕН И ГРАНИЦ ОБЛАСТЕЙ ФИЛЬТРАЦИИ

В фильтрационных расчетах различных дренажей, каналов и других сооружений, действующих в разнообразных гидрогеологических условиях, широко применяется метод фильтрационных сопротивлений, позволяющий во многих случаях без особого снижения точности инженерных расчетов схематизировать сложные течения потоков и представлять результаты их исследования в виде, удобном для приложений. Основные принципы метода фильтрационных сопротивлений широко освещены в специальной литературе (см. например, работы [12, 16, 17, 26, 52, 82, 83, 85, 108 и др.]). Известно, что существенное отклонение движения грунтовых вод от горизонтального направления в водоносных пластах наблюдается преимущественно вблизи различных несовершенных проницаемых и непроницаемых границ (каналов, дрен, систем скважин, завес и т. д.), вызывающих появление локальных зон резко изменяющейся фильтрации. В этих случаях влияние зон резкой деформации потока, характеризуемое падением уровня (напора) в них, может быть учтено при помощи фильтрационных сопротивлений путем замены несовершенных границ фиктивными совершенными, эквивалентными по фильтрационному расходу и картине фильтрации на некотором удалении от рассматриваемой границы. При такой замене зоны резко изменяющейся фильтрации исключаются из рассмотрения. Иными словами, этот метод дает возможность заменить в расчетах эффект от самых разнообразных по своим геометрическим особенностям и конструкциям несовершенных дренажей, а также каналов и водоемов практически эквивалентным эффектом, получаемым (при соблюдении неизменности величин расхода и картины фильтрации на некотором удалении от них) от простых по форме и конструкции совершенных дренажей (траншей) и водоемов. При этом уже на расстоянии порядка мощности пласта образуется плановый поток с движением грунтовых вод преимущественно в горизонтальном направлении и с распределением напоров в нем таким образом, как в случае совершенных дренажей. Этот фактор существенно облегчает разработку методов фильтрационных расчетов горизонтальных дрен и систем скважин, действующих в сложных гидрогеологических условиях. Величина фильтрационного сопротивления в основном определяется параметрами водоносной толщи (мощностью и коэффи-

циентом фильтрации слагающих ее грунтов) и размерами сооружений (дренажа).

Значения различных фильтрационных сопротивлений, необходимых для такой замены, находят посредством гидромеханических решений отдельных локальных задач либо определяя их в лабораторных и натурных условиях. В простых схемах фильтрации, например из широкого водоема, учет сопротивления на несовершенство водоема практически сводится к удлинению пути фильтрации, в более сложных схемах — к вводу этого сопротивления в граничные условия решаемой задачи. В общем случае, кроме основного фильтрационного сопротивления $\Phi_д$, обусловленного гидродинамическим несовершенством дренажа или другого сооружения по степени вскрытия водоносной толщи, следует также учитывать дополнительное сопротивление по характеру вскрытия пласта $\Phi_х$, обусловленное потерями потока за счет конструктивных и других особенностей дренажа и изменения фильтрационных свойств среды вблизи него, т. е.

$$\Phi = \Phi_д + \Phi_х, \tag{4.1}$$

где Φ — полное сопротивление.

В данной главе излагается методика определения сопротивления $\Phi_д$, разработанная для однородного и слоистых грунтов на базе гидромеханических решений отдельных задач установившейся фильтрации к дренам, приведенных в предыдущих главах и частично в работах [2, 11, 53, 62, 65, 85, 92, 102, 118 и др.]. При этом принимается доказанная рядом исследователей [17, 57, 63, 104, 121] предпосылка о том, что в условиях неустановившейся фильтрации сопротивление на несовершенство $\Phi_д$ хотя и зависит от времени, однако быстро стремится к предельному установившемуся значению. Дополнительное сопротивление $\Phi_х$ может быть существенным в условиях вертикального дренажа и горизонтальных дренажей, оборудованных фильтрами из различных искусственных материалов и имеющих недостаточную водоприемную способность (скважность) труб. Некоторые предложения по определению этих сопротивлений для горизонтального дренажа, оборудованного разными искусственными материалами и трубами с различными типами водоприемных отверстий и зазоров, приведены и частично обобщены в работах [26, 59, 60, 88, 89, 95, 123, 136, 147, 165]. Естественно, наиболее надежный метод определения сопротивления $\Phi_х$ — по данным опытных и эксплуатационных наблюдений за работой дренажа. Следует обратить внимание на то, что даже при полном вскрытии фильтром водоносной толщи грунта, когда можно положить $\Phi_д = 0$, действие сопротивления $\Phi_х$ не исключается и в ряде случаев должно быть учтено в расчетах.

Однако ввиду отсутствия достаточно обоснованных способов определения сопротивления $\Phi_х$ при относительно качественном подборе фильтра и нормальной работе дренажа влияние сопротивления $\Phi_х$ можно свести к минимуму и ограничиться тогда учетом лишь

сопротивления $\Phi_д$. Поэтому в дальнейшем под сопротивлением Φ будем понимать сопротивление $\Phi_д$, а учет сопротивления $\Phi_х$ в случае необходимости производить по формуле (4.1).

Приведенные ниже зависимости предусматривают определение различных сопротивлений Φ круглых (трубчатых) дрен. Однако ими можно воспользоваться и в случае дрен небольших размеров другого сечения (прямоугольного, трапецеидального, в виде короткой ленты), приводя его известными способами к эквивалентному круглому [1, 76, 119]. Такое приведение удобно делать для дренажа с крупнозернистой обсыпкой, в которой потерями напора обычно можно пренебречь, т. е. считать $\Phi_х = 0$, и за контур дренажа принимать контур обсыпки. Например, контур дрены с такой обсыпкой приводится к круглому с диаметром $d_д$ по приближенной формуле [116, 118]

$$d_д = 0{,}56P_д, \tag{4.2}$$

где $P_д$ — периметр рабочей (смоченной) части дренажа (под уровнем грунтовых вод вблизи дренажа).

§ 1. Определение фильтрационных сопротивлений в напорной (безнапорной) водоносной толще грунта

В настоящем параграфе на основании изложенных в предыдущих главах теоретических исследований притока грунтовых вод к несовершенным дренам строятся зависимости для определения фильтрационных сопротивлений Φ для водоносной толщи грунта, ограниченной сверху и снизу непроницаемыми границами — водоупорами — или сверху — свободной поверхностью потока.

В случае однородного грунта

$$\Phi = mf. \tag{4.3}$$

В случае двухслойного грунта при расположении дрены в верхнем слое (см. рис. 11, *а*)

$$\Phi = \beta_в m \frac{k_2}{k_1} f + m_1 \frac{k_1 - k_2}{k_1} f_1; \tag{4.4}$$

при расположении дрены в нижнем слое со свободной поверхностью грунтовых вод в верхнем слое (см. рис. 11, *б*)

$$\Phi = \beta_н m \frac{k_1}{k_2} f + m_2 \frac{k_2 - k_1}{k_2} f_2; \tag{4.5}$$

при расположении дрены и практически свободной поверхности в нижнем слое (см. рис. 11, *в*) сопротивление Φ определяется по формуле (4.3), в которой принимается $m = m_2$ и $f = f_2$.

В случае трехслойного грунта (см. рис. 18, *а*) при $k_1 \geqslant k_2 \geqslant k_3$, $k_1 \leqslant k_2 \leqslant k_3$ и $k_{1,3} \leqslant k_2$

$$\Phi = \beta_1 \beta_2 m \frac{k_3}{k_1} f + \beta_* m_* \frac{k_2 - k_3}{k_1} f_* + \frac{k_1 - k_2}{k_1} f_1; \tag{4.6}$$

при $k_1/k_3 < 0{,}1$ и $k_2/k_1 > 0{,}01$

$$\Phi = m_1 f_1 + \frac{T_3}{k_1}\left(\alpha_1 \frac{k_1}{k_2}\bar{f}_* + \frac{k_2 - k_1}{k_2}\bar{f}_1\right); \qquad (4.7)$$

при $k_3 \gg k_2$ и $k_2/k_1 \leqslant 0{,}01$, т. е. для схемы трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем,

$$\Phi = \frac{T}{T_1}\Phi_1 + \frac{T_3}{T_1}\frac{0{,}5}{c}\frac{\operatorname{ch}\bar{B} - 1}{\operatorname{sh}\bar{B}}; \qquad (4.8)$$

при $\bar{B} > 3$ можно положить $\frac{\operatorname{ch}\bar{B} - 1}{\operatorname{sh}\bar{B}} \approx 1$, тогда

$$\Phi = \frac{T}{T_1}\Phi_1 + \frac{T_3}{T_1}\frac{0{,}5}{c}, \qquad (4.9)$$

где $\bar{B} = 0{,}5cB$; $c = \sqrt{\frac{k_2 T}{m_2 T_1 T_3}}$; $\Phi_1 = m_1 f_1$.

В случае четырехслойного грунта (см. рис. 18, *б*) при $k_1/k_2 < 0{,}1$, $k_2 \gg k_3$ и $k_4 \gg k_3$, т. е. для широко распространенной схемы четырехслойного грунта с верхним слоем покровных слабопроницаемых отложений, в которых располагается дрена,

$$\Phi = \left(1 + \frac{T_4}{T_2}\right)\Phi_* + \frac{T_4}{T_2}\frac{0{,}5}{c_*}\frac{\operatorname{ch}\bar{B}_* - 1}{\operatorname{sh}\bar{B}_*}, \qquad (4.10)$$

где $c_* = \sqrt{\frac{k_3 T}{m_3 T_2 T_4}}$; $T = T_2 + T_4$; $\bar{B}_* = 0{,}5c_* B$; $T_4 = k_4 m_4$; Φ_* — фильтрационное сопротивление для двухслойного грунта, определяемое по формуле (4.3). При $\bar{B}_* > 3$ формула (4.10) упрощается к виду

$$\Phi = \Phi_* + \frac{T_4}{T_2}\left(\Phi_* + \frac{0{,}5}{c_*}\right). \qquad (4.11)$$

Нетрудно убедиться, что из формулы (4.6) для трехслойного грунта при $k_1 = k_2$, $k_2 = k_3$ и $k_3 = 0$ можно получить зависимость (4.3) для двухслойного грунта. В свою очередь, из (4.6) и (4.3) для трех- и двухслойного грунтов можно получить формулу (4.2) для однородного грунта любой мощности m_i.

В приведенных формулах безразмерное сопротивление f_i в однородном грунте соответствующей мощностью $m_i = m$, m_*, m_2 и m_1 определяется по формуле

$$f_i = 0{,}366 \lg \frac{m_i}{2\pi r_д \sin\frac{\pi(2b + r_д)}{2m_i}}, \qquad (4.12)$$

из которой при $b = 0$ и $r_д \ll m$ следует

$$f_i = 0{,}366 \lg \frac{m_i}{\pi r_д}. \qquad (4.13)$$

Методика определения безразмерных сопротивлений $\bar{f}_i$ изложена ниже. В случае расположения дрены в нижнем слое вместо величи-

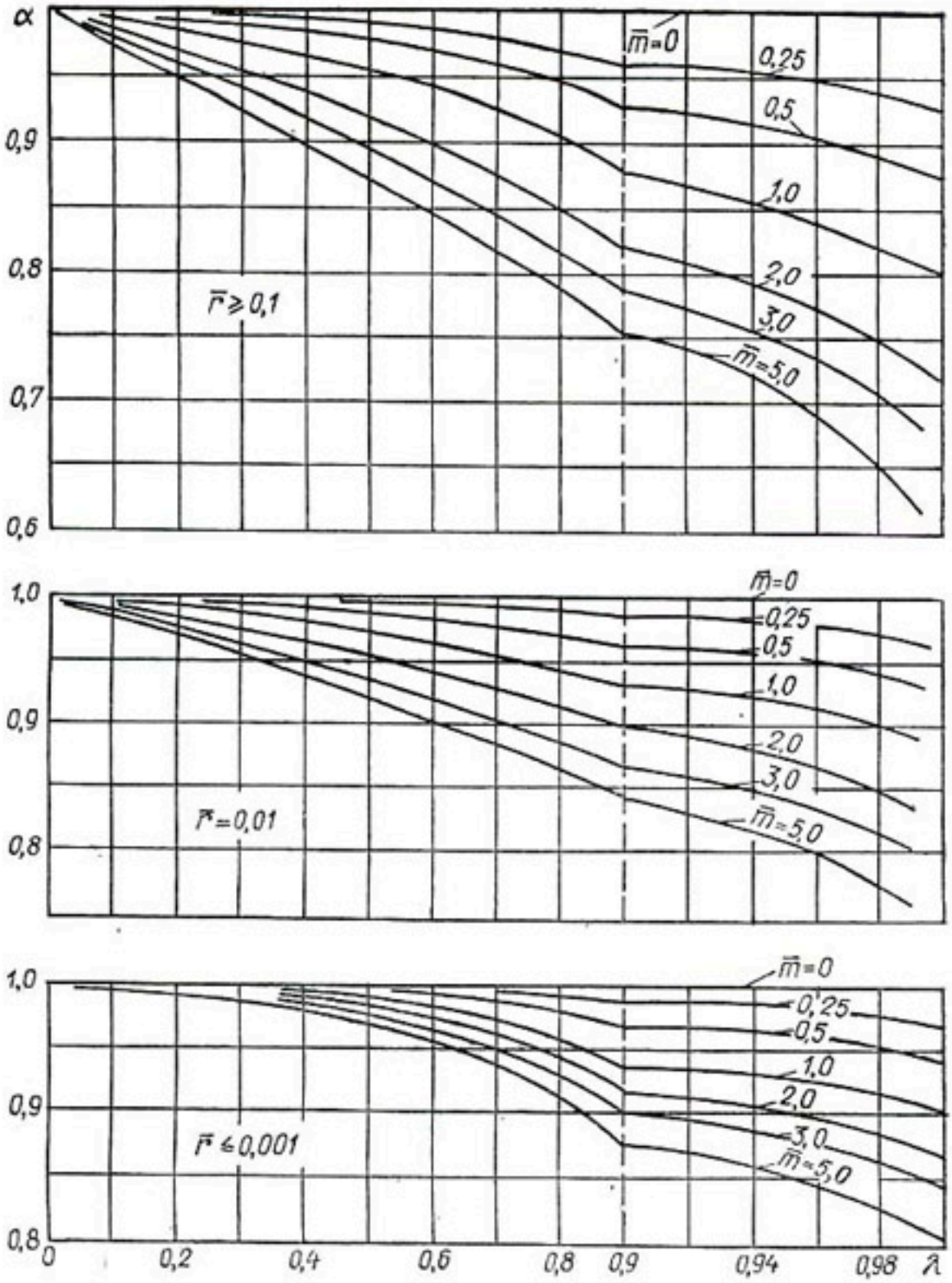


Рис. 19. Графики для определения коэффициента α.

ны b при вычислении сопротивления f принимается b_1 или b_0, а при вычислении f_2 — b_2 и b_0 (см. рис. 11).

Поправочные коэффициенты β_i и α_i для соответствующих значений $\bar{r}$, λ и $\bar{m}$ определяют из графиков рис. 4 и 19.

Соответствующие коэффициентам β_i и α_i значения $\bar{r}$, λ и $\bar{m}$ находят по табл. 6.

При $\lambda \leqslant 0$ приближенно принимается $\beta_i = 1$ и $\alpha_i = 1$. Здесь m — общая мощность водоносной толщи, $m = m_1 + m_2 + m_3$ для трехслойного грунта, $m = m_1 + m_2$ для двухслойного грунта, $m_* = m_1 + m_2$, $m^* = m_2 + m_3$, где m_1 — средняя мощность потока в верхнем слое.

В работе [95] для определения коэффициента β_t рекомендуется следующая обобщенная формула, построенная по графику рис. 4:

$$\beta_t = 1 - (0{,}21\sqrt{\bar{\lambda}} \pm \lambda\bar{r}) \lg \bar{m}. \qquad (4.14)$$

Для определения значений $\bar{m}$, λ и $\bar{r}$ при определении того или иного коэффициента β вновь следует пользоваться табл. 6. В формуле (4.14) знак «плюс» перед членом $\lambda\bar{r}$ принимается при $\bar{m} > 1$, а «минус» — при $\bar{m} < 1$.

При расположении дрены на границе слоя в расчетных формулах необходимо положить $b = m_1$.

Предложенными зависимостями, полученными собственно для напорных пластов, можно пользоваться для определения сопротивлений Ф в безнапорных потоках со свободной поверхностью в верхнем слое, усредняя величины m_1 и b. В частности, в случае систематического дренажа принимается $b = 0{,}5h_0$, $m_1 = m_д + b$, где h_0 — превышение уровня на междуречьи. С некоторым приближением при $b/m_1 < 0{,}1$ расчет можно производить, как для случая $b = 0$.

Примеры. 1. Определить фильтрационное сопротивление несовершенной дрены систематического дренажа ($h_0 = 1{,}5$ м), расположенного в верхнем слое трехслойного грунта с параметрами $k_1 = 1$, $k_2 = 0{,}1$, $k_3 = 5$ м/сут, $m_д = 5$, $m_2 = 4$ и $m_3 = 5$ м. Дрены выполнены из перфорированной асбестоцементной трубы ($d_т = 100$ мм), обмотанной слоем стекловолокна средней толщиной $\delta_c = 50$ мм. Следовательно, расчетный радиус дренажа $r_д = 0{,}1$ м.

Предварительно находим $b = 0{,}5 \cdot 1{,}5 = 0{,}75$ м, тогда $m_1 = 5 + 0{,}75 = 5{,}75$ м, $T = 1 \cdot 5{,}75 + 0{,}1 \cdot 4 + 5 \cdot 5 = 31{,}15$ м^3/сут. В связи с тем что $k_2/k_3 = 0{,}05 < 0{,}1$ и $k_2/k_1 = 0{,}1 > 0{,}01$, сопротивление Ф определяем по формуле (4.7), предварительно вычислив безразмерные сопротивления f_1, $\bar{f}_*$ и $\bar{f}_1$:

$$f_1 = 0{,}73 \frac{5{,}75}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1 \sin \frac{\pi(2 \cdot 0{,}75 + 0{,}1)}{2 \cdot 5{,}75}} = 0{,}5;$$

$$\bar{f}_* = 0{,}73 \lg \frac{4 \cdot 9{,}75 \cos \frac{\pi \cdot 0{,}75}{2 \cdot 9{,}75}}{3{,}14\sqrt{2 \cdot 0{,}1\,(0{,}75 + 0{,}5 \cdot 0{,}1)}} = 1{,}08;$$

$$\bar{f}_1 = 0{,}73 \lg \frac{4 \cdot 5{,}75 \cos \frac{\pi \cdot 0{,}75}{2 \cdot 5{,}75}}{3{,}14\sqrt{2 \cdot 0{,}1\,(0{,}75 + 0{,}5 \cdot 0{,}1)}} = 0{,}91;$$

значение $\alpha_1 = 0{,}955$ определяем по графику рис. 19 при

$$\lambda = \frac{1 - 0{,}1}{1 + 0{,}1} = 0{,}82, \quad \bar{m} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{4}{5{,}75} = 0{,}69, \quad \bar{r} = \frac{r_д}{m_1} =$$

$$= \frac{0{,}1}{5{,}75} = 0{,}017.$$

Исходные параметры	Коэффициенты α_i, β_i					
	$\beta_в$	$\beta_н$	β_1	β_3	β_*	α_1
$\bar{r}$	$\frac{r_д}{m_1}$	$\frac{r_д}{m_2}$	$\frac{r_д}{m_1}$	$\frac{r_д}{m_1}$	$\frac{r_д}{m_1}$	$\frac{r_д}{m_1}$
λ	$\frac{k_2-k_1}{k_2+k_1}$	$\frac{k_1-k_2}{k_1+k_2}$	$\frac{k_3-k_2}{k_3+k_2}$	$\frac{k_2-k_1}{k_2+k_1}$	$\frac{k_2-k_1}{k_2+k_1}$	$\frac{k_1-k_2}{k_1+k_2}$
$\bar{m}$	$\frac{m_2}{m_1}$	$\frac{m_1}{m_2}$	$\frac{m_3}{m_*}$	$\frac{m^*}{m_1}$	$\frac{m_2}{m_1}$	$\frac{m_2}{m_1}$

Тогда

$$\Phi = 5{,}75 \cdot 0{,}5 + \frac{25}{1}\left(0{,}955\,\frac{1}{0{,}1}\,1{,}08 + \frac{0{,}1-1}{0{,}1}\,0{,}91\right) = 56 \text{ м}.$$

2. Расчетная схема фильтрации в трехслойном грунте та же, но $k_2 = 0{,}005$ м/сут и расстояние между дренами $B = 250$ м. Сопротивление Φ определяем по формуле (4.8), так как $k_3 \gg k_2$ и $k_2/k_1 < 0{,}01$. Предварительно находим $T = T_1 + T_3 = 5{,}75 + 25 = 30{,}75$ м²/сут, $c = \sqrt{\frac{0{,}005 \cdot 30{,}75}{4 \cdot 5{,}75 \cdot 25}} = 0{,}0163$ м$^{-1}$, $\bar{B} = 0{,}5 \cdot 0{,}0163 \times 250 = 2{,}03$, $\Phi_1 = 5{,}75 \cdot 0{,}5 = 2{,}83$ м. Тогда $\Phi = \frac{30{,}75}{5{,}75}\,2{,}83 + \frac{25}{5{,}75}\,\frac{0{,}5}{0{,}0163}\,\frac{\operatorname{ch} 2{,}03 - 1}{\operatorname{ch} 2{,}03} = 118{,}4$ м.

3. Определить фильтрационное сопротивление несовершенной дрены систематического дренажа в четырехслойном грунте с параметрами $m_1 = 5$, $m_2 = 7$, $m_3 = 5$, $m_4 = 10$ м; $k_1 = 0{,}1$, $k_2 = 5$, $k_3 = 0{,}01$, $k_4 = 10$ м/сут при $r_д = 0{,}15$ м; $b = 1{,}5$ м и $B = 300$ м. Так как $k_1 : k_2 = 0{,}1 : 5 = 0{,}02 < 0{,}1$; $k_2 \gg k_3$ и $k_4 \gg k_3$, то расчет выполняем по формуле (4.10), предварительно найдя по формуле (4.3) сопротивление Φ_*:

$$\Phi_* = 0{,}98 \cdot 12 \cdot \frac{5}{0{,}1} \cdot 0{,}55 + 5 \cdot \frac{0{,}1-5}{0{,}1} \cdot 0{,}29 = 252{,}4 \text{ м},$$

где

$$f = 0{,}366 \lg \frac{12}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}15 \sin \frac{\pi(2 \cdot 1{,}5 + 0{,}15)}{2 \cdot 12}} = 0{,}55;$$

$$f_1 = 0{,}366 \lg \frac{5}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}15 \sin \frac{\pi(2 \cdot 1{,}5 + 0{,}15)}{2 \cdot 5}} = 0{,}29;$$

$\beta_п = 0{,}98$ определяем по графику рис. 4 при $\lambda = 0{,}964$; $\bar{m} = 1{,}4$, $\bar{r} = 0{,}03$; кроме того, находим вспомогательные параметры $c_* =$

Таблица 6

Коэффициенты β_l в формуле (4.14)				
$\beta_в$	$\beta_н$	β_1	β_2	β_*
$\frac{r_д}{m_1}$ $\frac{k_2 - k_1}{k_2 + k_1}$ $\frac{m_2}{m_1}$	$\frac{r_д}{m_2}$ $\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}$ $\frac{m_1}{m_2}$	$\frac{r_д}{m^*}$ $\frac{k_3 - k_2}{k_3 + k_2}$ $\frac{m_3}{m^*}$	$\frac{r_д}{m_1}$ $\frac{k_2 - k_1}{k_2 + k_1}$ $\frac{m_*}{m_1}$	$\frac{r_д}{m_1}$ $\frac{k_2 - k_1}{k_2 + k_1}$ $\frac{m_2}{m_1}$

$= \sqrt{\frac{0{,}01 \cdot 135}{5 \cdot 35 \cdot 100}} = 0{,}00906$ м$^{-1}$, $T = 35 + 100 = 135$ м^2/сут, $\overline{B}_* = 0{,}5 \cdot 0{,}00906 \cdot 300 = 1{,}23$. Тогда $\overline{\Phi} = \left(1 + \frac{100}{35}\right) 252{,}4 + \frac{100}{35} \times \frac{0{,}5}{0{,}00906} \frac{\operatorname{ch} 1{,}23 - 1}{\operatorname{ch} 1{,}23} = 1060{,}3$ м.

§ 2. Определение фильтрационных сопротивлений в водоносной толще грунта, ограниченной проницаемыми границами

В настоящем параграфе излагаются методы определения сопротивлений Φ', $\overline{\Phi}$ и U в водоносной толще грунта, ограниченной сверху или снизу проницаемой границей (поверхностью равного напора), и сопротивления Φ'' в водоносной толще грунта, ограниченной и сверху и снизу проницаемыми границами.

При расположении дрены в верхнем слое двухслойного грунта, ограниченного снизу проницаемой границей (см. рис. 12), при $\gamma = \frac{k_2 m_1}{k_1 m_2} \geqslant 0{,}01$ получаем

$$\overline{\Phi} = \alpha_1 \frac{k_1}{k_2} \overline{f} + \frac{k_2 - k_1}{k_2} \overline{f}_1; \tag{4.15}$$

$$U = \eta \frac{k_1}{k_2} u + \frac{k_2 - k_1}{k_3} u_1; \tag{4.16}$$

при $\gamma < 0{,}01$

$$\overline{\Phi} = f_1 + 0{,}5 c_0 \operatorname{cth} \overline{B}_1; \tag{4.17}$$

$$U = \frac{0{,}5 c_0}{\operatorname{sh} \overline{B}_1}, \tag{4.18}$$

где

$$\overline{B}_1 = 0{,}5 c_1 B; \quad c_1 = \sqrt{\frac{k_2}{k_1 m_1 m_2}}; \quad c_0 = \sqrt{\frac{k_1 m_2}{k_2 m_1}}.$$

При расположении дрены в верхнем слое двухслойного грунта, ограниченного сверху проницаемой границей (см. рис. 1, *б*), приближенно принимается

$$\Phi' = \frac{(1+\lambda)\lambda}{2} f_1' + \frac{(\lambda-1)\lambda}{2} f_1'' - (\lambda^2 - 1) f'. \qquad (4.19)$$

При расположении дрены в верхнем слое двухслойного грунта, ограниченного сверху и снизу проницаемыми границами (см. рис. 1, *в*),

$$\Phi'' = \alpha_1 \frac{k_1}{k_2} f'' + \frac{k_2 - k_1}{k_2} f_1''. \qquad (4.20)$$

Для однородного грунта соответственно

$$\overline{\Phi} = \bar{f},\ U = u,\ \Phi' = f',\ \Phi'' = f''. \qquad (4.21)$$

В приведенных формулах безразмерное сопротивление f_i и u_i в однородном грунте соответствующей мощностью $m_i = m$ и m_1 определяется по формуле

$$\bar{f}_i = 0{,}73 \lg \frac{4m_i \cos \frac{\pi b}{2m_i}}{\pi \sqrt{2r_д (b + 0{,}5r_д)}}, \qquad (4.22)$$

из которой при $b = 0$ следует

$$\bar{f}_i = 0{,}73 \lg \frac{4m_i}{\pi r_д}; \qquad (4.23)$$

$$f_i' = 0{,}366 \lg \left[\frac{4m_i}{\pi r_д} \operatorname{tg} \frac{\pi b}{2m_i} \right] \qquad (4.24)$$

(из последней формулы при $b = 0$ получим (4.23));

$$f_i'' = 0{,}366 \lg \left[\frac{2m_i}{\pi r_д} \sin \frac{\pi b}{m_i} \right]; \qquad (4.25)$$

$$u_i = 1{,}27 e^{-\pi B/4m_i} \cos \frac{\pi b}{2m_i}; \qquad (4.26)$$

из (4.26) при $b = 0$ следует

$$u_i = 1{,}27 e^{-\pi B/4m_i}. \qquad (4.27)$$

Поправочный коэффициент η определяется из графика рис. 20, на котором принимается $\bar{k} = \lg (k_1/k_2)$, $B_* = B/m$. При $\bar{k} = 0$ $\eta \approx 1$.

Замечания к расчетам. Сопротивления $\bar{f}$ и f' фактически относятся к

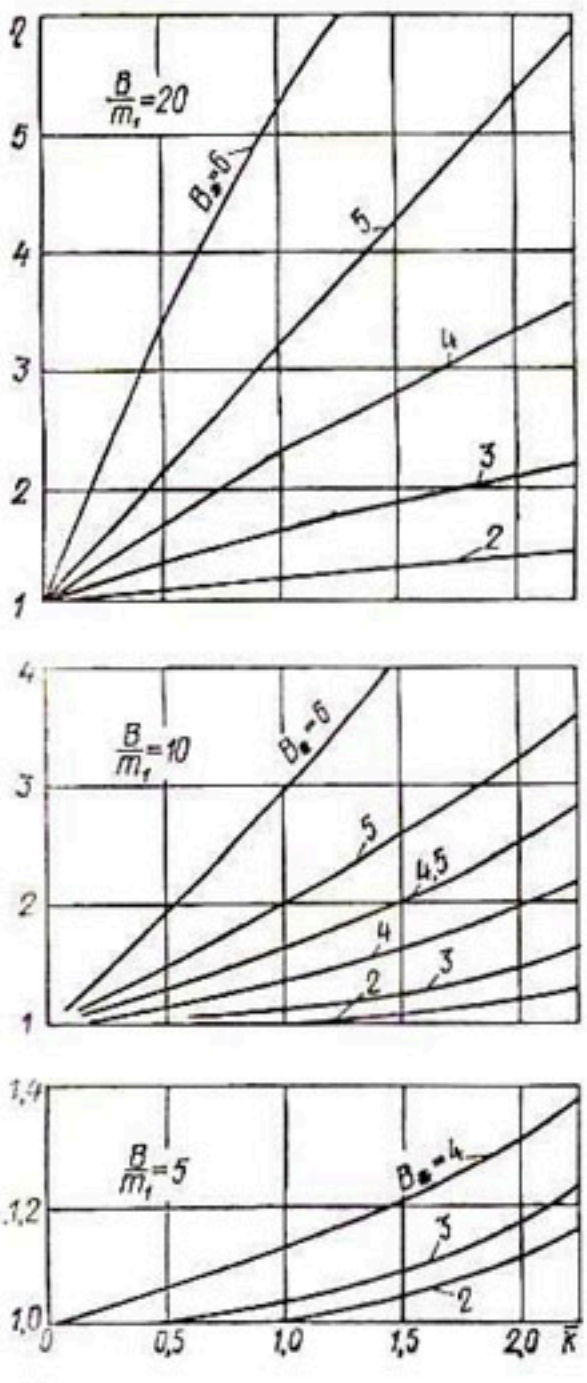


Рис. 20. Графики для определения коэффициента η.

одной и той же схеме однородного грунта и отличаются только тем, что в формуле (4.22) величина b является расстоянием от непроницаемой кровли (осредненной свободной поверхности) до оси дрены, а в формуле (4.24) — расстоянием от проницаемой кровли (поверхности дна водоема) до оси дрены. Нетрудно убедиться, что, заменив в формуле (4.22) величину b на величину $m - b$, получим формулу (4.24).

При $B > 4m$, $\omega \approx f'$ и $\rho \approx f''$ формулы (2.81) и (2.82) упрощаются к виду (4.24), (4.25).

Пример. Определить фильтрационные сопротивления $\bar{\Phi}$ и U дрены систематического дренажа в двухслойном грунте при следующих исходных данных для грунта и дренажа: $h_0 = 1{,}5$ м, $m_д = 5$ м, $k_1 = 1$ м/сут, $m_2 = 10$ м, $k_2 = 0{,}05$ м/сут, $B = 100$ м, $r_д = 0{,}15$ м.

Прежде всего находим $b = 0{,}5\,(0{,}15 + 1{,}5) \approx 0{,}83$ м, $m_1 = 5 + 0{,}83 = 5{,}83$ м, $m = 5{,}83 + 10 = 15{,}83$ м. В связи с тем что $\gamma = \frac{0{,}05 \cdot 5{,}83}{1 \cdot 10} = 0{,}029 > 0{,}01$, расчет величин Φ и U производим по формулам (4.15) и (4.16), предварительно определив вспомогательные величины:

$$\bar{f} = 0{,}73 \lg \frac{4 \cdot 15{,}83 \cos \frac{\pi \cdot 0{,}83}{2 \cdot 15{,}83}}{3{,}14 \sqrt{0{,}15\,(0{,}83 + 0{,}5 \cdot 0{,}15)}} = 1{,}26;$$

$$\bar{f}_1 = 0{,}73 \lg \frac{4 \cdot 5{,}83 \cos \frac{\pi \cdot 0{,}83}{2 \cdot 5{,}83}}{3{,}14 \sqrt{0{,}15\,(0{,}83 + 0{,}5 \cdot 0{,}15)}} = 0{,}94;$$

$$u = 1{,}27 e^{-\frac{3{,}14 \cdot 100}{4 \cdot 15{,}83}} \cos \frac{\pi \cdot 0{,}83}{2 \cdot 15{,}83} = 0{,}0089, \quad u_1 \approx 0.$$

По формуле (4.15) находим

$$\bar{\Phi} = 0{,}9 \frac{1}{0{,}05} 1{,}26 + \frac{0{,}05 - 1}{0{,}05} 0{,}94 = 4{,}9,$$

где $\alpha_1 = 0{,}9$ определяется из графика рис. 19 при $\lambda = 0{,}905$, $\bar{m} = 1{,}715$ и $\bar{r} = 0{,}026$. Согласно формуле (4.16) $U = 6 \frac{1}{0{,}05} 0{,}0089 + 0 = 1{,}07$, где $\eta = 6$ находится приближенно из графика рис. 20 при $B_* = 6{,}3$, $B/m_1 = 17{,}2$ и $k = 1{,}3$.

Рассмотрим этот же пример, но при условии, что $k_2 = 0{,}01$ м/сут. Так как $\gamma = \frac{0{,}01 \cdot 5{,}83}{1 \cdot 10} = 0{,}0058 < 0{,}1$, то сопротивления $\bar{\Phi}$ и U в этом случае вычисляются по формулам (4.17) и (4.18). Предварительно находим $f_1 = 0{,}366 \lg \frac{5{,}83}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}15 \sin \frac{\pi\,(2 \cdot 0{,}83 + 0{,}15)}{2 \cdot 5{,}83}} =$

$= 0{,}41$; $c_1 = \sqrt{\frac{0{,}01}{1 \cdot 5{,}83 \cdot 10}} = 0{,}013$ м$^{-1}$, $c_0 = \sqrt{\frac{1 \cdot 10}{0{,}01 \cdot 5{,}83}} =$ $= 13{,}1$; $\bar{B}_1 = 0{,}5 \cdot 100 \cdot 0{,}013 = 0{,}65$. Тогда $\bar{\Phi} = 0{,}41 + 0{,}5 \times$ $\times 13{,}1 \operatorname{cth} 0{,}65 = 11{,}8$, $U = \frac{0{,}5 \cdot 13{,}1}{\operatorname{sh} 0{,}65} = 9{,}4$.

§ 3. Фильтрационные сопротивления на несовершенство границ областей фильтрации

При разработке методов фильтрационного расчета горизонтального дренажа обычно прямолинейные в плане границы питания грунтовых вод принимаются совершенными, т. е. такими, через которые питание водоносной толщи постоянным напором или расходом происходит равномерно на всю глубину. Однако в действительности границами питания служат контуры различных водоемов и каналов, зачастую несовершенных по степени вскрытия водоносной толщи. В этом случае поток, поступающий из несовершенных каналов и водоемов, должен преодолеть дополнительное сопротивление грунта под дном этого водоема (канала). Величина такого сопротивления в общем случае будет зависеть от сложения водоносной толщи под дном водоема, его заиленности русловыми отложениями, водопроницаемости противофильтрационной одежды, ширины водоема (канала). При наличии гидравлической связи между водоемом (каналом) и фильтрационным потоком, т. е. в условиях так называемой подпертой фильтрации из водоема, несовершенные границы могут быть приведены к совершенным при помощи метода фильтрационных сопротивлений, применение которого к расчетам фильтрации из каналов и водоемов рассмотрено в работах [6, 11, 12, 18, 21, 28, 57, 85, 103]. Особенность этих расчетов заключается в необходимости учета общего сопротивления на несовершенство ΔL по более сложной схеме с выделением двух дополнительных сопротивлений $\Delta L'$ и $\Delta L''$ [85, 119]. Для более простых схем оттока из водоемов и каналов (одно- и двухстороннего симметричного оттоков, оттока из крупного водоема или очень большого канала шириной $B_к > > 2m$) учет этого сопротивления практически сводится к удлинению пути фильтрации, т. е. к увеличению общего сопротивления планового потока на сопротивление ΔL. Этим самым урез воды водоема как бы отодвигается на расстояние ΔL. Более сложные случаи учета сопротивлений на несовершенство различных водоемов и каналов рассмотрены в работах [12, 28, 79, 100, 103, 119, 158]. Наиболее достоверные значения ΔL можно получить на основе анализа данных режимных наблюдений вблизи канала или водоема [13, 31, 61, 100, 117]. Но при наличии таких данных сопротивление можно вовсе исключить из рассмотрения и в качестве исходной границы питания задавать границу потока по найденным уровням.

По результатам аналитических решений для определения сопротивлений ΔL предлагаются следующие расчетные зависимости.

Для каналов небольших размеров ($B_к < 0{,}5m_1$) можно считать

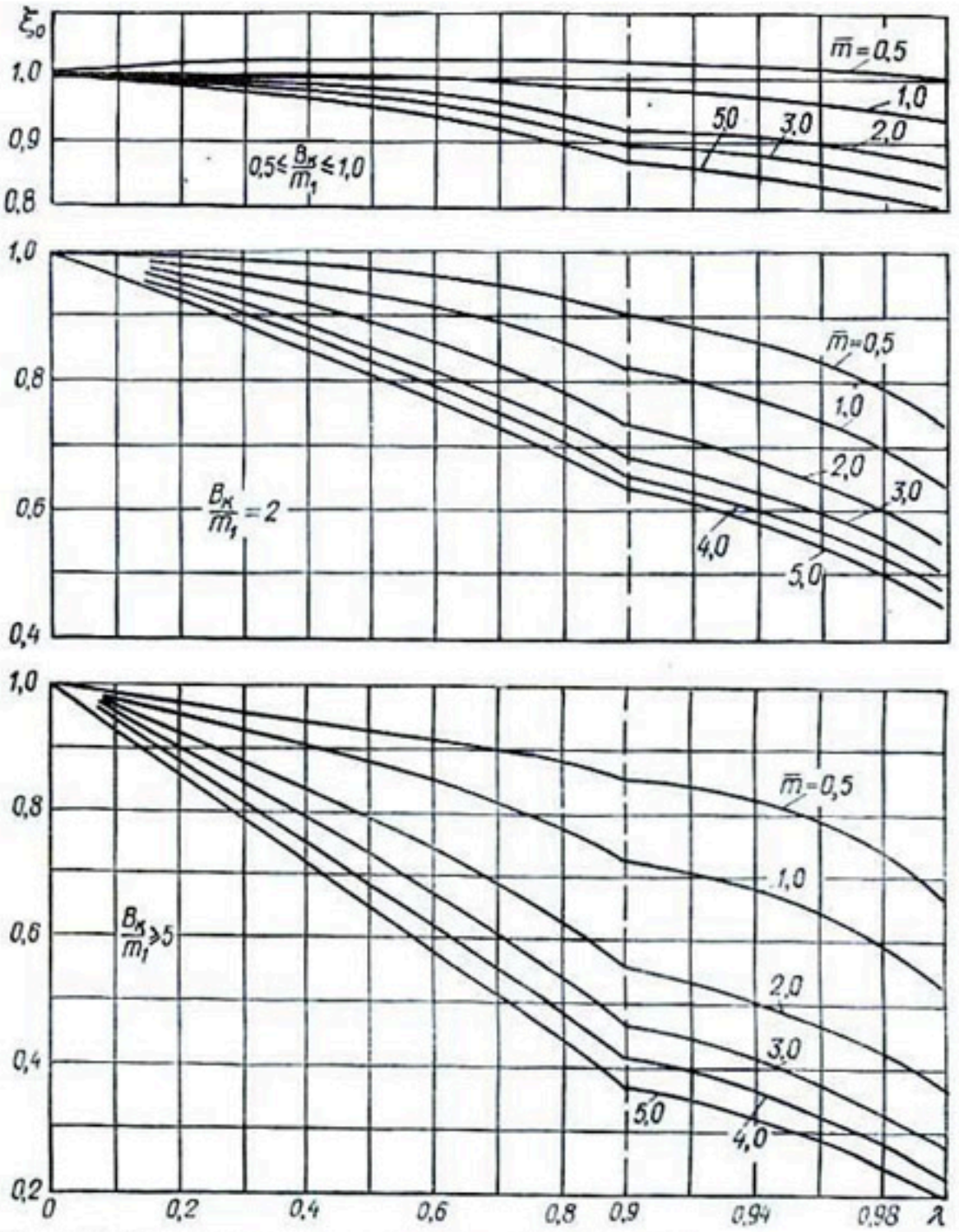


Рис. 21. Графики для определения коэффициента ξ_0.

$\Delta L' \approx 0$, а $\Delta L''$ приближенно находить таким образом [80, 82, 83]: для трехслойного грунта по формулам (4.6) и (4.7), для двухслойного — по формуле (4.3), для однородного — по формуле (4,2); в этих формулах в качестве расчетного радиуса принимается $r_к = 0{,}28P_к$, $m_1 = h_к = m_в + h_в$, где $P_к$ — смоченный периметр канала; $m_в$ — мощность верхнего слоя до дна водоема (канала); $h_в$ — глубина воды в водоеме (канале).

Для схемы трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем при $cL \geqslant 3$, где L — расстояние от водоема до дренажа, имеем

$$\Delta L = \Delta L'' = \frac{T}{k_1} f_1 + \frac{0{,}5}{c} \frac{T_з}{T_1}, \qquad (4.28)$$

где f_1 находится по формуле (4.13) при $m_i = m_1$ и $r_д = r_к$.

Для каналов средних размеров в расчетах участвуют оба сопротивления: $\Delta L'$ и $\Delta L''$. Для схемы двухслойного грунта эти сопротивления определяются по формулам

$$\Delta L' = \xi_0 \frac{k_2}{k_1} m f'_к + \frac{k_1 - k_2}{k_1} m_1 f'_{к_1}; \qquad (4.29)$$

$$\Delta L'' = \zeta_0 \frac{k_2}{k_1} m f''_к + \frac{k_1 - k_2}{k_1} m_1 f''_{к_1}, \qquad (4.30)$$

где

$$f'_{к_i} = \frac{B_к}{2m_i} - 1{,}466 \lg \operatorname{ch} \frac{\pi B_к}{4m_i}; \qquad (4.31)$$

$$f''_{к_i} = 0{,}733 \lg \operatorname{cth} \frac{\pi B_к}{4m_i}. \qquad (4.32)$$

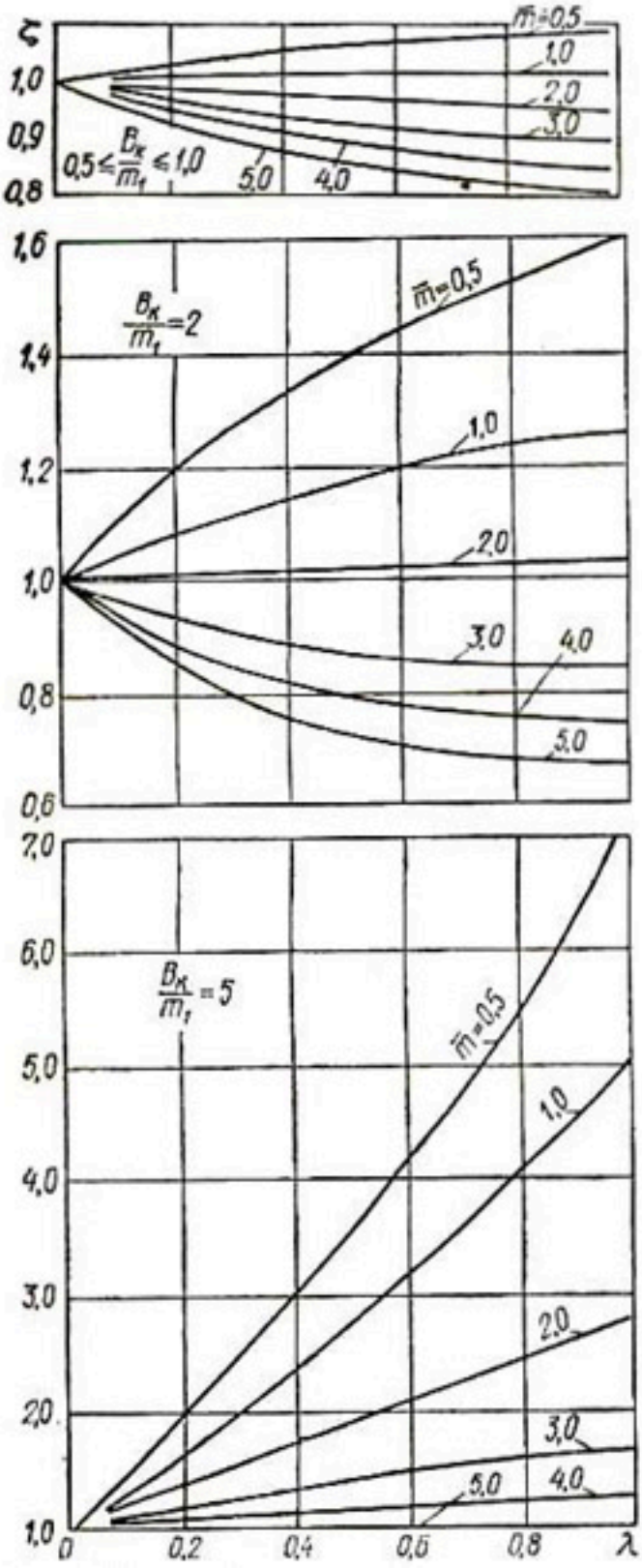


Рис. 22. Графики для определения коэффициента ξ_0.

Здесь $m = h_к + m_2$, $m_1 = h_к$, $h_к = m_в + h_в$, ξ_0 и ζ_0 — поправочные коэффициенты, определяемые из графиков рис. 21 и 22, на которых принято $\bar{m} = m_2/m_1$ и $\lambda = (k_2 - k_1)/(k_2 + k_1)$. Для всех коэффициентов ζ_0 и ζ_0 при $\lambda \leqslant 0$ имеем $\xi_0 = 1$ и $\zeta_0 = 1$. Для удобства вычисления безразмерных сопротивлений $f'_к$ и $f''_к$ на рис. 23 приведены расчетные графики, составленные по формулам (4.31) и (4.32) и заимствованные из работы [12]. Из формул (4.29) и (4.30) для двухслойного грунта при $k_1 = k_2$ и $k_2 = 0$ вытекают известные зависимости для определения соответствующих со-

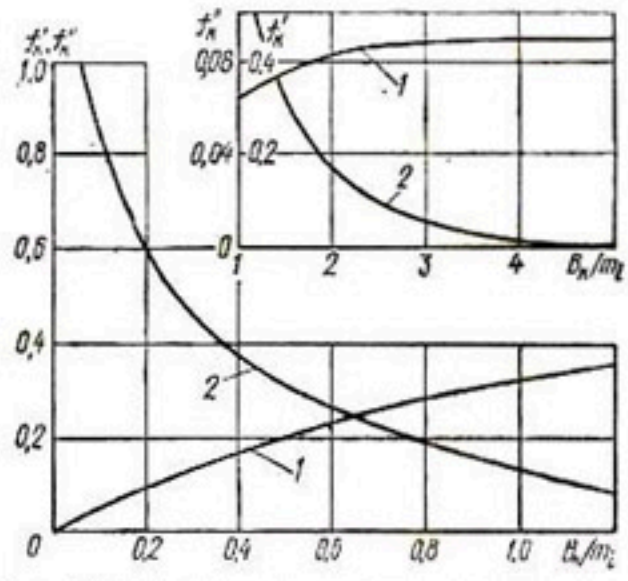


Рис. 23. Графики для определения сопротивлений $f'_к$ (1) и $f''_к$ (2).

противлений в однородном грунте

$$\Delta L' = mf'_к, \quad \Delta L'' = mf''_к. \tag{4.33}$$

При определении сопротивлений $f'_к$ и $f''_к$ по формулам (4.31), (4.32) и графикам рис. 23 предполагается, что глубина воды в канале по сравнению с его шириной по урезу воды $B_к$ и мощностью m_1 пренебрежимо мала, что часто встречается на практике. Если же глубина потока в канале $h_в$ значительна, то сопротивления $f'_к$ и $f''_к$ в этом случае можно рассчитать по графикам, предложенным в работе [12] и учитывающим глубину $h_в$.

При $B_к/m_1 < 0{,}5$ принимается $\Delta L' \approx 0$ и сопротивление находится по приведенным выше упрощенным формулам для каналов небольших размеров. Наоборот, при $B_к/m \geqslant 2$ можно считать $\Delta L'' \approx 0$, а сопротивление $\Delta L'$ определять по упрощенным формулам для широких водоемов. Методика учета в расчетах сопротивлений $\Delta L'$ и $\Delta L''$ приведена ниже.

Для трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем при соблюдении условия $\overline{B}_к = 0{,}5cB_к < 0{,}2$, что часто выполняется для большинства значений ширины канала, общее сопротивление ΔL может быть найдено по формуле

$$\Delta L = \frac{T}{T_1}\Delta L_1 - 0{,}5\frac{T_3}{T_1}B_к + \frac{T_3}{T_1 c}(1 - c\overline{B}_к\Delta L_1), \tag{4.34}$$

где $B_к$ — ширина канала по урезу воды; ΔL_1 — общее сопротивление на несовершенство канала относительно верхнего слоя средней мощностью m_1. Нетрудно убедиться, что при $B_к \to 0$ $\Delta L \approx \approx \Delta L''$ и формула (4.34) переходит в формулу (4.28).

Для широких водоемов (водохранилищ, прудов, рек) шириной $B_к > 2m$ сопротивление $\Delta L \approx \Delta L'$ приближенно может быть определено следующим образом [83, 85, 119]: для однородного грунта

$$\Delta L = \Delta L' = 0{,}44m; \tag{4.35}$$

для двухслойного грунта при $k_2/k_1 \geqslant 10$

$$\Delta L = \sqrt{\frac{k_2 m_2 m_в}{k_1}}; \tag{4.36}$$

при $1 \leqslant k_2/k_1 < 10$

$$\Delta L = 0{,}5\,(h_в + m_2 + m_в\sqrt{k_2/k_1}); \tag{4.37}$$

при $k_2/k_1 \leqslant 1$

$$\Delta L = 0{,}5\,(h_в + m_в + m_2 k_2/k_1). \tag{4.38}$$

Достоверность результатов расчетов сопротивлений на несовершенство водоемов и каналов определенным образом зависит от правильного выбора расчетной мощности потока верхнего слоя m_1. Однако при расположении водоприемников в менее проницаемых слоях водоносной толщи эта зависимость проявляется весьма слабо.

МЕТОДЫ ФИЛЬТРАЦИОННОГО РАСЧЕТА ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ДРЕНАЖА ПРИ УСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ

Очень часто, исходя из условий и продолжительности работы дренажа и выполнения поставленных перед ним задач, достаточно рассмотреть его действия при установившейся фильтрации. Кроме того, эти данные могут быть использованы для расчетов дренажа при неустановившейся фильтрации.

Методика расчета горизонтального дренажа в условиях установившейся фильтрации разработана более обстоятельно, охватывает довольно сложные фильтрационные схемы и, как правило, обеспечивает хорошую точность расчета. В данной главе рассмотрены основные наиболее часто встречающиеся схемы притока грунтовых вод к горизонтальным дренам применительно в основном к объектам мелиорации. Наряду со сплошным горизонтальным дренажем изучаются схемы комбинированного и так называемого прерывистого дренажей.

Изложение расчетных рекомендаций ограничено определением расходов дрен и уровней грунтовых вод в характерных точках (сечениях) области фильтрации — зачастую этого вполне достаточно для практических целей. Предлагаемые рекомендации и зависимости по расчету горизонтального дренажа получены из приведенных выше теоретических решений задач фильтрации к круглым (трубчатым) дренам с использованием ранее опубликованных научных результатов различных авторов [2, 9, 12, 57, 65, 72, 83, 85, 92, 96, 119, 144, 146, 148, 149, 152, 153, 155, 163, 166, 167 и др.]. Заметим, что этими зависимостями, при составлении которых широко применялся метод фильтрационных сопротивлений, можно также воспользоваться и в случае некруглых дрен, приводя их известными способами к эквивалентным круглым, о чем уже говорилось выше.

§ 1. Систематический горизонтальный дренаж

Обычно в мелиоративной практике дренирование территории осуществляется системой горизонтальных дрен, размещенных более или менее равномерно, т. е. систематическим дренажем. Такой дренаж характеризуется тем, что фильтрационный режим потока на участке дренирования мало зависит от числа дрен и общей протяженности дренируемой территории, а определяется главным обра-

зом расстоянием между дренами, их размерами и расположением системы относительно границ водоносной толщи грунта. В условиях систематического дренажа возможными видами питания грунтовых вод могут быть: инфильтрационное (площадное), глубинное из напорных горизонтов и поверхностное в результате сплошного затопления (дренаж под дном водоема).

Дренаж с инфильтрационным питанием (см. рис. 11, 18). Важной исходной характеристикой такого дренажа является интенсивность инфильтрационного питания ε, которая формируется за счет поливов, атмосферных осадков и фильтрации из мелкой оросительной сети. Под интенсивностью инфильтрации ε обычно понимается расход воды, поступающий на единицу площади свободной поверхности потока. Интенсивность ε, м/сут, связана с модулем дренажного стока q, л/с, с 1 га зависимостью

$$\varepsilon = q/116. \tag{5.1}$$

Фактически величина ε выражается следующим образом:

$$\varepsilon = \varepsilon_{инф} - \varepsilon_{исп}, \tag{5.2}$$

где $\varepsilon_{инф}$ — интенсивность суммарного инфильтрационного питания; $\varepsilon_{исп}$ — интенсивность суммарного испарения с поверхности грунтовых вод (испарение плюс транспирация).

Более подробные сведения об этом параметре и о методах его нахождения можно найти в специальной литературе, о чем уже говорилось во введении. Здесь только отметим, что хотя величина ε изменяется по площади массива (x, y) и во времени t и в общем зависит от глубины залегания уровня грунтовых вод и процессов влагопереноса в зоне аэрации, однако во многих случаях при расчете систематического дренажа, который обычно осуществляется локально на отдельных участках, она может быть принята постоянной, равной какой-то средней за вегетационный период величине [82, 83]. Об этом свидетельствуют данные натурных наблюдений за работой дренажа на опытных участках. Ниже рассмотрены некоторые схемы фильтрации, в которых ε — переменная величина.

Особенность расчетов этой схемы дренажа состоит в нахождении расстояния между дренами при известных дренажном модуле (интенсивности инфильтрации ε), глубине заложения дрен, допустимой глубине понижения уровня грунтовых вод на междренье и геологическом строении водоносной толщи грунта.

При $B > 4m$, $\bar{B} > 3$ для любой схемы строения водоносной толщи расстояние B непосредственно определяется по формуле (3.12). При $B < 4m$ для однородного и двухслойного грунтов расстояние B находится подбором из формулы (3.10). При $\bar{B} < 3$ в случае схемы трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем расчет расстояния B находится подбором из формулы (3.91). Подробная методика определения других характеристик потока (положения уровней в любом сечении потока, скоростей фильтрации и т. д.) изложена в гл. 3.

Ниже на конкретных примерах показано, как следует пользоваться предложенными методами расчета.

Примеры. 1. Определить расстояние между дренами в трехслойном грунте, параметры которого приведены в предыдущем примере 1, при заданном понижении на междренье, равном 1,5 м. Глубина закладки дрен от поверхности земли составляет 3 м, расчетный радиус $r_д = 0{,}1$ м, интенсивность инфильтрационного питания $\varepsilon = 0{,}001$ м/сут. Согласно предыдущему примеру сопротивление дрены, найденное по формуле (4.7), $Ф = 56$ м. По формуле (3.12), предполагая, что $B > 4m$, находим

$$B = 4\left[\sqrt{56^2 + \frac{1{,}5 \cdot 31{,}15}{2 \cdot 0{,}001}} - 56\right] = 426 \text{ м}.$$

При $b = 0$ и $m_1 = m_д = 5$ м вычисляем $B = 412$ м. Если в рассматриваемом примере принять средний слой в качестве водоупора ($k_2 = 0$), т. е. в случае однородного грунта мощностью $m = 5{,}75$ м, то $B = 252$ м.

2. Для предыдущей схемы трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем расчет расстояния выполняется следующим образом. Принимая в первом приближении $\overline{B} > 3$, по формуле (4.9) находим

$$Ф = \frac{30{,}75}{1} 0{,}5 + \frac{25}{5{,}75} \frac{0{,}5}{0{,}0163} = 149 \text{ м},$$

где

$$c = \sqrt{\frac{0{,}005 \cdot 30{,}75}{4 \cdot 5{,}75 \cdot 25}} = 0{,}0163 \text{ м}^{-1}, \quad T = T_1 + T_3 = 5{,}75 + 25 = 30{,}75 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Тогда по формуле (3.12) получаем

$$B = 4\left[\sqrt{149^2 + \frac{1{,}5 \cdot 30{,}75}{2 \cdot 0{,}001}} - 149\right] = 256 \text{ м}.$$

Проверяем условие $\overline{B} > 3$: $\overline{B} = 0{,}5 \cdot 0{,}0163 \cdot 258 = 2{,}1 < 3$. Убедившись, что оно не выполняется, расчет повторяем во втором приближении. Во втором приближении

$$Ф = \frac{30{,}75}{1} 0{,}5 + \frac{25}{5{,}75} \frac{0{,}5}{0{,}0163} \frac{\operatorname{ch} 2{,}1 - 1}{\operatorname{ch} 2{,}1} = 119{,}5 \text{ м};$$

$$B = 4\left(\sqrt{119{,}5^2 + \frac{1{,}5 \cdot 30{,}75}{2 \cdot 0{,}001}} - 119{,}5\right) = 295 \text{ м}.$$

Расчет последующих приближений выполняется аналогично. Результаты расчетов сведены в табл. 7. Из приведенного примера видно, что переток даже через весьма слабопроницаемые прослойки может существенно повлиять на результаты расчетов. Поэтому при проектировании дренажа к выбору в качестве относительных водоупоров отдельных слабопроницаемых слоев необходимо подходить осторожно и только после должного обоснования.

3. Определить скорости фильтрации v_y в сечении посредине между дренами ($x = 0{,}5B$; $y = 0$; —1; —2; —3; —4 и —5 м) в двухслойном грунте с параметрами $k_1 = 1$, $k_2 = 10$ м/сут; $m_1 = 5$, $m_2 = 10$ м при $B = 30$ м; $b = 1$ м; $r_д = 0{,}15$ м и $\varepsilon = 0{,}01$ м/сут.

Скорости фильтрации v_y вычисляем по формуле (2.86), в которой $v_{1,3y}$ и v_{2y} для соответствующего однородного грунта определяются

Таблица 7

Параметр	Приближения					
	1	2	3	4	5	6
$\bar{B}$	>3	2,10	2,40	2,31	2,34	2,33
Ф, м	149	119,5	126,6	124,7	125,3	125,2
В, м	258	295	284	287	286	287

по формулам (3.13) и (3.14). Предварительно определим вспомогательные величины A, B, W, значения которых сведены в табл. 8 и 9. Приведенные в табл. 9 вспомогательные параметры A, B и W вычислены с удержанием трех членов ряда. При этом для общей мощности грунта $m = 15$ данные вычислений первого приближения ($n = 1$) не приводятся, так как они совпадают с данными третьего приближения ($n = 3$) для мощности $m_1 = 5$ м. Из табл. 9 видно, что при вычислении скоростей v_y в любом однородном грунте при $B/m_i < (1{,}5 \div 2{,}0)$ фактически можно положить $W_n = 0$, при $B/m_i \geqslant (1{,}5 \div 2{,}0)$ вычисление параметра W_n можно обычно ограничить удержанием двух-трех членов ряда.

Таблица 8

y, м	A^0_+	A^0_-	A'_+	A'_-
—1	0	—0,43	2,00	2,09
—2	—0,21	—0,67	2,02	2,21
—3	—0,43	—0,94	2,09	2,57
—4	—0,67	—1,25	2,21	2,60
—5	—0,94	—1,62	2,37	2,90

Расчеты скоростей v_{1y}, v_{2y} и v_{3y} по формулам (3.13) и (3.14) и скоростей v_y по формуле (2.86) при $\lambda = -0{,}818$ сведены табл. 10.

Дренаж с инфильтрационным и напорным питаниями (см. рис. 12). При дренировании орошаемых земель может наблюдаться фильтрационная схема, в которой менее проницаемые верхние слои подпитываются более проницаемым нижележащим напорным горизонтом [34]. При расчетах систематического горизонтального дренажа в указанных условиях наряду с питанием со стороны поверхности земли необходимо учесть подпитку восходящими токами из напорного водоносного горизонта. Теоретические решения и практические рекомендации и зависимости по расчету этой схемы дренажа в однородном и двухслойном грунтах приведены в § 2 гл. 3. Этими зависимостями предусматривается решение прямой фильтрационной задачи, т. е. при заданных величинах ΔH, q_ε,

Таблица 9

Параметр	$y = -1$ м				
	$m = 5$ м			$m = 15$ м	
	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 2$	$n = 3$
A'_{n+}	5,14	34,35	268,7	143 377	$8{,}07 \cdot 10^7$
A'_{n-}	7,25	51,75	408,0	217 961	$1{,}23 \cdot 10^8$
B'_{n+}	5,14	34,35	268,7	143 376	$8{,}07 \cdot 10^7$
B'_{n-}	3,78	21,92	117,1	94 311	$5{,}31 \cdot 10^7$
A^0_{n+}	—4,02	—33,34	—267,7	—143 376	$-8{,}07 \cdot 10^7$
A^0_{n-}	—6,17	—50,74	—407,0	—217 968	$-1{,}23 \cdot 10^8$
B^0_{n+}	4,02	33,34	267,7	143 376	$8{,}07 \cdot 10^7$
B^0_{n-}	2,59	21,90	176,1	94 310	$5{,}31 \cdot 10^7$
$W'_n(y, \varepsilon)$	0,16	—0,02	—0,004	0	0

Параметр	$y = -2$ м				
	$m = 5$ м			$m = 15$ м	
	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 2$	$n = 3$
A'_{n+}	6,09	42,14	330,91	176 781	$9{,}96 \cdot 10^7$
A'_{n-}	8,70	63,61	503,1	268 752	$1{,}52 \cdot 10^8$
B'_{n+}	4,39	28,04	218,2	116 284	$6{,}55 \cdot 10^7$
B'_{n-}	3,29	18,77	143,9	76 490	$4{,}30 \cdot 10^7$
A^0_{n+}	—4.99	—41,13	—329,9	—176 780	$-9{,}96 \cdot 10^7$
A^0_{n-}	—7,63	—62,60	—502,1	—268 751	$-1{,}52 \cdot 10^8$
B^0_{n+}	3,23	27,01	217,2	116 283	$6{,}55 \cdot 10^7$
B^0_{n-}	2,06	17,74	142,8	76 489	$4{,}30 \cdot 10^7$
$W'_n(y, \varepsilon)$	—0,334	—0,052	—0,007	0	0

Параметр	$y = -3$ м				
	$m = 5$ м			$m = 15$ м	
	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 2$	$n = 3$
A'_{n+}	7,25	51,75	408,02	217 969	$1{,}23 \cdot 10^8$
A'_{n-}	10,48	78,24	619,84	331 368	$1{,}87 \cdot 10^8$
B'_{n+}	3,78	27,92	177,07	94 311	$5{,}31 \cdot 10^7$
B'_{n-}	2,90	15,41	116,80	62 037	$3{,}49 \cdot 10^7$

Параметр	$y = -3$ м				
	$m = 5$ м			$m = 15$ м	
	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 2$	$n = 3$
A^0_{n+}	—6,17	—50,74	—407,02	—217 968	$-1{,}23 \cdot 10^8$
A^0_{n-}	—9,43	—77,23	—618,84	—331 367	$-1{,}87 \cdot 10^8$
B^0_{n+}	2,59	21,90	176,06	94 310	$5{,}31 \cdot 10^7$
B^0_{n-}	1,62	14,38	115,80	62 036	$3{,}49 \cdot 10^7$
$W'_n(y, \varepsilon)$	—0,5	—0,080	—0,011	0	0

Параметр	$y = -4$ м				
	$m = 5$ м			$m = 15$ м	
	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 2$	$n = 3$
A'_{n+}	8 70	63,61	504,13	268 752	$1{,}52 \cdot 10^8$
A'_{n-}	12,69	96,26	763,69	408 572	$2{,}31 \cdot 10^8$
B'_{n+}	3,29	18,77	143,86	76 490	$4{,}30 \cdot 10^7$
B'_{n-}	2,60	12,69	94,96	50 314	$2{,}83 \cdot 10^7$
A^0_{n+}	—7,63	—62,60	—502,13	—268 751	$-1{,}52 \cdot 10^8$
A^0_{n-}	—11,64	—95,28	—762,69	—408 571	$-2{,}31 \cdot 10^8$
B^0_{n+}	2,06	17,74	142,86	76 489	$4{,}30 \cdot 10^7$
B^0_{n-}	1,25	11,65	93,96	50 313	$2{,}83 \cdot 10^7$
$W'_n(y, \varepsilon)$	—0,688	—0,111	—0,015	0	0

Параметр	$y = -5$ м				
	$m = 5$ м			$m = 15$ м	
	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 2$	$n = 3$
A'_{n+}	10,48	78,24	619,84	331 368	$1{,}87 \cdot 10^8$
A'_{n-}	15,41	118,55	941,91	503 764	$2{,}85 \cdot 10^8$
B'_{n+}	2,90	15,41	116,8	62 037	$3{,}49 \cdot 10^7$
B'_{n-}	2,37	10,48	77,24	40 807	$2{,}29 \cdot 10^7$
A^0_{n+}	—9,43	—77,23	—618,84	—331 367	$-1{,}87 \cdot 10^8$
A^0_{n-}	—14,38	—117,55	—940,91	—503 763	$-2{,}85 \cdot 10^8$
B^0_{n+}	1,62	14,38	115,80	62 036	$3{,}49 \cdot 10^7$
B^0_{n-}	0,94	9,43	76,23	40 806	$2{,}91 \cdot 10^7$
$W'_n(y, \varepsilon)$	—0,877	—0,146	—0,019	0	0

k_1, k_2, m, m_1, $r_д$ и B находят значения h_0, q и $q_и$. Однако, как и в предыдущем случае, практика зачастую требует решения обратной фильтрационной задачи, т. е. при заданных h_0, $q_в$, k_1, k_2, m, m_1, $r_д$ и ΔH необходимо определить B и q или при заданном полном модуле дренажного стока q — B и ΔH. В этих случаях расчет выполняется также по предложенным формулам методом подбора. В работе [112] приведены зависимости для непосредственного определения расстояния B. Пользование предложенными зависимостями проиллюстрируем на конкретных примерах.

Примеры. 1. Найти превышение уровня на междреньи над напором в дрене h_0 и фильтрационные расходы q, $q_в$ и $q_и$ при слеТаблица 10

y, м	v_{1y}, м/сут	v_{2y}, м/сут	v_{3y}, м/сут	v_y, м/сут
—1	$-8{,}03\cdot10^{-3}$	$-9{,}67\cdot10^{-3}$	$-8{,}93\cdot10^{-3}$	$-9{,}54\cdot10^{-3}$
—2	$-6{,}035\cdot10^{-3}$	$-9{,}445\cdot10^{-3}$	$-7{,}965\cdot10^{-3}$	$-9{,}21\cdot10^{-3}$
—3	$-4{,}045\cdot10^{-3}$	$-9{,}155\cdot10^{-3}$	$-6{,}945\cdot10^{-3}$	$-8{,}81\cdot10^{-3}$
—4	$-2{,}03\cdot10^{-3}$	$-9{,}06\cdot10^{-3}$	$-6{,}025\cdot10^{-3}$	$-8{,}58\cdot10^{-3}$
—5	$-1{,}10^{-5}$	$-8{,}97\cdot10^{-3}$	$-5{,}125\cdot10^{-3}$	$-8{,}37\cdot10^{-3}$

дующих исходных данных: $B = 100$ м, $m_д = 5$ м, $\varepsilon = 0{,}01$ м/сут, $m_2 = 25$ м, $k_1 = 2$, $k_2 = 0{,}1$ м/сут, $\Delta H = 3$ м, $r_д = 0{,}2$ м.

Так как отношение $B/m_1 = 100/5 = 20 > 5$ и $B/m = 100/30 = 3{,}34 > 2$, то расчеты можно выполнять по формулам (3.34), (3.44) и (3.57), (3.58).

Рассмотрим оба случая. Для определения h_0 примем в первом приближении $b = 0$, $m_1 = m_д = 5$ м. Тогда по формуле (3.34) определяем

$$h_0 = \frac{0{,}01}{2}0{,}2 + \left(3 + \frac{0{,}01}{2}4{,}5 + \frac{0{,}01}{0{,}1}25\right)(1 - 0{,}58) = 2{,}32 \text{ м},$$

причем $\bar{R}_0$ находим по формуле (3.49):

$$\bar{R}_0 = \frac{0{,}73\lg\left(1 + \dfrac{3{,}14^2\cdot5^2}{2\cdot100^2}\right) + 4{,}00}{0{,}73\lg\dfrac{5}{0{,}2} + 5{,}95} = 0{,}58;$$

значения $\bar{E} = 5{,}95$, $\bar{E}_0 = 4{,}00$ найдены по графику рис. 13. Вторым приближением будет значение $b = 0{,}5\ (h_0 + r_д) = (2{,}32 + 0{,}2) = 1{,}26$ м, $m_1 = 6{,}26$ м. По формуле (3.34), предварительно найдя $E = \alpha\bar{E} = 0{,}92 \cdot 4{,}90 = 4{,}50$, $E_0 \approx \bar{E}_0 = 2{,}82$, $R_0 = 0{,}595$ при $b = 1{,}26$ м и $m_1 = 6{,}26$ м получим $h_0 = 2{,}25$ м. Третье приближение при $b = 1{,}23$ м, $m_1 = 6{,}23$ м, $\bar{R}_0 = 0{,}585$, $E = 4{,}65$ и $E_0 = 2{,}88$ дает $h_0 = 2{,}18$ м. Общий погонный расход к дрене находим

по формуле (3.44):

$$q = \frac{2\left[3 + \frac{0{,}01}{2}(6{,}23 - 1{,}23 - 0{,}20) + \frac{0{,}01}{0{,}1}25\right]}{0{,}366 \lg \frac{6{,}23^2 - 1{,}23^2}{0{,}20\,(2{,}45 + 0{,}2)} + 4{,}65} = 2{,}08 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Расход инфильтрационного питания $q_\varepsilon = \varepsilon B = 0{,}01 \cdot 100 = 1$ м²/сут, следовательно, подпитывание из напорного горизонта $q_н = q - q_\varepsilon = 2{,}08 - 1{,}0 = 1{,}08$ м²/сут.

Расчет по формулам (3.57) и (3.58) для $b = 1{,}23$ м дает следующие результаты:

$$q = \frac{2\left[3 + \frac{0{,}01}{2}(6{,}23 - 1{,}23 - 0{,}20) + \frac{0{,}01}{0{,}1}25\right]}{0{,}80 \frac{2}{0{,}1} 1{,}36 + \frac{0{,}1 - 2{,}0}{0{,}1} 0{,}85} = 1{,}98 \text{ м}^2/\text{сут},$$

где

$$\bar{f} = 0{,}73 \lg \frac{4 \cdot 31{,}23 \cos \frac{\pi \cdot 1{,}23}{2 \cdot 31{,}23}}{3{,}14 \sqrt{0{,}20\,(1{,}23 + 0{,}5 \cdot 0{,}2)}} = 1{,}36;$$

$$\bar{f}_1 = 0{,}73 \lg \frac{4 \cdot 6{,}23 \cos \frac{\pi \cdot 1{,}23}{2 \cdot 6{,}23}}{3{,}14 \sqrt{0{,}20\,(1{,}23 + 0{,}5 \cdot 0{,}2)}} = 0{,}85;$$

$$h_0 = \frac{0{,}01}{2}(1{,}23 + 0{,}20) +$$

$$+ \left[3 + \frac{0{,}01}{2}(6{,}23 - 1{,}23 - 0{,}20) + \frac{0{,}01}{0{,}1}25\right](1 - 0{,}61) = 2{,}16 \text{ м};$$

$$R_0 = \frac{1{,}65 \cdot \frac{2{,}0}{0{,}1} 0{,}103 + \frac{0{,}1 - 2{,}0}{0{,}1} 0{,}000004}{0{,}80 \frac{2{,}0}{0{,}1} 1{,}36 + \frac{0{,}1 - 2{,}0}{0{,}1} 0{,}85} = 0{,}61.$$

По приведенным ниже данным для рассматриваемого примера при $b = 0$ можно проследить, как меняется величина h_0 в зависимости от изменения коэффициента фильтрации нижнего слоя:

k_2, м/сут	0	0,01	0,1	1,0	2,0	10	∞
h_0, м	1,33	1,65	2,32	2,90	3,0	3,02	3,08

2. Определить расстояние между дренами B в двухслойном грунте при следующих исходных данных: $h_0 = 1{,}5$ м, $\Delta H = 2{,}0$ м, $m_д = 5$ м, $m_2 = 10$ м, $k_1 = 1$, $k_2 = 0{,}05$ м/сут, $\varepsilon = 0{,}001$ м/сут, $r_д = 0{,}15$ м.

Прежде всего находим $b = 0{,}5\,(1{,}5 + 0{,}15) = 0{,}83$ м; $m_1 = 5 + 0{,}83 = 5{,}83$ м; $m = 5{,}83 + 10 = 15{,}83$ м. Принимаем в первом приближении $B = 100$ м и, учитывая, что $B > 2m$, расход q

и превышение h_0 определяем по формулам (3.57) и (3.59):

$$q = \frac{1\left[2 + \frac{0{,}001}{1{,}0}(5{,}83 - 0{,}83 - 0{,}15) + \frac{0{,}001}{0{,}05}10\right]}{4{,}9} = 0{,}45 \text{ м}^2/\text{сут},$$

$$h_0 = \frac{0{,}001}{1}0{,}83 + \frac{0{,}45}{1{,}0}(4{,}9 - 1{,}07) = 1{,}72 \text{ м},$$

где сопротивления $\bar{\Phi} = 4{,}9$ и $U = 1{,}07$ вычислены по формулам (4.15) и (4.16) в предыдущих примерах. В первом приближении превышение $h_0 = 1{,}72$, что больше принятого, равного 1,5 м. Поэтому расчет повторяем во втором приближении при меньшем расстоянии между дренами, которое принимаем равным $B = 75$ м.

Таблица 11

Параметр	k_2, м/сут					
	∞	1	0,05	0,01	0,001	0
h_0, м	1,53	1,53	1,50	1,47	1,50	1,50
B, м	13,0	29,5	75	180	235	246
q, м²/сут	2,13	1,60	0,46	0,343	0,252	0,245
$q_г$, м²/сут	0,013	0,03	0,075	0,180	0,236	0,246
$q_н$, м²/сут	2,117	1,57	0,385	0,163	0,026	0

Условие $B > 4m$ и в этом случае выполняется, поэтому сопротивление $\bar{\Phi}$ остается без изменений, а параметр U во втором приближении составит 1,57. Тогда

$$h_0 = \frac{0{,}001}{1}0{,}83 + \frac{0{,}45}{1{,}0}(4{,}9 - 1{,}57) = 1{,}50 \text{ м}.$$

Таким образом, понижение уровня грунтовых вод на междренье равно принятой величине 1,50 м. Поэтому расчет можно считать законченным, дрены рекомендуется располагать на расстоянии $B = 75$ м. При этом расстоянии расчетные расходы составят: $q = 0{,}45$, $q_г = 0{,}001 \cdot 75 = 0{,}075$, $q_н = 0{,}45 - 0{,}075 = 0{,}375$ м²/сут.

Покажем для этого примера (табл. 11), как изменяются расстояние B и расходы q, $q_г$ и $q_н$ в зависимости от изменения коэффициента фильтрации грунта нижнего слоя k_2, если поддерживать на междренье во всех случаях примерно одинаковое понижение уровня грунтовых вод. Данные табл. 11 свидетельствуют о трудностях работы дренажа в условиях напорного питания даже при относительно небольшой величине напорности ($\Delta H = 2$ м) и наличии сравнительно мощной слабопроницаемой прослойки, отделяющей напорный горизонт от верхнего слоя.

Дренаж с поверхностным питанием (подрусловой дренаж) (см. рис. 1, *в*, *г*). Схема систематического дренажа при сосредоточенном питании с поверхности земли широко используется при проведении продолжительных промывок засоленных грунтов, при дре-

нировании рисовых систем, в условиях забора грунтовых вод горизонтальными дренами из-под дна реки или водоема. При расчетах дренажа рассоляющего действия наряду с необходимостью определения напоров и расходов важное значение имеет установление картины распределения скоростей в рассматриваемой области фильтрации.

Теоретические решения и практические рекомендации и зависимости по расчету этой схемы дренажа в однородном, двух- и трехслойном грунтах (для трехслойного грунта рассматривается только случай, когда нижний слой имеет большую проницаемость), приведены в § 4 гл. 2, поэтому ограничимся здесь изложением отдельных примеров расчета, иллюстрирующих пользование предложенной методикой. Наряду с систематическим дренажем в § 4 гл. 2 приводятся также рекомендации по расчету одиночной дрены.

Методику расчета ограничим нахождением искомых параметров фильтрации в верхнем слое толщи грунта, в котором располагаются дрены, что особенно важно для практики.

Примеры. 1. Определить искомые характеристики фильтрационного потока в двухслойном грунте с параметрами $k_1 = 1$, $k_2 = 5$ м/сут, $m_1 = 5$ и $m_2 = 10$ м, сверху затопленного слоем воды, а снизу подстилаемого водоупором. Дренирование этого грунта осуществляется систематическим трубчатым дренажем, расположенным на глубине $b = 2$ м от поверхности земли. Расстояние между дренами $B = 50$ м, расчетный радиус дрен $r_д = 0{,}15$ м, напор на дрене $\Delta H = H_к - H_д = 2$ м. Погонный расход воды в дрене определяем по формуле (2.80), для чего предварительно находим ω_1, ω и ρ_1. Так как $B > 4m_1$, то параметры ω_1 и ρ_1 можно вычислить по упрощенным формулам (4.24) и (4.25):

$$\omega_1 = f_1' = 0{,}366 \lg\left[\frac{4 \cdot 5}{3{,}14 \cdot 0{,}15} \operatorname{tg} \frac{\pi \cdot 2}{2 \cdot 5}\right] = 0{,}545;$$

$$\rho_1 = f_1' = 0{,}366 \lg\left[\frac{2 \cdot 5}{3{,}14 \cdot 0{,}15} \sin \frac{\pi \cdot 2}{5}\right] = 0{,}480;$$

параметр ω вычисляем по формуле (2.81):

$$\omega = 0{,}366 \lg \frac{50 \cdot \operatorname{sh} \dfrac{2\pi \cdot 2}{50}}{3{,}14 \cdot 0{,}15} + 0{,}001 = 0{,}526,$$

где $N = 0{,}001$ определено по формуле (2.83). Тогда при $\lambda = \frac{1-5}{1+5} = -0{,}667$ по формуле (2.80) находим:

$$q = 1 \cdot 2\left[\frac{(1-0{,}667)(-0{,}667)}{2} 0{,}546 + (0{,}667^2 - 1)\, 0{,}526 + \right.$$

$$\left. + \frac{(-0{,}667-1)(-0{,}667)}{2} 0{,}480\right]^{-1} = 4{,}00 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Методику расчета скоростей v_x и v_y по формуле (2.86) проиллюстрируем вычислением их в точке области фильтрации с координа-

Таблица 12

Параметр	$m_1 = 5$ м			$m = 15$ м		
	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$
A_{n+}	2,43	7,39	24,92	24,92	1066,5	47 708
A_{n-}	3,70	12,00	40,96	40,96	1763,4	79 973
B_{n+}	2,02	5,83	19,45	19,45	829,8	37 081
B_{n-}	1,515	3,70	11,90	11,90	502,4	22 401
A^0_{n+}	—1,87	—7,01	—24,59	—24,59	—1066,2	—47 707
A^0_{n-}	—3,23	—11,65	—40,64	—40,64	—1763,1	—78 972
B^0_{n+}	1,39	5,43	19,11	19.11	829,5	37 081
B^0_{n-}	0,673	3,23	11,55	11,55	502,1	22 401
$W_n(x)$	+0,023	+0,046	0,017	0,017	0	0
$W_n(y)$	—0.347	—0,080	—0,017	—0,017	0	0

тами $x = 15$ м и $y = -3$ м. Для этого по формулам (2.87) — (2.90) определяем необходимые скорости фильтрации в однородном грунте.

Сначала по формулам (2.91) и (2.92) находим соответствующие погонные расходы дрены в однородном грунте и другие вспомогательные величины:

$$q_1 = \frac{k_1 \Delta H}{\omega_1} = \frac{1 \cdot 2}{0{,}546} = 3{,}66 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$q_2 = \frac{1 \cdot 2}{0{,}480} = 4{,}17 \text{ м}^2/\text{сут}; \quad q_3 = \frac{1 \cdot 2}{0{,}526} = 3{,}80 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$A_+ = \operatorname{ch} \frac{2 \cdot 3{,}14}{50}(-3+2) - \cos \frac{2\pi \cdot 15}{50} = 1{,}32;$$

$$A^0_+ = \operatorname{sh} \frac{2 \cdot 3{,}14}{50}(-3+2) = -0{,}126;$$

$$A_- = \operatorname{ch} \frac{2 \cdot 3{,}14}{50}(-3-2) - \cos \frac{2\pi \cdot 15}{50} = 1{,}515;$$

$$A^0_- = \frac{\operatorname{sh} 2 \cdot 3{,}14}{50}(-3-2) = -0{,}673.$$

Результаты вычисления величин A_n, B_n и W_n для мощностей $m_1 = 5$ и $m = 15$ м при $n = 1, 2, 3$ сводим в табл. 12. Тогда при вычислении v_x и v_y по указанным формулам получаем

$$v_{1x} = \frac{3{,}66 \sin \frac{2\pi \cdot 15}{50}}{2 \cdot 50}\left(\frac{1}{1{,}32} - \frac{1}{1{,}515} + (-1)^{1+1}\,0{,}023 + \right.$$

$$\left. + (-1)^{2+1}\,0{,}043 + (-1)^{3+1} \cdot 0{,}017\right) = 3{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ м/сут};$$

$$v_{1y} = -\frac{3{,}66}{2 \cdot 50}\left(-\frac{0{,}126}{1{,}32} + \frac{0{,}673}{1{,}515} - (-1)^{1+1}\,0{,}347 - \right.$$

$$-(-1)^{2+1}\,0{,}080-(-1)^{3+1}\,0{,}017\Big)=-2{,}38\cdot10^{-3}\ \text{м/сут};$$

$$v_{2x}=\frac{4{,}17\sin\dfrac{2\pi\cdot15}{50}}{2\cdot50}\left(\frac{1}{1{,}32}-\frac{1}{1{,}515}-0{,}023-0{,}046-0{,}017\right)=$$

$$=0{,}5\cdot10^{-3}\ \text{м/сут};$$

$$v_{2y}=-\frac{4{,}17}{2\cdot50}\left(-\frac{0{,}126}{1{,}32}+\frac{0{,}673}{1{,}515}+0{,}347+0{,}080+0{,}017\right)=$$

$$=-3{,}30\cdot10^{-2}\ \text{м}^2\text{/сут};$$

$$v_{3x}=\frac{3{,}80\sin\dfrac{2\pi\cdot15}{50}}{2\cdot50}\left(\frac{1}{1{,}32}-\frac{1}{1{,}515}+(-1)^{1+1}\,0{,}017\right)=$$

$$=4{,}15\cdot10^{-3}\ \text{м/сут};$$

$$v_{3y}=-\frac{3{,}80}{2\cdot50}\left(-\frac{0{,}126}{1{,}32}-\frac{0{,}673}{1{,}515}-(-1)^{1+1}\,0{,}017\right)=$$

$$=-1{,}23\cdot10^{-2}\ \text{м/сут}.$$

Наконец, для двухслойного грунта по формуле (2.86) находим

$$v_x=\frac{(1-0{,}667)(-0{,}667)}{2}\,3{,}2\cdot10^{-3}+$$

$$+\frac{(-0{,}667-1)(-0{,}667)}{2}\,0{,}5\cdot10^{-3}-(0{,}667^2-1)\,4{,}15\cdot10^{-3}=$$

$$=2{,}22\cdot10^{-3}\ \text{м/сут};$$

$$v_y=\frac{(1-0{,}667)(-0{,}667)}{2}\,(-2{,}38\cdot10^{-3})+$$

$$+\frac{(-0{,}667-1)(-0{,}667)}{2}\,(-3{,}30\cdot10^{-2})-$$

$$-(0{,}667^2-1)\,(-1{,}23\cdot10^{-2})=-2{,}49\cdot10^{-2}\ \text{м/сут}.$$

§ 2. Прикапальный горизонтальный дренаж в условиях инфильтрации (испарения)

В задачу фильтрационного расчета каналов и приканального дренажа, как известно, входят определение фильтрационных потерь из канала как основного источника питания грунтовых вод для оценки необходимости осуществления антифильтрационных покрытий по борьбе с потерями воды, прогнозирование повышения уровня грунтовых вод вблизи каналов (путем нахождения депрессионной поверхности потока) для оценки необходимости осуществления дренажных устройств по борьбе с заболачиванием и возможным вторичным засолением прилегающих земель.

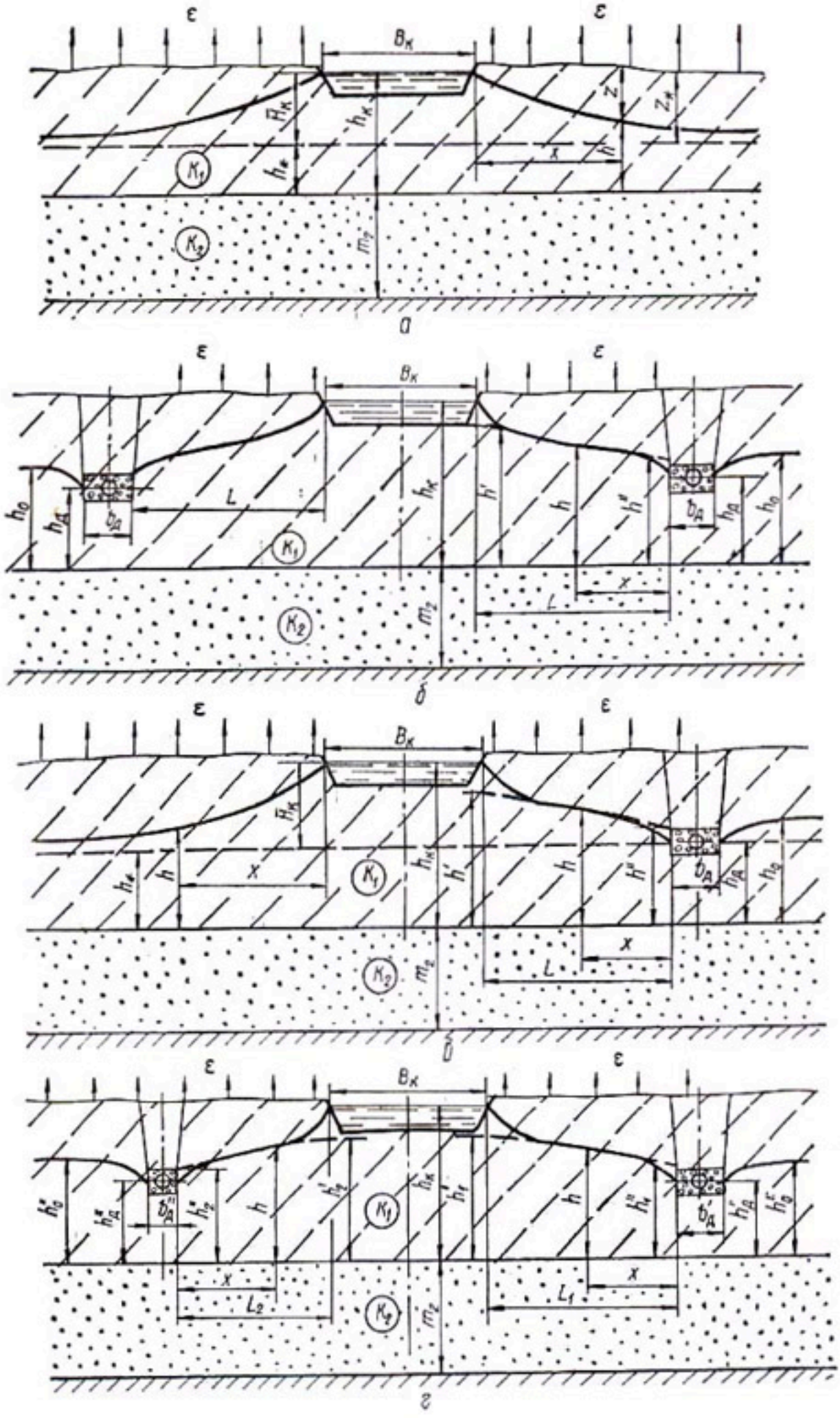


Рис. 24. Расчетные схемы приканального горизонтального дренажа.

Рассмотрим различные схемы подпертой фильтрации из каналов (без защитной одежды) в приканальный горизонтальный дренаж, расположенный в верхнем слое, в условиях испарения с поверхности грунтовых вод. Для двухслойного грунта эти схемы изображены на рис. 24. Построение методики расчета основывается на использовании метода фильтрационных сопротивлений, что для каналов (а также дрен), ширина которых $B_к > 0{,}25m$, представляет определенные трудности.

Схема 1 (рис. 24, *а*) — симметричный отток из канала при отсутствии приканального дренажа. Рассмотрение данной схемы в условиях подпертой фильтрации и слабоминерализованных (пресных) грунтовых вод имеет смысл при наличии значительного испарения с поверхности грунтовых вод. При интенсивности испарения ε, изменяющейся с глубиной уровня грунтовых вод по линейной зависимости

$$\varepsilon = \varepsilon_п \left(1 - \frac{z}{z_*}\right) \tag{5.3}$$

($\varepsilon_п$ — интенсивность испарения на поверхности земли; z_* — критическая глубина грунтовых вод, при которой $\varepsilon = 0$), расчетные зависимости имеют следующий вид: односторонний погонный отток из канала

$$q_к = T \frac{\bar{h}_к}{\Delta L + \sqrt{\frac{Tz_*}{\varepsilon_п}}}; \tag{5.4}$$

глубина грунтовых вод вблизи канала

$$h = h_* + h'_к e^{-\bar{x}}. \tag{5.5}$$

Здесь $\bar{h}_к = h_к - h_*$; $h'_к = \bar{h}_к - \frac{q_к}{T}\Delta L = \frac{\bar{h}_к}{a\Delta L + 1}$; $\bar{x} = ax$; $a = \sqrt{\frac{\varepsilon_п}{Tz_*}}$; h_* — глубина уровня грунтовых вод, при которой $\varepsilon = 0$; средняя проводимость водоносной толщи T, например в случае двухслойного грунта, определяется как

$$T = k_1\left(h_* + \frac{\bar{h}_к}{2}\right) + k_2 m_2;$$

ΔL — сопротивление, обусловленное гидродинамическим несовершенством канала, причем для данной схемы симметричного оттока из канала $\Delta L = \Delta L' + 2\Delta L''$.

Схема 2 (рис. 24, *б*) — симметричный отток из канала в дрены. При постоянной величине интенсивности испарения между каналом и дреной, не зависящей от глубины z ($\varepsilon = \text{const}$), расчетные формулы имеют вид: односторонний погонный отток из канала

$$q_к = \frac{T\bar{h} + \varepsilon L\,(0{,}5L + \Phi)}{L + \Delta L + \Phi}; \tag{5.6}$$

приток в дрену

$$q = \frac{T\bar{h} - \varepsilon L\,(0{,}5\,L + \Delta L)}{L + \Delta L + \Phi}; \qquad (5.7)$$

кривая депрессии между каналом и дреной на участке L

$$h = h'' + \frac{h' - h''}{L}\,x - \frac{\varepsilon x}{2T}\,(L - x); \qquad (5.8)$$

максимальная глубина грунтовых вод за дренами

$$h_0 = h_д + \frac{q}{T}\,\Phi''. \qquad (5.9)$$

Здесь $T = k_1\left(\frac{h_к + h_д}{2}\right) + k_2 m_2$; $\bar{h} = h_к - h_д$; $\Phi = \Phi' + \Phi''$; $\Delta L = \Delta L' + 2\Delta L''$; $h_д \approx m_д$; $h' = h_к - \frac{q_к}{T}\Delta L$; $h'' = h_д + \frac{q}{T}\Phi$.

Если величиной испарения можно пренебречь ($\varepsilon = 0$), то расчетные формулы упрощаются:

$$q_к = q = \frac{T\bar{h}}{L + \Delta L + \Phi}; \qquad (5.10)$$

$$h = h'' + \frac{h' - h''}{L}\,x. \qquad (5.11)$$

При переменной по линейной зависимости интенсивности испарения $\varepsilon = f(z)$ на участке между каналом и дреной расчетные зависимости приобретают вид

$$q_к = \frac{T\bar{h}a}{P}\,(\operatorname{ch}\bar{L} + a\Phi \operatorname{sh}\bar{L}); \qquad (5.12)$$

$$q = \frac{T\bar{h}a}{P}; \qquad (5.13)$$

$$h = h_д + \frac{\bar{h}}{P}\,(\operatorname{sh}\bar{x} + a\Phi \operatorname{ch}\bar{x}), \qquad (5.14)$$

где $P = (1 + \Delta L\Phi a)^2 \operatorname{sh}\bar{L} + a(\Phi + \Delta L)\operatorname{ch}\bar{L}$; $\bar{x} = ax$; $\bar{L} = aL$; $\bar{h} = h_к - h_д$; $a = \sqrt{\varepsilon_п / T z_*}$. Остальные величины и параметры определяются по предыдущим рекомендациям.

Схема 3 (рис. 24, *в*) — односторонний отток из канала в дрену. При постоянной величине интенсивности испарения ($\varepsilon = \text{const}$) на участке между каналом и дреной, практически полном отсутствии испарения с пониженной поверхности грунтовых вод за дреной ($\varepsilon = 0$) и переменной по линейной зависимости (5.3) интенсивности испарения в зоне слева от канала ($\varepsilon = f(z)$) расчетные зависимости следующие: погонные отток из канала справа $q_к'$ и приток в дрену q определяются по формулам (5.6) и (5.7), в которых принимается $\Delta L = \Delta L' + \Delta L''$, $\Phi = \Phi' + \Phi''$; кривая депрессии между каналом и дреной на участке L строится по уравнению (5.8), а максимальная глубина грунтовых вод за дренажем находится по формуле (5.9);

погонный отток из канала в левую сторону q_k'' и положение уровня грунтовых вод в этой зоне находятся по формулам (5.4) и (5.5), в которых вместо сопротивления ΔL принимается сопротивление $\Delta L''$ и $h_к' = \bar{h}_к - \frac{q_к}{T}\Delta L''$. При переменной интенсивности испарения также в зоне справа от канала (на участке между каналом и дреной L) расчеты следует производить по зависимостям (5.12), (5.13) и (5.4), в которых нужно принимать $\Delta L = \Delta L' + \Delta L''$.

Схема 4 (рис. 24, *г*) — двухсторонний несимметричный отток из канала в дрены. При постоянной величине интенсивности испарения ($\varepsilon = \text{const}$) на участке между каналом и дреной расчетные зависимости имеют вид: погонный отток из канала в правую сторону

$$q_к' = T' \frac{\bar{h}'(L_2 + \Phi_{c_2}) - \bar{h}''\Delta L'' + a_1(L_2 + \Phi_{c_2}) - a_2\Delta L''}{(L_1 + \Phi_{c_1})(L_2 + \Phi_{c_2}) - \Delta L''^2}; \qquad (5.15)$$

в левую сторону

$$q_к'' = T'' \frac{\bar{h}''(L_1 + \Phi_{c_1}) - \bar{h}'\Delta L'' + a_2(L_1 + \Phi_{c_1}) - a_1\Delta L''}{(L_1 + \Phi_{c_1})(L_2 + \Phi_{c_2}) - \Delta L''^2}; \qquad (5.16)$$

погонный приток в правую дрену

$$q' = T' \frac{\bar{h}'(L_2 + \Phi_{c_2}) - \bar{h}''\Delta L'' - \bar{a}_1(L_2 + \Phi_{c_2}) + \bar{a}_2\Delta L''}{(L_1 + \Phi_{c_1})(L_2 + \Phi_{c_2}) - \Delta L''^2}; \qquad (5.17)$$

в левую дрену

$$q'' = T'' \frac{\bar{h}''(L_1 + \Phi_{c_1}) - \bar{h}'\Delta L'' - \bar{a}_2(L_1 + \Phi_{c_1}) + \bar{a}_1\Delta L''}{(L_1 + \Phi_{c_1})(L_2 + \Phi_{c_2}) - \Delta L''^2}, \qquad (5.18)$$

где

$$\bar{h}' = h_к - h_д'; \quad \bar{h}'' = h_к - h_д''; \quad a_1 = \frac{\varepsilon L_1'}{T'}(0{,}5L_1 + \Phi_1);$$

$$a_2 = \frac{\varepsilon L_2}{T''}(0{,}5L_2 + \Phi_2); \quad \bar{a}_1 = \frac{\varepsilon L_1'}{T'}(0{,}5L_1 + \Delta L + \Delta L'');$$

$$\bar{a}_2 = \frac{\varepsilon L_2}{T''}(0{,}5L_2 + \Delta L + \Delta L''); \quad \Phi_{c_1} = (\Delta L + \Phi_1);$$

$$\Phi_{c_2} = (\Delta L + \Phi_2); \quad \Delta L = \Delta L' + \Delta L''; \quad \Phi_1 = \Phi_1' + \Phi_1'';$$

$$\Phi_2 = \Phi_2' + \Phi_2''; \quad T' = \frac{h_к + h_д'}{2} k_1 + m_2 k_2;$$

$$T'' = \frac{h_к + h_д''}{2} k_1 + m_2 k_2;$$

T' и T'' — проводимость соответственно в левой и правой зонах; Φ_1 и Φ_2 — сопротивление дрен, расположенных слева и справа от канала.

Кривые депрессии на участках между каналом и дренами L_1 и L_2 строятся по уравнениям

$$h = h_1'' + \frac{h_1' - h_1''}{L_1} x - \frac{\varepsilon x}{2T'} (L_1 - x); \tag{5.19}$$

$$h = h_2'' + \frac{h_2' - h_2''}{L_2} x - \frac{\varepsilon x}{2T''} (L_2 - x), \tag{5.20}$$

где

$$h_1' = h_к - \frac{q_к'}{T'} \Delta L - \frac{q_к''}{T'} \Delta L'';$$

$$h_2' = h_к - \frac{q_к''}{T''} \Delta L - \frac{q_к'}{T''} \Delta L'';$$

$$h_1'' = h_д' + \frac{q'}{T'} \Phi_1; \quad h_2'' = h_д'' + \frac{q''}{T''} \Phi_2;$$

максимальные глубины грунтовых вод за дренами вычисляются по формулам

$$h_0' = h_д' + \frac{q'}{T'} \Phi_1'; \tag{5.21}$$

$$h_0'' = h_д'' + \frac{q''}{T''} \Phi_2''. \tag{5.22}$$

Если действием испарения можно пренебречь ($\varepsilon = 0$), то расчетные формулы упрощаются к виду

$$q_к' = q' = T' \frac{\bar{h}_1 (L_2 + \Phi_{c_2}) - \bar{h}'' \Delta L''}{(L_1 + \Phi_{c_1})(L_2 + \Phi_{c_2}) - \Delta L''^2}; \tag{5.23}$$

$$q_к'' = q'' = T'' \frac{\bar{h}'' (L_1 + \Phi_{c_1}) - \bar{h}' \Delta L''}{(L_1 + \Phi_{c_1})(L_2 + \Phi_{c_2}) - \Delta L''^2}, \tag{5.24}$$

$$h = h_1'' + \frac{h_1' - h_1''}{L_1} x; \tag{5.25}$$

$$h = h_2'' + \frac{h_2' - h_2''}{L_2} x. \tag{5.26}$$

Схема 5 — двухсторонний несимметричный приток из совершенных водоемов к несовершенной дрене небольших размеров. Эта схема (см. рис. 16) для двухслойного грунта при наличии инфильтрации подробно изучена в § 3 гл. 3, где приводятся зависимости по ее расчету. Однако по методу фильтрационных сопротивлений можно получить более простые приближенные рекомендации, которые для условий испарения при $\varepsilon = \text{const}$ имеют вид: погонный приток к дрене

$$q = \frac{TS_д - \frac{\varepsilon L_1 L_2}{2}}{\frac{L_1 L_2}{L} + \Phi}, \tag{5.27}$$

отток из левого и правого водоемов соответственно

$$q_к' = \frac{T\bar{S}_д + 0{,}5\varepsilon L_1^2}{L_1} \tag{5.28}$$

$$q_к'' = \frac{T\bar{S}_д + 0{,}5\varepsilon L_2^2}{L_2}; \tag{5.29}$$

$$\bar{S}_д = S_д - \frac{q}{T}\Phi, \quad \Phi \approx \Phi'', \tag{5.30}$$

где $S_д$ — понижение на дрене, определяющееся по формуле (2.27). Кривая депрессии для превышения $h = H - H_д$ на участках L_1 и L_2 может быть построена по уравнению (5.8), в котором принимается $h' = h_i'$, $h'' = \frac{q}{T}\Phi$, $h_1' = H_1 - H_д$, $h_2' = H_2 - H_д$.

Схема 6 — двухсторонний несимметричный приток из несовершенных широких водоемов к несовершенной дрене небольших размеров. Для этого случая расчетные формулы становятся более громоздкими и при $\varepsilon = \text{const}$ имеют вид: общий приток к дрене

$$q = q_1 + q_2, \tag{5.31}$$

где q_1 и q_2 — притоки соответственно из левого и правого водоемов; отток из левого и правого водоемов соответственно

$$q_{k_1} = q_1 + \varepsilon L_1 \tag{5.32}$$

и

$$q_{k_2} = q_2 + \varepsilon L_2. \tag{5.33}$$

Представим формулы для определения притоков в развернутом виде:

$$q_1 = \frac{T\bar{\beta}_1(\alpha - \alpha_2 - \alpha\alpha_2 L_2) - T\alpha_1\bar{\beta}_2}{\Delta}; \tag{5.34}$$

$$q_2 = \frac{T\bar{\beta}_2(\alpha_1 - \alpha + \alpha\alpha_1 L_1) + T\alpha_2\bar{\beta}_1}{\Delta}, \tag{5.35}$$

где

$$\Delta = \alpha_2(1 - \alpha_1 L_1) + (1 - \alpha_2 L_2)(\alpha_1 - \alpha + \alpha\alpha_1 L_1);$$

$$\bar{\beta}_1 = \beta_1 + \frac{\varepsilon L_1}{T} - \alpha_1\frac{\varepsilon L_1^2}{2T}; \quad \bar{\beta}_2 = -\beta_2 - \frac{\varepsilon L_2}{T} + \alpha_2\frac{\varepsilon L_2^2}{2T};$$

$$\alpha = \frac{1}{\Phi}; \quad \alpha_1 = \frac{1}{\Delta L_1}; \quad \alpha_2 = \frac{1}{\Delta L_2}; \quad \beta_1 = \frac{h'}{\Delta L_1}, \quad \beta_2 = \frac{h''}{\Delta L_2};$$

$$\Phi \approx \Phi''; \quad \Delta L_1 \approx \Delta L_1', \quad \Delta L_2 \approx \Delta L_2';$$

$h' = H_1 - H_д$, $h'' = H_2 - H_д$ — превышения уровня воды в водоемах по сравнению с уровнем воды в дрене.

Уровень грунтовых вод вблизи водоемов соответственно

$$H_1' = H_1 - \frac{q_{k_1}}{T}\Delta L_1 \quad \text{и} \quad H_2' = H_2 - \frac{q_{k_2}}{T}\Delta L_2; \tag{5.36}$$

уровень грунтовых вод вблизи дрены

$$H_д' = H_д + \frac{q}{T}\Phi. \qquad (5.37)$$

Замечания к расчетам. 1. Предложенными зависимостями можно пользоваться при расположении водоприемников (каналов, дренажей и т. п.) на расстоянии $L_i > 2m$ ($cL_i > 3$ для схемы трехслойного грунта с прослойкой), где m — общая мощность потока.

2. Фильтрационные сопротивления дрен Φ' и Φ'' здесь определяются по формулам (4.29) и (4.30), в которых принимается вместо величины $B_к$ ширина дрены $b_д$ и $m_1 = m_д$. При $b_д/m_1 < 0{,}5$ принимается $\Phi' = 0$ и сопротивление Φ находится по приведенным выше упрощенным формулам для дрен небольших размеров. При $b_д/m_1 \geqslant 2$, наоборот, можно считать $\Phi'' \approx 0$ и сопротивление Φ рассчитывать по упрощенным формулам для широких водоемов.

3. Во всех рассмотренных схемах кривую депрессии, построенную по расчетным уравнениям, следует совместить с границей уреза воды в канале (дрене).

4. В условиях испарения (инфильтрации) расчеты по приведенным формулам для трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем существенно усложняются. Однако с некоторым приближением расчетные формулы можно использовать с учетом следующих поправок в них. Для рассматриваемого случая расположения канала и дрен в верхнем слое на расстоянии $cL_i \geqslant 3$ друг от друга в числителе формул для $q_к$ необходимо прибавить член $\frac{T_з}{T}\varepsilon_0 \left(\varepsilon_0 = \frac{m_2 T_з}{k_2 T}\varepsilon\right)$, а в числителе формул для q следует его вычесть.

Уровни грунтовых вод вблизи канала и дрен в верхнем слое могут быть вычислены по приведенным формулам. Для нахождения напора в нижнем слое можно воспользоваться зависимостями, приведенными в § 4 гл. 3. При этом необходимо учесть, что здесь ε — интенсивность испарения с поверхности грунтовых вод.

5. Если вместо испарения с постоянной интенсивностью на участке между каналом (водоемом) и дренажем наблюдается дополнительная подпитка грунтовых вод за счет инфильтрации постоянной интенсивности, то в расчетных зависимостях величина ε должна иметь обратный знак.

6. Разработанная по методу фильтрационных сопротивлений методика расчета позволяет в качестве приканального дренажа рассматривать различные горизонтальные сплошные и прерывистые трубчатые и другие дрены, а также линейный ряд вертикальных скважин. Тип и конструктивные особенности дренажа могут быть учтены путем ввода в расчетные формулы соответствующих фильтрационных сопротивлений Φ. В частности, методика расчета приканального вертикального дренажа с фильтрами в нижнем слое водоносной толщи приведена в работе [82].

Примеры. 1. Рассчитать приканальный дренаж в виде закрытой трубчатой дрены, расположенной с правой и левой сторон

на расстоянии $L_1 = 100$ и $L_2 = 80$ м от уреза воды в канале. Исходные значения глубин грунтового потока у канала и дрен (см. рис. 24) принимаются равными: $h_к = 5{,}5$ м, $h'_д = 2{,}5$ м и $h_д = 3{,}0$ м. Средняя ширина канала по урезу воды $B_к = 5$ м, средняя глубина воды в канале $h_к = 1$ м. Водоносная толща представлена двухслойным грунтом: верхний слой — покровные супеси средней мощностью 5—6 м с коэффициентом фильтрации $k_1 = 0{,}5$ м/сут, нижний слой — пески мощностью $m_2 = 10$ м с коэффициентом фильтрации $k_2 = 5$ м/сут. Средняя интенсивность испарения с поверхности грунтовых вод $\varepsilon = 0{,}001$ м/сут. Расчетный диаметр дрены $d = 0{,}50$ м.

Предварительно определяем сопротивление на несовершенство канала и дрены. Для рассматриваемой схемы несимметричного потока из канала в дрены сопротивление на несовершенство канала $\Delta L = \Delta L' + \Delta L''$. Сопротивления $\Delta L'$ и $\Delta L''$ находим по формулам (4.29) и (4.30), в которых сопротивление $f_к$ вычисляем по формулам (4.31) и (4.32) при $m_1 = h_к = 5{,}5$ м и $m = 15{,}5$ м:

$$f'_к = \frac{5}{2 \cdot 15{,}5} - 1{,}466 \lg \operatorname{ch} \frac{3{,}14 \cdot 5}{4 \cdot 15{,}5} = 0{,}141,$$

$$f'_{к_1} = \frac{5}{2 \cdot 5{,}5} - 1{,}466 \lg \operatorname{ch} \frac{3{,}14 \cdot 5}{4 \cdot 5{,}5} = 0{,}304,$$

$$f''_к = 0{,}733 \lg \operatorname{cth} \frac{3{,}14 \cdot 5}{4 \cdot 15{,}5} = 0{,}444, \quad f''_{к_1} = 0{,}733 \lg \operatorname{cth} \frac{3{,}14 \cdot 5}{4 \cdot 5{,}5} = 0{,}156;$$

по графикам рис. 21, 22 при $B_к/m_1 = 0{,}91$, $\lambda = 0{,}82$ и $\overline{m} = 1{,}82$ определяем коэффициенты $\zeta_0 = 0{,}955$ и $\xi_0 = 0{,}945$; тогда

$$\Delta L' = 0{,}945 \frac{5}{0{,}5} 15{,}5 \cdot 0{,}141 + \frac{0{,}5 - 5}{0{,}5} 5{,}5 \cdot 0{,}304 = 5{,}60 \text{ м},$$

$$\Delta L'' = 0{,}955 \frac{5}{0{,}5} 15{,}5 \cdot 0{,}444 + \frac{0{,}5 - 5}{0{,}5} 5{,}5 \cdot 0{,}15 = 58{,}0 \text{ м}$$

и

$$\Delta L = \Delta L' + \Delta L'' = 5{,}6 + 58{,}0 = 63{,}6 \text{ м}.$$

Сопротивления на несовершенство дрен, которые с левой и правой сторон для упрощения дальнейших расчетов принимаются одинаковыми и определяются по формуле (4.3), так как $\Phi \approx \Phi''$, вычисляем следующим образом:

$$\Phi_1 \approx \Phi_2 = 0{,}92 \frac{5}{0{,}5} 13{,}0 \cdot 0{,}89 + \frac{0{,}5 - 5}{0{,}5} 3 \cdot 0{,}425 = 95{,}0 \text{ м},$$

где $m_1 \approx h'_д = 3$ м, $m = 13$ м, $r_д = 0{,}25$ м, $f = 0{,}73 \lg \frac{13}{3{,}14 \cdot 0{,}25} = 0{,}89$, $f_1 = 0{,}73 \lg \frac{3}{3{,}14 \cdot 0{,}25} = 0{,}425$; по графику рис. 4 при $\lambda = 0{,}82$, $\overline{m} = 1{,}82$ и $\overline{r} = 0{,}093$ находим $\beta_д = 0{,}92$. Дополнительно определяем:

$$T' \approx T'' = 5{,}5 \cdot 0{,}5 + 5 \cdot 10 = 52{,}75 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$\Phi_{c_1} \approx \Phi_{c_2} = \Delta L + \Phi = 63{,}6 + 95 = 158{,}6 \text{ м};$$

$$a_1 = \frac{0{,}001 \cdot 100}{52{,}75}(0{,}5 \cdot 100 + 95) = 0{,}275; \quad \bar{h}_1' = h_к - h_д' =$$

$$= 5{,}5 - 2{,}5 = 3 \text{ м};$$

$$a_2 = \frac{0{,}001 \cdot 80}{52{,}75}(0{,}5 \cdot 80 + 95) = 0{,}205; \quad \bar{h}'' = h_к - h_д'' =$$

$$= 5{,}5 - 3{,}0 = 2{,}5 \text{ м};$$

$$\bar{a}_1 = \frac{0{,}001 \cdot 100}{52{,}75}(0{,}5 \cdot 100 + 63{,}6 + 58) = 0{,}325;$$

$$\bar{a}_2 = \frac{0{,}001 \cdot 80}{52{,}75}(0{,}5 \cdot 80 + 63{,}6 + 58) = 0{,}245.$$

Таким образом, оттоки из канала $q_к'$ и $q_к''$ и притоки в дренажи q' и q'', вычисленные по формулам (5.15) — (5.18), составят:

$$q_к' = 52{,}75\,\frac{3(80 + 158{,}6) - 2{,}5 \cdot 58 + 0{,}275(80 + 158{,}6) - 0{,}205 \cdot 58}{(100 + 158{,}6)(80 + 158{,}6) - 58^2} =$$

$$= 0{,}565 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$q_к'' = 52{,}75\,\frac{2{,}5(100 + 158{,}6) - 3 \cdot 58{,}0 + 0{,}205(100 + 158{,}6) - 0{,}275 \cdot 58}{(100 + 158{,}6)(80 + 158{,}6) - 58^2} =$$

$$= 0{,}461 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$q' = 52{,}75\,\frac{3(80 + 158{,}6) - 2{,}5 \cdot 58 - 0{,}325(80 + 158{,}6) + 0{,}245 \cdot 58}{(100 + 158{,}6)(80 + 158{,}6) - 58^2} =$$

$$= 0{,}410 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$q'' = 52{,}75\,\frac{2{,}5(100 + 158{,}6) - 3{,}58 - 0{,}245(100 + 158{,}6) + 0{,}325 \cdot 58}{(100 + 158{,}6)(80 + 158{,}6) - 58^2} =$$

$$= 0{,}387 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

При отсутствии испарения ($\varepsilon = 0$) по формулам (5.23) и (5.24) получаем

$$q_к' = q' = 0{,}517 \text{ м}^2/\text{сут}; \quad q_к'' = q'' = 0{,}427 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Используя формулы (5.19) и (5.20), составим уравнения для построения кривых депрессии на участках между каналом и дренами, предварительно найдя

$$h_1' = 5{,}5 - \frac{0{,}565}{52{,}75}63{,}6 - \frac{0{,}461}{52{,}75}58{,}0 = 4{,}31 \text{ м};$$

$$h_2' = 5{,}5 - \frac{0{,}461}{52{,}75}63{,}6 - \frac{0{,}565}{52{,}75}58{,}0 = 4{,}32 \text{ м};$$

$$h_1'' = 2{,}5 + \frac{0{,}41}{52{,}75}95 = 3{,}24 \text{ м}; \quad h_2'' = 3{,}0 + \frac{0{,}387}{52{,}75}95 = 3{,}7 \text{ м};$$

$$h = 3{,}24 + 1{,}07 \cdot 10^{-2}x - 9{,}5 \cdot 10^{-6}(100 - x)x;$$

$$h = 3{,}7 + 7{,}75 \cdot 10^{-3}x - 9{,}5 \cdot 10^{-6}(80 - x)x.$$

Максимальные глубины грунтовых вод за дренажем найдем по формулам (5.21) и (5.22):

$$h_0' = 2{,}5 + \frac{0{,}41}{52{,}75}\,95 = 3{,}24 \text{ м}, \quad h_0'' = 3{,}0 + \frac{0{,}387}{52{,}75}\,95 = 3{,}7 \text{ м}.$$

2. Рассчитать двухсторонний несимметричный приток из несовершенных водоемов в трубчатую дрену для двухслойного грунта. Исходные данные те же, что и в примере 1, т. е. $T' = T'' - T = 52{,}75$ м²/сут, $\Phi = 95{,}0$ м, $\varepsilon = 0{,}001$ м/сут, $L_1 = 100$, $L_2 = 80$ м, $h' = 3{,}0$, $h'' = 2{,}5$ м. Ввиду большой протяженности правого и левого водоемов сопротивление на их несовершенство определяем по формуле (4.36), так как $k_2/k_1 = 10$. Тогда

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 = \sqrt{\frac{5 \cdot 10 \cdot 5{,}5}{0{,}5}} = 23{,}5 \text{ м}.$$

Погонные притоки к дрене с левого и правого водоемов определяем по формулам (5.34) и (5.35), для чего предварительно находим $\alpha_1 = \alpha_2 = 0{,}043$, $\alpha = 0{,}011$, $\beta_1 = 0{,}128$, $\beta_2 = 0{,}107$, $\overline{\beta}_1 = 0{,}126$, $\overline{\beta}_2 = -0{,}106$, $\Delta = -0{,}335$. Получаем

$$q_1 = \frac{52{,}75 \cdot 0{,}126\,(0{,}011 - 0{,}043 - 0{,}011 \cdot 0{,}043 \cdot 80) - 52{,}75 \cdot 0{,}043\,(-0{,}106)}{-0{,}335} =$$

$$= 0{,}668 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$q_2 = \frac{52{,}75\,(-0{,}106)\,(0{,}043 - 0{,}011 + 0{,}011 \cdot 0{,}043 \cdot 100) + 52{,}75 \cdot 0{,}043 \cdot 0{,}126}{-0{,}335} =$$

$$= 0{,}470 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Отсюда общий погонный расход дрены согласно (5.31) $q = 0{,}668 + 0{,}470 = 1{,}138$ м²/сут. Оттоки из левого и правого водоемов по формулам (5.32) и (5.33) составят:

$$q_{к_1} = 0{,}668 + 0{,}001 \cdot 100 = 0{,}768 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$q_{к_2} = 0{,}470 + 0{,}001 \cdot 80 = 0{,}550 \text{ м}^2/\text{сут},$$

а превышение уровня воды вблизи дрены и водоемов по сравнению с уровнем воды в дрене

$$h_1' = 3 - \frac{0{,}768}{52{,}75}\,23{,}5 = 2{,}66 \text{ м}; \quad h_2' = 2{,}5 - \frac{0{,}55}{52{,}75}\,23{,}5 = 2{,}26 \text{ м};$$

$$h_д' = \frac{1{,}138}{52{,}75}\,95 = 2{,}05 \text{ м}.$$

§ 3. Придамбовый открытый дренажный канал в однородном грунте

В состав сооружений, предназначенных для защиты от затопления и подтопления прилегающих территорий при строительстве различных водохранилищ и водоемов, неотъемлемой частью входит придамбовый дренаж. В интересах экономии строительства этот дренаж зачастую устраивают в виде открытого дренажного канала, задачей

которого является перехват фильтрационного потока, идущего в основании и через тело защитной дамбы (плотины). Поэтому для практики представляет интерес разработка метода расчета фильтрации через такую дамбу с дренажным каналом. Ввиду того что получение точного теоретического решения для указанной довольно сложной области фильтрации связано с существенными математическими трудностями, ниже приводятся приближенные, но вместе с тем вполне пригодные для практического использования способы расчета, полученные на основании методов фрагментов и фильтрационных сопротивлений [81].

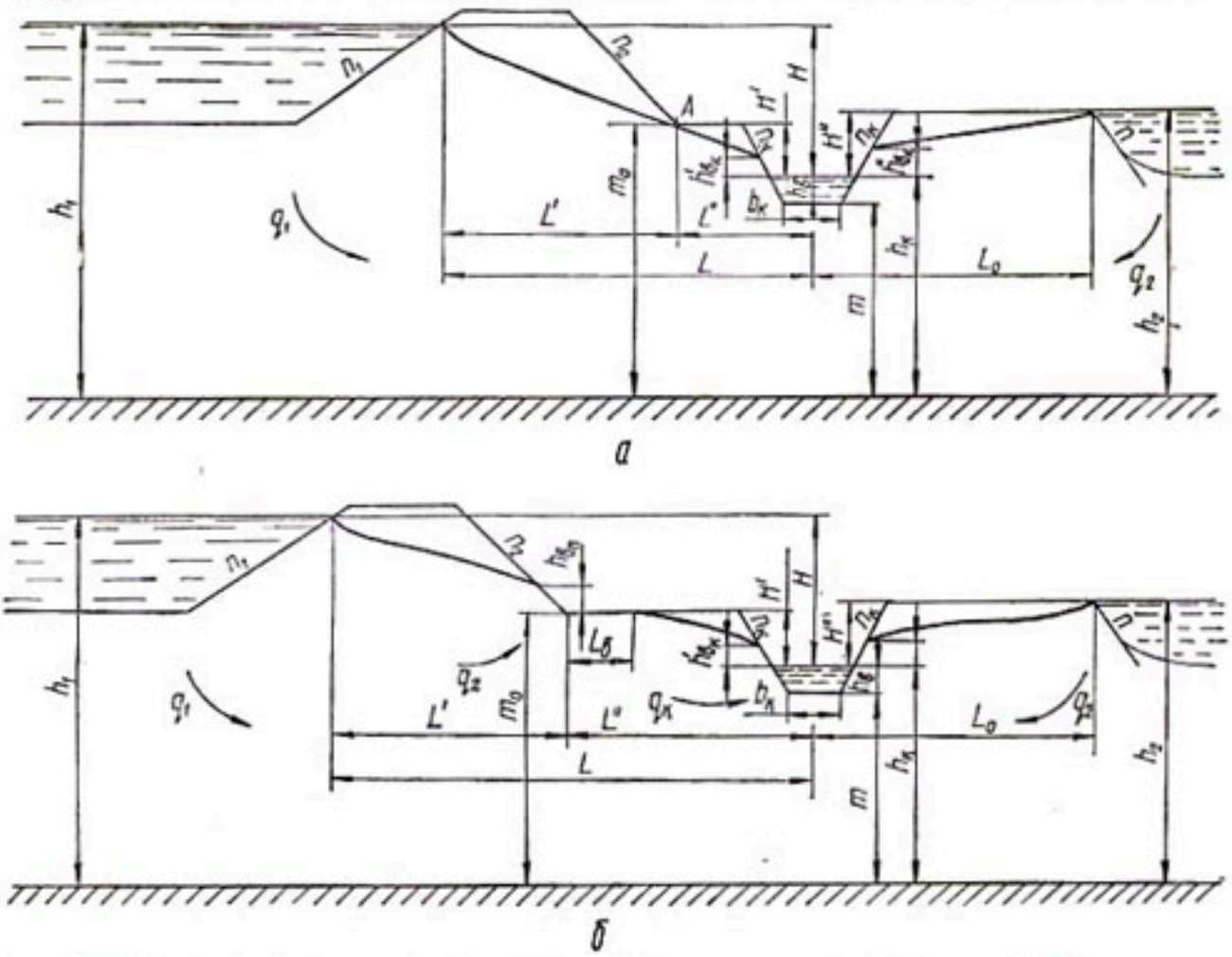


Рис. 25. Расчетные схемы дамбы с дренажным каналом в нижнем бьефе.

Исследуемая сложная область фильтрации разбивается известным способом на отдельные фрагменты, для каждого из которых используется имеющееся теоретическое решение или метод расчета. В зависимости от расположения придамбового дренажного канала можно выделить следующие фильтрационные схемы.

1. Канал располагается вблизи подошвы откоса дамбы. Его влияние может оказаться настолько эффективным, что кривая депрессии будет проходить ниже подошвы откоса (точка A на рис. 25, *а*). В этом случае высачивания фильтрационного потока на откос дамбы и за его подошвой не будет.

2. Канал располагают на некотором расстоянии от дамбы (рис. 25, *б*). На откосе и за его подошвой появятся участки высачивания потока, размеры которых будут увеличиваться с удалением

канала от дамбы. Однако и в этом случае дренажный канал оказывает заметное влияние на фильтрационный режим в дамбе.

3. Канал расположен от дамбы на большом расстоянии. Основная часть фильтрационного потока будет высачиваться на откос дамбы и по ее основанию за его подошвой, а в канал будет поступать со стороны верхнего бьефа плотины настолько незначительная часть фильтрационного потока, что при расчетах ею вообще можно пренебречь. Это практически возможно тогда, когда расход воды, поступающей в канал, будет составлять менее 5% общего расхода. В этом случае в практических расчетах влияние канала на фильтрацию в плотине можно вовсе не учитывать.

Условия существования первой схемы приближенно определяются неравенством

$$m_0 > \sqrt{\frac{h_1^2 (L_1'' - n_к h'_{в_к}) + (m + h'_{в_к} + h_в)(L_1 - L_1'')}{L_1 - n_к h'_{в_к}}}, \qquad (5.38)$$

где $n_к$ — коэффициент заложения откосов канала ($n_к = \operatorname{ctg} \alpha$, α — угол наклона откоса); $h'_{в_к}$ — высота высачивания потока на левый откос канала; $h_в$ — глубина воды в канале. Остальные обозначения ясны из рис. 25.

При двухсторонней несимметричной фильтрации воды в дренажный канал из водохранилища и водоема, расположенного в нижнем бьефе плотины за каналом, значения погонных расходов q_1 и q_2 определяют по формулам

$$\frac{q_1}{k} = \frac{(H + h_в)^2 - h_в^2}{2L_1} + \frac{Hm}{L_1 + \Delta L_1}; \qquad (5.39)$$

$$\frac{q_2}{k} = \frac{(H'' + h_в)^2 - h_в^2}{2L_2} + \frac{H''m}{L_2 + \Delta L_2}. \qquad (5.40)$$

Общий расход, поступающий в дренажный канал, может быть найден по формуле (5.31).

В приведенных формулах $L_1 = L + 0{,}44h_1 - 0{,}5B_к$, $L_2 = L_0 + 0{,}44h_2 - 0{,}5B_к$, $L_1'' = L'' - 0{,}5B_к$, $B_к = b_к + 2n_к h_в$,

$$\Delta L_1 = f'_к m + \left[1 + \frac{H''(L_1 + \Delta L_1)}{H(L_2 + \Delta L_2)}\right] f''_к m; \qquad (5.41)$$

$$\Delta L_2 = f'_к m + \left[1 + \frac{H(L_2 + \Delta L_2)}{H''(L_1 + \Delta L_1)}\right] f''_к m. \qquad (5.42)$$

Значения фильтрационных сопротивлений $f'_к$ и $f''_к$ определяют по формулам (4.31) и (4.32) или из графиков рис. 23. Остальные обозначения величин, входящих в приведенные выше формулы, ясны из рис. 25.

Расчеты по формулам (5.41) и (5.42) выполняются методом подбора. В первом приближении при вычислении сопротивлений ΔL_1

и ΔL_2 их значения в правой части уравнений принимаются равными нулю, затем во втором приближении, которое обычно является окончательным, в правую часть уравнений подставляют значения ΔL_1 и ΔL_2 первого приближения. После некоторых преобразований эти формулы можно представить в более удобном для расчета виде

$$\Delta L_1 = \frac{(f'_к + f''_к)\, m\, [L_2 + (f'_к + f''_к)\, m] + \left(\frac{H''}{H} L_1 - m f''_к\right) f''_к m}{L_2 + (f'_к + f''_к)\, m - \frac{H''}{H} f''_к m}; \quad (5.43)$$

$$\Delta L_2 = \frac{(f'_к + f''_к)\, m\, [L_1 + (f'_к + f''_к)\, m] + \left(\frac{H}{H''} L_2 - m f''_к\right) f''_к m}{L_1 + (f'_к + f''_к)\, m - \frac{H}{H''} f''_к m}. \quad (5.14)$$

При $b'_к > 2m$ можно принять $\Delta L_1 = \Delta L_2 = 0{,}44\ m$. Наоборот, при $b_к < 0{,}25$ можно пренебречь величиной сопротивления $f''_к$. Тогда расчет можно производить по известной методике расчета фильтрации к круглой дрене, заменив действительное рабочее сечение канала эквивалентным круглым радиусом $r_к = 0{,}28\ P_к$, где $P_к$ — смоченный периметр канала. При отсутствии воды в канале в приведенных формулах следует положить $h_в = 0$.

При двухстороннем симметричном притоке

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 = \Delta L' + 2\Delta L'' = (f'_к + 2f''_к)\, m. \quad (5.45)$$

При одностороннем притоке в дренажный канал только из водохранилища расход воды, поступающей в канал вычисляется по формуле

$$\frac{q_1}{k} = \frac{q}{k} = \frac{(H + h_в)^2 - h_в^2}{2L_1} + \frac{Hm}{L_1 + \Delta L_д}, \quad (5.46)$$

где

$$\Delta L_д = \Delta L' + \Delta L'' = (f'_к + f''_к)\, m. \quad (5.47)$$

За дренажным каналом устанавливается глубина

$$h_0 = h_к + \frac{q}{T} \Delta L'', \quad (5.48)$$

где $\Delta L'' = m f''_к$; $h_к = m + h_в$.

При $b_к > 2m$ и $b_к < 0{,}25m$ расчеты упрощаются так же, как и в предыдущем случае. Нетрудно найти выражения для расходов q_1, q_2 и q в случае расположения за дренажным каналом дополнительного стока с глубиной $H_2 < m + h_в$.

Условия существования второй схемы определяются неравенством

$$m_0 < \sqrt{\frac{h_1^2 (L''_1 - n_к h'_{в_к}) + (m + h'_{в_к} + h_в)^2 (L_1 - L''_1)}{L_1 - n_к h'_{в_к}}}. \quad (5.49)$$

Для расчета фильтрации по второй схеме используем приближенное решение, предложенное в работе [22] для определения промежуточного выклинивания фильтрационного потока на откос перемычки котлована. Как будет показано ниже, с некоторыми дополнениями это решение может быть применено и в рассматриваемом случае. Для решения задачи предлагается следующая система фильтрационных уравнений, связывающая между собой искомые параметры фильтрационного потока:

$$h_{в_п} = \sqrt{A^2 + \varkappa m_0 \frac{q_0}{k}} - A; \tag{5.50а}$$

$$\frac{q_0}{k} = \frac{h_1^2 - m_0^2}{2L_1'}; \tag{5.50б}$$

$$A = 0{,}5\left[\left(1 + \frac{\varkappa}{n_2} + \varkappa \frac{m_0}{L_1'}\right) m_0 - n_2 \frac{q_0}{k}\right]; \tag{5.50в}$$

$$L_1' = L' + 0{,}44h_1, \quad \varkappa = 0{,}44 \frac{L_в}{L_в + 0{,}16m_0} \frac{n_2 h_{в_п}}{n_2 h_{в_п} + 0{,}06m_0}; \tag{5.50г}$$

$$\frac{q_н}{k} = \frac{h_{в_п} m_0}{n_2 h_{в_п} + \varkappa m_0}; \tag{5.50д}$$

$$\frac{q_к}{k} = \frac{(H' + h_в)^2 - h_в^2}{2(L_1'' - L_в)} + \frac{H'm}{(L_1'' - L_в + \Delta L'')}; \tag{5.50е}$$

$$\Delta L_1'' = f_к' m + \left[1 + \frac{H''(L_1'' - L_в + \Delta L_1'')}{H'(L_2 + \Delta L_2)}\right] f_к'' m; \tag{5.50ж}$$

$$\Delta L_2 = f_к' m + \left[1 + \frac{H'(L_2 + \Delta L_2)}{H''(L_1'' - L_в + \Delta L_1'')}\right] f_к'' m; \tag{5.50з}$$

$$\frac{q_к}{q_н} = \theta; \tag{5.50и}$$

$$\theta = \frac{1}{\pi} \arccos \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi L_2}{m} - 3}{1 + \operatorname{ch} \frac{\pi L_в}{m}}; \tag{5.50к}$$

$$q_в = q_в' + q_в''; \tag{5.50л}$$

$$\frac{q_в'}{k} = \frac{h_{в_п}}{n_2}; \quad q_в'' = q_н - q_к; \tag{5.50м}$$

$$q_1 = q_н + q_в. \tag{5.50н}$$

Расход q_2 определяется по формуле (5.40) при найденном по зависимости (5.30з) значении ΔL_2. В приведенных зависимостях q_1 — общий расход воды со стороны водохранилища; $q_н$ — расход в основании плотины; $q_к$ — расход воды, поступающей в канал со стороны

водохранилища; q_2 — расход воды, поступающей в канал со стороны поймы; $q'_в$ — расход воды, выклинивающейся на откос плотины; $q''_в$ — расход воды, выклинивающейся в основании откоса на участке $L_в$; $L_{в_п}$ — высота высачивания потока на откос плотины. Остальные обозначения те же, что и на рис. 25, *б*.

Систему уравнений (5.30) решают подбором. Для этого поступают следующим образом. Сначала по формуле (5.50б) находят q_0, затем в первом приближении принимают $q_п = q_0$, а $q_к$ вычисляют по формуле (5.50е), считая $L_в = 0$; далее по формуле (5.50и) определяют значение θ, а по графику зависимости $\theta = f(L_в/m)$ (рис. 26) находят соответствующее значение $L_в/m$; из формул (5.50а) и (5.50в), принимая $\varkappa = 0{,}44$, в первом приближении определяют $h_{вп}$; во втором приближении сначала по значениям $L_в$ и $h_{вп}$ первого приближения согласно формуле (5.50г) находят $\varkappa$, далее по формуле (5.50а) и (5.50в) вычисляют $h_{вп}$ и по формулам (5.50д) и (5.50е) — $q_п$ и $q_к$ во втором приближении, затем по формуле (5.50и) во втором приближении определяют величину θ, а из графика рис. 26 — соответствующее значение $L_в/m$; после окончательного определения $L_в$ переходят к вычислению расходов q_2, $q'_в$, $q''_в$ и q_1.

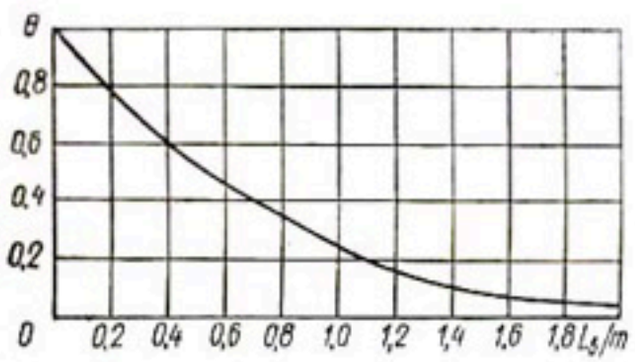


Рис. 26. График для определения параметра θ.

Расчет выполняют до тех пор, пока значение $L_в$ предыдущего приближения будет мало отличаться от значения последующего приближения. Обычно в расчетах достаточно выполнить два-три приближения. В случае одностороннего притока только со стороны водохранилища расчет выполняется по указанной выше системе уравнений, в которой при определении расхода $q_к$ принимают $\Delta L''_1 = \Delta L_д$.

Из графика рис. 26 видно, что при $L_в = 2m_0$ отношение $\theta = q_к/q_п = 0{,}05$, а при $L_в > 2m_0$ оно еще меньше. Поэтому приближенно будем считать, что условия существования третьей схемы, при которой в канал со стороны водохранилища поступает менее 5% общего расхода воды, определяются неравенством

$$L_в > 2m_0 \quad \text{или} \quad q_{к_0}/q_{н_0} < 0{,}05, \tag{5.51}$$

где

$$\frac{q_{н_0}}{k} = \frac{(h_1 - m_0)\, m_0}{L'_1 + 0{,}44m_0}; \quad \frac{q_{к_0}}{k} = \frac{(H' + h_в)^2 - h_в^2}{2\,(L''_1 - 2m_0)} + \frac{H'm}{L''_1 - 2m_0 + \Delta L''_0};$$

$$\Delta L''_0 = f'_к m + \left[1 + \frac{H''\,(L'' - 2m_0)}{H' L_2}\right] f''_к m.$$

Как указывалось выше, в случае третьей схемы можно считать, что дренажный канал практически не оказывает влияния на фильт-

рационный режим в плотине, и поэтому ее фильтрационный расчет выполняется как для плотины без дренажного канала [58].

При расчетах фильтрации в дренажный канал существенное значение имеет установление зон высачивания потока на откосы канала, в пределах которых возможны фильтрационные деформации грунтов откоса. Для получения рекомендаций по определению высоты высачивания на откосы канала с коэффициентом заложения $n_к > 1{,}0$ методом ЭГДА были выполнены экспериментальные исследования притока грунтовых вод к дренажным каналам. В результате установлено, что с уменьшением ширины канала по дну

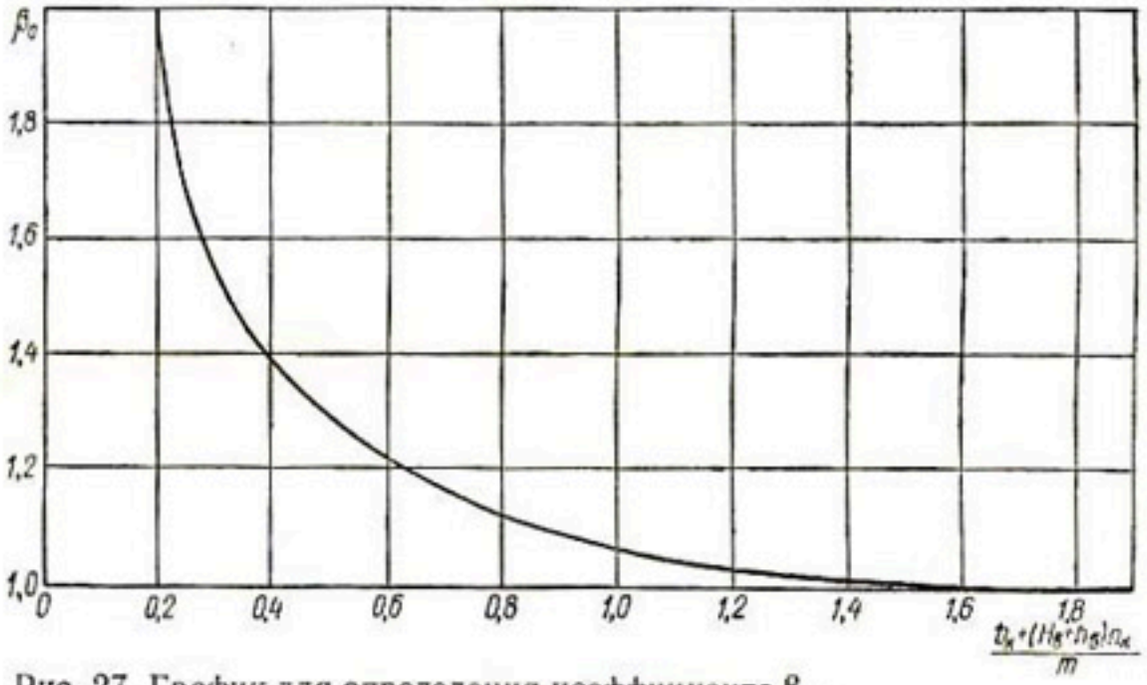


Рис. 27. График для определения коэффициента β_0.

$b_к$ (при прочих равных условиях) высота высачивания потока на откосы канала $h_{вк}$ увеличивается, наоборот, с увеличением $b_к$ она уменьшается и при значительных шириных канала по дну уже не оказывает влияния на величину $h_{вк}$. В этом случае можно отдельно рассматривать приток фильтрационных вод к каждому откосу канала и высоту высачивания определять в соответствии с известными способами расчета притока грунтовых вод к откосу, например к низовому откосу плотины.

Если влияние ширины канала $b_к$ на величину $h_{вк}$ учесть с помощью коэффициента β_0, то формулу для определения высоты высачивания $h_{вк}$ на откосы канала можно представить в виде

$$h_{в_к} = \beta_0 H_в, \tag{5.52}$$

где $H_в$ — высота высачивания на откос широкого канала; при $\beta_0 = 1$ ее можно определять как для плотины с высачиванием потока на откос [58].

При несимметричном притоке фильтрационных вод в дренажный канал высота высачивания потока, поступающего на откосы с левой и правой сторон, будет различной и соответственно равной $h'_{в_к}$ и $h_{в_к}$ (см. рис. 25). Для определения коэффициента β_0 в этом случае

Таблица 13

Схема	$\frac{n_1}{n_2}$	$n_к$	$\frac{h_1}{H}$	$\frac{h_2}{H}$	$\frac{h_0}{H}$	$\frac{m_0}{H}$	$\frac{m}{H}$	$\frac{L}{H}$	$\frac{L'}{H}$	$\frac{L''}{H}$	$\frac{L_0}{H}$	$\frac{b_к}{H}$	$\frac{B_к}{m}$
1	3,0	2,0	2,27	1,87	0	—	1,27	5,67	—	—	5,84	0,53	0,42
1		2,0	4,33	3,94	0	—	3,33	4,49	—	—	4,67	0,53	0,16
1		2,0	3,00	2,40	0	—	2,00	4,18	—	—	1,64	1,00	0,50
1		3,0	3,33	2,93	0,33	—	2,00	4,93	—	—	5,11	0,53	1,26
1		3,0	4,00	3,60	0,33	—	2,67	8,13	—	—	4,95	0,27	0,85
1		3,0	3,00	2,60	0	—	2,00	8,20	—	—	6,47	0,40	0,20
1	3,0	4,0	3,00	2,60	0	—	2,00	8,20	—	—	6,47	0,40	0,20
1		4,0	3,00	2,70	0	—	2,00	6,20	—	—	4,50	0,40	0,20
1		5,0	3,00	2,60	0	—	2,00	8,20	—	—	4,46	0,40	0,20
1 *		2,0	3,50	2,60	0	—	2,50	3,46	—	—	—	0,30	0,12
2		2,0	2,67	2,27	0	2,00	1,67	7,42	3,93	3,49	4,33	0,27	0,16
2		3,0	2,67	2,27	0	2,00	1,67	10,86	4,00	6,86	2,86	1,07	0,64
2		3,0	2,00	1,60	0,25	1,50	0,75	9,65	3,00	6,65	3,40	0,20	2,27
2		3,0	2,00	1,60	0	1,50	1,00	8,60	3,00	5,60	2,65	0,20	0,20
2		3,0	2,67	2,27	0	2,00	1,67	10,46	4,0	6,46	2,46	0,27	0,16

* Случай одностороннего притока.

рекомендуется график, построенный по результатам исследований методом ЭГДА (рис. 27).

При одностороннем притоке для отношений $b_к/m \geqslant 0{,}2$ значение коэффициента β_0 приближенно можно принимать равным $q_п/q$, где расход q вычисляют по формуле (5.46), а расход $q_п$ — также по формуле (5.46), но при $\Delta L_д = 0{,}44m$. При этом определяют высоту высачивания на откосе, к которому происходит приток фильтрационных вод. На противоположном откосе канала высота высачивания

$\frac{q_1}{kH}$		$\frac{q_2}{kH}$		$\frac{q_к}{kH}$		$\frac{L_в}{H}$	
0,250	0,236	0,129	0,123	—	—	—	—
0,442	0,472	0,191	0,206	—	—	—	—
0,447	0,450	0,260	0,235	—	—	—	—
0,487	0,504	0,268	0,243	—	—	—	—
0,345	0,328	0,294	0,275	—	—	—	—
0,228	0,239	0,138	0,141	—	—	—	—
0,228	0,236	0,138	0,140	—	—	—	—
0,276	0,295	0,220	0,234	—	—	—	—
0,225	0,234	0,185	0,209	—	—	—	—
0,503	0,491	0,050	0,086	0,455	0,405	—	—
0,285	0,267	0,169	0,173	0,152	0,150	0,70	0,73
0,282	0,260	0,311	0,295	0,096	0,098	1,55	1,74
0,203	0,203	0,225	0,220	0,122	0,114	0,55	0,65
0,210	0,200	0,196	0,212	0,100	0,096	0,80	0,82
0,286	0,276	0,260	0,268	0,072	0,073	1,63	1,54

Примечание. Первая цифра в каждой колонке соответствует значению данного параметра,

будет незначительной, примерно равной $(0{,}03 \div 0{,}07)\,H$ (H — напор на сооружение), и ею вообще можно пренебречь.

Определив высоту высачивания $h_{в_к}$ на откосы канала, можно без особых затруднений по известным уравнениям построить кривые депрессии на участках отдельных фрагментов области фильтрации.

Проверка точности расчетов по предлагаемым рекомендациям была выполнена методом ЭГДА. Исходные данные для некоторых моделей приведены в табл. 13, а результаты расчетов и опытов по этим моделям — в табл. 14. Из табл. 14 видно, что расчетные величины расходов и высот высачивания хорошо согласуются с опытными: расхождение в величинах расходов в среднем составляет $\pm 5\%$ и не превышает $\pm 10\%$, а расхождение в определении высот высачивания в среднем не превышает $\pm 10\%$ и только при $h_{в_к} < 0{,}1H$ оно несколько больше.

Методику расчета проиллюстрируем на конкретных примерах.

Примеры. 1. Исходные данные: $h_1 = 30$, $h_2 = 26$ м; $m_0 = 24$, $m = 20$ м; $L = 82$, $L'' = 18$, $L_0 = 64{,}5$ м; $b_к = 4$ м; $H = 10$, $H'' = 6$, $H' = 4$ м; $n_1 = n_2 = 3$,

$$n_к = 4;\ h_в = 0;\ k = 10 \text{ м/сут}.$$

Проверяем неравенство (5.38), для чего предварительно определяем $L_1 = 82 + 0{,}44 \cdot 30 - 2{,}0 = 93{,}2$ м, $L_1'' = 18 - 2 = 16$ м, $h_{в_к} = 1{,}24 \cdot 1{,}85 = 2{,}29 \approx 2{,}3$ м:

$$\sqrt{\frac{30^2 (16 - 4 \cdot 2{,}3) + (20 + 2{,}3)^2 (93{,}2 - 16)}{93{,}2 - 4 \cdot 2{,}3}} = 23{,}1 \text{ м} < m_0 = 24 \text{ м}.$$

Таблица 14

$\frac{h_{в_п}}{H}$		$\frac{H'_в}{H}$	$\frac{h'_{в_к}}{H}$		$\frac{H''_в}{H}$	$\frac{h''_{в_к}}{H}$	
—	—	0.127	0,154	0,142	0,052	0,067	0,066
—	—	0.196	0,313	0.271	0,076	0,144	0,151
—	—	0,203	0,240	0,260	0,124	0,151	0,167
—	—	0,320	0,325	0,308	0,094	0,104	0,108
—	—	0,149	0,179	0,200	0,110	0,134	0,135
—	—	0,135	0,185	0,169	0,073	0,113	0,120
—	—	0,187	0,229	0,219	0,095	0,133	0,150
—	—	0,260	0,300	0,302	0,189	0,235	0,255
—	—	0,240	0,274	0,304	0,185	0,222	0,236
—	—	0,235	0,261	0,261	—	—	0,057
0,090	0,100	0,062	0,111	0,138	0,066	0,114	0,119
0,105	0,107	0 038	0,045	0,066	0.185	0,196	0,185
0,075	0,089	0,038	0,040	0,073	0,150	0,150	0,152
0,070	0,079	0.071	0,098	0,115	0,157	0,186	0,173
0,114	0,114	0.042	0,073	0,90	0,197	0,250	0,237

полученному расчетом, вторая — методом ЭГДА.

Из данного неравенства следует, что выклинивания на откос плотины и за его подошвой не будет, что соответствует первой расчетной схеме. Далее определяем $L_1 = 93{,}2$ м, $L_2 = 64{,}5 + 0{,}44 \times \times 26 - 2 = 74$ м. При $b/m = 4/20 = 0{,}20$ по графику рис. 23 находим $f'_к = 0{,}095$, $f'_к = 0{,}60$. Тогда в первом приближении по формулам (5.41) и (5.42) находим

$$\Delta L_1 = 0{,}095 \cdot 20 + \left(1 + \frac{6 \cdot 93{,}2}{10 \cdot 74}\right) 0{,}60 \cdot 20 = 23 \text{ м},$$

$$\Delta L_2 = 0{,}095 \cdot 20 + \left(1 + \frac{10 \cdot 74}{6 \cdot 93{,}2}\right) 0{,}60 \cdot 20 = 29{,}7 \text{ м}.$$

Во втором приближении получаем $\Delta L_1 = 22$ м, $\Delta L_2 = 31{,}3$ м. По формулам (5.39), (5,40 и (5.31) вычисляем

$$\frac{q_1}{k} = \frac{10^2}{2 \cdot 93{,}2} + \frac{10 \cdot 20}{93{,}2 + 22} = 2{,}28 \text{ м}, \quad q_1 = 2{,}28 \cdot 10 = 22{,}8 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$\frac{q_2}{k} = \frac{6^2}{2 \cdot 74} + \frac{6 \cdot 20}{74 + 31{,}8} = 1{,}38 \text{ м},$$

$$q_2 = 1{,}38 \cdot 10 = 13{,}8 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$\frac{q}{k} = 2{,}28 + 1{,}38 = 3{,}66 \text{ м}; \quad q = 3{,}66 \cdot 10 = 33{,}6 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

По формуле (5.52) определяем значения $h'_{в_к}$ и $h''_{в_к}$. Сначала, согласно данным работы [58], вычисляем для левого откоса канала $H'_п = 1{,}85$ м, а для правого откоса $H''_п = 0{,}95$ м. При $\frac{b_к + H'_в n_к}{m} = \frac{4 + 1{,}85 \cdot 4}{20} = 0{,}577$ по графику рис. 27 находим $\beta'_0 = 1{,}24$, тогда $h'_{в_к} = 1{,}24 \cdot 1{,}85 = 2{,}29$ м. При $\frac{b_к + H''_в n_к}{m} = \frac{4 + 0{,}95 \cdot 4}{20} = 0{,}39$ $\beta''_0 = 1{,}4$, тогда $h''_{в_к} = 1{,}40 \cdot 0{,}95 = 1{,}33$ м.

Для рассматриваемого примера, пользуясь методом ЭГДА, получаем $q_1 = 23{,}6$ м²/сут, $q_2 = 14{,}0$ м²/сут, $h'_{в_к} = 2{,}19$ м и $h''_{в_к} = 1{,}50$ м.

2. Исходные данные: $h_1 = 26{,}7$ м; $L = 104{,}65$, $L' = 40{,}0$, $L'' = 64{,}65$ м; $b_к = 2{,}7$ м; $H = 10$ м; $h_в = 0$; $m = 16{,}7$, $m_0 = 20{,}0$ м; $h_2 = 22{,}7$ м; $H'' = 6{,}0$ м; $n_1 = n_2 = 3$, $n_к = 3$; $L_0 = 24{,}6$ м.

Проверяем неравенство (5.49), в котором $L'_1 = 51{,}7$, $L''_1 = 63{,}3$ м; $h'_{в_к} = 1{,}45 \cdot 1{,}0 = 1{,}45$ м; $L_1 = 115$ м:

$$\sqrt{\frac{26{,}7^2 (63{,}3 - 3 \cdot 1{,}45) + (16{,}7 + 1{,}45)^2 51{,}7}{115 - 3 \cdot 1{,}45}} = 23{,}1 \text{ м} > m_0 = 20 \text{ м}.$$

Отсюда следует, что на откос плотины и по основанию за его подошвой происходит высачивание потока. Нетрудно также убедиться, что $q_к/q_п > 0{,}05$, что соответствует второй расчетной схеме.

Расчет производим согласно указанному выше порядку:

$$L_1' = 40{,}0 + 0{,}44 \cdot 26{,}7 = 51{,}7 \text{ м}, \quad L_1'' = 64{,}65 - 1{,}35 = 63{,}3 \text{ м};$$

$$L_2 = 24{,}6 + 0{,}44 \cdot 22{,}7 - 1{,}35 = 33{,}3 \text{ м};$$

$$\frac{q_0}{k} = \frac{26{,}7^2 - 20{,}0^2}{2 \cdot 51{,}7} = 3{,}03 \text{ м}; \quad \frac{q_н}{k} = \frac{q_0}{k} = 3{,}03 \text{ м};$$

$$\frac{q_к}{k} = \frac{3{,}3^2}{2 \cdot 63{,}3} + \frac{3{,}3^2 \cdot 16{,}7}{63{,}3 + 49{,}6} = 0{,}57 \text{ м};$$

$$\Delta L_1'' = 0{,}08 \cdot 16{,}7 + \left(1 + \frac{6 \cdot 63{,}3}{3{,}3 \cdot 33{,}3}\right) 0{,}65 \cdot 16{,}7 = 49{,}6 \text{ м}.$$

При $\theta = \frac{0{,}57}{3{,}03} = 0{,}187$ по графику рис. 26 находим $L_в/m = 1{,}2$, откуда $L_в = 20{,}0$ м. При $\varkappa = 0{,}44$ вычисляем по формуле (5.50в)

$$A = 0{,}5\left[\left(1 + \frac{0{,}44}{3} + 0{,}44\,\frac{20}{51{,}7}\right) 20 - 3 \cdot 3{,}03\right] = 8{,}63 \text{ м},$$

а по формуле (5.50а)

$$h_{в_п} = \sqrt{8{,}63^2 + 0{,}44 \cdot 20 \cdot 3{,}03} - 8{,}63 = 1{,}47 \text{ м}.$$

Определяем $\varkappa$ по формуле (5.50г) при $L_в = 20$ м и $h_{в_п} = 1{,}47$ м:

$$\varkappa = 0{,}44\,\frac{20}{20 + 0{,}16 \cdot 20}\,\frac{3 \cdot 1{,}47}{3 \cdot 1{,}47 + 0{,}06 \cdot 20} = 0{,}3.$$

Снова находим значения A и $h_{в_п}$ при $\varkappa = 0{,}3$:

$$A' = 0{,}5\left[\left(1 + \frac{0{,}3}{3} + 0{,}3\,\frac{20}{51{,}7}\right) 20 - 9{,}09\right] = 7{,}62;$$

$$h_{в_п} = \sqrt{7{,}62^2 + 0{,}3 \cdot 20 \cdot 3{,}03} - 7{,}62 = 1{,}18 \text{ м}.$$

По формулам (5.50д) и (5.50е) вычисляем $q_н/k$ и $q_к/k$ при $L_в = 20$ м, $h_{в_п} = 1{,}18$ м и $\varkappa = 0{,}3$:

$$\frac{q_н}{k} = \frac{1{,}18 \cdot 20}{3 \cdot 1{,}18 + 0{,}3 \cdot 20} = 2{,}47 \text{ м};$$

$$\frac{q_к}{k} = \frac{3{,}3^2}{2\,(63{,}3 - 20)} + \frac{3{,}3 \cdot 16{,}7}{(63{,}3 - 20 + 44{,}1)} = 0{,}76 \text{ м}.$$

По формулам (5.50ж) и (5.50з) находим

$$\Delta L_1'' = 0{,}08 \cdot 16{,}7 + \left[1 + \frac{6\,(63{,}3 - 20)}{3{,}3 \cdot 33{,}3}\right] 0{,}65 \cdot 16{,}7 = 37{,}9 \text{ м};$$

$$\Delta L_2 = 0{,}08 \cdot 16{,}7 + \left[1 + \frac{3{,}3 \cdot 33{,}3}{6\,(63{,}3 - 20)}\right] 0{,}65 \cdot 16{,}7 = 16{,}7 \text{ м}.$$

После уточнения получаем $\Delta L_1'' = 44{,}1$ м и $\Delta L_2 = 15{,}9$ м. Затем согласно формуле (5.50к) находим $\theta = 0{,}76/2{,}47 = 0{,}307$, далее по графику рис. 26 определяем $L_в/m = 0{,}85$, откуда $L_в = 14{,}2$ м.

При следующем приближении имеем

$$\varkappa = 0{,}44\,\frac{14{,}2}{14{,}2 + 0{,}16 \cdot 14{,}2}\,\frac{3 \cdot 1{,}18}{3 \cdot 1{,}18 + 0{,}06 \cdot 20} = 0{,}283;$$

$$A = 7{,}53; \quad h_{в_п} = \sqrt{7{,}53^2 + 0{,}283 \cdot 20 \cdot 3{,}03} - 7{,}53 = 1{,}10 \text{ м};$$

$$\frac{q_н}{k} = \frac{1{,}1 \cdot 20}{3 \cdot 1{,}1 + 0{,}283 \cdot 20} = 2{,}50 \text{ м};$$

$$\frac{q_к}{k} = \frac{3{,}3^2}{2\,(63{,}3 - 14{,}2)} + \frac{3{,}3 \cdot 16{,}7}{(63{,}3 - 14{,}2 + 48{,}1)} = 0{,}68 \text{ м};$$

$$\Delta L_1'' = 48{,}1 \text{ м}; \quad \Delta L_2 = 15{,}5 \text{ м};$$

$$\theta = \frac{0{,}68}{2{,}50} = 0{,}272; \quad \frac{L_в}{m} = 0{,}92; \quad L_в = 18{,}4 \text{ м}.$$

Учитывая, что последующие приближения будут давать значения параметров, находящиеся в пределах значений, вычисленных при последних двух приближениях, с достаточной для практики точностью в качестве расчетных параметров принимаем среднее арифметическое значений, полученных при последних двух приближениях, а именно:

$$h_{в_п} = 1{,}14 \text{ м}, \quad L_п = 16{,}3 \text{ м}, \quad q_н/k = 2{,}50 \text{ м}, \quad q_к/k = 0{,}72 \text{ м}.$$

Остальные расчетные расходы составят:

$$q_в''/k = 2{,}50 - 0{,}72 = 1{,}78 \text{ м}; \quad q_в'/k = 0{,}36 \text{ м};$$

$$q_1/k = 2{,}50 + 0{,}36 = 2{,}86 \text{ м};$$

$$\frac{q_2}{k} = \frac{6^2}{2 \cdot 33{,}3} + \frac{6 \cdot 16{,}7}{33{,}3 + 15{,}2} = 2{,}60 \text{ м}.$$

Согласно данным работы [58], находим $H_в' = 0{,}42$ м и $H_в'' = 1{,}97$ м.

Тогда при $\frac{b_к + H_в' n_к}{m} = 0{,}241$ и $\frac{b_к + H_в'' n_к}{m} = 0{,}515$ по графику рис. 27 соответственно определяем $\beta_0' = 1{,}74$ и $\beta_0'' = 1{,}27$, а затем находим $h_{в_к}' = 0{,}73$ м и $h_{в_к}'' = 2{,}50$ м.

Для рассматриваемого примера с помощью метода ЭГДА получаем $q_1/k = 2{,}76$ м, $q_2/k = 2{,}68$ м, $q_к/k = 0{,}73$ м, $h_{в_п} = 1{,}14$ м, $h_{в_к}' = 0{,}9$ м, $h_{в_к}'' = 2{,}37$ м.

§ 4. Горизонтальный дренаж при различном расположении дрен по высоте и разных расстояниях между ними

В практике проектирования и строительства горизонтального дренажа часто встречаются случаи, когда из-за особенностей рельефа местности, например при наличии уклона на орошаемом массиве,

из-за сравнительно небольшой территории или в связи с особыми задачами дренирования (скажем, постоянно действующий систематический дренаж необходимо усилить дополнительными дренами) дрены могут располагаться самым различным образом. В связи с этим понадобилось разработать методы фильтрационного расчета схем дренажа, отличные от известной схемы систематического дренажа, т. е. такие, в которых дрены располагаются на различных глубинах и расстояниях между ними. Ниже излагается приближенная методика расчета такого дренажа, основанная на методе фильтрационных сопротивлений [66]. При построении этой методики используется известное линейное уравнение для нахождения положения уровней в любом сечении потока с постоянной проводимостью T в случае совершенных дрен:

$$H_i(x) = H_i - \frac{H_i - H_{i-1}}{B_i} x + \frac{\varepsilon B_i}{2T_i} x - \frac{\varepsilon x^2}{2T_i}, \qquad (5.53)$$

где H_i и H_{i-1} — уровни воды соответственно в i и i — 1-й дренах, B_i — расстояние между этими дренами, T_i — средняя проводимость водоносной толщи на участке B_i и в зоне расположения i-й дрены. Чаще всего наиболее неблагоприятные мелиоративные условия складываются в местах наивысшего стояния уровня грунтовых вод. Поскольку фильтрационный поток не симметричен, то в общем случае расстояния от дрен до соответствующих сечений с максимальным уровнем L_i'' неодинаковы. Для определения этих расстояний сначала продифференцируем уравнение (5.53) по x, а затем, приравняв нулю производную dH/dx, найдем

$$L_i'' = \frac{(H_{i-1} - H_i) T_i}{B_i \varepsilon} + \frac{B_i}{2}. \qquad (5.54)$$

Для учета несовершенства дрен воспользуемся методом фильтрационных сопротивлений, который позволяет перейти от совершенной дрены (траншеи) с уровнем $H_д'$ к эквивалентной несовершенной дрене с уровнем $H_д$ при помощи зависимости

$$H_д' = H_д + \frac{\varepsilon B}{T} \Phi, \qquad (5.55)$$

где Φ — фильтрационное сопротивление, обусловленное гидродинамическим несовершенством дрены в однородном или слоистом грунте (методика определения Φ приведена в гл. 4).

Используя выражение (5.55), можно записать

$$H_{д_i}' = H_{д_i} + \frac{\varepsilon (B_{i+1} - L_{i+1}'' + L_i'')}{T_i} \Phi_i. \qquad (5.56)$$

Подставляя значение $H_{д_i}'$ из выражения (5.55) в формулу (5.54), получаем

$$L_i'' = \frac{\frac{(H_{д_{i-1}} - H_{д_i}) T_i}{\varepsilon} + B_i \Phi_{i-1} + L_{i-1}'' \Phi_{i-1} - B_{i+1} \Phi_i + L_{i+1}'' \Phi_i + \frac{B_i^2}{2}}{B_i + \Phi_{i-1} + \Phi_i}. \qquad (5.57)$$

Таким образом, расчет горизонтальных дрен для орошаемых массивов, ограниченных оросительными каналами или сбросными коллекторами, как в однородных, так и в неоднородно-слоистых грунтах производится следующим образом (рис. 28). Расстояния от дрен до водораздела с максимальными уровнями находят путем решения системы алгебраических уравнений

$$L_1'' = \frac{1}{C_1^0} F_1 + \frac{C_1}{C_1^0} L_2'';$$

$$L_i'' = \frac{1}{C_n^0} F_i + \frac{C_{i-1}}{C_i^0} L_{i-1}'' + \frac{C_i}{C_i^0} L_{i+1}'' \quad (i = 2, 3, \ldots, n-1); \tag{5.58}$$

$$L_n'' = \frac{1}{C_n^0} F_n + \frac{C_{n-1}}{C_n^0} L_{n-1}'';$$

$$F_i = B_i (1 + C_{i-1}) + \frac{2\Delta H_i T_i}{\varepsilon B_i} - B_{i+1} C_i;$$

$$C_i^0 = 2 + C_i + C_{i-1}, \; C_i = \frac{2\Phi_i}{B_i}, \; C_{i-1} = \frac{2\Phi_{i-1}}{B_i};$$

$$B_i = L_i' + L_i'', \; \Delta H_i = H_{д_{i-1}} - H_{д_i} = m_{д_{i-1}} - m_{д_i}.$$

Эта система является замкнутой, причем число n уравнений на единицу больше числа дрен на орошаемом массиве (рис. 28). Система решается подбором и в качестве первого приближения следует принимать $L_1'' = B$ или $L_n'' = B_n$.

После определения расстояний L_i'' можно найти максимальные уровни воды между дренами H_{0_i} или превышения h_{0_i}:

$$h_{0i} = H_{0i} - H_{дi} = \frac{\varepsilon}{T_i}\left[\frac{L_i''^2}{2} + (B_{i+1} - L_{i+1}'' + L_i'')\,\Phi_i\right], \tag{5.59}$$

$$h_{0n} = H_{0n} - H_{дn} = \frac{\varepsilon}{T_n} L_n''^2,$$

а также двухсторонний приток к каждой дрене

$$q_i = \varepsilon (L_i'' + L_{i+1}'). \tag{5.60}$$

Нетрудно убедиться, что из формул (5.59) и (5.60) при $B_1 = B_2 = \ldots = B_n$, $B = 2L$, где $L_1' = L_2' = \ldots = L$, вытекает зависимость (3.11) для определения максимального уровня посредине между дренами систематического дренажа (с симметричным инфильтрационным потоком).

Замечания к расчетам. 1. Согласно принятой методике дрены должны располагаться друг от друга и от границ питания (стока) на расстоянии $B_i > 2m$, где m — общая мощность водоносной толщи. Для трехслойной водоносной толщи, схематически изображенной на рис. 28, $m = m_{1_i} + m_2 + m_3$, где m_{1_i} — средняя мощность верхнего слоя толщи в зоне расположения i-й дрены.

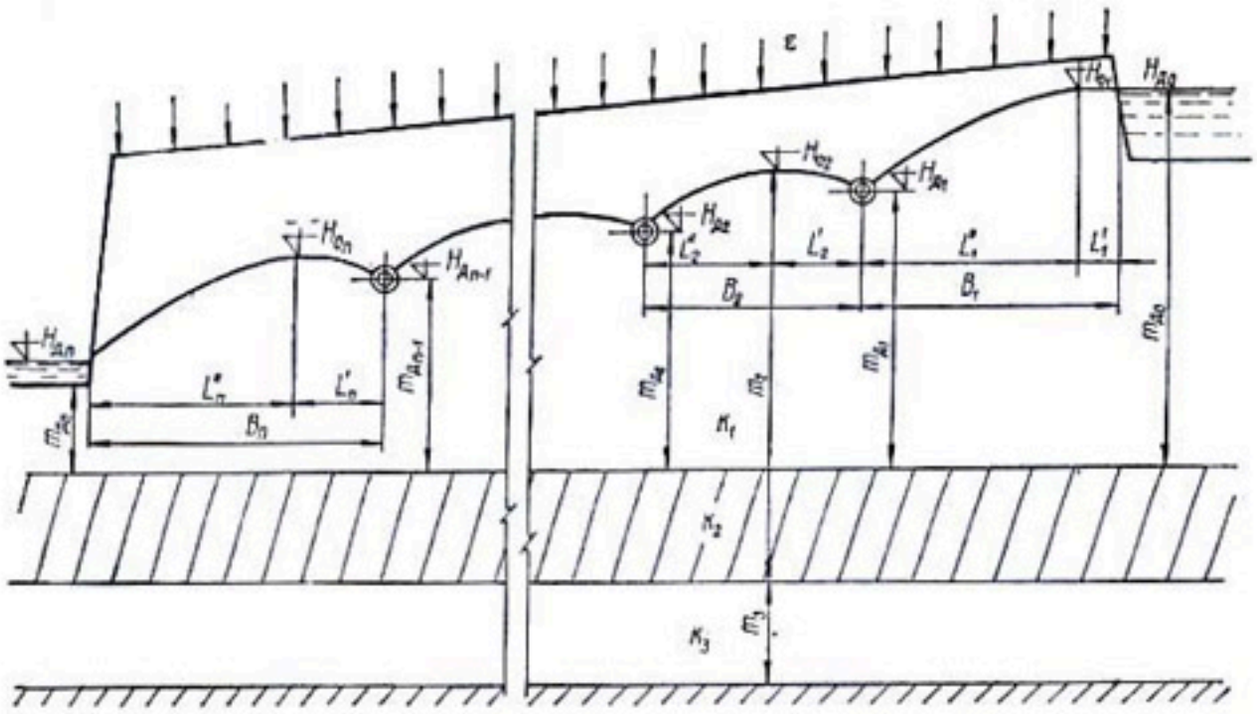


Рис. 28. Расчетная схема дренажа с различным расположением дрен на массиве.

В случае, если $L_1'' > B_1$ ($L_n'' < 0$) или $L_n'' > B_n$ ($L_1'' = 0$), максимум уровня между дренами и границами питания (стока) не образуется, т. е. водораздел в указанных зонах отсутствует. Тогда если ближайшей к дрене окажется, например, граница питания с уровнем $H_{д_2}$, то из нее в дрену будет поступать вода, расход которой

$$\Delta q_1 = q_1 - \varepsilon (L_2' + B_1), \tag{5.61}$$

где

$$q_1 = \frac{T_1\left[(H_{д_2} - H_{0_2})\dfrac{L_2'}{L_2' + B_1} + H_{0_2} - H_{д_1}\right] + \dfrac{\varepsilon L_2' B_1}{2}}{\dfrac{L_2' B_1}{L_2' + B_1} + \Phi_1} \tag{5.62}$$

— общий расход воды в дрене, ближайшей к границе питания. Если ближайшей к дрене будет граница стока, то условия $L_n'' > B_n$ и $L_1'' < 0$ свидетельствуют о том, что эта дрена не работает и кривая депрессии проходит ниже ее. Поэтому такая дрена исключается из последующих расчетов, а в качестве расчетной дрены, ближайшей к границе стока, принимается следующая дрена. Условия $L_i'' > B_i$ и $L_i'' < 0$ также свидетельствуют о том, что соответственно дрены $i - 1$ и i не работают и поэтому их необходимо либо исключить из последующих расчетов, либо в случае необходимости заглубить.

2. В качестве неизвестной непроницаемой границы внутри области фильтрации можно также принять сечение, проходящее через водораздел кривой депрессии и расположенное посредине между дренами; в этом случае из условий симметричности потока следует

$L_n'' = 0{,}5B_n$. Такая непроницаемая граница может быть обеспечена при наличии в области фильтрации нескольких рядом расположенных дрен с одинаковыми уровнями и расстояниями между ними. При этом размеры области фильтрации и соответственно число входящих в расчет дрен уменьшаются.

3. В случае несовершенных границ питания и стока (каналов, водоемов, рек), неполностью прорезающих водоносную толщу, последние могут быть приведены к совершенным путем удлинения пути фильтрации на величину сопротивления ΔL, методика определения которого для различных гидрогеологических условий изложена в § 3 гл. 4.

Таблица 15

Номер дрены	$m_{д_i}$, м	B_i, м	ΔH_i, м	C_i^0	F_i	C_{i-1}	C_i	L_i'', м	h_{0_i}, м	q_i, м²/сут
ОК	8,0									
		250	2,0	2,45	614	0,0	0,448	284	—	
1	6,0									0,425
		300	0,3	2,75	344	0,373	0,373	184	1,23	
2	5,7									0,38
		350	—0,5	2,64	277	0,320	0,320	150	0,81	
3	6,2									0,25
		300	0,8	2,75	447	0,373	0,373	199	1,40	
4	5,4									0,43
		350	0,2	2,64	354	0,320	0,320	120	0,70	
5	5,2									0,26
		450	0,7	2,25	659	0,249	0,0	306	2,06	
СК	4,5									0,31

Пример. Рассчитать горизонтальный дренаж, состоящий из пяти дрен, различно расположенных на орошаемом участке, ограниченном оросительным каналом (ОК) и сбросным коллектором (СК). Расстояние между дренами B_i и глубина их заложения $m_{д_i}$ приведены в табл. 15. Водоносная толща состоит из трех слоев грунтов со средними мощностями $m_1 = 5{,}75$, $m_2 = 4$, $m_3 = 5$ м и коэффициентами фильтрации соответственно $k_1 = 1$, $k_2 = 0{,}1$, $k_3 = 5$ м/сут. Расчетный диаметр дрен $d = 0{,}2$ м, интенсивность инфильтрационного питания на участке $\varepsilon = 0{,}001$ м/сут. Для упрощения расчетов принимаем постоянную для всего массива проводимость $T = k_1m_1 + k_2m_2 + k_3m_3 = 1 \cdot 5{,}75 + 0{,}1 \cdot 4{,}0 + 5{,}0 \cdot 5{,}0 = 31{,}15$ м²/сут, тогда по формуле (4.7) находим $\Phi = 56$ м.

Дальнейшие вычисления сводим в табл. 15. Система уравнений (5.58) для определения расстояний L_i'' имеет следующий вид:

$$L_1'' = 250 + 0{,}183L_2'';$$

$$L_2'' = 125 + 0{,}136L_1'' + 0{,}136L_3'';$$

$$L_3'' = 104 + 0{,}121L_2'' + 0{,}121L_4'';$$

$$L_4'' = 162 + 0{,}136L_3'' + 0{,}136L_5'';$$
$$L_5'' = 133 + 0{,}121L_4'' + 0{,}121L_6'';$$
$$L_6'' = 293 + 0{,}111L_5''.$$

Результаты решения этой системы приведены в табл. 15. По формулам (5.59) находим превышения уровня h_{0_i} между дренами на

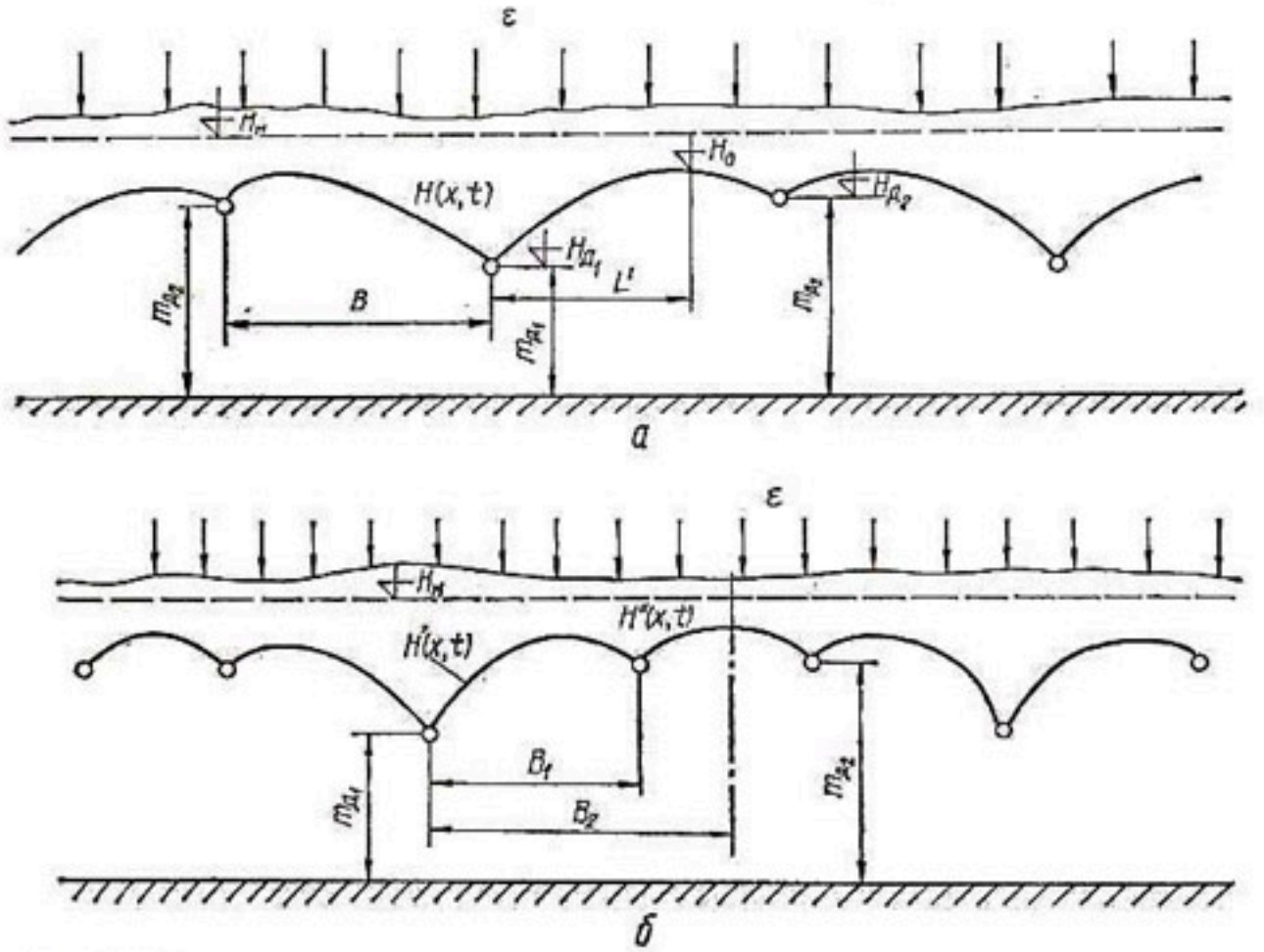


Рис. 29. Расчетные схемы дренажа с различным расположением дрен по глубине потока.

водоразделе. Величину притока воды к каждой дрене определяем по формуле (5.60). Так как $L_1'' > B_1$ (284 > 250), то расход воды в дрене, ближайшей к оросительному каналу, определяем по формуле (5.62). Расход воды, поступающей из оросительного канала, составит $\Delta q_1 = 0{,}425 - 0{,}001\ (116 + 250) = 0{,}06$ м²/сут.

Решение системы (5.58) удобно осуществлять на ЭВМ по составленным стандартным программам. Расчеты, выполненные для различных горизонтов воды в оросительном канале $H_{д_0}$, показали, что влияние этого канала практически сказывается только на работе ближайших к нему двух-трех дрен.

Для ряда характерных схем приведенная методика расчета может быть существенно упрощена. Для схемы дренажа в однородном или слоистом грунте, изображенной для случая однородного грунта на рис. 29, *а*, расчетные зависимости имеют следующий вид:

уровень в любом сечении ($0 \leqslant x \leqslant B$)

$$H_x = H_{д_1} - \frac{\varepsilon x^2}{2T} + \frac{L'\varepsilon}{T}(x + 2\Phi_1); \qquad (5.63)$$

максимальный уровень

$$H_0 = H_{д_1} + \frac{\varepsilon L'}{2T}(L' + 4\Phi_1); \qquad (5.64)$$

расходы воды в дренах

$$q_1 = 2\varepsilon L', \quad q_2 = 2\varepsilon (B - L'), \qquad (5.65)$$

где L' — расстояние от дрены $D-1$ до водораздела с максимальным уровнем H_0:

$$L' = \frac{\Delta H_д T + 2\varepsilon B\Phi_1 + 0{,}5\varepsilon B^2}{\varepsilon (B + 2\Phi_1 + 2\Phi_2)}; \qquad (5.66)$$

$\Delta H_д = H_{д_2} - H_{д_1}$; Φ_1, Φ_2 — фильтрационные сопротивления на несовершенство дрен $D-1$ и $D-2$.

При этой же схеме дренажа, но для двухслойного грунта, в котором через нижний слабопроницаемый слой с параметрами k_2 и m_2 происходит переток из нижележащего водоносного горизонта с постоянным напором H, расчет выполняется следующим образом [114]: уровень в любом сечении x

$$H_x = H_{д_1} + \nu + \frac{(c_3 - c_2\nu)\operatorname{ch}\sqrt{b}\,\bar{x}}{\gamma} - c_1(c_3 - c_2\nu + \gamma\nu) \times$$

$$\times \frac{\sqrt{b}\operatorname{ch}\sqrt{b}(1-\bar{x}) + c_2\operatorname{sh}\sqrt{b}(1-\bar{x})}{\gamma[\sqrt{b}\,\gamma + c_1(\sqrt{b}\operatorname{ch}\sqrt{b} + c_2\operatorname{sh}\sqrt{b})]}; \qquad (5.67)$$

расходы воды в дренах

$$q_1 = \frac{T_1(H'_{д_1} - H_{д_1})}{\Phi_1}, \quad q_2 = \frac{T_1(H'_{д_2} - H_{д_2})}{\Phi_2}; \qquad (5.68)$$

максимальный уровень H_0 определяется из уравнения (5.67) при $x = L'$, где расстояние L' находится в результате решения уравнения

$$(c_3 - c_2\nu)\operatorname{sh}\sqrt{b}\,\bar{L}' +$$

$$+ \frac{c_1(c_3 - c_2\nu + \gamma\nu)[\sqrt{b}\operatorname{sh}\sqrt{b}(1-\bar{L}') - c_2\operatorname{ch}\sqrt{b}(1-\bar{L}')}{\sqrt{b}\,\gamma + c_1(\sqrt{b}\operatorname{ch}\sqrt{b} + c_2\operatorname{sh}\sqrt{b})} = 0. \qquad (5.69)$$

В приведенных формулах

$$\nu = H - H_{д_1} + \frac{\varepsilon B^2}{T_1 b}; \quad b = \frac{B^2 k_2}{T_1 m_2}; \quad \bar{x} = \frac{x}{B}; \quad \bar{L}' = \frac{L'}{B}; \quad T_1 = k_1 m_1;$$

$$c_1 = \frac{B}{2\Phi_1}; \quad c_2 = \frac{B}{2\Phi_2}; \quad c_3 = \frac{B\Delta H_д}{2\Phi_2}; \quad \gamma = \sqrt{b}\operatorname{sh}\sqrt{b} + c_2\operatorname{ch}\sqrt{b};$$

$H'_{д_1}$ и $H'_{д_2}$ — уровни грунтовых вод вблизи дрен, их находят из уравнения (5.67) соответственно при $x = 0$ и $x = B$; Φ_1 и Φ_2 — фильтрационные сопротивления на несовершенство дрен относительно верхнего слоя средней мощностью m_1.

Для схемы дренажа в однородном (рис. 29, *б*) или слоистом грунте расчетные зависимости имеют следующий вид: на участке B_1

$$H_x' = -\frac{\varepsilon}{2T'}x^2 + C_1x + C_2; \qquad (5.70)$$

на участке $B_2 - B_1$

$$H_x'' = -\frac{\varepsilon}{2T''}x^2 + D_1x + D_2. \qquad (5.71)$$

В приведенных уравнениях

$$C_1 = \frac{\alpha\overline{H}_{д_2} - \alpha\beta H_{д_1}}{\beta + \alpha(1 + \beta B_1)}, \quad C_2 = \frac{\overline{H}_{д_2} + \bar{\alpha}(1 + \bar{\beta}B_1)H_{д_1}}{\bar{\beta} + \bar{\alpha}(1 + \bar{\beta}B_1)};$$

$$D_1 = \frac{\varepsilon B_2}{T''}, \quad D_2 = \frac{\varepsilon B_2^2}{2}\left(\frac{1}{T''} - \frac{1}{T'}\right) - \frac{\varepsilon B_1 B_2}{T''} + B_1C_1 + C_2;$$

$$\overline{H}_{д_2} = \varepsilon B_1\left(\frac{1}{T'} - \frac{1}{T''}\right) + H_{д_2}\bar{\beta} + \frac{\varepsilon B_2}{T''} + \bar{\beta}\frac{\varepsilon B_1^2}{2T'};$$

T' и T'' — средние проводимости потока на участках B_1 и $B_2 - B_1$; $\bar{\beta} = 1/\Phi_2$; $\bar{\alpha} = 1/2\Phi_1$.

Если принять среднюю проводимость примерно одинаковой по длине потока, т. е. $T' \approx T''$, то расчетные формулы упростятся:

$$H_x' = H_{д_1} - \frac{\varepsilon x^2}{2T} + \eta(x + 2\Phi_1); \qquad (5.72)$$

$$H_x'' = H_{д_1} - \frac{\varepsilon x^2}{2T} + \frac{\varepsilon B_2}{T}x - \frac{\varepsilon B_1 B_2}{T} + \eta(B_1 + 2\Phi_1), \qquad (5.73)$$

где

$$\eta = \frac{H_{д_2} - H_{д_1} + \frac{\varepsilon B_2\Phi_2}{T} + \frac{\varepsilon B_1^2}{2T}}{B_1 + 2\Phi_1 + 2\Phi_2}.$$

Расходы дрен находят по формулам (5.68), в которых уровни $H_{д_1}'$ и $H_{д_2}'$ определяются из уравнения (5.72) соответственно при $x = 0$ и $x = B_1$.

Приведенные зависимости могут быть непосредственно использованы для расчетов указанных схем дренажа и в случае трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем. Однако при этом необходимо выдержать следующие условия: $\overline{B} = cB > 3$, $\overline{B}_1 = cB_1 > 3$ и $\overline{B}_2 - \overline{B}_1 = c(B_2 - B_1) > 3$, где c — известный параметр перетока, а сопротивление на несовершенство дрен найдено по формуле (4.9). В ряде случаев в рассмотренных схемах дренажа указанные условия не выполняются. Поэтому при $\overline{B} < 3$, но $B_1 > 2m_1$ для первой схемы расположения дрен (рис. 29, *а*) глубины (уровни) H_1 в верхнем слое и напор H_2 в нижнем слое могут быть

рассчитаны таким образом:

$$H_1 = -\frac{\varepsilon x^2}{2T} + C_1 x + C_2 + \frac{T_3}{T} W; \qquad (5.74)$$

$$H_2 = -\frac{\varepsilon x^2}{2T} + C_1 x + C_2 - \frac{T_1}{T} W, \qquad (5.75)$$

где

$$W = \varepsilon_0 + D_1 \operatorname{sh} cx + D_2 \operatorname{ch} cx;$$

$$C_1 = c\frac{T_1}{T} D_1, \quad C_2 = \frac{\zeta\rho - \nu\eta}{\nu + \rho\beta_1};$$

$$D_1 = \frac{\zeta + \eta\beta_1}{\nu + \rho\beta_1}, \quad D_2 = -\varepsilon_0 \frac{\overline{B}}{\operatorname{sh}\overline{B}} + \frac{1 - \operatorname{ch}\overline{B}}{\operatorname{sh}\overline{B}} D_1;$$

$$\rho = \frac{c}{\alpha_1} - \frac{T_3}{T}\frac{1 - \operatorname{ch}\overline{B}}{\operatorname{sh}\overline{B}}; \quad \eta = -H_{д_1} + \frac{T_3}{T}\varepsilon_0\left(1 - \frac{\overline{B}}{\operatorname{sh}\overline{B}}\right);$$

$$\zeta = \beta_2 + \frac{\varepsilon B}{T} + \beta_1\frac{\varepsilon B^2}{2T} - \beta_1\frac{T_3}{T}\varepsilon_0 + \frac{T_3}{T}\varepsilon_0\frac{\overline{B}\omega_1}{\operatorname{sh}\overline{B}};$$

$$\nu = \frac{cT_1}{T}(1 + \beta_1 B) + \frac{T_3}{T}\omega_2 + \frac{T_1}{T}\left(\frac{1 - \operatorname{ch}\overline{B}}{\operatorname{sh}\overline{B}}\right)\omega_1;$$

$$\omega_1 = c\operatorname{sh}\overline{B} + \beta_1\operatorname{ch}\overline{B}, \quad \omega_2 = c\operatorname{ch}\overline{B} + \beta_1\operatorname{sh}\overline{B}; \quad \overline{B} = cB.$$

Здесь также принято

$$\beta_1 = \frac{1}{2\Phi_2}; \quad \beta_2 = \frac{H_{д_2}}{2\Phi_2}; \quad \alpha_1 = \frac{1}{2\Phi_1}, \quad \alpha_2 = \frac{H_{д_1}}{2\Phi_1};$$

$$T = T_1 + T_3; \quad c = \sqrt{\frac{k_2 T}{m_2 T_1 T_3}}; \quad \varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{k_2}\frac{T_3}{T} m_2;$$

$T_1 = k_1 m_1$, $T_3 = k_3 m_3$; Φ_1 и Φ_2 — фильтрационные сопротивления дрен относительно верхнего слоя.

При $\overline{B} > 3$ приведенные выражения упрощаются к виду

$$\nu = \frac{cT_1}{T}(1 + \beta_1 B) + \frac{T_3}{T}(c + \beta_1); \quad \rho = \frac{c}{\alpha_1} + \frac{T_3}{T};$$

$$\eta = -H_{д_1} + \frac{T_3}{T}\varepsilon_0; \quad D_2 = -D_1;$$

$$\zeta = \beta_2 + \frac{\varepsilon B}{T} + \beta_1\frac{\varepsilon B^2}{2T} + \frac{T_3}{T}\varepsilon_0(\overline{B}c + \overline{B}\beta_1 - \beta_1).$$

Подставив их в зависимости (5.74) и (5.75), прийдем к рекомендациям, полученным ранее по методу фильтрационных сопротивлений. Расходы для дрен находят по формулам (5.68), в которых уровни $H'_{д_1}$ и $H'_{д_2}$ определяют из уравнения (5.74) при $x = 0$ и $x = B$:

$$H'_{д_1} = C_2 + \frac{T_3}{T}(\varepsilon_0 + D_2); \qquad (5.76)$$

$$H'_{д_2} = -\frac{\varepsilon B^2}{2T} + C_1 B + C_2 + \frac{T_3}{T}(\varepsilon_0 + D_1\operatorname{sh}\overline{B} + D_2\operatorname{ch}\overline{B}). \qquad (5.77)$$

Выражение для расстояния L' от дрены $D-1$ до водораздела с максимальным уровнем имеет вид

$$L' = (H'_{д_1} - H_{д_1}) \frac{T_1}{2\Phi_1 \varepsilon}. \qquad (5.78)$$

§ 5. Комбинированный систематический дренаж с инфильтрационным питанием

При дренировании слоистых водоносных толщ весьма эффективен комбинированный дренаж, в котором горизонтальный дренаж усиливается вертикальными скважинами, расположенными по линии

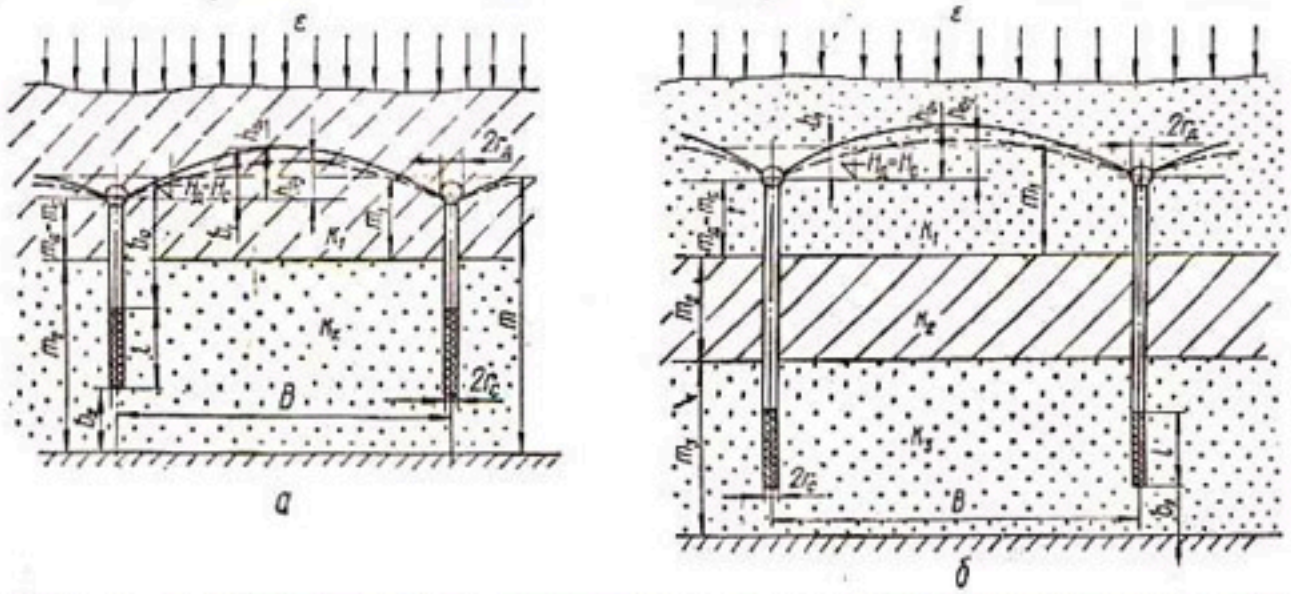


Рис. 30. Расчетные схемы комбинированного дренажа в двухслойном (*а*) и трехслойном (*б*) грунтах.

дренажа. Такой комбинированный дренаж в виде систематического находит применение в мелиорации и в ряде случаев имеет определенные преимущества по сравнению с обычными систематическими дренажами [27, 34]. Горизонтальный дренаж (закрытого или открытого типа) предназначен для частичного дренирования верхнего слабопроницаемого покровного слоя и одновременно служит для отвода всех дренажных вод. Скважины комбинированного дренажа вскрывают хорошопроницаемые обводненные нижние горизонты и действуют без принудительной откачки за счет естественного напора, возникающего в результате разности уровней воды в дрене и в устье скважины (рис. 30).

Рассмотрим наиболее характерный в практике случай, когда излив из скважин происходит на уровне воды в дрене, т. е. $H_д = H_с$. Тогда при соблюдении условий $B > 2m$ и $B > 2\sigma$, где σ — расстояние между скважинами, расчет комбинированного дренажа для двухслойного грунта выполняется по таким формулам: превышение уровня на междренье в верхнем слое

$$h_{0_1} = \frac{1}{T} (q_д R_д + q_с R_{дс}); \qquad (5.79)$$

превышение напора на междренье h_{0_2} в нижнем слое приближенно определяется по формуле (3.19); погонный расход горизонтального

дренажа

$$q_д = \frac{\varepsilon B\,(R_с - R_{дс}) + \dfrac{\varepsilon}{k_1} m_1 T}{R_д + R_с - R_{дс} - R_{сд}}; \qquad (5.80)$$

погонный расход вертикального дренажа

$$q_с = \varepsilon B - q_д, \qquad (5.81)$$

где R_i — общее сопротивление дренажей (i = д, с, дс и сд).

Для удобства дальнейших расчетов по методу фильтрационных сопротивлений представим величину R_i в виде суммы двух известных сопротивлений F_i и Φ_i, т. е. $R_i = F_i + \Phi_i$. При этом сопротивления $F_д$ и $\Phi_д$ характеризуют действие только дрены при отсутствии скважины и, наоборот, сопротивления $F_с$ и $\Phi_с$ — действие скважин при отсутствии дрены. Величины этих сопротивлений находят из полученных ранее решений задач фильтрации к дренам и скважинам систематического дренажа в двухслойном грунте. Сопротивления $F_{дс}$, $\Phi_{дс}$ и $F_{сд}$, $\Phi_{сд}$ ответственны именно за влияние, которое оказывают на действие дрены скважины и, наоборот, на действие скважин — дрены при их совместном действии. Величины этих сопротивлений также находят из предыдущих решений в результате сложения решений для дрен и скважин. Таким образом, для схемы комбинированного систематического дренажа имеем формулы

$$F_д = \frac{1}{8} B; \qquad (5.82)$$

$$F_с = \frac{1}{8} B + 0{,}366\sigma \lg \frac{\sigma}{2\pi r_с}; \qquad (5.83)$$

$$F_{дс} = \frac{1}{8} B + 0{,}366\sigma \lg \frac{\sigma}{2\pi r_0}; \qquad (5.84)$$

$$F_{сд} = \frac{1}{8} B + 0{,}366 s \lg \frac{s}{2\pi r_с}. \qquad (5.85)$$

Сопротивление на несовершенство дрены $\Phi_д$ находят по формуле (4.4), сопротивление на несовершенство скважин $\Phi_с$ — согласно данным работы [82], а сопротивления $\Phi_{дс}$ и $\Phi_{сд}$ вычисляют по формулам

$$\Phi_{дс} = \frac{m_0\sigma}{\pi^2 l} f_{дс}; \qquad (5.86)$$

$$\Phi_{сд} = \frac{m_0 s}{\pi^2 l} f_{сд}, \qquad (5.87)$$

где безразмерные сопротивления $f_{дс}$ и $f_{сд}$ при значениях $s > 0{,}5\,m_0$, $\sigma > 0{,}5 m_0$ и $b_1/m_1 > 0{,}15$ определяют по графику рис. 31, для которого значение r_0 находят по формуле (5.102) (см. ниже); $r_с$ — расчетный радиус скважины; s — длина отрезка дрены, такая, что

$$r_0/m_1 \leqslant 0{,}3; \quad m_0 = 2m_1 + (m_2 - m_1)\varkappa$$
$$(\varkappa = 1 - \lambda^2 \text{ при } \lambda > 0; \quad \varkappa = 1 \text{ при } \lambda \leqslant 0),$$
$$b_0 + l \leqslant m_0, \ \lambda = (k_1 - k_2)/(k_1 + k_2). \qquad (5.88)$$

Остальные обозначения ясны из предыдущего изложения и рис. 30. Более подробно методика определения сопротивлений $f_{дс}$ и $f_{сд}$ изложена в работе [69]. Анализ предложенных зависимостей показал, что в практических расчетах комбинированного дренажа при небольшой длине фильтра и существенном удалении его от дрены

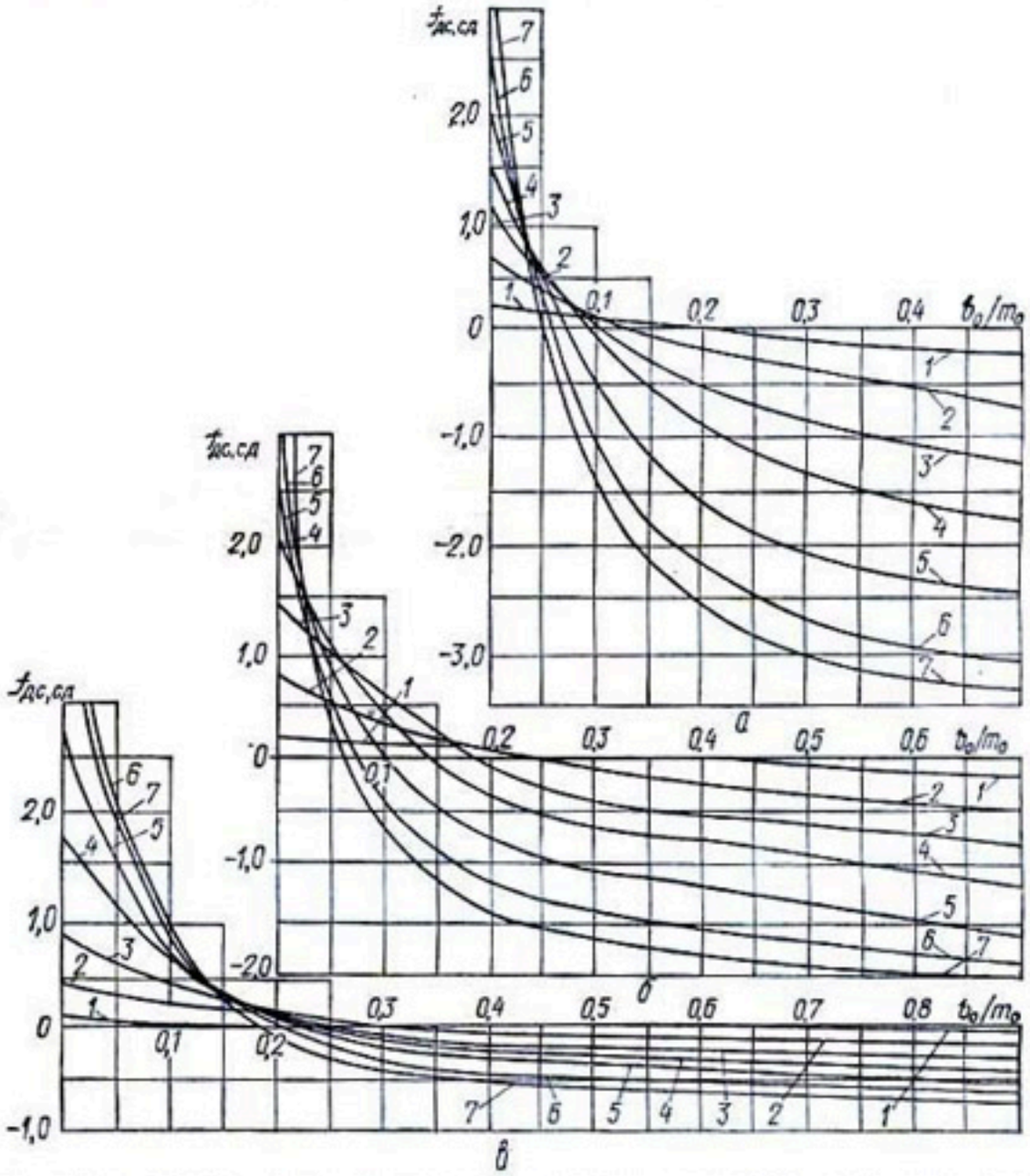


Рис. 31. Графики для определения сопротивлений $f_{дс}$ и $f_{сд}$ при значениях $l/m_0 = 0{,}5$ (*а*), $0{,}3$ (*б*), $0{,}1$ (*в*); кривые *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7* соответствуют значениям $\frac{r_{0.д}}{m_0} = 0{,}5;\ 0{,}2;\ 0{,}1;\ 0{,}05;\ 0{,}02;\ 0{,}01;\ 0{,}005$.

можно исходить из принципа независимости сопротивлений дрен и скважин. Тогда расчет комбинированного дренажа можно производить как расчет обычного горизонтального дренажа, вводя в формулы сопротивления комбинированного дренажа величину

$$\Phi_{к.д} = \frac{\Phi_д \Phi_р}{\Phi_д + \Phi_р}. \qquad (5.89)$$

Здесь $\Phi_р$ — сопротивление на несовершенство линейного ряда вертикальных скважин, методика определения которого изложена в работе [82].

Для трехслойного грунта со слабопроницаемым средним слоем расчетные формулы для комбинированного систематического дренажа были получены в результате решения системы уравнений (3.88) при граничных условиях третьего рода на линии дренажей, учитывающих их несовершенство относительно того слоя, в котором они расположены. Для определения превышений в слоях $h_{0_1} = H_{0_1} - H_д$ и $h_{0_2} = H_{0_2} - H_с$ и погонных расходов дренажей $q_д$ и $q_с$ при $H_д = H_с$ имеем формулы

$$h_{01} = \frac{q_д}{T}\Phi_д'\left(1 + \frac{T_з}{T_1 \operatorname{ch}\overline{B}}\right) + \frac{q_с}{T}\Phi_р''\left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\overline{B}}\right) + \\ + \frac{T_з\varepsilon}{T_1Tc^2}\left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\overline{B}}\right) + \frac{\varepsilon B^2}{8T}; \qquad (5.90)$$

$$h_{02} = h_{01} - \varepsilon_0 + \left(\frac{q_д}{T_1}\Phi_д' - \frac{q_с}{T_з}\Phi_р'' - \varepsilon_0\right)\frac{1}{\operatorname{ch}\overline{B}}; \qquad (5.91)$$

$$q_д = \varepsilon B\,\frac{T_1 + \left(2cT_1\Phi_р'' + \dfrac{T_з}{\overline{B}}\right)\operatorname{th}\overline{B}}{T + 2c\,(\Phi_д'T_з + \Phi_р''T_1)\operatorname{th}\overline{B}}; \qquad (5.92)$$

погонный расход вертикального дренажа определяется по формуле (5.81). В приведенных формулах $\Phi_р''$ — фильтрационное сопротивление линейного ряда несовершенных скважин в нижнем слое мощностью $m_з$; $\Phi_д' = m_1 f_1$ — фильтрационное сопротивление дрены в верхнем слое средней мощностью m_1;

$$\overline{B} = 0{,}5cB; \quad c = \sqrt{\frac{k_2T}{m_2T_1T_з}}; \quad \varepsilon_0 = \varepsilon\,\frac{m_2}{k_2}\,\frac{T_з}{T}.$$

При $\overline{B} > 3$ и $\dfrac{T_1}{T_з} \geqslant \dfrac{0{,}05}{\operatorname{sh}\overline{B}}$ расчетные формулы упрощаются:

$$h_{01} = \frac{1}{T}\left(q_д\Phi_д' + q_с\Phi_р'' + \frac{T_з\varepsilon}{T_1c^2} + \frac{\varepsilon B^2}{8}\right); \qquad (5.93)$$

$$h_{02} = h_{01} - \varepsilon_0; \qquad (5.94)$$

$$q_д = \varepsilon B\,\frac{T_1 + 2cT_з\Phi_р'' + \dfrac{T_з}{\overline{B}}}{T + 2c\,(\Phi_д'T_з + \Phi_р''T_1)}. \qquad (5.95)$$

Разрешив уравнение относительно B и подставив в него значения $q_д$ и $q_с$ из формул (5.81) и (5.95), получим зависимость для определения расстояния между дренами

$$B = 4\left[\sqrt{\left(\frac{M}{N}\right)^2 - \frac{T_з}{c}\left(\frac{1}{2cT_1} + \frac{\Phi_д' - \Phi_р''}{N}\right) + \frac{h_0T}{2\varepsilon}} - \frac{M}{N}\right], \qquad (5.96)$$

где

$$M = \Phi_д'T_1\,(1 + 2c\Phi_р'') + T_з\Phi_р''\,(1 + 2c\Phi_д');$$

$$N = T + 2c\,(\Phi_д'T_з + \Phi_р''T_1).$$

В остальных случаях трехслойного грунта расстояние между дренажами B определяется по формуле (3.12), в которой сопротивление комбинированного дренажа $\Phi_{кд}$ рассчитывается по формуле (5.89), а превышение напора h_{0_2} в нижнем слое — по формуле (3.95). Использование предложенных методов расчета проиллюстрируем на конкретных примерах.

Примеры. 1. Рассчитать комбинированный систематический дренаж в двухслойном грунте с параметрами $k_1 = 1$ м/сут, $m_д = 10$ м, $k_2 = 5$ м/сут, $m_2 = 25$ м при следующих исходных данных: $B = 200$ м, $\sigma = 50$ м, $\varepsilon = 0{,}01$ м/сут, $r_д = 0{,}35$ м, $l = 5$ м, $b_2 = 15$ м, $r_c = 0{,}1$ м.

Для указанных исходных данных, согласно работе [69], имеем $\Phi_д = 153$ м, $\Phi_c = 56$ м, $m_1 = 10{,}9$ м, $m_0 = 35$ м, $T = 135{,}9$ м²/сут и $r_0 = 1{,}88$ м при $s = 10$ м. По формулам (5.82) — (5.85) находим сопротивление F_i, м:

$$F_д = \frac{1}{8}\,200 = 25;$$

$$F_c = \frac{1}{8}\,200 + 0{,}366 \cdot 50 \lg \frac{50}{6{,}28 \cdot 0{,}1} = 59{,}7;$$

$$F_{дс} = \frac{1}{8}\,200 + 0{,}366 \cdot 50 \lg \frac{50}{6{,}28 \cdot 1{,}88} = 36{,}45;$$

$$F_{сд} = \frac{1}{8}\,200 + 0{,}366 \cdot 10 \lg \frac{10}{6{,}28 \cdot 0{,}1} = 29{,}4.$$

Используя график рис. 31, при $b_2/m_0 = 0{,}43$, $l/m_0 = 0{,}146$, $r_0/m_0 = 0{,}054$, $r_c/m_0 = 0{,}003$ находим $f_{дс} \approx -0{,}57$, $f_{сд} \approx -1{,}25$. Тогда

$$\Phi_{дс} = -\frac{35 \cdot 50}{3{,}14^2 \cdot 5}\,0{,}57 = -20{,}0 \text{ м}, \quad \Phi_{сд} = -\frac{35 \cdot 10}{3{,}14^2 \cdot 5}\,1{,}25 =$$

$$= -8{,}35 \text{ м}.$$

Общие сопротивления R составят: $R_д = 178$, $R_c = 113{,}4$ м, $R_{дс} = 16{,}45$ м, $R_{сд} = 20{,}55$ м. Расходы $q_д$ и q_c, поступающие в дренажи, находим по формулам (5.80) и (5.81):

$$q_д = \frac{0{,}01 \cdot 200\,(115{,}4 - 16{,}45) + \frac{0{,}01}{1}\,10{,}9 \cdot 135{,}9}{178 + 115{,}4 - 16{,}45 - 20{,}55} = 0{,}83 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$q_c = 0{,}01 \cdot 200 - 0{,}83 = 1{,}17 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Превышения уровня и напора на междренье по формулам (5.79) и (3.19) составят:

$$h_{0_1} = \frac{1}{135{,}9}\,(0{,}83 \cdot 178 + 1{,}17 \cdot 16{,}55) = 1{,}24 \text{ м};$$

$$h_{0_2} = 1{,}24 - \frac{0{,}01}{1}\,10{,}9 = 1{,}13 \text{ м}.$$

Если в этом примере при расчете комбинированного дренажа исходить из принципа независимости сопротивлений Φ дрены и

скважины, то по формуле (3.11) получим

$$h_{0_1} = \frac{0{,}01 \cdot 200}{4 \cdot 135{,}9}(100 + 4 \cdot 56{,}7) = 1{,}20 \text{ м},$$

где

$$\Phi_{к_д} = \frac{153 \cdot 90{,}7}{153 + 90{,}7} = 56{,}7 \text{ м}, \quad \Phi_р = 34{,}7 + 56 = 90{,}7 \text{ м}.$$

Нетрудно заметить, что в обоих случаях значения h_{0_1} оказались весьма близкими между собой.

2. Определить расстояние между дренами систематического комбинированного дренажа в трехслойном грунте при заданном понижении посредине между дренами 1,5 м и следующих исходных данных:

$$H_д = H_с; \quad m_д = 5, \; m_2 = 5, \quad m_3 = 20 \text{ м}; \quad k_1 = 2, \; k_2 = 0{,}01,$$

$k_3 = 10$ м/сут; $\varepsilon = 0{,}001$ м/сут. Глубина закладки дрен от поверхности земли 3 м, размеры дрен и скважин приняты такими: $r_д = 0{,}15$ м, $l = 10$ м, $r_с = 0{,}15$ м, $b_2 = 5$ м, $\sigma = 200$ м.

Предварительно находим

$h_{0_1} = 3 - 1{,}5 = 1{,}5$ м; $b_1 = 0{,}5 \cdot 1{,}5 = 0{,}75$ м; $m_1 = 5 + 0{,}75 = 5{,}75$ м; $T_1 = 5{,}75 \cdot 2 = 11{,}5$, $T_3 = 20 \cdot 10 = 200$,

$$T = T_1 + T_3 = 211{,}5 \text{ м}^2/\text{сут}; \quad c = \sqrt{\frac{0{,}01 \cdot 211{,}5}{5 \cdot 11{,}5 \cdot 200}} = 1{,}356 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-1},$$

а также сопротивления на несовершенство дрены в верхнем слое $\Phi_д'$ и линейного ряда скважин в нижнем слое $\Phi_р''$:

$$\Phi_д' = 0{,}73 \cdot 5{,}75 \lg \frac{5{,}75}{3{,}14 \cdot 0{,}15} = 4{,}56 \text{ м};$$

$$\Phi_р'' = 200\left(0{,}366 \lg \frac{200}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}15} + 0{,}46\right) = 262{,}3 \text{ м};$$

кроме того, определяем параметры M и N:

$$M = 4{,}56 \cdot 11{,}5\,(1 + 2 \cdot 1{,}356 \cdot 10^{-2}\, 262{,}3) + 200 \cdot 262{,}3 \times (1 + 2 \cdot 1{,}356 \cdot 10^{-2} \cdot 4{,}56) = 5{,}9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{сут};$$

$$N = 211{,}5 + 2 \cdot 1{,}356 \cdot 10^{-2}\,(4{,}56 \cdot 200 + 262{,}3 \cdot 11{,}5) = 318 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Расстояние между дренами B вычисляем по формуле (5.96):

$$B = 4\left[\sqrt{\left(\frac{5{,}9 \cdot 10^4}{318}\right)^2 - \frac{200}{1{,}356 \cdot 10^{-2}}\left(\frac{1}{2 \cdot 1{,}356 \cdot 10^{-2} \cdot 11{,}5} + \sqrt{\frac{4{,}56 - 262{,}3}{318}}\right) + \frac{1{,}5 \cdot 211{,}5}{2 \cdot 0{,}001}} - \frac{5{,}9 \cdot 10^4}{318}\right] = 806 \text{ м}.$$

Погонные расходы горизонтального и вертикального дренажей $q_д$ и $q_с$ рассчитываем по формулам (5.95) и (5.81):

$$q_д = 0{,}001 \cdot 806 \frac{11{,}5 + 2 \cdot 1{,}356 \cdot 10^{-2} \cdot 11{,}5 \cdot 262{,}3 + \frac{200}{5{,}46}}{211{,}5 + 2 \cdot 1{,}356 \cdot 10^{-2}\,(4{,}56 \cdot 200 + 262{,}3 \cdot 11{,}5)} =$$

$$= 0{,}33 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$q_с = 0{,}001 \cdot 806 - 0{,}33 = 0{,}48 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Согласно формуле (5.94) превышение напора посредине между дренажами в нижнем слое $h_{0_2} = 1{,}5 - 0{,}47 = 1{,}03$ м. Для проверки по формуле (5.93) вычисляем превышение в верхнем слое:

$$h_{0_1} = \frac{1}{200}\left(0{,}33 \cdot 4{,}56 + 0{,}48 \cdot 262{,}3 + \frac{200 \cdot 0{,}001}{11{,}5\,(1{,}356 \cdot 10^{-2})^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{0{,}001 \cdot 806^2}{8}\right) = 1{,}51 \text{ м}.$$

§ 6. Горизонтальный прерывистый дренаж

Теория и методы фильтрационного расчета различных схем и типов горизонтальных прерывистых дренажей применительно к разнообразным задачам забора и водопонижения грунтовых вод, дренирования земляных плотин и дамб подробно изложены в работе [52].

В настоящем параграфе эти вопросы рассматриваются применительно к задачам дренирования мелиоративных систем. В условиях мелиорации земель, особенно при небольших величинах дренажного стока, вместо сплошного горизонтального трубчатого дренажа, поступление грунтовых вод в который происходит равномерно по всей длине, целесообразно устраивать прерывистый горизонтальный трубчатый дренаж, в котором дренирование осуществляется отдельными рабочими участками, равномерно расположенными вдоль контура дренирования и соединенными между собой нерабочими участками дренажа. Рабочими участками дренажа могут быть отдельные дренажные блоки, дренажные секции небольших размеров, щели и т. п. Представляет практический интерес прерывистый дренаж, состоящий из нерабочих участков в виде отдельных неперфорированных бетонных труб длиной 2—3 м и рабочих участков в виде щелей, создаваемых на стыке труб и оборудованных фильтром шириной 1,0—1,5 м из искусственных волокнистых материалов. Прерывистый дренаж взамен сплошного дает возможность в ряде случаев за счет экономии фильтрового материала и расходов, связанных с устройством перфораций в трубах, существенно уменьшить стоимость дренажа. Однако широкое внедрение такого дренажа сдерживалось отсутствием обоснованных методов их фильтрационного расчета. Особенно это касается прерывистых дренажей, в которых рабочие участки оборудуются получившими

широкое распространение на практике и хорошо зарекомендовавшими себя фильтрами из различных минеральных волокнистых материалов [89].

Приближенная методика фильтрационного расчета горизонтальных прерывистых дренажей основывается на использовании метода фильтрационных сопротивлений. Напомним, что в основу этого метода положен принцип, заключающийся в том, что действие любого несовершенного дренажа, в том числе и прерывистого, может быть заменено эквивалентным действием совершенного дренажа. Поэтому при известных значениях сопротивлений $\Phi_п$, обусловленных гидродинамическим несовершенством прерывистого дренажа, для фильтрационных расчетов такого дренажа в условиях как установившейся, так и неустановившейся фильтрации могут быть использованы многочисленные зависимости, построенные по методу фильтрационных сопротивлений. Для этого в таких зависимостях сопротивление на несовершенство сплошного дренажа Φ необходимо заменить сопротивлением прерывистого дренажа $\Phi_п$, соблюдая отмеченные ранее ограничения. Для прерывистого дренажа расчет сопротивления $\Phi_п$ следует производить по формуле (4.1), т. е. наряду с основным сопротивлением по степени вскрытия пласта $\Phi_{пд}$ необходимо учитывать также дополнительное сопротивление по характеру вскрытия пласта $\Phi_{пх}$, обусловленное потерями напора в фильтре, дренажных щелях и трубах. Однако, как будет показано ниже, при качественном проектировании прерывистого дренажа можно также положить $\Phi_{пх} = 0$.

В результате всего изложенного приходим к выводу, что для расчетов прерывистого дренажа необходимо знать сопротивления $\Phi_{пд}$ и $\Phi_{пх}$ [68]. Общее сопротивление $\Phi_п$, которое используется при фильтрационных расчетах прерывистого дренажа, определяется по формуле

$$\Phi_п = \sigma_0 (F_п + \Phi_п^0), \tag{5.97}$$

где

$$F_п = 0{,}366 \lg \frac{\sigma_0}{2\pi r_0}, \tag{5.98}$$

а сопротивление $\Phi_п^0$ в однородном и слоистых грунтах вычисляется по приведенным в § 1 гл. 4 зависимостям для сплошного дренажа, в которых безразмерное сопротивление сплошного дренажа f_i заменяется безразмерным сопротивлением прерывистого дренажа:

$$f_{п_i} = (f_{пд_i} + f_{пх_i}) \frac{1}{m_i}, \quad \bar{f}_{п_i} = (\bar{f}_{пд_i} + f_{пх_i}) \frac{1}{m_i}, \tag{5.99}$$

где $f_{пд_i}$ — сопротивление на несовершенство по степени вскрытия в однородном пласте с непроницаемой кровлей и подошвой мощностью m_i; $f_{пх_i}$ — сопротивление на несовершенство по характеру вскрытия в однородном пласте мощностью m_i; $\bar{f}_{пд_i}$ — сопротивление на несовершенство по степени вскрытия однородного пласта, в ко-

тором кровля (или подошва) является поверхностью равного напора. Для соответствующей мощности m_i сопротивления $f_{пд_i}$ и $\bar{f}_{пд_i}$ находят по формулам

$$f_{пд_i} = f'_{пд_i} + \Delta f_{пд_i}; \tag{5.100}$$

$$\bar{f}_{пд_i} = f^0_{пд_i} - f_{пд_i}, \tag{5.101}$$

в которых сопротивления $f'_{пд_i}$ и $\Delta f_{пд_i}$ берут из графика рис. 32 соответственно при r_0/m_i и σ_0/m_i, а сопротивления $f_{пд_i}$ и $f^0_{пд_i}$ в формуле (5.101) определяют по формуле (5.100) для параметров m_i и $m^0_i = 2m_i$. На графике рис. 32 и в формуле (5.98) принимается

$$r_0 = s_д \Big/ \left[2{,}3 \lg \frac{4s_д}{\sqrt{s_д^2 + 30r_д^2} - s_д}\right] \tag{5.102}$$

для значений $b/m_1 \leqslant 0{,}15$, в этом случае в расчетах при вычислении сопротивлений $f_{пд}$ принимается $b = 0$;

$$r_0 = s_д \Big/ \left[4{,}6 \lg \frac{s_д}{1{,}356 r_д}\right] \tag{5.103}$$

для любых значений b, при этом в расчетах при вычислении сопротивлений $f_{пд}$ необходимо учитывать величину $b \approx 0{,}5\,(r_д + h_0)$ (здесь $r_д$ и $s_д$ — расчетный радиус и длина рабочего участка дрены; σ_0 — расстояние между центрами рабочих участков). При $\sigma_0/m_i > 1$ можно положить $\Delta f_{пд} = 0$.

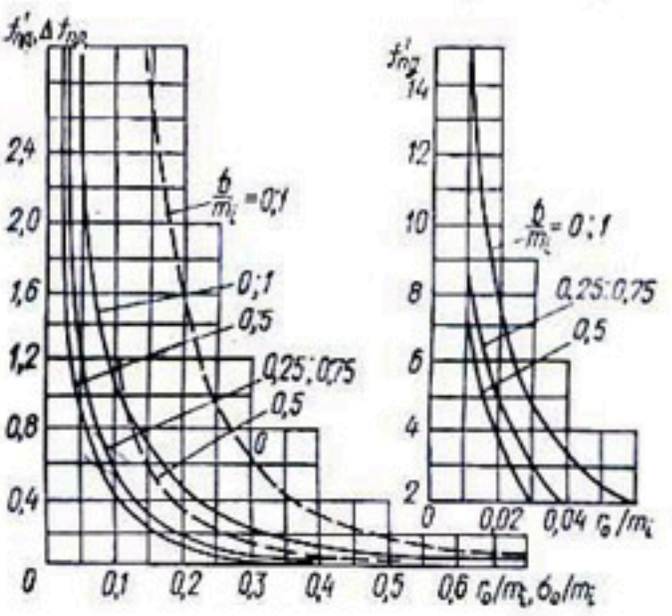


Рис. 32. Графики для определения сопротивлений $f'_{пд}$ (сплошные линии) и $\Delta f_{пд}$ (пунктирные линии).

Учет дополнительных сопротивлений $f_{пх}$, обусловленных потерями напора в фильтре и щелях между секциями труб, производим следующим образом. При работе горизонтального дренажа имеют место случаи (для глубокого — в период промывки солей, для мелкого — в период весеннего снеготаяния), когда дрена работает в режиме подрусловой. При этом приток к дрене и сопротивления за счет фильтра $f'_{пх}$ и щелей $f''_{пх}$ будут наибольшими. Поэтому данный случай принимается в качестве расчетного при определении сопротивления $f_{пх}$.

Рассмотрим горизонтальную подрусловую прерывистую дрену, оборудованную волокнистым фильтром и уложенную в однородный слой неограниченной мощности. Примем, что удельный приток к поверхности фильтра можно описать зависимостью

$$q_x = q_0 \left(1 - \frac{2x}{s_д}\right)^n, \tag{5.104}$$

где q_0 — приток непосредственно над щелью (численно он равен притоку для «идеальной» дрены без учета прерывистости фильтра и щелей); n — коэффициент, который может изменяться от 0 до ∞. Учитывая, что в волокнистом фильтре движение жидкости подчиняется также закону Дарси, после несложных преобразований получим

$$H_{\Phi} = \frac{q_0 s_{\text{д}}^2}{4\pi\delta k_{\Phi}(d_{\text{т}} + 0{,}5\delta)(n+1)(n+2)}\left[1 - \left(1 - \frac{2x}{s_{\text{д}}}\right)^{n+2}\right]; \quad (5.105)$$

$$f'_{\text{пх}} = \frac{k\bar{\sigma}s_{\text{д}}^2}{4(n+3)\pi\delta k_{\Phi}(d_{\text{т}} + 0{,}5\delta)}, \quad (5.106)$$

где $n = \sqrt{2{,}25 + A} - 1{,}5$, $A = \frac{k\sigma_0^2}{4\delta k_{\Phi}\pi(d_{\text{т}} + 0{,}5\delta)\bar{f}\,\bar{\sigma}^2}$, $\bar{\sigma} = \frac{\sigma_0}{s_{\text{д}}}$,

H_{Φ} — гидродинамическое давление в слое фильтра на расстоянии x от щели; $f'_{\text{пх}}$ — дополнительное фильтрационное сопротивление за счет фильтра; δ — толщина слоя фильтра; k_{Φ} — коэффициент фильтрации фильтра; $d_{\text{т}}$ — наружный диаметр трубы; k — коэффициент фильтрации грунта; $\bar{f}$ — фильтрационное сопротивление обычной сплошной дрены.

Сопротивление в щелях приближенно можно определить по известным формулам гидравлики при движении жидкости через щель или отверстие, пренебрегая уменьшением сечения щели за счет фильтра (пористость волокнистого фильтра 0,95 + 0,981). Оценка гидравлических потерь в щели при $k = 10$ м/сут, $\sigma_0 = 2$ м, $d_{\text{т}} = 300$ мм, $\delta = 20$ мм, глубине заложения дрены 1 м и ширине щели 5 мм показала, что потери в щели составляют 0,002 м. Поэтому для большинства практических случаев потерями в щелях можно пренебречь и считать $f'_{\text{пх}} \approx 0$. Анализ формулы (5.106) показал, что дополнительное сопротивление за счет фильтра в зависимости от конструкции дрены может быть очень большим, если дрена спроектирована неправильно. Будем считать, что правильно спроектированная дрена должна иметь незначительные сопротивления за счет фильтра, которые нет необходимости учитывать в фильтрационном расчете. Если принять, что $f'_{\text{пх}}/\bar{f} \leqslant \nu$, где ν — малая величина, например 0,1, то, использовав зависимость (5.106) и соотношение $f'_{\text{пх}} = \bar{\sigma}n\bar{f}$, получим допустимую длину секции трубы

$$[\sigma_0] \leqslant \bar{\sigma}\sqrt{\frac{4\bar{f}\delta k_{\Phi}\pi(d_{\text{т}} + 0{,}5\delta)\nu(3+\nu)}{k}}. \quad (5.107)$$

По формуле (5.107) на рис. 33 при $d_{\text{т}} = 75$; 100; 150; 200 и 300 мм, глубине заложения дрены 2,5 м, фильтре из базальтового волокна в один слой толщиной $\delta = 20$ мм, $k_{\Phi} = 430$ м/сут, $\nu = 0{,}1$ построены зависимости $[\sigma_0]/\bar{\sigma} = f(k)$. Видно, что при $\sigma_0 = 2$ м и $\bar{\sigma} = 2$ глубокий прерывистый дренаж будет хорошо работать кри $k \leqslant 2$ м/сут, что вполне приемлемо для многих орошаемых массивов.

При $d_т = 100$ мм и $\bar{\sigma} = 2$ экономическая эффективность прерывистого дренажа составила 23 руб/га. Приведенная методика расчета позволяет также спроектировать систематический дренаж из длинных неперфорированных труб, строительство которого в ряде случаев может оказаться технически и экономически выгодным.

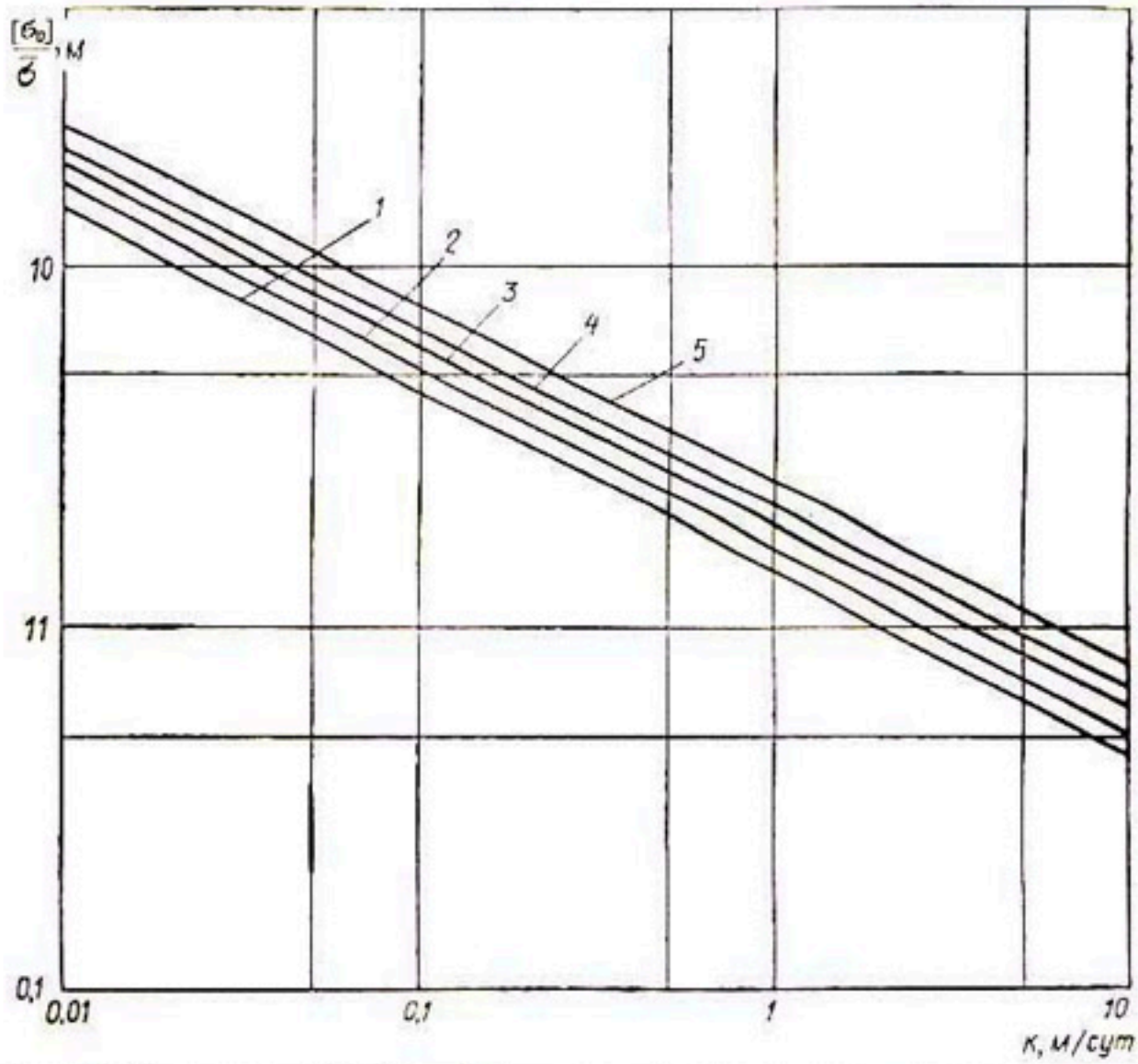


Рис. 33. Зависимость $[\sigma_0]/\bar{\sigma} = f(k)$ для трубчатого прерывистого дренажа с волокнистым фильтром и труб диаметром 75 (*1*), 100 (*2*), 150 (*3*), 200 (*4*) и 300 мм (*5*).

Пример. Определить расстояние между дренами прерывистого дренажа в трехслойном грунте с параметрами $m_д = 5$, $m_2 = 4$, $m_3 = 5$ м; $k_1 = 1$, $k_2 = 0{,}1$ и $k_3 = 5$ м/сут. Прерывистый дренаж состоит из рабочих участков ($s_д = 3$ м), выполненных из перфорированной асбестоцементной трубы ($d_т = 100$ мм), обмотанной слоем стекловолокна толщиной $\delta = 50$ мм ($r_д = 0{,}1$ м), и нерабочих участков дренажа ($s = 3$ м, $d_т = 100$ мм), служащих для соединения рабочих участков и выполненных без фильтра. Заданное понижение на междренье $h_0 = 1{,}5$ м, глубина закладки дренажа от поверхности земли равна 3 м, инфильтрационное питание $\varepsilon = 0{,}001$ м/сут.

Сопротивление $\Phi_п$ находим по формуле (5.97), в которой сопротивления $F_п$ и $\Phi_п^{\wedge}$ вычисляем по зависимостям (5.98) и (4.7).

Таблица 16

Тип дренажа и его особенность	B, м	h_0, м
Горизонтальный сплошной дренаж		
$b = 0{,}8$ м	426	1,42
$b = 0$	412	1,5
$b = 0$, $k_2 = 0$	252	4,6
$b = 0$, $k_2 = 0{,}005$ м/сут	285	2,39
Горизонтальный прерывистый дренаж		
$s_д = s = 3$ м, $\sigma_0 = 6$ м	347	1,90
$s_д = s = 2$ м, $\sigma_0 = 4$ м	378	1,70
Вертикальный дренаж в виде линейного ряда скважин в нижнем слое ($\sigma = 60$ м)		
$l = 2{,}5$ м, $b_2 = 1{,}5$ м	393	1,60
$l = 2{,}5$ м, $b_2 = 1{,}5$ м (расчет выполнен по схеме со средним слабопроницаемым слоем)	400	1,57
$l = m_3 = 5$ м	464	1,26
Комбинированный дренаж, состоящий из указанных горизонтального и вертикального дренажей		
по формуле (3.12) с учетом (5.89)	489	1,13
по формуле (5.96)	524	1,01

Полагая $f_{пх} = 0$, сопротивления $f_{п_i}$ и $\bar{f}_{п_i}$ находим по формуле (5.99), в которой сопротивления $f_{пд_i}$ и $f_{пд_i}$ вычисляются по формулам (5.100) и (5.101) с использованием для вычисления сопротивления $f'_{пд_i}$ и $\Delta f_{пд_i}$ графика рис. 32 при $m_1 \approx m_д = 5$ м, $\sigma_0 = 3 + 3 = 6$ м и

$$r_0 = 3 : \left| 2{,}3 \lg \frac{4 \cdot 3}{\sqrt{3^2 + 30 \cdot 0{,}1^2} - 3} \right| = 0{,}535;$$

$f_{пд_1} = f'_{пд_1} + \Delta f_{пд_1} = 0{,}96 + 0 = 0{,}96$, так как $\Delta f_{пд_1} = 0$ при $\frac{\sigma_0}{m_1} = 1{,}2 > 1$;

$$f^0_{пд_1} = f'^0_{пд_1} + \Delta f'^0_{пд_1} = 2{,}29 + 0{,}11 = 2{,}40;$$

$$f_{пд_*} = f'_{пд_*} + \Delta f_{пд_*} = 2{,}00 + 0{,}09 = 2{,}09;$$

$$f^0_{пд_*} = f'^0_{пд_*} + \Delta f^0_{пд_*} = 4{,}60 + 0{,}48 = 5{,}08;$$

$$\bar{f}_{пд_1} = f^0_{пд_1} - f_{пд_1} = 2{,}40 - 0{,}96 = 1{,}44;$$

$$\bar{f}_{пд_*} = f^0_{пд_*} - f_{пд_*} = 5{,}08 - 2{,}09 = 2{,}99;$$

$$f_{п_1} = 0{,}192 \text{ м}^{-1},\ \bar{f}_п = 0{,}288 \text{ м}^{-1},\ \bar{f}_{п_*} = 0{,}332 \text{ м}^{-1}.$$

Тогда при $\alpha_1 = 0{,}955$ и $\sigma_0 = 6$ м получим

$$\Phi^0_п = 5 \cdot 0{,}192 + \frac{25}{l}\left[0{,}955 \cdot \frac{1}{0{,}1} \cdot 0{,}332 + \frac{0{,}1 - 1}{0{,}1} \cdot 0{,}288\right] = 15{,}1;$$

$$F_{\text{п}} = 0{,}366 \lg \frac{6}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}535} = 0{,}094;$$

$$\Phi_{\text{п}} = 6\,(0{,}094 + 15{,}1) = 91{,}2 \text{ м}.$$

Таким образом, расстояние B по формуле (3.12) при $T = 1 \times \times 5{,}75 + 0{,}1 \cdot 4 + 5 \cdot 5 = 31{,}15$ м²/сут составит:

$$B = 4\left[\sqrt{91{,}2^2 + \frac{1{,}5 \cdot 31{,}15}{2 \cdot 0{,}001}} - 91{,}2\right] = 347 \text{ м}.$$

Для случая $s_{\text{д}} = s = 2$ м и $\sigma_0 = 4$ м $B = 378$ м.

В заключение этой главы в табл. 16 приведены значения расстояний B, вычисленные для различных типов дренажей при $h_0 = = 1{,}5$ м, а также превышения h_0, вычисленные при $B = 412$ м для рассмотренной выше схемы трехслойного грунта.

На основании результатов, приведенных в табл. 16, можно сделать следующие выводы.

1. Для данного примера расчета целесообразен прерывистый горизонтальный дренаж, в котором сокращение рабочей части ведет к уменьшению расстояния B или к увеличению превышения h_0 по сравнению со сплошным дренажем на 15—25%.

2. Вертикальный дренаж в рассмотренном примере не имеет преимуществ по сравнению с горизонтальным дренажем.

3. Комбинированный дренаж в данном случае, видимо, не совсем рационален, так как усиление горизонтального дренажа вертикальными скважинами приводит к увеличению расстояния B или к уменьшению превышения уровня h_0 всего на 20—25%.

4. При расчетах дренажа принимать в качестве относительного водоупора различные слабопроницаемые прослойки необходимо весьма осторожно и после должного обоснования. В рассмотренном примере перетоком через средний слой можно пренебречь и принимать его кровлю как линию водоупора при $k_2 \approx 0{,}001$ м/сут.

ГЛАВА 6

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ К СИСТЕМАТИЧЕСКОМУ ДРЕНАЖУ В УСЛОВИЯХ ИНФИЛЬТРАЦИОННОГО ПИТАНИЯ

В данной главе приводятся аналитические решения задач неустановившейся фильтрации к горизонтальному и комбинированному систематическим дренажам в приближенной постановке, основанной на использовании метода фильтрационных сопротивлений. Действие горизонтальных дрен изучается в наиболее распространенных на практике однородном, двухслойном с верхним слабопроницаемым слоем и трехслойном со средним слабопроницаемым слоем грунтах. Действие комбинированного дренажа изучается в трехслойном грунте. Предполагается, что в течение всего периода действия дренажа свободная поверхность потока располагается в верхнем слое, т. е. даже при расположении дрен в нижнем слое свободная поверхность не пересекает верхней границы раздела слоев.

Как известно [11, 57, 92], в строгой постановке решение упомянутых задач сводится к рассмотрению исходных уравнений и граничных условий, аналогичных таковым для установившейся фильтрации, но при дополнительном нелинейном условии на неизвестной свободной поверхности, описывающем характер ее перемещения во времени. В строгой постановке решение ряда частных задач фильтрации в однородном грунте удалось получить лишь численными методами с использованием ЭВМ [15, 105, 125, 168, 173]. Хотя линеаризация этого условия упростила решение различных задач, но она не ликвидировала полностью принципиальных затруднений в расчетах неустановившейся фильтрации этим способом [92]. Поэтому приведенные ниже решения базируются на линейной или гидравлической теории фильтрации в грунтах, основанной на осреднении потока по глубине и сводящейся к рассмотрению линеаризованного дифференциального уравнения для безнапорного потока или аналогичного ему уравнения для напорного потока. Во многих случаях такие решения дают достаточную для практики точность расчетов дренажа [106, 125, 173].

Согласно указанной теории, решение задачи для однородного грунта сводится к рассмотрению линеаризованного уравнения Буссинеска. Для слоистых водоносных толщ, состоящих из чередующихся хорошо- и слабопроницаемых слоев и характеризующихся наличием гидравлической связи (перетока) между хорошо проницаемыми слоями, вывод исходных уравнений движения грунтовых вод

в слоях основывается на двух известных предпосылках перетекания. В соответствии с ними предполагается, что в слабопроницаемых слоях фильтрация происходит только по вертикали, а в хорошопроницаемых — преимущественно по горизонтали. Оценка этих допущений, сделанная в работе [62], свидетельствует о том, что их использование обеспечивает хорошую точность расчета при наличии в неоднородно-слоистых пластах совершенных границ питания и стока. В аналогичных задачах фильтрации с несовершенными границами питания и стока (дренами) последние при помощи метода фильтрационных сопротивлений заменялись с некоторым приближением фиктивными совершенными, эквивалентными по фильтрационному расходу и картине фильтрации на некотором удалении от рассматриваемой границы. При этом считаем (см. выше), что хотя сопротивление Ф и зависит от времени, однако его значение для практических расчетов можно принимать из условий установившейся фильтрации.

Следующим важным вопросом является обоснование принципов учета указанных сопротивлений при решении рассматриваемых задач неустановившейся фильтрации [119, 159, 169, 172]. Как будет показано ниже, наиболее правильный и обоснованный учет дополнительных сопротивлений в указанной постановке сводится к решению исходных уравнений при граничных условиях третьего рода на линии дренажа. В решениях для трехслойного грунта режим фильтрации в слабопроницаемой прослойке принимается жестким, что, согласно существующим представлениям и рекомендациям на этот счет [32, 57, 93, 97, 120, 132], приемлемо в инженерных расчетах дренажа. Для схемы однородного грунта рассмотрен также случай переменного во времени инфильтрационного питания. Полученные решения используются при составлении инженерных зависимостей и рекомендаций по расчету систематического дренажа.

§ 1. Горизонтальные дрены в однородном грунте

Для рассматриваемой схемы (рис. 34), согласно предложениям ряда авторов [3, 57, 119, 171, 172], удобнее использовать уравнение Буссинеска, линеаризованное первым способом (поток с постоянной проводимостью). Покажем, каким образом в этом случае должно учитываться сопротивление Ф. Напор (уровень) на совершенной дрене $H_д'$ связан с напором (уровнем) на несовершенной дрене $H_д$ соотношением (5.37), в котором по условиям задачи напор $H_д$, проводимость T и сопротивление Ф приняты постоянными, не зависящими от времени. Учитывая, что

$$q = 2T \left.\frac{\partial H}{\partial x}\right|_{x=0} \quad \text{и} \quad H_д = H|_{x=0}, \tag{6.1}$$

преобразуем формулу (5.37) к виду

$$\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{H}{2Ф} = \frac{H_д}{2Ф}. \tag{6.2}$$

Если бы расход дрены q был постоянным, то второй член уравнения (5.37) был бы также постоянным, не зависящим от времени. В этом случае при расчете несовершенного дренажа можно воспользоваться непосредственно расчетными формулами для совершенного дренажа, увеличивая общее сопротивление дренажа на величину сопротивления, обусловленного его несовершенством. Так как при неустановившемся режиме дренаж работает с переменным во времени расходом q, то, согласно условию (6.1), решения исходного уравнения должны учитывать граничное условие третьего рода на дрене (6.2). В работах [3, 119, 159, 169] сделана попытка приближенного учета сопротивления Φ другим путем. Решение рассматриваемой задачи приводится для полного цикла работы дренажа [74] — для периода подъема уровня грунтовых вод (периода питания) и периода их спада, когда питание отсутствует и происходит испарение; затем это решение обобщается для более общего случая, характеризующегося изменением во времени инфильтрационного питания (испарения) по ступенчатому закону [73].

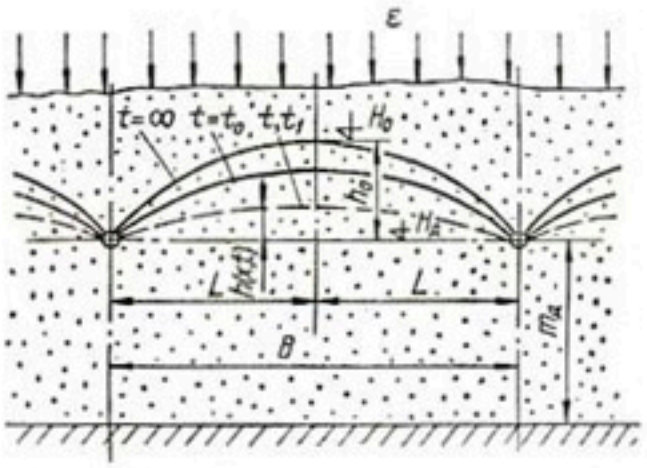


Рис. 34. Схема неустановившейся фильтрации к систематическому дренажу в однородном грунте.

Для первого периода — подъема уровня грунтовых вод — исходное линеаризованное уравнение Буссинеска, записанное относительно превышения $h = H - H_д$, имеет вид

$$\frac{\partial h}{\partial t} = a\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon}{\mu} \tag{6.3}$$

и решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$t = 0, \quad 0 \leqslant x \leqslant L, \quad h = 0;$$

$$t > 0, \quad x = L, \quad \frac{\partial h}{\partial x} = 0;$$

$$t > 0, \quad x = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{h}{2\Phi} = 0.$$

Следуя данным работы [3], уравнение (6.3) и краевые условия перепишем в виде

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial \bar{x}^2} + \eta, \tag{6.4}$$

$$\bar{h}(\bar{x}, 0) = 0, \quad \frac{\partial \bar{h}(1, \bar{t})}{\partial \bar{x}} = 0, \quad \frac{\partial \bar{h}(0, \bar{t})}{\partial \bar{x}} - \bar{c}\bar{h}(0, \bar{t}) = 0,$$

где $\bar{h} = h/h_0$; $\bar{x} = x/L$; $\bar{t} = t/\tau$; $\tau = \mu L^2/T$; $\eta = \varepsilon L^2/Th_0$; $a = T/\mu$; $B = 2L$; $\bar{c} = L/2\Phi$; μ — коэффициент водоотдачи (недостатка на-

сыщения); h_0 — превышение уровня на междреньи при установившейся фильтрации, определяющееся по формуле (3.11); τ — время стабилизации (термин, введенный в фильтрационные расчеты С. Ф. Аверьяновым). Остальные обозначения ясны из предыдущего изложения и рис. 34.

Применив преобразования Лапласа к уравнению (6.4), получим уравнение для изображения $U(\bar{x}, p)$ в виде

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \bar{x}^2} - pU + \frac{\eta}{p} = 0, \tag{6.5}$$

решение которого при граничных условиях

$$\frac{\partial U(1, p)}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial U(0, p)}{\partial \bar{x}} - \bar{c} U(0, p) = 0$$

дает следующее выражение для определения изображения:

$$U(\bar{x}, p) = \frac{\eta}{p^2} - \frac{\operatorname{ch}(\bar{x} - 1)\sqrt{p}}{p^2(\bar{c} \operatorname{ch}\sqrt{p} + \sqrt{p} \operatorname{sh}\sqrt{p})}. \tag{6.6}$$

Выполнив для зависимости (6.6) обратное преобразование Лапласа, получим приближенное уравнение для депрессионной кривой в первом периоде

$$h(\bar{x}, \bar{t}) = \frac{\eta}{\bar{c}} + \frac{\eta}{2}[1 - (x-1)^2] - 2\bar{c}\eta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n(\bar{t}, \bar{c}) \cos \alpha_n (\bar{x} - 1)}{\cos \alpha_n}, \tag{6.7}$$

где

$$A_n(\bar{t}, \bar{c}) = \frac{e^{-\alpha_n^2 \bar{t}}}{\alpha_n^2 \bar{c}(1 + \bar{c}) + \alpha_n^4}; \quad \bar{c} = \frac{L}{2\Phi}; \tag{6.8}$$

α_n — положительные действительные корни трансцендентного уравнения

$$\alpha_n \operatorname{tg} \alpha_n = \bar{c} \quad (n = 1, 2, 3\ldots). \tag{6.9}$$

Проверка решения показывает, что оно удовлетворяет граничным и начальным условиям. Действительно, при $\bar{t} \to \infty$ из уравнения (6.7) получаем

$$\bar{h}(\bar{x}, 0) = \frac{\eta}{\bar{c}} + \frac{\eta}{2}[1 - (\bar{x} - 1)^2];$$

при $\bar{t} = 0$ $\bar{h}(\bar{x}, 0) = 0$, так как

$$\frac{1}{\bar{c}} + \frac{1}{2}[1 - (\bar{x} - 1)^2] = 2\bar{c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \alpha_n (\bar{x} - 1)}{[\alpha_n^2 \bar{c}(1 + \bar{c}) + \alpha_n^4] \cos \alpha_n};$$

при $\bar{t} \to \infty$ и $\bar{x} = 1$

$$\bar{h}(1, \infty) = \frac{\eta}{\bar{c}} + \frac{\eta}{2} = 1, \quad \text{откуда } h(L, \infty) = h_0;$$

при $\bar{t} \to \infty$ и $\bar{x} = 0$

$$\bar{h}(0, \infty) = \frac{\eta}{\bar{c}}, \quad \text{откуда } h(0, \infty) = \frac{2\varepsilon L}{T} \Phi.$$

Найдем формулы для определения превышения $\bar{h}$ на междуречьи ($\bar{x} = 1$) и на дрене ($\bar{x} = 0$):

$$\bar{h}(1, \bar{t}) = \frac{\eta}{\bar{c}} + \frac{\eta}{2} - 2\bar{c}\eta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n(\bar{t}, \bar{c})}{\cos \alpha_n}; \tag{6.10}$$

$$\bar{h}(0, \bar{t}) = \frac{\eta}{\bar{c}} - 2\bar{c}\eta \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\bar{t}, \bar{c}) = q(t) \frac{\Phi}{2Th_0}. \tag{6.11}$$

Если величину $h(0, t)$ прибавить к величине $H_д$, то получим значение уровня на совершенной дрене, к которой приводится несовершенная дрена в рассматриваемый момент времени t. Используя известное уравнение

$$q = 2T \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{x=0} = 2 \frac{Th_0}{L} \left.\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}}\right|_{\bar{x}=0}$$

и опуская промежуточные выкладки, получаем следующую формулу для определения общего (двухстороннего) погонного притока к дрене $q(t)$:

$$q(t) = \varepsilon B \left[1 - 2\bar{c}^2 \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\bar{t}, \bar{c})\right]. \tag{6.12}$$

При $\bar{t} \to \infty$ $q(\infty) = \varepsilon B$, а при $\bar{t} = 0$ $q(0) = 0$, так как

$$2\bar{c}^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2 \bar{c}(\bar{c} + 1) + \alpha_n^4} = 1.$$

Для определения скорости $v(x, t)$ в области фильтрации имеем зависимость

$$v(x, t) = \frac{\varepsilon L}{m} \left[1 - \bar{x} - 2\bar{c} \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\bar{t}, \bar{c}) (\bar{c} \cos \alpha_n \bar{x} - \alpha_n \sin \alpha_n \bar{x})\right]. \tag{6.13}$$

Второй период — спад уровня грунтовых вод — наступает с момента прекращения подъема уровня грунтовых вод, который считаем совпадающим с моментом прекращения питания. В качестве исходного для периода спада примем уравнение

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}_1} = \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial \bar{x}^2} - \eta_0, \tag{6.14}$$

которое решаем при следующих начальных и граничных условиях:

$$\bar{t}_1 = 0, \quad 0 \leqslant \bar{x} \leqslant 1, \quad \bar{h}(\bar{x}, 0) = \frac{\eta}{\bar{c}} + \frac{\eta}{2} [1 - (\bar{x} - 1)] -$$

$$- 2\bar{c}\eta \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\bar{t}_0,\ \bar{c})\ \frac{\cos\alpha_n(\bar{x}-1)}{\cos\alpha_n};$$

$$\bar{t}_1>0,\ \bar{x}=1,\ \frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}=0;\quad \bar{t}_1>0,\quad \bar{x}=0,\quad \frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}-\bar{c}\bar{h}=0.$$

В уравнении (6.14) и краевых условиях принято $\eta_0 = \varepsilon_и L^2/Th_0$ ($\varepsilon_и$ — среднее испарение с поверхности грунтовых вод) и $t_1 = t - t_0$ (t_0 — период времени от начала подъема поверхности грунтовых вод до момента его прекращения). Время t_0 является начальным для второго периода; от него отсчитывается время второго периода t_1; при t_0 в качестве исходного принимается положение депрессионной кривой для второго периода (см. рис. 34).

Применяя к (6.14) преобразование Лапласа, получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - pU - \frac{\eta_0}{p} = -\bar{h}(\bar{x},\ 0), \tag{6.15}$$

которое решаем при тех же граничных условиях, что и уравнение (6.5).

Используя данные работы [40] и опуская довольно громоздкие выкладки, получаем изображение $U(\bar{x},\ p)$ в следующем виде:

$$U(\bar{x},\ p) = \frac{\eta}{\bar{c}p} + \frac{\eta}{2p}[1-(\bar{x}-1)^2] - \frac{\eta+\eta_0}{p^2} -$$

$$- \frac{2\bar{c}\eta}{p}\sum_{n=1}^{\infty} A_n(\bar{t}_0,\ \bar{c})\ \frac{\cos\alpha_n(\bar{x}-1)}{\cos\alpha_n} +$$

$$+ \frac{2\bar{c}\eta}{p}\sum_{n=1}^{\infty} A_n(\bar{t}_0,\ \bar{c})\ \frac{\alpha_n^2\cos\alpha_n(\bar{x}-1)}{(p+\alpha_n^2)\cos\alpha_n} + \frac{\bar{c}(\eta+\eta_0)\operatorname{ch}\sqrt{p}\ (\bar{x}-1)}{2p^2(\bar{c}\operatorname{ch}\sqrt{p}+\sqrt{p}\operatorname{sh}\sqrt{p})}. \tag{6.16}$$

Выполняя для изображения (6.16) обратное преобразование Лапласа, находим приближенное уравнение для кривой депрессии во втором периоде:

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t}) = 2\bar{c}(\eta+\eta_0)\sum_{n=1}^{\infty} A_n(\bar{t}_1,\ \bar{c})\ \frac{\cos\alpha_n(\bar{x}-1)}{\cos\alpha_n} -$$

$$- 2\bar{c}\eta\sum_{n=1}^{\infty} A_n(\bar{t}_0+\bar{t}_1,\ \bar{c})\ \frac{\cos\alpha_n(\bar{x}-1)}{\cos\alpha_n} - \frac{\eta_0}{\bar{c}} - \frac{\eta_0}{2}[1-(\bar{x}-1)^2]. \tag{6.17}$$

В результате проверки начальных и граничных условий из уравнения (6.17) при $\bar{t}_1 = 0$ получаем

$$\bar{h}(\bar{x},\ 0) = \frac{\eta}{\bar{c}} + \frac{\eta}{2}[1-(\bar{x}-1)^2] - 2\bar{c}\eta\sum_{n-1}^{\infty} A_n(\bar{t}_0,\ \bar{c})\ \frac{\cos\alpha_n(\bar{x}-1)}{\cos\alpha_n},$$

Таблица 17

$\bar{c} = L/2\Phi$	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
0	0	3,142	6,283	9,425	12,566	15,708
0,01	0,100	3,145	6,285	9,426	12,567	15,709
0,05	0,220	3,157	6,291	9,430	12,570	15,711
0,1	0,311	3,173	6,299	9,435	12,574	15,714
0,2	0,433	3,204	6,315	9,446	12,582	15,721
0,3	0,522	3,234	6,331	9,457	12,590	15,727
0,4	0,593	3,264	6,346	9,467	12,598	15,733
0,6	0,705	3,320	6,377	9,488	12,614	15,746
0,8	0,791	3,374	6,407	9,509	12,630	15,759
1,0	0,860	3,426	6,437	9,529	12,645	15,771
1,5	0,988	3,542	6,510	9,580	12,684	15,803
2,0	1,077	3,644	6,578	9,630	12,722	15,834
3,0	1,193	3,809	6,704	9,704	12,797	15,895
4,0	1,265	3,935	6,814	9,812	12,868	15,954
5,0	1,314	4,034	6,910	9,893	12,935	16,011
7,0	1,377	4,175	7,064	10,034	13,058	16,118
10,0	1,429	4,306	7,228	10,200	13,214	16,259
15,0	1,473	4,426	7,396	10,390	13,408	16,447
20,0	1,496	4,492	7,495	10,512	13,542	16,586
40,0	1,533	4,597	7,665	10,733	13,805	16,879
60,0	1,545	4,635	7,726	10,817	13,909	17,003
100,0	1,555	4,666	7,776	10,887	13,998	17,109
∞	1,571	4,712	7,854	10,996	14,137	17,279

так как

$$2\bar{c}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\alpha_n(\bar{x}-1)}{[\alpha_n^2\bar{c}(\bar{c}+1)+\alpha_n^2]\cos\alpha_n}=\frac{1}{\bar{c}}+\frac{1}{2}[1-(\bar{x}-1)^2];$$

при $\bar{t}_1\to\infty$

$$\bar{h}(\bar{x},\ \infty)=-\frac{\eta_0}{\bar{c}}-\frac{\eta_0}{2}[1-(\bar{x}-1)^2],\quad \bar{h}(1,\ \infty)=$$

$$=-\frac{\eta_0}{\bar{c}}-\frac{\eta_0}{2},\quad \bar{h}(0,\ \infty)=-\frac{\eta_0}{\bar{c}}.$$

При отсутствии испарения ($\eta_0=0$) $\bar{h}(\bar{x},\ \infty)=0$. Таким образом, все начальные и граничные условия выполняются.

Найдем формулы для определения превышения $\bar{h}$ на междренье ($\bar{x}=1$) и на дрене ($\bar{x}=0$):

$$\bar{h}(1,\ \bar{t})=2\bar{c}(\eta+\eta_0)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n(\bar{t}_1,\ \bar{c})}{\cos\alpha_n}-2\bar{c}\eta\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n(\bar{t}_0+\bar{t}_1,\ \bar{c})}{\cos\alpha_n}-$$

$$-\frac{\eta_0}{\bar{c}}-\frac{\eta_0}{2};\qquad(6.18)$$

$$\bar{h}(0,\ \bar{t})=2\bar{c}(\eta+\eta_0)\sum_{n=1}^{\infty}A_n(\bar{t}_1,\ \bar{c})-$$

$$-2\bar{c}\eta\sum_{n=1}^{\infty}A_n(\bar{t}_0+\bar{t}_1,\ \bar{c})-\frac{\eta_0}{\bar{c}}=q(t)\frac{\Phi}{2Th_0}.\qquad(6.19)$$

Дренажный расход составит:

$$q(t) = 2(\varepsilon_u + \varepsilon) B\bar{c}^2 \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\bar{t}_1, \bar{c}) - 2\varepsilon B\bar{c}^2 \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\bar{t}_0 + \bar{t}_1, \bar{c}) - \varepsilon_u B; \tag{6.20}$$

при $\bar{t}_1 \to \infty$ $q(\infty) = -\varepsilon_u B$; при $\bar{t}_1 \to \infty$ и $\varepsilon_u = 0$ $q(\infty) = 0$; при $\bar{t}_1 = 0$ $q(0) = \varepsilon B\,[1 - 2\bar{c}^2 \sum_{n=1} A_n(\bar{t}_0, \bar{c})]$. Если величиной испарения можно пренебречь, то в расчетных формулах следует положить $\varepsilon_и = 0$ ($\eta_0 = 0$).

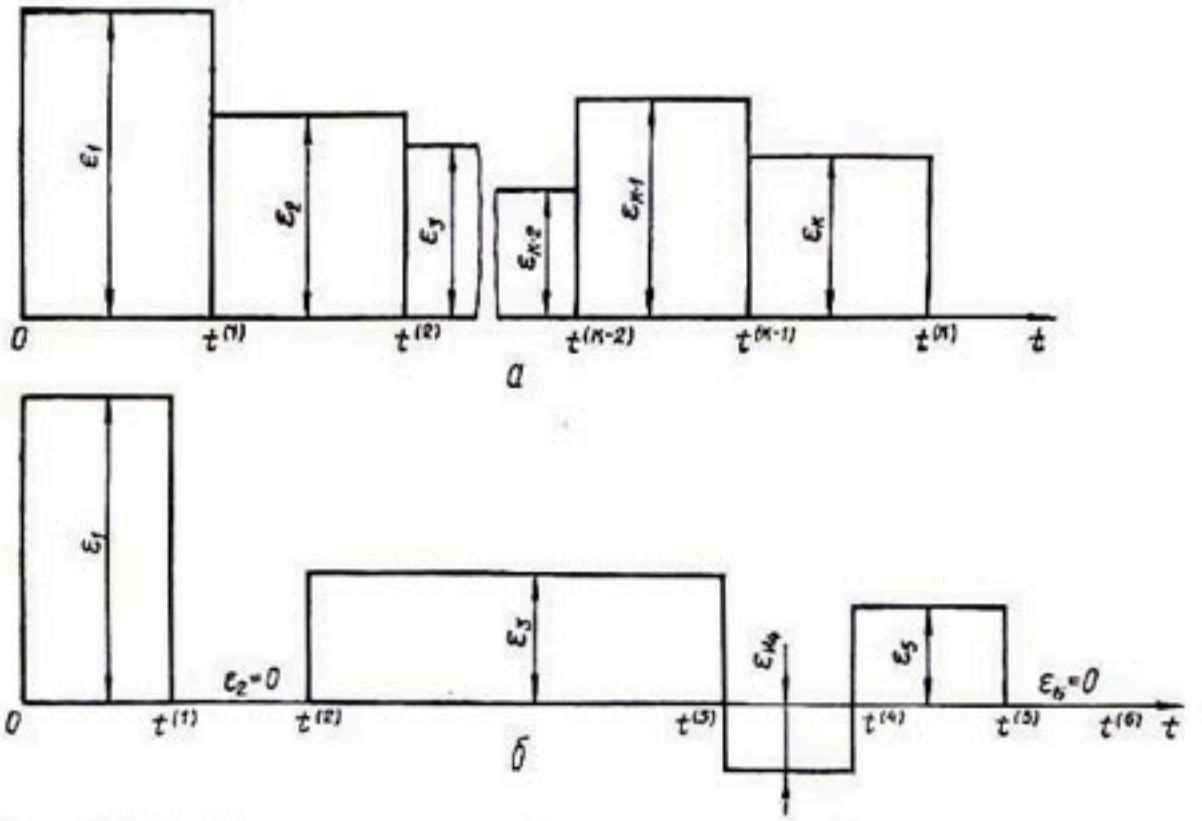


Рис. 35. График изменения инфильтрации $\varepsilon = f(t)$ по ступенчатому закону.

Для вычисления сумм рядов в расчетных формулах необходимо воспользоваться табл. 17, взятой из работы [41], в которой для различных значений $\bar{c}$ даны величины α_n при $n = 1, 2, \ldots, 6$.

Полученное решение обобщим для более общего случая переменного во времени инфильтрационного питания, изменяющегося по ступенчатому закону (рис. 35, *а*), которым приближенно можно заменить характер питания, заданный по любому закону $\varepsilon = f(t)$ [73]. Обобщение распространим и на случай любого начального положения уровня грунтовых вод, определяемого превышением $h_и$ относительно уровня воды в дрене. Воспользовавшись результатами предыдущего решения и методом сложения течений и опуская промежуточные выкладки, приведем окончательные зависимости для определения превышения $h(x, t)$ и двухстороннего притока в дрену $q(t)$ в каждом периоде с учетом влияния предыдущих периодов: в первом периоде

$$h(\bar{t}^{(1)}, x) = h(\varepsilon_1) - \varepsilon_1 \delta\beta_x(\bar{t}_1) + h_и\bar{\beta}_x(\bar{t}_1); \tag{6.21}$$

во втором периоде с учетом влияния первого периода

$$h(\bar{t}^{(2)}, x) = h(\varepsilon_2) - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\,\delta\beta_x(\bar{t}_2) - \varepsilon_1\delta\beta_x(\bar{t}^{(2)}) + h_н\bar{\beta}_x(\bar{t}^{(2)}); \quad (6.22)$$

в последнем, k-м, периоде с учетом влияния предыдущих периодов

$$h(\bar{t}^{(k)}, x) = h(\varepsilon_k) - (\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1})\,\delta\beta_x(\bar{t}_k) - (\varepsilon_{k-1} - \varepsilon_{k-2})\,\delta\beta_x(\bar{t}_k + \bar{t}_{k-1}) -$$
$$- \cdots - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\,\delta\beta_x(\bar{t}_k + \cdots + \bar{t}_2) - \varepsilon_1\delta\beta_x(\bar{t}^{(k)}) + h_н\bar{\beta}_x(\bar{t}^{(k)}). \quad (6.23)$$

Зависимости для определения погонного расхода дрены в указанных периодах соответственно имеют вид

$$q(\bar{t}^{(1)}) = \varepsilon_1 B - \varepsilon_1 B\rho(\bar{t}_1) + \frac{4h_н T}{B}\bar{\rho}(\bar{t}_1); \quad (6.24)$$

$$q(\bar{t}^{(2)}) = \varepsilon_2 B - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\,B\rho(\bar{t}_2) - \varepsilon B\rho(\bar{t}^{(2)}) + \frac{4h_н T}{B}\bar{\rho}(\bar{t}^{(2)}); \quad (6.25)$$

. . . . . .

$$q(\bar{t}^{(k)}) = \varepsilon_k B - (\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1})\,B\rho(\bar{t}_k) - (\varepsilon_{k-1} - \varepsilon_{k-2})\,B\rho(\bar{t}_k + \bar{t}_{k-1}) -$$
$$- \cdots - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\,B\rho(\bar{t}_k + \cdots + \bar{t}_2) - \varepsilon_1 B\rho(\bar{t}^{(k)}) + \frac{4h_н T}{B}\bar{\rho}(\bar{t}^{(k)}). \quad (6.26)$$

В приведенных формулах $\delta = L^2/T$;

$$\beta_x(\bar{t}_v) = 2\bar{c}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n(\bar{t}_v, \bar{c})\cos\alpha_n(\bar{x} - 1)}{\cos\alpha_n};$$

$$\rho(\bar{t}_v) = 2\bar{c}^2\sum_{n=1}^{\infty}A_n(\bar{t}_v, \bar{c});$$

$$\bar{\beta}_x(\bar{t}_v) = \beta(\bar{t}_v)\,\alpha_n^2; \quad \bar{\rho}(\bar{t}_v) = \rho(\bar{t}_v)\,\alpha_n^2;$$

$$A_n(\bar{t}_v, \bar{c}) = \frac{e^{-\alpha_n^2\bar{t}_v}}{\alpha_n^2\bar{c}(1 + \bar{c}) + \alpha_n^4}; \quad \bar{x} = \frac{x}{L}; \quad \bar{c} = \frac{L}{2\Phi};$$

превышение уровня $h(\varepsilon_i)$ при установившемся режиме фильтрации ($t \to \infty$) для инфильтрации ε_i определяется по формуле

$$h(\varepsilon_i) = \frac{\varepsilon_i}{2T}[L^2 - (x - L)^2 + 4\Phi L]. \quad (6.27)$$

Численные значения коэффициентов $\beta_x(\bar{t}_v)$ и $\rho(\bar{t}_v)$ определяют из приведенных выражений для значений $\bar{t}_v = \bar{t}_1, \bar{t}_2, \bar{t}_2 + \bar{t}_3, \ldots, \bar{t}_k, \bar{t}_k + \bar{t}_{k-1}, \bar{t}^{(2)}, \bar{t}^{(k)}$ и т. д., указанных в скобках при символах β и ρ, где

$$\bar{t}_1 = \bar{t}^{(1)}, \quad \bar{t}_2 = \bar{t}^{(2)} - \bar{t}^{(1)}, \quad \ldots, \quad \bar{t}_{k-1} = \bar{t}^{(k-1)} - \bar{t}^{(k-2)}, \quad \bar{t}_k = \bar{t}^{(k)} - \bar{t}^{(k-1)}.$$

Проверка решения показывает, что оно удовлетворяет граничным и начальным условиям. Действительно, положив в формуле $\bar{t}_2 = 0$,

получим следующую зависимость для предыдущего значения $h\,(\bar{t}^{(1)}, x)$:

$$\bar{h}\,(\bar{t}^{(1)}, x) = h\,(\varepsilon_2) - 2\,(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\,\delta\bar{c}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\alpha_n\,(\bar{x}-1)}{[\alpha_n^2\bar{c}\,(\bar{c}+1)+\alpha_n^4]\cos\alpha_n} -$$

$$-\varepsilon_1\delta\beta_x\,(\bar{t}_1) + h_н\bar{\beta}_x\,(\bar{t}_1) = h\,(\varepsilon_1) - \varepsilon_1\delta\beta_x\,(\bar{t}_1) + h_н\bar{\beta}\,(\bar{t}_1),$$

так как

$$(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\,\delta\bar{c}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\alpha_n\,(\bar{x}-1)}{[\alpha_n^2\bar{c}\,(\bar{c}+1)+\alpha_n^4]\cos\alpha_n} = h\,(\varepsilon_2) - h\,(\varepsilon_1).$$

Нетрудно также убедиться, что в общем случае при $\bar{t}_k = 0$ из формулы для $h\,(\bar{t}^{(k)}, x)$ находим зависимость для $h\,(\bar{t}^{(k-1)}, x)$. При $\bar{t}_k \to \infty$ из (6.23) и (6.26) имеем $h\,(\infty, x) = h\,(\varepsilon_k)$, $q\,(\infty) = \varepsilon_k B$.

Из общего решения вытекают следующие частные решения, представляющие интерес для практики.

1. Если в расчетных формулах для $h\,(\bar{t}, x)$ положить $x = L\,(\bar{x} = 1)$, то получим величину превышения на междреньи $h\,(\bar{t}, L)$.

2. Если в каком-либо одном периоде (нескольких периодах) продолжительностью $\bar{t}_i$ инфильтрационное питание отсутствует, то в расчетных формулах следует положить $\varepsilon_i = 0$. В том случае, когда в каком-либо периоде (нескольких периодах) продолжительностью $\bar{t}_i$ имеется испарение интенсивностью $\varepsilon_{и.i}$, то в расчетных формулах величину ε_i необходимо заменить величиной $-\varepsilon_{и.i}$. Например, зависимости для определения превышения $h\,(\bar{t}^{(6)}, x)$ и расхода $q\,(\bar{t}^{(6)})$ на конец сезона продолжительностью $\bar{t}^{(6)}$, в пределах которого питание (расходование) с поверхности грунтовых вод осуществлялось по ступенчатому закону, приведенному на рис. 35, *б*, будут иметь следующий вид:

$$h\,(\bar{t}^{(6)}, x) = \varepsilon_5\delta\beta_x\,(\bar{t}_6) - (\varepsilon_5 + \varepsilon_{и_4})\,\delta\beta_x\,(\bar{t}_6 + \bar{t}_5) +$$

$$+ (\varepsilon_{и_4} + \varepsilon_3)\,\delta\beta_x\,(\bar{t}_6 + \bar{t}_5 + \bar{t}_4) - \varepsilon_3\delta\beta_x\,(\bar{t}_6 + \bar{t}_5 + \bar{t}_4 + \bar{t}_3) +$$

$$+ \varepsilon_1\delta\beta_x\,(\bar{t}^{(6)} - \bar{t}_1) - \varepsilon_1\delta\beta_x\,(\bar{t}^{(6)}) + h_н\bar{\beta}_x\,(\bar{t}^{(6)});$$

$$q\,(\bar{t}^{(6)}) = \varepsilon_5 B\rho\,(\bar{t}_6) - (\varepsilon_5 + \varepsilon_{и_4})\,B\rho\,(\bar{t}_6 + \bar{t}_5) + (\varepsilon_{и_4} + \varepsilon_3)\,B\rho\,(\bar{t}_6 + \bar{t}_5 +$$

$$+ \bar{t}_4) - \varepsilon_3 B\rho\,(\bar{t}_6 + \bar{t}_5 + \bar{t}_4 + \bar{t}_3) + \varepsilon_1 B\rho\,(\bar{t}^{(6)} - \bar{t}_1) -$$

$$- \varepsilon_1 B\rho\,(\bar{t}^{(6)}) + \frac{4h_н T}{B}\,\bar{\rho}\,(\bar{t}^{(6)}).$$

При вычислении сумм рядов в большинстве случаев в расчетных формулах можно ограничиться одним или двумя членами ряда.

§ 2. Горизонтальные дрены в двухслойном грунте

В данном параграфе приводится приближенное решение (полученное с использованием граничного условия третьего рода на дрене) задачи неустановившейся фильтрации к систематическому горизонтальному дренажу в виде несовершенных трубчатых дрен, дрени-

рующих двухслойный грунт, в котором проницаемость верхнего слоя значительно меньше проницаемости нижнего слоя [75]. Предполагая, что для такой расчетной схемы фильтрации справедливы известные предпосылки Мятиева — Гиринского, согласно данным работ [57, 119], движение грунтовых вод в верхнем слабопроницаемом слое и упругий режим фильтрации в нижнем слое описываются следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений:

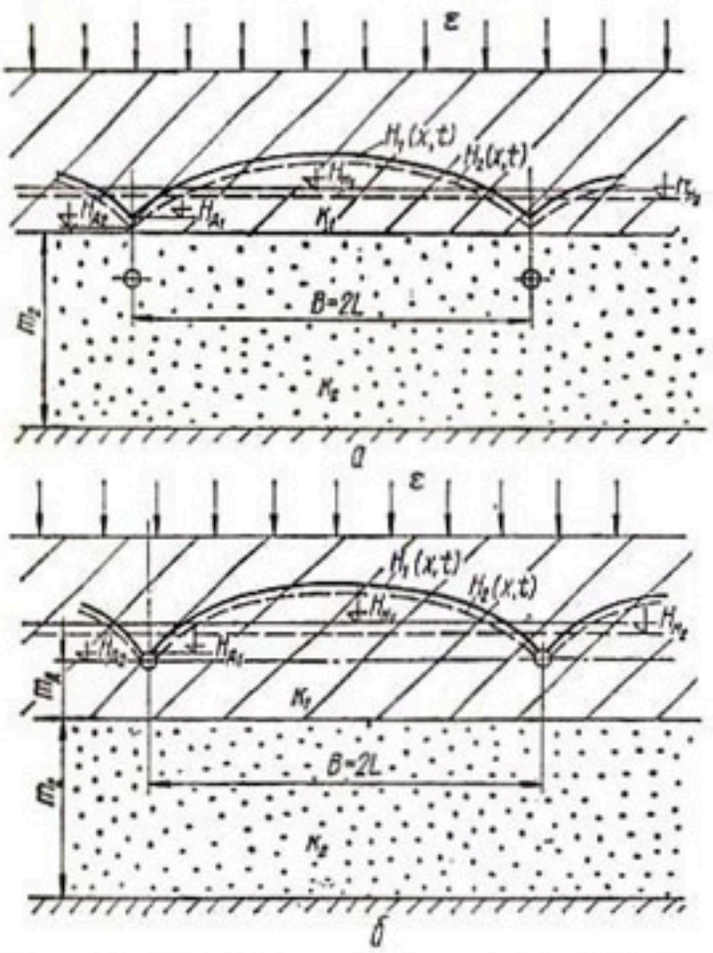


Рис. 36. Схемы неустановившейся фильтрации к систематическому дренажу в двухслойном грунте.

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{\varepsilon}{\mu_1} - \frac{k_1}{\mu_1}\left(\frac{h_1 - h_2}{h_1}\right);$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial t} = \frac{T_2}{\mu_2}\frac{\partial^2 h_2}{\partial x^2} + \frac{k_2}{\mu_2}\left(\frac{h_1 - h_2}{h_1}\right), \quad (6.28)$$

где $h_1(x, t)$ — превышение уровней в верхнем слое; $h_2(x, t)$ — превышение напоров в нижнем слое; μ_2 — коэффициент упругой водоотдачи нижнего слоя. Остальные обозначения ясны из предыдущего изложения и рис. 36.

Линеаризуем систему (6.28) путем осреднения множителя $1/h_1$ перед разностью $h_1 - h_2$, а именно: $1/h_1 \approx 1/m_1$, где m_1 — некоторое постоянное среднее значение величины $h_1(x, t)$. Тогда, переходя к относительным величинам, для периода подъема уровня грунтовых вод получаем

$$\frac{\partial \bar{h}_1}{\partial \bar{t}} = \eta\gamma - \gamma a(\bar{h}_1 - \bar{h}_2),$$

$$\frac{\partial \bar{h}_2}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \bar{h}_2}{\partial \bar{x}^2} + a(\bar{h}_1 - \bar{h}_2). \quad (6.29)$$

Здесь и в дальнейшем принимаем

$$\bar{h}_1 = \frac{h_1}{h_{0t}}; \quad \bar{h}_2 = \frac{h_2}{h_{0t}}; \quad \bar{t} = \frac{t}{\tau_2}; \quad \bar{x} = \frac{x}{L}; \quad \gamma = \frac{\mu_2}{\mu_1};$$

$$\bar{\mu} = \frac{\gamma}{\gamma + 1} = \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}; \quad \bar{\gamma} = 1 + \gamma = \frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_1}; \quad a = \frac{L^2 k_1}{T_2 m_1}; \quad \eta = \frac{\varepsilon L^2}{T_2 h_{0t}};$$

$$\tau_2 = \frac{\mu_2 L^2}{T_2}; \quad T_2 = k_2 m_2; \quad T_2 \approx T,$$

где h_{0_i} — предельные превышения уровня грунтовых вод и напоров на междреньи при установившемся режиме:

$$h_{0_i} = H_i(L, \infty) - H_{д_i} = \frac{\varepsilon L}{2T}(L + 4\Phi_i) \quad (i = 1, 2).$$

Рассмотрим случаи расположения дрены в нижнем и верхнем слоях грунта, причем решения приведем в самом общем виде. В первом случае (рис. 36, *а*) решение задачи ищем для превышений $h_1(x, t) = H_1(x, t) - H_{д_1}$ и $h_2(x, t) = H_2(x, t) - H_{д_2}$ при следующих начальных и граничных условиях:

$$\bar{h}_1(\bar{x}, 0) = \bar{h}_{н_1},\ \bar{h}_2(\bar{x}, 0) = \bar{h}_{н_2};\quad \frac{\partial \bar{h}_1(1, \bar{t})}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial \bar{h}_2(1, \bar{t})}{\partial \bar{x}} = 0,$$

$$\frac{\partial \bar{h}_2(0, \bar{t})}{\partial \bar{x}} - \bar{c}_2 \bar{h}_2(0, \bar{t}) = 0,$$

где $\bar{h}_1 = \frac{h_1}{h_{0_2}}$; $\bar{h}_2 = \frac{h_2}{h_{0_2}}$; $\bar{h}_{н_1} = \frac{h_{н_1}}{h_{0_2}}$; $\bar{h}_{н_2} = \frac{h_{н_2}}{h_{0_2}}$; $\bar{c}_2 = \frac{L}{2\Phi_2}$, а сопротивление Φ_2 определяется по формуле (4.5).

Из первого уравнения системы (6.29) находим

$$\bar{h}_2 = \frac{\partial \bar{h}_1}{\partial \bar{t}} \frac{1}{\gamma a} + \bar{h}_1 - \frac{\eta}{a};$$

подставив это выражение в граничное условие третьего рода, получим

$$\frac{1}{\gamma a} \frac{\partial^2 \bar{h}_1(0, \bar{t})}{\partial \bar{x} \partial \bar{t}} + \frac{\partial \bar{h}_1(0, \bar{t})}{\partial \bar{x}} - \frac{\bar{c}_2}{\gamma a} \frac{\partial \bar{h}_1(0, \bar{t})}{\partial \bar{t}} - \bar{c}_2 \bar{h}_1(0, \bar{t}) = -\frac{\bar{c}_2 \eta}{a}. \tag{6.30}$$

Уравнение (6.30) определяет общий вид граничного условия для изменения уровня $\bar{h}_1(0, \bar{t})$.

Применяя преобразование Лапласа к системе (6.29), получаем систему уравнений для изображений

$$pU_1 = \frac{\eta\gamma}{p} - \gamma a (U_1 - U_2) + \bar{h}_{н_1};$$
$$pU_2 = \frac{\partial^2 U_2}{\partial \bar{x}^2} + a(U_1 - U_2) + \bar{h}_{н_2}. \tag{6.31}$$

которую решаем при следующих граничных условиях:

$$\frac{\partial U_1(1, p)}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial U_2(1, p)}{\partial \bar{x}} = 0;\quad \frac{\partial U_2(0, p)}{\partial \bar{x}} - \bar{c}_2 U_2(0, p) = 0;$$
$$\frac{\partial U_1(0, p)}{\partial \bar{x}} (\gamma a + p) - \bar{c}_2 (\gamma a + p) U_1(0, p) = -\frac{\bar{c}_2 \eta \gamma}{p}.$$

Сначала задачу решаем для верхнего слоя. Из первого уравнения системы (6.31) находим формулу

$$U_2 = \frac{U_1(\gamma a + p)}{\gamma a} - \frac{\eta}{pa} - \frac{\bar{h}_{н_1}}{\gamma a},$$

подставив которую во второе уравнение, получим

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial \bar{x}^2} - \frac{U_2 p (a + \gamma a + p)}{\gamma a + p} + \frac{\eta\gamma (p + a) + \bar{h}_{н_1} p (p + a) + \bar{h}_{н_2} \gamma a p}{p (\gamma a + p)}. \quad (6.32)$$

Решением уравнения (6.32) будет

$$U_1 = A_1 e^{r_1 \bar{x}} + A_2 e^{-r_1 \bar{x}} + \frac{h\gamma (p + a) + \bar{h}_{н_1} p (p + a) + \bar{h}_{н_2} \gamma a p}{p^2 (a + a\gamma + p)}, \quad (6.33)$$

где $r_1 = \sqrt{\frac{p (p + a + \gamma a)}{p + \gamma a}}$. Определив из граничных условий постоянные A_1 и A_2 и подставив их затем в уравнение (6.33), окончательно найдем

$$U_1 (\bar{x}, p) = - \frac{\{\eta \bar{c}_2 \gamma^2 a^2 - \bar{c}_2 (\gamma a + p) [\bar{h}_{н_1} (p + a) + \bar{h}_{н_2} \gamma a]\} \operatorname{ch} r_1 (\bar{x} - 1)}{p^2 (p + \gamma a) (p + \bar{\gamma} a) (r_1 \operatorname{sh} r_1 + \bar{c}_2 \operatorname{ch} r_1)} +$$

$$+ \frac{\eta\gamma (p + a)}{p^2 (a\bar{\gamma} + p)} + \frac{\bar{h}_{н_1} (p + a) + \bar{h}_{н_2} \gamma a}{p (a\bar{\gamma} + p)}. \quad (6.34)$$

В общем случае для нахождения оригинала по изображению (6.34) необходимо применить численные методы обращения преобразования Лапласа. Однако процедуру перехода от изображения к оригиналу можно существенно упростить, если искать решения задачи для малых и больших значений $\bar{t}$, соответствующих большим и малым параметрам p преобразования Лапласа. В частности, малым параметрам $p < (0{,}1—0{,}2)\ \gamma\ a$ соответствуют значения времени $\bar{t} > \frac{5 - 10}{\gamma a}$. Это соотношение в практических расчетах во многих случаях будет выдерживаться, поэтому найдем решение задачи для этого случая.

Для малых значений p

$$\frac{1}{p + \gamma a} \approx \frac{1}{\gamma a} \left[1 - \frac{p}{\gamma a} + \left(\frac{p}{\gamma \alpha}\right)^2\right]; \quad \frac{1}{p + \bar{\gamma} a} \approx$$

$$\approx \frac{1}{\bar{\gamma} a} \left[1 - \frac{p}{\bar{\gamma} a} + \left(\frac{p}{\bar{\gamma} a}\right)^2\right]. \quad (6.35)$$

Если в зависимости (6.35) ограничиться первыми членами, что вполне возможно для $\gamma a \bar{t} > 10$, то выражение (6.34) можно представить в следующем виде:

$$U_1 (\bar{x}, p) = \frac{[\bar{c}_2 \bar{h}_{н_1} (p + a) p + \bar{c}_2 \gamma \bar{h}_{н_2} a p + \eta \bar{c}_2 \gamma a] \operatorname{ch} (\bar{x} - 1) \bar{r}}{p^2 \gamma a (\bar{r} \operatorname{sh} \bar{r} + \bar{c}_2 \operatorname{ch} \bar{r})} +$$

$$+ \frac{\eta\gamma (p + a)}{p^2 \bar{\gamma} a} + \frac{\bar{h}_{н_1} (p + a)}{p \bar{\gamma} a} + \frac{\bar{h}_{н_2} \gamma}{p \bar{\gamma}}, \quad (6.36)$$

где $\bar{r} = \sqrt{\rho\bar{\gamma}/\gamma}$. Воспользовавшись теоремой обращения, найдем

$$\bar{h}_1(\bar{x}, \bar{t}) = -\frac{\eta(\bar{x}-1)^2}{2} + \frac{\eta}{2a\bar{c}_2}(a\bar{c}_2 + 2\bar{c}_2 + 2a) -$$

$$-2\bar{c}_2\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\eta}{\alpha_n^2} - \frac{1}{\bar{\gamma}}(\bar{h}_{н_1} + \bar{h}_{н_2}\gamma)\right]\frac{\cos\alpha_n(\bar{x}-1)}{[\bar{c}_2(\bar{c}_2+1)+\alpha_n^2]\cos\alpha_n}e^{-\bar{\mu}\alpha_n^2\bar{t}}, \quad (6.37)$$

где α_n — положительные корни уравнения (6.9), которые берут из табл. 17.

Распределение напора $\bar{h}_2$ находим, используя первое уравнение системы (6.29), записанное относительно $\bar{h}_2$:

$$\bar{h}_2(\bar{x}, \bar{t}) = \frac{1}{\gamma a}\frac{\partial\bar{h}_1}{\partial\bar{t}} + \bar{h}_1 - \frac{\eta}{a} = -\frac{\eta(\bar{x}-1)^2}{2} + \frac{\eta}{2\bar{c}_2}(\bar{c}_2+2) -$$

$$-2\bar{c}_2\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\eta}{\alpha_n^2} - \frac{1}{\bar{\gamma}}(\bar{h}_{н_1} + \bar{h}_{н_2}\gamma)\right]\frac{\left(1-\frac{\alpha_n^2}{\bar{\gamma}a}\right)\cos\alpha_n(\bar{x}-1)}{[\bar{c}_2(\bar{c}_2+1)+\alpha_n^2]\cos\alpha_n}e^{-\bar{\mu}\alpha_n^2\bar{t}}. \quad (6.38)$$

Используя уравнение (6.11), которое для данного случая имеет вид

$$q_2 = \frac{2T_2h_{02}}{L}\frac{\partial\bar{h}_2}{\partial\bar{x}}\bigg|_{\bar{x}=0},$$

и опуская промежуточные выкладки, находим такую формулу для определения общего (двухстороннего) притока в дрену:

$$q_2(t) = \frac{2T_2h_{02}}{L}\left\{\eta - 2\bar{c}_2^2\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\eta}{\alpha_n^2} - \frac{1}{\bar{\gamma}}(\bar{h}_{н_1} + \bar{h}_{н_2}\gamma)\right]\frac{\left(1-\frac{\alpha_n^2}{\bar{\gamma}a}\right)}{\bar{c}_2(\bar{c}_2+1)+\alpha_n^2}\times\right.$$

$$\left.\times e^{-\bar{\mu}\alpha_n^2\bar{t}}\right. . \quad (6.39)$$

Переходя к размерным величинам, получаем следующие расчетные формулы:

$$h_1(x, \bar{t}_0) = h_1(x, \infty) - 2\bar{c}_2\sum_{n=1}^{\infty}F_n\bar{A}_n(\bar{t}_0, \bar{c}_2)\frac{\cos\alpha_n(\bar{x}-1)}{\cos\alpha_n}; \quad (6.40)$$

$$h_2(x, \bar{t}_0) = h_2(x, \infty) - 2\bar{c}_2\sum_{n=1}^{\infty}F_n\bar{A}_n(\bar{t}_0, \bar{c}_2)B_n\frac{\cos\alpha_n(\bar{x}-1)}{\cos\alpha_n}; \quad (6.41)$$

$$q_2(\bar{t}_0) = \varepsilon B - 4\bar{c}_2\frac{T}{L}\sum_{n=1}^{\infty}F_n\bar{A}_n(\bar{t}_0, \bar{c}_2)B_n, \quad (6.42)$$

где

$$\bar{A}_n(\bar{t}_0, \bar{c}_2) = A(\bar{t}_0, \bar{c}_2)\alpha_n^2 = \frac{e^{-\alpha_n^2 \bar{t}_0}}{\bar{c}_2(\bar{c}_2+1)+\alpha_n^2}; \quad F_n = \frac{\varepsilon L^2}{T\alpha_n^2} - \frac{h_{н_1}\mu_1 + h_{н_2}\mu_2}{\mu_1+\mu_2};$$

$$B_n = 1 - \frac{\mu_1}{\mu_1+\mu_2}\frac{\alpha_n^2 T m_1}{L^2 k_1}; \quad \bar{t}_0 = \frac{t}{\tau_0}; \quad \tau_0 = \frac{(\mu_1+\mu_2)L^2}{T}.$$

Значения превышений уровней $h_1(x, \infty)$ и напоров $h_2(x, \infty)$ при установившемся режиме фильтрации ($t \to \infty$) вычисляют по формулам

$$h_1(x, \infty) = \frac{\varepsilon L}{2T}\left[L + 4\Phi_2 - \frac{(x-L)^2}{L}\right] + \frac{\varepsilon}{k_1} m_1; \qquad (6.43)$$

$$h_2(x, \infty) = \frac{\varepsilon L}{2T}\left[L + 4\Phi_2 - \frac{(x-L)^2}{L}\right], \qquad (6.44)$$

а значения максимальных превышений на междуречьи ($x = L$) — по формулам

$$h_1(L, \bar{t}_0) = \frac{\varepsilon L}{2T}(L + 4\Phi_2) + \frac{\varepsilon}{k_1} m_1 - 2\bar{c}_2 \sum_{n=1}^{\infty} F_n \frac{\bar{A}_n(\bar{t}_0, \bar{c}_2)}{\cos\alpha_n}; \qquad (6.45)$$

$$h_2(L, \bar{t}_0) = \frac{\varepsilon L}{2T}(L + 4\Phi_2) - 2\bar{c}_2 \sum_{n=1}^{\infty} F_n B_n \frac{\bar{A}_n(\bar{t}_0, \bar{c}_2)}{\cos\alpha_n}. \qquad (6.46)$$

Зависимости для определения горизонтальной скорости в нижнем слое $v_2(x, t)$ и средней вертикальной скорости в верхнем слое $v_1(t)$ определяются по формулам

$$v_2(x, t) = k_2 \frac{\partial h_2}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{m_2}(L - x) + \frac{k_2}{\Phi_2} \sum_{n=1}^{\infty} F_n \bar{A}_n B_n \times \frac{\alpha_n \sin\alpha_n(\bar{x}-1)}{\cos\alpha_n}; \qquad (6.47)$$

$$v_1(t) = \frac{k_1}{m_1}(h_1 - h_2) \approx \varepsilon - \frac{\alpha_1^2 T}{L\Phi_2}\frac{\mu_1}{(\mu_1+\mu_2)} F_1 \bar{A}_1(\bar{t}_0, \bar{c}_2) \times \frac{\cos\alpha_1(\bar{x}-1)}{\cos\alpha_1}. \qquad (6.48)$$

При $t \to \infty$

$$v_2(x, \infty) = \frac{\varepsilon}{m_2}(L - x); \qquad (6.49)$$

$$v_1(\infty) = \varepsilon. \qquad (6.50)$$

Во втором варианте (рис. 36, *б*) решение этой задачи по предложенной методике, видимо, будет менее обоснованным и поэтому должно рассматриваться как весьма приближенное. Решение вы-

полняется аналогичным путем, но для превышений $h_1(x, t) = H_1(x, t) - H_{д_1}$ и $h_2(x, t) = H_2(x, t) - H_{д_1}$ и граничного условия на дрене ($x = 0$)

$$\frac{\partial \bar{h}_1(0, \bar{t})}{\partial \bar{x}^2} - \bar{c}_1 \bar{h}_1(0, \bar{t}) = 0.$$

Кроме того, во втором варианте принято $\bar{h}_1 = h_1/h_{0_1}$, $\bar{h}_2 = h_2/h_{0_1}$, $\bar{h}_{н_1} = h_{н_1}/h_{0_1}$, $\bar{h}_{н_2} = h_{н_2}/h_{0_1}$, $\bar{c}_1 = L/2\Phi_1$, а сопротивление Φ_1 определяется по формуле (4.3) для двухслойного грунта. Остальные начальные и граничные условия прежние. Опуская в дальнейшем и промежуточные выкладки, приводим окончательное выражение для изображения $U_1(\bar{x}, p)$ к виду

$$U_1(\bar{x}, p) = -\frac{[\eta \bar{c}_1 \gamma (p + a) + \bar{h}_{н_1} \bar{c}_1 p (a + p) + \bar{h}_{н_2} \bar{c}_1 \gamma a p] \operatorname{ch}(\bar{x} - 1) r_1}{p^2 (a\bar{\gamma} + p)(r_1 \operatorname{sh} r_1 + \bar{c}_1 \operatorname{ch} r_1)} +$$

$$+ \frac{\eta\gamma (p + a)}{p^2 (\bar{\gamma} a + p)} + \frac{\bar{h}_{н_1} (p + a) + \bar{h}_{н_2} \gamma a}{p (\bar{\gamma} a + p)}. \qquad (6.51)$$

Для малых значений p, соответствующих $\bar{t} > \frac{10}{\gamma a}$, получаем

$$U_1(\bar{x}, p) = -\frac{[\eta \bar{c}_1 \gamma (p + a) + \bar{h}_{н_1} \bar{c}_1 p (a + p) + \bar{h}_{н_2} \bar{c}_1 \gamma a p] \operatorname{ch}(\bar{x} - 1) \bar{r}}{p^2 \bar{\gamma} a (\bar{r}_1 \operatorname{sh} \bar{r} + \bar{c}_1 \operatorname{ch} \bar{r}_1)} +$$

$$+ \frac{\eta\gamma (p + a)}{p^2 a \bar{\gamma}} + \frac{\bar{h}_{н_1} (p + a)}{p \bar{\gamma} a} + \frac{\bar{h}_{н_2} \gamma}{p \bar{\gamma}}. \qquad (6.52)$$

Воспользовавшись теоремой обращения, найдем

$$\bar{h}_1(\bar{x}, \bar{t}) = -\frac{\eta (\bar{x} - 1)^2}{2} + \frac{\eta}{2\bar{c}_1} (\bar{c}_1 + 2) - 2\bar{c}_1 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\eta}{\alpha_n^2} - \frac{1}{\bar{\gamma}} \times \right.$$

$$\left. \times (\bar{h}_{н_1} + \bar{h}_{н_2} \gamma) \right] \frac{\cos \alpha_n (\bar{x} - 1)}{[\bar{c}_1 (\bar{c}_1 + 1) + \alpha_n^2] \cos \alpha_n} e^{-\bar{\mu} \alpha_n^2 \bar{t}}. \qquad (6.53)$$

Как и в предыдущем варианте, распределение напора $\bar{h}_2$ определяем, используя первое уравнение системы (6.29):

$$\bar{h}_2(\bar{x}, \bar{t}) = -\frac{\eta (\bar{x} - 1)^2}{2} - \frac{\eta}{a} + \frac{\eta}{2\bar{c}_1} (\bar{c}_1 + 2) - 2\bar{c}_1 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\eta}{\alpha_n^2} - \frac{1}{\bar{\gamma}} \times \right.$$

$$\left. \times (\bar{h}_{н_1} + \bar{h}_{н_2} \gamma) \right] \frac{\left(1 - \frac{\alpha_n^2}{\bar{\gamma} a}\right) \cos \alpha_n (\bar{x} - 1)}{[\bar{c}_1 (\bar{c}_1 + 1) + \alpha_n^2] \cos \alpha_n} e^{-\mu \bar{\alpha}_n^2 \bar{t}}. \qquad (6.54)$$

Используя уравнение (6.11), которое для данного случая имеет вид

$$q_1 = \frac{T h_{0_1}}{L} \frac{\partial \bar{h}_1}{\partial \bar{x}} \Bigg|_{\bar{x}=0},$$

и опуская промежуточные выкладки, находим выражение для определения общего (двухстороннего) притока в дрену:

$$q_1(t) = \frac{2Th_{0_1}}{L}\left\{\eta - 2\bar{c}_1^2\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\eta}{\alpha_n^2} - \frac{1}{\bar{\gamma}}(\bar{h}_{н_1} + \bar{h}_{н_2}\gamma)\right]\frac{e^{-\bar{\mu}\alpha_n^2\bar{t}}}{\bar{c}_1(\bar{c}_1+1)+\alpha_n^2}\right\}. \tag{6.55}$$

Переходя к размерным величинам, получаем следующие окончательные расчетные формулы:

$$h_1(x, \bar{t}_0) = h_1(x, \infty) - 2\bar{c}_1\sum_{n=1}^{\infty} F_n\bar{A}_n(\bar{t}_0, \bar{c}_1)\frac{\cos\alpha_n(\bar{x}-1)}{\cos\alpha_n}; \tag{6.56}$$

$$h_2(x, \bar{t}_0) = h_2(x, \infty) - 2\bar{c}_1\sum_{n=1}^{\infty} F_n\bar{A}_n(\bar{t}_0, \bar{c}_1)B_n\frac{\cos\alpha_n(\bar{x}-1)}{\cos\alpha_n}; \tag{6.57}$$

$$q_1(t_0) = \varepsilon B - 4\bar{c}_1^2\frac{T}{L}\sum_{n=1}^{\infty} F_n\bar{A}_n(\bar{t}_0, \bar{c}_1). \tag{6.58}$$

Значения превышений уровней $h_1(x, \infty)$ и напоров $h_2(x, \infty)$ при установившемся режиме ($t \to \infty$) в этом случае определяют по формулам

$$h_1(x, \infty) = \frac{\varepsilon L}{2T}\left[L + 4\Phi_1 - \frac{(x-L)^2}{L}\right]; \tag{6.59}$$

$$h_2(x, \infty) = \frac{\varepsilon L}{2T}\left[L + 4\Phi_1 - \frac{(x-L)^2}{L}\right] - \frac{\varepsilon}{k_1}m_1, \tag{6.60}$$

а значения максимальных превышений на междуречьи ($x = L$) — по формулам

$$h_1(L, \bar{t}_0) = \frac{\varepsilon L}{2T}(L + 4\Phi_1) - 2\bar{c}_1\sum_{n=1}^{\infty} F_n\frac{\bar{A}_n(\bar{t}_0, \bar{c}_1)}{\cos\alpha_n}; \tag{6.61}$$

$$h_2(L, \bar{t}_0) = \frac{\varepsilon L}{2T}(L + 4\Phi_1) - \frac{\varepsilon}{k_1}m_1 - 2\bar{c}_1\sum_{n=1}^{\infty} F_nB_n\frac{\bar{A}_n(\bar{t}_0, \bar{c}_1)}{\cos\alpha_n}. \tag{6.62}$$

Предложенными зависимостями приближенно рекомендуется пользоваться при значении $t > 10\mu_1 m_1/k_1$. Для практических расчетов во всех формулах можно ограничиться удержанием только члена ряда с $n = 1$. Аналогичным образом, как это сделано в предыдущем параграфе, используя метод сложения течений, полученные результаты нетрудно распространить на случай спада уровня грунтовых вод и обобщить для случая изменения во времени инфильтрационного питания (испарения) по ступенчатому закону.

В работе [113] по методу фильтрационных сопротивлений получено решение аналогичной задачи для двухслойного грунта, в котором через нижний слабопроницаемый слой происходит подпитывание из напорного водоносного горизонта с постоянным напором верхнего основного слоя, в котором располагаются дрены. Это решение используется ниже для составления практических рекомендаций по расчету данной схемы.

§ 3. Горизонтальные дрены в трехслойном грунте

Найдем решение задачи неустановившейся фильтрации к систематическому дренажу, расположенному в верхнем слое трехслойного грунта, для характерной схемы трехслойной водоносной толщи со средним слабопроницаемым слоем (рис. 37). Неустановившееся движение грунтовых вод в такой трехслойной толще грунта при жест-

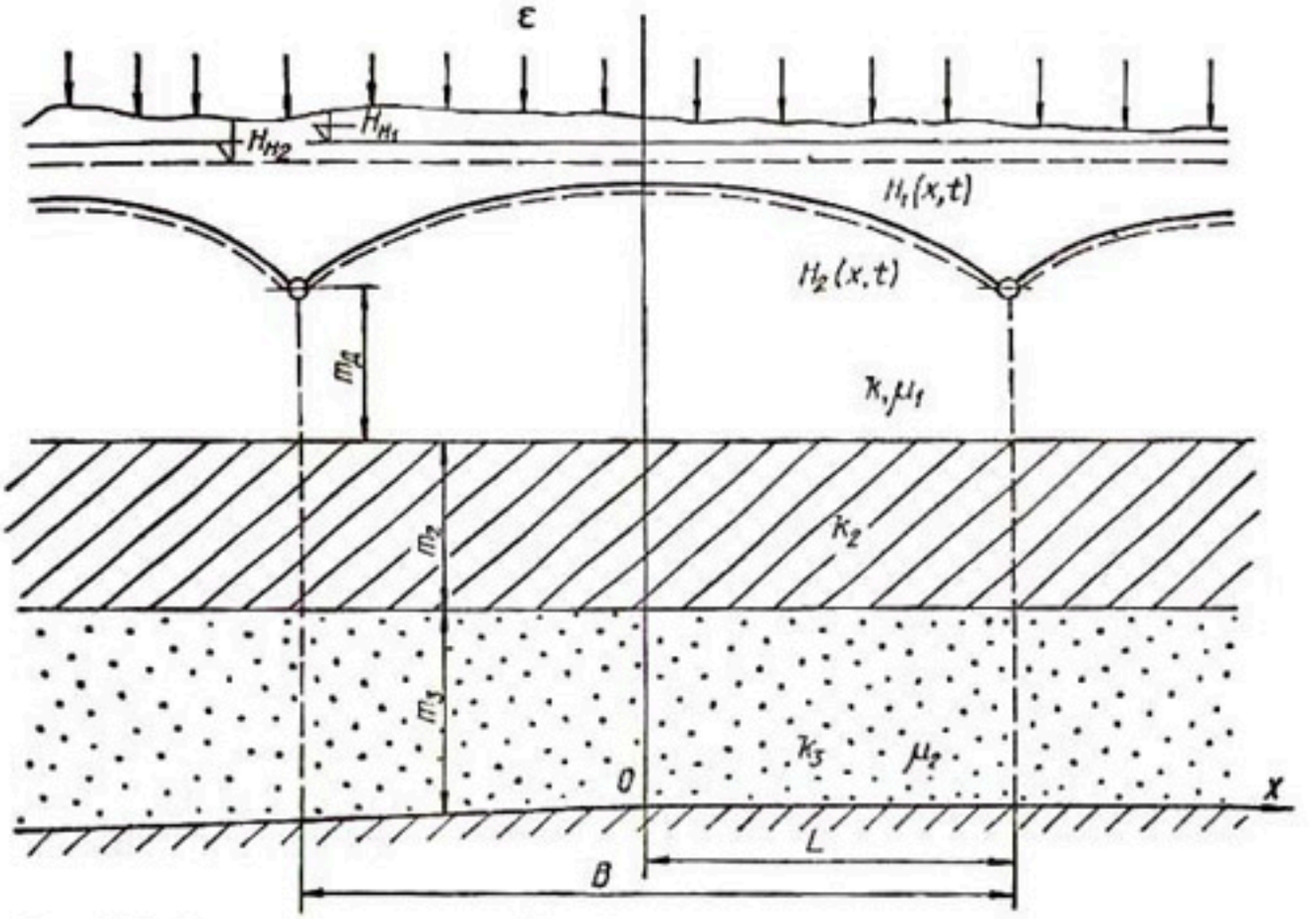


Рис. 37. Схема неустановившейся фильтрации к систематическому дренажу в трехслойном грунте.

ком режиме фильтрации в промежуточном слабопроницаемом слое описывается системой уравнений

$$\mu_1 \frac{\partial H_1}{\partial t} = k_1 \frac{\partial}{\partial x}\left(H_1 \frac{\partial H_1}{\partial x}\right) - k_2 \frac{H_1 - H_2}{m_2} + \varepsilon;$$
$$\mu_2 \frac{\partial H_2}{\partial t} = k_3 m_3 \frac{\partial^2 H_2}{\partial x^2} + k_2 \frac{H_1 - H_2}{m_2}, \qquad (6.63)$$

где $H_1(x, t)$ и $H_2(x, t)$ — соответственно уровень в верхнем безнапорном и напор в нижнем напорном слоях; k_1, k_2, k_3 — коэффициенты фильтрации грунтов слоев; m_2 и m_3 — мощности среднего и нижнего слоев; μ_1 и μ_2 — коэффициенты соответственно гравитационной и упругой водоотдачи основных водоносных слоев; ε — средняя интенсивность инфильтрационного питания.

В дальнейшем будем решать следующую систему линейных уравнений, что, по-видимому, достаточно для практических целей:

$$T_1 \frac{\partial^2 H_1}{\partial x^2} - \frac{k_2}{m_2}(H_1 - H_2) + \varepsilon = \mu_1 \frac{\partial H_1}{\partial t} + q(t)\,\delta(x - L);$$
$$T_3 \frac{\partial^2 H_2}{\partial x^2} + \frac{k_2}{m_2}(H_1 - H_2) = \mu_2 \frac{\partial H_2}{\partial t}, \qquad (6.64)$$

где $T_1 = k_1 m_1$, $T_3 = k_3 m_3$; $q(t)$ — погонный приток (расход) в дрену, подлежащий определению; $\delta(x - L)$ — дельта-функция Дирака. Остальные обозначения ясны из рис. 37. Система (6.64) решается при следующих краевых условиях:

$$t = 0, \quad H_1 = H_{н_1}, \quad H_2 = H_{н_2};$$
$$t > 0, \quad x = B/2, \quad H_1 = H_д;$$
$$t > 0, \quad x = 0;\ B, \quad \frac{\partial H_1}{\partial x} = \frac{\partial H_2}{\partial x} = 0.$$

Решение для H_1 и H_2 представим в виде

$$H_1(x, t) = H_1(x, \infty) + H_1'(x, t);$$
$$H_2(x, t) = H_2(x, \infty) + H_2'(x, t), \qquad (6.65)$$

где уровень $H_1(x, \infty)$ и напор $H_2(x, \infty)$ находим в результате решения задачи при установившемся режиме фильтрации ($t \to \infty$). Это решение получено ранее в § 4 гл. 3. Уровень $H_1'(x, t)$ и напор $H_2'(x, t)$ находим в результате решения системы (6.64) при $\varepsilon = 0$, $q_1(t) = q(t) - \varepsilon B$, краевых условиях $t = 0$, $H_1' = H_{н_1} - H_1(x, \infty)$, $H_2' = H_{н_2} - H_2(x, \infty)$; $t > 0$, $x = B/2$, $H_1' = 0$ и последнем из приведенных граничном условии.

Для решения данной системы используется косинус-преобразование Фурье вида

$$H_1'(n, t) = \Phi[H_1'(x, t)] = \frac{2}{B}\int_0^B H_1'(x, t)\cos\frac{n\pi x}{B}\,dx. \qquad (6.66)$$

В результате этого преобразования получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений для функций $H_1'(n, t)$ и $H_2'(n, t)$:

$$\frac{dH_1'}{dt} = \alpha_n H_1' + b_1 H_2' - q'(t), \quad q'(t) = \frac{q_1(t)}{\mu_1};$$
$$\frac{dH_2'}{dt} = b_2 H_1' + \beta_n H_2', \qquad (6.67)$$

где $\alpha_n = -a_1 (n\pi/B)^2 - b_1$, $\beta_n = -a_2 (\pi n/B)^2 - b_2$, $a_1 = T_1/\mu_1$, $a_2 = T_3/\mu_2$, $b_1 = k_2/\mu_1 m_2$, $b_2 = k_2/\mu_2 m_2$. При $t = 0$ имеем

$$H_1'(n, 0) = \frac{2}{B}\int_0^B (H_{н_1} - H_1(x, \infty))\cos\frac{n\pi x}{B}\,dx;$$
$$H_2'(n, 0) = \frac{2}{B}\int_0^B (H_{н_2} - H_2(x, \infty))\cos\frac{n\pi x}{B}\,dx. \qquad (6.68)$$

Решение системы найдем с помощью преобразования Лапласа:

$$\begin{aligned}(p-\alpha_n)\,\tilde{H}_1' - b_1\tilde{H}_2' &= H_1'(n,0) - \tilde{q}'(p),\\ -b_2\tilde{H}_1' + (p-\beta_n)\,\tilde{H}_2' &= H_2'(n,0),\end{aligned} \tag{6.69}$$

откуда

$$\begin{aligned}\tilde{H}_1'(n,p) &= \frac{[H_1'(n,0)-\tilde{q}'(p)](p-\beta_n)+b_1H_2'(n,0)}{(p-\lambda_{1n})(p-\lambda_{2n})},\\ \tilde{H}_2'(n,p) &= \frac{H_2'(n,0)(p-\alpha_n)+b_2[H_1'(n,0)-\tilde{q}'(p)]}{(p-\lambda_{1n})(p-\lambda_{2n})};\end{aligned} \tag{6.70}$$

Здесь λ_{1n} и λ_{2n} — корни уравнения $(p-\alpha_n)(p-\beta_n)-b_1b_2=0$, определяющиеся из выражений

$$\begin{aligned}\lambda_{1n} &= \frac{\alpha_n+\beta_n}{2}+\sqrt{\left(\frac{\alpha_n-\beta_n}{2}\right)^2+b_1b_2},\\ \lambda_{2n} &= \frac{\alpha_n+\beta_n}{2}-\sqrt{\left(\frac{\alpha_n-\beta_n}{2}\right)^2+b_1b_2},\end{aligned} \tag{6.71}$$

$$\lambda_{10}=0,\quad \lambda_{20}=-b_1-b_2.$$

В результате обратного преобразования получаем

$$H_1'(n,t)=H_1'(n,0)(\eta_n'e^{\lambda_{1n}t}-\eta_n''e^{\lambda_{2n}t})+\frac{b_1}{\lambda_{1n}-\lambda_{2n}}\left[H_2'(n,0)\times\right.$$

$$\left.\times(e^{\lambda_{1n}t}-e^{\lambda_{2n}t})-\int_0^t q'(t-\tau)(\eta_n'e^{\lambda_{1n}\tau}-\eta_n''e^{\lambda_{2n}\tau})\,d\tau\right]; \tag{6.72}$$

$$H_2'(n,t)=H_2'(n,0)(\bar{\eta}_n'e^{\lambda_{1n}t}-\bar{\eta}_n''e^{\lambda_{2n}t})+\frac{b_2}{\lambda_{1n}-\lambda_{2n}}\left[H_1'(n,0)\times\right.$$

$$\left.\times(e^{\lambda_{1n}t}-e^{\lambda_{2n}t})-\int_0^t q'(t-\tau)(e^{\lambda_{1n}\tau}-e^{\lambda_{2n}\tau})\,d\tau\right], \tag{6.73}$$

где

$$\eta_n'=\frac{\lambda_{1n}-\beta_n}{\lambda_{1n}-\lambda_{2n}},\quad \eta_n''=\frac{\lambda_{2n}-\beta_n}{\lambda_{1n}-\lambda_{2n}},\quad \bar{\eta}_n'=\frac{\lambda_{1n}-\alpha_n}{\lambda_{1n}-\lambda_{2n}},$$

$$\bar{\eta}_n''=\frac{\lambda_{2n}-\alpha_n}{\lambda_{1n}-\lambda_{2n}}.$$

Осуществив переход от изображений функций $H_1'(n,t)$ и $H_2'(n,t)$ к их оригиналам $H_1'(x,t)$ и $H_2'(x,t)$, получим окончательные зависимости

$$H_1(x,t)=H_1(x,\infty)+\sum_{n=0}^{\infty}H_1'(n,t)\cos\frac{n\pi x}{B}; \tag{6.74}$$

$$H_2(x,t)=H_2(x,\infty)+\sum_{n=0}^{\infty}H_2'(n,t)\cos\frac{n\pi x}{B}, \tag{6.75}$$

в которых величина $q'(t)$ определяется из решения интегрального уравнения

$$\sum_{n=0}^{\infty} H_1'(n, t)\cos\frac{n\pi}{2} = 0. \tag{6.76}$$

Принимая во внимание, что обычно $\lambda_{2n} \approx \beta_n$, $|\lambda_{1n}| \ll |\lambda_{2n}|$, уравнения (6.70) можно упростить к виду

$$F(t) - \int_0^t q'(t-\tau) K(t)\, d\tau = 0, \tag{6.77}$$

где

$$F(t) = \sum_{n=0}^{\infty}\left[H_1'(n, 0)\eta_n + \frac{b_1}{\lambda_{1n} - \lambda_{2n}} H_2'(n, 0)\cos\frac{n\pi}{2}\right] e^{\lambda_{1n}t};$$

$$K(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \eta_n e^{\lambda_{1n}t};\ \ \eta_n = \eta_n' \cos\frac{n\pi}{2}.$$

Применяя к уравнению (6.77) преобразование Лапласа, получаем

$$F(p) - q'(p) K(p) = 0, \tag{6.78}$$

где $F(p)$ и $K(p)$ — обобщенные полиномы.

Из изложенного выше следует, что $\cos\frac{n\pi}{2} = 0$ при $n = 1, 3, 5$, т. е. все нечетные члены рядов $F(t)$ и $K(t)$ выпадают. Тогда с учетом трех приближений получим

$$\begin{aligned} F(t) &= \zeta_0 + \zeta_2 e^{\lambda_{12}t} + \zeta_4 e^{\lambda_{14}t}, \\ K(t) &= \eta_0 + \eta_2 e^{\lambda_{12}t} + \eta_4 e^{\lambda_{14}t}, \end{aligned} \tag{6.79}$$

где

$$\zeta_2 = H_1'(2, 0)\eta_2 - \frac{b_1}{\lambda_{12} - \lambda_{22}} H_2'(2, 0);$$

$$\zeta_4 = H_1'(4, 0)\eta_4 + \frac{b_1}{\lambda_{14} - \lambda_{24}} H_2'(4, 0);$$

$$\eta_2 = \eta_2' = -\frac{\lambda_{12} - \beta_2}{\lambda_{12} - \lambda_{22}};\quad \eta_4 = \eta_4' = \frac{\lambda_{14} - \beta_4}{\lambda_{14} - \lambda_{24}}.$$

Согласно представлению (6.79) находим

$$\frac{\zeta_0}{p} + \frac{\zeta_2}{p - \lambda_{12}} + \frac{\zeta_4}{p - \lambda_{14}} - q'(p)\left(\frac{\eta_0}{p} + \frac{\eta_2}{p - \lambda_{12}} + \frac{\eta_4}{p - \lambda_{14}}\right) = 0, \tag{6.80}$$

откуда

$$q'(p) = \frac{(\zeta_0 + \zeta_2 + \zeta_4) p^2 - [\zeta_0(\lambda_{12} + \lambda_{14}) + \zeta_2\lambda_{14} + \zeta_4\lambda_{12}] p + \zeta_0\lambda_{12}\lambda_{14}}{(\eta_0 + \eta_2 + \eta_4) p^2 - [\eta_0(\lambda_{12} + \lambda_{14}) + \eta_2\lambda_{12} + \eta_4\lambda_{14}] p + \eta_0\lambda_{12}\lambda_{14}}. \tag{6.81}$$

С некоторым приближением, учитывая, что с увеличением n приближенный коэффициент при старшем члене p в числителе дроби

(6.81) стремится к нулю, можно записать

$$q'(p) = \bar{\gamma}\frac{p+\theta}{p^2+\rho_1 p+\rho_2}, \tag{6.82}$$

где

$$\theta = -\frac{\zeta_0\lambda_{12}\lambda_{14}}{\zeta_0(\lambda_{12}+\lambda_{14})+\zeta_2\lambda_{14}+\zeta_4\lambda_{12}},$$

$$\rho_1 = -\frac{(\lambda_{12}+\lambda_{14})\eta_0+\lambda_{14}\eta_2+\lambda_{12}\eta_4}{\eta_0+\eta_2+\eta_4},$$

$$\rho_2 = \frac{\eta_0\lambda_{12}\lambda_{14}}{\eta_0+\eta_2+\eta_4}, \quad \bar{\gamma} = -\frac{\zeta_0(\lambda_{12}+\lambda_{14})+\zeta_2\lambda_{14}+\zeta_4\lambda_{12}}{\eta_0+\eta_2+\eta_4}.$$

Если уравнение $p^2+\rho_1 p+\rho_2 = 0$ имеет действительные корни $\omega_{1,2} = -\frac{\rho_1}{2} \pm \sqrt{\frac{\rho_1^2}{4}-\rho_2}$, что возможно при $\frac{\rho_1^2}{4}-\rho_2 \geqslant 0$, то, применив к выражению (6.82) обратное преобразование Лапласа, получим

$$q'(t) = \frac{\bar{\gamma}}{\omega_1-\omega_2}[(\omega_1+\theta)e^{\omega_1 t}-(\omega_2+\theta)e^{\omega_2 t}]. \tag{6.83}$$

В случае, если $\rho_1^2/4-\rho_2 < 0$, в результате обратного преобразования Лапласа найдем

$$q'(t) = \bar{\gamma}e^{-\frac{\rho_1}{2}t}(\cos\nu_0 t+\varkappa\sin\nu_0 t), \tag{6.84}$$

где $\nu_0 = \sqrt{\rho_2-\rho_1^2/4}$, $\varkappa = \frac{\theta-\rho_1/2}{\nu_0}$. Весьма громоздким является определение по формуле (6.68) значений $H_1'(n, 0)$ и $H_2'(n, 0)$. Выражения для $H_1'(n, 0)$ и $H_2'(n, 0)$ можно представить в общем виде

$$\begin{aligned} H_1'(n, 0) &= \gamma_1\varphi_1(n)+\gamma_2\varphi_2(n, B)+\gamma_3\varphi_3(n)+\gamma_4\varphi_4(n, B);\\ H_2'(n, 0) &= \gamma_1\varphi_1(n)+\gamma_2\varphi_2(n, B)+\delta_1\varphi_3(n)+\delta_2\varphi_4(n, B). \end{aligned} \tag{6.85}$$

Здесь $\gamma_1 = \frac{\varepsilon}{BT}$, $\gamma_2 = \frac{2\varepsilon}{T}$, $\gamma_3 = \frac{T_3\varepsilon_0 c}{T}\frac{1}{\operatorname{sh} 2\bar{B}}$,

$$\gamma_4 = -\frac{2T_3\varepsilon_0 c}{T}; \quad \delta_1 = -\frac{T_1\varepsilon_0 c}{T}\frac{1}{\operatorname{sh} 2\bar{B}}, \quad \delta_2 = \frac{2T_1\varepsilon_0 c}{T};$$

$$\bar{B} = 0{,}5cB;$$

$$\varphi_1(n) = \int_0^B x^2\cos\frac{n\pi x}{B}dx = (-1)^n\frac{2B^2}{n^2\pi^2},$$

$$\varphi_2(n, B) = \int_{B/2}^B (x-B/2)\cos\frac{n\pi x}{B}dx = (-1)^n\frac{B^2}{n^2\pi^2}-$$

$$-\frac{B^2}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2},$$

$$\varphi_3(n) = \int_0^B \operatorname{ch} \bar{x} \cos \frac{n\pi x}{B}\, dx = (-1)^n \frac{c}{c^2 + \left(\frac{n\pi}{B}\right)^2} \operatorname{sh} 2\bar{B},$$

$$\varphi_4(n, B) = \int_{B/2}^B \operatorname{sh}(\bar{x} - \bar{B}) \cos \frac{n\pi x}{B}\, dx = (-1) \frac{c}{c^2 + \left(\frac{n\pi}{B}\right)^2} \operatorname{ch} \bar{B} -$$

$$- \frac{c}{c^2 + \left(\frac{n\pi}{B}\right)^2} \cos \frac{n\pi}{2}.$$

Для $H_1'(0, 0)$ и $H_2'(0, 0)$ получаем выражения

$$\begin{aligned} H_1'(0, 0) &= \gamma_0 + \gamma_1 \frac{B^3}{8} + \gamma_2 \frac{B^2}{8} + \gamma_3 \frac{\operatorname{sh} 2\bar{B}}{c} + \gamma_4 \frac{\operatorname{ch} \bar{B} - 1}{c}; \\ H_2'(0, 0) &= \delta_0 + \gamma_1 \frac{B^3}{8} + \gamma_2 \frac{B^2}{8} + \delta_1 \frac{\operatorname{sh} 2\bar{B}}{c} + \delta_2 \frac{\operatorname{ch} \bar{B} - 1}{c}, \end{aligned} \tag{6.86}$$

где

$$\gamma_0 = 2H_{n_1} - 2H_1(B) - \frac{2\varepsilon_0 T_3}{T},$$

$$\delta_0 = 2H_{n_2} - 2H_1(B) + \frac{2\varepsilon_0 T_1}{T}.$$

Подставив выражение для $q'(t)$ в формулы (6.72) и (6.73) и выполнив интегрирование, после некоторого упрощения найдем

$$\begin{aligned} H_1'(n, t) &= \left[\eta_n' H_1'(n, 0) + \frac{b_1}{\lambda_{1n} - \lambda_{2n}} H_2'(n, 0)\right] e^{\lambda_{1n} t} - R_1; \\ H_2'(n, t) &= \left[\bar{\eta}_n' H_2'(n, 0) + \frac{b_2}{\lambda_{1n} - \lambda_{2n}} H_1'(n, 0)\right] e^{\lambda_{1n} t} - R_2. \end{aligned} \tag{6.87}$$

Здесь

$$R_2 = \frac{b_2}{(\lambda_{1n} - \beta_n)\, \eta_n'} R_1; \tag{6.88}$$

для R_1 при $q'(t)$, определяемом по формуле (6.83), получаем выражение

$$R_1 = \frac{\bar{\gamma} \eta_n'}{\omega_1 - \omega_2} \left[\frac{\omega_1 + \theta}{\lambda_{1n} - \omega_1} (e^{\lambda_{1n} t} - e^{\omega_1 t}) - \frac{\omega_2 + \theta}{\lambda_{1n} - \omega_2} (e^{\lambda_{1n} t} - e^{\omega_2 t})\right], \tag{6.89}$$

а при $q'(t)$, определяемом по формуле (6.84), — выражение

$$\begin{aligned} R_1 = \frac{\bar{\gamma} \eta_n'}{\nu_0^2 + \nu_1^2} \{ & e^{-\frac{\rho_1}{2} t} [(\nu_0 + \varkappa \nu_1) \sin \nu_0 t - \\ & - (\nu_1 - \varkappa \nu_0) \cos \nu_0 t] - e^{\lambda_{1n} t} (\nu_1 + \varkappa \nu_0)\}, \end{aligned} \tag{6.90}$$

где $\nu_1 = \frac{\rho_1}{2} + \lambda_{1n}$.

На основании этого решения, а также численных расчетов на ЭВМ разработана инженерная методика расчета систематического дренажа в рассмотренной трехслойной водоносной толще.

§ 4. Комбинированный дренаж в трехслойном грунте

Для упрощения решения задачи неустановившейся фильтрации к систематическому комбинированному дренажу горизонтальная дрена и вертикальные скважины принимаются совершенными относительно тех слоев, в которых они располагаются. Тогда система уравнений (6.64), в которой член с $q(t)$ опускается, решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$t = 0, \quad H_1 = H_{н_1}, \quad H_2 = H_{н_2};$$

$$t > 0, \quad x = 0, \quad H_1 = H_д, \quad H_2 = H_c, \quad H_д = H_c;$$

$$t > 0, \quad x = L, \quad \frac{\partial H_1}{\partial x} = \frac{\partial H_2}{\partial x} = 0, \quad B = 2L.$$

Как и в предыдущем случае, решение для H_1 и H_2 представим в виде равенства (6.65) и в дальнейшем остановимся более подробно на определении его нестационарных составляющих $H_1'(x, t)$ и $H_2'(x, t)$. Для стационарных составляющих $H_1(x, \infty)$ и $H_2(x, \infty)$, учитывая, что рассмотрение этого конкретного случая ранее не приводилось, запишем только окончательные результаты, полученные в результате решения системы (3.88) при граничных условиях

$$x = 0, \; H_1 = H_2 = H_д = H_c; \quad x = L, \; \frac{\partial H_1}{\partial x} = \frac{\partial H_2}{\partial x} = 0;$$

$$H_1(x, \infty) = H_д - \frac{\varepsilon x^2}{2T} + \frac{\varepsilon L}{T} x + \frac{T_3}{T} \varepsilon_0 +$$

$$+ \frac{T_3}{T} \left(\frac{1}{c \operatorname{ch} \bar{B}} + \varepsilon_0 \operatorname{th} \bar{B} \right) \operatorname{sh} \bar{x} - \varepsilon_0 \operatorname{ch} \bar{x}; \qquad (6.91)$$

$$H_2(x, \infty) = H_c - \frac{\varepsilon x^2}{2T} + \frac{\varepsilon L}{T} x - \frac{T_1}{T} \varepsilon_0 -$$

$$- \frac{T_1}{T} \left(\frac{1}{c \operatorname{ch} \bar{B}} + \varepsilon_0 \operatorname{th} \bar{B} \right) \operatorname{sh} \bar{x} - \varepsilon_0 \operatorname{ch} \bar{x}, \qquad (6.92)$$

где $\bar{B} = 0{,}5cB = cL, \bar{x} = cx$; остальные обозначения ясны из предыдущего изложения. Если положить в формулах (6.91) и (6.92) $x = L$, то получим выражения для определения уровня H_1 и напора H_2 посредине между дренами для рассматриваемого случая совершенных дренажей относительно слоев, в которых они располагаются:

$$H_1(L, \infty) = H_д + \frac{\varepsilon L^2}{2T} + \frac{T_3 \varepsilon}{T_1 T c^2} \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch} \bar{B}} \right); \qquad (6.93)$$

$$H_2(L, \infty) = H_c + \frac{\varepsilon L^2}{2T} - \frac{\varepsilon}{Tc^2} \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch} \bar{B}} \right), \qquad (6.94)$$

или

$$H_2(L, \infty) = H_1(L, \infty) - \varepsilon_0\left(1 + \frac{1}{\operatorname{ch} \bar{B}}\right). \qquad (6.95)$$

Нетрудно убедиться, что эти формулы можно получить также из зависимостей (5.90) и (5.91) при $\Phi_д' = 0$ и $\Phi_р' = 0$.

Уровни $H_1'(x, t)$ и напоры $H_2'(x, t)$ находим в результате решения системы (6.64) при $\bar{\varepsilon} = 0$ и краевых условиях

$$t = 0, \quad H_1' = H_{н_1} - H_1(x, \infty), \quad H_2' = H_{н_2} - H_2(x, \infty);$$

$$t > 0, \quad x = 0, \quad H_1' = H_2' = 0;$$

$$t > 0, \quad x = L, \quad \frac{\partial H_1'}{\partial x} = \frac{\partial H_2'}{\partial x} = 0.$$

Для решения этой системы используем синус-преобразование Фурье

$$\Phi[H_i'(x, t)] = \int_0^L H_i'(x, t) \sin \frac{(2n+1)\pi}{2L} dx \quad (i = 1, 2). \qquad (6.96)$$

Тогда

$$\int_0^L \frac{\partial^2 H_i'}{\partial x^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = \frac{\partial H_i'}{\partial x} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} \Bigg|_0^L -$$

$$- \frac{(2n+1)\pi}{2L} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L} H_i' \Bigg|_0^L - \left[\frac{(2n+1)\pi}{2L}\right]^2 \int_0^L H_i' \times$$

$$\times \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx.$$

Таким образом, система может быть преобразована к виду

$$\begin{aligned} \alpha_n H_{1c}' + b_1 H_{2c}' &= \frac{dH_{1c}'}{dt}; \\ b_2 H_{1c}' + \beta_n H_{2c}' &= \frac{dH_{2c}'}{dt}, \end{aligned} \qquad (6.97)$$

где

$$\alpha_n = -a_1\left[\frac{(2n+1)\pi}{2L}\right]^2 - b_1, \quad \beta_n = -a_2\left[\frac{(2n+1)\pi}{2L}\right]^2 - b_2.$$

При $t = 0$

$$H_{i_c}' = \int_0^L (H_{н_i} - H_i(x, \infty)) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{L} dx = \bar{H}_i(n) \quad (i = 1, 2). \qquad (6.98)$$

Выполняя интегрирование в выражении (6.98), находим

$$\begin{aligned}\overline{H}_1(n) &= \gamma_1\varphi_1(n) + \gamma_2\varphi_2(n) = \gamma_3\varphi_3(n) + \gamma_4\varphi_4(n) + \gamma_5\varphi_5(n);\\ \overline{H}_2(n) &= \delta_1\varphi_1(n) + \gamma_2\varphi_2(n) + \gamma_3\varphi_3(n) + \delta_2\varphi_4(n) + \delta_3\varphi_5(n),\end{aligned} \tag{6.99}$$

где

$$\gamma_1 = H_{н_1} - H_д - \frac{T_3}{T}\varepsilon_0, \quad \gamma_2 = \frac{\varepsilon L^2}{2T}, \quad \gamma_3 = -\frac{\varepsilon L}{T},$$

$$\gamma_4 = -\frac{T_3}{T}\left(\frac{1}{c\,\mathrm{ch}\,\overline{B}} + \varepsilon_0\,\mathrm{th}\,\overline{B}\right), \quad \gamma_5 = \frac{T_3}{T}\varepsilon_0; \quad \delta_1 = H_{н_2} - H_c + \frac{T_1}{T}\varepsilon_0,$$

$$\delta_2 = \frac{T_1}{T}\left(\frac{1}{c\,\mathrm{ch}\,\overline{B}} + \varepsilon_0\,\mathrm{th}\,\overline{B}\right), \quad \delta_3 = -\frac{T_1}{T}\varepsilon_0;$$

$$\varphi_1(n) = \frac{2L}{(2n+1)\pi}, \quad \varphi_2(n) = -\frac{16L}{(2n+1)^3\pi^3} + (-1)^n\frac{8L}{(2n+1)^2\pi^2},$$

$$\varphi_3(n) = \frac{4L^2}{(2n+1)^2\pi^2}, \quad \varphi_4(n) = (-1)^n\frac{c\,\mathrm{ch}\,\overline{B}}{c^2 + \dfrac{(2n+1)^2\pi^2}{4L^2}},$$

$$\varphi_5(n) = (-1)^n\frac{c\,\mathrm{sh}\,\overline{B}}{c^2 + \dfrac{(2n+1)^2\pi^2}{4L^2}} + \frac{2L(2n+1)\pi}{4L^2c^2 + (2n+1)^2\pi^2}.$$

Решение системы (6.97) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}H_1'(n,t) = H_{1c}' &= \frac{\overline{H}_1(\lambda_{2n} - \alpha_n) - b_1\overline{H}_2}{\lambda_{2n} - \lambda_{1n}}e^{\lambda_{1n}t} + \\ &+ \frac{\overline{H}_1(\alpha_n - \lambda_{1n}) + b_1\overline{H}_2}{\lambda_{2n} - \lambda_{1n}}e^{\lambda_{2n}t};\\ H_2'(n,t) = H_{2c}' &= \frac{\overline{H}_2(\lambda_{2n} - b_2) - \beta_n\overline{H}_1}{\lambda_{2n} - \lambda_{1n}}e^{\lambda_{1n}t} + \\ &+ \frac{\overline{H}_2(b_2 - \lambda_{1n}) + \beta_n\overline{H}_1}{\lambda_{2n} - \lambda_{1n}}e^{\lambda_{2n}t},\end{aligned} \tag{6.100}$$

где λ_{1n} и λ_{2n} определяются из выражений (6.71). Переход от изображений функций $H_i'(n, t)$ к их оригиналам $H_i(x, t)$ осуществляется по формуле

$$H_i'(x,t) = \frac{2}{L}\sum_{n=0}^{\infty} H_i'(n,t)\sin\frac{(2n+1)\pi x}{2L}. \tag{6.101}$$

Таким образом, искомое общее решение имеет вид

$$H_1(x,t) = H_1(x,\infty) + \frac{2}{L}\sum_{n=0}^{\infty} H_1'(n,t)\sin\frac{(2n+1)\pi x}{2L}; \tag{6.102}$$

$$H_2(x,t) = H_2(x,\infty) + \frac{2}{L}\sum_{n=0}^{\infty} H_2'(n,t)\sin\frac{(2n+1)\pi x}{2L}. \tag{6.103}$$

Для определения уровней и напоров посредине между дренажами ($x = L$) формулы (6.102) и (6.103) можно упростить к виду

$$H_1(x, t) = H_д + \frac{\varepsilon L^2}{2T} + \frac{T_3\varepsilon}{T_1 T c^2}\left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\bar{B}}\right) + \frac{2}{L}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n H_1'(n, t); \tag{6.104}$$

$$H_2(x, t) = H_c + \frac{\varepsilon L^2}{2T} - \frac{\varepsilon}{Tc^2}\left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\bar{B}}\right) + \frac{2}{L}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n H_2'(n, t). \tag{6.105}$$

Общий расход комбинированного дренажа $q(t)$ состоит из расходов горизонтальной дрены в верхнем слое $q_1(t)$ и притока к линейному ряду скважин в нижнем слое $q_2(t)$. Используя известное выражение

$$q_i - 2T_i \frac{\partial H_i}{\partial x}\Big|_{x=0} \quad (i = 1, 2),$$

окончательно для определения расходов $q_1(t)$ и $q_2(t)$ получаем

$$q_i(t) = q_i(\infty) + \frac{2\pi T_i}{L^2}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)H_i'(n, t), \tag{6.106}$$

где $q_1(\infty)$ и $q_2(\infty)$ — известные расходы при установившемся режиме фильтрации:

$$q_1(\infty) = q_д = \frac{T_1}{T}\varepsilon B\left(1 + \frac{T_3}{T_1\bar{B}}\operatorname{th}\bar{B}\right); \tag{6.107}$$

$$q_2(\infty) = q_c = \frac{T^3}{T}\varepsilon B\left(1 - \frac{\operatorname{th}\bar{B}}{\bar{B}}\right); \tag{6.108}$$

их можно получить также из формул (5.81) и (5.92), положив в них $\Phi_д' = 0$ и $\Phi_р'' = 0$.

Нетрудно убедиться, что $q = q_1 + q_2 = \varepsilon B$. Исследуем значения расходов $q_1(t)$ и $q_2(t)$ в начальный момент ($t = 0$). Формально имеем

$$q_i(0) = q_i(\infty) + \frac{2\pi T_i}{L^2}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\int_0^L (H_{в_i} - H_{д.с})\sin\frac{(2n+1)\pi x}{L}\,dx +$$

$$+ \frac{2\pi T_i}{L^2}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\int_0^L [H_д - H_i(x, \infty)]\sin\frac{(2n+1)\pi x}{2L}\,dx.$$

Ряд

$$\frac{\pi}{L}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\int_0^L [H_д - H_i(x, \infty)]\sin\frac{(2n+1)\pi x}{2L}\,dx$$

преобразуем к виду

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2}{L}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\int_0^L [H_д - H_i(\zeta, 0)]\sin\frac{(2n+1)\pi\zeta}{2L}\,d\zeta\right]\right)\sin\frac{(2n+1)\pi x}{2L}\Bigg|_{x=0}.$$

Тогда на основании (6.91) и (6.92) получим

$$\frac{\pi T_i}{L^2}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\int_0^L [H_д - H_i(x,\infty)]\sin\frac{(2n+1)\pi x}{2L}\,dx = -q_i(\infty);$$

$$q_i(0) = \frac{\pi T_i}{L^2}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\int_0^L (H_{н_i} - H_д)\sin\frac{(2n+1)\pi x}{2L}\,dx.$$

Отсюда при $t = 0$ имеем

$$q_i(0) \to \infty \text{ при } H_{н_i} \neq H_д, \quad q(0) = 0 \text{ при } H_{н_i} = H_д.$$

Поэтому для определения расхода при малых значениях времени необходимо использовать много приближений. При $H_{н_i} = H_д$ полученное решение вполне реализуемо для любых значений x и t, а величиной расхода в начальный момент можно пренебречь.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ПРИТОКА ГРУНТОВЫХ ВОД К ДРЕНАЖУ ИЗ КАНАЛОВ И ВОДОЕМОВ

В данной главе приводятся некоторые аналитические решения задач о неустановившемся боковом притоке грунтовых вод к несовершенному дренажу из различных несовершенных каналов и водоемов в приближенной постановке,основанной на гидравлической теории фильтрации и методе фильтрационных сопротивлений. Рассматриваются схемы одно- и двухстороннего притоков грунтовых вод к дренажу из каналов (водоемов) в однородном и двухслойном грунтах, а также схема неограниченной и ограниченной в плане прямолинейными границами питания областей фильтрации, трехслойных по мощности с дренажем в верхнем слое. Приведенные решения используются ниже при составлении инженерных методов расчета рассмотренных схем неустановившегося притока к дренажам.

§ 1. Неустановившаяся фильтрация из несовершенного канала в несовершенную дрену в однородном грунте

Согласно принятой методике исследований по методу фильтрационных сопротивлений, необходимо, чтобы каналы располагались на расстоянии от дрены $L > 2m$ и работали в условиях подпертой фильтрации, т. е. смыкание грунтовых вод с водами канала должно происходить весьма быстро. Тогда при симметричном оттоке из каналов в дрены средний уровень воды на урезе $H'_к$ связан с уровнем воды в канале $H_к$ (рис. 38, *а*) соотношением

$$H'_к = H_к - \frac{q_к}{T}\Delta L. \tag{7.1}$$

Остальные обозначения ясны из предыдущего изложения (§ 2 гл. 5). Если учесть, что

$$q_к = T\left.\frac{\partial H}{\partial x}\right|_{x=L}, \quad H'_к = H|_{x=L}, \tag{7.2}$$

то выражение (7.1) можно записать в виде

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{\Delta L}H = \frac{H_к}{\Delta L}. \tag{7.3}$$

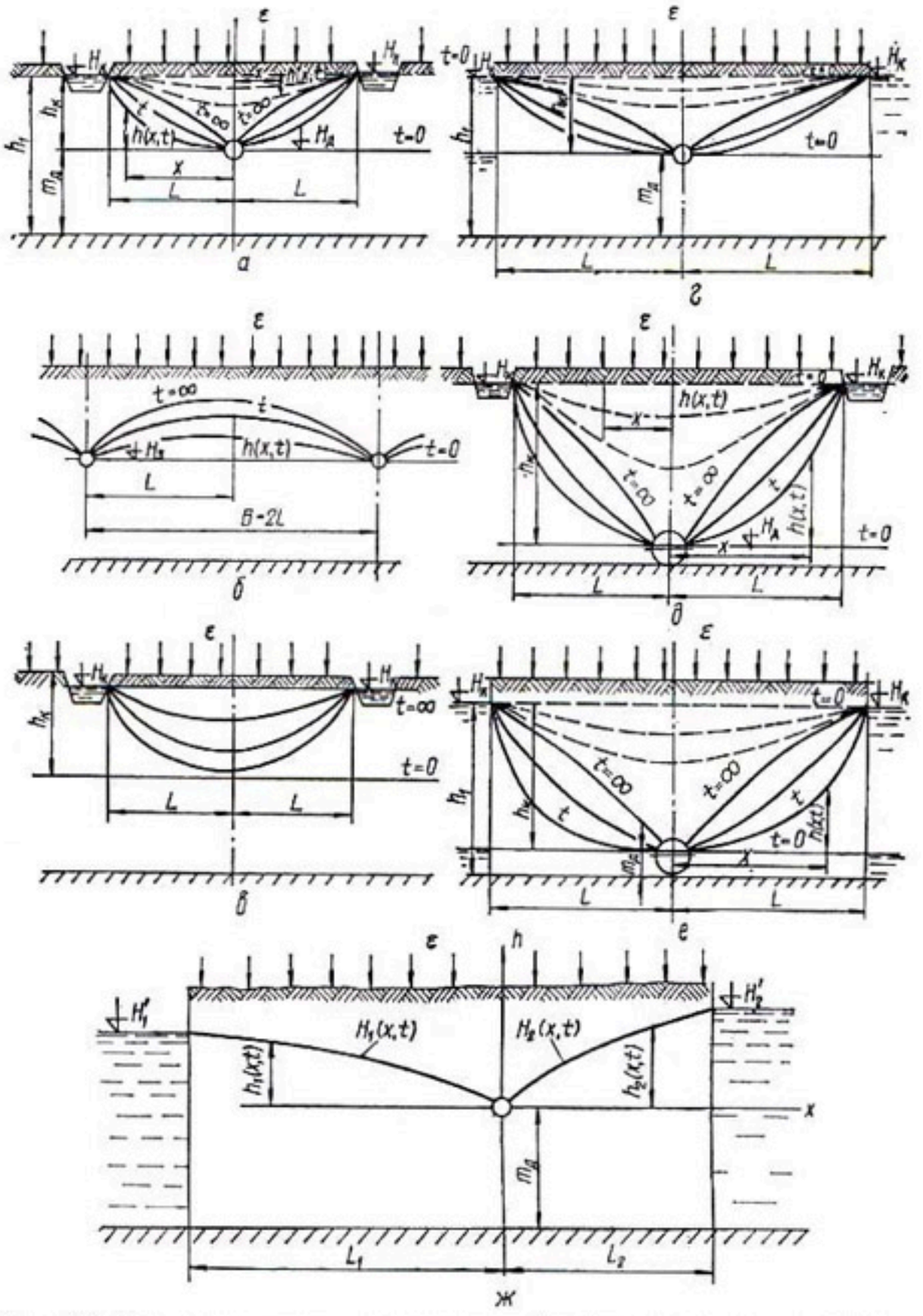


Рис. 38. Расчетные схемы неустановившейся фильтрации с каналом и дреной в однородном грунте.

При таком граничном условии третьего рода на линии уреза воды в канале ($x = L$) решение исходного уравнения должно выполняться при симметричном оттоке из несовершенного канала. Напомним, что в этом случае на несовершенной дрене ($x = 0$) должно выполняться условие (6.2).

В рассматриваемом случае симметричного оттока из канала сопротивление на несовершенство канала $\Delta L = \Delta L' + 2\Delta L''$, где

сопротивления $\Delta L'$ и $\Delta L''$ в однородном грунте определяются по формуле (4.33). Как уже говорилось выше, при $B_к < 0{,}5m$ можно считать $\Delta L' \approx 0$, т. е. принимать $\Delta L \approx 2\Delta L''$; наоборот, при широких каналах или водоемах $B_к > 2m$ и тогда $\Delta L'' \approx 0$, т. е. $\Delta L \approx \approx \Delta L'$. В этих случаях методика определения сопротивлений ΔL упрощается. Таким образом, исходное линеаризованное уравнение Буссинеска (6.4), записанное относительно превышения $h = H - H_д$, должно быть решено при следующих начальных и граничных условиях [70]:

$$\bar{t} = 0, \quad 0 \leqslant \bar{x} \leqslant 1, \quad \bar{h}(\bar{x}, 0) = 0;$$

$$\bar{t} > 0, \quad \bar{x} = 0, \quad \gamma_1 \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} - \bar{c}_1 \bar{h} = 0;$$

$$\bar{t} > 0, \quad \bar{x} = 1, \quad \gamma_2 \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} + \bar{c}_2 \bar{h} = \bar{c}_2,$$

где $\bar{x} = x/L$, $\bar{h} = h/h_к$, $\bar{t} = t/\tau$, $\bar{c}_1 = L/2\Phi$, $\bar{c}_2 = L/\Delta L$, $T = km$, $\tau = \mu L^2/T$, $h_к = H_к - H_д$, $m \approx m_д + 0{,}5\, h_к$.
Кроме того, в исходном уравнении (6.4) принято $\eta = \varepsilon L^2/Th_к$. Некоторые коэффициенты γ_1 и γ_2 введены в граничные условия третьего рода для общности рассмотрения задачи и получения из общего решения различных частных задач фильтрации.

Решение задачи выполняется операционным методом при помощи преобразования Лапласа. Общее решение уравнения для изображения (6.4) имеет вид

$$U(\bar{x}, p) = \frac{\eta}{p^2} + A_1 \operatorname{ch} x\sqrt{p} + A_2 \operatorname{sh} \sqrt{p}; \tag{7.4}$$

здесь коэффициенты A_1 и A_2 находят известным приемом с использованием граничных условий задачи для изображения

$$\gamma_1 \frac{\partial U(0, p)}{\partial \bar{x}} - \bar{c}_1 U(0, p) = 0, \quad \gamma_2 \frac{\partial U(1, p)}{\partial \bar{x}} + \bar{c}_2 U(1, p) = \frac{\bar{c}_2}{p}.$$

Опуская промежуточные выкладки, запишем окончательное выражение для определения изображения $U(\bar{x}, p)$:

$$U(\bar{x}, p) = \frac{\eta}{p^2}(1 - \operatorname{ch} \bar{x}\sqrt{p}) + \frac{\frac{\eta}{p^2}(\gamma_2 \sqrt{p} \operatorname{sh} \sqrt{p} + \bar{c}_2 \operatorname{ch} \sqrt{p} - \bar{c}_2) + \frac{\bar{c}_2}{p}}{(\gamma_1\gamma_2 p + \bar{c}_1\bar{c}_2) \operatorname{sh} \sqrt{p} + \sqrt{p}(\bar{c}_1\gamma_2 + \bar{c}_2\gamma_1) \operatorname{ch} \sqrt{p}} \times$$
$$\times (\gamma_1 \sqrt{p} \operatorname{ch} \bar{x}\sqrt{p} + \bar{c}_1 \operatorname{sh} \bar{x}\sqrt{p}). \tag{7.5}$$

Выполнив для изображения (7.5) обратное преобразование Лапласа, получим

$$\bar{h}(\bar{x}, \bar{t}) = -\frac{\eta}{2}\bar{x}^2 + R(\bar{c}_1\bar{x} + \gamma_1) - 2\sum_{n=1}^{\infty}\left(\bar{c}_2 + \frac{\eta}{\alpha_n^2} B_n\right)\frac{P_1(\bar{x}, \alpha_n)}{\alpha_n P_n} e^{-\alpha_n^2 \bar{t}}, \tag{7.6}$$

где

$$R = \frac{\bar{c}_2 + \gamma_2\eta + 0{,}5\eta\bar{c}_2}{\gamma_2\bar{c}_1 + \bar{c}_1\bar{c}_2 + \gamma_1\bar{c}_2}; \quad B_n = \bar{c}_2(1 - \cos\alpha_n) + \alpha_n\gamma_2 \sin\alpha_n;$$

$$P_1(\bar{x}, \alpha_n) = \gamma_1\alpha_n \cos\alpha_n\bar{x} + \bar{c}_1 \sin\alpha_n\bar{x};$$

$$P_n = \alpha_n \sin\alpha_n(\gamma_1\bar{c}_2 + \gamma_2\bar{c}_1 + 2\gamma_1\gamma_2) - \cos\alpha_n(\bar{c}_1\bar{c}_2 + \gamma_2\bar{c}_1 + \gamma_1\bar{c}_2 - \alpha_n^2\gamma_1\gamma_2),$$

α_n ($n = 1, 2, 3, \ldots$) — положительные корни уравнения

$$(\gamma_1\gamma_2\alpha_n^2 - \bar{c}_1\bar{c}_2)\sin\alpha_n = \alpha_n(\gamma_1\bar{c}_2 + \gamma_2\bar{c}_1)\cos\alpha_n. \tag{7.7}$$

Выражение для погонного одностороннего расхода в сечении x имеет вид

$$q(\bar{x}, \bar{t}) = \frac{Th_к}{L}\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}} = \frac{Th_к}{L}\left[-\eta\bar{x} + Rc_1 - 2\sum_{n=1}^{\infty}\left(\bar{c}_2 + \frac{\eta}{\alpha_n^2}B_n\right)\times\right.$$

$$\left.\times\frac{P_2(\bar{x}, \alpha_n)}{P_n}e^{-\alpha_n^2\bar{t}}\right], \tag{7.8}$$

где $P_2(\bar{x}, \alpha_n) = \bar{c}_1 \cos\alpha_n\bar{x} - \gamma_1\alpha_n \sin\alpha_n\bar{x}$. Положив в выражениях (7.6) и (7.8) $\bar{t} \to \infty$, получим для установившегося движения формулы

$$\bar{h}(\bar{x}, \infty) = -\frac{\eta}{2}\bar{x}^2 + R(\bar{c}_1\bar{x} + \gamma_1),$$

$$q(\bar{x}, \infty) = \frac{Th_к}{L}(-\eta x + R\bar{c}_1). \tag{7.9}$$

Проверкой установлено, что начальное и граничные условия задачи удовлетворяются.

Из приведенного общего решения задачи вытекают следующие важные практические схемы фильтрации.

1. Если в исходных формулах положить $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$, то получим такие расчетные зависимости для схемы фильтрации из несовершенного канала в несовершенную дрену (рис. 38, *а*):

$$\bar{h}(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{h}(\bar{x}, \infty) - 2\sum_{n=1}^{\infty}\left(\bar{c}_2 + \frac{\eta}{\alpha_n^2}B_n\right)\frac{(\alpha_n \cos\alpha_n\bar{x} + \bar{c}_1 \sin\alpha_n\bar{x})}{\alpha_n P_n}e^{-\alpha_n^2\bar{t}}; \tag{7.10}$$

$$\bar{h}(\bar{x}, \infty) = -\frac{\eta}{2}\bar{x}^2 + \frac{(\bar{c}_2 + \eta + 0{,}5\eta\bar{c}_2)}{\bar{c}_1 + \bar{c}_1\bar{c}_2 + \bar{c}_2}(\bar{c}_1\bar{x} + 1);$$

$$P_n = \alpha_n \sin\alpha_n(\bar{c}_2 + \bar{c}_1 + 2) - \cos\alpha_n(\bar{c}_1\bar{c}_2 + \bar{c}_1 - \alpha_n^2); \tag{7.11}$$

$$B_n = \bar{c}_2(1 - \cos\alpha_n) + \alpha_n \sin\alpha_n,$$

где корни α_n определяются из уравнения

$$(\alpha_n^2 - \bar{c}_1\bar{c}_2)\operatorname{tg}\alpha_n = \alpha_n(\bar{c}_2 + \bar{c}_1). \tag{7.12}$$

Используя зависимость (7.8), вычислим выражения для расходов в сечениях $\bar{x} = 0$ и $\bar{x} = 1$ при $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$. При $\bar{x} = 0$ получим следующую формулу для определения одностороннего притока в дрену:

$$q(0, t) = q(0, \infty) - 2\frac{Th_k\bar{c}_1}{L}\left(\bar{c}_2 + \frac{\eta}{\alpha_n^2}B_n\right)\frac{e^{-\alpha_n^2\bar{t}}}{P_n}. \qquad (7.13)$$

При $\bar{x} = 1$ выражение для одностороннего оттока из канала имеет вид

$$q(1, t) = q(1, \infty) - 2\frac{Th_к}{L}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\bar{c}_2 + \frac{\eta}{\alpha_n^2}B_n\right)\frac{(\bar{c}_1\cos\alpha_n - \alpha_n\sin\alpha_n)}{P_n}e^{-\alpha_n^2\bar{t}}. \qquad (7.14)$$

В формулах (7.13) и (7.14) односторонние приток в дрену и отток из канала в условиях установившейся фильтрации ($\bar{t} \to \infty$) описываются формулами

$$q(0, \infty) = \frac{Th_к\bar{c}_1}{L}\left(\frac{\bar{c}_2 + \eta + 0{,}5\eta\bar{c}_2}{\bar{c}_2 + \bar{c}_1\bar{c}_2 + \bar{c}_2}\right) = \frac{Th_к + \varepsilon L(0{,}5L + \Delta L)}{L + \Delta L + 2\Phi}; \qquad (7.15)$$

$$q(1, \infty) = \frac{Th_к}{L}\left[\frac{\bar{c}_1(\bar{c}_2 + \eta + 0{,}5\eta\bar{c}_2)}{\bar{c}_1 + \bar{c}_1\bar{c}_2 + \bar{c}_2} - \eta\right] = \frac{Th_к - \varepsilon L(0{,}5L + 2\Phi)}{L + \Delta L + 2\Phi}. \qquad (7.16)$$

Заметим, что общий погонный расход в дрену $q = 2q(0, \bar{t})$, а общий погонный расход из канала $q_к = 2q(1, \bar{t})$.

При отсутствии инфильтрационного питания и наличии фильтрации только из каналов в расчетных формулах следует положить $\eta = 0$. В частности, тогда из (7.15) и (7.16) находим

$$q(0, \infty) = q(1, \infty) = \frac{Th_к}{L}\frac{\bar{c}_1\bar{c}_2}{\bar{c}_1 + \bar{c}_1\bar{c}_2 + \bar{c}_2} = \frac{Th_k}{L + \Delta L + 2\Phi}. \qquad (7.17)$$

Если учесть, что $T = km = \frac{k(h_1 + m_д)}{2}$, $h_1 = h_к + m_д$, то из выражения (7.17) получим известную зависимость для определения погонного расхода в однородном грунте в случае двухсторонней симметричной фильтрации из несовершенных каналов в несовершенную дрену

$$q = q_к = \frac{k(h_1^2 - m_д^2)}{L + \Delta L + 2\Phi}. \qquad (7.18)$$

2. Если в исходных расчетных формулах положить $\bar{c}_2 = 0$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$, то нетрудно убедиться, что в этом случае получим расчетные зависимости (6.7) и (6.12) для схемы систематического дренажа (рис. 38, *б*), подробно рассмотренной в § 1 гл. 6.

3. Положив в исходных расчетных формулах $\bar{c}_1 = 0$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$, получим следующие расчетные зависимости для фильтрацион-

ной схемы, состоящей только из каналов (рис. 38, *в*):

$$\bar{h}(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{h}(\bar{x}, \infty) - 2\bar{c}_2 \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n^2 + \eta) A_n(\bar{t}, \bar{c}_1) \frac{\cos \bar{x}\alpha_n}{\cos \alpha_n}; \quad (7.19)$$

$$\bar{h}(\bar{x}, \infty) = -\frac{\eta}{2}\bar{x}^2 + \frac{\bar{c}_2 + \eta + 0{,}5\eta\bar{c}_2}{\bar{c}_2}; \quad (7.20)$$

при отсутствии инфильтрации ($\eta = 0$) из зависимости (7.19) следует

$$\bar{h}(\bar{x}, \infty) = 1, \quad \text{т. е. } h(x, \infty) = h_к.$$

С практической точки зрения важным является определение в сечении посредине между каналами ($\bar{x} = 0$) величины

$$\bar{h}(0, \bar{t}) = \frac{\bar{c}_2 + \eta + 0{,}5\eta\bar{c}_2}{\bar{c}_2} - 2\bar{c}_2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n(\bar{t}, \bar{c}_2)}{\cos \alpha_n}. \quad (7.21)$$

Величины расходов определяют следующим образом:

$$q(1, \bar{t}) = q(1, \infty) + 2\frac{Th_к\bar{c}_2^2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n^2 + \eta) A_n(\bar{t}, \bar{c}_2), \; q(0, \bar{t}) = 0, \quad (7.22)$$

где $q(1, \infty) = -\varepsilon L$, а при $\varepsilon = 0$ $q(1, \infty) = 0$.

В формулах (7.18) и (7.21) параметр $A_n(\bar{t}, \bar{c}_2)$ определяется из выражения (6.8), а корни α_n — из уравнения (6.9), в которых принимается $\bar{c} = \bar{c}_2$.

Полученные предельные значения h и q для $t \to \infty$ правильно отражают физическую картину фильтрации для рассматриваемой схемы. Действительно, при отсутствии инфильтрации ($\varepsilon = 0$) в пределе уровень грунтовых вод между каналами должен достичь величины $h_к$ и отток из канала должен прекратиться ($q_к = 0$). При наличии инфильтрации глубина h достигает величины $h_к$ в разных створах x быстрее и прекращение оттока из канала наступает значительно раньше.

4. Если в расчетных формулах принять $\gamma_2 = 0$, $\gamma_1 = 1$, то получим такие расчетные зависимости для схемы фильтрации из совершенных каналов (водоемов) в несовершенную дрену (рис. 38, *г*):

$$\bar{h}(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{h}(\bar{x}, \infty) - 2\sum_{n=1}^{\infty} [\alpha_n^2 + \eta(1 - \cos \alpha_n)] A_n(\bar{t}, \bar{c}_1) \times$$

$$\times \frac{\alpha_n \sin \alpha_n (1 - \bar{x})}{\sin^2 \alpha_n}; \quad (7.23)$$

$$\bar{h}(\bar{x}, \infty) = -\frac{\eta}{2}\bar{x}^2 + \frac{(1 + 0{,}5\eta)}{\bar{c}_1 + 1}(\bar{c}, \bar{x} + 1); \quad (7.24)$$

$$q(0, t) = q(0, \infty) -$$

$$-2\frac{Th_к\bar{c}_1}{L} \sum_{n=1}^{\infty} [\alpha_n^2 + \eta(1 - \cos \alpha_n)] A_n(\bar{t}, \bar{c}_1) \frac{\alpha_n}{\sin \alpha_n}; \quad (7.25)$$

$$q(1, \bar{t}) = q(1, \infty) +$$

$$+ 2\frac{Th_к}{L}\sum_{n=1}^{\infty}[\alpha_n^2 + \eta(1 - \cos\alpha_n)]\, A_n(\bar{t}, \bar{c}_1)\frac{\alpha_n^2}{\sin^2\alpha_n}; \quad (7.26)$$

$$q(0, \infty) = \frac{Th_к\bar{c}_1}{L}\left(\frac{1 + 0{,}5\eta}{\bar{c}_1 + 1}\right) = \frac{Th_к + 0{,}5\varepsilon L^2}{L + 2\Phi}; \quad (7.27)$$

$$q(1, \infty) = \frac{Th_к}{L}\left[\frac{\bar{c}_1(1 + 0{,}5\eta)}{\bar{c}_1 + 1} - \eta\right] = \frac{Th_к - \varepsilon L(0{,}5L + 2\Phi)}{L + 2\Phi}. \quad (7.28)$$

При $\varepsilon = 0$ из зависимостей (7.27) и (7.28) находим

$$q(0, \infty) = q(1, \infty) = \frac{Th_к}{L + 2\Phi} = \frac{k(h_1^2 - m_д^2)}{2(L + 2\Phi)}. \quad (7.29)$$

Корни α_n в этом случае определяются из уравнения

$$\alpha_n \operatorname{ctg}\alpha_n + \bar{c}_1 = 0. \quad (7.30)$$

Все корни этого уравнения действительны при $\bar{c}_1 > -1$.

5. Положив в расчетных формулах $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = 1$, получим следующие расчетные зависимости для схемы фильтрации из несовершенных каналов (водоемов) в совершенную дрену (рис. 38, *д*):

$$\bar{h}(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{h}(\bar{x}, \infty) - 2\sum_{n=1}^{\infty}(\bar{c}_2\alpha_n^2 + \eta B_n)\, A_n(\bar{t}, \bar{c}_2)\frac{\sin\alpha_n\bar{x}}{\sin\alpha_n}; \quad (7.31)$$

$$\bar{h}(\bar{x}, \infty) = -\frac{\eta}{2}\bar{x}^2 + \frac{\bar{c}_2 + \eta + 0{,}5\eta\bar{c}_2}{\bar{c}_2 + 1}\bar{x}; \quad (7.32)$$

$$q(0, \bar{t}) = q(0, \infty) - 2\frac{Th_к}{L}\sum_{n=1}^{\infty}(\bar{c}_2\alpha_n^2 + \eta B_n)\, A_n(\bar{t}, \bar{c}_2)\frac{\alpha_n}{\sin\alpha_n}; \quad (7.33)$$

$$q(1, \bar{t}) = q(1, \infty) + 2\frac{Th_к\bar{c}_2}{L}\sum_{n=1}^{\infty}(\bar{c}_2\alpha_n^2 + \eta B_n)\, A_n(\bar{t}, \bar{c}_2); \quad (7.34)$$

$$q(0, \infty) = \frac{Th_к}{L}\left(\frac{\bar{c}_2 + \eta + 0{,}5\eta\bar{c}_2}{\bar{c}_2 + 1}\right) = \frac{Th_к + \varepsilon L(0{,}5L + \Delta L)}{L + \Delta L}; \quad (7.35)$$

$$q(1, \infty) = \frac{Th_к}{L}\left(\frac{\bar{c}_2 - 0{,}5\eta\bar{c}_2}{\bar{c}_2 + 1}\right) = \frac{Th_к - 0{,}5\varepsilon L^2}{L + \Delta L}. \quad (7.36)$$

При $\varepsilon = 0$ из зависимостей (7.35) и (7.36) находим

$$q(0, \infty) = q(1, \infty) = \frac{Th_к}{L + \Delta L} = \frac{k(h_1^2 - m_д^2)}{2(L + \Delta L)}. \quad (7.37)$$

Корни α_n в этом случае определяются из уравнения

$$\alpha_n \operatorname{ctg}\alpha_n + \bar{c}_2 = 0. \quad (7.38)$$

Все корни этого уравнения действительны при $\bar{c}_2 > -1$.

6. При $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ получаем расчетную зависимость для схемы (рис. 38, *е*) фильтрации из совершенных каналов (водоемов) в совершенную дрену (эта схема подробно изучена в работе [6]):

$$\bar{h}(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{h}(\bar{x}, \infty) + 2\sum_{n=1}^{\infty} [\alpha_n^2 + \eta(1 - \cos\alpha_n)] \frac{\sin \bar{x}\alpha_n}{\alpha_n \cos\alpha_n} e^{-\alpha_n^2 \bar{t}}, \quad (7.39)$$

где

$$\bar{h}(\bar{x}, \infty) = -\frac{\eta}{2}\bar{x}^2 + (1 + 0{,}5\eta)\bar{x}.$$

Перепишем выражение (7.39) следующим образом:

$$\bar{h}(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{x} + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\alpha_n\bar{x}}{\alpha_n \cos\alpha_n} e^{-\alpha_n^2\bar{t}} + \frac{\eta}{2}\left[\bar{x}(1 - \bar{x}) - \right.$$

$$\left. - 4\sum_{n=1}^{\infty} (\cos\alpha_n - 1) \frac{\sin\alpha_n\bar{x}}{\alpha_n^3 \cos\alpha_n} e^{-\alpha_n^2\bar{t}}\right].$$

Из формулы (7.12) для этого случая имеем $-\sin\alpha_n = 0$, т. е. $\alpha_n = n\pi$. Тогда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\cos\pi n} = -\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\pi n - 1}{\cos\pi n \cdot n^3} = 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^3}.$$

Учитывая эти соотношения, окончательно получим известные для совершенных каналов и дрен формулы [6]

$$\bar{h}(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{x} - \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin(\pi n\bar{x})\, e^{-\pi^2 n^2 \bar{t}} +$$

$$+ \frac{\eta}{2}\left[\bar{x}(1 - \bar{x}) - \frac{8}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^3} \sin(2n-1)\pi\bar{x} e^{-\pi^2(2n-1)^2\bar{t}}\right]; \quad (7.40)$$

$$q(0, \bar{t}) = \frac{Th_к}{L}\left\{1 - 2\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} e^{-\pi^2 n^2 \bar{t}} + \right.$$

$$\left. + \eta\left[\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} e^{-\pi^2(2n-1)^2\bar{t}}\right]\right\}; \quad (7.41)$$

$$q(1, \bar{t}) = \frac{Th_к}{L}\left\{1 - 2\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-\pi^2 n^2 \bar{t}} - \right.$$

$$\left. - \eta\left[\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} e^{-\pi^2(2n-1)^2\bar{t}}\right]\right\}; \quad (7.42)$$

$$q(0, \infty) = \frac{Th_к}{L}(1 + 0{,}5\eta) = \frac{Th_к + 0{,}5\varepsilon L^2}{L}; \quad (7.43)$$

$$q(1, \infty) = \frac{Th_к}{L}(1 - 0{,}5\eta) = \frac{Th_к - 0{,}5\varepsilon L^2}{L}. \quad (7.44)$$

При отсутствии инфильтрации ($\varepsilon = 0$) получим известную формулу Дюпюи

$$q(0, \infty) = q(1, \infty) = \frac{Th_к}{L} = \frac{k(h_1^2 - m_д^2)}{2L}. \qquad (7.45)$$

Рассмотренное решение получено для случая подъема уровня грунтовых вод h, когда за начальное положение принимается уровень воды в дрене. При спаде за начальное положение уровня грунтовых вод принимается уровень воды в каналах (водоемах), и в этом случае уравнение (6.4) необходимо решать при следующих начальных и граничных условиях:

$$\bar{t} = 0,\ \bar{h}(\bar{x}, 0) = 0;$$

$$\bar{t} > 0,\ \bar{x} = 0,\ \gamma_2 \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} - \bar{c}_2 \bar{h} = 0;$$

$$\bar{t} > 0,\ \bar{x} = 1,\ \gamma_1 \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} + \bar{c}_1 \bar{h} = \bar{c}_1.$$

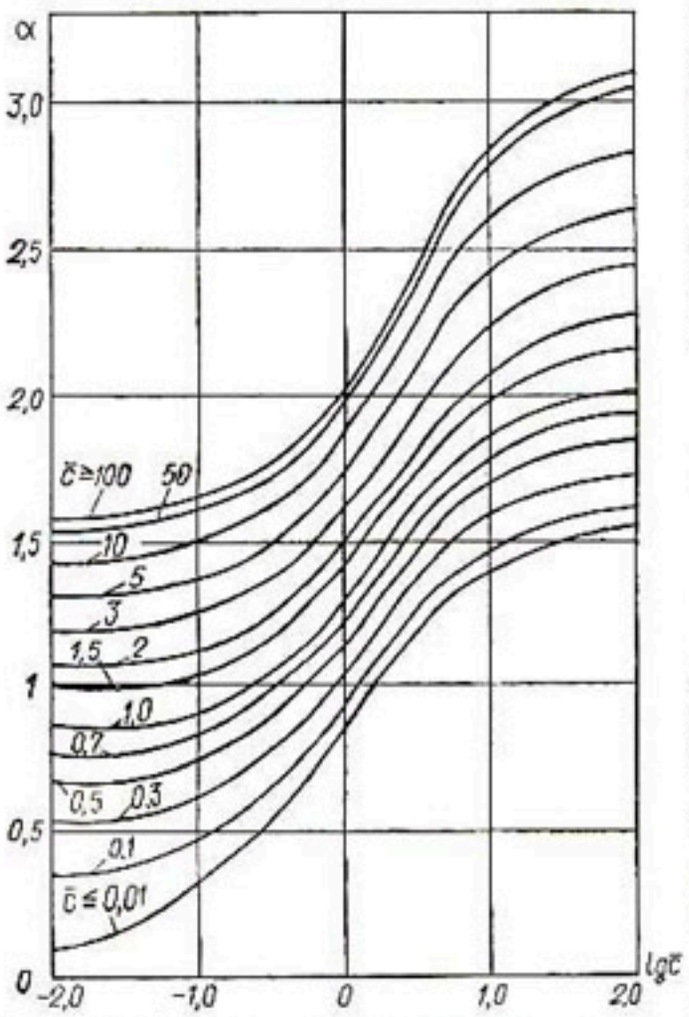


Рис. 39. Графики для определения коэффициента α.

Для периода спада под $\bar{h}$ понимают величину понижения, отсчитываемую от начального положения уровня грунтовых вод. Чтобы воспользоваться предложенными зависимостями и в случае спада, необходимо началом координат $\bar{x} = 0$ считать точку на линии уреза воды в канале, а на дрене — соответственно $\bar{x} = 1$; заменить коэффициенты $\bar{c}_1$ и γ_1 на $\bar{c}_2$ и γ_2 и наоборот; в качестве расхода дрены принимать $q_к$ и в качестве расхода из канала q. Если при спаде инфильтрационное питание отсутствует, то в расчетных формулах следует положить $\varepsilon = 0$ ($\eta = 0$). Если при спаде имеется инфильтрационное питание, то в расчетных формулах величина η (или ε) заменяется на $-\eta$ (или $-\varepsilon$). Если в период спада имеет место только испарение, то в этом случае в расчетных формулах вместо ε необходимо подставлять $\varepsilon_и$, причем со знаком, совпадающим со знаком ε в период подъема. (На расчетных схемах (см. рис. 34) подъем и спад поверхности грунтовых вод указаны соответственно сплошными и штриховой линиями). При пользовании формулами в практических расчетах, особенно при $\bar{t} > 0{,}2$, можно вполне ограничиться удержанием членов ряда с $n = 1$. Для удобства определения величины α при $n = 1$ по уравнению (7.12) предложен расчетный график, приведенный на рис. 39. Корни α_n уравнения (6.9) берутся из табл. 17,

а корни α_n уравнений (7.30) и (7.38) — из табл. 18, заимствованной из работы [41].

Рассмотрим случай несимметричного неустановившегося притока грунтовых вод из совершенных водоемов в несовершенную дрену в однородном грунте (см. рис. 38, *ж*). Дополнительно на свободную поверхность действует инфильтрационное питание интенсивностью ε. Искомые превышения $h_1(x, t)$ в зоне 1 на участке L_1 и $h_2(x, t)$

Таблица 18

$\varepsilon_{1,2}=L/2\Phi$	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
—1,0	0	4,493	7,725	10,90	14,07	17,22
—0,995	0,122	4,495	7,726	10,90	14,07	17,22
—0,99	0,173	4,496	7,727	10,91	14,07	17,22
—0,97	0,299	4,500	7,729	10,91	14,07	17,22
—0,95	0,385	4,505	7,732	10,91	14,07	17,22
—0,93	0,455	4,509	7,734	10,91	14,07	17,22
—0,9	0,542	4,516	7,738	10,91	14,07	17,23
—0,8	0,759	4,538	7,751	10,92	14,08	17,23
—0,6	1,053	4,582	7,777	10,94	14,09	17,24
—0,4	1,264	4,626	7,803	10,96	14,11	17,26
—0,2	1,432	4,670	7,828	10,98	14,12	17,27
0	1,571	4,712	7,854	11,00	14,14	17,28
0,2	1,689	4,754	7,879	11,01	14,15	17,29
0,5	1,837	4,816	7,917	11,04	14,17	17,31
0,8	1,959	4,875	7,954	11,07	14,19	17,32
1,0	2,029	4,913	7,979	11,09	14,21	17,34
2,0	2,289	5,087	8,096	11,17	14,28	17,39
4,0	2,570	5,354	8,303	11,33	14,41	17,50
7,0	2,765	5,608	8,541	11,54	14,58	17,66
10,0	2,863	5,761	8,708	11,70	14,73	17,79
20,0	2,993	5,992	9,002	12,03	15,06	18,11
50,0	3,080	6,161	9,242	12,32	15,41	18,50
100,0	3,110	6,221	9,332	12,44	15,55	18,67
∞	3,1416	6,283	9,425	12,57	15,71	18,85

в зоне 2 на участке L_2 находятся в результате решения уравнения (6.3) при начальных и граничных условиях

$$h_1(x, 0) = h_2(x, 0) = 0;\ h_1(-L_1, t) = h_1';\ h_2(L_2, t) = h_2'$$

и так называемых условиях склеивания потоков на линии расположения дрены ($x = 0$)

$$h_1(x, t) = h_2(x, t);\quad h_{1,2}(0, t) + d_1 \frac{\partial h_1(0, t)}{\partial x} - d_2 \frac{\partial h_2(0, t)}{\partial x} = 0;$$

$$d_1 = \frac{T_1}{T}\Phi;\quad d_2 = \frac{T_2}{T}\Phi;\quad T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

(T_1 и T_2 — средние проводимости в зонах). Решение этой задачи, выполненное операционным методом при помощи преобразования Лапласа, приведено в работе [67]. В результате получаем следую-

щие окончательные выражения для определения превышений $h_1(x, t)$ и $h_2(x, t)$:

$$h_1(x, t) = h_1(x, \infty) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_1(\alpha_n, x) + F_2(\alpha_n, x)}{a_1^2 \alpha_n^4 W(\alpha_n)} e^{-a_1 \alpha_n^2 t}; \quad (7.46)$$

$$h_2(x, t) = h_2(x, \infty) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_3(\alpha_n, x) + F_4(\alpha_n, x)}{a_1^2 \alpha_n^2 W(\alpha_n)} e^{-a_2 \alpha_n^2 t}, \quad (7.47)$$

где

$$F_1(\alpha_n, x) = \left\{\left[d_2 \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \alpha_n (h_2' a_1 \alpha_n^2 + \varepsilon) + \right.\right.$$

$$+ \varepsilon \sin \alpha_n \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} L_2 \Big] \cos \alpha_n L_1 - (h_1' a_1 \alpha_n^2 + \varepsilon) \Big[\sin \alpha_n \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} L_2 +$$

$$\left. + d_2 \alpha_n \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \cos \alpha_n \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} L_2 \Big] \right\} \sin \alpha_n x;$$

$$F_2(\alpha_n, x) = \Big\{(h_1' a_1 \alpha_n^2 + \varepsilon) d_1 \alpha_n \sin \alpha_n \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} L_2 +$$

$$+ \sin L_1 \alpha_n \Big[d_1 \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \alpha_n (h_2' a_2 \alpha_n^2 + \varepsilon) + \varepsilon \sin \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} L_2 \alpha_n \Big] \Big\} \cos \alpha_n x;$$

$$W(\alpha_n) = -\sqrt{\frac{a_2}{a_1}} \frac{d_1 + L_1}{\alpha_n} \sin \alpha_n \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} L_2 \cos \alpha_n L_1 +$$

$$+ (d_1 L_2 + L_1 d_2) \cos \alpha_n L_1 \cos \alpha_n \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} L_2 - (d_1 L_1 + d_2 L_2) \times$$

$$\times \sin \alpha_n \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} L_2 \sin \alpha_n L_1 - (d_2 + L_2) \sin \alpha_n L_1 \cos \alpha_n \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} L_2;$$

$$F_3(\alpha_n, x) = \Big\{(h_2' a_1 \alpha_n^2 + \varepsilon)(\sin L_1 \alpha_n + d_1 \alpha_n \cos L_1 \alpha_n) +$$

$$+ \cos \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} L_2 \alpha_n [\varepsilon \sin L_1 \alpha_n + d_1 \alpha_n (h_1' a_1 \alpha_n + \varepsilon)\Big\} \sin \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \alpha_n x;$$

$$F_4(\alpha_n, x) = F_2(\alpha_n, x) \frac{\cos \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \alpha_n x}{\cos \alpha_n x};$$

$$a_1 = \frac{T_1}{\mu}, \quad a_2 = \frac{T_2}{\mu};$$

$h_1(x, \infty)$ и $h_2(x, \infty)$ — превышения уровня на участках L_1 и L_2, методика определения которых была приведена ранее.

Характеристическое уравнение для определения корней α_n ($n = 1, 2, \ldots$) имеет вид

$$d_1 \alpha_n \sin \sqrt{a_1/a_2}\, L_1 \alpha_n \cos L_1 \alpha_n + \sin L_1 \alpha_n [\sin \sqrt{a_1/a_2}\, L_2 \alpha_n +$$

$$+ d_2 \sqrt{a_1/a_2}\, \alpha_n \cos \sqrt{a_1/a_2}\, L_2 \alpha_n] = 0. \quad (7.48)$$

§ 2. Неустановившаяся фильтрация из несовершенного канала в несовершенную дрену в двухслойном грунте

Рассмотрим аналогичную схему притока грунтовых вод из каналов в дрену в двухслойном грунте, в котором проницаемость верхнего слоя значительно меньше проницаемости нижнего. В этом случае движение грунтовых вод в слоях может быть описано системой уравнений (6.28), а в относительных величинах — той же системой, но при $\bar{h}_1 = h_1/h_к$, $\bar{h}_2 = h_2/h_к$, $\eta = \varepsilon L^2/T_2 h_к$, $h_к = H_к - H_д$. В рассматриваемой схеме двухслойного грунта каналы и дрены могут располагаться как в верхнем, так и в нижнем слоях, однако необходимо, чтобы во всех возможных вариантах их расположения свободная поверхность грунтового потока в верхнем слое не пересекала границы раздела слоев грунта. Тогда, согласно принятой модели фильтрации в двухслойном грунте и методике исследований, более обоснованными и достоверными, по-видимому, будут результаты для варианта, в котором дрена и дно канала располагаются в нижнем слое, т. е. полностью прорезают верхний слой, что возможно на практике при небольшой его мощности. Менее обоснованным, требующим дополнительного уточнения, является более общий вариант, когда и дрена и канал располагаются в верхнем слое. Ниже более подробно изучается именно этот вариант, а полученные результаты распространяются в дальнейшем на другие варианты расположения канала и дрены. Как уже отмечалось выше, канал и дрены должны располагаться на расстоянии $L > 2m$ друг от друга, где m — средняя мощность двухслойного грунта; кроме того, каналы должны работать в условиях подпертой фильтрации, т. е. процесс смыкания грунтовых вод с водами канала происходит весьма быстро. Начальные и граничные условия задачи такие же, как и в предыдущей схеме однородного грунта, однако надо учесть, что в данном случае величины ΔL и Φ являются сопротивлениями на несовершенство канала и дрены в двухслойном грунте средней мощностью $m = m_1 + m_2$, $m_1 \approx m_д + 0{,}5h_к$.

Применив к системе (6.29) преобразование Лапласа, получим систему уравнений для изображений (6.31), решение которой при соответствующих граничных условиях окончательно дает [29]

$$U_1(\bar{x}, p) = W(1 - \operatorname{ch} r\bar{x}) + \frac{W(\gamma_2 r \operatorname{sh} r + \bar{c}_2 \operatorname{ch} r - c_2) + \dfrac{\bar{c}_2}{p}}{(\gamma_1\gamma_2 r^2 + \bar{c}_1\bar{c}_2)\operatorname{sh} r + r(\gamma_2\bar{c}_1 + \gamma_1\bar{c}_2)\operatorname{ch} r} \times$$

$$\times (\gamma_1 r \operatorname{ch} r\bar{x} + \bar{c}_1 \operatorname{sh} r\bar{x}), \qquad (7.49)$$

где

$$W = \frac{\eta\gamma(p+a) + \bar{h}_{н_1} p(p+a) + \bar{h}_{н_2}\gamma a p}{p^2(a + \gamma a + p)}; \quad r = \sqrt{\frac{p(a + \gamma a + p)}{p + \gamma a}},$$

$$\gamma = \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$

В общем случае для нахождения оригинала по изображению (7.49) необходимо применять численные методы обращения преобразования Лапласа, что требует весьма существенных и громоздких вычислений. Однако расчеты, в частности процедуру перехода от изображения к оригиналу, можно существенно упростить, если искать решение задачи для малых и больших значений t, соответствующих большим и малым параметрам p преобразования Лапласа.

Рассмотрим решение сначала для малых параметров p, а затем для больших.

Малым параметрам $p \leqslant 0{,}1\gamma a$ соответствует значение времени $\bar{t} > 10/\gamma a$ или $t > 10\mu_1 m_1/k_1$. Тогда выражение для r приближенно можно представить в виде $r = \sqrt{p\bar{\gamma}/\gamma}$, и в результате обратного преобразования Лапласа для больших значений времени t получим

$$\bar{h}_1(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{h}_1(\bar{x}, \infty) - 2\sum_{n=1}^{\infty} [W_1(\eta, h_н) B_n + \bar{c}_2] \times \times \frac{P_1(\bar{x}, \alpha_n)}{\alpha_n P_n} e^{-\bar{\mu}\alpha_n^2 \bar{t}}, \qquad (7.50)$$

где $W_1(\eta, h_н) = \frac{\eta}{\alpha_n^2} - \frac{1}{\gamma}(\bar{h}_{н_1} + \bar{h}_{н_2}\gamma)$; объяснение остальных параметров приведено ранее. Корни α_n определяются из уравнения (7.7). Выражение для погонного одностороннего расхода в сечении x имеет вид

$$q(\bar{x}, \bar{t}) = \frac{Th_к}{L}\frac{\partial \bar{h}_1}{\partial \bar{x}} = q(\bar{x}, \infty) - 2\frac{Th_к}{L}\sum_{n=1}^{\infty} [W_1(\eta, h_н) B_n + + \bar{c}_2] \frac{P_2(\bar{x}, \alpha_n)}{P_n} e^{-\bar{\mu}\alpha_n^2 \bar{t}}. \qquad (7.51)$$

В формулах (7.50) и (7.51) глубины $\bar{h}_1(\bar{x}, \infty)$ и расходы $q(\bar{x}, \infty)$ при установившемся режиме фильтрации определяются по зависимостям (7.9) и (7.10). Для больших значений $p > 10\gamma a$, соответствующих малым значениям времени $\bar{t} < 0{,}1/\gamma a$ или $t < 0{,}1\ \mu_1 m_1/k_1$, имеем $r \approx \sqrt{p + a}$. Тогда в результате обратного преобразования Лапласа для малых t с некоторым приближением после ряда упрощений можно записать

$$\bar{h}_1(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{h}_{н_1} + 2\sum_{n=1}^{\infty} [W_2(\eta, h_н) B_n + \bar{c}_2] \times \times \frac{\alpha_n P_1(\bar{x}, \alpha_n)}{P_n(\alpha_n^2 + a)} (1 - e^{-(\alpha_n^2 + a)\bar{t}}), \qquad (7.52)$$

где $W_2(\eta, h_н) = \frac{\eta\gamma\alpha_n}{\alpha_n^2 + a} + \frac{\bar{h}_{н_2}\gamma a}{\alpha_n} - \bar{h}_{н_1}\alpha_n$; $a = \frac{L^2 k_1}{T_2 m_1}$.

Из приведенного общего решения задачи вытекает ряд важных случаев или схем фильтрации, аналогичных рассмотренным ранее

для однородного грунта (см. рис. 38). Прежде чем перейти к анализу этих случаев, отметим следующее важное обстоятельство. Выражения (7.50) и (7.51) по виду имеют много общего с аналогичными зависимостями (7.6) и (7.8) для однородного грунта и любых значений времени. Действительно, если в формулах (7.50) и (7.51) величину

$$\frac{1}{\bar{\gamma}}(\bar{h}_{н_1} + \bar{h}_{н_2}\gamma) = \frac{h_{н_1}\mu_1 + h_{н_2}\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$$

заменить величиной $h_н$, а величину $\bar{\mu}\bar{t} = \bar{t}_0 = \frac{t}{\tau_0}$, где $\tau_0 = \frac{(\mu_1 + \mu_2)L^2}{T_2}$, $T \approx T_2$, — величиной $\bar{t}$, то непосредственно получим расчетные зависимости для однородного грунта. Если учесть, что в ряде случаев $\mu_1 \gg \mu_2$ и величиной μ_2 по сравнению с величиной μ_1 можно пренебречь, т. е. режим фильтрации считать в нижнем слое жестким, то для расчета рассматриваемой схемы двухслойного грунта вообще можно использовать расчетные зависимости для аналогичной схемы однородного грунта. При этом, естественно, нужно иметь в виду, что сопротивления ΔL и Φ находят для условий двухслойного грунта с учетом расположения дрены и дна канала в слоях. Поэтому при рассмотрении частных случаев для больших значений t можно воспользоваться расчетными зависимостями, приведенными в предыдущем параграфе.

Случай малых значений $t \leqslant 0{,}1\mu_1 m_1/k_1$ менее интересен с практической точки зрения, так как обычно он характеризует небольшой начальный период работы водоприемников, в пределах которого даже не всегда соблюдается принятая математическая модель фильтрации. В связи с этим подробно останавливаться на рассмотрении такого случая не будем, а лишь укажем, что при необходимости превышение уровня h_1 для малых значений t можно рассчитать по зависимости (7.52), ограничив вычисление удержанием первых членов ряда. При этом для рассмотренных частных схем корни α_n находят так же, как для больших значений t, а вычисление параметров P_1, P_n и B_n существенно упрощается. При расположении дрены и дна канала в нижнем слое превышение $h_1(x, t) = H_1(x, t) - H_{д_2}$ в верхнем слое пласта можно также рассчитывать по формуле (7.50), в которой сопротивления ΔL и Φ принимаются относительно нижнего слоя, а превышение $h_1(x, \infty)$ — с учетом расположения водоприемников в нижнем слое. В этом случае погонный односторонний расход в сечении x

$$q(\bar{x}, \bar{t}) = \frac{T_2 h_к}{L}\frac{\partial \bar{h}_2}{\partial \bar{x}} \quad (h_к = H_к - H_{д_2}) \tag{7.53}$$

может быть также определен по формуле (7.51), в которой параметр $P_2(x, \alpha_n)$ необходимо заменить на параметр $P_0(x, \alpha_n)$, равный $P_0(\bar{x}, \alpha_n) = (1 - \alpha_n^2/\bar{\gamma}a)\,P_2(x, \alpha_n)$. Как и в предыдущем случае однородного грунта, общий погонный приток в дрену q и общий погонный расход из канала $q_к$ при симметричном притоке в дрену

(оттоке из канала) соответственно составят: $q = 2q\,(0,\ t)$ и $q_к = 2q\,(L,\ t)$. При отсутствии инфильтрационного питания в расчетных формулах следует положить $\eta = 0$ ($\varepsilon = 0$). Если величину ε рассматривать как среднее испарение с поверхности грунтовых вод, то во всех расчетных формулах знак перед ε следует изменить на противоположный. Предложенные зависимости, которые используются ниже для составления практических рекомендаций по расчету данной схемы притока к дренажу, позволяют не только полностью рассчитать динамику грунтовых вод, но и показать, какой процесс (спад или подъем уровня грунтовых вод) происходит при принятых исходных данных.

§ 3. Неустановившийся приток к дрене в неограниченной трехслойной по мощности области фильтрации

Горизонтальная дрена располагается в верхнем слое трехслойного грунта и дренирует неограниченную в плане область фильтрации, т. е. границы питания или стока удалены настолько, что не оказывают существенного влияния на формирование и динамику притока к дрене. Для упрощения решения дрена принимается совершенной относительно верхнего слоя. (Аналогичное решение для линейного ряда скважин с откачкой из нижнего слоя приведено в работах [82, 94].) Неустановившийся приток грунтовых вод к такой дрене в трехслойном пласте описывается при жестком режиме фильтрации в раздельном слабопроницаемом слое системой уравнений

$$\begin{aligned} a_1 \frac{\partial^2 S_1}{\partial x^2} - b_1 (S_1 - S_2) &= \frac{\partial S_1}{\partial t}; \\ a_2 \frac{\partial^2 S_2}{\partial x^2} + b_2 (S_1 - S_2) &= \frac{\partial S_2}{\partial t}, \end{aligned} \tag{7.54}$$

где $S_i\,(x,\ t) = H_{н_i} - H_i\,(x,\ t)$ — понижение уровня грунтовых вод в верхнем и нижнем основных слоях, остальные обозначения прежние. При дренировании верхнего слоя постоянным расходом q система (7.54) решается при следующих краевых условиях:

$$t = 0,\quad S_i = 0;\quad t > 0,\quad x = 0,\quad 2T_1 \frac{\partial S_1}{\partial x} = -q,\quad \frac{\partial S_2}{\partial x} = 0;$$

$$t > 0,\quad x \to \infty,\quad S_i \to \infty,\quad \frac{\partial S_i}{\partial x} \to \infty \quad (i = 1,\ 2).$$

Для решения системы (7.54) при указанных краевых условиях воспользуемся косинус-преобразованием Фурье вида

$$S_i\,(p,\ t) = K\,[S\,(x,\ t)] = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty S_i\,(x,\ t) \cos px\,dx. \tag{7.55}$$

Тогда система преобразуется следующим образом:

$$\alpha S_{2*} + b_2 S_{1*} = \frac{dS_{2*}}{dt};$$
$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{q}{2\mu_1} + b_1 S_{2*} + \beta S_{1*} = \frac{dS_{1*}}{dt}, \tag{7.56}$$

где $\alpha = -a_1 p^2 - b_1$, $\beta = -a_2 p^2 - b_2$. При $t = 0$ $S_{i*} = 0$. Решение системы (7.56) для $\frac{dS_{i*}}{dt}$ имеет вид

$$\frac{dS_{1*}}{dt} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{q}{\mu_1} \frac{(\lambda_1 - \beta) e^{\lambda_1 t} - (\lambda_2 - \beta) e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1 - \lambda_2};$$
$$\frac{dS_{2*}}{dt} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{qb_2}{2\mu_1} \frac{e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1 - \lambda_2}, \tag{7.57}$$

где

$$\lambda_{1,2} = \frac{\alpha + \beta}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)^2 + b_1 b_2}. \tag{7.58}$$

Для нахождения оригиналов (понижений) $S_1(x, t)$ к формулам (7.57) необходимо применить формулу обращения и полученные выражения проинтегрировать в пределах от 0 до ∞. Однако, принимая во внимание, что условие $\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)^2 \gg b_1 b_2$ выполняется в широком диапазоне изменения корней p, в расчетах можно положить $\lambda_1 = \alpha, \lambda_2 = \beta$. Тогда искомые функции после несложных преобразований можно представить в виде

$$S_i(x, t) = \frac{q}{T_1} R_i(x, t), \quad i = 1, 2, \tag{7.59}$$

где сопротивления $R_i(x, t)$ определяются по формулам

$$R_1(x, t) = x\Psi(B_1, a_1); \tag{7.60}$$

$$R_2(x, t) = \frac{b_2 T_1 x}{\mu_1 \nu} \{e^{\frac{\nu}{a_1 - a_2} t} [\Psi(B_*, a_1) - \Psi(B_*, a_2)] + \Psi(B_2, a_2) - \Psi(B_1, a_1)\}. \tag{7.61}$$

Здесь $B_1^2 = a_1/b_1$, $B_2^2 = a_2/b_2$, $B_*^2 = (a_1 - a_2)/(b_1 - b_2)$, $\nu = a_2 b_1 - a_1 b_2$, Ψ — известная функция, о которой подробно сказано в работах [82, 85], остальные обозначения прежние.

Более точные решения для малых и больших времен t можно получить другим способом. Применим к системе (7.54) преобразование Лапласа по переменной t, в результате чего после выполнения промежуточных операций для изображений $\overline{S}_i$ получим

$$\overline{S}_1(x, p) = \frac{q}{2a_2 T_1 p (\omega_2^2 - \omega_1^2)} \left(\frac{a_2 \omega_1^2 - p - b_2}{\omega_1} \cdot e^{\omega_1 x} - \right.$$

$$-\frac{a_2\omega_2^2 - p - b_2}{\omega_2} e^{\omega_1 x}\Bigg);$$

$$\overline{S}_2(x,\ p) = \frac{qb_2}{2a_2T_1\omega_2(\omega_2^2 - \omega_1^2)}\left(\frac{e^{\omega_2 x}}{\omega_2} - \frac{e^{\omega_1 x}}{\omega_1}\right). \tag{7.62}$$

Таблица 19

λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda$
0,00	0,564	0,28	0,328	0,62	0,148
0,01	0,554	0,29	0,321	0,64	0,141
0,02	0,544	0,30	0,314	0,66	0,133
0,03	0,535	0,31	0,307	0,68	0,127
0,04	0,525	0,32	0,301	0,70	0,120
0,05	0,516	0,33	0,294	0,72	0,114
0,06	0,506	0,34	0,288	0,74	0,108
0,07	0,497	0,35	0,282	0,76	0,102
0,08	0,488	0,36	0,276	0,78	0,096
0,09	0,479	0,37	0,272	0,80	0,091
0,10	0,470	0,38	0,264	0,82	0,086
0,11	0,461	0,39	0,258	0,84	0,081
0,12	0,452	0,40	0,252	0,86	0,077
0,13	0,444	0,41	0,246	0,88	0,072
0,14	0,435	0,42	0,241	0,90	0,068
0,15	0,427	0,43	0,235	0,92	0,064
0,16	0,419	0,44	0,230	0,94	0,060
0,17	0,410	0,45	0,225	0,96	0,057
0,18	0,402	0,46	0,219	0,98	0,053
0,19	0,394	0,47	0,214	1,00	0,050
0,20	0,387	0,48	0,209	1,10	0,036
0,21	0,379	0,49	0,204	1,20	0,026
0,22	0,371	0,50	0,200	1,30	0,018
0,23	0,364	0,52	0,190	1,40	0,013
0,24	0,356	0,54	0,181	1,50	0,009
0,25	0,349	0,56	0,172	1,60	0,006
0,26	0,342	0,58	0,164	1,80	0,002
0,27	0,335	0,60	0,156	2,00	0,001

При $p \to \infty$ $(t \to 0)$ $\omega_1^2 = p/a_1$, $\omega_2^2 = p/a_2$. Тогда, перейдя от изображений (7.62) к оригиналам, получим

$$S_1(x,\ t) = S_2(x,\ t) + \frac{q}{T_1}\sqrt{a_1 t}P(\lambda_1); \tag{7.63}$$

$$S_2(x,\ t) = \frac{qb_2t}{T_1\left(1 - \frac{a_2}{a_1}\right)}\left\{\sqrt{a_1 t}\left[P(\lambda_1)\left(1 + \frac{x^2}{6a_1t}\right) - \frac{e^{-\lambda_1^2}}{3\sqrt{\pi}}\right] - \right.$$

$$\left. - \sqrt{a_2 t}\left[P(\lambda_2)\left(1 + \frac{x^2}{6a_2t}\right) - \frac{e^{-\lambda_2^2}}{3\sqrt{\pi}}\right]\right\}, \tag{7.64}$$

где $\lambda_i = \frac{x}{2\sqrt{a_i t}}$, $P(\lambda) = \operatorname{ierfc}\lambda = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-\lambda^2} - \lambda\operatorname{erfc}\lambda$ — известная функция, значения которой приведены в табл. 19.

При $p \to 0$ $(t \to \infty)$ $\omega_1^2 = \frac{p + b_0}{a_0}$, $\omega_2^2 = \frac{p}{a}$, где

$$b_0 = \frac{k_2}{m_2} \frac{T^2}{\mu_1 T_3^2 + \mu_2 T_1^2}; \quad a_0 = \frac{T}{\mu_1 \frac{T_3}{T_1} + \mu_2 \frac{T_1}{T_3}}; \quad a = \frac{T}{\mu};$$

$T = T_1 + T_3$; $\mu = \mu_1 + \mu_2$. Тогда, перейдя к оригиналам, получим следующие выражения для определения сопротивлений R_l в формуле (7.59):

$$R_1(x, t) = R_2(x, t) + \alpha_0 \frac{b}{b_2} \left\{ \frac{B}{2x} \left(1 - \frac{a_2}{a}\right) I_* \left(bt, \frac{x}{B}\right) - \right.$$

$$- \frac{B_{00}}{2x} e^{-b_0 t} \left(1 - \frac{a_2}{a_0}\right) I_* \left((b - b_0)\, t, \frac{x}{B_{00}}\right) +$$

$$\left. + \frac{a_2 b_0}{a_0 b} \left[\Psi(B_0, a_0) - \frac{B_{00}}{2x} e^{-b_0 t} I_* \left((b - b_0)\, t, \frac{x}{B_{00}}\right) \right] \right\}; \quad (7.65)$$

$$R_2(x, t) = \alpha_0 \left\{ \frac{B}{a} \left[\sqrt{bt}\, P(\lambda) - \frac{1}{2} I_* \left(bt, \frac{x}{B}\right) \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{B_{00}}{2x} e^{-b_0 t} I_* \left((b - b_0)\, t, \frac{x}{B_{00}}\right) - \Psi(B_0, a_0) \right\}, \quad (7.66)$$

где $B_0^2 = \frac{a_0}{b_0}$; $B_{00}^2 = \frac{a_0}{b - b_0}$; $b = \frac{b_0}{1 - \frac{a_0}{a}}$; $B^2 = \frac{a}{b}$; $\alpha_0 = \left(\frac{B_0}{B_1}\right)^2$.

Значения функции $I_*(\eta, \bar{x}) = -\frac{e^{-\eta}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta \frac{e^{z - \frac{\bar{x}^2}{4z}}}{\sqrt{z}}\, dz$ приведены в табл. 20. Для этой функции справедлива оценка

$$e^{-\eta} \sqrt{\eta} P(\lambda) \leqslant I_*(\eta, \bar{x}) \leqslant 2 \sqrt{\eta} P(\lambda). \quad (7.67)$$

При расчетах по формулам (7.63) и (7.64) ошибка для времен $t \leqslant 0{,}1 \frac{m_2}{k_2} \frac{\mu_1 T_3 + \mu_2 T_1}{T} = t_*$ составляет не более 10%, а при расчете понижений по формулам (7.65) и (7.66) при $t > 40 \frac{m_2}{k_2} \times \times \frac{(\mu_2 T_1 - \mu_1 T_3)\, T_1 T_3}{(T_1^2 - T_3^2)\, T} = t_{**}$ также не превышает 10%.

Положив в приведенных зависимостях $a_1 = 0$, получим расчетные формулы для случая двухслойного грунта со слабопроницаемым верхним слоем покровных отложений с параметрами μ_1, k_2 и m_2, а приняв $a_1 = 0$, $b_1 = b_2 = 0$, получим известные зависимости для случая однородного грунта с параметрами μ_2, k_3 и m_3 [82, 85]. Методика фильтрационного расчета этой схемы в однородном грунте при постоянном уровне на совершенной и несовершенной дренах ($H_д = \text{const}$) приведена в работах [57, 82].

Таблица 20

x^1 \ η	0,001	0,005	0,025	0,05	0,1	0,15	0,2
0	0,03381	0,07861	0,1776	0,2410	0,3383	0,3982	0,4434
0,01	0,02662	0,06997	0,1858	0,2346	0,3249	0,3886	0,4342
0,05	$0{,}5921 \cdot 10^{-2}$	0,03946	0,1309	0,1994	0,2906	0,3556	0,4025
0,1	$0{,}3942 \cdot 10^{-3}$	0,01663	0,09481	0,1604	0,2510	0,3166	0,3648
0,2	$0{,}7113 \cdot 10^{-7}$	$0{,}1710 \cdot 10^{-2}$	0,04491	0,0989	0,1825	0,2471	0,2959
0,3	$0{,}1261 \cdot 10^{-12}$	$0{,}7638 \cdot 10^{-4}$	0,01852	0,05110	0,1235	0,1885	0,2361
0,4	0	$0{,}1428 \cdot 10^{-5}$	$0{,}6527 \cdot 10^{-2}$	0,03531	0,08730	0,1406	0,1851
0,5	0	$0{,}1069 \cdot 10^{-7}$	$0{,}1962 \cdot 10^{-2}$	0,01521	0,05721	0,1025	0,1432
0,6	0	$0{,}3126 \cdot 10^{-10}$	$0{,}4987 \cdot 10^{-3}$	$0{,}6960 \cdot 10^{-2}$	0,03612	0,07290	0,1078
0,7	0	$0{,}3520 \cdot 10^{-13}$	$0{,}1066 \cdot 10^{-3}$	$0{,}2940 \cdot 10^{-2}$	0,02200	0,05053	0,08011
0,8	0	$0{,}1512 \cdot 10^{-16}$	$0{,}1911 \cdot 10^{-4}$	$0{,}1146 \cdot 10^{-2}$	0,01280	0,03416	0,05831
0,9	0	0	$0{,}2854 \cdot 10^{-5}$	$0{,}4090 \cdot 10^{-3}$	$0{,}7191 \cdot 10^{-2}$	0,02251	0,04161
1,0	0	0	$0{,}8561 \cdot 10^{-9}$	$0{,}1338 \cdot 10^{-3}$	$0{,}3872 \cdot 10^{-2}$	0,01440	0,02920
1,25	0	0	$0{,}6300 \cdot 10^{-12}$	$0{,}5541 \cdot 10^{-5}$	$0{,}6820 \cdot 10^{-3}$	$0{,}4220 \cdot 10^{-2}$	0,01102
1,5	0	0	$0{,}1390 \cdot 10^{-15}$	$0{,}1293 \cdot 10^{-6}$	$0{,}9151 \cdot 10^{-4}$	$0{,}1035 \cdot 10^{-2}$	$0{,}3621 \cdot 10^{-2}$
1,75	0	0	0	$0{,}1681 \cdot 10^{-8}$	$0{,}9270 \cdot 10^{-5}$	$0{,}2121 \cdot 10^{-3}$	$0{,}1042 \cdot 10^{-2}$
2,0	0	0	0	$0{,}1213 \cdot 10^{-10}$	$0{,}7062 \cdot 10^{-6}$	$0{,}3600 \cdot 10^{-4}$	$0{,}2631 \cdot 10^{-3}$
2,5	0	0	0	$0{,}1032 \cdot 10^{-15}$	$0{,}1700 \cdot 10^{-8}$	$0{,}5932 \cdot 10^{-6}$	$0{,}1090 \cdot 10^{-4}$
3,0	0	0	0	0	$0{,}1261 \cdot 10^{-11}$	$0{,}4501 \cdot 10^{-8}$	$0{,}2563 \cdot 10^{-6}$
4,0	0	0	0	0	0	$0{,}2450 \cdot 10^{-13}$	$0{,}2402 \cdot 10^{-7}$
5,0	0	0	0	0	0	0	$0{,}2001 \cdot 10^{-15}$
7,0	0	0	0	0	0	0	0
10,0	0	0	0	0	0	0	0

x \ η	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
0	0,5100	0,5446	0,5703	0,6018	0,6094	0,6159	0,6100	0,6073
0,01	0,5020	0,5401	0,5602	0,5899	0,6012	0,6060	0,6060	0,6039
0,05	0,4731	0,5180	0,5491	0,5681	0,5815	0,5883	0,5901	0,5889
0,1	0,4380	0,4859	0,5196	0,5420	0,5571	0,5658	0,5702	0,5711
0,2	0,3723	0,4248	0,4628	0,4889	0,5092	0,5221	0,5311	0,5342
0,3	0,3129	0,3680	0,4094	0,4392	0,4621	0,4789	0,4899	0,4973
0,4	0,2602	0,3161	0,3591	0,3921	0,4178	0,4373	0,4508	0,4610
0,5	0,2134	0,2689	0,3130	0,3468	0,3749	0,3972	0,4133	0,4251
0,6	0,1729	0,2271	0,2710	0,3059	0,3353	0,3580	0,3771	0,3909
0,7	0,1389	0,1890	0,2321	0,2680	0,2978	0,3221	0,3419	0,3581
0,8	0,1103	0,1573	0,1979	0,2333	0,2630	0,2879	0,3094	0,3260
0,9	0,08601	0,1282	0,1672	0,2002	0,2309	0,2561	0,2782	0,2958
1,0	0,06602	0,1042	0,1402	0,1720	0,2019	0,2271	0,2490	0,2671
1,25	0,03260	0,05921	0,08700	0,1141	0,1402	0,1641	0,1851	0,2043
1,5	0,01470	0,03162	0,05202	0,07210	0,09380	0,1142	0,1331	0,1509
1,75	$0,6121 \cdot 10^{-2}$	0,01581	0,02901	0,04399	0,06049	0,07701	0,09352	0,1092
2,0	$0,2329 \cdot 10^{-2}$	0,07401	0,01540	0,02601	0,03761	0,05022	0,06361	0,07703
2,5	$0,2559 \cdot 10^{-3}$	0,01320	$0,3710 \cdot 10^{-2}$	$0,1870 \cdot 10^{-2}$	0,01299	0,011939	0,02702	0,03502
3,0	$0,1931 \cdot 10^{-4}$	$0,1800 \cdot 10^{-3}$	$0,7200 \cdot 10^{-3}$	$0,6901 \cdot 10^{-4}$	$0,3801 \cdot 10^{-2}$	$0,6500 \cdot 10^{-2}$	0,01000	$0,1410 \cdot 10^{-1}$
4,0	$0,3500 \cdot 10^{-7}$	$0,1421 \cdot 10^{-5}$	$0,1412 \cdot 10^{-4}$	$0,1060 \cdot 10^{-3}$	$0,2071 \cdot 10^{-3}$	$0,4911 \cdot 10^{-3}$	$0,1002 \cdot 10^{-2}$	$0,1710 \cdot 10^{-2}$
5,0	$0,1301 \cdot 10^{-10}$	$0,3502 \cdot 10^{-8}$	$0,1101 \cdot 10^{-8}$	$0,7879 \cdot 10^{-8}$	$0,5802 \cdot 10^{-5}$	$0,2071 \cdot 10^{-4}$	$0,5802 \cdot 10^{-4}$	$0,1312 \cdot 10^{-3}$
7,0	0	$0,6003 \cdot 10^{-15}$	$0,3600 \cdot 10^{-12}$	$0,4000 \cdot 10^{-13}$	$0,6202 \cdot 10^{-9}$	$0,6472 \cdot 10^{-8}$	$0,4203 \cdot 10^{-7}$	$0,1900 \cdot 10^{-6}$
10,0	0	0	0	0	0	$0,4004 \cdot 10^{-15}$	$0,1601 \cdot 10^{-13}$	$0,300 \cdot 10^{-12}$

Продолжение табл. 20

x' \ η	1,5	2	2,5	3	4	5	6	7
0	0,5610	0,5172	0,4568	0,4101	0,3401	0,2919	0,2591	0,2345
0,01	0,5600	0,5097	0,4560	0,4100	0,3400	0,2919	0,2587	0,2344
0,05	0,5552	0,5041	0,4534	0,4086	0,3393	0,2918	0,2586	0,2343
0,1	0,5441	0,4970	0,4489	0,4057	0,3382	0,2913	0,2583	0,2342
0,2	0,5202	0,4821	0,4393	0,3996	0,3355	0,2900	0,2577	0,2338
0,3	0,4959	0,4659	0,4288	0,3926	0,3323	0,2884	0,2567	0,2332
0.4	0,4710	0,4489	0,4176	0,3850	0,3286	0,2864	0,2555	0,2324
0,5	0,4458	0,4322	0,4058	0,3783	0 3243	0,2840	0,2540	0,2314
0,6	0,4211	0,4146	0,3933	0,3679	0,3197	0,2813	0,2523	0,2302
0,7	0,3969	0,3966	0,3804	0,3585	0,3145	0,2783	0,2503	0,2287
0,8	0,3920	0,3784	0,3671	0,3487	0,3090	0,2749	0,2481	0,2271
0,9	0,3480	0,3601	0,3534	0,3385	0,3031	0,2712	0,2453	0,2254
1,0	0,3242	0,3418	0,3396	0,3280	0,2968	0,2673	0,2429	0,2234
1,25	0,2681	0,2968	0,3042	0,3010	0,2799	0,2562	0,2352	0,2177
1,5	0,2182	0,2537	0,2487	0,2721	0,2614	0,2438	0,2264	0,2110
1,75	0,1743	0,2136	0,2145	0,2436	0,2420	0,2302	0,2165	0,2035
2,0	0,1360	0,1771	0,01695	0,2157	0,2220	0,2158	0,2057	0,1952
2,5	0,0739	0,1164	0,01175	0,1636	0,1821	0,1855	0,1824	0,1769
3,0	0,04203	0,07210	0,06311	0,1189	0,1441	0,1551	0,1580	0,1569
4,0	$0{,}9601 \cdot 10^{-2}$	0,02323	0,02201	0,05532	0,08191	0,09962	0,1104	0,1163
5,0	$0{,}1531 \cdot 10^{-2}$	$0{,}5929 \cdot 10^{-2}$	0,01402	0,02191	0,04089	0,05761	0,07040	0,07971
7,0	$0{,}2011 \cdot 10^{-5}$	$0{,}1919 \cdot 10^{-3}$	$0{,}5210 \cdot 10^{-2}$	$0{,}2110 \cdot 10^{-3}$	$0{,}6999 \cdot 10^{-2}$	0,01410	0,02201	0,02969
10,0	$0{,}3004 \cdot 10^{-11}$	$0{,}1910 \cdot 10^{-6}$	$0{,}1904 \cdot 10^{-5}$	$0{,}1915 \cdot 10^{-4}$	$0{,}1980 \cdot 10^{-3}$	$0{,}8052 \cdot 10^{-3}$	$0{,}2030 \cdot 10^{-2}$	$0{,}3901 \cdot 10^{-3}$

Продолжение табл. 20

$\frac{l}{x}$ \ η	8	10	15	20	25	32	50
0	0,2159	0,1894	0,1513	0,1297	0,1154	0,1015	0,08069
0,01	0,2159	0,1894	0,1513	0,1297	0,1154	0,1015	0,08069
0,05	0,2159	0,1894	0,1513	0,1297	0,1154	0,1015	0,08069
0,1	0,2158	0,1894	0,1512	0,1297	0,1153	0,1015	0,08068
0,2	0,2156	0,1892	0,1512	0,1296	0,1153	0,1014	0,08068
0,3	0,2151	0,1889	0,1510	0,1296	0,1152	0,1014	0,08065
0,4	0,2145	0,1885	0,1508	0,1294	0,1151	0,1013	0,08083
0,5	0,2138	0,1881	0,1507	0,1293	0,1149	0,1013	0,08059
0,6	0,2128	0,1875	0,1502	0,1291	0,1148	0,1012	0,08058
0,7	0,2118	0,1868	0,1499	0,1289	0,1146	0,1011	0,08058
0,8	0,2106	0,1860	0,1495	0,1286	0,1144	0,1010	0,08057
0,9	0,2092	0,1851	0,1491	0,1283	0,1142	0,1080	0,08057
1,0	0,2077	0,1840	0,1486	0,1280	0,1135	0,1007	0,08056
1,25	0,2033	0,1811	0,1471	0,1271	0,1127	0,1002	0,08056
1,5	0,1981	0,1776	0,1453	0,1259	0,1117	0,09958	0,08055
1,75	0,1921	0,1735	0,1431	0,1246	0,1106	0,09901	0,08055
2,0	0,1855	0,1689	0,1407	0,1230	0,1081	0,09822	0,07952
2,5	0,1706	0,1584	0,1352	0,1194	0,1050	0,09650	0,07841
3,0	0,1541	0,1465	0,1286	0,1152	0,09760	0,09443	0,07707
4,0	0,1193	0,1202	0,1134	0,1050	0,08889	0,088919	0,06702
5,0	0,08613	0,08331	0,09650	0,09320	0,06221	0,08289	0,05906
7,0	0,03670	0,04782	0,06272	0,06789	0,04062	0,06831	0,05071
10,0	$0{,}6231 \cdot 10^{-2}$	0,01180	0,02522	0,03468	0,02560	0,04530	0,04843

§ 4. Неустановившийся приток к дрене в ограниченной трехслойной по мощности области фильтрации

Горизонтальная дрена располагается в верхнем слое трехслойного грунта и дренирует ограниченную в плане прямолинейными границами питания область фильтрации. При этом наряду с питанием грунтовых вод со стороны этих границ в рассматриваемой области фильтрации на свободную поверхность грунтового потока действует также инфильтрационное питание с постоянной интенсивностью ε. Для упрощения решения дрена принимается совершенной относительно верхнего слоя, дренирование осуществляется постоянным расходом q. Тогда система (6.64), в которой принимается $q = \text{const}$, решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$t = 0,\ H_1 = H_2 = H_н;\ t > 0,\ x = 0,\ H_1 = H_2 = H_1';$$
$$t > 0,\ x = L,\ H_1 = H_2 = H_2',$$

где L — расстояние между границами питания; H_1' и H_2' — уровни воды на границах питания. Как и в предыдущих случаях, решения для H_1 и H_2 представим в виде равенства (6.65), в котором уровни $H_1(x,\ \infty)$ и напоры $H_2(x,\ \infty)$ при установившемся режиме фильтрации находят в результате решения системы уравнений

$$T_1 \frac{\partial^2 H_1}{\partial x^2} - \frac{k_2}{m_2}(H_1 - H_2) + \varepsilon - q\delta(x - L_1) = 0;$$
$$T_3 \frac{\partial^2 H_2}{\partial x^2} + \frac{k_2}{m_2}(H_1 - H_2) = 0 \qquad (7.68)$$

при граничных условиях

$$H_1|_{x=0} = H_2|_{x=0} = H_1';\quad H_1|_{x=L} = H_2|_{x=L} = H_2'.$$

Опуская промежуточные выкладки, запишем окончательные выражения для определения $H_1(x,\ \infty)$ и $H_2(x,\ \infty)$: при $x < L_1$

$$H_1(x,\ \infty) = H_1' + \frac{1}{T} R(x) + \frac{T_3}{TT_1} W(x),$$
$$H_2(x,\ \infty) = H_1' + \frac{1}{T} R(x) - \frac{1}{T} W(x); \qquad (7.69)$$

при $x > L_1$

$$H_1(x,\ \infty) = H_1' + \frac{1}{T}[R(x) + qx(x - L_2)] +$$
$$+ \frac{T_3}{TT_1}\left[W(x) + \frac{q}{c}\operatorname{sh}(\bar{x} - \bar{L}_2)\right],$$
$$H_2(x,\ \infty) = H_1' + \frac{1}{T}[R(x) + qx(x - L_2)] - \qquad (7.70)$$
$$- \frac{1}{T}\left[W(x) - \frac{q}{c}\operatorname{sh}(\bar{x} - \bar{L}_2)\right],$$

где $R(x) = -\frac{\varepsilon x^2}{2} + \left[(H_2' - H_1') - \frac{q}{L}(L - L_2) + \frac{\varepsilon L}{2}\right] x;$

$$W(x) = \frac{\varepsilon}{c^2} - \frac{q \operatorname{sh} \bar{L}_2}{c \operatorname{sh} \bar{L}} \operatorname{sh} \bar{x} - \frac{\varepsilon}{c^2 \operatorname{ch} 0{,}5\bar{L}} \operatorname{ch} (\bar{x} - 0{,}5\bar{L});$$

$\bar{L} = cL$; $\bar{x} = cx$; $\bar{L}_2 = cL_2$; $L_2 = L - L_1$; L_1 — расстояние от границы питания с уровнем H_1' до дрены.

Уровни $H_1'(x, t)$ и напоры $H_2'(x, t)$ находим в результате решения системы (6.64) при $\bar{\varepsilon} = 0$ и $q = 0$ и краевых условиях

$$t = 0,\ H_1' = H_н - H_1(x, \infty),\ H_2' = H_н - H_2(x, \infty);$$

$$t > 0,\ x = 0,\ H_1' = H_2' = 0;$$

$$t > 0,\ x = L,\ H_1' = H_2' = 0.$$

Применив к этой системе синус-преобразование Фурье

$$\Phi[H_i'(x, t)] = \int_0^L H_i'(x, t) \sin \frac{n\pi x}{L} dx, \tag{7.71}$$

получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений вида (6.97), в которой

$$\alpha_n = -a_1 \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 - b_1,\ \beta_n = -a_2 \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 - b_2 \quad (n = 1, 2, 3, \ldots).$$

При $t = 0$

$$H_{i_c}' = \int_0^L (H_н - H_i(x, \infty)) \sin \frac{n\pi x}{L} dx = \bar{H}_i(n). \tag{7.72}$$

Выполнив интегрирование в выражении (7.72), получим

$$\begin{aligned}
\bar{H}_1(n) = {} & \frac{2}{n\pi}\left(\frac{\varepsilon T_3}{c^2 T T_1} - H_н\right)\delta(n) + \left(\frac{H_2' - H_1'}{L} + \frac{\varepsilon L}{2T}\right)\varphi_1(n) - \\
& - \frac{\varepsilon}{2T}\varphi_2(n) - \frac{qT_3}{TT_1}\frac{\operatorname{sh} \bar{L}_2}{\operatorname{sh} \bar{L}}\varphi_3(n) - \frac{\varepsilon T_3}{TT_1 c^2 \operatorname{ch} 0{,}5\bar{L}}\varphi_4(n) - \\
& - \frac{qL}{T}\varphi_5(n, L_1) - \frac{qT_3}{TT_1 c}\varphi_6(n, L_1);
\end{aligned} \tag{7.73}$$

$$\begin{aligned}
\bar{H}_2(n) = {} & \frac{2}{n\pi}\left(H_н + \frac{\varepsilon}{c^2 T}\right)\delta(n) + \left(\frac{H_2' - H_1'}{L} + \frac{\varepsilon L}{2T}\right)\varphi_1(n) - \\
& - \frac{\varepsilon}{2T}\varphi_2(n) + \frac{q \operatorname{sh} \bar{L}_2}{Tc \operatorname{sh} \bar{L}}\varphi_3(n) + \frac{\varepsilon}{Tc^2 \operatorname{ch} 0{,}5\bar{L}}\varphi_4(n) - \\
& - \frac{qL}{T}\varphi_5(n, L_1) - \frac{q}{cT}\varphi_6(n, L_1),
\end{aligned}$$

где

$$\delta(n) = (-1)^n - 1, \quad \varphi_1(n) = (-1)^{n+1}\frac{2L}{n\pi};$$

$$\varphi_2(n) = \frac{2L^2}{n\pi}\left[\frac{2}{(n\pi)^2}\delta(n) + (-1)^{n+1}\right],$$

$$\varphi_3(n) = (-1)^{n+1}\frac{2n\pi \operatorname{sh}\bar{L}}{\left[c^2 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2\right]L^2};$$

$$\varphi_4(n) = -\frac{2n\pi \operatorname{ch} 0{,}5\,\bar{L}}{L^2\left[c^2 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2\right]}\delta(n), \quad \varphi_5(n,\ L_1) = -\frac{2}{(n\pi)^2}\sin\frac{n\pi L_1}{L};$$

$$\varphi_6(n,\ L_1) = (-1)^{n+1}\frac{2n\pi \operatorname{sh}(\bar{L} - \bar{L}_1)}{L^2\left[c^2 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2\right]} - \frac{2c\sin\frac{n\pi L_1}{L}}{L\left[c_3 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2\right]}.$$

При решении системы (6.97) получаются выражения (6.100). Переход от изображений $H_i'(n,\ t)$ к их оригиналам $H_i'(x,\ t)$ осуществляется по формуле

$$H_i'(x,\ t) = \frac{2}{L}\sum_{n=1}^{\infty} H_i'(n,\ t)\sin\frac{n\pi x}{L}. \tag{7.74}$$

Таким образом, искомое общее решение имеет вид

$$\begin{aligned} H_1(x,\ t) &= H_1(x,\ \infty) + \frac{2}{L}\sum_{n=1}^{\infty} H_1'(n,\ t)\sin\frac{n\pi x}{L}; \\ H_2(x,\ t) &= H_2(x,\ \infty) + \frac{2}{L}\sum_{n=1}^{\infty} H_2'(n,\ t)\sin\frac{n\pi x}{L}. \end{aligned} \tag{7.75}$$

Расчетные формулы несколько упрощаются в случае двухстороннего симметричного притока к дрене, когда следует положить $L_1 = L_2 = 0{,}5L$.

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ДРЕНАЖА ПРИ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ

Методы инженерного расчета горизонтального дренажа при неустановившейся фильтрации довольно подробно разработаны для простых схем в однородных грунтах и в меньшей степени для более сложных схем в неоднородно-слоистых грунтах.

Из предыдущего изложения видно, что теоретические решения отдельных задач даже для упрощенных схем, как правило, весьма сложны для использования в практических расчетах. Поэтому при разработке рекомендаций по расчету неустановившейся фильтрации к дренажам особое внимание было уделено представлению конечных результатов в форме, удобной для практического использования. Для этого основные характеристики оказалось целесообразным представить в виде произведения соответствующих параметров дренажа, полученных из условий установившейся фильтрации, на некоторые коэффициенты, преимущественно зависящие от времени (они могут быть определены с меньшей точностью).

Приведенные ниже методы расчета наиболее важных и распространенных схем горизонтального дренажа являются результатом довольно сложных теоретических исследований и решений задач неустановившейся фильтрации, частично рассмотренных в предыдущих главах, а также в работах [2, 6, 57, 92, 119, 135, 148, 159, 169, 171, 172 и др.].

При анализе результатов теоретических исследований широко использовались расчеты на ЭВМ.

§ 1. Систематический горизонтальный дренаж с инфильтрационным питанием в однородном грунте

Как уже указывалось выше, в данной схеме дренажа наибольший интерес представляет нахождение максимального превышения уровня грунтовых вод посредине между дренами, минимального превышения уровня вблизи дрены и погонного расхода дрены. Поэтому в дальнейшем, исходя из решений, приведенных в гл. 6, а также других теоретических решений, ограничимся разработкой практических рекомендаций по расчету этих основных характеристик дренажа.

1. В случае однородного грунта с постоянной проводимостью T расчетные формулы имеют вид: превышение уровня посредине между дренами

$$h_0(t) = H_0(t) - H_д = h_0 + h_н\beta_1(\bar{t}) - \frac{\varepsilon L^2}{T}\beta_2(\bar{t}); \qquad (8.1)$$

расход дрены

$$q(t) = \frac{2T}{L}h_н\rho_1(\bar{t}) + \varepsilon B\ 1 - \rho_2(\bar{t})]; \qquad (8.2)$$

превышение уровня $h'_д(t)$ вблизи дрены

$$h'_д(t) = H'_д(t) - H_д = \frac{q(t)}{T}\Phi. \qquad (8.3)$$

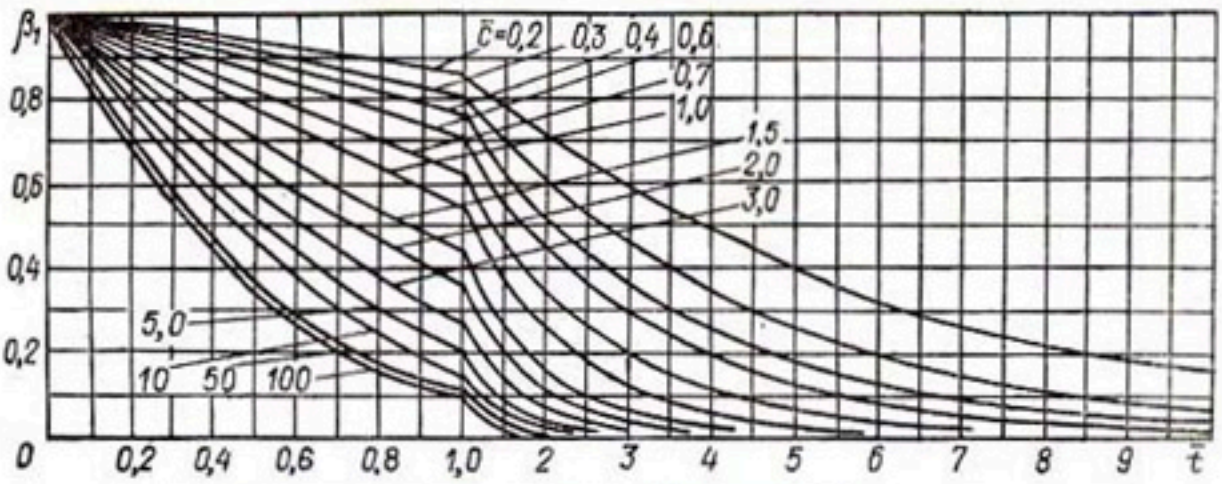


Рис. 40. Графики для определения коэффициента β_1.

В приведенных формулах h_0 — превышение уровня грунтовых вод при установившемся режиме фильтрации, который определяется по формуле (3.11); $h_н = H_н - H_д$ — начальное превышение уровня; β_1, β_2, ρ_1 и ρ_2 — коэффициенты, которые в зависимости от времени $\bar{t} = t/\tau$ ($\tau = L^2\mu/T$) и параметра несовершенства $\bar{c} = L/2\Phi$ определяются по графикам, приведенным на рис. 40—43.

2. В случае однородного безнапорного потока с горизонтальным водоупором приведенные формулы по известным способам можно преобразовать к виду

$$h_0(t) = \sqrt{h_д^2 + \frac{\varepsilon L}{k}(L + 4\Phi) + (h_н^2 - h_д^2)\beta_1(\bar{t}) - \frac{2\varepsilon L^2}{k}\beta_2(\bar{t})}; \qquad (8.4)$$

$$q(t) = \frac{k(h_н^2 - h_д^2)}{L}\rho_1(\bar{t}) + \varepsilon B[1 - \rho_2(\bar{t})]; \qquad (8.5)$$

$$h'_д(t) = h_д + \frac{2q(t)}{k(h_н + h_д)}\Phi, \qquad (8.6)$$

где $\tau = \frac{2\mu L^2}{k(h_н + h_д)}$; $h_0(t)$ и $h_д(t)$ — искомые глубины на междуреньи и вблизи дрены, соответствующие уровням $H_0(t)$ и $H'_д(t)$; $h_н$ и $h_д$ — начальная глубина потока и глубина воды в дрене, соответствующие уровням $H_н$ и $H_д$.

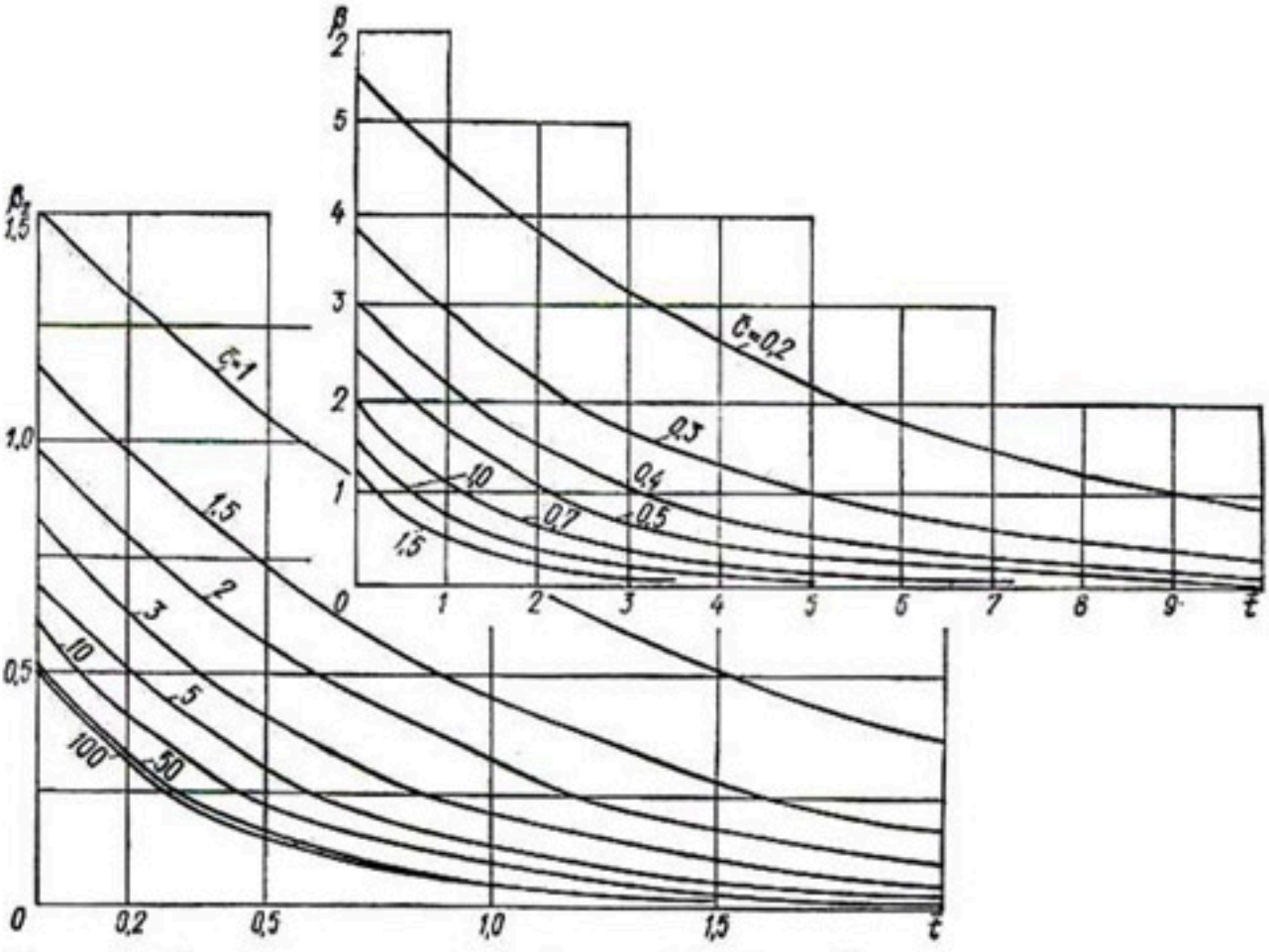


Рис. 41. Графики для определения коэффициента β_2.

3. В практике проектирования мелиоративного дренажа наиболее распространенными являются задачи, в которых требуется определить расстояние между дренами B по допустимому подъему уровня грунтовых вод на междренье в конце расчетного периода питания грунтовых вод продолжительностью t. Используя зависи-

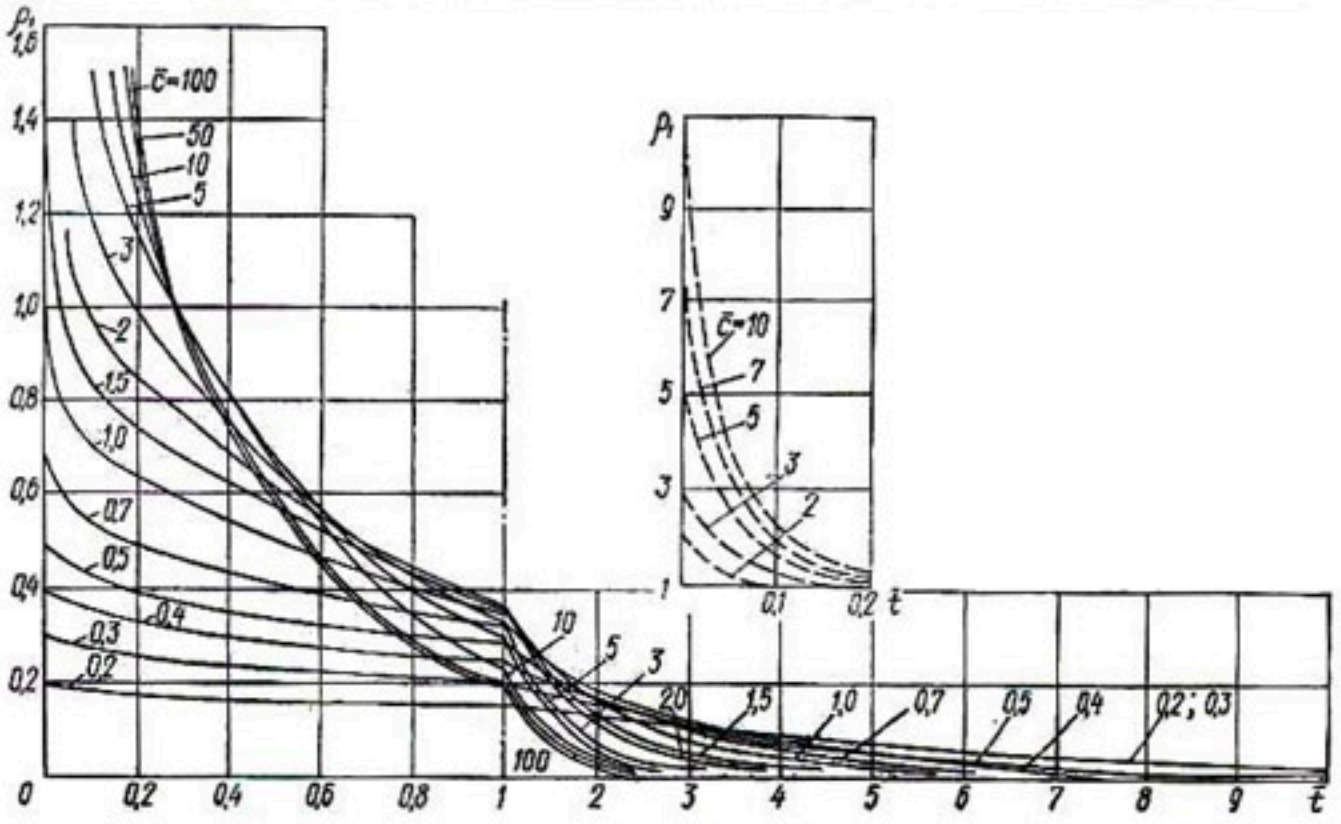


Рис. 42. Графики для определения коэффициента ρ_1.

мость (3.11) и выражение для времени стабилизации τ, можно получить

$$h_0 = \frac{\varepsilon\tau}{2\mu}. \tag{8.7}$$

Подставив в формулу (3.12) значение h_0 из формулы (8.7), получим расчетную зависимость для определения расстояния B в условиях неустановившейся фильтрации:

$$B = 2\left(\sqrt{4\Phi^2 + \frac{T\tau}{\mu}} - 2\Phi\right). \tag{8.8}$$

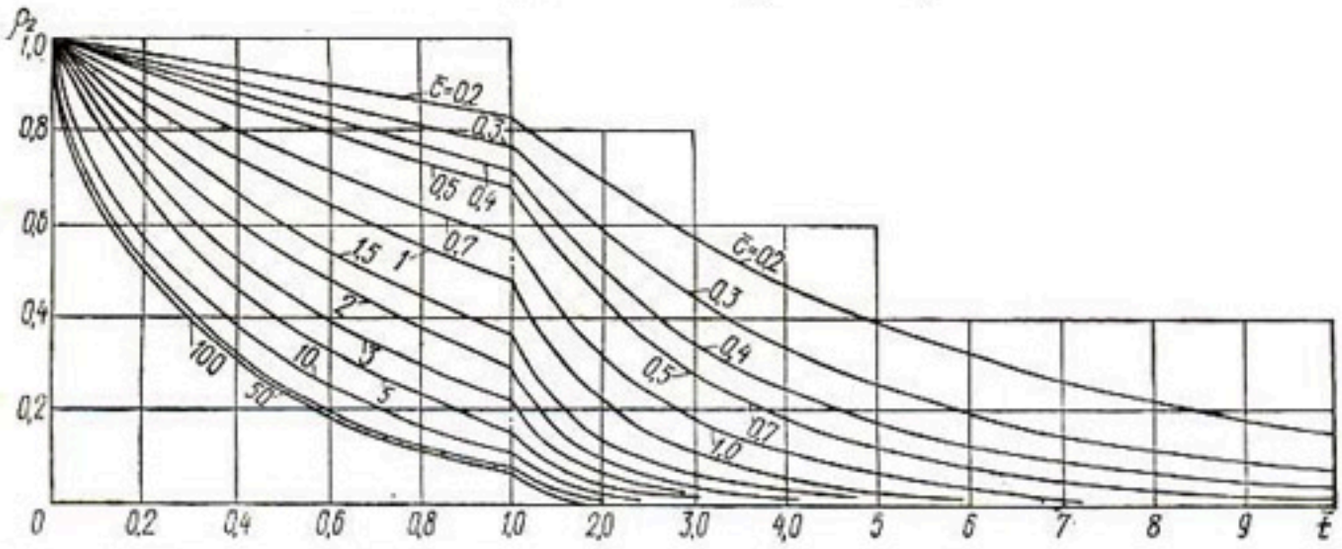


Рис. 43. Графики для определения коэффициента ρ_2.

Входящие в формулу (8.8) величины T, μ и Φ известны из предыдущего изложения. Поэтому более подробно остановимся на методике определения времени стабилизации $\tau = t/\bar{t}$. Используя (8.7), при $H_н = H_д$ (8.1) после некоторых простых преобразований получаем

$$h_0(t) = \frac{\varepsilon t}{\mu}\omega, \tag{8.9}$$

где $\varepsilon t/\mu$ — величина подъема поверхности грунтовых вод при отсутствии дренажа; $\omega = [1 - 2c^*\beta_2(\bar{t})]/2\bar{t}$ — коэффициент, зависящий от относительного времени $\bar{t}$ и коэффициента $c^* = \bar{c}/(\bar{c} + 2)$, т. е. $\omega = f(\bar{t}, \bar{c})$ (согласно данным работы [3], ω называется коэффициентом использования свободной емкости грунта). Этот коэффициент определяет ту часть питания грунтовых вод, которая идет на подъем их поверхности, а коэффициент $1 - \omega$ показывает, какая доля питания отводится дренажем. Графики для определения коэффициента ω приведены на рис. 44. Решая уравнение (8.9) относительно ω, получаем

$$\omega = \frac{\mu h_0(t)}{\varepsilon t}. \tag{8.10}$$

Все величины в правой части зависимости (8.10) известны, поэтому, определив коэффициент ω и зная коэффициент $\bar{c}$, по графику рис. 44 находим относительное время $\bar{t}$, а затем и время стабилизации $\tau =$

$= t/\bar{t}$. Далее, воспользовавшись формулой (8.8), определим расстояние между дренами по допустимому подъему грунтовых вод h_0.

4. В случае однородного грунта с переменным во времени инфильтрационным питанием (испарением), изменяющимся по ступенчатому закону, расчетные зависимости имеют вид: превышение уровня в i-м периоде с учетом влияния превышений в предыдущих периодах в сечении посредине между дренами

$$h_0(t^{(i)}) = h_0(\varepsilon_i) - (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})\,\delta\beta_2(\bar{t}_i) - (\varepsilon_{i-1} - \varepsilon_{i-2})\,\delta\beta_2(\bar{t}_i + \bar{t}_{i-1}) - \\ - \cdots - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\,\delta\beta_2(\bar{t}_i + \ldots + \bar{t}_2) - \varepsilon_1\delta\beta_2(\bar{t}^{(i)}) + h_н\beta_1(\bar{t}^{(i)}); \qquad (8.11)$$

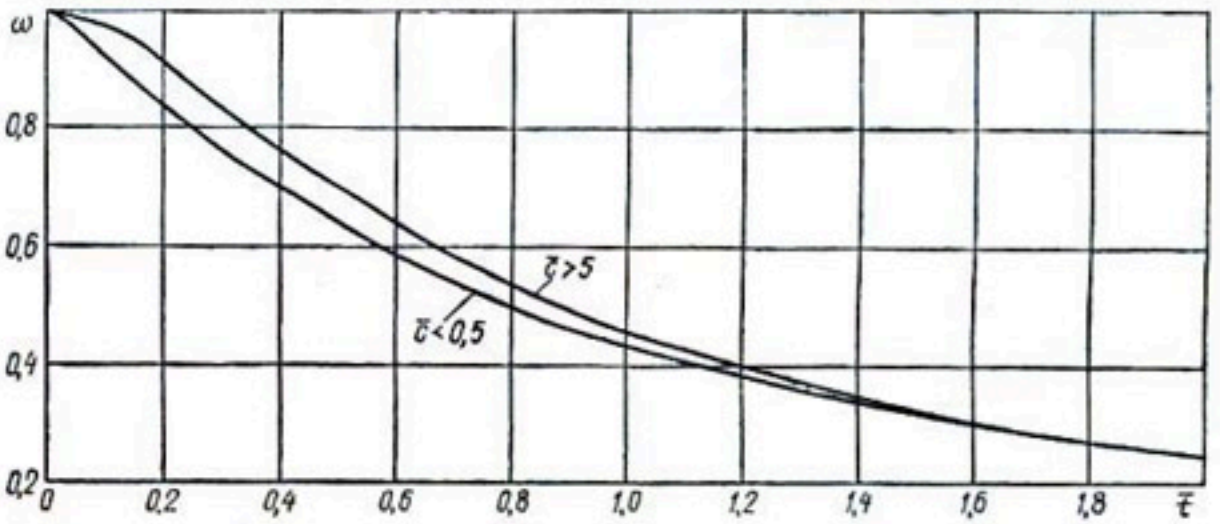


Рис. 44. Графики для определения коэффициента ω.

расход дрены в i-м периоде с учетом расходов в предыдущих периодах

$$q(\bar{t}^{(i)}) = \varepsilon_i B - (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})\,B\rho_2(\bar{t}_i) - (\varepsilon_{i-1} - \varepsilon_{i-2}) \times \\ \times B\rho_2(\bar{t}_i + \bar{t}_{i-1}) - \cdots - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \times \\ \times B\rho_2(\bar{t}_i + \cdots + \bar{t}_2) - \varepsilon_1 B\rho_2(\bar{t}^{(i)}) + \frac{4h_н T}{B}\rho_1(\bar{t}^{(i)}); \qquad (8.12)$$

превышение вблизи дрены

$$h_д'(\bar{t}^{(i)}) = \frac{q(t^{(i)})}{T}\Phi, \qquad (8.13)$$

где $\delta = L^2/T$, $h_н = H_н - H_д$, $\bar{t}_i = t_i/\tau$, $h_0(\varepsilon_i)$ — превышение уровня при установившемся режиме фильтрации для инфильтрации ε_i, вычисляемое по формуле (3.11). Численные значения коэффициентов $\beta(\bar{t}_v)$ и $\rho(\bar{t}_v)$ определяются из графиков рис. 40—43 при значениях времен $\bar{t}_v = \bar{t}_1, \bar{t}_2, \ldots, \bar{t}_i, \bar{t}^{(i)}, \ldots$, указанных в скобках при символах β и ρ.

5. Приведенные выше зависимости получены при условии наличия инфильтрационного питания грунтовых вод с постоянной интенсивностью ε. Если вместо инфильтрации наблюдается испарение с поверхности грунтовых вод с постоянной интенсивностью ε, то в расчетных зависимостях величина ε должна иметь противоположный знак. Однако известно, что особенно при испарении вели-

чина ε существенно зависит от глубины уровня грунтовых вод, уменьшаясь с увеличением этой глубины. Поэтому в практических расчетах следует использовать как интенсивность испарения величину ε, изменяющуюся с глубиной уровня грунтовых вод по линейной зависимости (5.3). Критическая глубина z_* для различных грунтов приближенно принимается следующей [74]: для лессов, пылеватых суглинков 3,5—4,0, для средних суглинков 3,0, для тяжелых суглинков 2,0, для тяжелых глин 1,2—1,5, для песков

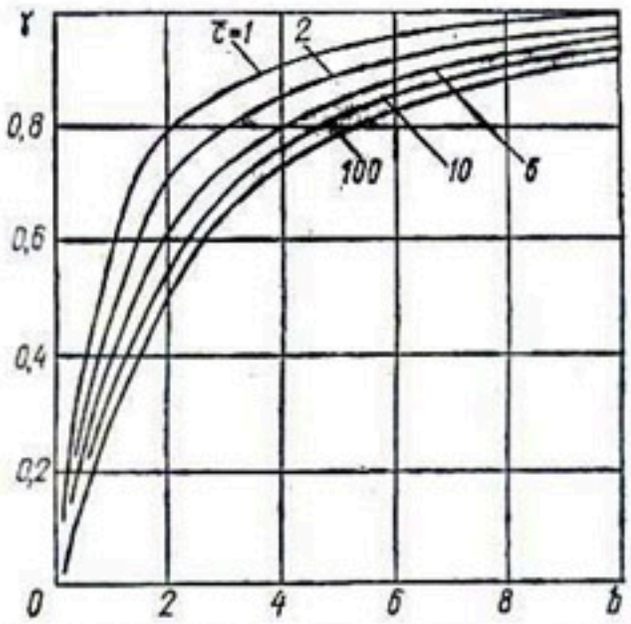


Рис. 45. Графики для определения коэффициента γ.

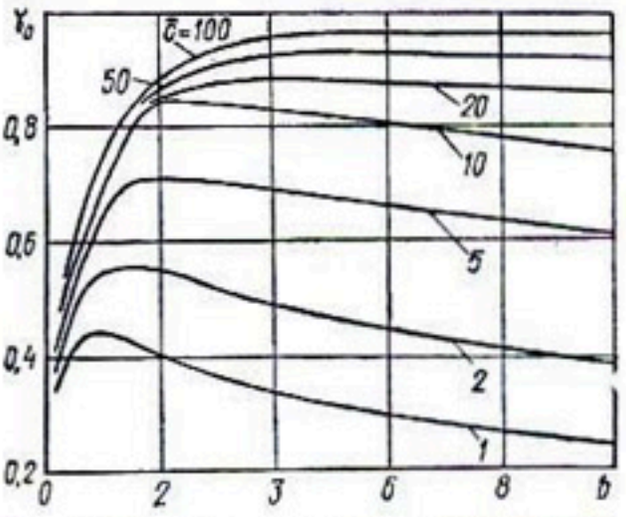


Рис. 46. Графики для определения коэффициента γ_0.

средне- и мелкозернистых 0,5—1,2 м. В этом случае расчетные зависимости имеют вид

$$h_0(t) = \bar{h}_0 + h_н\beta_1(\bar{t}_*) - b\bar{h}_*\beta_2(\bar{t}_*); \tag{8.14}$$

$$q(t) = \bar{q} + \frac{2Th_н}{L}\rho_1(\bar{t}_*) - \frac{2bT\bar{h}_*}{L}\rho_2(\bar{t}_*), \tag{8.15}$$

а превышение уровня вблизи дрены $h_д'(t)$ находится по формуле (8.3). Здесь $\bar{h}_0$ и $\bar{q}$ — превышение уровня и дренажный расход при установившемся режиме фильтрации:

$$\bar{h}_0 = \bar{H}_0 - H_д = \bar{h}_*\gamma; \tag{8.16}$$

$$\bar{q} = \frac{2T\bar{h}_*}{L}\gamma_0\sqrt{b}, \tag{8.17}$$

где $\gamma = 1 - \dfrac{\bar{c}}{\bar{c}\,\mathrm{ch}\sqrt{b} + b\,\mathrm{sh}\sqrt{b}}$; $\gamma_0 = (1-\gamma)\,\mathrm{sh}\sqrt{b}$; $b = L^2\varepsilon_п/Tz_*$; $\bar{c} = L/2Ф$; $\bar{h}_* = H_* - H_д$; H_* — уровень грунтовых вод, при котором $\varepsilon = 0$. При определении коэффициентов γ и γ_0 можно воспользоваться расчетными графиками рис. 45, 46, заимствованными из работы [113]. Значения коэффициентов $\bar{\beta}_1(\bar{t}_*)$ и $\rho_1(\bar{t}_*)$ с достаточной для инженерных расчетов точностью при $\bar{t} \geqslant 0{,}1$ можно взять из графиков рис. 40, 42, на которых вместо времени $\bar{t}$ принимается $\bar{t}_* =$

$= \frac{\bar{t}(\alpha^2 + b)}{\alpha^2}$, значение коэффициента α берется из табл. 21. Коэффициенты $\beta_2(\bar{t}_*)$ и $\rho_2(\bar{t}_*)$ вычисляются по формулам

$$\beta_2(\bar{t}_*) = \frac{\beta_1(\bar{t}_*)}{\alpha^2 + b}, \quad \rho_2(\bar{t}_*) = \frac{\rho_1(\bar{t}_*)}{\alpha^2 + b}.$$

Выполненный анализ показал, что по предложенной методике расчеты целесообразно проводить при $z_д \geqslant z_*$, где $z_д$ — глубина за-

Таблица 21

$\bar{c}$	α	$\bar{c}$	α	$\bar{c}$	α	$\bar{c}$	α
0	0	2	1,077	0,10	0,311	20	1,496
0,005	0,070	4	1,265	0,256	0,477	40	1,533
0,01	0,10	7	1,377	0,5	0,653	100	1,555
0,05	0,221	10	1,429	1,0	0,860	∞	1,571

кладки дренажа от поверхности земли. При $z_д < z_*$ в практических расчетах вполне можно принимать интенсивность испарения ε постоянной и равной средней величине.

Примеры. 1. Требуется определить основные характеристики безнапорного грунтового потока при следующих исходных данных:

Таблица 22

t, сут	$\bar{t}$	β_1	β_2	ρ_1	ρ_2	$h_0(t)$, м	q, м²/сут	$h'_д(t)$, м
0	0	1	0,69	5,2	1	15	—	15
5	0,045	0,955	0,65	3,70	0,90	14,92	3,03	14,15
10	0,090	0,90	0,60	1,85	0,815	14,82	1,55	13,10
20	0,18	0,81	0,515	1,20	0,725	14,66	1,05	12,75
50	0,450	0,55	0,33	0,75	0,425	14,12	0,78	12,55
80	0,718	0,34	0,20	0,455	0,270	13,65	0,59	12,42
120	1,09	0,20	0,105	0,28	0,140	13,33	0,48	12,34
200	1,80	0,05	0,07	0,06	0,04	12,91	0,34	12,24
∞	∞	0	0	0	0	12,83	0,30	12,21

$h_н = 15$ м, $h_д = 12$ м, $k = 1{,}5$ м/сут, $B = 300$ м, $\mu = 0{,}1$, $\varepsilon = 0{,}001$ сут, $r_д = 0{,}15$ м.

Предварительно определяем $m \approx \frac{h_н + h_д}{2} = 13{,}5$ м,

$$\Phi = 0{,}73 \cdot 13{,}5 \lg \frac{13 \cdot 5}{3{,}14 \cdot 0{,}15} = 14{,}4 \text{ м}, \quad \bar{c} = \frac{150}{2 \cdot 14 \cdot 4} = 5{,}21,$$

$$\tau = \frac{2 \cdot 0{,}1 \cdot 150^2}{1{,}5(15 + 12)} = 111{,}1 \text{ сут}.$$

Расчеты глубин $h_0(t)$, $h'_д(t)$ и дренажного расхода по формулам (8.4) — (8.6) сведены в табл. 22.

Номер периода	t_i, сут	$t^{(i)}$, сут	$\bar{t}_i$	$\bar{t}^{(i)}$	ε_i, м/сут	$h_0(\varepsilon_i)$, м	$\varepsilon_i B$, м²/сут	$\beta_2(\bar{t}_i)$
1	15	15	0,038	0,038	0,001	2,4	0,40	0,565
2	45	60	0,112	0,150	0	0	0	0,495
3	150	210	0,375	0,525	0,0005	1,20	0,20	0,292
4	90	300	0,225	0,750	0,0006	1,44	0,24	0,395
5	65	365	0,163	0,915	0	0	0	0,460

2. Определить расстояние между дренами по допустимому подъему уровня грунтовых вод $h_0(t) = H_0(t) - H_д = 1{,}5$ м на конец расчетного периода продолжительностью $t = 180$ сут. Остальные исходные данные следующие: $m = 40$ м, $k = 0{,}8$ м/сут, $\mu = 0{,}08$, $\varepsilon = 0{,}0012$ м/сут, $r_д = 0{,}15$ м.

Предварительно находим вспомогательные параметры Ф, T и ω:

$$\Phi = 0{,}73 \cdot 40 \lg \frac{40}{3{,}14 \cdot 0{,}15} = 56{,}3 \text{ м},$$

$$T = 0{,}8 \cdot 40 = 32 \text{ м}^2/\text{сут}, \quad \omega = \frac{0{,}08 \cdot 1{,}5}{0{,}0012 \cdot 180} = 0{,}556.$$

Полагая $\bar{c} = 1$, по графику рис. 44 устанавливаем, что коэффициенту $\omega = 0{,}556$ соответствует значение $\bar{t} = 0{,}75$ и, следовательно,

$$\tau = \frac{t}{\bar{t}} = \frac{180}{0{,}75} = 240 \text{ сут}.$$

Тогда расстояние между дренами по формуле (8.8) составит

$$B = 2\left(\sqrt{4 \cdot 56{,}3^2 + \frac{32 \cdot 240}{0{,}08}} - 2 \cdot 56{,}3\right) = 434 \text{ м}.$$

При $\bar{c} = \frac{217}{2 \cdot 56{,}3} = 1{,}94$ также имеем $\bar{t} \approx 0{,}75$, поэтому расчет расстояния B можно считать окончательным.

3. Определить превышения $h_0(\bar{t}^{(i)})$, $h_д(\bar{t}^{(i)})$ и дренажный расход $q(\bar{t}^{(i)})$ в отдельные периоды года при переменном питании интенсивностью ε_i в отдельные периоды продолжительностью t_i, приведенные в табл. 23. Исходные данные следующие:
$L = 200$ м, $k = 1$ м/сут, $m = 10$ м, $\mu = 0{,}1$, $h_н = 2$ м, Ф $= 10$ м.

Предварительно находим

$$T = 1 \cdot 10 = 10 \text{ м}^2/\text{сут}, \quad \tau = \frac{0{,}1 \cdot 200^2}{10} = 400 \text{ сут},$$

$$\bar{c} = \frac{200}{2 \cdot 10} = 10, \quad \delta = \frac{200^2}{10} = 4 \cdot 10^3 \text{ сут}.$$

Расчеты превышений $h_0(\bar{t}^{(i)})$ находим по формуле (8.11):

$$h_0(\bar{t}^{(1)}) = h_0(\varepsilon_1) - \varepsilon_1 \delta \beta_2(\bar{t}_1) + h_н \beta_1(\bar{t}_1) =$$

Таблица 23

$\beta_2(\bar{t}^{(i)})$	$\beta_1(\bar{t}^{(i)})$	$\rho_2(\bar{t}_1)$	$\rho_2(\bar{t}^{(i)})$	$\rho_1(\bar{t}^{(i)})$	$h_0(t^{(i)})$, м	$q(t^{(i)})$, м²/сут	$h'_д(t^{(i)})$, м
0,565	0,96	0,83	0,83	4,80	2,06	1,028	1,028
0,465	0,84	0,695	0,650	1,70	1,80	0,358	0,358
0,215	0,44	0,41	0,300	0,62	1,63	0,254	0,254
0,135	0,28	0,55	0,189	0,39	1,52	0,248	0,248
0,105	0,20	0,645	0,140	0,28	0,93	0,158	0,158

$$= 2{,}4 - 0{,}001 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}565 + 2 \cdot 0{,}96 = 2{,}06 \text{ м};$$

$$h_0(\bar{t}^{(2)}) = h_0(\varepsilon_2) - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\,\delta\beta_2(\bar{t}_2) - \varepsilon_1\delta\beta_2(\bar{t}^{(2)}) + h_н\beta_1(\bar{t}^{(2)}) =$$
$$= 0 - (0 - 0{,}001)\,4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}495 - 0{,}001 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}465 +$$
$$+ 2 \cdot 0{,}84 = 1{,}80 \text{ м};$$

$$h_0(\bar{t}^{(3)}) = h_0(\varepsilon_3) - (\varepsilon_3 - \varepsilon_2)\,\delta\beta_2(\bar{t}_3) - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\,\delta\beta_2(\bar{t}_3 + \bar{t}_2) -$$
$$- \varepsilon_1\delta\beta_2(\bar{t}^{(3)}) + h_н\beta_1(\bar{t}^{(3)}) = 1{,}20 - (0{,}0005 - 0) \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}246 -$$
$$- (0 - 0{,}001)\,4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}225 - 0{,}001 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}215 +$$
$$+ 2 \cdot 0{,}44 = 1{,}63 \text{ м};$$

$$h_0(\bar{t}^{(4)}) = h_0(\varepsilon_4) - (\varepsilon_4 - \varepsilon_3)\,\delta\beta_2(\bar{t}_4) - (\varepsilon_3 - \varepsilon_2)\,\delta\beta_2(\bar{t}_4 + \bar{t}_3) -$$
$$- (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\,\delta\beta_2(\bar{t}^{(4)} - \bar{t}_1) - \varepsilon_1\delta\beta_2(\bar{t}^{(4)}) + h_н\beta_1(\bar{t}^{(4)}) =$$
$$= 1{,}44 - (0{,}0006 - 0{,}0005)\,4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}395 - (0{,}0005 - 0)\,4 \times$$
$$\times 10^3 \cdot 0{,}18 - (0 - 0{,}001)\,4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}145 -$$
$$- 0{,}001 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}135 + 2 \cdot 0{,}28 = 1{,}52 \text{м};$$

$$h_0(\bar{t}^{(5)}) = h_0(\varepsilon_5) - (\varepsilon_5 - \varepsilon_4)\,\delta\beta_2(\bar{t}_5) - (\varepsilon_4 - \varepsilon_3)\,\delta\beta_2(\bar{t}_5 + \bar{t}_4) -$$
$$- (\varepsilon_3 - \varepsilon_2)\,\delta\beta_2(\bar{t}_5 + \bar{t}_4 + \bar{t}_3) - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\,\delta\beta_2(\bar{t}^{(5)} - \bar{t}_1) -$$
$$- \varepsilon_1\delta\beta_2(\bar{t}^{(5)}) + h_н\beta_1(\bar{t}^{(5)}) = 0 - (0 - 0{,}0006) \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}46 -$$
$$- (0{,}0006 - 0{,}0005)\,4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}305 - (0{,}0005 - 0)\,4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}145 -$$
$$- (0 - 0{,}001)\,4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}110 - 0{,}001 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}105 +$$
$$+ 2 \cdot 0{,}20 = 0{,}93 \text{ м}.$$

Аналогичным образом по формулам (8.12) находим дренажный расход $q(\bar{t}^{(i)})$ и превышение вблизи дрены $h'_д(\bar{t}^{(i)})$. Дальнейшие расчеты сводим в табл. 23.

4. Требуется определить основные характеристики грунтового потока в условиях испарения с интенсивностью, изменяющейся с глубиной по линейному закону (5.3) при следующих данных: $h_н = H_н - H_д = 3$ м, $m_д = 12$ м, $k = 0{,}5$ м/сут, $B = 300$ м, $\mu = 0{,}08$, $\varepsilon_п = 0{,}005$ м/сут, $z_* = 3$ м, $H_* = 12{,}5$ м, $r_д = 0{,}15$ м.

Предварительно находим $m \approx m_д + h_н/2 = 12 + 1,5 = 13,5$ м, $T = 0,5 \cdot 13,5 = 6,75$ м²/сут. $\Phi = 14,4$ м, $\bar{c} = 5,21$, $\alpha = 1,315$, $\gamma = 0,87$, $\gamma_0 = 0,67$, $\bar{h}_* = 0,5$м,

$$b = \frac{150^2 \cdot 0,005}{6,75 \cdot 3} = 5,55, \quad \tau = \frac{0,08 \cdot 150^2}{6,75} = 266,5 \text{ сут},$$

$$\bar{h}_0 = 0,5 \cdot 0,87 = 0,435 \text{ м}, \quad \bar{q} = \frac{2 \cdot 6,75 \cdot 0,5}{150} \cdot 0,67\sqrt{5,55} =$$

$$= 0,071 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Таблица 24

t, сут	$\bar{t}$	$\bar{t}_*$	$\beta_1(\bar{t}_*)$	$\beta_2(\bar{t}_*)$	$\rho_1(\bar{t}_*)$	$\rho_2(\bar{t}_*)$	$h_0(t)$, м	$q(t)$, м²/сут	$h'_д(t)$, м
0	0	0	—	—	—	—	3,0	—	3,0
10	0,0375	0,158	0,84	0,116	1,28	0,176	2,63	0,373	0,794
25	0,094	0,395	0,605	0,083	0,82	0,113	2 02	0,264	0,563
50	0,188	0,790	0,310	0,043	0,41	0,057	1,25	0,167	0,356
80	0,300	1,26	0,145	0,020	0,22	0,030	0,81	0,123	0,262
120	0,45	1,90	0,040	0,0055	0,06	0,008	0,54	0,085	0,181
200	0,750	3,16	0,005	0	0	0	0,45	0,071	0,151
∞	∞	∞	0	0	0	0	0,435	0,071	0,151

Дальнейшие расчеты превышений уровней $h_0(t)$, $h'_д(t)$, найденные по формулам (8.14) и (8.3), и дренажного расхода $q(t)$, вычисленного по формуле (8.15), сведены в табл. 24.

§ 2. Систематический горизонтальный дренаж в двух- и трехслойном грунтах

1. Рассмотрим два возможных варианта расположения дрен для широко распространенной на практике схемы двухслойного грунта, в которой верхний слой представлен покровными сравнительно слабопроницаемыми супесчаными и суглинистыми отложениями, а нижний слой состоит из более проницаемых песчаных отложений.

1. Дрены (или линейные ряды скважин) располагаются в более проницаемом нижнем слое и действуют в общем случае с нависанием потока над дреной (см. рис. 36, *а*). Расчетные зависимости для этого случая имеют вид: превышения уровня (напора) посредине между дренами в верхнем ($h_{0_1} = H_{0_1} - H_{д_1}$) и нижнем ($h_{0_2} = H_{0_2} - H_{д_2}$) слоях

$$h_{0_1}(t) = h_{0_2} + \frac{\varepsilon m_1}{k_1} + h(t_0, \bar{c}_2) \tag{8.18}$$

и

$$h_{0_2}(t) = h_{0_2} + h(t_0, \bar{c}_2)\gamma(\mu); \tag{8.19}$$

расход дрены

$$q_2(t) = \varepsilon B + q(t_0, \bar{c}_2)\gamma(\mu). \tag{8.20}$$

Здесь $h_{0_2} = H_{0_2} - H_{д_2} = \frac{\varepsilon L}{2T}(L + 4\Phi_2)$ — превышение уровня грунтовых вод при установившемся режиме фильтрации;

$$h(t_0, \bar{c}_2) = \frac{h_{н_1}\mu_1 + h_{н_2}\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}\beta_1(\bar{t}_0, \bar{c}_2) - \frac{\varepsilon L^2}{T}\beta_2(\bar{t}_0, \bar{c}_2);$$

$$q(t_0, \bar{c}_2) = \frac{2T}{L}\left(\frac{h_{н_1}\mu_1 + h_{н_2}\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}\right)\rho_1(\bar{t}_0, \bar{c}_2) - \varepsilon B\rho_2(\bar{t}_0, \bar{c}_2);$$

$$B(\mu) = 1 - \frac{\mu_1}{(\mu_1 + \mu_2)}\frac{\alpha^2 T m_1}{L^2 k_1}; \quad \bar{t}_0 = \frac{t}{\tau_0}, \quad \tau_0 = \frac{\mu_1 + \mu_2}{T}L^2;$$

$\bar{c}_2 = L/2\Phi_2$; $L = 0{,}5B$; $h_{н_1} = H_{н_1} - H_{д_2}$ и $h_{н_2} = H_{н_2} - H_{д_2}$ — начальные превышения уровня (напора) в слоях (при $t = 0$); $H_{д_2}$ — напор в дрене; α — параметр, определяемый из табл. 23; $\beta_i(\bar{t}_0, \bar{c}_2)$ и $\rho_i(\bar{t}_0, \bar{c}_2)$ — коэффициенты, которые берут из графиков рис. 40—43 при $\bar{t} = \bar{t}_0$ и $\bar{c} = \bar{c}_2$.

2. Дрены находятся в верхнем слое покровных отложений (см. рис. 36, *б*), тогда

$$h_{0_1}(t) = H_{0_1}(t) - H_{д_1} = h_{0_1} + h(t_0, \bar{c}_1); \tag{8.21}$$

$$h_{0_2}(t) = H_{0_2}(t) - H_{д_1} = h_{0_1} - \frac{\varepsilon m_1}{k_1} + h(t_0, \bar{c}_1)B(\mu); \tag{8.22}$$

$$q_1(t) = \varepsilon B + q(t_0, \bar{c}_1), \tag{8.23}$$

где $h_{0_1} = H_{0_1} - H_{д_1} = \frac{\varepsilon L}{2T}(L + 4\Phi_1)$ — превышение уровня грунтовых вод при установившемся режиме фильтрации; $H_{д_1}$ — уровень воды в дрене; остальные параметры и коэффициенты определяются по предыдущим рекомендациям, в которых $\bar{c}_2$ необходимо заменить на $\bar{c}_1 = L/2\Phi_1$.

Замечания к расчетам. 1. Предложенными зависимостями рекомендуется пользоваться при $k_2 > 10k_1$ и $t > 10\mu_1 m_1/k_1$.

2. Фильтрационное сопротивление на несовершенство дрены Φ_2 следует брать относительно нижнего слоя и определять по формуле (4.3), а сопротивление Φ_1 — относительно всего двухслойного грунта и определять по формуле (4.4).

3. По аналогии с однородным грунтом полученные результаты нетрудно обобщить для случая изменения во времени инфильтрационного питания (испарения) по ступенчатому закону. Тогда, например для определения превышений h_{0_i} и расходов q_i, можно составить расчетные зависимости, аналогичные формулам (8.11) и (8.12). Если при расчетах непосредственно воспользоваться этими формулами, то вместо превышения $h_н$ в них следует использовать отношение $(h_{н_1}\mu_1 + h_{н_2}\mu_2)/(\mu_1 + \mu_2)$ и учесть, что при вычислении относительного времени $\bar{t}$ во всех коэффициентах β и ρ принимаются величина времени стабилизации $\tau_0 = (\mu_1 + \mu_2)L^2/T$ и соответствующее значение c_i.

4. Особую важность указанная выше методика расчета фильтрационных параметров приобретает при оценке и анализе работы горизонтального дренажа на опытных участках. При этом в отдельных случаях расчетные формулы можно значительно упростить. Если начальное положение уровня грунтовых вод в слоях считать одинаковым ($H_{н_1} = H_{н_2}$) и совпадающим с уровнем $H_{д_1}$ или напором $H_{д_2}$ (т. е. $H_{н_1} = H_{н_2} = H_{д_1}$ для схемы на рис. 36, *б* и $H_{н_1} = H_{н_2} = H_{д_2}$ для схемы на рис. 36, *а*), то динамику грунтовых вод в верхнем слое можно определить по зависимостям (8.1) и (8.2) для времени стабилизации τ_0. Если к тому же учесть, что в ряде случаев $\mu_1 \gg \mu_2$ и величиной μ_2 по сравнению с величиной μ_1 можно пренебречь, т. е. считать режим фильтрации в нижнем слое жестким, то расчет дренажа в верхнем слое при указанных выше допущениях вообще можно производить по формулам (8.1) и (8.2). При этом особое внимание необходимо обратить на правильное определение сопротивления дрены Ф.

5. По аналогии с однородным грунтом предложенные зависимости нетрудно распространить на случай испарения с постоянной интенсивностью или с интенсивностью, изменяющейся с глубиной по линейному закону.

II. Весьма характерна для мелиоративных систем схема двухслойного грунта, в которой менее проницаемые верхние слои, сложенные обычно из супесей и суглинков, подпитываются из нижележащего обильного водоносного напорного горизонта через слабопроницаемую глинистую прослойку. Устранить влияние такого горизонта путем уменьшения его напорности, особенно при большой мощности вышележащих покровных пород, не всегда возможно (часто экономически невыгодно), и поэтому для достижения этой цели осуществляют дренирование верхних слоев. При расчетах дренажа в такой схеме необходимо учесть питание восходящими токами из напорного водоносного горизонта, который в силу обильности в пределах дренируемой территории принимается постоянным.

Данная схема двухслойного грунта с систематическим дренажем в верхнем слое как частный случай более общей схемы рассмотрена для условий установившейся фильтрации выше, в § 2 гл. 3. Приближенное решение задачи при неустановившейся фильтрации получено в работах [113, 115, 147]. На основании этого решения, которым можно воспользоваться при соблюдении условия $k_2 m_1 / k_1 m_2 < 0{,}01$, расчет дренажа при $\varepsilon = \text{const}$ может быть выполнен по формулам (8.14)—(8.17), в которых принимается

$$\overline{h}_* = H - H_д + \frac{\varepsilon}{k_1} m_1 + \frac{\varepsilon}{k_2} m_2, \quad b = \frac{L^2 k_2}{T_1 m_2},$$

где H — напор в водоносном горизонте; ε — интенсивность инфильтрации. Нетрудно убедиться, что в этом случае формулы (8.16) и (8.17) идентичны формулам (3.59) и (3.57).

Для данной схемы при интенсивности испарения, изменяющейся с глубиной по линейному закону (5.3), расчет дренажа также вы-

полняется по формулам (8.14) — (8.17), в которых принимается

$$\bar{h}_* = [(H_* - H_д)\, b_1 - (H - H_д)\, b_2]\, \frac{1}{b}, \quad b = b_1 + b_2,$$

$$b_1 = \frac{L^2 \varepsilon_п}{T_1 z_*}, \quad b_2 = \frac{L^2 k_2}{T_1 m_2}.$$

Пример. Слой покровных отложений мощностью 7 м в виде лессовидных суглинков со средним коэффициентом фильтрации $k_1 = 0{,}2$ м/сут подстилается слоем мелкозернистых пылеватых песков мощностью 10 м при $k_2 = 2{,}5$ м/сут. Пески располагаются на

Таблица 25

t, сут	$\bar{t}_0$	$\beta_1(\bar{t}_0, \bar{c}_1)$	$\beta_2(\bar{t}_0, \bar{c}_1)$	$\rho_1(\bar{t}_0, \bar{c}_1)$	$\rho_2(\bar{t}_0, \bar{c}_1)$	$h(t_0, \bar{c}_1)$, м	$h_{01}(t)$, м	$h_{02}(t)$, м	$q(t_0, \bar{c}_1)$, м²/сут	$q_1(t)$, м²/сут
0	0	1,0	3,38	0,347	1,0	—0,85	0,50	0,50	—0,11	0,090
30	1,36	0,70	2,30	0,21	0,67	—0,57	0,78	0,77	—0,082	0,118
60	2,27	0,52	1,75	0,165	0,50	—0,44	0,91	0,90	—0,059	0,141
90	4,00	0,405	1,00	0,09	0,30	—0,190	1,16	1,145	—0,037	0,163
120	5,46	0,200	0,70	0,075	0,185	—0,180	1,17	1,15	—0,018	0,182
150	6,83	0,13	0,50	0,045	0,120	—0,135	1,215	1,195	—0,013	0,187
180	8,20	0,09	0,35	0,03	0,08	—0,085	1,265	1,245	—0,0085	0,192
∞	∞	0	0	0	0	0	1,35	1,33	0	0,200

слое глин, кровля которых служит условным водоупором для верхней двухслойной водоносной толщи. Дрены находятся в покровном слое на глубине 3 м от поверхности земли, расчетный диаметр дрен $d_д = 0{,}3$ м. Остальные исходные данные следующие: $m_д = 4$ м, $h_{н_1} = h_{н_2} = 0{,}5$ м, $\mu_1 = 0{,}05$, $\mu_2 = 0{,}005$, $B = 200$ м. Расчеты по предложенной методике возможны при $t > \frac{10 \cdot 0{,}05 \cdot 4}{0{,}2} = 10$ сут.

Предварительно находим

$$m_1 \approx m_д = 4 \text{ м}, \quad T \approx T_2 = 2{,}5 \cdot 10 = 25 \text{ м}^2/\text{сут},$$

$$\Phi_1 = 0{,}93 \cdot 14 \frac{2{,}5}{0{,}2} \cdot 1{,}075 + \frac{0{,}2 - 2{,}5}{0{,}2} 4 \cdot 0{,}678 = 144 \text{ м},$$

$$\bar{c}_1 = \frac{100}{2 \cdot 144} = 0{,}347, \quad \alpha = 0{,}565, \quad \tau_0 = \frac{(0{,}05 + 0{,}005)\, 100^2}{25} =$$

$$= 22 \text{ сут},$$

$$B(\mu) = 1 - \frac{0{,}05 \cdot 0{,}565^2 \cdot 25 \cdot 4}{(0{,}05 + 0{,}005)\, 100^2 \cdot 0{,}2} = 0{,}985.$$

Дальнейшие расчеты превышений уровня $h_{0_1}(t)$, напора $h_{0_2}(t)$ и расхода $q(t)$ по формулам (8.21) — (8.23) сведены в табл. 25.

III. Для широко распространенного трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем, в котором режим фильтрации принимается жестким ($\mu_* = 0$), превышения уровня (напора) в хорошопроницаемых верхнем h_{0_1} и нижнем h_{0_2} слоях при расположении дрен в верхнем слое рассчитываются по формулам

$$h_{0_1}(t) = h_{0_1} + (h_{н_1} - h_{0_1})\, e^{\lambda_2 t}; \tag{8.24}$$

$$h_{0_2}(t) = h_{0_2} + (h_{н_2} - h_{0_2})\, e^{\lambda_2 t}; \tag{8.25}$$

двухсторонний приток в дрену (расход дрены)

$$q(t) = \varepsilon B + (q(t_*) - \varepsilon B)\, e^{\lambda_1 (t - t_*)}; \tag{8.26}$$

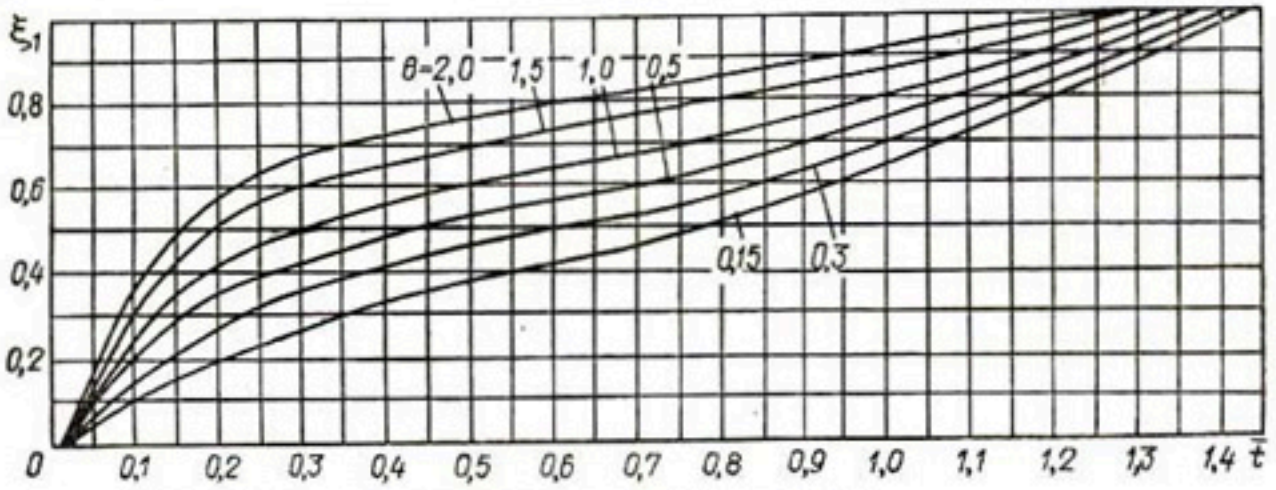


Рис. 47. Графики для определения коэффициента ξ_1.

превышение уровня грунтовых вод вблизи дрены

$$h_д'(t) = H_{д_1}(t) - H_д = \frac{q(t)}{T_1}\,\Phi_1. \tag{8.27}$$

Здесь h_{0_1} и h_{0_2} — соответственно превышения уровня в верхнем и напора в нижнем слоях посредине между дренами при установившемся режиме фильтрации (определяются по формулам (3.91) и (3.92));

$$\lambda_1 = \xi_1 \lambda, \quad \lambda_2 = \xi_2 \lambda_1; \tag{8.28}$$

$$\lambda = \frac{\alpha + \beta}{2} + \sqrt{\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)^2 + b_1 b_2}; \tag{8.29}$$

$$\alpha = -\frac{\pi^2}{B^2}\psi^2 a_1 - b_1, \quad \beta = -\frac{\pi^2}{B^2} a_2 - b_2;$$

$$a_1 = \frac{T_1}{\mu_1}, \quad a_2 = \frac{T_3}{\mu_2}; \quad b_1 = \frac{k_2}{\mu_1 m_2}, \quad b_2 = \frac{k_2}{\mu_2 m_2};$$

ξ_1, ξ_2 — поправочные коэффициенты, определяемые из графиков рис. 47, 48, построенных с помощью ЭВМ. Этими коэффициентами приближенно учитываются возможные погрешности, возникшие в результате линеаризации исходных уравнений и упрощения полученного выше аналитического решения. На рис. 47, 48 принято

$$\theta = \frac{h_{н_1}}{\bar{B} m_д}, \quad \bar{B} = 0{,}5cB, \quad c = \sqrt{\frac{k_2 T}{m_2 T_1 T_3}};$$

Таблица 26

$\bar{c}$	ψ	$\bar{c}$	ψ	$\bar{c}$	ψ	$\bar{c}$	ψ
100	0,99	3	0,76	0,5	0,42	0,1	0,20
50	0,98	1	0,55	0,3	0,33	0,04	0,13
10	0,91	0,7	0,48	0,2	0,28	0,01	0,06
5	0,84						

ψ — поправочный коэффициент, учитывающий несовершенство дрены относительно верхнего слоя (берется из табл. 26);

$$q(t_*) = \frac{4T_1 h_{н_1}}{B}\rho, \quad \text{где } t_* = \tau \bar{t}_*, \quad \tau = \frac{\mu_1 B^2}{4T_1}; \tag{8.30}$$

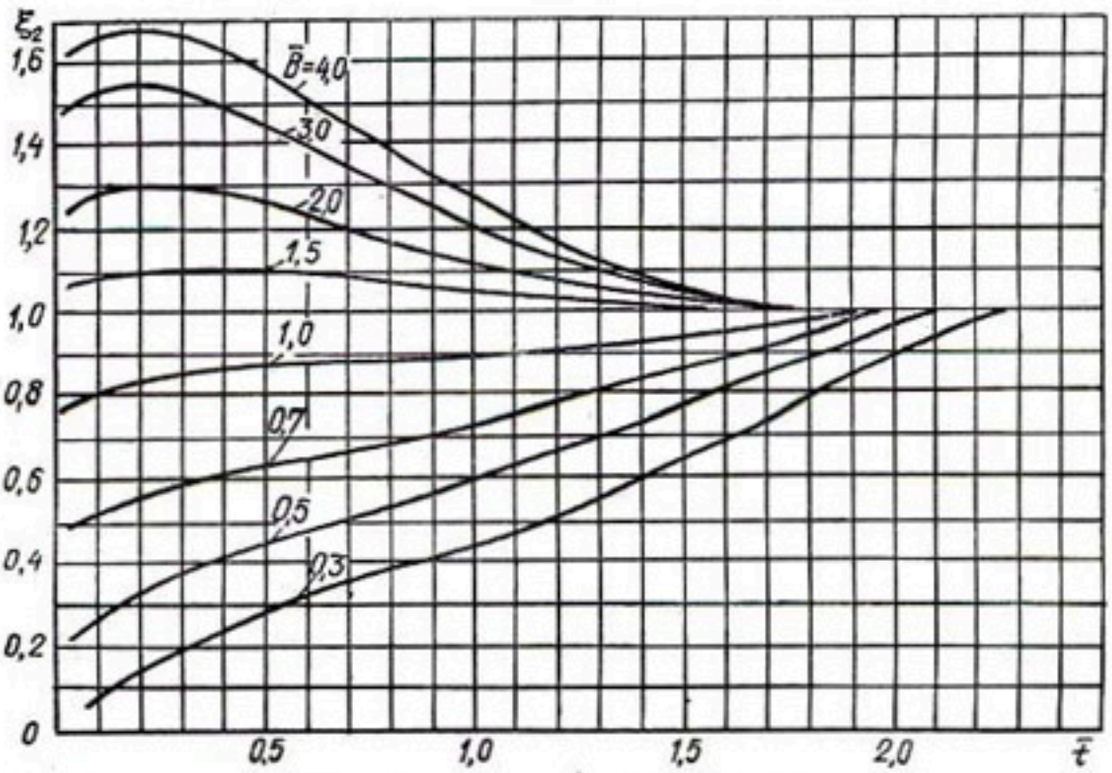


Рис. 48. Графики для определения коэффициента ξ_2.

значения коэффициента ρ и относительного времени $\bar{t}_*$ берутся из табл. 27 в зависимости от отношения $\bar{c} = L/2\Phi_1 = B/4\Phi_1$, где Φ_1 — фильтрационное сопротивление на несовершенство дрены относительно верхнего слоя. Остальные обозначения ясны из предыдущего изложения и рис. 37.

Формула (8.26) применима для времен $t > t_*$, т. е. для большинства практических случаев. В самой начальной стадии действия

Таблица 27

$\bar{c}$	60	40	20	10	7	5	3	2	1
t_*	0,013	0,0125	0,012	0,011	0,010	0,0075	0,005	0,003	0,001
ρ	5	4,9	4,7	4,1	3,3	2,9	2.4	1,7	0,9

дренажа, когда $t < t_*$, для определения расхода $q\,(t)$ можно использовать зависимость

$$q\,(t) = q\,(t_*) + (q_н - q\,(t_*))\,e^{\lambda t} \quad (q_н = h_{н_1} T_1/\Phi_1). \qquad (8.31)$$

Анализ результатов многочисленных расчетов с использованием ЭВМ показал, что при небольших расстояниях между дренами ($cB < 1{,}5$) зачастую для многих значений t $H_{0_1}\,(t) < H_{0_2}\,(t)$, хотя в этих расчетах было принято $H_{н_1} \approx H_{н_2}$, и при $\varepsilon \geqslant 0$ в условиях установившейся фильтрации $H_1 > H_2$. По-видимому, в таких условиях осушительный эффект дренажа в верхнем слое проявляется более интенсивно.

Пример. Рассчитать превышение уровня и напора $h_{0_i}\,(t)$ и расхода дрены $q\,(t)$ для случая систематического дренажа, расположенного в верхнем слое трехслойного грунта с параметрами $m_д = 5$ м, $k_1 = 2$ м/сут, $m_2 = 5$ м, $k_2 = 0{,}01$ м/сут, $m_3 = 10$ м, $k_3 = 10$ м/сут, $\mu_1 = 0{,}08$, $\mu_2 = 0{,}002$. Кроме того, принимаем $h_{н_1} = h_{н_2} = 3$ м, $B = 300$ м, $\varepsilon = 0{,}001$ м/сут, $r_д = 0{,}15$ м.

Предварительно находим

$$m_1 = 5 + 0{,}5 \cdot 3 = 6{,}5 \text{ м}; \quad T_1 = 2 \cdot 6{,}5 = 13 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$T_3 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ м}^2/\text{сут}; \quad T = 113 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$a_1 = \frac{13}{0{,}08} = 163 \text{ м}^2/\text{сут}; \quad a_2 = \frac{100}{0{,}002} = 5 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$b_1 = \frac{0{,}01}{0{,}08 \cdot 5} = 0{,}025 \text{ сут}^{-1}; \quad b_2 = \frac{0{,}01}{0{,}002 \cdot 5} = 1 \text{ сут}^{-1};$$

$$c = \sqrt{\frac{0{,}01 \cdot 113}{5 \cdot 13 \cdot 100}} = 0{,}0132 \text{ м}^{-1}; \quad \varepsilon_0 = \frac{0{,}001 \cdot 100}{0{,}01 \cdot 113} \cdot 5 = 0{,}443 \text{ м};$$

$$\overline{B} = 0{,}5 \cdot 0{,}0132 \cdot 300 = 1{,}98; \quad \Phi_1 = 0{,}73 \cdot 6{,}5 \lg \frac{6{,}5}{3{,}14 \cdot 0{,}15} =$$

$$= 5{,}41 \text{ м}; \quad \bar{c} = \frac{B}{4 \cdot \Phi_1} = \frac{300}{4 \cdot 5{,}41} = 13{,}9; \quad \psi = 0{,}915;$$

$$\alpha = -\frac{3{,}14^2}{300^2} 0{,}915^2 \cdot 163 - 0{,}025 = -0{,}0414 \text{ сут}^{-1};$$

$$\beta = -\frac{3{,}14^2}{300^2} 5 \cdot 10^4 - 1{,}0 = -6{,}49 \text{ сут}^{-1};$$

$$\lambda = \frac{-0{,}0414 - 6{,}49}{2} + \sqrt{\left(\frac{-0{,}0414 + 6{,}49}{2}\right)^2 + 0{,}025 \cdot 1} =$$

$$= -3{,}453 \cdot 10^{-2} \text{ сут}^{-1}; \quad \theta = \frac{3}{1{,}98 \cdot 5} = 0{,}303;$$

$$\tau = \frac{0{,}08 \cdot 300^2}{4 \cdot 13{,}0} = 139 \text{ сут}.$$

По формулам (3.91) и (3.92) определяем превышения уровня h_{0_1} и напора h_{0_2} при установившемся режиме фильтрации, предварительно найдя по формуле (4.8) общее сопротивление дрены Φ в трех-

слойном грунте:

$$\Phi = \frac{113}{13} 5{,}4 + \frac{100}{13} \frac{0{,}5}{0{,}0132} \frac{\operatorname{ch} 1{,}98 - 1}{\operatorname{sh} 1{,}98} = 253 \text{ м};$$

$$h_{0_1} = \frac{0{,}001 \cdot 300}{4 \cdot 113} \left(\frac{300}{2} + 4 \cdot 253 \right) = 0{,}771 \text{ м};$$

$$h_{0_2} = 0{,}771 - 0{,}443 \left(1 - \frac{1{,}98}{\operatorname{sh} 1{,}98} \right) = 0{,}537 \text{ м}.$$

Таблица 28

t, сут	$\bar{t}$	ξ_1	ξ_2	$h_{0_1}(t)$, м	$h_{0_2}(t)$, м	$q(t)$, м²/сут	$h'_q(t)$, м
0	0	0	—	3	3	7,21	3
5	$3{,}61 \cdot 10^{-2}$	0,02	1,25	2,99	2,49	2,26	0,94
10	$7{,}22 \cdot 10^{-2}$	0,12	1,27	2,90	2,07	2,19	0,91
20	$1{,}44 \cdot 10^{-1}$	0,20	1,29	2 69	1,47	2,01	0,84
50	$3{,}61 \cdot 10^{-1}$	0,39	1,28	1,84	0,76	1,27	0,53
100	$7{,}22 \cdot 10^{-1}$	0,54	1,2	1,06	0,564	0,57	0,24
200	1,44	0,73	1,04	0,78	0,538	0,31	0,13
500	3,61	1	1	0,771	0,537	0,30	0,12
∞	∞	—	—	0,771	0,537	0,30	0,12

По табл. 27 при $\bar{c} = 13{,}9$ сначала находим $\bar{t}^* = 0{,}0114$, $\rho = 4{,}35$, а затем время $t_* = 0{,}0114 \cdot 139 = 1{,}6$ сут и по формуле (8.30) расход

$$q(t_*) = \frac{4 \cdot 13 \cdot 3}{300} 4{,}35 = 2{,}26 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Дальнейшие расчеты по определению величин $h_{0_1}(t)$, $h_{0_2}(t)$, $q(t)$ и $h_д(t)$ сведены в табл. 28.

IV. Для этой схемы трехслойного грунта, но с систематическим комбинированным дренажем (горизонтальной несовершенной дреной в верхнем слое и линейным рядом вертикальных несовершенных или совершенных скважин в нижнем слое с изливом воды из скважин в дрену при $H_д = H_c$) приближенная методика расчета разработана на основании приведенного выше теоретического решения задачи и метода фильтрационных сопротивлений. Так, превышения уровня $h_{0_1}(t)$ в верхнем слое и напора $h_{0_2}(t)$ в нижнем слое посредине между дренами рассчитываются по формулам

$$\begin{aligned} h_{0_1}(t) &= h_{0_1} + (h_{н_1} - h_{0_1}) e^{\lambda t}, \\ h_{0_2}(t) &= h_{0_2} + (h_{н_2} - h_{0_2}) e^{\lambda t}; \end{aligned} \tag{8.32}$$

для определения погонных притоков к дрене $q_1(t)$ в верхнем слое и к ряду скважин $q_2(t)$ в нижнем слое служат формулы

$$\begin{aligned} q_1(t) &= q_1 + (q_{н_1} - q_1) e^{\lambda t}, \\ q_1(t) &= q_2 + (q_{н_2} - q_2) e^{\lambda t}. \end{aligned} \tag{8.33}$$

Здесь h_{0_1}, h_{0_2} и q_1, q_2 — соответствующие уровни (напоры) и погонные притоки в условиях установившейся фильтрации; $h_{н_1}$, $h_{н_2}$ и $q_{н_1}$, $q_{н_2}$ — превышения уровня (напора) и погонные притоки в начальный момент времени ($t = 0$). Для величин $q_{н_1}$ и $q_{н_2}$ приближенно принимается

$$q_{н_1} = \frac{T_1}{\Phi'_д} h_{н_1}, \quad q_{н_2} = \frac{T_2}{\Phi''_р} h_{н_2}, \tag{8.34}$$

где $\Phi'_д$ и $\Phi''_р$ — сопротивления на несовершенство дренажей относительно того слоя, в котором они расположены. Параметр λ находится по формуле (8.29), в которой принимается

$$\alpha = -\frac{\pi^2}{B^2}\psi_1^2 a_1 - b_1, \qquad \beta = -\frac{\pi^2}{B^2}\psi_2^2 a_2 - b_2; \tag{8.35}$$

здесь ψ_1 и ψ_2 — коэффициенты, учитывающие влияние несовершенства дренажей в слоях, их берут из табл. 26 при значениях $\bar{c}_1 = B/4\Phi'_д$ и $\bar{c}_2 = B/4\Phi''_р$.

В случае совершенного горизонтального дренажа в верхнем слое ($\Phi'_д = 0$, $\bar{c}_1 \to \infty$) принимается $\psi_1 = 1$; в случае линейного ряда совершенных скважин в нижнем слое $\Phi''_р = 0{,}366\sigma \lg \frac{\sigma}{2\pi r_c}$ [82].

Таблица 29

t, сут	h_{0_1}, м	h_{0_2}, м	q_1, м²/сут	q_2, м²/сут
0	3	3	7,56	2,29
10	2,89	2,86	7,04	2,16
25	2,75	2,67	6,34	1,98
50	2,54	2,39	5,32	1,73
100	2,22	1,37	3,35	1,34
200	1,84	1,48	1,98	0,89
300	1,66	1,24	1,12	0,68
500	1,54	1,08	0,51	0,52
∞	1,50	1,03	0,33	0,48

Пример. Выполнить расчет комбинированного дренажа в условиях неустановившейся фильтрации при следующих исходных данных: $h_{н_1} = h_{н_2} = 3{,}0$ м, $\mu_1 = 0{,}10$, $\mu_2 = 0{,}002$. Остальные исходные и другие данные те же, что и в примере, приведенном в § 5 гл. 5.

Предварительно находим

$$\bar{c}_1 = \frac{806}{4 \cdot 4{,}56} = 44{,}2; \quad \bar{c}_2 = \frac{806}{4 \cdot 262{,}2} = 0{,}768; \quad \psi_1 = 0{,}97;$$

$$\psi_2 = 0{,}5; \quad \alpha = -\frac{3{,}14^2}{806^2} \cdot 0{,}97^2 \cdot 115 - 0{,}02 = -0{,}0217 \text{ сут}^{-1};$$

$$\beta = -\frac{3 \cdot 14^2}{806^2} \cdot 0{,}5^2 \cdot 10^5 - 1 = -1{,}38 \text{ сут}^{-1};$$

$$\lambda = \frac{-0{,}0217 - 1{,}38}{2} + \sqrt{\left(\frac{1{,}38 - 0{,}0217}{2}\right)^2 + 0{,}02 \cdot 1} =$$

$$= -0{,}0074 \text{ сут}^{-1}.$$

Тогда согласно (8.32) для вычисления превышений в слоях составим уравнения

$$h_{0_1}(t) = 1{,}5 + (3 - 1{,}5)\, e^{-0{,}0074t},$$

$$h_{0_2}(t) = 1{,}03 + (3 - 1{,}03)\, e^{-0{,}0074t},$$

а согласно (8.33) для определения погонных притоков в дренажи — уравнения

$$q_1 = 0{,}33 + (7{,}56 - 0{,}33)\, e^{-0{,}0074t},$$

$$q_2 = 0{,}48 + (2{,}29 - 0{,}48)\, e^{-0{,}0074t}.$$

Результаты расчетов по этим уравнениям сведены в табл. 29.

§ 3. Горизонтальный дренаж вблизи водоемов (каналов) и при различном расположении дрен

Приближенная методика расчета неустановившегося притока из несовершенного водоема (канала) к несовершенной дрене разработана на основании теоретических решений этой задачи для однородного и двухслойного грунтов (см. гл. 7). Использование этой методики предполагает, что водоем (канал) расположен на расстоянии $L > 2m$ от дрены, где m — мощность водоносной толщи, и что канал действует в условиях подпертой фильтрации.

Изложенная ниже методика применима для случаев одно- и двухстороннего симметричного оттоков из канала (притока к дренажу), а также из водоема (широкого канала) для любой схемы оттока из него. Как уже отмечалось выше, для времен $t \geqslant 0{,}2\tau$ можно воспользоваться предложенными в гл. 7 аналитическими зависимостями, ограничив их членами ряда с $n = 1$. После некоторых преобразований с достаточной для практики точностью эти аналитические зависимости могут быть упрощены. При этом для однородного грунта превышение уровня грунтовых вод над уровнем воды в дрене в любом сечении x составит

$$h(x, t) = h(x) + [h_н - h(x)]\, e^{-\alpha \bar{n}}; \tag{8.36}$$

погонный приток к несовершенной дрене

$$q(t) = h(0, t)\, \frac{T}{\Phi}, \tag{8.37}$$

погонный отток из несовершенного водоема (канала)

$$q_к(t) = \frac{T}{\Delta L}\, [h_к - h(L, t)]. \tag{8.38}$$

Здесь превышения $h(0, t)$ и $h(L, t)$ находятся по формуле (8.34) соответственно при $x = 0$ (в сечении дрены) и $x = L$ (в сечении уреза воды в канале), а превышения уровня в условиях установившейся фильтрации — по формуле

$$h(x) = h'_д + \frac{h'_к - h'_д}{L}\, x + \frac{\varepsilon x}{2T}\, (L - x), \tag{8.39}$$

где $h'_д = \frac{q}{T}\, \Phi$, $h'_к = h_к - \frac{q_к}{T}\, \Delta L$. Расходы q и $q_к$ для схемы одностороннего притока к дрене определяются таким образом:

$$q = \frac{T h_к + \varepsilon L\, (0{,}5L + \Delta L)}{L + \Delta L + \Phi}; \tag{8.40}$$

$$q_к = \frac{Th_к - \varepsilon L\,(0{,}5L + \Phi)}{L + \Delta L + \Phi} \qquad (8.41)$$

$$(\Delta L = \Delta L' + \Delta L'').$$

Для схемы симметричного двухстороннего притока к дрене

$$q = \frac{2Th_к + \varepsilon L\,(L + 2\Delta L)}{L - \Delta L + 2\Phi}; \qquad (8.42)$$

$$q_к = \frac{Th_к + \varepsilon L\,(0{,}5L + 2\Phi)}{L + \Delta L + 2\Phi} \qquad (8.43)$$

$$(\Delta L = \Delta L' + 2\Delta L'').$$

В расчетных формулах принято: α — корень, определяемый из рис. 39; $h_к$ — превышение уровня воды в водоеме (канале); ε — средняя интенсивность инфильтрационного питания между каналом и дреной; остальные обозначения те же, что и раньше.

Для двухслойного грунта с верхним слоем покровных отложений, в котором располагаются дрена и канал, превышение в верхнем слое для времен $t > 10\frac{\mu_1 m_1}{k_1}$ определяется по формуле

$$h_1(x, t) = h_1(x) - \left[h_1(x) - \frac{h_{н_1}\mu_1 + h_{н_2}\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}\right] e^{-\alpha^2 \bar{t}_0}, \qquad (8.44)$$

где $h_{н_1}$ и $h_{н_2}$ — начальные превышения уровней (напоров) в слоях; $\bar{t}_0 = \frac{t}{\tau_0}$, $\tau_0 = \frac{(\mu_1 + \mu_2)}{T} L^2$. Отток из канала и приток к дрене вычисляются по предыдущим рекомендациям, но с учетом двухслойного строения водоносной толщи.

Пример. Выполнить расчет для схемы симметричной фильтрации из несовершенных каналов в несовершенную дрену в двухслойном грунте при следующих исходных данных: $h_к = 5$ м, $h_{н_1} \approx \approx h_{н_2} = 1$ м, $k_1 = 0{,}1$, $k_2 = 5$ м/сут, $\varepsilon = 0{,}001$ м/сут, $L = 200$ м, $\mu_1 = 0{,}05$, $\mu_2 = 0{,}005$, $\Delta L = 200$ м, $\Phi = 150$ м, $T = 50$ м^2/сут, $m_1 = 5$ м.

Предварительно находим

$$\bar{c}_1 = \frac{200}{2 \cdot 150} = 0{,}667; \quad \bar{c}_2 = \frac{200}{200} = 1; \quad \tau_0 = \frac{(0{,}05 + 0{,}005)\,200^2}{50} = 44 \text{ сут};$$

по графику рис. 39 находим $\alpha = 1{,}20$.

Расчеты по предложенной методике возможны для $t \geqslant \frac{10 \cdot 0{,}05 \cdot 5}{0{,}1} = 25$ сут. Вычисления, ограниченные нахождением превышений уровня h_1 в сечениях $x = 0{,}100$ м, 200 м, сведены в табл. 30.

Значения q (0, 0) и q (L, 0) определены весьма приблизительно, при условии, что процесс смыкания грунтовых вод с водами канала произошел мгновенно. Согласно принятой методике при построении

кривой депрессии уровня h_1 у канала, а также у дрены (если величиной нависания потока над дреной можно пренебречь) спрямляются к горизонтам воды в канале и дрене.

Полученные теоретические решения и методы расчета неустановившегося притока грунтовых вод к приканальному дренажу можно использовать для построения приближенной методики расчета неустановившейся фильтрации к горизонтальному дренажу при различных расположении дрен по высоте и расстоянии между ними. Для всех рассмотренных ниже частных схем такого дренажа расчеты

Таблица 30

t, сут	$\bar{t}_0$	$h_1(0, t)$, м	$h_1\left(\frac{L}{2}, t\right)$, м	$h_1(L, t)$, м	$q(0, t)$, м²/сут	$q(L, t)$, м²/сут
0	0	1,0	1,0	1,0	0,167	1,00
20	0,455	1,54	1,92	2,33	0,257	0,667
30	0,68	1,86	2,34	2,71	0,31	0,573
40	0,91	2,08	2,65	3,08	0,346	0,48
60	1,37	2,37	3,04	3,53	0,395	0,367
100	2,27	2,59	3,34	3,89	0,432	0,277
150	3,41	2,65	3,43	4,43	0,44	0,25
∞	∞	2,67	3,45	4,03	0,445	0,245

выполняются по следующим приближенным зависимостям: уровень грунтовых вод в сечении x в момент времени t

$$H(x, t) = H(x) + (H_н - H(x))\, e^{\lambda t}; \qquad (8.45)$$

двухсторонний приток в любую (i-ю) дрену

$$q_i(t) = (H_i(t) - H_{д_i})\,\frac{T_i}{\Phi_i}. \qquad (8.46)$$

В этих формулах $H(x)$ — уровень грунтовых вод в условиях установившейся фильтрации ($t \to \infty$); $H_н$ и $H_{д_i}$ — уровни грунтовых вод в начальный момент времени ($t = 0$) и в i-й дрене; $H_i(t)$ — уровень грунтовых вод вблизи i-й дрены; T_i — средняя проводимость водоносной толщи на участке влияния i-й дрены; Φ_i — фильтрационное сопротивление на несовершенство i-й дрены.

Проведем методику определения этих параметров для ряда характерных схем. Для схемы дренажа в однородном и двухслойном грунтах, изображенной для случая однородного грунта на рис. 29, *а*, методика определения искомых параметров в условиях установившейся фильтрации приведена в § 4 гл. 5. Параметр λ для случая однородного грунта определяется по формуле

$$\lambda = -\alpha^2 \frac{T}{\mu B^2}; \qquad (8.47)$$

здесь корень α берется из графика на рис. 39, на котором принимается $\bar{c}_1 = B/2\Phi_1$ и $\bar{c}_2 = B/2\Phi_2$. Для схемы двухслойного грунта

с верхним слоем покровных отложений

$$\lambda = -\alpha^2 \frac{T_2}{(\mu_1 + \mu_2) B^2}, \quad T = k_2 m_2. \tag{8.48}$$

Для схемы двухслойного грунта с нижним слабопроницаемым слоем, через который происходит переток из нижележащего водоносного горизонта с постоянным напором H, параметр λ определяется по формуле

$$\lambda = -\alpha^2 \frac{T_1}{\mu_1 B^2} - \frac{k_2}{\mu_1 m_2}. \tag{8.49}$$

Для этой же схемы дренажа в случае трехслойного грунта со средним слабопроницаемым слоем уровни грунтовых вод H_1 в верхнем слое и напоры H_2 в нижнем вычисляются также по формуле (8.45), в которой значения $H_1(x, \infty)$ и $H_2(x, \infty)$ определяются по формулам (5.74) и (5.75). При вычислении по формуле (8.46) расходов дрен $q_1(t)$ и $q_2(t)$ уровни $H_{1_1}(t)$ и $H_{1_2}(t)$ в ней определяются по формуле (8.45) соответственно при $x = 0$ и $x = \infty$. При $t \to \infty$ $H_{1_1}(\infty) = H'_{д_1}$ и $H_{1_2}(\infty) = H'_{д_2}$. Эти величины можно найти по формулам (5.76) и (5.77). В этом случае при определении уровня H_1 и расходов дрен q_i принимается

$$\lambda = \xi_1 \lambda_0; \tag{8.50}$$

при определении напора H_2

$$\lambda = \xi_1 \xi_2 \lambda_0, \tag{8.51}$$

где

$$\lambda_0 = \frac{\alpha_0 + \beta_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\alpha_0 - \beta_0}{2}\right)^2 + b_1 b_2};$$

$$\alpha_0 = -\frac{\alpha^2}{B^2} a_1 - b_1; \quad \beta_0 = -\frac{\pi^2}{4B^2} a_2 - b_2.$$

Здесь корень α и коэффициенты ξ_1 и ξ_2 определяются из графиков рис. 39, 47 и 48, на которых соответственно принимается

$$\bar{c}_1 = \frac{B}{2\Phi_1}, \quad \bar{c}_2 = \frac{B}{2\Phi_2}, \quad \theta = \frac{H_н - H_{д_1}}{\bar{B} m_{д_1}}, \quad \bar{B} = 0{,}5cB, \quad \bar{t} = \frac{t}{\tau},$$

$$\tau = \frac{\mu_1 B^2}{4T_1}, \quad c = \sqrt{\frac{k_2 T}{m_2 T_1 T_3}}.$$

Для схемы дренажа в однородном и двухслойном грунтах, изображенной для случая однородного грунта на рис. 29, *б*, в формуле (8.45) уровни $H'(x)$ на участке B_1 и $H''(x)$ на участке $B_2 - B_1$ находятся по формулам (5.70) и (5.71), а параметр λ соответственно для однородного и двухслойного грунтов рассчитывается по следующим формулам: для $H'(x, t)$ и q

$$\lambda' = -\alpha_1^2 \frac{T'}{\mu B_1^2}, \quad \lambda' = -\alpha_1^2 \frac{T'_2}{(\mu_1 + \mu_2) B_1^2} \tag{8.52}$$

Таблица 31

Параметры дренажа	Уровень потока H, м, при разных значениях t, сут						
	0	2	5	10	20	100	∞
x, м							
0	8	7,90	7,75	7,52	7,13	5,59	5,12
50	8	7,92	7,82	7,62	7,28	6,05	5,67
100	8	7,93	7,84	7,68	7,42	6,40	6,09
150	8	7,94	7,86	7,73	7,51	6,65	6,39
244, 4 (L')	8	7,95	7,89	7,77	7,58	6,85	6,62
300	8	7,95	7,87	7,76	7,56	6,78	6,54
q_1, м²/сут	12,0	11,6	11,0	10,08	8,52	216	0,49
q_2, м²/сут	4,29	4,15	3,91	3,60	3,03	0,80	0,11

и $H''(x, t)$

$$\lambda'' = -\alpha_2^2 \frac{T''}{\mu (B_2 - B_1)^2}, \quad \lambda'' = -\alpha_2^2 \frac{T_2''}{(\mu_1 + \mu_2)(B_2 - B_1)^2}. \quad (8.53)$$

В приведенных формулах корень α_1 определяется из графика рис. 39 при $\bar{c}_1 = B_1/2\Phi_1$ и $\bar{c}_2 = B_1/2\Phi_2$, а корень α_2 — из табл. 23 при $\bar{c} = (B_2 - B_1)/2\Phi_2$; T' и T'' — средние проводимости потока на участках B_1 и $B_2 - B_1$.

Примеры. 1. Для схемы дренажа в однородном грунте, изображенной на рис. 29, *а*, расчет уровней H и расходов дрен q_1 и q_2 выполняется при следующих исходных данных: $H_{д_1} = m_{д_1} = 5$ м, $H_{д_2} = m_{д_2} = 6{,}5$ м, $H_н = 8$ м, $\Phi_1 = 5$ м, $\Phi_2 = 7$ м, $T = 20$ м²/сут, $\varepsilon = 0{,}001$ м/сут, $\mu = 0{,}1$, $B = 300$ м. Результаты расчетов сведены в табл. 31. Дополнительно для схемы с перетоком принимаем $k_2/m_2 = 0{,}01$ сут$^{-1}$, $H = 7{,}5$ м.

Предварительно находим $\bar{c}_1 = B/2\Phi_1 = 30$, $\bar{c}_2 = B/2\Phi_2 = 21{,}4$, $\bar{c}_3 = B(H_{д_2} - H_{д_1})/2\Phi_2 = 32{,}1$ м, $b = 45$, $\nu = 2{,}6$ м, $\gamma = 1{,}15 \times 10^4$, $\lambda = -0{,}117$ сут$^{-1}$, $L' = 170$ м, $\alpha = 2{,}8$.

Результаты расчетов приведены в табл. 32. Из нее видно, что для принятой схемы дренажа с расстоянием между дренами $B = 300$ м снижение уровня грунтовых вод между ними незначительно.

Таблица 32

Параметры дренажа	Уровень потока H, м, при разных значениях t, сут						
	0	2	5	10	20	100	∞
x, м							
0	8	7,47	6,88	6,25	5,71	5,47	5,47
50	8	7,77	7,52	7,25	7,02	6,92	6,92
100	8	7,87	7,72	7,56	7,42	7,95	7,36
150	8	7,90	7,78	7,65	7,55	7,50	7,50
170	8	7,90	7,78	7,66	7,56	7,51	7,51
300	8	7,74	7,45	7,14	6,88	6,76	6,76
q_1, м²/сут	12,0	9,88	7,52	5,00	2,84	1,88	1,88
q_2, м²/сут	4,29	3,54	2,71	1,83	1,09	0,74	0,74

Таблица 33

Параметры дренажа	Уровень потока H, м, сут при разных значениях t, сут						
	0	2	5	10	20	100	∞
x, м							
0	8,0	7,30	6,61	6,00	5,61	5,52	5,52
50	8,0	7,67	7,34	7,05	6,86	6,82	6,82
95	8,0	7,75	7,51	7,29	7,15	7,12	7,12
100	8,0	7,75	7,50	7,28	7,14	7,11	7,11
150	8,0	7,64	7,29	6,97	7,78	6,73	6,73
q_1, м²/сут	12,0	9,20	6,64	4,00	2,44	1,08	1,08
q_2, м²/сут	4,29	3,26	2,26	1,34	0,80	0,96	0,66

Таблица 34

Параметры дренажа	Уровень потока H, м, при разных значениях t, сут						
	0	2	5	10	20	100	∞
x, м							
0	8,0	7,89	7,74	7,51	7,10	5,56	5,12
100	8,0	7,93	7,83	7,68	7,41	6,40	6,11
200	8,0	7,95	7,88	7,76	7,56	6,82	6,60
250	8,0	7,95	7,88	7,77	7,58	6,87	6,66
300	8,0	7,90	7,76	7,55	7,25	6,62	6,59
350	8,0	7,91	7,79	7,61	7,36	6,81	6,78
400	8,0	7,91	7,80	7,63	7,38	6,87	6,84
q_1, м²/сут	12,0	11,56	10,96	10,04	8,40	2,24	0,48
q_2, м²/сут	4,29	4,00	3,60	3,00	2 15	0,34	0,26

Рассмотрим этот же пример, но при расстоянии между дренами $B = 150$ м. Предварительно находим $\bar{c}_1 = 15$, $\bar{c}_2 = 10{,}7$, $\bar{c}_3 = 16{,}1$ м, $b = 11{,}25$, $\nu = 2{,}6$ м, $\gamma = 201{,}4$, $\alpha = 2{,}7$, $\lambda = -0{,}165$ сут$^{-1}$, $L' = 95$ м. Дальнейшие расчеты сводим в табл. 33. Из этой таблицы

Параметры дренажа	Уровень потока H, м,							
	0		2		5		10	
	H_1	H_2	H_1	H_2	H_1	H_2	H_1	H_2
x, м								
0	8,00	8,00	8,00	8,00	7,99	7,99	7,94	7,96
50	8,00	8,00	8,00	8,00	7,99	7,99	7,95	7,96
100	8,00	8 00	8,00	8 00	7,99	7,99	7,95	7,96
150	8,00	8,00	8,00	8,00	7,99	7,99	7,96	7,96
200	8,00	8,00	8,00	8,00	7,99	7,99	7,96	7,96
200	8,00	8,00	8,00	8,00	7,99	7,99	7,96	7,96
300	8 00	8.00	8,00	8,00	7,99	7,99	7,96	7,96
q_1, м²/сут	12,00		12,00		11,96		11,76	
q_2, м²/сут	5,71		5,71		5,69		5,60	

следует, что при расстоянии $B = 150$ м достигается снижение уровня грунтовых вод на междуречьи до 1 м.

2. При исходных данных предыдущего примера и $B_1 = 300$, $B_2 = 400$ м, $T' \approx T'' = 20$ м²/сут выполнить расчет уровней $H'(x, t)$, $H''(x,t)$ и расходов $q_1(t)$ и $q_2(t)$ для схемы дренажа в однородном грунте, изображенной на рис. 29, *б*.

Предварительно находим $\bar{c}_1 = 30$, $\bar{c}_2 = 21{,}4$, $\bar{c} = (B_2 - B_1)/2\Phi_2 = 7{,}14$ м, $\alpha_1 = 2{,}9$, $\alpha_2 = 1{,}38$, $\eta = 0{,}012$, $\lambda' = -0{,}019$ сут$^{-1}$, $\lambda'' = -0{,}038$ сут$^{-1}$. Результаты расчетов сведены в табл. 34.

3. Для схемы дренажа на рис. 29, *а* в трехслойном грунте расчет уровней $H_1(x, t)$ и напоров $H_2(x, t)$, а также расходов дрен $q_1(t)$ и $q_2(t)$ выполняется при исходных данных, приведенных в примере 1, и при $k_2/m_2 = 0{,}001$ сут$^{-1}$, $H_{н_1} \approx H_{н_2} = 8$ м, $T_3 = 100$ м²/сут, $\mu = 0{,}005$.

Дополнительно находим $c = 7{,}75 \cdot 10^{-3}$ м$^{-1}$; $T = 120$ м²/сут; $\varepsilon_0 = 0{,}833$ м; $a_1 = 200$, $a_2 = 2 \cdot 10^4$ м²/сут; $b_1 = 0{,}01^{-1}$, $b_2 = 0{,}2$ сут$^{-1}$; $\beta_1 = 7{,}14 \cdot 10^{-2}$, $\beta_2 = 0{,}429$ м$^{-1}$; $\alpha_1 = 0{,}1$ м$^{-1}$, $\alpha_2 = -0{,}5$; $\rho = 0{,}75$; $\eta = -4{,}62$ м; $\nu = 8{,}34 \cdot 10^{-2}$ м$^{-1}$; $\zeta = 0{,}539$; $C_1 = 1{,}95 \cdot 10^{-3}$, $C_2 = 5{,}77$ м; $D_1 = 1{,}52$, $D_2 = -1{,}63$ м; $\alpha = 2{,}85$, $\alpha_0 = 2{,}8 \cdot 10^{-2}$ сут$^{-1}$; $\beta_0 = -0{,}748$ сут$^{-1}$; $\lambda_0 = -0{,}0252$ сут$^{-1}$. Результаты расчетов приведены в табл. 35.

Из табл. 35 видно, что в условиях трехслойного грунта понижение уровня H_1 будет в общем бóльшим, чем в аналогичном верхнему слою однородном грунте (см. табл. 32), т. е. при наличии полностью непроницаемой прослойки, хотя сам процесс понижения уровня H_2 во времени в трехслойном грунте осуществляется более медленно. Кроме того, снижение уровней на всем участке между дренами происходит более равномерно, а это означает, что значения уровней возле дрены ненамного отличаются от таковых посредине между дренами.

Таблица 35

при разных значениях t, сут							
20		50		100		∞	
H_1	H_2	H_1	H_2	H_1	H_2	H_1	H_2
7,67	7,78	6,95	7,26	5,82	6,44	5,11	5,90
7,73	7,78	7,12	7,27	6,18	6,45	5,59	5,91
7,78	7,78	7,23	7,28	6,41	6,47	5,90	5,93
7,78	7,78	7,31	7,28	6,56	6,47	6,10	5,94
7,79	7,78	7,34	7,28	6,64	6,48	6,20	5,95
7,80	7,78	7,37	7,28	6,68	6,48	6,26	5,95
7,78	7,78	7,30	7,29	6,55	6,49	6,08	5,96
10,68		7,80		3,28		0,44	
5,09		3,71		1,57		0,23	

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И РАСЧЕТЫ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ К ДРЕНАМ В УСЛОВИЯХ ОСУШЕНИЯ ПЕРЕУВЛАЖНЕННЫХ ЗЕМЕЛЬ

О необходимости проведения таких исследований уже подчеркивалось во введении. В ряде случаев для обоснования дренажа на переувлажненных землях можно воспользоваться предложенными выше методами фильтрационного расчета, хотя они разрабатывались в основном применительно к задачам оросительной мелиорации. Особенно это относится к методам расчета установившейся фильтрации к дренам, основанным главным образом на гидромеханических решениях задач фильтрации и в связи с этим позволяющим выполнять расчеты для случаев весьма близкого расположения дрен друг от друга, что характерно для осушительного дренажа.

Однако в задачах о дренаже на переувлажненных землях имеются свои особенности (например, возможные изменения физических свойств почвы в процессе осушения, наличие преимущественно неоднородных почв тяжелого механического состава, требующих наряду с их дренированием дополнительно глубокого рыхления или глубокой вспашки, необходимость обеспечения двойного регулирования действия дренажа и т. д.), которые не всегда могут быть учтены существующими методами фильтрационного расчета. Поэтому разработку более совершенных методов расчета с учетом разнообразных факторов и специфических особенностей переувлажненных земель необходимо интенсивно развивать и продолжать. В связи с этим в данной главе изучаются некоторые задачи неустановившейся фильтрации к горизонтальным дренам применительно к проблемам осушительно-увлажнительной мелиорации. Для однородного и двухслойного грунтов некоторые задачи фильтрации к дренам решены в строгой гидродинамической постановке с известными линейным и нелинейным условиями на свободной поверхности потока. Результаты этих решений имеют как самостоятельное значение, так и могут использоваться для оценки погрешностей приближенных решений. Делается попытка приближенного нахождения коэффициентов водоотдачи (недостатка насыщения) в зависимости от изменения положения уровня грунтовых вод путем рассмотрения квазистационарного режима влагопереноса в зоне аэрации.

В гидравлической постановке, однако в более строгой, чем это делалось ранее, с более полным учетом некоторых нелинейных и не-

стационарных эффектов изучено действие систематического дренажа в неоднородно-слоистой водоносной толще, состоящей из слоев небольшой мощности, т. е. тонких. В этом случае дренаж в пределах водоносной толщи делают, как правило, совершенным, а расстояние между дренами должно существенно превышать ее мощность. При таких предпосылках и условиях решен ряд важных практических задач осушения. Сначала изучалось понижение уровня грунтовых вод в однородном, двух- и трехслойном почвогрунтах как при частичном, так и при полном осушении отдельных слоев. При этом подробно исследовался начальный период осушения, характеризующийся интенсивным притоком грунтовых вод в засыпку в процессе ее осушения. Затем решалась более сложная фильтрационная задача, в которой процесс осушения исследовался в условиях питания водоносной толщи через слабопроницаемую прослойку из нижележащего напорного горизонта и при наличии водообмена (поступления за счет инфильтрации и расходования за счет испарения) через свободную поверхность грунтовых вод.

Эффективность дренирования почв тяжелого механического состава может быть существенно повышена при применении глубокого рыхления. С учетом существующих представлений и производственного опыта, а также данных натурных наблюдений за работой дренажа на фоне глубокого рыхления разработаны некоторые математические модели притока грунтовых вод в рассматриваемых условиях. При этом в задачах осушения водоносной толщи систематическим дренажем делается попытка теоретическим путем учесть параметры глубокого рыхления (глубину и полноту рыхления, его направление по отношению к дренажу). Разработанные методы позволяют приближенно выполнить расчеты осушительного действия дренажа в условиях сплошного и несплошного рыхления в плане пахотного и подпахотного слоев. В дальнейшем предполагаются построение и изучение более сложных моделей действия осушительного дренажа с целью уточнения и оценки влияния на его работу некоторых факторов и принятых ограничений, а также широкая апробация предложенных способов расчета в натурных условиях.

§ 1. Некоторые теоретические решения на основе строгой гидродинамической постановки задачи

Как известно [57, 92], в строгой гидродинамической постановке решение задачи плоской неустановившейся фильтрации со свободной поверхностью, например в однородном грунте, при наличии инфильтрации и в пренебрежении упругими свойствами пород и воды сводится к решению уравнения Лапласа относительно напора $H(x, y, t)$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0 \qquad (9.1)$$

при следующих условиях на неизвестной свободной поверхности $F(x, y, t) = 0$:

$$y = H(x, y, t); \tag{9.2}$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2 - \left(1 + \frac{\varepsilon}{k}\right)\frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\varepsilon}{k} - \frac{\mu}{k}\frac{\partial H}{\partial t} = 0. \tag{9.3}$$

Решение задач фильтрации на основе этих уравнений даже при $k = \text{const}$, $\mu = \text{const}$, $\varepsilon = \text{const}$ аналитическими методами связано с большими математическими трудностями, и поэтому такие задачи решаются в основном численными методами с использованием ЭВМ. Аналитическими методами решены лишь некоторые частные задачи, которые особенно успешно используются при оценке точности различных приближенных решений и расчетов.

Приведем одно из таких решений, связанных с осушением весьма ограниченного в плане двухслойного грунта, т. е. грунта в условиях нисходящей вертикальной фильтрации. Принимая $\varepsilon = \text{const}$ и $\mu_1 = \text{const}$ и считая режим фильтрации в нижнем слое жестким ($\mu_2 = 0$), запишем рассматриваемую краевую задачу следующим образом:

$$\frac{\partial^2 H_1}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 H_2}{\partial y^2} = 0;$$

$$t = 0, \ H_1 = m; \quad t > 0, \ y = m_2, \ H_1 = H_2, \ k_1\frac{\partial H_1}{\partial y} = k_2\frac{\partial H_2}{\partial y}; \tag{9.4}$$

$t > 0$, $y = 0$, $H_2 = H$ и на свободной поверхности потока

$$y = H_1, \ \mu_1\frac{dy}{dt} = -k_1\frac{\partial H_1}{\partial y} + \varepsilon,$$

где $H_1(y, t)$, $H_2(y, t)$ — напоры в слоях; H_* — напор на подошве нижнего слоя, который поддерживается постоянным.

В результате некоторых преобразований решение задачи (9.4) сводится к решению уравнения

$$\mu_1\frac{dy}{dt} = -k_1\frac{H_* - y}{m\left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) - y} + \varepsilon \text{ при } t = 0, \ y = m. \tag{9.5}$$

Тогда окончательное выражение для определения перемещения свободной поверхности во времени $y = y(t)$ будет иметь вид

$$\frac{k_1 - \varepsilon}{\mu_1}t = \left[m_2\left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) - \frac{\varepsilon m_2\left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) - k_1 H_*}{k_1 - \varepsilon}\right]\times$$

$$\times \ln\frac{\varepsilon m_2\left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) - k_1 H_* + (k_1 - \varepsilon)\, y(t)}{\varepsilon m_2\left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) - k_1 H_* + (k_1 - \varepsilon)\, m} + m - y(t). \tag{9.6}$$

Естественно, большее практическое значение в указанной постановке имеет рассмотрение задач плоской неустановившейся фильтрации к дренам. В таких задачах условие на депрессионной кри-

вой обычно линеаризуют, т. е. в (9.3) отбрасывают члены $(\partial H/\partial x)^2$ и $(\partial H/\partial y)^2$ и, считая свободную поверхность слабоизогнутой, переносят это условие на горизонтальную плоскость $y = y_0$. Тогда уравнение свободной поверхности приобретает вид

$$y = H(x, y_0, t). \tag{9.7}$$

Однако в задачах осушения, характеризующихся весьма близким расположением дрен и в связи с этим наличием возможных резких деформаций потока на всем участке между дренами, условия гладкости нарушаются и линеаризация может приводить к значительным ошибкам. Поэтому в отличие от некоторых предыдущих решений [92, 105, 168] рассмотрим решение задачи об осушении однородного грунта мощностью m систематическим горизонтальным дренажем с приближенным учетом квадратичных членов. Таким образом, исходное уравнение (9.1) будем решать при условиях (9.2) и (9.3) на свободной поверхности $y = \zeta(x, t)$ и следующих краевых условиях задачи: $t = 0$, $H = m$; $t > 0$, $x = 0$; $H = 0$; $x = L$, $\partial H/\partial x = 0$; $y = 0$, $\partial H/\partial y = 0$. Решение уравнения (9.1) при указанных краевых условиях имеет вид

$$H(x, y, t) = \frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} B_n(t) \operatorname{ch} \lambda_n y \sin \lambda_n x, \tag{9.8}$$

где $\lambda_n = (2n + 1)\pi/2L$, а параметр $B_n(t)$ определяется из условий (9.2) и (9.3), которые переносятся на начальное положение свободной поверхности $y = m$. Тогда уравнение депрессионной кривой примет вид (9.7) ($y_0 = m$), а для определения параметра B_n получим уравнение

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\mu}{k} \frac{dB_n}{dt} \operatorname{ch} \lambda_n m + \frac{k + \varepsilon}{k} B_n \lambda_n \operatorname{sh} \lambda_n m - \varepsilon_n \right) \sin \lambda_n x -$$

$$- \frac{2}{L} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n B_n \operatorname{sh} \lambda_n m \sin \lambda_n x \right)^2 - \frac{2}{L} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n B_n \operatorname{ch} \lambda_n m \cos \lambda_n x \right)^2 = 0, \tag{9.9}$$

где $\varepsilon_n = \varepsilon/k\lambda_n$. Точное решение уравнения (9.9) связано с большими математическими трудностями. Поэтому предлагается следующая приближенная процедура. Точно учитываются первые члены второго и третьего рядов с помощью разложения их в ряд по $\sin \lambda_n x$, а для последующих членов используется дополнительное допущение

$$B_n(t) \sin^2 \lambda_n x = (-1)^n B_n(0) \sin \lambda_n x. \tag{9.10}$$

Тогда с учетом разложений

$$\sin^2 \lambda_0 x = \frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \sin \lambda_n x, \quad \cos^2 \lambda_0 x = \frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \sin \lambda_n x,$$

где

$$\alpha_n = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{\lambda_n} - \frac{1}{2(\lambda_n - 2\lambda_0)} - \frac{1}{2(\lambda_n + 2\lambda_0)}\right];$$

$$\beta_n = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{\lambda_n} + \frac{1}{2(\lambda_n + 2\lambda_0)} + \frac{1}{2(\lambda_n - 2\lambda_0)}\right],$$

можно уравнение (9.9) при $n = 0$, предварительно положив $B_1(t) \approx$ $\approx B_1(0) = \frac{m}{\lambda_1 \operatorname{ch} \lambda_1 m}$, $\sin \lambda_n x \approx (-1)^n$, привести к виду

$$\frac{dB_0}{dt} + \nu_0 B_0 - \frac{k}{\mu} \frac{\theta_0}{\operatorname{ch} \lambda_0 m} B_0^2 - \frac{k\varepsilon_0}{\mu \operatorname{ch} \lambda_0 m} = 0, \qquad (9.11)$$

где

$$\nu_0 = \frac{k+\varepsilon}{\mu} \lambda_0 \operatorname{th} \lambda_0 m + \frac{4km}{\mu L} \lambda_0 \operatorname{th} \lambda_0 (\operatorname{th} \lambda_1 m - \operatorname{th} \lambda_2 m),$$

$$\theta_0 = \frac{4\lambda_0^2}{L^2} (\alpha_0 \operatorname{sh}^2 \lambda_0 m + \beta_0 \operatorname{ch}^2 \lambda_0 m).$$

Уравнение (9.11) несколько уточняется, если взять первый член разложения в ряд по $\sin \lambda_n x$ суммы вторых членов, равной

$$\frac{4}{L} \lambda_0 \lambda_1 B_0 B_1 [\operatorname{sh} \lambda_0 m \operatorname{sh} \lambda_1 m \sin \lambda_0 x \sin \lambda_1 x + \operatorname{ch} \lambda_0 m \operatorname{ch} \lambda_1 m \cos \lambda_0 x \cos \lambda_1 x].$$

В этом случае коэффициент при $\sin \lambda_0 x$ составит $\frac{2}{L}(\gamma_0 \operatorname{sh} \lambda_0 \times$ $\times m \operatorname{sh} \lambda_1 m + \delta_0 \operatorname{ch} \lambda_0 m \operatorname{ch} \lambda_1 m)$, где

$$\gamma_0 = \frac{1}{2}\left[\frac{\lambda_0 - \lambda_1}{(\lambda_0 - \lambda_1)^2 - \lambda_0^2} - \frac{\lambda_0 + \lambda_1}{(\lambda_0 + \lambda_1)^2 - \lambda_0^2}\right];$$

$$\delta_0 = \frac{1}{2}\left[\frac{\lambda_0 - \lambda_1}{(\lambda_0 - \lambda_1)^2 - \lambda_0^2} + \frac{\lambda_0 + \lambda_1}{(\lambda_0 + \lambda_1)^2 - \lambda_2^2}\right],$$

$$\nu_0 = -\frac{8km\lambda_0}{\mu L^2} (\gamma_0 \operatorname{th} \lambda_0 m \operatorname{th} \lambda_1 m + \delta_0) + \frac{k+\varepsilon}{\mu} \lambda_0 \operatorname{th} \lambda_0 m.$$

Так как обычно

$$\Delta = -\nu_0^2 + \frac{4k^2 \varepsilon_0 \theta_0}{\mu^2 \operatorname{ch} \lambda_0 m} < 0,$$

то решение уравнения (9.11) имеет вид

$$t = \frac{1}{\sqrt{-\Delta}} \ln \psi \frac{2\frac{k}{\mu}\frac{\theta_0}{\operatorname{ch} \lambda_0 m} B_0(t) - \nu_0 - \sqrt{-\Delta}}{2\frac{k}{\mu}\frac{\theta_0}{\operatorname{ch} \lambda_0 m} B_0(t) - \nu_0 + \sqrt{-\Delta}}, \qquad (9.12)$$

где

$$\psi = \frac{2\frac{k}{\mu}\frac{\theta_0}{\operatorname{ch} \lambda_0 m} B_0(0) - \nu_0 + \sqrt{-\Delta}}{2\frac{k}{\mu}\frac{\theta_0}{\operatorname{ch} \lambda_0 m} B_0(0) - \nu_0 + \sqrt{-\Delta}}, \quad B_0(0) = \frac{m}{\lambda_0 \operatorname{ch} \lambda_0 m}.$$

При отсутствии инфильтрации ($\varepsilon = 0$) получаем

$$t = \frac{1}{\nu_0} \ln \psi \frac{B_0(t) - \frac{\nu_0 \mu \operatorname{ch} \lambda_0 m}{k_0 \theta_0}}{B_0(t)}, \tag{9.13}$$

где

$$\psi = \frac{B_0(0)}{B_0(0) - \frac{\mu \nu_0 \operatorname{ch} \lambda_0 m}{k\theta_0}}.$$

Решив уравнения (9.12) и (9.13) относительно $B_0(t)$, найдем

$$B_0(t) = \frac{\mu \operatorname{ch} \lambda_0 m}{2k\theta_0} \frac{\psi(\nu_0 - \sqrt{-\Delta}) - (\nu_0 + \sqrt{-\Delta}) \exp(\sqrt{-\Delta}\, t)}{\psi - \exp(\sqrt{-\Delta}\, t)}; \tag{9.14}$$

$$B_0(t) = \frac{\mu \nu_0 \operatorname{ch} \lambda_0 m}{k\theta_0} \frac{\psi}{\psi - \exp(\nu_0 t)}. \tag{9.15}$$

Параметр $B_n(t)$ при $n \geqslant 1$ определяется из уравнения

$$\frac{dB_n}{dt} + \frac{k}{\mu} \lambda_n \operatorname{th} \lambda_n m B_n + (-1)^{n+1} \frac{2k}{\mu L} \lambda_n^2 \operatorname{sh} \lambda_n m \operatorname{th} \lambda_0 m B_n^2 =$$

$$= \frac{k\theta_0}{\mu \operatorname{ch} \lambda_n m} B_0^2(t) + \frac{k\varepsilon_n}{\mu \operatorname{ch} \lambda_n m}, \tag{9.16}$$

где $\theta_n = \frac{4\lambda_0^2}{L^2}(\alpha_n \operatorname{sh}^2 \lambda_0 m + \beta_n \operatorname{ch}^2 \lambda_0 m)$. Получить точное решение этого уравнения весьма трудно. Поэтому предположим, что параметр B_0 зависит от времени t параметрически. Так как

$$\Delta_* = -\frac{k^2}{\mu^2} \lambda_n^2 \operatorname{th} \lambda_n m R_n^2(t) < 0, \quad R_n^2(t) = \left(\frac{k+\varepsilon}{k}\right)^2 +$$

$$+ (-1)^{n+1} \frac{8}{L}(\theta_n B_0^2 + \varepsilon_n),$$

то решением уравнения (9.16) будет

$$t = \frac{1}{\sqrt{-\Delta_*}} \ln \psi_1 \frac{1 + R_n(t) + \frac{4\lambda_n}{L} \operatorname{sh} \lambda_n m B_n(t)}{1 - R_n(t) + \frac{4\lambda_n}{L} \operatorname{sh} \lambda_n m B_n(t)}, \tag{9.17}$$

где

$$\psi_1 = \frac{1 - R_n(0) + \frac{4\lambda_n}{L} \operatorname{sh} \lambda_0 m B_n(0)}{1 + R_n(0) + \frac{4\lambda_n}{L} \operatorname{sh} \lambda_n m B_n(0)}, \quad B_n(0) = \frac{m}{\lambda_n \operatorname{ch} \lambda_n m}.$$

Разрешив уравнение (9.17) относительно параметра $B_n(t)$, получим

$$B_n(t) = \frac{[1 - R_n(t)] \exp(\sqrt{-\Delta_*}\, t) - \psi_1 - \psi_1 R_n(t)}{\frac{4\lambda_n}{L} \operatorname{sh} \lambda_n m [\psi_1 - \exp(\sqrt{-\Delta_*}\, t)]}. \tag{9.18}$$

При отсутствии инфильтрации в выражении (9.18) следует положить $\varepsilon_n = 0$. При $l \gg m$ нелинейными членами в уравнении (9.9) можно пренебречь, тогда для любых значений $n \geqslant 0$ имеем

$$B_n(t)\operatorname{ch}\lambda_n m = \frac{m}{\lambda_n}\exp\left(-\frac{k+\varepsilon}{\mu}\lambda_n t \operatorname{th}\lambda_n m\right) + \\ + \frac{k\varepsilon_n}{(k+\varepsilon)\lambda_n \operatorname{th}\lambda_n m}\left[1-\exp\left(-\frac{k+\varepsilon}{\mu}\lambda_n t \operatorname{th}\lambda_n m\right]\right. . \qquad (9.19)$$

Для этого случая при $\varepsilon = 0$ уравнение депрессионной кривой имеет вид

$$y = \frac{2m}{L}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\exp\left(-\frac{k}{\mu}\lambda_n t \operatorname{th}\lambda_n m\right)}{\lambda_n}\sin\lambda_n x. \qquad (9.20)$$

Предложенные способы расчета проиллюстрируем нахождением положения уровня грунтовых вод на междреньи при следующих исходных данных: $k = 0{,}2$ м/сут, $\mu = 0{,}1$, $L = 8{,}0$ м, $H_д = 0$, $m = 2$ м, $\varepsilon = 0$. При линейном условии на свободной поверхности расчет производится по формуле (9.20), которая при принятых исходных данных для $n = 0, 1, 2, 3$ имеет вид

$$y = H(L, m, t) = 2{,}551e^{-0.146t} - 0{,}850e^{-0.971t} + 0{,}510e^{-1.884t} - \\ - 0{,}374e^{-2.722t}.$$

При нелинейном условии (9.3) расчет с учетом тех же приближений выполняется по формуле (9.8). Окончательной расчетной формулой будет следующая:

$$y = \frac{3{,}267}{0{,}279 + e^{0.126t}} - \\ - \frac{0{,}601}{e^{1.091t} - 0{,}292} + \\ + \frac{0{,}982}{0{,}926 + e^{1.92t}} - \\ - \frac{0{,}254}{e^{2.733t} - 0{,}332}.$$

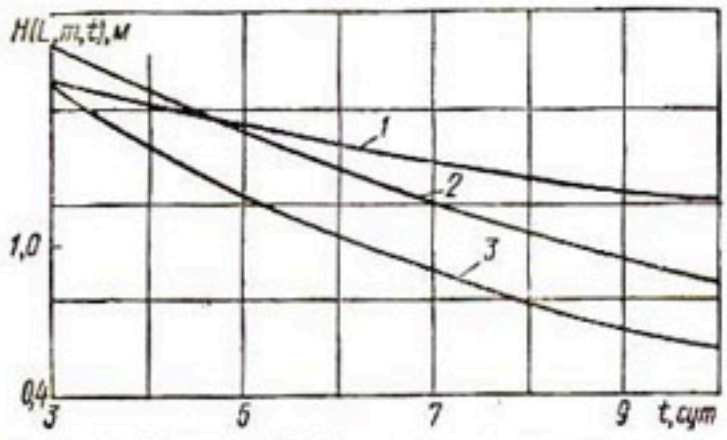


Рис. 49. Уровни $H(L, m, t)$ посредине между дренами, вычисленные по формулам (9.67) (*1*), (9.8) (*2*) и (9.20) (*3*).

Наконец, для сопоставления приведем также расчет по приближенной формуле (9,67), которая при принятых исходных данных имеет вид

$$y = H(L, m, t) = \frac{2}{1 + 0{,}0625t}.$$

Результаты расчетов по указанным формулам приведены на рис. 49. Как и следовало ожидать, расчет по формуле (9.20), полученной с использованием линеаризации, дает существенно завышенные результаты.

Рассмотрим для двухслойного грунта случай, когда свободная поверхность находится в верхнем слое в течение всего периода

осушения. Тогда при жестком режиме фильтрации в слоях движение грунтовых вод описывается уравнением Лапласа (9.1), записанным относительно напоров $H_1(x, y, t)$ и $H_2(x, y, t)$. Оно решается при следующих краевых условиях:

$$t = 0,\ H_1 = m;$$

$$t > 0,\ y = 0,\ \frac{\partial H_2}{\partial y} = 0,\ y = m_2,\ H_1 = H_2,\ k_1 \frac{\partial H_1}{\partial y} = k_2 \frac{\partial H_2}{\partial y},$$

$$x = 0,\ H_1 = H_2 = H_д;\quad x = L,\ \frac{\partial H_1}{\partial x} = \frac{\partial H_2}{\partial x} = 0$$

и следующих условиях на свободной поверхности:

$$H_1 = y,\ \frac{\mu}{k}\frac{\partial H_1}{\partial t} + \left(1 + \frac{\varepsilon}{k_1}\right)\frac{\partial H_1}{\partial y} - \left(\frac{\partial H_1}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial H_1}{\partial y}\right)^2 - \frac{\varepsilon}{k_1} = 0.$$

Общее решение уравнения (9.1) для искомых функций $H_1(x, y, t)$ и $H_2(x, y, t)$ имеет вид

$$H_1 = H_д + \frac{2}{L}\sum_{n=0}^{\infty}[B_n'(t)\operatorname{sh}\lambda_n y + B_n''(t)\operatorname{ch}\lambda_n y]\sin\lambda_n x; \quad (9.21)$$

$$H_2 = H_д + \frac{2}{L}\sum_{n=0}^{\infty}[D_n'(t)\operatorname{sh}\lambda_n y + D_n''(t)\operatorname{ch}\lambda_n y]\sin\lambda_n x. \quad (9.22)$$

Параметры B_n и D_n находим, используя граничные условия задачи

$$D_0'(t) = 0,\ B_n'(t) = \rho_n B_n''(t),\ D_n''(t) = (1 + \rho_n \operatorname{th}\lambda_n m_2) B_n''(t),$$

где

$$\rho_n = \frac{(k_1 - k_2)\operatorname{sh} 2\lambda_n m_2}{2(k_1 \operatorname{ch}^2 \lambda_n m_2 - k_2 \operatorname{sh}^2 \lambda_n m_2)}.$$

Тогда выражение для напора H_1 в верхнем слое, нахождением которого в дальнейшем ограничим решение, имеет вид

$$H_1 = H_д + \frac{2}{L}\sum_{n=0}^{\infty}(\rho_n' \operatorname{sh}\lambda_n y + \operatorname{ch}\lambda_n y) B_n'(t)\sin\lambda_n x, \quad (9.23)$$

где $\rho_n' = 1 + \rho_n \operatorname{th}\lambda_n m_2$. Подстановка этого выражения в условие на свободной поверхности дает при $m = \zeta(x, t)$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{\mu}{k_1}\omega_n'\frac{dB_n''}{dt} + \frac{k_1 + \varepsilon}{k_1}\lambda_n\omega_n'' B_n(t) - \varepsilon_n\right]\sin\lambda_n x -$$

$$- \frac{2}{L}\left(\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n\omega_n' B_n'(t)\cos\lambda_n x\right)^2 - \frac{2}{L}\left(\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n\omega_n'' B_n''(t)\sin\lambda_n x\right)^2 = 0, \quad (9.24)$$

где $\omega_n' = \rho_n' \operatorname{sh}\lambda_n m + \operatorname{ch}\lambda_n m$, $\omega_n'' = \rho_n' \operatorname{ch}\lambda_n m + \operatorname{sh}\lambda_n m$. Параметр $B_0''(t)$ находят в результате решения уравнения

$$\frac{dB_0''}{dt} + \frac{k_1 + \varepsilon}{\mu}\lambda_n\frac{\omega_0''}{\omega_0'} B_0'' - \bar{0}_0 B_0''^2 = \frac{k_1\varepsilon_0}{\mu\omega_0'}, \quad (9.25)$$

где $\bar{\theta}_0 = \frac{4k_1\lambda_0^2}{L^2}\frac{\alpha_0\omega_0^{'2}+\beta_0\omega_0^{''2}}{\mu\omega_0^{'}}$; при $\Delta_0 = 4\frac{\varepsilon_0\bar{\theta}_0 k_1}{\mu\omega_0^{'}} - \frac{(k_1+\varepsilon)^2}{\mu^2}\lambda_n^2\left(\frac{\omega_0^{''}}{\omega_0^{'}}\right)^2$

$$B_0^{''}(t) = \frac{\left(\sqrt{-\Delta_0} - \frac{k_1+\varepsilon}{\mu}\lambda_n\frac{\omega_0^{''}}{\omega_0^{'}}\right)\exp\left(\sqrt{-\Delta_0}\,t\right) + \bar{\psi}\left(\frac{k_1+\varepsilon}{\mu}\lambda_n\frac{\omega_0^{''}}{\omega_0^{'}} + \sqrt{-\Delta_0}\right)}{2\bar{\theta}_0\left[\bar{\psi} - \exp\left(\sqrt{-\Delta_0}\,t\right)\right]}. \tag{9.26}$$

Параметр $B_n^{''}(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{dB_n^{''}}{dt} + \frac{k_1+\varepsilon}{\mu}\lambda_n\frac{\omega_n^{''}}{\omega_n^{'}}B_n^{''} + (-1)^{n+1}\frac{2k_1\lambda_n^2\omega_n^{''2}}{\mu L\omega_n^{'}}B_n^{''2} = \bar{\theta}_n B_0^{''2}(t) + \frac{k_1\varepsilon_n}{\mu\omega_n^{'}}, \tag{9.27}$$

где

$$\bar{\theta}_n = \frac{4k_1\lambda_0^2}{L^2}\frac{\alpha_n\omega_0^{'2}+\beta_n\omega_0^{''2}}{\mu\omega_n^{'}}.$$

Приближенным решением уравнения (9.27) при

$$\Delta_1 = -\frac{\omega_n^{''2}\lambda_n^2}{\mu^2\omega_n^{'2}}\left\{\frac{8k_1}{L}\left[k_1\varepsilon_n + \mu\omega_n^{'}\bar{\theta}_n B_n^{''2}(t)\right] + (k_1+\varepsilon)^2\right\} < 0$$

будет

$$B_n^{''}(t) = \frac{\mu\omega_n^{'}L - (-1)^{n+1}}{2k_1\lambda_n\omega_n^{''2}} \times$$

$$\times \frac{\left[\frac{k_1+\varepsilon}{\mu\omega_n^{'}}\lambda_n\omega_n^{''} - \sqrt{-\Delta_1}\right]\exp\left(\sqrt{-\Delta_1}\,t\right) - \bar{\psi}_1\left[\frac{k_1+\varepsilon}{\mu\omega_n^{'}}\lambda_n\omega_n^{''} + \sqrt{-\Delta_1}\right]}{\bar{\psi}_1 - \exp\left(\sqrt{-\Delta_1}\,t\right)}, \tag{9.28}$$

где

$$\bar{\psi}_1 = \frac{\lambda_n\frac{k_1+\varepsilon}{\mu}\frac{\omega_n}{\omega_n^{'}} - \sqrt{-\Delta_1} + (-1)^{n+1}\frac{4k_1\lambda_n^2}{\mu L}\frac{\omega_n^{''2}}{\omega_n^{'}}B_n^{''}(0)}{\lambda_n\frac{k_1+\varepsilon}{\mu}\frac{\omega_n^{''}}{\omega_n^{'}} + \sqrt{-\Delta_1} + (-1)^{n+1}\frac{4k_1\lambda_n^2}{\mu L}\frac{\omega_n^{''2}}{\omega_n^{'}}B_n^{''}(0)}.$$

При упругом режиме фильтрации в нижнем слое исходное уравнение для искомой функции $H_2(x, y, t)$ имеет вид

$$\frac{\partial^2 H_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_2}{\partial y^2} = \frac{1}{a_2}\frac{\partial H_2}{\partial t}, \quad a_2 = \frac{\mu_2}{k_2 m_2}, \tag{9.29}$$

где μ_2 — коэффициент упругой водоотдачи нижнего слоя. Решение этого уравнения находят в виде асимптотического ряда с учетом

двух членов относительно изображения H_{2*}:

$$H_{2*} = \int_0^L H_2 \sin \lambda_n x dx = H_{2*}^0 + \frac{1}{a_2} H_{2*} + 0\left(\frac{1}{a_2}\right), \qquad (9.30)$$

где

$$H_{2*}^0 = \frac{H_{\text{п}}}{\lambda_n} + D_n^{\sim}(t) \operatorname{ch} \lambda_n y, \quad H_{2*}^{'} = \frac{y \operatorname{sh} \lambda_n y - m_2 \operatorname{th} \lambda_n m_2 \operatorname{ch} \lambda_n y}{2\lambda_n} \frac{dD_n^{\sim}}{dt}.$$

С использованием линеаризованного условия на свободной поверхности для определения параметров $B_n^{'}(t)$ и $B_n^{\sim}(t)$ после несложных преобразований получим следующую линейную систему:

$$\frac{dB_n^{'}}{dt} = \frac{\mu r_n^{'} + (k_1 + \varepsilon)\lambda_n}{\mu(\operatorname{th} \lambda_n m_2 - \operatorname{th} \lambda_n m)} B_n^{'} - \frac{\mu r_n^{''} + (k_1 + \varepsilon)\lambda_n \operatorname{th} \lambda_n m}{\mu(\operatorname{th} \lambda_n m_2 - \operatorname{th} \lambda_n m)} B_n^{\sim} +$$

$$+ \frac{\varepsilon_n}{\mu \operatorname{ch} \lambda_n m (\operatorname{th} \lambda_n m_2 - \operatorname{th} \lambda_n m)};$$

$$\frac{dB_n^{''}}{dt} = \left[r_n^{'} - \operatorname{th} \lambda_n m_2 \frac{\mu r_n^{'} + (k_1 + \varepsilon)\lambda_n}{\mu(\operatorname{th} \lambda_n m_2 - \operatorname{th} \lambda_n m)} \right] B_n^{'} +$$

$$+ \left[r_n^{''} - \operatorname{th} \lambda_n m_2 \frac{\mu r_n^{''} + (k_1 + \varepsilon)\lambda_n \operatorname{th} \lambda_n m}{\mu(\operatorname{th} \lambda_n m_2 - \operatorname{th} \lambda_n m)} \right] B_n^{''} - \frac{\varepsilon_n \operatorname{th} \lambda_n m_2}{\mu \operatorname{ch} \lambda_n m (\operatorname{th} \lambda_n m_2 - \operatorname{th} \lambda_n m)}, \qquad (9.31)$$

где

$$r_n^{'} = 2a_2\lambda_n \frac{k_1 \operatorname{ch}^2 \lambda_n m_2 - k_2 \operatorname{sh}^2 \lambda_n m_2}{\operatorname{ch} \lambda_n m_2 \operatorname{sh} \lambda_n m_2 + m_2 \lambda_n}, \quad r_n^{''} = 2a_2\lambda_n \frac{(k_1 - k_2) \operatorname{sh} \lambda_n m_2 \operatorname{ch} \lambda_n m_2}{\operatorname{ch} \lambda_n m_2 \operatorname{sh} \lambda_n m_2 + m_2 \lambda_n}.$$

В итоге решение этой системы позволяет определить по формуле (9.21) напор в верхнем слое и составить уравнение для построения депрессионной кривой

$$y = \frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} [B_n^{'}(t) \operatorname{sh} \lambda_n m + B_n^{\sim}(t) \operatorname{ch} \lambda_n m] \sin \lambda_n x. \qquad (9.32)$$

В приведенных решениях коэффициент гравитационной водоотдачи, или недостатка насыщения, μ, определяемый свободной пористостью грунта, принимался постоянным. Однако свободная пористость грунта может быть принята в какой-то мере постоянной лишь при колебании горизонтов грунтовых вод на глубинах от поверхности земли, превышающих высоту капиллярного поднятия. Из изложенного следует, что в условиях осушительного дренажа поверхность грунтовых вод колеблется на небольших глубинах от поверхности земли (в зоне капиллярного поднятия) и величина μ является переменной и зависящей от глубины и скорости изменения залегания грунтовых вод или точнее — от запасов влаги в капиллярной кайме и ее положения. Однако учесть переменный характер величины μ в практических расчетах по разным причинам весьма

сложно, и поэтому обычно оперируют коэффициентом средней (суммарной) водоотдачи в зоне изменения уровня. По-видимому, такой подход при проведении инженерных расчетов является вполне приемлемым, но он подразумевает существование надежных способов определения этой средней водоотдачи, основанных на изучении и анализе более сложных моделей динамики водоотдачи (или насыщения). Однако провести такой анализ в общем случае, когда при перемещении свободной поверхности эпюры влажности в капиллярной зоне не успевают стабилизироваться, весьма затруднительно.

Практический интерес представляет случай медленного опускания свободной поверхности, когда в капиллярной зоне успевает сформироваться квазиравновесный режим влажности, при котором образуется более или менее устойчивая эпюра влажности, опускающаяся параллельно самой себе со скоростью, равной скорости понижения свободной поверхности [58, 116]. Определение коэффициента μ для такой схемы может быть изучено с большой точностью на основании рассмотрения следующего уравнения влагопереноса в ненасыщенной зоне:

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} = 0, \quad \text{или} \quad \frac{\partial}{\partial z}\left(D\frac{\partial \theta}{\partial z}\right) + \frac{\partial K}{\partial z} = 0, \tag{9.33}$$

где V_z — вертикальная скорость переноса влаги; D — коэффициент диффузии влаги (коэффициент влагопроводности); K — коэффициент влагопереноса; θ — текущая влажность. Для решения уравнения (9.33) зададим функциональные зависимости коэффициентов D и K от влажности θ. Из теоретических соображений и анализа экспериментальных данных следует, что зависимости в небольшом диапазоне изменения влажности могут быть представлены в виде

$$D = D_0 e^{\beta(\theta-\theta_0)}, \quad K = ke^{\alpha(\theta-\theta_п)}, \tag{9.34}$$

где k — коэффициент фильтрации при полном насыщении; $\theta_п$ — предельная влагоемкость грунта; D_0, θ_0, α, β — параметры, определяемые для данной породы опытным путем. Полагая поток влаги на поверхности земли ($z = m$) равным нулю, а на свободной поверхности $\theta = \theta_п$, где $\theta_п$ — влажность грунта в насыщенном водой состоянии, получим для определения коэффициента μ выражение

$$\mu = -\frac{1}{\alpha-\beta}\ln(1-\gamma m+\gamma H), \quad \gamma = (\alpha-\beta)\frac{k}{D_0}e^{(\beta-\alpha)(\theta_0-\theta_п)}, \tag{9.35}$$

при этом уравнение свободной поверхности следует записать в виде $z = H(x, t)$. Для удобства использования выражения (9.35) в расчетах и решениях упростим его, разложив в ряд по степеням $m - H$. С учетом двух членов разложения, что зачастую вполне достаточно для практических целей, имеем

$$\mu = \frac{\gamma}{\alpha-\beta}\left[(m-H)+\frac{\gamma}{2}(m-H)^2\right]. \tag{9.36}$$

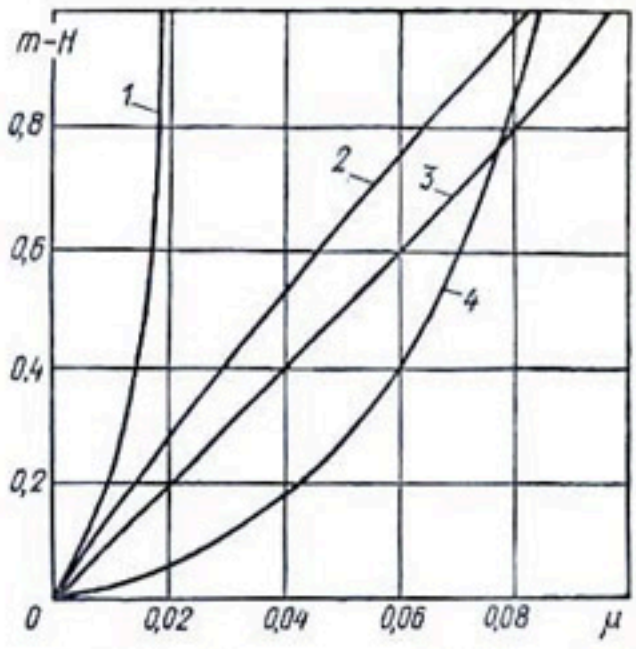


Рис. 50. Сопоставление результатов расчета коэффициента μ, полученных по формулам Г. Д. Эркина (*1*), (9.35) (*2*), С. Ф. Аверьянова (*3*), В. П. Насиковского и В. Я. Шапрана (*4*).

На рис. 50 для сравнения сопоставлены значения μ, вычисленные по формуле (9.35) и по известным формулам С. Ф. Аверьянова, Г. Д. Эркина, В. П. Насиковского и В. Я. Шапрана, приведенным в работе [82]. При расчетах по формуле (9.35) были использованы данные опыта, описанного в работе [109], согласно которому $\theta_n = 0{,}47$, $\theta_0 = 0{,}3$, $D_0 = 0{,}0051$ м²/сут, $\alpha = 34$, $\beta = 26$, $k = 0{,}11$ м/сут. Кстати, заметим, что ошибка при расчете по формуле (9.36) по сравнению с расчетом по формуле (9.35) составила 2,5%.

§ 2. Расчет осушительного дренажа в неоднородно-слоистых грунтах на основе гидравлической постановки задачи

В практике осушения неоднородная водоносная толща почвогрунтов часто состоит из слоев небольшой мощности. Дрены для таких грунтов обычно делают совершенными, а расстояние между ними $B = 2L$ чаще всего превышает их мощность в пять и более раз.

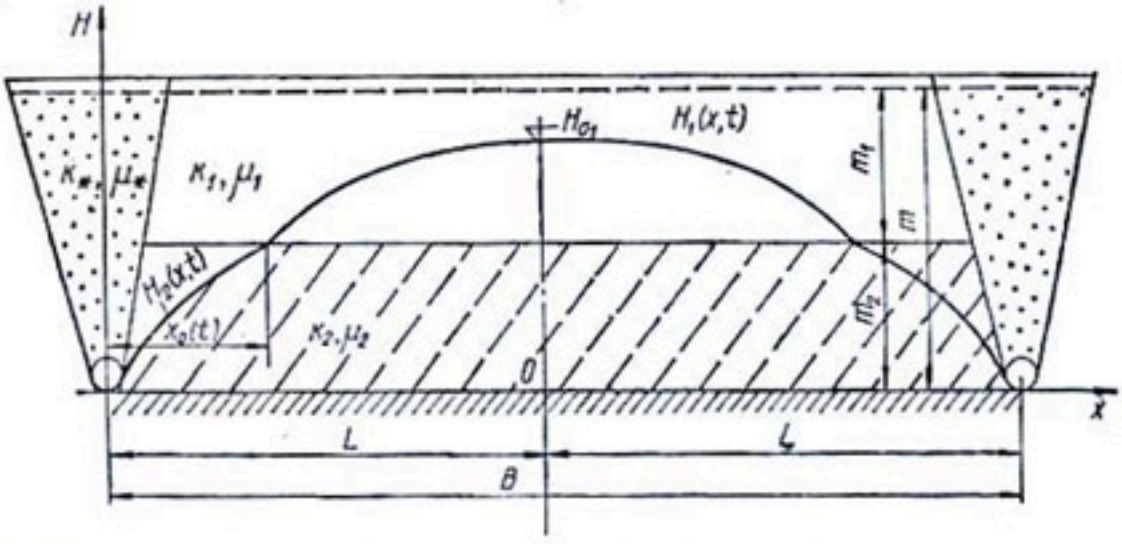


Рис. 51. Расчетная схема осушения двухслойного грунта.

Тогда на основе исходных уравнений задачи в строгой гидродинамической постановке для указанных условий можно получить вполне приемлемые по точности приближенные уравнения, которые в случае осушения рассматриваемого ниже двухслойного грунта

(рис. 51) имеют вид [71]

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\alpha_1 H_1^2 + \beta H_1) = \frac{\partial H_1}{\partial t}, \quad x_0 \leqslant x < L;$$
$$\alpha_2 \frac{\partial^2 H_2^2}{\partial x^2} = \frac{\partial H_2}{\partial t}, \quad 0 \leqslant x < x_0, \tag{9.37}$$

где $\alpha_1 = \frac{k_1}{2\mu_1}$; $\alpha_2 = \frac{k_2}{2\mu_2}$; $\beta = \frac{m_2}{\mu_1}(k_2 - k_1)$; $H_1(x, t)$ и $H_2(x, t)$ — искомые уровни грунтовых вод в слоях на указанных участках; $x_0(t)$ — неизвестная координата, определяющая положение точки пересечения депрессионной кривой границы раздела слоев; $m_{1,2}$, $\mu_{1,2}$, $k_{1,2}$ — соответственно мощности, коэффициенты водоотдачи и фильтрации верхнего и нижнего слоев. Согласно данным работы [57], система (9.37) описывает движение грунтовых вод в слоях с одинаковыми по глубине потока горизонтальными скоростями при соблюдении известного условия на горизонтальной плоскости контакта верхнего и нижнего слоев.

Теперь, пренебрегая глубиной воды в дренах и дополнительными сопротивлениями на вход воды в дрены, т. е. рассматривая модель «идеальной» дрены, исходную систему (9.37) для условий систематического дренажа следует решать при таких начальных и граничных условиях:

$$t = 0, \quad H_1 = m, \quad x_0 = 0;$$
$$t > 0, \quad x = 0, \quad H_2 = 0; \quad x = L, \quad \partial H_1/\partial x = 0; \tag{9.38}$$
$$x = x_0(t), \quad H_1 = H_2 = m_2, \quad \partial H_1/\partial x = \partial H_2/\partial x.$$

Рассматриваемая краевая задача является нелинейной с неизвестной границей $x = x_0(t)$. Однако, учитывая относительно слабую нестационарность процесса, характерную для фильтрационных потоков вообще, исходные уравнения можно значительно упростить. Представим первое уравнение системы (9.37) в виде

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\alpha_1 H_1^2 + \beta H_1) - \frac{\partial H_1}{\partial t}\right] = 0,$$
$$x = L, \quad H_1 = H_{0_1}(t) \tag{9.39}$$

и в продифференцированном уравнении, содержащем уже меньше информации, чем исходное, пренебрежем членом, содержащим производную по времени. С учетом сделанных допущений рассматриваемая краевая задача принимает вид

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}[\alpha_1 H_1^2 + \beta H_1] = \frac{dH_{0_1}}{dt}, \quad x_0 \leqslant x < L;$$
$$\alpha_2 \frac{\partial^2 H_2^2}{\partial x^2} = \frac{dH_{0_2}}{dt}, \quad 0 \leqslant x < x_0,$$
$$t > 0, \quad x = 0, \quad H_2 = 0; \quad x = L, \quad H_1 = H_{0_1}, \quad H_2 = H_{0_2}; \tag{9.40}$$
$$x = x_0(t), \quad H_1 = H_2 = m_2, \quad \frac{\partial H_1}{\partial x} = \frac{\partial H_2}{\partial x};$$
$$t = 0, \quad H_1^0 = m, \quad m = m_1 + m_2$$

В этой задаче начальные условия оказываются в значительной мере утерянными вследствие частичного осреднения в уравнениях частной производной по t, остается лишь условие для начальной ординаты кривой депрессии посредине между дренами ($x = L$). Физически это можно объяснить весьма интенсивной в начальный период времени работой дренажа по отводу грунтовых вод, формирующихся за счет усиленного притока из верхнего более проницаемого пахотного слоя и частично активного осушения грунта вблизи дрены. Наличие такого интенсивного потока в дрену в начальный период осушения замедлит понижение уровня грунтовых вод в засыпке. Учесть в расчетах характер этого понижения можно в результате рассмотрения следующего условия на свободной поверхности потока в засыпке:

$$-k_* + \varepsilon_* (t) = \mu_* \frac{dH_*}{dt}, \tag{9.41}$$

где $H_* (t)$ — уровень грунтовых вод в засыпке; k_* и μ_* — коэффициенты фильтрации и водоотдачи грунта засыпки; $\varepsilon_* (t)$ — модуль питания потока, моделирующий приток в засыпку.

Пренебрегая в начальный период осушения фильтрацией в нижнем подстилаемом слое ($k_2 \approx 0$), уровень H_1 в верхнем слое найдем из решения следующей краевой задачи:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{k_1}{2} H_1^2 - k_1 m_2 H_1\right) = \mu_1 \frac{dH_1}{dt},$$

$$t > 0, \quad x = 0, \quad H_1 = \frac{m_2 + H_* (t)}{2}; \quad x = L; \quad \frac{\partial H_1}{\partial x} = 0; \tag{9.42}$$

$$t = 0, \quad H_1 = H_1 (x, 0).$$

В результате решения этой задачи с использованием метода малого параметра находим

$$\varepsilon_* (t) = \frac{k_1}{lL} (m^2 - 2mm_2 + 0{,}75m_2^2 + 0{,}5m_2 H_* - 0{,}25H_*^2), \tag{9.43}$$

где $2l$ — ширина засыпки прямоугольного сечения. Расход в дрену

$$q (t) = 2l \left(\varepsilon_* (t) - \mu_* \frac{dH}{dt}\right). \tag{9.44}$$

При $\frac{k_*}{k_1} lL > (m - m_2)^2$ положение уровня $H_* (t)$ для случая $m_2 \leqslant H_* (t) < m$ приближенно можно найти по формуле

$$H_* (t) = \frac{\rho_3}{2\rho_1} \operatorname{tg}\left(\rho_4 - \frac{k_* \rho_3}{2\mu_*} t\right) - \frac{\rho_2}{2\rho_1}. \tag{9.45}$$

где

$$\rho_1 = \frac{k_1}{4k_* lL}; \quad \rho_2 = -\frac{k_1 m_2}{2k_* lL}; \quad \rho_3 = \sqrt{\frac{k_1}{k_* lL}\left[1 - \frac{k_1}{k_* lL} (m - m_2)^2\right]};$$

$$\rho_4 = \operatorname{arctg} \frac{\rho_2 + 2\rho_1 m}{\rho_3}.$$

Окончательно формула для определения положения уровня между дренами в верхнем слое в начальной стадии осушения имеет вид

$$H_{0_1} \approx m + \frac{k_1}{\mu_1 L^2}\left[(2mm_2 - m^2 - 0{,}75m_2^2)\,t + 0{,}25J(t)\right], \quad (9.46)$$

где

$$J(t) = \left(\frac{\rho_2 m_2}{\rho_1} + \frac{\rho_2^2 - \rho_3^2}{4\rho_1^2}\right)t - \frac{\rho_3}{\rho_1}\left(\frac{2m_2\mu_*}{k_*\rho_3} + \frac{\rho_2\mu_*}{k_*\rho_1\rho_3}\right)\times$$

$$\times \ln\frac{\cos\left(\rho_4 - \frac{k_*\rho_3}{2\mu_*}\,t\right)}{\cos\rho_4} - \frac{\mu_*\rho_3}{2\rho_1^2 k_*}\left[\operatorname{tg}\left(\rho_4 - \frac{k_*\rho_3}{2\mu_*}\,t\right) - \operatorname{tg}\rho_4\right].$$

Для случая $H_*(t) < m_2$, когда поступление воды в засыпку осуществляется с большими градиентами уже из подпахотных слоев, приближенное решение было получено в параметрическом виде

$$H_*(t) = \frac{k_* - \mu_*\tau}{\rho_5\sqrt{\tau}}, \quad (9.47)$$

$$t = \frac{\mu_*}{\rho_5}\left(\frac{1}{\sqrt{\tau_0}} - \frac{1}{\sqrt{\tau}}\right) + \frac{k_*}{3\rho_5}\left(\frac{1}{\tau_0^{3/2}} - \frac{1}{\tau^{3/2}}\right),$$

где

$$\rho_5 = \sqrt{\frac{k_2\mu_2}{2l^2}}, \quad \tau_0 = \left(\frac{-\rho_5 m_2 + \sqrt{(\rho_5 m_2)^2 + 4k_*\mu_*}}{2\mu_*}\right)^2,$$

а модуль питания

$$\varepsilon_*(t) = \frac{\rho_5}{2\mu_*}H_*\left(\sqrt{\rho_5^2 H_*^2 + 4k_*\mu_*} - \rho_5 H_*\right). \quad (9.48)$$

Из (9.45) и (9.47) при $k_{1,2} = 0$ следует известная зависимость для определения положения уровня $H_*(t)$ в случае изолированной засыпки

$$H_*(t) = m - \frac{k_*}{\mu_*}t. \quad (9.49)$$

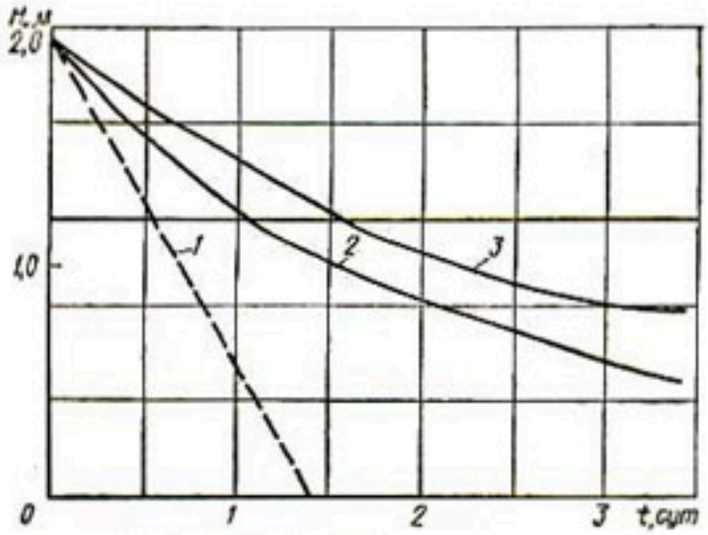


Рис. 52. Уровни $H_*(t)$ в засыпке, вычисленные по формулам (9.49) (*1*), (9.45) и (9.47) (*2*) и рассчитанные на ЭВМ (*3*).

На рис. 52 приведены значения $H_*(t)$, вычисленные по формулам (9.45), (9.47) и (9.49) и найденные в результате численного решения на ЭВМ данной краевой задачи в строгой гидродинамической постановке при следующих исходных данных: $k_1 = k_* = 0{,}14$ м/сут, $k_2 = 0{,}02$ м/сут, $\mu_1 = \mu_* = 0{,}1$, $l = 0{,}25$ м, $m_1 = m_2 = 1$ м, $L = 8$ м. Видно, что предложенные зависимости дают вполне приемлемую для практики точность расчета.

Однако особенности осушения в начальный момент времени, проявляющиеся преимущественно вблизи дрен, слабо влияют на весь процесс осушения на остальных участках, который описывается краевой задачей (9.37) и (9.38). Решение этой задачи легко сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения, описывающего движение свободной поверхности посредине между дренами и являющегося частным случаем уравнения Рикатти:

$$\frac{L^2}{2}\frac{dH_{0_1}}{dt}+\alpha_1 H_{0_1}^2+\beta H_{0_1}+\frac{m_2^2}{2\mu_1}(k_1-k_2)=0 \qquad (9.50)$$

при начальном условии $t=0$, $H_{0_1}=m$. Нетрудно установить, что интегралами уравнений (9.40) будут

$$\alpha_1 H_1^2+\beta H_1=\left(\frac{x^2}{2}-Lx-\frac{x_0^2}{2}+Lx_0\right)\frac{dH_{0_1}}{dt}+\alpha_1 m_2^2+\beta m_2; \qquad (9.51)$$

$$\alpha_2 H_2^2=\left(\frac{x^2}{2}-Lx\right)\frac{dH_{0_2}}{dt}.$$

Уравнение (9.50) непосредственно вытекает из уравнений (9.51), если использовать граничное условие при $x=x_0(t)$. Еще большего упрощения можно добиться, осреднив уравнение (9.40) следующим образом:

$$\omega_1\frac{\partial^2\overline{H}_1}{\partial x^2}=\frac{dH_{0_1}}{dt},\quad \omega_2\frac{\partial^2\overline{H}_2}{\partial x^2}=\frac{dH_{0_2}}{dt}, \qquad (9.52)$$

где $\omega_1=\frac{k_1}{\mu_1}\overline{H}_1+\beta$, $\omega_2=\frac{k_2}{\mu_2}\overline{H}_2$, $\overline{H}_1$, $\overline{H}_2$ — постоянные осреднения, близкие по значениям соответственно к m и m_2.

Решение уравнений (9.52) при краевых условиях (9.38) можно свести к решению обыкновенного уравнения первого порядка

$$\frac{L^2}{2}\frac{dH_{0_1}}{dt}+\omega_1 H_{0_1}=0 \qquad (9.53)$$

при начальном условии $t=0$, $H_{0_1}=m$. Если вместо условия (9.38) на границе $x=x_0(t)$ воспользоваться осредненным условием

$$\frac{\partial}{\partial x}(\alpha_1 H_1^2+\beta H_1)=\alpha_2\frac{\partial H_2^2}{\partial x^2}, \qquad (9.54)$$

то соответствующее уравнение относительно H_{0_1} будет иметь вид

$$\frac{L^2}{2}\frac{dH_{0_1}}{dt}+\omega_1 H_{0_1}+m_2(\omega_2-\omega_1)=0. \qquad (9.55)$$

В частном случае однородного грунта с параметрами m, k и μ получаем следующую краевую задачу:

$$\alpha\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2}=\frac{dH_0}{dt},\quad \alpha=\frac{k}{2\mu}, \qquad (9.56)$$

$$t>0,\ x=0,\ H=0;\ x=L,\ \frac{\partial H}{\partial x}=0,\ H=H_0;\ t=0,\ H_0=m.$$

Эта задача сводится к нелинейному уравнению

$$\frac{L^2}{2}\frac{dH_0}{dt}+\alpha H_0^2=0, \tag{9.57}$$

или с учетом осреднения — к линейному уравнению

$$L^2\frac{dH_0}{dt}+\omega H_0=0, \quad \omega=\frac{k}{\mu}\overline{H}. \tag{9.58}$$

В результате решения нелинейной задачи (9.50) получим следующее выражение для определения времени осушения верхнего слоя двухслойного грунта посредине между дренами:

$$t=\frac{\mu_1 L^2}{k_1}W(H_{0_1}), \tag{9.59}$$

где в зависимости от знака дискриминанта $\Delta=4m_2^2\frac{k_2}{k_1}\left(1-\frac{k_2}{k_1}\right)$

$$W(H_{0_1})=\frac{2}{\sqrt{\Delta}}\left[\varphi-\operatorname{arctg}2\frac{H_{0_1}-\left(1-\frac{k_2}{k_1}\right)m_2}{\sqrt{\Delta}}\right] \quad \text{при} \quad k_1>k_2, \tag{9.60}$$

либо

$$W(H_{0_1})=\frac{1}{\sqrt{-\Delta}}\ln\psi\frac{2H_{0_1}-2m_2\left(1-\frac{k_2}{k_1}\right)+\sqrt{-\Delta}}{2H_{0_1}-2m_2\left(1-\frac{k_2}{k_1}\right)-\sqrt{-\Delta}} \quad \text{при} \quad k_1<k_2,$$

причем

$$\varphi=\operatorname{arctg}2\frac{m-\left(1-\frac{k_2}{k_1}\right)m_2}{\sqrt{\Delta}}=\operatorname{arctg}2\frac{k_1m_1+k_2m_2}{k_1\sqrt{\Delta}},$$

$$\psi=\frac{2(k_1m_1+k_2m_2)-k_1\sqrt{-\Delta}}{2(k_1m_1+k_2m_2)+k_1\sqrt{-\Delta}}.$$

Значение уровня в верхнем слое посредине между дренами найдем, разрешив уравнение (9.59) относительно H_{0_1}:

$$H_{0_1}=\left(1-\frac{k_2}{k_1}\right)m_2+\frac{\sqrt{\Delta}}{2}\operatorname{tg}\left(\varphi-\frac{\sqrt{\Delta}}{2}\frac{k_1}{\mu_1L^2}t\right) \quad \text{при} \quad k_1>k_2, \tag{9.61}$$

$$H_{0_1}=\frac{\sqrt{-\Delta}}{2}+m_2\left(1-\frac{k_2}{k_1}\right)+\frac{\psi\sqrt{-\Delta}}{e^{\zeta t}-\psi} \quad \text{при} \quad k_1<k_2,$$

где $\zeta=\frac{k_1\sqrt{-\Delta}}{\mu_1L^2}$. Время полного осушения верхнего слоя t_* находим по формуле

$$t_*=\frac{\mu_1L^2}{k_1}W(m_2), \tag{9.62}$$

где

$$W(m_2) = \frac{2}{\sqrt{\Delta}}\left(\varphi - \operatorname{arctg}\frac{2k_2m_2}{k_1\sqrt{\Delta}}\right) \quad \text{при} \quad k_1 > k_2; \tag{9.63}$$

$$W(m_2) = \frac{1}{\sqrt{-\Delta}} \ln \psi \frac{2k_2m_2 + k_1\sqrt{-\Delta}}{2k_2m_2 - k_1\sqrt{-\Delta}} \quad \text{при} \quad k_1 < k_2.$$

Скорость осушения верхнего слоя V_0 посредине между дренами

$$V_0 = \frac{dH_{0_1}}{dt} = -\frac{k_1}{\mu_1 L^2}\left[H_{0_1}^2 - 2m_2\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right)H_{0_1} + m_2^2\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right)\right]. \tag{9.64}$$

Положение точки пересечения свободной поверхности с границей раздела слоев $x = x_0(t)$ описывается формулой

$$x_0(t) = L\sqrt{\frac{k_1(H_{0_1}^2 - m_2^2) + 2m_2(k_2 - k_1)(H_{0_1} + m_2)}{k_1H_{0_1}^2 + 2m_2(k_2 - k_1)H_{0_1} + m_2^2(k_1 - k_2)}}. \tag{9.65}$$

В случае однородного грунта

$$t = \frac{\mu L^2}{km}\frac{m - H_0}{H_0}; \tag{9.66}$$

$$H_0 = \frac{m}{1 + \frac{km}{\mu L^2}t}. \tag{9.67}$$

В результате решения линейного уравнения (9.53) получаем

$$t = \frac{L^2}{2\omega_1}\ln\frac{m}{H_{0_1}}; \tag{9.68}$$

$$H = me^{-\frac{2\omega_1}{L^2}t}; \tag{9.69}$$

$$V_0 = -\frac{2\omega_1 m}{L^2}e^{-\frac{2\omega_1}{L^2}t}; \tag{9.70}$$

$$x_0(t) = L\sqrt{\frac{H_{0_1} - m_2}{m}e^{-\frac{2\omega_1}{L^2}t}}. \tag{9.71}$$

Как показал последующий анализ, более точные результаты получаются на основе решения линейного уравнения (9.55), хотя формально в этом случае условие на границе $x = x_0(t)$ выполняется не совсем точно. Интегрирование уравнения (9.55) позволяет получить следующие расчетные зависимости:

$$t = \frac{L^2}{2\omega_1}\ln\left|\frac{m_1\omega_1 + \frac{\mu_2}{\mu_1}\omega_2m_2}{\omega_1H_{0_1} + m_2\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\omega_2 - \omega_1\right)}\right|; \tag{9.72}$$

$$H_{0_1} = \frac{\omega_1m_1 + \frac{\mu_2}{\mu_1}\omega_2m_2}{\omega_1}e^{-\frac{2\omega_1}{L^2}t} - \frac{m_2\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\omega_2 - \omega_1\right)}{\omega_1}; \tag{9.73}$$

$$V_0 = -\frac{2}{L^2}[\omega_1 H_{0_1} + m_2(\omega_2 - \omega_1)]; \tag{9.74}$$

$$x_0(t) = L\sqrt{\frac{\omega_1(H_{0_1} - m_2)}{\omega_1 m_1 + \frac{\mu_2}{\mu_1}\omega_2 m_2} e^{-\frac{\omega_1}{L^2}t}}. \tag{9.75}$$

Время полного осушения верхнего слоя

$$t_* = \frac{L^2}{2\omega_1} \ln \left| \frac{\omega_1 m_1 + \frac{\mu_2}{\mu_1}\omega_2 m_2}{\frac{\mu_2}{\mu_1}\omega_2 m_2} \right|. \tag{9.76}$$

Приведенные расчетные формулы получены с использованием существенных упрощений и нуждаются в обстоятельной проверке. Найти точное аналитическое решение краевой задачи (9.37), (9.38), с которым можно было бы сравнить приближенные формулы (9.59), (9.61), вряд ли возможно. Для частного случая однородного грунта воспользуемся известным точным решением уравнения Буссинеска, полученным для схемы систематического совершенного дренажа, и сопоставим результаты расчетов по этому решению с данными, рассчитанными по приведенному выше приближенному решению и по некоторым известным в литературе зависимостям других авторов. Согласно данным работы [92], это решение имеет вид

$$H(x, t) = \frac{mf\left(\frac{x}{L}\right)}{1 + 1{,}115\frac{km}{\mu L^2}t}; \tag{9.77}$$

здесь функция $f(x/L)$ определяет начальную форму кривой депрессии, график которой приведен в работе [92]. Положив в формуле (9.77) $x = L$, получим зависимость для определения значений уровня посредине между дренами

$$H_0(t) = \frac{m}{1 + 1{,}115\frac{km}{\mu L^2}t}. \tag{9.78}$$

В работе [39] для рассматриваемой схемы однородного грунта методом смены стационарных состояний получена зависимость

$$H_0(t) = \frac{m}{1 + \frac{4}{\pi}\frac{km}{\mu L^2}t}, \tag{9.79}$$

а в работе [60] — приближенная формула

$$t = \frac{2\mu L^2}{k\bar{h}} g\left(\frac{\bar{h}}{m}, \frac{1}{2}\right) (\bar{h} = m - H_0), \tag{9.80}$$

в которой параметр $g\left(\frac{\bar{h}}{m}, \frac{1}{2}\right)$ берется из специального графика. На рис. 53 сопоставлены результаты расчетов величин $H_0(t)$ по

формулам (9.67), (9.78) — (9.80), вычисленных при следующих исходных данных: $k = 0{,}11$ м/сут, $\mu = 0{,}019$, $m = 1$ м, $L = 8$ м.

Как видно из этого рисунка, приближенные формулы (9.67) и (9.79) дают вполне приемлемую для практики точность определения уровней $H_0(t)$, а формула (9.80) — несколько худшую. Вместе с тем следует отметить, что в начальный момент времени положение свободной поверхности грунтовых вод будет примерно горизонтальным, и поэтому в действительности осушение происходит несколько

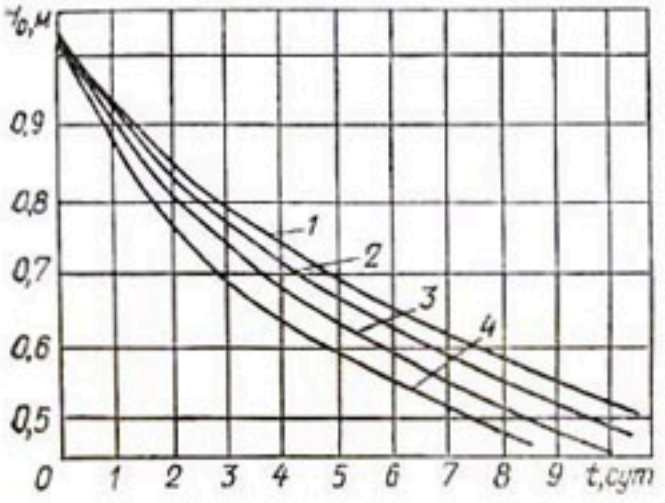


Рис. 53. Сопоставление результатов расчета уровней $H_0(t)$ в однородном грунте, вычисленных по формулам (9.78) (*1*), (9.67) (*2*), (9.79) (*3*) и (9.80) (*4*).

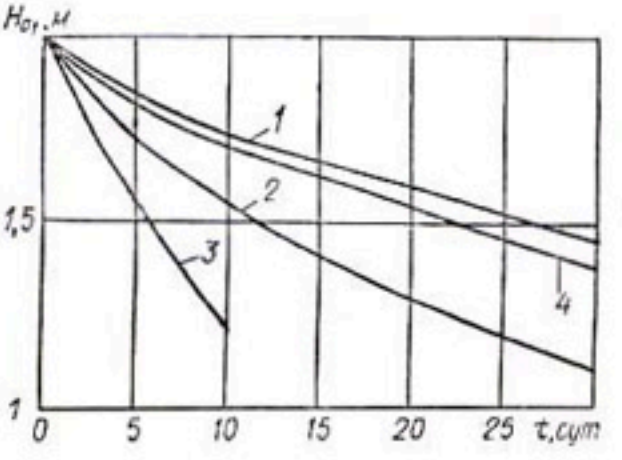


Рис. 54. Сопоставление результатов расчета уровней $H_{01}(t)$ в двухслойном грунте, вычисленных по формулам (9.61) (*1*), (9.73) (*2*), (9.69) (*3*) и по формуле В. А. Ионата (*4*) [39].

медленнее, чем это дает расчет по формуле (9.78), полученной, как указывалось выше, при негоризонтальном начальном положении свободной поверхности.

На основании изложенного, по-видимому, можно заключить, что точное решение задачи при начальном горизонтальном положении свободной поверхности наиболее удачно аппроксимируется формулой (9.67). Результаты расчетов уровня $H_0(t)$ по формулам (9.61), (9.69), (9.73) и по зависимости, полученной в работе [39] методом смены стационарных состояний, для двухслойного грунта с параметрами $m_1 = m_2 = 1$ м, $\mu_1 = 0{,}1$, $k_1 = 0{,}14$, $k_2 = 0{,}02$ м/сут и $L = 8$ м сопоставлены на рис. 54. Видно, что расчеты по формуле (9.73) и особенно по формуле (9.69), полученные на базе линеаризованных уравнений в схеме фильтрации с совершенным дренажем, когда величины понижений уровня становятся соизмеримыми со средней мощностью потока, могут давать большие погрешности, причем значение их во многом зависит от способа или приема линеаризации (осреднения) потока. На практике обычно требуется установить расстояние между дренами $B = 2L$ для заданного на период времени t_0 понижения уровня грунтовых вод $H_0(t_0)$ или нормы осушения $h(t_0) = H_н - H_0(t_0)$ на междренье. При этом в зависимости от соотношения между $\overline{h}$ и m_1 в случае двухслойного грунта следует

пользоваться такими формулами: при $\bar{h} \leqslant m_1$

$$L = \sqrt{\frac{k_1 t_0}{\mu_1 W (m - \bar{h})}}; \tag{9.81}$$

при $\bar{h} > m_1$

$$L = \sqrt{\frac{t_0}{\frac{\mu_1}{k_1} W (m_2) + \frac{\mu_2}{k_2}\left(\frac{1}{m - \bar{h}} - \frac{1}{m_2}\right)}}. \tag{9.82}$$

В случае однородного грунта

$$L = \sqrt{\frac{kmt_0 H_0}{\mu (m - H_0)}} = \sqrt{\frac{kmt_0 (m - \bar{h})}{\mu \bar{h}}}. \tag{9.83}$$

Рассмотрим более общий случай дренирования систематическим совершенным дренажем многослойной водоносной толщи почвогрунтов, состоящей из n слоев небольшой мощности. Такое строение водоносной толщи характерно в случае, если пахотный слой подстилается неоднородным по строению подпахотным горизонтом. Тогда, сохраняя принятые выше исходные предпосылки и допущения, исходную систему уравнений

$$\begin{gathered}
\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\alpha_1 H_1^2 + \beta_1 H_1) = \frac{\partial H_1}{\partial t}, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\alpha_p H_p^2 + \beta_p H_p) = \frac{\partial H_p}{\partial t}, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\alpha_n \frac{\partial^2 H_n^2}{\partial x^2} = \frac{\partial H_n}{\partial t},
\end{gathered} \tag{9.84}$$

где

$$\alpha_p = \frac{k_p}{2\mu_p}, \quad \alpha_n = \frac{k_n}{2\mu_n}, \quad \beta_p = \frac{1}{\mu_p}(\bar{T}_{p+1} - k_p \bar{m}_{p+1});$$

$$\bar{T}_{p+1} = k_{p+1} m_{p+1} + \cdots + k_n m_n, \quad \bar{m}_{p+1} = m_{p+1} + \cdots + m_n;$$

$$m = m_1 + m_2 + \cdots + m_n, \quad T = k_1 m_1 + k_2 m_2 + \cdots + k_n m_n,$$

необходимо решать при следующих краевых условиях:

$$\begin{gathered}
t > 0, \quad x = L, \quad \frac{\partial H_p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial H_n}{\partial x} = 0; \quad x = 0, \quad H_n = 0; \\
x = x_p(t) \quad \frac{\partial H_{p+1}}{\partial x} = \frac{\partial H_p}{\partial x}, \quad H_p = H_{p+1} = \bar{m}_{p+1}; \\
t = 0, \quad H_1 = H_2 = \cdots = H_n = m, \quad p = 1, 2, \ldots, n-1,
\end{gathered} \tag{9.85}$$

где k_p, μ_p, m_p — коэффициенты фильтрации, водоотдачи и мощность p-го слоя; $x_p(t)$ — координата точки пересечения кривой депрессии границы разделов слоев p и $p + 1$. Как и ранее, эта краевая задача

решается с использованием вполне приемлемого при $B \gg m$ допущения

$$\frac{\partial H_l}{\partial t} = \frac{dH_{0l}}{dt}, \text{ где } H_{0_l} = H_l(L, t).$$

Из решения n-го уравнения системы (9.84) можно найти

$$H_n = m_n \sqrt{\frac{x^2 - 2Lx}{x_{n-1}^2 - 2Lx_{n-1}}}. \tag{9.86}$$

Тогда расход потока в сечении $x = x_{n-1}$

$$k_n m_n \frac{\partial H_n}{\partial x} = k_n m_n^2 \frac{x_{n-1} - L}{x_{n-1}^2 - 2Lx_{n-1}}. \tag{9.87}$$

Уровень (напор) H_p определяется из решения p уравнений системы (9.84) при граничных условиях $x = x_p$, $H_p = \bar{m}_{p+1}$; $x = x_{p-1}$, $H_p = \bar{m}_p$:

$$\alpha_p H_p^2 + \beta_p H_p = \left(\frac{x^2}{2} - Lx\right)\frac{dH_{0p}}{dt} + \text{const};$$

$$\frac{dH_{0p}}{dt} = \frac{2(A_p'' - A_p')}{x_p^2 - x_{p-1}^2 + 2Lx_{p-1} - 2Lx_p}, \tag{9.88}$$

где

$$A_p' = \alpha_p \bar{m}_p^2 + \beta_p \bar{m}_p, \quad A_p'' = \alpha_p \bar{m}_{p+1}^2 + \beta_p \bar{m}_{p+1}.$$

Расходы потока в сечении $x = x_p$ рассчитываются по формулам

$$(k_{p+1}\bar{m}_{p+1} + \beta_{p+1}\mu_{p+1})\frac{\partial H_{p+1}}{\partial x} = 2\mu_{p+1}(A_{p+1}'' - A_{p+1}') \times$$
$$\times \frac{x_p - L}{x_{p+1}^2 - x_p^2 - 2Lx_{p+1} - 2Lx_p};$$
$$(k_p \bar{m}_{p+1} + \mu_p \beta_p)\frac{\partial H_p}{\partial x} = 2\mu_p(A_p'' - A_p') \times \tag{9.89}$$
$$\times \frac{x_p - L}{x_p^2 - x_{p-1}^2 - 2Lx_p + 2Lx_{p-1}}.$$

Из решения первого уравнения системы (9.84) при соответствующих граничных условиях находим

$$\alpha_1 H_1^2 + \beta_1 H_1 = \frac{dH_{0_1}}{dt}\left(\frac{x^2 - x_1^2}{2} - Lx + Lx_1\right) + \alpha_1 \bar{m}_2^2 + \beta_1 \bar{m}_2 \tag{9.90}$$

и для расхода потока в сечении $x = x_1$

$$(2\alpha_1 \bar{m}_2 + \beta_1)\frac{\partial H_1}{\partial x} = -(L - x_1)^2 \frac{dH_{0_1}}{dt}, \tag{9.91}$$

где

$$\bar{m}_2 = m_2 + m_3 + \cdots + m_n, \quad \beta_1 = \frac{1}{\mu_1}(\bar{T}_2 - k_1 \bar{m}_2),$$
$$\bar{T}_2 = k_2 m_2 + k_3 m_3 + \cdots + k_n m_n.$$

Уравнение (9.90) относительно уровня H_{0_1} можно записать в виде

$$\frac{(L-x_1)^2}{2}\frac{dH_{0_1}}{dt}+\alpha_1 H_{0_1}^2+\beta_1 H_{0_1}=\alpha_1\bar{m}_2^2+\beta_1\bar{m}_2. \tag{9.92}$$

Это уравнение решается при начальном условии $t=0$, $H_{0_1}=\bar{m}$. Используя граничные условия (9.85) при $x=x_p$, составляем систему уравнений порядка $n-1$ относительно $y_p=L^2-(L-x_p)^2$.

$$\begin{aligned}
&y_{n-2}=\theta_{n-1}y_{n-1},\\
&y_{n-3}=(\theta_{n-2}+1)\,y_{n-2}-\theta_{n-2}y_{n-1},\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&y_{p-1}=(\theta_p+1)\,y_p-\theta_p y_{p+1},\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&y_1=(\theta_2+1)\,y_2-\theta_2 y_3,\\
&\mu_1\frac{dH_{0_1}}{dt}(y_1-y_2)=\theta_1,
\end{aligned} \tag{9.93}$$

где

$$\theta_1=2\mu_2(A_2''-A_2'),\quad \theta_{n-1}=1-\frac{2\mu_{n-1}}{k_n m_n^2}(A_{n-1}''-A_{n-1}'),$$

$$\theta_p=\frac{k_{p+1}\bar{m}_{p+1}+\beta_{p+1}\mu_{p+1}}{k_p\bar{m}_{p+1}+\beta_p\mu_p}\,\frac{\mu_p}{\mu_{p+1}}\,\frac{A_p''-A_p'}{A_{p+1}''-A_{p+1}'}.$$

Эта система решается последовательно, начиная с первого уравнения. В результате решения определяется $y_2=\omega_n y_1$, так что уравнение (9.92) можно переписать в виде

$$\frac{L}{2}\frac{dH_{0_1}}{dt}+\alpha_1 H_{0_1}^2+\beta_1 H_{0_1}=R, \tag{9.94}$$

где

$$R=\alpha_1\bar{m}_2^2+\beta_1\bar{m}_2+\frac{\theta_1}{2\mu_1(1-\omega_n)}.$$

Решая уравнение (9.94) при условии $H_{0_1}(0)=\bar{m}$, находим выражение для определения времени понижения уровня H_{0_1} в верхнем слое многослойного почвогрунта

$$t=\frac{\mu_1 L^2}{k_1}W_n(H_{0_1}), \tag{9.95}$$

где

$$\begin{aligned}
&W_n(H_{0_1})=\frac{2}{\sqrt{\Delta}}\left[\varphi-\operatorname{arctg}\frac{2(\mu_1\beta_1+k_1H_{0_1})}{k_1\sqrt{\Delta}}\right]\\
&\text{при }\Delta=-\frac{8R\mu_1}{k_1}-4\left(\frac{\beta_1\mu_1}{k_1}\right)^2>0;\\
&W_n(H_{0_1})=\frac{1}{\sqrt{-\Delta}}\ln\psi\,\frac{2\mu_1\beta_1+k_1\sqrt{-\Delta}+2k_1H_{0_1}}{2\mu_1\beta_1-k_1\sqrt{-\Delta}+2k_1H_{0_1}}\text{ при }\Delta<0.
\end{aligned} \tag{9.96}$$

Уровень посредине между дренами H_{0_1} определяется по формулам

$$H_{0_1} = -\frac{\mu_1\beta_1}{k_1} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2}\operatorname{tg}\left(\varphi - \frac{k_1\sqrt{\Delta}}{2\mu_1 L^2}\,t\right) \text{ при } \Delta > 0;$$
$$H_{0_1} = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2} - \frac{\mu_1\beta_1}{k_1} + \frac{\psi\sqrt{-\Delta}}{e^{\zeta t} - \psi} \text{ при } \Delta < 0. \tag{9.97}$$

Здесь

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{2(\mu_1\beta_1 + k_1 m)}{k_1\sqrt{\Delta}},$$

$$\psi = \frac{2\mu_1\beta_1 + 2k_1 m - k_1\sqrt{-\Delta}}{2\mu_1\beta_1 + 2k_1 m + k_1\sqrt{-\Delta}}, \quad \zeta = \frac{k_1\sqrt{-\Delta}}{\mu_1 L^2}.$$

Скорость понижения уровня грунтовых вод на междреньи

$$\frac{dH_{0_1}}{dt} = \frac{2}{L^2}[R - \alpha_1 H_{0_1}^2 - \beta_1 H_{0_1}]. \tag{9.98}$$

Положение точки пересечения свободной поверхности с границей раздела верхнего и подстилающего слоев определяется по формуле

$$x_1(t) = L - \sqrt{\frac{\alpha_1\bar{m}_2^2 + \beta_1\bar{m}_2 - \alpha_1 H_{0_1}^2 - \beta_1 H_{0_1}}{2\dfrac{dH_{0_1}}{dt}}}. \tag{9.99}$$

В случае трехслойного почвогрунта соответствующими параметрами будут

$$\beta_1 = \frac{1}{\mu_1}(\bar{T}_2 - k_1\bar{m}_2), \quad \beta_2 = \frac{m_3}{\mu_2}(k_3 - k_2), \quad \alpha_1 = \frac{k_1}{2\mu_1},$$

$$\theta_2 = 1 - \frac{2\mu_2}{k_3 m_3^2}(A_2 - A_2'), \quad \theta_1 = 2\mu_2(A_2'' - A_2'), \quad \omega = \frac{1}{\theta_2},$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{2T}{k_1\sqrt{\Delta}}, \quad \psi = \frac{2T - k_1\sqrt{-\Delta}}{2T + k_1\sqrt{-\Delta}},$$

$$R = \alpha_1\bar{m}_2^2 + \beta_1\bar{m}_2 + \frac{\theta_1}{2\mu_1\left(1 - \dfrac{1}{\theta_2}\right)},$$

$$\Delta = -\frac{8R\mu_1}{k_1} - 4\left(\frac{\bar{T}_2}{k_1} - \bar{m}_2\right)^2, \quad T = k_1 m_1 + k_2 m_2 + k_3 m_3,$$

$$\bar{T}_2 = k_2 m_2 + k_3 m_3, \quad \bar{m}_2 = m_2 + m_3.$$

Время полного осушения верхнего слоя

$$t_* = \frac{\mu_1 L^2}{k_1} W_3(\bar{m}_2), \tag{9.100}$$

где

$$W_3(\bar{m}_2) = \frac{2}{\sqrt{\Delta}}\left[\varphi - \operatorname{arctg}\frac{2\bar{T}_2}{k_1\sqrt{\Delta}}\right] \text{ при } \Delta > 0;$$
$$W_3(\bar{m}_2) = \frac{1}{\sqrt{-\Delta}}\ln\psi\frac{2\bar{T}_2 + k_1\sqrt{-\Delta}}{2\bar{T}_2 - k_1\sqrt{-\Delta}} \text{ при } \Delta < 0. \tag{9.101}$$

Расстояние между дренами $B = 2L$ в трехслойном почвогрунте в зависимости от соотношения коэффициентов фильтрации, мощностей слоев и заданной нормы осушения на период времени t_0 найдем по формулам: при $\bar{h} \leqslant m_1$

$$L = \sqrt{\frac{k_1 t_0}{\mu_1 W_3 (m - \bar{h})}}; \tag{9.102}$$

при $m_1 < \bar{h} \leqslant m_1 + m_2$

$$L = \sqrt{\frac{t_0}{\frac{\mu_1}{k_1} W_3 (\bar{m}_2) + \frac{\mu_2}{k_2} \overline{W}_2 (m - \bar{h})}}; \tag{9.103}$$

при $\bar{h} > m_1 + m_2$

$$L = \sqrt{\frac{t_0}{\frac{\mu_1}{k_1} W_3 (\bar{m}_2) + \frac{\mu_2}{k_2} \overline{W}_2 (m_3) + \frac{\mu_3}{k_3} \left(\frac{1}{m - \bar{h}} - \frac{1}{m_3} \right)}}. \tag{9.104}$$

В формуле (9.103) параметр $\overline{W}_2 (m - \bar{h})$ вычисляется по формуле (9.60), в которой вместо H_0, μ_1, k_1, k_2, m_1 и m_2 необходимо соответственно принимать $m - \bar{h}$, μ_2, k_2, k_3, m_2 и m_3, т. е.

$$\Delta = 4m_3^2 \frac{k_3}{k_2} \left(1 - \frac{k_3}{k_2} \right),$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{2\bar{T}_2}{k_2 \sqrt{\Delta}},$$

$$\psi = \frac{2\bar{T}_2 - k_2 \sqrt{-\Delta}}{2\bar{T}_2 + k_2 \sqrt{-\Delta}}, \quad \zeta = \frac{k_2 \sqrt{-\Delta}}{\mu_2 L^2}.$$

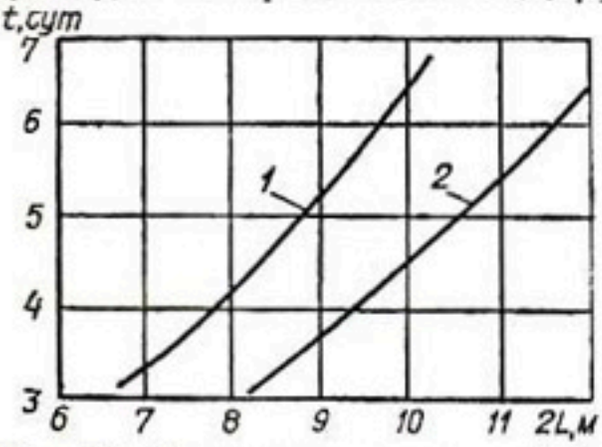


Рис. 55. Зависимость расстояний L от времени при $\bar{h} = 0{,}7$ (*1*) и $\bar{h} = 0{,}5$ м (*2*).

В формуле (9.104) параметр $\overline{W}_2 (m_3)$ вычисляется по формуле (9.63) с учетом аналогичной замены исходных параметров (μ_1, k_1, k_2, m_1, m_2 соответственно на μ_2, k_2, k_3, m_2, m_3).

Пример. Определить расстояние между совершенными дренами в трехслойном почвогрунте, обеспечивающими нормы осушения $\bar{h} = 0{,}5$ м и $\bar{h} = 0{,}7$ м, при следующих исходных данных: $k_1 = 0{,}3$, $k_2 = 0{,}15$, $k_3 = 0{,}08$ м/сут; $m_2 = m_1 = 0{,}25$, $m_3 = 0{,}5$ м; $\mu_1 = 0{,}025$, $\mu_2 = 0{,}012$, $\mu_3 = 0{,}05$.

Предварительно находим $\alpha_1 = 6{,}0$, $\alpha_2 = 12{,}5$, $\alpha_3 = 16{,}0$ м/сут; $\beta_1 = -5{,}9$, $\beta_2 = -2{,}92$ м²/сут; $T = 0{,}153$, $\bar{T}_2 = 0{,}078$ м²/сут; $A_2 = 4{,}84$, $A_2 = 1{,}67$ м³/сут; $\theta_1 = -0{,}076$, $\theta_2 = 1{,}81$ м³/сут; $\omega = 0{,}55$; $R = -2{,}97$ м³/сут; $\Delta = 1{,}02$ м²; $\varphi = 0{,}79$; $\psi = 1{,}04$; $\overline{W}_2 (m_3) = 1{,}12$ м$^{-1}$.

Результаты расчетов расстояний L по формулам (9.103) и (9.104), окончательно имеющие вид $L = 2{,}72 \sqrt{t_0}$ при $\bar{h} = 0{,}5$ м и $L = 1{,}94 \sqrt{t_0}$ при $\bar{h} = 0{,}7$ м, приведены на рис. 55.

§ 3. Расчет осушительного дренажа в неоднородно-слоистых грунтах в условиях напорного питания и водообмена через свободную поверхность

В настоящем параграфе изучается осушительное действие систематического совершенного дренажа в слоистой водоносной толще, расположенной на слабопроницаемой прослойке, при питании через нее из напорного горизонта и при водообмене (поступлении за счет инфильтрации и расходовании за счет испарения) через свободную поверхность грунтовых вод. При этом, предполагая, что действие дренажа распространяется на сравнительно небольшую территорию, напор в нижележащем горизонте принимается постоянным и равным H (в частном случае $H = 0$), инфильтрационное питание на свободную поверхность осуществляется с постоянной интенсивностью ε, а интенсивность испарения со свободной поверхности $\varepsilon_и$ зависит от положения уровня грунтовых вод H_l в слоях, согласно предложенной С. Ф. Аверьяновым зависимости вида

$$\varepsilon_и = \frac{\varepsilon_п}{z_*^p}(H_l - H_*)^p. \tag{9.105}$$

Здесь p измеряется от 1 до 3; $\varepsilon_п$ — интенсивность испарения на поверхности земли; H_*, z_* — соответственно уровень и критическая глубина залегания поверхности грунтовых вод, при которой $\varepsilon_и = 0$.

Принимая в слабопроницаемом слое режим фильтрации жестким, что вполне оправдано для слоев небольшой мощности, рассматриваемую исходную систему уравнений в случае трехслойной водоносной толщи представляем в виде

$$\begin{gathered}
\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{k_1}{2}H_1^2 + \bar{\beta}_1 H_1\right) + \varepsilon - \bar{\varepsilon}_п (H_1 - H_*)^p - \frac{k_0}{m_0}(H_1 - H) = \mu_1 \frac{\partial H_1}{\partial t};\\
\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{k_2}{2}H_2^2 + \bar{\beta}_2 H_2\right) + \varepsilon - \bar{\varepsilon}_п (H_2 - H_*)^p -\\
- \frac{k_0}{m_0}(H_2 - H) = \mu_2 \frac{\partial H_2}{\partial t};\\
\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{k_3}{2}H_3^2 - k_3 m_0 H_3\right) + \varepsilon - \bar{\varepsilon}_п (H_3 - H_*)^p - \frac{k_0}{m_0}(H_3 - H) = \mu_3 \frac{\partial H_3}{\partial t},
\end{gathered} \tag{9.106}$$

где $\bar{\beta}_1 = k_2 m_2 + k_3 m_3 - k_1 (m_0 + m_2 + m_3)$; $\bar{\beta}_2 = k_3 m_3 - k_2 (m_0 + m_3)$; $\bar{\varepsilon}_п = \frac{\varepsilon_п}{z_*^p}$; k_0, m_0 — коэффициент фильтрации и мощность слабопроницаемого слоя. Система (9.106) решается при краевых условиях (9.38). Если считать, что водообмен через свободную поверхность и подошву осушаемой толщи грунта одинаков вдоль всей области фильтрации и равен водообмену на междуречьи, то, следуя принятой ранее методике решения, можно записать

$$\frac{y_1 - y_2}{2(\theta_1 - \theta_2)} = \mu_1 \frac{dH_{0_1}}{dt} - \varepsilon + \bar{\varepsilon}_п (H_{0_1} - H_*)^p + \frac{k_0}{m_0}(H_{0_1} - H_*); \tag{9.107}$$

$$y_1 = k_3 m_3^2 \frac{y_2 - y_1}{2(\theta_1 - \theta_2)}; \tag{9.108}$$

$$\frac{k_1}{2} H_{0_1}^2 + \bar{\beta}_1 H_{0_1} = \frac{y_2 - L^2}{2}\left[\mu_1 \frac{dH_{0_1}}{dt} - \varepsilon + \frac{k_0}{m_0}(H_{0_1} + H) + \right.$$

$$\left. + \bar{\varepsilon}_{\text{п}} (H_{0_1} - H_*)^p\right] + \frac{k_1}{2}(m_0 + m_2 + m_3)^2 + \bar{\beta}_1 (m_0 + m_2 + m_3), \tag{9.109}$$

где

$$y_i = L^2 - (L - x_i)^2; \quad \theta_1 = \frac{k_2}{2}(m_0 + m_2 + m_3)^2 + \bar{\beta}_2 (m_0 + m_2 + m_3);$$

$$\theta_2 = \frac{k_2}{2}(m_0 + m_3)^2 + \bar{\beta}_2 (m_0 + m_3), \qquad i = 1,\ 2.$$

Из соотношений (9.107) — (9.109) следует уравнение для уровня H_{0_1}

$$\mu_1 L^2 \left[\frac{dH_{0_1}}{dt} - \varepsilon + \bar{\varepsilon}_{\text{п}} (H_{0_1} - H_*)^p + \frac{k_0}{m_0}(H_{0_1} - H_*)\right] +$$

$$+ k_1 H_{0_1}^2 + 2\bar{\beta}_1 H_{0_1} = \nu, \tag{9.110}$$

где

$$\nu = k_1 (m_0 + m_2 + m_3)^2 + 2\bar{\beta}_1 (m_0 + m_2 + m_3) - 2(\theta_1 - \theta_2) - k_3 m_3^2,$$

которое для последующего анализа представим в более удобном виде

$$\mu_1 L^2 \frac{dH_{0_1}}{dt} = a_0 H_{0_1}^2 + a_1 H_{0_1} + a_2. \tag{9.111}$$

При $p = 0$, т. е. при постоянной интенсивности испарения $\varepsilon_{\text{п}} = \bar{\varepsilon}_{\text{п}} = \text{const}$, не зависящей от изменения положения уровня грунтовых вод,

$$a_0 = -k_1, \quad a_1 = -2\bar{\beta}_1 - \frac{k_0}{m_0} L^2, \quad a_2 = \nu + \left(\varepsilon + \varepsilon_{\text{п}} + \frac{k_0}{m_0} H\right) L^2;$$

при $p = 1$, т. е. при интенсивности испарения $\varepsilon_{\text{п}}$, изменяющейся с глубиной уровня грунтовых вод по линейной зависимости,

$$a_0 = -k_1 - \frac{\varepsilon_{\text{п}}}{z_*} L, \quad a_1 = -2\bar{\beta}_1 - \frac{k_0}{m_0} L^2 - \frac{\varepsilon_{\text{п}}}{z_*} L^2,$$

$$a_2 = \nu + \left(\varepsilon - \frac{\varepsilon_{\text{п}}}{z_*} H_* + \frac{k_0}{m_0} H\right) L^2;$$

при $p = 2$, т. е. при интенсивности испарения $\varepsilon_{\text{п}}$, изменяющейся с глубиной уровня грунтовых вод по квадратичной зависимости,

$$a_0 = -k_1 - \frac{\varepsilon_{\text{п}}}{z_*^2} L^2, \quad a_1 = -2\bar{\beta}_1 + 2H_* \frac{\varepsilon_{\text{п}}}{z_*^2} L^2 - \frac{k_0}{m_0} L^2,$$

$$a_2 = \nu + \left(\varepsilon - \frac{\varepsilon_{\text{п}}}{z_*^2} H_*^2 + \frac{k_0}{m_0} H\right) L^2.$$

Очевидно, только при выполнении условия $a_0m^2 + a_1m + a_2 < 0$ происходит осушение (понижение уровня грунтовых вод), при $a_0m^2 + m_1m + a_2 \geqslant 0$ запроектированный дренаж не обеспечивает снижения уровня, причем при $a_0m^2 + a_1m + a_2 = 0$ общее поступление воды в осушаемый почвогрунт равно дренажному стоку:

$$q = \varepsilon - \frac{\varepsilon_п}{z_*^p}(m - H_*)^p - \frac{k_0}{m_0}(m - H). \qquad (9.112)$$

Если положить $t \to \infty$, то при соблюдении условия $\Delta = 4a_0a_2 - a_1^2 < 0$ и условия $(-a_1 - \sqrt{-\Delta})/2a_0 > m - m_1$ получим следующую формулу для определения уровня на междреньи при установившейся фильтрации:

$$H_{0_1}(\infty) = \frac{-a_1 - \sqrt{-\Delta}}{2a_0}. \qquad (9.113)$$

В противном случае, т. е. при $\Delta > 0$ и $(-a_1 - \sqrt{-\Delta})/2a_0 < m - m_1$, в течение времени t_* верхний слой будет полностью осушен.

В результате решения уравнения (9.112) для определения времени понижения уровня грунтовых вод в верхнем слое получим формулу

$$t = \mu_1 L^2 F(H_{0_1}) \qquad (9.114)$$

и для определения времени полного осушения верхнего слоя — формулу

$$t_* = \mu_1 L^2 F(m - m_1), \qquad (9.115)$$

где

$$F(H_{0_1}) = \frac{2}{\sqrt{\Delta}}\left(\operatorname{arctg}\frac{a_1 + 2a_0H_{0_1}}{\sqrt{\Delta}} - \varphi\right) \quad \text{при } \Delta > 0;$$

$$F(H_{0_1}) = 2\left(\frac{-1}{a_1 + 2a_0H_{0_1}} + \frac{1}{a_1 + 2a_0m}\right) \quad \text{при } \Delta = 0; \qquad (9.116)$$

$$F(H_{0_1}) = \frac{1}{\sqrt{-\Delta}} \ln \psi \frac{a_1 + 2a_0H_{0_1} - \sqrt{-\Delta}}{a_1 + 2a_0H_{0_1} + \sqrt{-\Delta}} \quad \text{при } \Delta < 0;$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{a_1 + 2a_0m}{\sqrt{\Delta}}, \quad \varphi = \frac{a_1 + \sqrt{-\Delta} + 2a_0m}{a_1 - \sqrt{-\Delta} + 2a_0m}.$$

Параметр $F(m - m_1)$ также определяется по формулам (9.116), в которых $H_{0_1} = m - m_1$.

Разрешив уравнение (9.114) относительно H_{0_1}, получим выражение для определения уровня грунтовых вод на междреньи H_{0_1} как функцию от времени t:

$$H_{0_1}(t) = -\frac{a_1}{2a_0} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a_0}\operatorname{tg}\left(\varphi + \frac{\sqrt{\Delta}}{2\mu_1 L^2}t\right) \quad \text{при } \Delta > 0;$$

$$H_{0_1}(t) = -\frac{a_1}{2a_0} + \frac{1}{-\frac{a_0 t}{\mu_1 L^2} + \frac{2a_0}{a_1 + 2a_0 m}} \quad \text{при } \Delta = 0; \quad (9.117)$$

$$H_{0_1}(t) = -\frac{a + \sqrt{-\Delta}}{2a_0} - \frac{\psi\sqrt{-\Delta}}{a_0} \frac{1}{e^{\frac{\sqrt{-\Delta}}{\mu_1 L^2} t} - \psi} \quad \text{при } \Delta < 0.$$

Предложенными зависимостями (9.114) и (9.117) можно также воспользоваться и в случае двухслойной и однородной водоносных толщ почвогрунта, расположенных на слабопроницаемой прослойке, положив в них в случае двухслойной водоносной толщи

$$\nu = k_1 (m_0 + m_2)^2 + 2\bar{\beta}_1 (m_0 + m_2) - 2(\theta_1 - \theta_2),$$

$$\bar{\beta}_1 = k_2 m_2 - k_1 (m_0 + m_2),$$

$$\theta_2 = -\frac{k_2 m_0^2}{2}, \quad \theta_1 = \frac{k_2}{2}(m_0 + m_2)^2 - k_2 m_0 (m_0 + m_2), \quad \bar{\beta}_2 = -k_2 m_0$$

и в случае однородной водоносной толщи

$$\bar{\beta}_1 = -k_1 m_0, \quad \nu = -k_1 m_0^2.$$

По приведенным расчетным зависимостям можно рассчитать также осушительное действие дренажа в условиях кратковременного действия инфильтрационного питания, задавая изменение его интенсивности $\varepsilon(t)$ ступенчатым законом вида

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} \varepsilon & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant t_s, \\ 0 & \text{при } t > t_s. \end{cases} \quad (9.118)$$

Тогда до момента времени t_s положение уровня H_{0_1} определяется по формуле (9.117), причем при $t = t_s$ находят $H_{0_1}(t_s)$, а дальнейшие расчеты производятся при новом значении a_2, равном уже $a_2 - \varepsilon L^2$, и начальном условии $H_{0_1}(0) = H_{0_1}(t_s)$.

В заключение приведем зависимости для определения расстояний от дрен до точки пересечения свободной поверхности границами раздела слоев:

$$x_1(t) = L\left(1 - \sqrt{\frac{k_1 (m_0 + m_2 + m_3)^2 + 2\bar{\beta}_1 (m_0 + m_2 + m_3) - k_1 H_{0_1}^2 - 2\bar{\beta}_1 H_{0_1}}{a_0 H_{0_1}^2 + a_1 H_{0_1} + a_2 - \varepsilon L^2 + \frac{k_0}{m_0}(H_{0_1} - H) + \bar{\varepsilon}_n L^2 (H_{0_1} - H_*)^p}}\right), \quad (9.119)$$

$$y_2(t) = L^2 - (L - x_2)^2 = y_1\left[1 + \frac{2(\theta_2 - \theta_1)}{k_3 m_3^2}\right]. \quad (9.120)$$

Пример. Определить понижение уровня грунтовых вод на междуречьи $H_{0_1}(t)$ в случае двухслойного грунта при следующих

исходных данных: $m_1 = m_2 = m_0 = 1$ м; $k_1 = 0{,}14$, $k_2 = 0{,}02$, $k_0 = 0{,}001$ м/сут, $\mu_1 = 0{,}05$; $L = 8$ м: $H_д = 0$. Расчеты выполним для следующих четырех вариантов:

1) при наличии напорного питания $H = 5$ м и испарения постоянной интенсивностью $\varepsilon_и = 0{,}005$ м/сут;

2) при наличии только испарения интенсивностью $\varepsilon_и = 0{,}005$ м/сут;

3) при наличии только напорного питания $H_0 = 5$ м;

4) при отсутствии напорного питания и испарения ($k_0 = 0$, $\varepsilon_и = 0$);

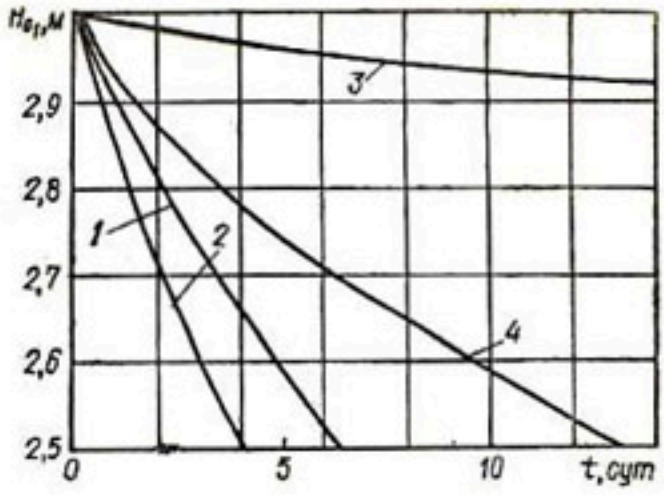


Рис. 56. Понижение уровня H_{0_1} во времени в случаях:

1 — напорного питания и испарения; *2* — только испарения; *3* — только напорного питания; *4* — при отсутствии напорного питания и испарения.

Результаты расчетов по формуле (9.117) приведены на рис. 56. Как и следовало ожидать, при наличии напорного питания эффективность осушения при прочих равных условиях резко уменьшается и существенно возрастает в условиях испарения с поверхности грунтовых вод.

§ 4. Расчет осушительного дренажа с учетом глубокого рыхления

Как уже указывалось выше, эффективность дренирования почв тяжелого механического состава существенно повышается при применении глубокого рыхления. Глубокое рыхление (до 0,8 м) резко улучшает водно-мелиоративные свойства тяжелых переувлажненных почв (водопроницаемость, пористость, влагоемкость в засушливое время и пр.), что способствует усилению физико-химических и биологических процессов в разрыхленном слое почвы. Кроме того, глубокое рыхление исключает необходимость агромелиоративных мероприятий, способствующих ускорению поверхностного стока, позволяет более рационально и экономно вносить в почву различные удобрения и известь. При глубоком рыхлении изменяются условия фильтрации и количество поступающей в дрену воды, что позволяет во многих случаях существенно увеличить расстояние между дренами. Вместе с тем благоприятные результаты при глубоком рыхлении получены только при его осуществлении в достаточно сухой почве и на фоне дренажа. Во многих случаях глубокое рыхление в сочетании с редким систематическим дренажем признано наиболее эффективным и экономичным способом мелиорации тяжелых почв. Подробнее об особенностях мелиорации тяжелых почв с помощью глубокого рыхления в сочетании с закрытым дренажем, а также о приемах и технологии его осуществления в нашей

стране и за рубежом можно прочитать, например, в работах [7, 8, 35, 55, 84, 122, 123].

В настоящее время параметры глубокого рыхления и дренажа устанавливаются эмпирическим путем преимущественно на основании результатов натурных наблюдений и существующего производственного опыта. В данном параграфе излагаются некоторые попытки учесть теоретическим путем в расчетах осушительного действия дренажа параметры глубокого рыхления (глубину и полноту рыхления, его направленность по отношению к дренам). Если рассматривать сформировавшуюся после сплошного рыхления

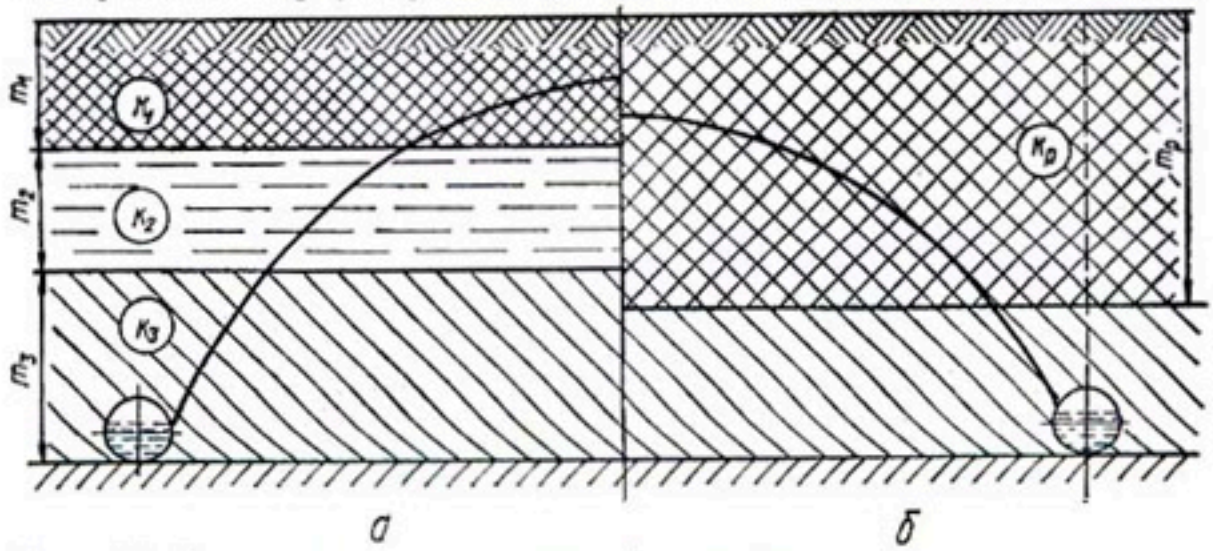


Рис. 57. Расчетная схема водоносной толщи грунта:
а — до рыхления; *б* — после рыхления.

почвенную структуру как однородную, обладающую как в плане, так и по глубине одинаковыми свойствами (рис. 57), то для расчетов осушительного действия дренажа, т. е. нахождения искомых параметров t, H_0, L, можно воспользоваться предыдущими зависимостями, приняв в них вместо значений k_1, μ_1, найденные опытным путем коэффициенты фильтрации и водоотдачи k_p, μ_p разрыхленного слоя.

Более сложная схема фильтрации и притока воды в дрены возникает при несплошном рыхлении, в результате которого образуется систематическая неоднородность почвогрунта. Так как рыхление почвы производится чаще нормально к линии дренажа, то эта неоднородность имеет место в направлении прокладки дрен. Степень несплошности систематического рыхления может быть охарактеризована двумя параметрами — полуширинами E_1 и E_2 соответственно разрыхленной и неразрыхленной полос и приближенно учтена путем раздельного рассмотрения процессов осушения в разрыхленной и неразрыхленной зонах водоносной толщи. Интенсивность водообмена между ними принимается пропорциональной разности уровней в центрах этих зон. В простейшем случае неразрыхленной однородной и разрыхленной двухслойной толщ грунта в качестве исходной математической модели используется система уравнений

$$k \frac{\partial}{\partial x}\left(H \frac{\partial H}{\partial x}\right) - \frac{k}{E}(H - H_p'') = \mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad \text{при} \quad x < x_0;$$

$$k\frac{\partial}{\partial x}\left(H\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\gamma(H-H_{\text{р}}')=\mu\frac{\partial H}{\partial t}\quad\text{при}\quad x\geqslant x_0;$$
$$k\frac{\partial}{\partial x}\left(H_{\text{р}}''\frac{\partial H_{\text{р}}''}{\partial x}\right)+\frac{k}{E}(H-H_{\text{р}}'')=\mu\frac{\partial H_{\text{р}}''}{\partial t}\quad\text{при}\quad x<x_0; \tag{9.121}$$
$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{k_{\text{р}}}{2}H_{\text{р}}'^2+\bar{\beta}H_{\text{р}}'\right)+\gamma(H-H_{\text{р}}')=\mu_{\text{р}}\frac{\partial H_{\text{р}}'}{\partial t}\quad\text{при}\quad x\geqslant x_0,$$

которая решается при следующих краевых условиях:

$$t>0,\quad x=0,\quad H=H_{\text{р}}''=0;\quad x=L,\quad \frac{\partial H_{\text{р}}''}{\partial x}=\frac{\partial H}{\partial x}=0;$$
$$x=x_0,\quad H_{\text{р}}''=H_{\text{р}}'=m-m_{\text{р}},\quad \frac{\partial H_{\text{р}}''}{\partial x}=\frac{\partial H_{\text{р}}'}{\partial x}; \tag{9.122}$$
$$t=0,\quad H=H_{\text{р}}'=m,\quad x_0=0.$$

Здесь $\gamma=\frac{kk_{\text{р}}}{kE_2+k_{\text{р}}E_1}$; $\bar{\beta}=(k-k_{\text{р}})(m-m_{\text{р}})$; H — уровень грунтовых вод в неразрыхленной зоне; $H_{\text{р}}'$, $H_{\text{р}}''$ — уровни грунтовых вод в разрыхленной зоне соответственно в верхнем и нижнем слоях; $k_{\text{р}}$, $\mu_{\text{р}}$, $m_{\text{р}}$ — коэффициенты фильтрации, водоотдачи и мощность разрыхленного слоя; $E=E_1+E_2$ — расстояние между серединами разрыхленной и неразрыхленной полос. В уравнениях (9.121) вторые члены приближенно выражают водообмен в пределах каждого слоя между разрыхленной и неразрыхленной зонами. Значение параметра γ получено из предположения, что водообмен между неразрыхленной зоной и верхним разрыхленным слоем происходит при градиенте $(H_0+H_{\text{р}_0}')/E$ и осредненном значении коэффициента фильтрации $kk_{\text{р}}E/(kE_2+k_{\text{р}}E_1)$, где H_0, $H_{\text{р}_0}'$ — уровни на междуречьи в середине разрыхленной и неразрыхленной полос. Согласно примененной методике исследований, краевую задачу (9.121) и (9.122) относительно уровней на междуречьи в разрыхленной $H_{\text{р}_0}'$ и неразрыхленной H_0 зонах можно привести к более простой краевой задаче вида

$$\mu_{\text{р}}L^2\frac{dH_{\text{р}_0}'}{dt}+k_{\text{р}}H_{\text{р}_0}^2+2(k-k_{\text{р}})(m-m_{\text{р}})H_{\text{р}_0}'-\gamma L^2(H_0-H_{\text{р}_0}')=$$
$$=(k-k_{\text{р}})(m-m_{\text{р}})^2,$$
$$\mu L^2\frac{dH_0}{dt}+kH_0^2+\gamma L^2(H_0-H_{\text{р}_0}')=0 \tag{9.123}$$

при $t=0$, $H_0=H_{\text{р}_0}'=m$.

Аналогичным образом нетрудно составить систему уравнений и записать граничные условия для более общего случая неоднородно-слоистого строения водоносной толщи до рыхления. Однако, учитывая громоздкий вид такой системы, записывать ее в полном виде не будем, а ограничимся приведением только двух приближенных

уравнений, описывающих изменение уровней грунтовых вод на междуречьи в верхнем слое неразрыхленной H_{1_0} и разрыхленной H_{p_0} зон. После ряда сделанных преобразований эти уравнения имеют вид

$$\mu_p L^2 \frac{dH_{p_0}}{dt} + k_p H_{p_0}^2 + 2(k_i - k_p)(m - m_p) H_{p_0} - \gamma L^2 (H_{1_0} - H_{p_0}) = \\ = (k_i - k_p)(m - m_p)^2; \\ \mu_1 L^2 \frac{dH_{1_0}}{dt} + k_1 H_{1_0}^2 + 2\bar{\beta} H_{1_0} + \gamma L^2 (H_{1_0} - H_{p_0}) = B \tag{9.124}$$

при $t = 0$, $H_{1_0} = H_{p_0} = m$. В приведенных уравнениях в зависимости от количества слоев водоносной толщи до рыхления следует полагать: при $n = 3$ и $m_p > m_1 + m_2$

$$k_i = k_3, \quad \bar{\beta} = k_2 m_2 + k_3 m_3 - k_1 (m_2 + m_3),$$

$$B = (k_1 - k_2)(m_2 + m_3)^2 + 2\bar{\beta}_1 (m_2 + m_3) + (k_2 - k_3) m_3 (2m_2 + m_3);$$

при $n = 2$ и $m_p > m_1$

$$k_i = k_2, \quad \bar{\beta} = (k_2 - k_1) m_2, \quad B = m_2^2 (k_2 - k_1).$$

На протяжении всего процесса осушения разность $H_{1_0} - H_{p_0}$ остается малой величиной. Оценить ее можно, используя тот очевидный факт, что в этом случае большее влияние на процесс осушения будет оказывать не переток из неразрыхленной зоны в разрыхленную, а главным образом промокание грунта в разрыхленной зоне. Тогда при $k_p \gg k_1$ получаем

$$H_{1_0} - H_{p_0} < \frac{k_1 E_2 + k_2 E_1}{k_1 L^2} \frac{m_p^2}{m}. \tag{9.125}$$

Кроме того, в течение всего процесса осушения, за исключением, возможно, начального периода, изменение положения уровней H_{1_0} и H_{p_0} во времени происходит более или менее синхронно, т. е. можно считать, что $\frac{dH_{1_0}}{dt} = \frac{dH_{p_0}}{dt}$. Тогда, сложив уравнения системы (9.124) или (9.123), получим

$$(\mu_1 + \mu_p) L^2 \frac{dH_{1_0}}{dt} + k_p H_{p_0}^2 + 2(k_i - k_p)(m - m_p) H_{p_0} + \\ + (k_p - k_i)(m - m_p)^2 = B - k_1 H_{1_0}^2 - 2\bar{\beta} H_{1_0}, \tag{9.126}$$

или

$$(\mu + \mu_p) L^2 \frac{dH_{1_0}}{dt} + k_p H_{p_0}^2 + 2(k - k_p)(m - m_p) H_{p_0} + \\ + (k_p - k)(m - m_p)^2 = -k H_{1_0}^2. \tag{9.127}$$

Если представить первое уравнение системы (9.124) в виде

$$H_{1_0} = H_{p_0} + \delta \left[\frac{\mu_p L^2}{k_p} \frac{dH_{p_0}}{dt} + H_{p_0}^2 + 2\left(\frac{k_i}{k_p} - 1\right)(m - m_p) H_{p_0} + \right. \\ \left. + \left(1 - \frac{k_i}{k_p}\right)(m - m_p)^2 \right], \quad \delta = \frac{k_p}{\gamma L^2}, \tag{9.128}$$

то видно, что с точностью порядка $O(\delta)$ можно считать $H_{1_0} = H_{p_0}$. Тогда уравнение (9.128) относительно уровня H_{1_0} можно записать в виде

$$\frac{(\mu_1 + \mu_p) L^2}{k_1} \frac{dH_{1_0}}{dt} + b_0 H_{1_0}^2 + b_1 H_{1_0} + b_2 = 0, \qquad (9.129)$$

а параметры b_0, b_1, b_2 будут выражены следующим образом: при однородной до рыхления водоносной толще ($n = 1$)

$$b_0 = 1 + \frac{k_p}{k_1}, \quad b_1 = 2\left(1 - \frac{k_p}{k_1}\right)(m - m_p),$$
$$b_2 = \left(\frac{k_p}{k_1} - 1\right)(m - m_p)^2, \qquad (9.130)$$

при двухслойной до рыхления водоносной толще ($n = 2$)

$$b_0 = 1 + \frac{k_p}{k_1}, \quad b_1 = 2\left[\frac{k_2 - k_p}{k_1}(m - m_p) + \left(\frac{k_2}{k_1} - 1\right) m_2\right],$$
$$b_2 = m_2^2\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right) + \frac{k_p - k_2}{k_1}(m - m_p)^2; \qquad (9.131)$$

при трехслойной до рыхления водоносной толще ($n = 3$)

$$b_0 = 1 + \frac{k_p}{k_1}, \quad b_1 = \frac{2}{k_1}[(k_3 - k_p)(m - m_2) + \bar{\beta}_1],$$
$$b_2 = \frac{k_p - k_3}{k_1}(m - m_p)^2 - B. \qquad (9.132)$$

Время понижения уровня H_{0_t} найдем, интегрируя уравнение (9.129):

$$t = \frac{\mu_1 + \mu_p}{k_1} L^2 G_n(H_{1_0}), \qquad (9.133)$$

а время полного осушения верхнего слоя в неразрыхленной зоне можно рассчитывать по формуле

$$t_* = \frac{\mu_1 + \mu_p}{k_1} L^2 G_n(m - m_1), \qquad (9.134)$$

где

$$G_n(H_{1_0}) = \frac{2}{\sqrt{\Delta}}\left(\varphi - \operatorname{arctg}\frac{b_1 + 2b_0 H_{1_0}}{\sqrt{\Delta}}\right) \quad \text{при } \Delta > 0;$$
$$G_n(H_{1_0}) = \frac{1}{\sqrt{-\Delta}} \ln \psi \frac{b_1 + 2b_0 H_{1_0} + \sqrt{-\Delta}}{b_1 + 2b_0 H_{1_0} - \sqrt{-\Delta}} \quad \text{при } \Delta < 0; \qquad (9.135)$$
$$G_n(H_{1_0}) = 2\left(\frac{1}{b_1 + 2b_0 H_{1_0}} - \frac{1}{b_1 + 2b_0 m}\right) \quad \text{при } \Delta = 0.$$

Разрешив уравнение (9.133) относительно H_{1_0}, получим следующие выражения для определения уровней на междуречьи:

$$H_{1_0} = H_{p_0} = -\frac{b_1}{2b_0} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2b_0} + \operatorname{tg}\left(\varphi - \frac{\sqrt{\Delta}}{2} \frac{k_1}{(\mu_1 + \mu_p) L^2} t\right)$$
при $\Delta > 0$;

$$H_{1_0} = -\frac{b_1 - \sqrt{-\Delta}}{2b_0} + \frac{\sqrt{-\Delta}\,\psi}{b_0} \frac{1}{\psi - \exp\left(\frac{k_1\sqrt{-\Delta}}{(\mu_1+\mu_p)L^2}\,t\right)} \quad (9.136)$$

при $\Delta < 0$;

$$H_{1_0} = -\frac{b_1}{2b_0} + \frac{1}{\frac{k_1 b_0 t}{(\mu_1+\mu_p)L^2} + \frac{2b_0}{b_1+2b_0 m}}$$

при $\Delta = 0$.

Здесь

$$\Delta = 4b_0b_2 - b_1^2, \quad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{b_1+2b_0m}{\sqrt{\Delta}}, \quad \psi = \frac{b_1+2b_0m-\sqrt{-\Delta}}{b_1+2b_0m+\sqrt{-\Delta}}.$$

Расстояние между дренами $2L$ с точностью $O(\delta)$ вычисляется при $\bar{h} \leqslant m_1$ по формуле

$$L = \sqrt{\frac{k_1 t_0}{(\mu_1+\mu_p)\,G_n(m-\bar{h})}}, \quad (9.137)$$

где $G_n(m-\bar{h})$ при $H_{1_0} = m - \bar{h}$ ($\bar{h}$ — норма осушения) рассчитывается по формулам (9.135); при $\bar{h} > m_1$ и $n = 2$, т. е. в случае двухслойного грунта,

$$L = \sqrt{\frac{t_0}{\frac{\mu_1+\mu_p}{k_1}\,G_2(m_2) + \frac{\mu_2+\mu_p}{k_2}\,\bar{G}_1(m-\bar{h})}}, \quad (9.138)$$

где параметр $\bar{G}_1(m-\bar{h})$ вычисляется также по формулам (9.135) с использованием для вычисления значений b_0, b_1, b_2 выражений (9.130), в которых вместо k_1 следует подставлять k_2; при $m_1 < \bar{h} < m - m_3$ и $n = 3$, т. е. в случае трехслойного грунта,

$$L = \sqrt{\frac{t_0}{\frac{\mu_1+\mu_2}{k_1}\,G_3(m_2+m_3) + \frac{\mu_2+\mu_p}{k_2}\,\bar{G}_2(m-\bar{h})}}, \quad (9.139)$$

где параметр $\bar{G}_2(m-\bar{h})$ вычисляется по формулам (9.135) с использованием для вычисления значений b_0, b_1 и b_2 выражений (9.131), в которых вместо k_1, k_2, m_2 следует подставлять k_2, k_3, m_3; при $\bar{h} > m - m_3$ и $n = 3$

$$L = \sqrt{\frac{t_0}{\frac{\mu_1+\mu_p}{k_1}\,G_3(m_2+m_3) + \frac{\mu_2+\mu_p}{k_2}\,\bar{G}_2(m_3) + \frac{\mu_3+\mu_p}{k_3}\,\tilde{G}_1(m-\bar{h})}}, \quad (9.140)$$

где параметр $\tilde{G}_1(m-\bar{h})$ вычисляется по формулам (9.135) с использованием для вычисления значений b_0, b_1, b_2 выражений (9.130), в которых вместо k_1 следует подставлять k_3.

Расчет уровней H_{1_0} по формулам (9.136) можно уточнить, подставив в них $H_{p_0} = H^{(0)}_{p_0} + \delta H^{(1)}_{p_0}$. Тогда

$$H_{1_0} = H^{(0}_{p_0} + \delta\left[H^{(1)}_{p_0} + \frac{\mu_p L^2}{k_p}\frac{dH^{(1)}_{p_0}}{dt} + H^{(0)2}_{p_0} + \right.$$

$$\left. + 2\left(\frac{k_1}{k_p} - 1\right)(m - m_p) H^{(0)}_{p_0}\right] + 0(\delta). \qquad (9.141)$$

Подставив выражение (9.141) для H_{1_0} в уравнение (9.128) и сгруппировав члены порядка δ, получим следующее уравнение для определения $H^{(1)}_{p_0}$:

$$\frac{(\mu_1 + \mu_p) L^2}{k_p}\frac{dH^{(1)}_{p_0}}{dt} + R_1(H^{(0)}_{p_0}) H^{(1)}_{p_0} + R_2(H^{(0)}_{p_0}) = 0, \qquad (9.142)$$

где

$$R_1(H^{(0)}_{p_0}) = 2\left[\left(1 + \frac{k_l}{k_p}\right) H^{(1)}_{p_0} + \left(\frac{k_l}{k_p} - 1\right)(m - m_p) + \frac{\bar{\beta}}{k_p}\right];$$

$$R_2(H^{(0)}_{p_0}) = 2\left[\frac{\mu_p L^2}{k_p}\frac{dH^{(0)}_{p_0}}{dt} + H^{(0)2}_{p_0} + 2\left(\frac{k_l}{k_p} - 1\right)(m - m_p) H^{(0)}_{p_0}\right] \times$$

$$\times\left(\frac{k_l}{k_p} H^{(0)}_{p_0} + \frac{\bar{\beta}}{k_p}\right).$$

Уравнение (9.142) решается при начальном условии $t = 0$, $H^{(1)}_{p_0} = 0$. При этом нужно иметь в виду, что величина $H^{(0)}_{p_0}$ вычисляется по формуле (9.136).

Приближенное решение рассматриваемой задачи Коши легко получить, если считать, что величина $H^{(0)}_{p_0}$, а значит, и параметры R_1, R_2 зависят от времени t только параметрически. Тогда

$$t = \frac{(\mu_1 + \mu_p) L^2}{k_p R_1} \ln\frac{R_2}{R_1 H'_{p_0} + R_2}, \qquad (9.143)$$

или

$$H^{(1)}_{p_0} = -\frac{R_2}{R_1}\left[1 - \exp\left(-\frac{k_p R_1}{(\mu_1 + \mu_p) L^2} t\right)\right]. \qquad (9.144)$$

Таким образом, окончательно получаем

$$H_{1_0} = H^0_{p_0} - \frac{k_l}{k_p}\frac{\mu_p}{\mu_1 + \mu_p}(b_0 H^{02}_{p_0} + b_1 H^0_{p_0} + b_2) +$$

$$+ \frac{k_p}{\gamma L^2}\left[H^{02}_{p_0} + 2\left(\frac{k_l}{k_p} - 1\right)(m - m_p) H^0_{p_0} + \left(1 - \frac{k_l}{k_p}\right)(m - m_p)^2\right]. \qquad (9.145)$$

Пример. Рассчитать расстояние между осушительными дренами $B = 2L$ в двухслойном грунте для норм осушения $\bar{h} = 0{,}5$ м, $\bar{h} = 0{,}6$ м. Отдельно рассмотрим случаи без рыхления и со сплошным и несплошным рыхлением.

1. До рыхления водоносная толща состояла из верхнего пахотного слоя мощностью $m_1 = 0{,}4$ м с коэффициентом фильтрации $k_1 = 0{,}12$ м/сут, который подстилается слоем тяжелого суглинка с параметрами $m_2 = 0{,}6$ м, $k_2 = 0{,}048$ м/сут. Коэффициенты водоотдачи слоев в зависимости от нормы осушения принимаются равными: при $\bar{h} = 0{,}5$ м $\mu_1 = 0{,}018$, $\mu_2 = 0{,}003$; при $\bar{h} = 0{,}6$ м $\mu_1 = 0{,}022$,

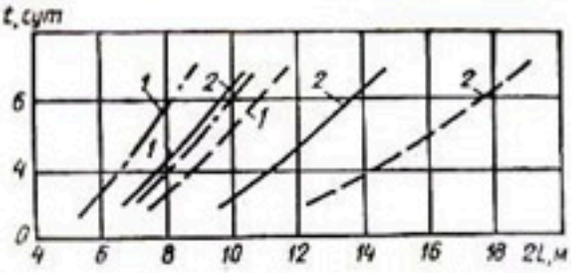


Рис. 58. Зависимость расстояний L от времени в случаях несплошного рыхления (сплошная линия), сплошного рыхления (пунктирная линия), без рыхления (штрихпунктирная линия) при $\bar{h} = 0{,}6$ м (*1*) и $\bar{h} = 0{,}5$ м (*2*).

$\mu_2 = 0{,}005$. Так как $\bar{h} > m_1$, то расстояния L рассчитываются по формуле (9.82), для чего предварительно находим

$$\Delta = 4 \cdot 0{,}6^2 \frac{0{,}048}{0{,}2}\left(1 - \frac{0{,}048}{0{,}12}\right) = 0{,}346 \text{ м}^2, \quad \sqrt{\Delta} = 0{,}588 \text{ м},$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} 2 \frac{1 - \left(1 - \frac{0{,}048}{0{,}12}\right) 0{,}6}{0{,}588} = 1{,}14,$$

$$W(m_2) = \frac{2}{0{,}588}\left[1{,}14 - \operatorname{arctg} \frac{2 \cdot 0{,}048 \cdot 0{,}6}{0{,}12 \cdot 0{,}588}\right[= 1{,}549 \text{ м}^{-1}.$$

При $\bar{h} = 0{,}6$

$$L = \sqrt{\frac{t_0}{\frac{0{,}022}{0{,}12} 1{,}549 + \frac{0{,}005}{0{,}048}\left(\frac{1}{0{,}4} - \frac{1}{0{,}6}\right)}} = 1{,}64\sqrt{t_0};$$

при $\bar{h} = 0{,}5$

$$L = \sqrt{\frac{t_0}{\frac{0{,}018}{0{,}12} 1{,}549 + \frac{0{,}002}{0{,}048}\left(\frac{1}{0{,}5} - \frac{1}{0{,}6}\right)}} = 2{,}02\sqrt{t_0}.$$

2. После осуществления сплошного рыхления на глубину 0,7 м образовался однородный разрыхленный слой с коэффициентом фильтрации $k_р = 1{,}5$ м/сут. Принимаем при $\bar{h} = 0{,}5$ м $\mu_р = 0{,}030$; при $\bar{h} = 0{,}6$ м $\mu_р = 0{,}044$. Так как $\bar{h} < m_р$, то расстояния L рассчитываются по формуле (9.81), для чего предварительно находим

$$\Delta = 4 \cdot 0{,}3^2 \frac{0{,}048}{1{,}5} = 0{,}0112 \text{ м}^2, \quad \sqrt{\Delta} = 0{,}106 \text{ м},$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{2 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}048}{1{,}5 \cdot 0{,}106} = 1{,}496,$$

$$W(0,\ 4) = \frac{2}{0{,}106}\left[1{,}496 - \operatorname{arctg} 2 \frac{0{,}4 - \left(1 - \frac{0{,}048}{1{,}5}\right) 0{,}3}{0{,}106}\right] = 7{,}087 \text{ м}^{-1},$$

$$W(0,5)=\frac{2}{0{,}106}\left[1{,}496-\operatorname{arctg}2\,\frac{0{,}5-\left(1-\frac{0{,}048}{1{,}5}\right)0{,}3}{0{,}106}\right]=3{,}253\ \text{м}^{-1}.$$

При $\bar{h}=0{,}6$ $L=2{,}43\sqrt{t_0}$, при $\bar{h}=0{,}5$ $L=3{,}58\sqrt{t_0}$.

3. После несплошного рыхления с параметрами $E_1=E_2=0{,}3$ м, $m_p=0{,}7$ м, $k_p=1{,}5$ м/сут расчет расстояний с точностью до

$$\frac{0{,}12\cdot 0{,}3+1{,}5\cdot 0{,}3}{2\cdot 0{,}12L^2}\,\frac{0{,}7^2}{1{,}0}\cdot 100\%=\frac{0{,}992}{L^2}\,100\%$$

выполняем по формуле (9.137), предварительно найдя

$$b_0=1+\frac{1{,}5}{0{,}12}=13{,}5,$$

$$b_1=2\left[\frac{0{,}048-1{,}5}{0{,}12}(1-0{,}7)+\left(\frac{0{,}048}{0{,}12}-1\right)0{,}6\right]=-7{,}98\ \text{м},$$

$$b_2=0{,}6^2\left(1-\frac{0{,}048}{0{,}12}\right)+\frac{1{,}5-0{,}048}{0{,}12}(1-0{,}7)^2=1{,}31\ \text{м}^2,$$

$$\Delta=4\cdot 13{,}5\cdot 1{,}31-(-7{,}98)^2=6{,}74\ \text{м}^2,\quad \sqrt{\Delta}=2{,}60\ \text{м},$$

$$\varphi=\operatorname{arctg}\frac{-7{,}95+2\cdot 13{,}5\cdot 1}{2{,}60}=1{,}495.$$

Тогда при $\bar{h}=0{,}6$ м

$$G_2(0{,}4)=\frac{2}{2{,}60}\left(1{,}435-\operatorname{arctg}\frac{-7{,}98+2\cdot 13{,}5\cdot 0{,}4}{2{,}60}\right)=0{,}47,$$

$$L=\sqrt{\frac{0{,}12t_0}{(0{,}022+0{,}044)\,0{,}47}}=1{,}964\sqrt{t_0};$$

при $\bar{h}=0{,}5$ м

$$G_2(0{,}5)=\frac{2}{2{,}60}\left(1{,}435-\operatorname{arctg}\frac{-7{,}98+2\cdot 13{,}5\cdot 0{,}5}{2{,}60}\right)=0{,}234,$$

$$L=\sqrt{\frac{0{,}12t_0}{(0{,}018+0{,}030)\,0{,}234}}=3{,}29\sqrt{t_0}.$$

Результаты расчетов расстояний L для рассмотренных вариантов приведены на рис. 58. Видно, что глубокое рыхление позволило примерно в два раза увеличить расстояние между дренами, при этом, как и следовало ожидать, наибольший эффект был получен при сплошном рыхлении.

Заметим, что расчет по формуле (9. 138) соответственно дал $L=2{,}16\sqrt{t_0}$ и $L=3{,}37\sqrt{t_0}$.

Пример. Рассчитать расстояние между осушительными дренами $B=2L$ в трехслойном грунте при норме осушения $\bar{h}=0{,}5$ м. Как и в предыдущем примере, рассмотрим случаи без рыхления и со сплошным и несплошным рыхлением.

1. До рыхления трехслойная водоносная толща состояла из верхнего пахотного слоя мощностью $m_1=0{,}4$ м с коэффициентом фильтрации $k_1=0{,}20$ м/сут, среднего слоя легких суглинков мощностью $m_2=0{,}4$ м и $k_1=0{,}10$ м/сут и нижнего слоя тяжелых суглинков с параметрами $m_3=0{,}7$ м и $k_3=0{,}03$ м/сут. Коэффициенты водоотдачи верхнего и среднего слоев соответственно принимаются равными $\mu_1=0{,}03$ и $\mu_2=0{,}01$. Так как $m_1<\bar{h}<m_1+m_2$, то расстояние L рассчитывается по формуле (9. 103), для чего предварительно находим для вычисления параметра $\overline{W}_2\ (m-\bar{h})$

$$\bar{T}_2=0{,}061,\quad T=0{,}141\ \text{м}^2/\text{сут},\quad \bar{m}_2=1{,}1,\quad m=1{,}5\ \text{м},$$

$$\Delta=0{,}412\ \text{м}^2,\quad \sqrt{\Delta}=0{,}643\ \text{м},\quad \varphi=1{,}09,$$

$$\overline{W}_2(1{,}0)=\frac{2}{0{,}643}\left[1{,}09-\operatorname{arctg}2\,\frac{1-\left(1-\frac{0{,}03}{0{,}1}\right)0{,}7}{0{,}643}\right]=0{,}25\ \text{м}^{-1};$$

для вычисления параметра $W_3\ (\bar{m}_2)$

$$\alpha_1=3{,}33,\quad \alpha_2=5{,}0\ \text{м/сут},\quad \beta_1=-5{,}3,\quad \beta_2=-4{,}9\ \text{м}^2/\text{сут},$$

$$A_2'=0{,}65,\quad A_2''=-0{,}98\ \text{м}^3/\text{сут},\quad \theta_1=-0{,}0326,$$

$$\theta_2=2{,}22\ \text{м}^3/\text{сут},\quad \omega=0{,}45,\quad R=-2{,}00\ \text{м}^3/\text{сут},$$

$$\Delta=0{,}46\ \text{м}^2,\quad \sqrt{\Delta}=0{,}675\ \text{м},\quad \varphi=1{,}126,$$

$$W_3(1{,}1)=\frac{2}{0{,}675}\left[1{,}126-\operatorname{arctg}\frac{2\cdot 0{,}061}{0{,}2\cdot 0{,}675}\right]=1{,}16\ \text{м}^{-1},$$

и наконец

$$L=\sqrt{\frac{t_0}{\frac{0{,}03}{0{,}2}1{,}16+\frac{0{,}01}{0{,}1}0{,}25}}=2{,}25\sqrt{t_0}$$

2. После сплошного рыхления на глубину 0,7 м образовался однородный разрыхленный слой с коэффициентом фильтрации $k_p=2{,}0$ м/сут и коэффициентом водоотдачи $\mu_p=0{,}06$. Так как $\bar{h}<m_p$, то расстояние L рассчитывается по формуле (9. 102), для чего предварительно находим

$$\bar{T}_2=0{,}031,\quad T=1{,}431\ \text{м}^2/\text{сут},\quad m=1{,}5,\quad \bar{m}_2=0{,}8\ \text{м},$$

$$\alpha_1=16{,}7\ \text{м/сут},\quad \beta_1=-26{,}2,\quad \beta_2=-4{,}9\ \text{м}^2/\text{сут},$$

$$A_2'=-0{,}72,\quad A_2''=0{,}05\ \text{м}^3/\text{сут},\quad \theta_1=0{,}0154,\quad \theta_2=0{,}895\ \text{м}^3/\text{сут},$$

$$R=-11{,}4\ \text{м}^3/\text{сут},\quad \Delta=0{,}28\ \text{м}^2,\quad \sqrt{\Delta}=0{,}425\ \text{м},$$

$$\varphi=1{,}235,\quad W_3(1{,}0)=$$

$$=\frac{2}{0{,}425}\left[1{,}235-\operatorname{arctg}\frac{2\,(0{,}06\,(-26{,}2)+2{,}0\cdot 1{,}0}{2\cdot 0{,}425}\right]=2{,}08\ \text{м}^{-1},$$

$$L=\sqrt{\frac{2{,}0\,t_0}{0{,}06\cdot 2{,}08}}=4{,}01\sqrt{t_0}.$$

3. После несплошного рыхления с параметрами $E_1 = E_2 = 0{,}3$ м, $m_р = 0{,}7$ м, $k_р = 2{,}0$ м/сут расчет расстояний L с точностью до $\frac{k_1E_1 + k_рE_2}{2k_1L^2}\,\frac{m_р^2}{m}\,100\% = \frac{1{,}10}{L^2}\,100\%$ производим по формуле (9.139), так как выполняется условие $m_1 < \bar{h} < m - m_3$. Предварительно для вычисления параметров $G_3(m_2 + m_3)$ и $\bar{G}_2(m - \bar{h})$ находим

$$b_0 = 1 + \frac{2{,}0}{0{,}1} = 21, \quad b_2 = 2\left[\frac{0{,}03 - 2{,}0}{0{,}10}(1{,}5 - 0{,}7) + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{0{,}03}{0{,}10} - 1\right)0{,}7\right] = 32{,}5 \text{ м}, \quad b_2 = 0{,}7^2\left(1 - \frac{0{,}03}{0{,}1}\right) +$$

$$+ \frac{2{,}0 - 0{,}03}{0{,}10}(1{,}5 - 0{,}7)^2 = 12{,}94 \text{ м}^2, \quad \Delta = 4 \cdot 21 \cdot 12{,}94 -$$

$$-(-32{,}5)^2 = 31 \text{ м}^2, \quad \sqrt{\Delta} = 5{,}57 \text{ м},$$

$$\varphi = \operatorname{arctd}\frac{-32{,}5 + 2 \cdot 21 \cdot 1{,}5}{5{,}57} = 1{,}39.$$

Тогда

$$\bar{G}_1(1{,}0) = \frac{2}{5{,}57}\left(1{,}39 - \operatorname{arctg}\frac{-32{,}5 + 2 \cdot 21 \cdot 1}{5{,}57}\right) = 0{,}126,$$

$$G_3(1{,}1) = \frac{3}{5{,}57}\left(1{,}39 - \operatorname{arctg}\frac{-32{,}5 + 2 \cdot 21 \cdot 1{,}1}{5{,}57}\right) = 0{,}0755,$$

$$L = \sqrt{\frac{t_0}{\frac{0{,}03 + 0{,}06}{0{,}20}0{,}0755 + \frac{0{,}01 + 0{,}06}{0{,}10}0{,}126}} = 3{,}11\sqrt{t_0}.$$

Таким образом, в результате осуществления несплошного рыхления расстояние между дренами можно увеличить примерно в 1,5 раза, а при сплошном рыхлении — примерно в 2 раза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абрамов С. А., Кузнецова Н. А., Муфтахов А. Ж.* Пластовые дренажи в промышленном и городском строительстве.— М. : Госстройиздат, 1964.— 180 с.
2. *Аверьянов С. Ф.* Борьба с засолением орошаемых земель.— М. : Колос, 1978.— 288 с.
3. *Аверьянов С. Ф.* Горизонтальный дренаж при борьбе с засолением орошаемых земель.— М. : Изд-во АН СССР, 1959.— 84 с.
4. *Аверьянов С. Ф., Цюй Син-е.* О расчете дренажа при наличии инфильтрации.— Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук, 1957, № 3, с. 85—96.
5. *Аверьянов С. Ф.* О расчете осушительного действия горизонтального дренажа в условиях напорного питания.— Науч. зап. Моск. ин-та инженеров вод. хоз-ва, 1960, № 22, с. 3—73.
6. *Аверьянов С. Ф.* Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод.— В кн.: Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод. М. : Изд-во АН СССР, 1956, с. 85—447.
7. *Агромелиоративные* мероприятия при мелиорации тяжелых минеральных почв / С. Н. Бочаров, А. М. Горностаев, А. М. Сидорычева, В. Я. Червенюк.— М., 1977.— 66 с.— (Обзор. информ./ЦБНТИ Минводхоза СССР; № 4).
8. *Алексанкин А. В., Казанов В. С.* Мелиорация земель в ФРГ.— М., 1977, 114 с.— (Обзор информ. / ЦБНТИ Минводхоза СССР; № 4).
9. *Ананян А. К.* Дренаж при освоении содовых солончаков.— М. : Колос, 1971.— 272 с.
10. *Аравин В. И., Носова О. Н.* Натурные исследования фильтрации.— Л. : Энергия, 1969.— 256 с.
11. *Аравин В. И., Нумеров С. Н.* Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде.— М. : Гостехиздат, 1953.— 616 с.
12. *Аравин В. И., Нумеров С. Н.* Фильтрационные расчеты гидротехнических сооружений.— М. : Госстройиздат, 1955.— 291 с.
13. *Бакашев Н. А., Новицкий В. А., Сапаров Б.* Некоторые вопросы фильтрации и кольматации русла каналов.— Фрунзе : Илим, 1973.— 213 с.
14. *Барон В. А.* Влияние изменения водоотдачи пород на режим подземных вод.— Вод. ресурсы, 1979, № 4, с. 115—129.
15. *Бегматов А., Белова Г. П., Шульгин Д. Ф.* Расчет неустановившейся фильтрации при работе конечного числа закрытых горизонтальных дрен.— Изв. АН СССР. Сер. Механика жидкости и газа, 1979, № 4, с. 165—170.
16. *Борисов Ю. П.* Определение дебита скважин при совместной работе нескольких рядов скважин.— Тр. Моск. нефт. ин-та, 1951, вып. 8, с. 170—181.
17. *Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н.* Методическое пособие по расчетам эксплуатационных запасов подземных вод для водоснабжения.— М. : Госстройиздат, 1961.— 199 с.
18. *Бурчак Т. В.* Инфильтрационные бассейны.— Киев : Будівельник, 1978.— 152 с.
19. *Бэр Я., Заславский Д., Ирмей С.* Физико-математические основы фильтрации воды.— М. : Мир, 1971.— 452 с.
20. *Ведерников В. В.* Теория фильтрации и ее применение в области ирригации и дренажа.— М. : Госстройиздат, 1939.— 248 с.

21. *Веригин Н. Н., Васильев С. В., Саркисян В. С.* Расчет фильтрационных потерь из рыбохозяйственных водоемов.— М : Пищ. пром-сть, 1977.— 143 с.
22. *Водопонижение* в гидротехническом строительстве / Л. Н. Воробков, В. М. Гаврилко, П. В. Лобачев, В. М. Шестаков.— М. : Госстройиздат, 1960.— 244 с.
23. *Ганиев К. Г.* Испарение и инфильтрационное питание грунтовых вод (на примере орошаемых массивов).— Ташкент : Фан, 1979.— 212 с.
24. *Гидродинамические* и физико-химические свойства горных пород / Н. Н. Веригин, С. В. Васильев, В. С. Саркисян, Б. С. Шержуков.— М. : Недра, 1977.— 271 с.
25. *Голованов А. И., Новиков О. С.* Математическая модель переноса влаги и растворов солей в почвогрунтах на орошаемых землях.— Тр. Моск. гидромелиор. ин-та, 1974, 36, с. 45—53.
26. *Горизонтальный* дренаж орошаемых земель / В. А. Духовный, М. Б. Баклушин, Е. Д. Томин, Ф. В. Серебренников.— М. : Колос, 1979.— 255 с.
27. *Громатович М. К., Серебренников Ф. В., Толстунов А. В.* О перспективности применения комбинированного дренажа в Каршинской степи.— Вопр. проектирования и эффективности работы гидромелиор. систем Сред. Азии, 1976, вып. 7, с. 58—65.
28. *Губина Н. И., Олейник А. Я.* Расчет фильтрации из каналов в двухслойном грунте.— Мелиорация и вод. хоз-во, 1973, № 26. с. 82—90.
29. *Губина Н. И., Олейник А. Я.* Неустановившаяся фильтрация из каналов в дрены в двухслойном грунте.— Гидромеханика, 1974, вып. 27, с. 58—64.
30. *Губина Н. И., Олейник А. Я.* Приток грунтовых вод к несовершенной дрене в ограниченном двухслойном пласте.— Некоторые вопр. прикл. математики, 1971, № 6, с. 28—42.
31. *Делюнас И. П.* Оценка сопротивления ложа водоемов при прогнозировании береговых водозаборов Литовской ССР.— В кн.: Материалы науч. конф. молодых ученых-геологов Литвы. Вильнюс, 1968, с. 60—72.
32. *Добронравов А. А., Кремез В. С., Сирый В. С.* Расчет на ЭВМ нестационарной фильтрации в районах гидротехнических сооружений.— Киев : Наук. думка, 1980.— 184 с.
33. *Дренаж* сельскохозяйственных земель / Под. ред. Д. Н. Лютина.—М. : Колос, 1964.— 720 с.
34. *Дуюнов И. К.* Мелиорация земель в условиях напорного питания грунтовых вод.— М. : Колос, 1978.— 191 с.
35. *Зайдельман Ф. Р.* Режим и условия мелиорации заболоченных почв.— М. : Колос, 1975.— 320 с.
36. *Защита* территорий от затопления и подтопления.— М. : Госстройиздат, 1961.— 422 с.
37. *Изотермическое* передвижение влаги в зоне аэрации.— Л. : Гидрометеоиздат, 1972.— 168 с.
38. *Инструкция* по проектированию оросительных систем. Ч. 8. Дренаж на орошаемых землях.— М. : Минводхоз СССР, 1975.— 275 с.
39. *Ионат В. А.* Расчет горизонтального дренажа в неоднородных грунтах.— Таллин : ЭстНИИЗиМ, 1962.— 347 с.
40. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям.— М.: Наука, 1971.— 376 с.
41. *Карслоу Х. С., Эгер Д. К.* Теплопроводность твердых тел.— М. : Наука, 1964.— 487 с.
42. *Кац Д. М.* Контроль грунтовых вод на орошаемых землях.— М. : Колос, 1967.— 183 с.
43. *Кац Э. Д.* Определение инфильтрационного питания грунтовых вод в связи с решением задач мелиорации.— В кн.: Использование подземных вод для орошения в комплексе с поверхностными водами : IX Междунар. конгр. по ирригации и дренажу : Сб. статей сов. специалистов. М., 1975, с. 64—75.
44. *Ковальчук С. В., Олейник А. Я.* Фильтрация воды к дрене в двухслойной среде с боковым и инфильтрационным питанием.— Прикл. механика, 1968, 4, вып. 12, с. 108—112.

45. *Ковальчук С. В., Олейник А. Я.* Расчет мелиоративного дренажа в двухслойной среде при наличии инфильтрации.— Изв. АН СССР. Сер. Механика жидкости и газа, 1967, № 4, с. 113—117.
46. *Ковальчук С. В., Олейник А. Я.* Приток воды к горизонтальной трубчатой дрене в напорном двухслойном пласте ограниченной мощности.— Прикл. механика и техн. физика, 1966, № 1, с. 129—132.
47. *Ковальчук С. В.* Приток воды к горизонтальной дрене в трехслойном напорном пласте ограниченной мощности.— В кн.: Фильтрационные исследования. Киев : Наук. думка, 1967, с. 30—35.
48. *Кулик В. Я.* Инфильтрация воды в почву.— М. : Колос, 1978.— 93 с.
49. *Лаврик В. И.* Решение задачи о фильтрации к системе дренажных щелей в случае инфильтрации при наличии водоупора.— Некоторые вопр. прикл. математики, 1967, вып. 3, с. 63—70.
50. *Лебедев А. В.* Методы изучения баланса грунтовых вод.— М. : Недра, 1976.— 223 с.
51. *Лю Цы-цюнь.* Приток воды к горизонтальным дренажным трубам в двухслойной среде.— Изв. АН СССР. Сер. Механика и машиностроение, 1961, № 3, с. 84—89.
52. *Ляшко И. И., Мистецкий Г. Е., Олейник А. Я.* Расчет фильтрации в зоне гидросооружений.— Киев : Будівельник, 1977.— 118 с.
53. *Маскет М.* Течение однородных жидкостей в пористой среде.— М. : Гостоптехиздат, 1949.— 628 с.
54. *Маслов Б. С.* Режим грунтовых вод переувлажненных земель и его регулирование.— М. : Колос, 1970.— 232 с.
55. *Международный* симпозиум по гидрологии заболоченных территорий.— Минск: Наука и техника, 1973.— Ч. 1. 335 с.; ч. 2. 163 с.
56. *Методические* указания по определению водно-физических свойств почвогрунтов мелиорируемых земель.— Минск : Ураджай 1973.— 70 с.
57. *Методы* фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем / С. В. Васильев, Н. Н. Веригин, Б. А. Глейзер и др.— М. : Колос, 1970. — 440 с.
58. *Мироненко В. А., Шестаков В. М.* Теория и методы интерпретации опытно-фильтрационных работ.— М. : Недра, 1978.— 325 с.
59. *Мурашко А. И.* Указания по фильтрационным расчетам горизонтально-трубчатого дренажа.— Минск : БелНИИМиВХ, 1977.— 44 с.
60. *Мурашко А. И.* Горизонтальный пластмассовый дренаж.— Минск : Ураджай, 1973.— 207 с.
61. *Нечеверя И. К.* Прогноз подпора грунтовых вод и закономерности его формирования.— В кн. : Формирование береговой зоны Новосибирского водохранилища. Новосибирск, 1963, с. 61—84.
62. *Нумеров С. Н., Берсегян Р. М.* О дополнительных фильтрационных сопротивлениях несовершенных скважин и дренажных траншей при фильтрации жидкости в многослойных горизонтальных пластах.— Тр. координац. совещ. по гидротехнике, 1966, вып. 25, с. 76—91.
63. *Нумеров С. Н.* Об интерференции несовершенных скважин при упругом режиме фильтрации.— Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук, 1959, № 1, с. 11—15.
64. *Нумеров С. Н.* Об одном способе решения фильтрационных задач при наличии инфильтрации и испарения со свободной поверхности.— Изв. ВНИИ гидротехники, 1948, 38, с. 68—70.
65. *Нумеров С. Н., Панасенко Л. А.* К вопросу о фильтрации грунтовых вод при наличии систематического дренажа.— Прикл. математика / Ленингр. инж.-строит. ин-т, 1977, № 1, с. 111—139.
66. *Олейник А. Я., Лаврик Н. И., Коняхин Ю. П.* Расчет горизонтального дренажа при различном расположении дрен по глубине и расстоянии между ними.— Гидромеханика, 1979, вып. 40, с. 71—75.
67. *Олейник А. Я., Лаврик Н. И., Поляков В. Л.* Решение задачи нестационарной фильтрации из каналов к несовершенному дренажу при наличии инфильтрационного питания.— В кн.: Некоторые задачи механики сплошных сред. Киев : Наук. думка, 1978, с. 85—94.
68. *Олейник А. Я., Бугай Н. Г., Лаврик Н. И.* Расчет горизонтального прерывистого дренажа.— Гидротехника и мелиорация, 1978, № 1, с. 79—83.

69. *Олейник А. Я.* Фильтрационные расчеты при совместной работе горизонтального и вертикального дренажей в двухслойном грунте.— Мелиорация и вод. хоз-во, 1968, вып. 8, с. 97—112.
70. *Олейник А. Я.* Неустановившаяся фильтрация в условиях работы несовершенных каналов и дрен.— Мелиорация и вод. хоз-во, 1969, вып. 11, с. 141—153.
71. *Олейник А. Я., Поляков В. Л., Серебряков В. В.* О фильтрации к дренам в двухслойной среде.— В кн.: Теория и расчеты фильтрации. Киев : Наук. думка, 1980, с. 30—38.
72. *Олейник А. Я.* Практические способы расчета горизонтального и вертикального дренажей в неоднородно-слоистых грунтах. Мелиорация и вод. хоз-во, 1970, вып. 13, с. 109—121.
73. *Олейник А. Я., Лаврик Н. И.* Неустановившаяся фильтрация к несовершенным дренам в условиях переменного во времени инфильтрационного питания.— Некоторые вопр. прикл. математики, 1970, № 5, с. 125—131.
74. *Олейник А. Я., Насиковский В. П.* Расчет несовершенного дренажа в однородном грунте при неустановившемся режиме фильтрации.— Мелиорация и вод. хоз-во, 1969, вып. 10, с. 91—102.
75. *Олейник А. Я.* Неустановившийся приток грунтовых вод к систематическому горизонтальному дренажу в двухслойном грунте.— Динамика сплошной среды, 1969, вып. 11, с. 123—133.
76. *Олейник А. Я., Шестаков В. М.* Приток воды к прерывистому дренажу — линейному ряду горизонтальных несовершенных трубчатых и ленточных дрен.— Прикл. механика, 1966, 2, вып. 1, с. 106—114.
77. *Олейник А. Я., Шапран В. Я.* Гидромеханическое решение задачи о фильтрации к мелиоративному дренажу в двухслойной среде с дополнительным напорным питанием.— Некоторые вопр. прикл. математики, 1971, № 6, с. 5—27.
78. *Олейник А. Я., Шапран В. Я.* Расчет горизонтального дренажа в двухслойном грунте с инфильтрационным и напорным питаниями.— Мелиорация и вод. хоз-во, 1968, с. 113—124.
79. *Олейник А. Я.* Формирование режима грунтовых вод при фильтрации из несовершенных водоемов и каналов.— В кн.: Фильтрация воды в пористых средах. Киев : Наук. думка, 1978, ч. 4, с. 72—78.
80. *Олейник А. Я.* Практические способы расчета горизонтального и вертикального дренажей в неоднородно-слоистых грунтах.— Мелиорация и вод. хоз-во, 1970, вып. 13, с. 109—121.
81. *Олейник А. Я., Ткаченко В. А.* Практические способы расчета фильтрации через земляные плотины с дренажным каналом в нижнем бьефе.— Гидравлика и гидротехника, 1966, № 4, с. 150—164.
82. *Олейник А. Я.* Фильтрационные расчеты вертикального дренажа.— Киев : Наук. думка, 1978.— 202 с.
83. *Олейник А. Я., Насиковский В. П.* Методы расчета мелиоративного дренажа в неоднородно-слоистых грунтах.— Киев : Урожай, 1970.— 230 с.
84. *Опыт* осушения земель закрытым дренажем / Под ред. А. Л. Лукянаса.— М. : Колос, 1975.— 320 с.
85. *Основы* гидрогеологических расчетов / Ф. М. Бочевер, И. В. Гармонов, А. В. Лебедев, В. М. Шестаков.— М. : Недра, 1969.— 386 с.
86. *Пашковский И. С.* Методы определения инфильтрационного питания по расчетам влагопереноса в зоне аэрации.— М. : Изд-во Моск. ун-та, 1973.— 119 с.
87. *Пеньковский В. И., Рыбаков С. Т.* Математическое моделирование влаго- и солепереноса в условиях орошения.—Вод. ресурсы, 1978, № 3, с. 134—147.
88. *Пивовар Н. Г.* Расчет водозахватной способности трубчатого дренажа с волокнистыми фильтрами.— Гидротехника и мелиорация, 1975, № 6, с. 77—83.
89. *Пивовар Н. Г., Бугай Н. Г., Рычко В. А.* Дренаж с волокнистыми фильтрами.— Киев : Наук. думка, 1979.— 216 с.
90. *Планин Ю. Г., Чубарев В. Н.* Опыт определения инфильтрационного питания грунтовых вод Ингулецкого орошаемого массива на основе анализа влагопереноса в зоне аэрации.— В кн.: Вопросы мелиоративной гидрогеологии. М., 1972, с. 61—71.
91. *Полубаринова-Кочина П. Я.* Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод.— М.; Л. : Изд-во АН СССР, 1948.— 144 с.

92. *Полубаринова-Кочина П. Я.* Теория движения грунтовых вод.— М. : Наука, 1977.— 664 с.
93. *Поляков В. Л.* Неустановившийся приток к скважине при упругом режиме фильтрации в слабопроницаемом слое трехслойного пласта.— Гидромеханика, 1976, вып. 33, с. 9—12.
94. *Поляков В. Л.* Неустановившийся приток в бесконечному ряду скважин в многослойном грунте.— В кн.: Некоторые задачи механики сплошных сред. Киев : Наук. думка, 1978, с. 95—102.
95. *Проектирование* и расчеты регулирующей сети осушительно-увлажнительных систем на торфяных почвах (рекомендации) / А. И. Ивицкий, Г. И. Афанасик, А. И. Михальцевич.— Минск : Ураджай, 1979.— 80 с.
96. *Рекомендации* по проектированию и расчетам защитных сооружений и устройств от подтопления промышленных площадок грунтовыми водами.— М. : ВОДГЕО ; ПНИИС, 1979.— 328 с.
97. *Рекс Л. М.* Определение параметров дренажа на основе водно-солевого режима.— В кн.: Использование подземных вод для орошения в комплексе с поверхностными водами : IX Междунар. конгр. по ирригации и дренажу : Сб. статей сов. специалистов. М., 1975, с. 215—225.
98. *Решеткина Н. М., Сойфер А. Н.* Аналитические методы расчета дренажа при проектировании.— Гидротехника и мелиорация, 1975, № 9, с. 71—80.
99. *Ризенкампф Б. К.* Об одном случае фильтрации воды в многослойном грунте.— Учен. зап. Сарат. ун-та, 15, № 5, с. 94—100.
100. *Рыбин В. Ф.* Оценка фильтрационного сопротивления ложа Кременчугского водохранилища.—Пробл. гидрогеологии и инж. грунтоведения, 1975, вып. 4, с. 82—86.
101. *Сытников А. Б.* Динамика воды в ненасыщенных и насыщенных грунтах зоны аэрации.— Киев : Наук. думка, 1978.— 156 с.
102. *Усенко В. С., Чабан М. О.* Приближенный расчет формирования напоров подземных вод в двухслойной среде под влиянием точечного и линейного источников.— Изв. АН СССР. Сер. Механика жидкости и газа, 1973, № 5, с. 167—175.
103. *Фильтрация* из водохранилищ и прудов / С. В. Васильев, П. П. Веригин, Г. А. Разумов, Б. С. Шержуков.— М. : Колос, 1975.— 303 с.
104. *Хейн А. П.* Теоретические основы и методика определения параметров пластов по данным испытания несовершенных скважин.— М., 1953.— 167 с. (Тр. Всесоюз. нефтегаз. НИИ).
105. *Хубларян М. Г., Чурмаев О. М., Юшманов И. О.* Численное решение гидродинамической задачи фильтрации и конвективной диффузии.— Изв. АН СССР. Сер. Вод. ресурсы, 1979, № 1, с. 133—143.
106. *Хубларян М. Г., Чумаев О. М., Юшманов И. О.* О точности решения задачи притока грунтовых вод к дрене.— В кн.: Тез. докл. III Межведомств. совещ. по вопр. прогнозирования гидрогеол., инж.-геол. и почв.-мелиор. условий. М. : Минводхоз СССР, вып. 2, с. 168—191.
107. *Чайлдс Э.* Физические основы гидрологии почв.— Л. : Гидрометеоиздат, 1973.— 427 с.
108. *Чарный И. А.* Безнапорный приток жидкости к гидравлически несовершенным скважинам и иглофильтрам.— Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук, 1953, № 2, с. 216—225.
109. *Чернышевская Л. Е., Бодрик А. Г.* Выбор коэффициента диффузии при решении задач о передвижении влаги в ненасыщенных почвогрунтах.— Мелиорация и вод. хоз-во, 1972, вып. 23, с. 77—83.
110. *Чубарев В. Н.* Метод оценки питания грунтовых вод путем исследования влагопереноса в зоне аэрации.— М.: ОНТИ ВИЭМС, 1968.— 12 с.— (Информ. сообщ. / М-во геологии СССР; № 4).
111. *Чубарев В. Н.* Питание грунтовых вод песчаной пустыни через зону аэрации.— М. : Недра, 1972.— 135 с.
112. *Шапран В. Я.* К вопросу определения междренного расстояния в двухслойном грунте с инфильтрационным и напорным питаниями.— Мелиорация и вод. хоз-во, 1968, вып. 9, с. 124—131.

113. *Шапран В. Я.* Неустановившаяся фильтрация к горизонтальному систематическому дренажу в условиях напорного и инфильтрационного питания. — Мелиорация и вод. хоз-во, 1969, вып. 11, с. 155—164.
114. *Шапран В. Я.* Решение задачи неустановившейся фильтрации к дренажу при сосредоточенном, инфильтрационном и напорном питании.— Некоторые вопр. прикл. математики, 1969, вып. 4, с. 221—233.
115. *Шержуков Б. С.* Неустановившаяся фильтрация в горизонтальные дрены при осушении торфяных месторождений напорного грунтового питания.— Изв. АН СССР. Сер. Прикл. механика и теорет. физика, № 3, 1960, с. 68—75.
116. *Шестаков В. М.* Динамика подземных вод.— М. : Изд-во Моск. ун-та, 1979.— 368 с.
117. *Шестаков В. М.* Оценка сопротивления ложа водоема при гидрогеологических расчетах.— Разведка и охрана недр, 1964, № 5, с. 34—38.
118. *Шестаков В. М.* Методические указания по расчетам систематического дренажа в слоистых системах.— М. : Всесоюз. ин-т инж. гидрогеологии, 1965.— 65 с.
119. *Шестаков В. М.* Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа.— М. : Изд-во Моск. ун-та, 1965.— 233 с.
120. *Шестаков В. М.* О влиянии упругого режима фильтраци в раздельных слоях на взаимодействие водоносных горизонтов.— Изв. вузов. Геология и разведка недр, 1963, № 10, с. 92—98.
121 *Шестаков В. М.* О применении метода фильтрационных сопротивлений для расчетов контурных систем скважин.— Тр. Лаб. инж. гидрогеологии ВНИИ водоснабжения, канализации, гидротехн. сооружений и инж. гидрогеологии, 1962, № 4, с. 24—28.
122. *Шкинкис Ц. Н.* Проблемы гидрологии дренажа.— Л. : Гидрометеоиздат, 1974.— 347 с.
123. *Эггельсманн Р.* Руководство по дренажу / Пер. с нем. В. И. Горинского. — М. : Колос, 1978.— 255 с.
124. *Ярцева Е. Н.* Методическое пособие по определению коэффициента водоотдачи и недостатка насыщения почвогрунтов.— М. : Всесоюз. ин-т инж. гидрогеологии, 1967.— 49 с.
125. *Amar A. C.* Ground-water recharge simulation.— J. Hydraulics Div. Proc. ASCE, 1975, **101**, N 9, p. 1415—1427.
126. *Babu D. K., Genuchten M. Th. van.* An initial value problem for the horizontal infiltration of water.— Water Resour. Res., 1979, **15**, N 4, p. 867—871.
127. *Boulton N.* Analysis of data from non equilibrium pumping test allowing for delayed yield from storage.— Proc. Inst. Civ. Eng., 1963, **26**, p. 469—482.
128. *Bouwer H., Rice R. C.* Delayed aquifer yield as a phenomenon of delayed air entry.— Water Resour. Res., 1978, **14**, N 6, p. 1068—1074.
129. *Bouwer H.* Infiltration of Water into Nonuniform. Soil.— J. Irrig. and Drain. Div., 1969, **95**, N 4, p. 451—462.
130. *Bouwer H.* Infiltration into increasingly permeable soils.— J. Irrig. and Drain. Div., 1976, **102**, N 1, p. 127—136.
131. *Bouwer H.* Developing drainaga design criteria drainage for agriculture.— Agronomy Monogr., 1974, N 17, p. 67—79.
132. *Bredehoeft J. B., Finder G. F.* Digital analysis of areal flow in multiaquifer groundwater systems.— Water Resour. Res., 1970, **6**, N 3, p. 883—888.
133. *Cooley R. L., Case C. M.* Effect of a water table aquitard on drawdown in an underlying pumped aquifer.— Water Resour. Res., 1973, **9**, N 2, p. 434—447.
134. *Dagan G.* Steady drainage of a two-layerd soil.— J. Irrig. and Drain. Div., 1965, **91**, N 3, p. 51—64.
135. *Dagan G.* Spacing of drains by an Apperoximate method.— J. Irrig. and Drain. Div., 1964, **90**, N 1, p. 25—36.
136. *Dennis C. W., Tratford B. D.* The effect permeable surrounds on the performance of clay field drainage pipes.— J. Hydrol., 1975, **24**, p. 239—249.
137. *Dos Santos A. G., Youngs E. G.* A study of the specific yield in land drainage situations.— J. Hydrol., 1969, **8**, N 1, p. 59—81.
138. *Duke H. R.* Capillary properties of soils-influente upon specific yield.— Trans. Amer. Soc. Agricult. Eng., 1972, **15**, N 4, p. 688—691.

139. *Duke H. R.* Drainage design based upon aeration.— Hydrol. Pap. Colo. State Univ., 1973, N 61, p. 1—59.
140. *Dumm L. D.* Transient flow concept in subsurface drainage: its validity and use.— Trans. Amer. Soc. Agricult. Eng., 1964, **7**, N 2, p. 142—146.
141. [*Glebov M. M.*] Хидродинамика на подземните вододобавки и дренажки съоръжения.— София : Техника, 1978.— 307 с.
142. *Ehlig C., Halepska J. C.* A numerical study of confined-unconfined aquifers including effects of delayed yield and leakage.— Water Resour. Res., 1976, **12**, N 6, p. 1175—1183.
143. *Finite* elements water resources.— London, 1978.— 1247 p.— (Proc. 2nd Int. Conf.).
144. *Hinesty T. D., Kirkham D.* Theory of Flow nets for raim and artesian water seeping into soil drains.— Water Resour. Res., 1966, **2**, N 3, p. 462—471.
145. *Hoffman G. J., Schwab G. O.* Tile Spacing Prediction Based on Drain Outflow.— Trans. Amer. Soc. Agricult. Eng., 1964, **7**, N 4, p. 444—447.
146. *Kirkham D.* Steady-state theories for drainage.— J. Irrig. and Drain. Div., 1966, **92**, N 1, p. 36—45.
147. *Kirkham D., Schwab G. O.* The effect of circular perforations of flow into subsurface drain tubes. 1. Theori. 2. Experiments and results.— Agricult. Eng., 1951, **32**, p. 211—214; p. 270—274.
148. *Kirkham D., Toksoz S., Ploeg R. R.* van der. Drainage for agriculture.—Agronomy Monogr., 1974, N 17, p. 203—244.
149. *Kirkham D.* Seepage of steady rainfall soil into drains.— Trans. Amer. Geophys. Union, 1958, **59**,
150. *Koichi A., Yuzo O., Makoto N.* Steady-unsteady satured seepage analysis of soil.— Trans. Jap. Soc. Civ. Eng., 1978, N 9, p. 270—273.
151. *Kroszynski U. I., Dagan G.* Well pumping in unconfined aquifers. The influence of the unsaturated zone.— Water Resour. Res., 1975, **11**, N 33, p. 479—490.
152. *Lange G.* Die Bestimmung des Dranabstandes bei Bodenvernassungen durch gespanntes Grundwasser.— Wasser und Boden, 1970, N 22, S. 318—320.
153. *List E. I.* The steady flow of precipitation to an infinite series of tile drains above an imporvious layer.— J. Geophys. Res., 1964, **69**, N 16, p. 101—113.
154. *Maasland M.* Water table fluctuations induced by intermittent Recharge.— J. Geophys. Res., **64**, N 5, 549—552.
155. *Najamii M., Kirkham D., Daugal M. D.* Tybe drainage in stratified soil above an aquifer.— J. Irrig. and Drain. Div., 1978, **104**, N 2, p. 209—228.
156. *McWhorter D. B., Duke H. R.* Transient drainage with nonlinearity and capillarity.— J. Irrig. and Drain. Div., 1976, **102**, N 2, p. 193—204.
157. *McWhorter D. B.* Drain spacing based on dynamic equilibrium.— J. Irrig. and Drain. Div., 1977, **103**, N 2, p. 259—271.
158. [*Momchil V.*] Отчитане съпротивлението на леглого на водоисточника при формиране на фильтрационния поток и сложни геоложни условия и кепряка [хидравлична връзка.— Техн. мисъл, 1979, **16**, № 1, с. 67—72.
159. *Moody W. T.* Nonlinear differential equation of drain spacing.— J. Irrig. and Drain. Div., 1966, **92**, N 2, p. 1—9.
160. *Morel-Seytoux H. J., Khanji J.* Derivation of an equation of infiltration.— Water Resour. Res., 1974, **10**, N 3, p. 795—800.
161. *Neuman S. P.* Perspective on Delayed vield.— Water Resour. Res., 1979, **15**, N 4, p. 899—908.
162. *Schifgaarde J.* Limitations of Dupuit-Forchheimer theory drainage.— Trans. Amer. Soc. of Agricult. Eng. 1965, **8**, N 4, p. 465—481.
163. *Skaggs R. W.* Determination of the hydraulic conductivity-drainable porosity ratio from water table measurements.— Trans. Amer. Soc. of Agricult. Eng., 1976, **19**, N 1, p. 73—80.
164. *Skaggs R. W., Tang Y. K.* Saturated and unsaturated flow to parallel drains.— J. Irrig. and Drain. Div., 1976, **102**, N 2, p. 221—238.
165. *Skaggs R. W.* Effect of drain tube openings on water-Table drawdown.— J. Irrig. and Drain. Div. Proc. ASCE, 1978, **104**, N 1, p. 13—21.
166. *Toksoz S., Kirkham D.* Steady Drainage of Layered Soils. I. Theory.— J. Irrig. and Drain. Div., 1971, **97**, N 1, p. 1—19.

167. *Toksoz S., Kirkham D.* Steady drainage of layerd soils. II. Nomographs.— J. Irrig. and Drain. Div., 1971, **97**, N 1, p. 19—37.
168. *Todsen M.* On the solution of transient freesurface flow problems in porous media by finite-difference methods.— J. Hydrol., 1971, **12**, N 3, p. 73—86.
169. *Van Schilfgaarde J.* Design of tile drainage for falling water tables.— J. Irrig. and Drain. Div., 1963, **89**, N 2, p. 1—13.
170. *Van Schilfgaarde.* Theory of flow to drains.— Adv. in Hydroscience, 1970, **6**, p. 43—106.
171. *Van Schilgaarde J.* Transient design of drainage systems.— J. Irrig. and Drain. Div., 1965, **91**, N 3, p. 9—22.
172. *Van Schilgaarde J.* Nonsteady flow to drains. Drainage for agriculture.— Agronomy Monogr. 1974, N 17. p. 268—270.
173. *Verma R. D., Brutsaert W.* Unsteady free surface ground water seepage.— J. Hydraul. Div., 97, N 8, p. 1213—1229.
174. *Watson K. K.* Some applications of unsaturated flow theory : Drainage for agriculture.— Agronomy Monogr., 1974, N 17, p. 359—400.
175. *Whisler F. D., Watson K. K., Perrens S. J.* Numerical analysis of infiltration into a heterogeneous porous medium.— Proc. Soil Sci. Soc. Amer., 1972, **36**, p. 868—874.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 3

ГЛАВА 1. **Теоретические исследования фильтрации к точечному стоку в неоднородно-слоистых грунтах** 11

§ 1. Двухслойный грунт (пласт) с непроницаемыми верхней и нижней границами 11
§ 2. Двухслойный грунт (пласт) с проницаемой верхней и непроницаемой нижней границами 16
§ 3. Двухслойный грунт (пласт) с проницаемыми верхней и нижней границами 19
§ 4. Двухслойный грунт (пласт) с инфильтрационным питанием . . 22
§ 5. Двухслойный грунт (пласт) с инфильтрационным и напорным питаниями 24
§ 6. Трехслойный грунт (пласт) с непроницаемыми верхней и нижней границами 28

ГЛАВА 2. **Теоретические исследования установившейся фильтрации к горизонтальным дренам в неоднородно-слоистых грунтах** 33

§ 1. Односторонний приток к несовершенной дрене (схема полуограниченного пласта) 33
§ 2. Двухсторонний несимметричный приток к несовершенной дрене (ограниченный пласт) 41
§ 3. Приток к двум несовершенным дренам в двухслойном грунте (пласте) 48
§ 4. Несовершенные дрены в двухслойном грунте, затопленном сверху слоем воды 54

ГЛАВА 3. **Теоретические исследования установившейся фильтрации к дренам в условиях инфильтрации** 62

§ 1. Несовершенные дрены в двухслойном грунте с инфильтрационным питанием 62
§ 2. Несовершенные дрены в двухслойном грунте с инфильтрационным и напорным питаниями 69
§ 3. Несовершенные дрены в двухслойном грунте с боковым притоком и инфильтрационным питанием 79
§ 4. Несовершенные дрены в трехслойном грунте с инфильтрационным питанием 85

ГЛАВА 4. **Методы расчета фильтрационных сопротивлений, обусловленных гидродинамическим несовершенством дрен и границ областей фильтрации** 88

§ 1. Определение фильтрационных сопротивлений в напорной (безнапорной) водоносной толще грунта 90

§ 2. Определение фильтрационных сопротивлений в водоносной толще грунта, ограниченной проницаемыми границами . . . 95
§ 3. Фильтрационные сопротивления на несовершенство границ областей фильтрации 98

ГЛАВА 5. **Методы фильтрационного расчета горизонтального дренажа при установившейся фильтрации** 102

§ 1. Систематический горизонтальный дренаж 102
§ 2. Приканальный горизонтальный дренаж в условиях инфильтрации (испарения) 113
§ 3. Придамбовый открытый дренажный канал в однородном грунте 123
§ 4. Горизонтальный дренаж при различном расположении дрен по высоте и разных расстояниях между ними 134
§ 5. Комбинированный систематический дренаж с инфильтрационным питанием 143
§ 6. Горизонтальный прерывистый дренаж 149

ГЛАВА 6. **Теоретические исследования неустановившейся фильтрации к систематическому дренажу в условиях инфильтрационного питания** 156

§ 1. Горизонтальные дрены в однородном грунте 157
§ 2. Горизонтальные дрены в двухслойном грунте 165
§ 3. Горизонтальные дрены в трехслойном грунте 173
§ 4. Комбинированный дренаж в трехслойном грунте 179

ГЛАВА 7. **Теоретические исследования неустановившегося притока грунтовых вод к дренажу из каналов и водоемов** 184

§ 1. Неустановившаяся фильтрация из несовершенного канала в несовершенную дрену в однородном грунте 184
§ 2. Неустановившаяся фильтрация из несовершенного канала в несовершенную дрену в двухслойном грунте 195
§ 3. Неустановившийся приток к дрене в неограниченной трехслойной по мощности области фильтрации 198
§ 4. Неустановившийся приток к дрене в ограниченной трехслойной по мощности области фильтрации 206

ГЛАВА 8. **Методы расчета горизонтального дренажа при неустановившейся фильтрации** 209

§ 1. Систематический горизонтальный дренаж с инфильтрационным питанием в однородном грунте 209
§ 2. Систематический горизонтальный дренаж в двух- и трехслойном грунтах 218
§ 3. Горизонтальный дренаж вблизи водоемов (каналов) и при различном расположении дрен 227

ГЛАВА 9. **Теоретические исследования и расчеты неустановившейся фильтрации к дренам в условиях осушения переувлажненных земель** 234

§ 1. Некоторые теоретические решения на основе строгой гидродинамической постановки задачи 235
§ 2. Расчет осушительного дренажа в неоднородно-слоистых грунтах на основе гидравлической постановки задачи 245
§ 3. Расчет осушительного дренажа в неоднородно-слоистых грунтах в условиях напорного питания и водообмена через свободную поверхность 259
§ 4. Расчет осушительного дренажа с учетом глубокого рыхления 263

Список литературы 274