631.6
Ц-75
Ц516

В. А. ИОНАТ

РАСЧЕТ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ДРЕНАЖА В НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТАХ

ЭНИИЗиМ

ЭСТОНСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ЗЕМЛЕДЕЛИЯ И МЕЛИОРАЦИИ

В. А. ИОНАТ

РАСЧЕТ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ДРЕНАЖА В НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТАХ

Под редакцией проф. С. Ф. АВЕРЬЯНОВА

Таллин—1962

Вадим Александрович Ионат
Расчет горизонтального дренажа в неоднородных грунтах»

Технический редактор *Я. С. Родин*

ТВ 03919 17/V—62 г. Сдано в набор 17/VII—61 г. Подписано к печати 31/V—62 г. Зак. 1127. Объем 22 п. л. Тираж 2000 экз. Цена 1 руб. 35 коп.

Типография ТСХА

ПРЕДИСЛОВИЕ

Резкое увеличение продуктивности сельского хозяйства, предусмотренное решениями XXII съезда КПСС, связано в первую очередь с повышением урожайности сельскохозяйственных культур на уже освоенных территориях. Вторым важнейшим мероприятием в этой области является освоение земель, неиспользуемых в настоящее время в сельском хозяйстве, к которым в нечерноземной зоне относится значительное количество болот и избыточно увлажненных минеральных почв. Плодородие этих земель в неосушенном состоянии весьма низко, и поэтому увеличение валового сбора сельскохозяйственных культур за счет вовлечения новых территорий будет в большой степени зависеть от развития мелиоративных работ.

В условиях крупного механизированного сельского хозяйства при интенсивном использовании осушенных земель наиболее приемлемыми являются закрытые системы, дающие возможность создания карт таких размеров, которые обеспечивают рациональное использование сельскохозяйственных машин и позволяют производить перекрестную обработку полей.

Необходимо заметить, что кроме строительства новых осушительных систем, предпринимаемого в связи с вовлечением в сельскохозяйственное использование земель резерва, в настоящий момент назрела необходимость коренной перестройки регулирующей сети существующих осушительных систем, представленной, как правило, неглубокими открытыми каналами.

Известно, что открытая сеть имеет ряд существенных недостатков, основным из которых является стеснение работы сельскохозяйственных механизмов. Поэтому и при реконструкции систем целесообразно переходить на закрытый дренаж.

Из закрытых систем наибольшее распространение получил систематический горизонтальный трубчатый дренаж.

Основной целью такого дренажа является своевременное удаление избыточных грунтовых вод. Следует, однако, отметить, что в тяжелых по механическому составу грунтах горизонтальный систематический дренаж может отводить поверхностную воду и верховодку пахотного горизонта; в этом случае функциональное назначение дрен и схема их работы изме-

няются и они превращаются в разновидность закрытых систем — закрытые собиратели.

В настоящей работе мы будем рассматривать дренаж как средство для отвода грунтовых вод и понижения их уровней на осушаемом участке с целью создания необходимых условий аэрации зоны, где развивается основная часть корневой системы сельскохозяйственных растений.

Развернувшееся на протяжении последних лет строительство дренажа в прибалтийских республиках, БССР и в некоторых центральных и северо-западных районах РСФСР позволило значительно повысить эффективность использования сельскохозяйственных машин, снизить затраты труда на единицу продукции и увеличить урожайность сельскохозяйственных культур.

Исследования научных учреждений, практика строительства и эксплуатации осушительных систем в Советском Союзе и за рубежом показывают, что дренаж является достаточно долговечным и эффективным средством осушения. Относительно высокие затраты на строительство дренажных систем с лихвой окупаются низкими эксплуатационными расходами, более эффективным использованием техники и увеличением урожаев.

Все более и более широкое применение дренажных систем требует улучшения их конструктивных элементов, методики расчета и производства строительных работ.

Эффективно работающая и в то же время недорогая дренажная система может быть создана только на основе высококачественного проекта. Экономичный же проект обычно базируется на хорошей системе расчета, учитывающей важнейшие факторы, влияющие на работу дренажной сети.

В нечерноземной зоне СССР, весьма обширной по территории, дренаж работает в очень разнообразных условиях, определяемых геологическими, гидрологическими и другими особенностями конкретного района. Эти особенности должны детально анализироваться при составлении проекта.

Существующая система фильтрационных расчетов, дающая возможность определить наиболее важную расчетную характеристику дренажа—расстояние между дренами, имеет ряд недостатков, одним из которых является неучет или недостаточный учет неоднородности фильтрационных свойств среды, где происходит движение грунтовых вод. Причиной этого является слабая разработка теории фильтрации в неоднородных средах, особенно применительно к дренажу.

Довольно хорошо разработанная система расчета дренажа, работающего в однородных грунтах, не имеет детальных рекомендаций для случаев укладки дрен в реальные, как правило, неоднородные грунты, водопроницаемость которых в общем случае может изменяться в довольно больших пределах

во всех направлениях. Здесь обычно прибегают к различным осреднениям, оценка точности и допустимости которых не показывается. Поэтому вполне понятно стремление гидрогеологов, гидротехников и мелиораторов, наиболее близко соприкасающихся с фильтрационными расчетами, получить такие расчетные формулы и схемы, которые учитывали бы неоднородность фильтрационных свойств естественных грунтов.

До последних лет теория фильтрации в неоднородных грунтах была разработана недостаточно. Слабое развитие теории в этой области объясняется довольно большими трудностями, которые возникают при отыскании точного решения задач по фильтрации в неоднородных средах. Приближенные же решения, совершенно неизбежные в данном случае, по-видимому не были достаточно привлекательными для исследователей в этой области. Поэтому методы определения расстояний между дренами в неоднородных грунтах до сих пор недостаточно освещены как в отечественной, так и в зарубежной литературе. В то же время интенсивное развитие мелиоративного и гидротехнического строительства, связанное с вовлечением в сельскохозяйственное использование крупных земельных массивов, часто имеющих довольно сложное геологическое строение, настоятельно требует более глубокого исследования работы дренажа в неоднородных грунтах.

Хорошо известно, что в природных условиях неоднородность грунтов (особенно в вертикальном направлении) часто выражена очень ярко, так как связана с их генезисом (например, аллювий) и почвообразовательными процессами (например, ортштейн). Особое значение учет неоднородности грунтов имеет при расчете осушительных систем, ибо неоднородность грунтов, на которых располагается осушительная сеть, обычно является правилом, а не исключением.

Кроме неоднородности по вертикали в осушительной мелиорации, хотя и реже, но встречаются случаи неоднородности в горизонтальном направлении (например, фильтрационные свойства осушенной торфяной залежи в связи с неравномерностью осадки торфа в междренном пространстве изменяются и в горизонтальном направлении).

Примеров закладки дрен в неоднородные грунты можно привести достаточно много. Так, при осушении мелких торфяников дрены укладываются в минеральный грунт, фильтрационные свойства которого могут резко отличаться от фильтрационных свойств торфа. При осушении тяжелых, слабопроницаемых почв мелиоратор опять сталкивается с неоднородным грунтом, составленным из хорошо проницаемого, оструктуренного пахотного и слабопроницаемого подпахотного горизонтов.

Как указывалось выше, точное решение задач о движении фильтрационного потока в неоднородных грунтах получить

обычно затруднительно, поэтому целесообразно получение приближенных, но достаточно пригодных для практики решений.

Можно с уверенностью утверждать, что расчеты, основанные даже на грубо приближенных решениях, учитывающих неоднородность грунта, будут давать более правильные результаты, чем самые «точные» гидромеханические решения, полученные для однородного грунта, но применяемые к случаю, где имеет место неоднородность.

Многообразие природных и хозяйственных условий применения дренажа породило сомнение в целесообразности производства фильтрационных расчетов при проектировании регулирующей сети осушительных систем. Часто предлагается назначать расстояния между осушителями, исходя из средних их значений для отдельных зон. Такая методика назначения расстояний между дренами не может считаться обоснованной, так как внутри зон геологические условия осушаемых участков, строение почвенного покрова и другие факторы настолько различны, что коренным образом изменяют расчетные параметры дренажа.

Приведенные выше соображения подтверждают актуальность исследования работы дренажей в неоднородных грунтах.

В настоящей монографии делается попытка рассмотрения работы дренажа в различных случаях неоднородности среды и обоснования фильтрационных расчетов для этих случаев. Предлагаемые формулы, как правило, являются приближенными, так как получение точного гидромеханического решения вопроса о притоке воды к дрене в неоднородных грунтах обычно наталкивается на значительные трудности математического порядка или приводит к настолько громоздким решениям, что они не могут успешно применяться в практике.

Необходимо заметить, что в мелиоративных расчетах нет оснований требовать точности решений, большей, чем точность исходных расчетных данных (коэффициенты фильтрации, модули стока и др.).

Часть материалов, помещенных в данной работе, представляет собой результаты исследований автора, проведенных в Эстонском научно-исследовательском институте земледелия и мелиорации на протяжении 1954—1961 годов.

Автор выражает искреннюю благодарность проф. С. Ф. Аверьянову за ценные замечания, позволившие значительно улучшить содержание книги.

За все указания и замечания по настоящей работе автор будет весьма благодарен и просит посылать их по адресу: Таллин, Сяку, Эстонский научно-исследовательский институт земледелия и мелиорации.

ГЛАВА I

КРАТКИЙ ОБЗОР ПРЕДЛОЖЕНИЙ ПО РАСЧЕТУ ДРЕНАЖЕЙ В НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТАХ

Не ставя своей задачей детальный обзор литературы по вопросу движения грунтовых вод в неоднородных средах, считаем полезным осветить основные этапы в развитии исследований по данному вопросу и провести краткий анализ формул для расчета дренажей в неоднородных грунтах, предложенных главным образом советскими авторами.

Как указывает Г. Н. Каменский [19], одним из пионеров в исследовании движения грунтовых вод в пластах различной проницаемости был Люгер [59], [60], который рассмотрел движение грунтовых вод в горизонтальном водоносном пласте, составленном из двух слоев различной проницаемости, а также в водоносном пласте с водопроницаемостью, постепенно изменяющейся в горизонтальном направлении (возрастающей или убывающей по направлению потока).

Тим [63] впервые применил теорию притока грунтовых вод к колодцам, работающим в неоднородных грунтах, на основании которой по их дебиту определял средние коэффициенты фильтрации всего водоносного слоя.

Теория движения грунтовых вод к колодцам, закладываемым в двухслойный водоносный горизонт, разрабатывалась Шульце [62], предложившим формулы для расчета одиночных колодцев и групповых установок, применяемых для понижения грунтовых вод. Выводы Шульце были подвергнуты критике И. П. Кусакиным [28], который пришел к убеждению, что они не могут служить надежной базой для практических расчетов.

В работе К. И. Добровольского [15] приводятся уравнения движения грунтовых вод к колодцу, расположенному в двух слоях различной проницаемости. Вывод базируется на уравнении Дюпюи, а результаты аналогичны упомянутым выше формулам Шульце.

В 1933 году Дахлер [56] опубликовал работу, посвященную вопросам движения грунтовых вод в параллельно-слоистом грунте. В этой работе им была предложена формула для определения коэффициента фильтрации слоистого материала в зависимости от направления движения струй фильтрационного потока. В той же статье Дахлером был предложен приближенный способ решения задачи о фильтрации в горизонтально-слоистом пласте, проиллюстрированный примером приближенного построения линий токов и поверхностей равного напора для случая напорной фильтрации.

Одной из важнейших работ по вопросу движения грунтовых вод в неоднородных грунтах является работа Г. Н. Каменского [19], в которой автором приведены основные закономерности движения грунтовых вод в неоднородных грунтах и даны расчетные формулы для проектирования артезианских и грунтовых колодцев при слоистом строении водоносного пласта.

Наиболее значительными теоретическими работами по вопросу движения грунтовых вод в неоднородных средах являются работы Н. К. Гиринского [11], [12] и [13], предложившего специальную функцию, применение которой дает возможность свести задачу об установившейся фильтрации в неоднородном по вертикали грунте к задаче, решаемой методами теории функций комплексного переменного.

Теоретические исследования по вопросу движения грунтовых вод в неоднородных и анизотропных грунтах проводились П. Я. Полубариновой-Кочиной [37], [38], [39], [40], Н. К. Калининым [21], [22], В. И. Аравиным [7], В. С. Козловым [24], В. К. Ризенкампфом [43] и другими выдающимися представителями советской школы гидротехников. В основном эти исследования касались движения в неоднородных средах под гидротехническими сооружениями.

В мелиоративной литературе расчет дренажей в неоднородных грунтах до сих пор освещен недостаточно. В «Основах мелиораций» А. Н. Костякова [23] вопросу расчета дренажей в слоистых грунтах уделено всего несколько строк.

Из работ, посвященных расчету дренажей и каналов в неоднородных грунтах, появившихся в последние годы, необходимо упомянуть работы Н. Н. Веригина [9], Г. Н. Лубяко [30], Х. А. Писарькова [35], Д. П. Юневича [53], Б. А. Глейзера [14] и И. М. Кривоносова [26], [27]. Необходимо заметить, что во всех этих работах рассматривается в основном случай работы дрен в двухслойной среде. Более общие случаи неоднородности—многослойные, изотропно-неоднородные и анизотропно-неоднородные грунты—вообще не рассматриваются *.

---

* В работе Г. Н. Лубяко рассматриваются случаи работы дрен и в многослойном грунте.

Из иностранных работ необходимо упомянуть работы Киркхема [58], который рассматривает случай напорной фильтрации с залитой водой площадки, представляющий для осушительной мелиорации меньший практический интерес, чем случай безнапорной фильтрации.

Небольшое число работ по данному вопросу дает возможность более или менее детально рассмотреть их содержание и проанализировать полученные выводы.

В СССР одной из первых работ по расчету дренажей в неоднородных грунтах можно считать работу Х. А. Писарькова [35], в которой делается попытка вывода расчетной формулы для определения расстояний между совершенными дрена-

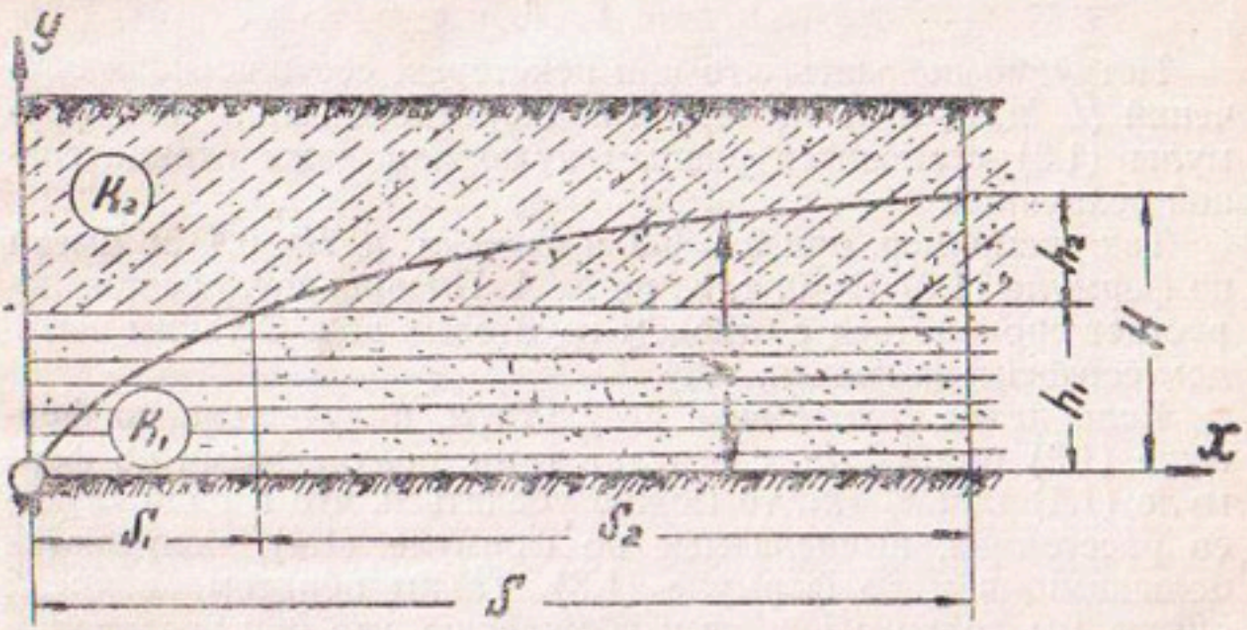


Рис. 1

ми в двухслойном грунте и анализа условий работы дренажа с целью выбора оптимальной глубины закладки дрен.

Вывод базируется на уравнении Дюпюи, которое Х. А. Писарьков на основе работ Г. Н. Каменского [19] записывает в следующем виде:

$$q = k_{ср} y \frac{dy}{dx}, \tag{1.1}$$

где $k_{ср}$ — среднее значение коэффициента фильтрации, вычисляемое по формуле

$$k_{ср} = \frac{k_1 h_1 + k_2 (y - h_1)}{y}. \tag{1.2}$$

Принятое выражение для определения $k_{ср}$ распространяется Х. А. Писарьковым на всю зону от 0 до S (рис. 1), что не точно, так как на участке S_1 условие (1.2) не выполняется.

Формула для определения расстояний между дренами, полученная Х. А. Писарьковым в результате интегрирования

уравнения (1.1) с учетом (1.2) из условия, что при $x=0$, $y=0$, имеет следующий вид:

$$E=2\sqrt{\frac{2k_1Hh_1+k_2H^2-2k_2Hh_1}{p}}, \qquad (1.3)$$

где E—расстояние между дренами; p—расчетная интенсивность осадков;

$$H=h_1+h_2.$$

При $k_2=k_1=k$ формула (1.3) приводится к формуле Ротэ

$$E=2H\sqrt{\frac{k}{p}}. \qquad (1.4)$$

Нетрудно показать, что при некоторых соотношениях значений H, k_1, k_2 и h_1 числитель подкоренного выражения формулы (1.3) становится равным нулю или даже отрицательной величиной.

Так, например, при $h_1=0{,}3$ *м*, $k_2=3k_1$ и $H=0{,}4$ *м* имеем по формуле (1.3) $E=0$, т. е., по Х. А. Писарькову, дренаж перестает справляться с отводом грунтовых вод. С таким выводом согласиться нельзя.

Если далее сопоставить результаты, получаемые по формуле (1.3) при $k_2>k_1$, с результатами, получаемыми по формуле (1.4) при $k_2=k_1$, то можно убедиться, что в ряде случаев расстояния, вычисляемые по формуле (1.4), получаются большими, чем по формуле (1.3). Таким образом, вопреки опыту, мы должны прийти к убеждению, что при увеличении проницаемости верхнего слоя ухудшаются условия работы дренажа.

В связи с неточными исходными положениями и приведенными выше соображениями, формула Х. А. Писарькова для определения расстояний между дренами в двухслойной среде, а также основанные на тех же положениях рекомендации о «наиболее выгодной глубине» заложения дрен (здесь не приводятся) не могут считаться убедительными.

Второй попыткой разработки формул для расчета каналов, работающих в неоднородной среде, явилась работа Д. П. Юневича [53], в которой автор дает формулы для расчета несовершенных каналов, закладываемых в двухслойный грунт. Для схемы (рис. 2) Д. П. Юневичем предложена формула для определения расстояний между глубокими каналами систематической сети осушения, имеющая следующий вид:

$$E=\frac{2}{N\sigma}\sqrt{\begin{aligned}&k_1(2Hh_0-2Hh_2+H^2-2hh_0-2hh_2-h^2)+\\&+k_2(2hh_1-2Hh_1+H^2+h^2),\end{aligned}} \qquad (1.5)$$

где N — расчетное количество осадков; σ — коэффициент поглощения осадков.

Формула (1.5) вызывает сомнение в своей правильности (вывод ее не опубликован), так как в частном, но вполне реальном случае, при $k_1=k_2=k$, $h_0=0$, $h=0$, по формуле (1.11) $E=0$, то есть при укладке дрен на водоупор в однородный грунт расстояние между дренами должно равняться нулю.

Таким образом, формула Д. П. Юневича, как и формула Х. А. Писарькова, также не представляется достаточно обоснованной.

Н. Н. Веригин в своей работе [9] приводит расчетные формулы для частного случая работы дренажа в двухслойном грунте (верхний слой грунта относительно менее проницаем,

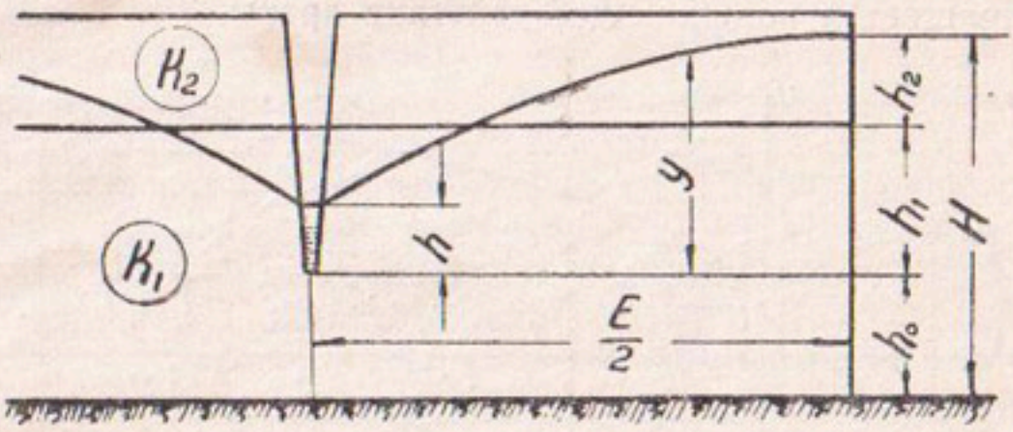


Рис. 2

чем подстилающий). Предложенные Н. Н. Веригиным формулы относятся к случаю работы несовершенного дренажа (при ограниченной и неограниченной мощности нижнего хорошо проницаемого слоя), укладываемого на контакте слоев, отношение коэффициентов фильтрации которых меньше 1 : 10.

Как видно из принятых условий, рассматривается в общем довольно редкий, частный случай работы дренажа в двухслойном грунте. Можно согласиться с Н. Н. Веригиным, что в процессе формирования аллювиальных отложений в первую очередь откладываются крупнозернистые составляющие, а на более поздних стадиях — мелкозернистые. Несомненно, правильным является утверждение Н. Н. Веригина, что при принятой схеме наиболее рационально укладывать дрены в нижний, более проницаемый слой, однако утверждение Н. Н. Веригина, что по технико-экономическим соображениям чаще всего наиболее рациональной оказывается укладка дрен на контакте слоев, а не ниже, приведено без обоснованных доказательств. Данный вопрос должен, по-видимому, решаться технико-экономическими расчетами в конкретных условиях района устройства дренажей.

Как указывает Н. Н. Веригин в первой части своей работы, при расчете дренажа принимается во внимание инфиль-

трация атмосферных осадков и испарение с зеркала грунтовой воды. С этой целью вводится величина ε, которая носит название модуля подземного стока. ε представляет собой разность между инфильтрацией и испарением, причем его величина может быть как положительной, так и отрицательной. Кроме того, учитывается влияние капиллярности верхнего слабопроницаемого грунта.

Теоретической предпосылкой расчета является пренебрежение горизонтальной составляющей скорости фильтрации в верхнем слое и вертикальной—в нижнем. Рассматривается работа берегевой дрены (рис. 3), уложенной на расстоянии $l_н$ от уреза воды в реке или водохранилища и $l_в$ от места, где прекращается понижающее действие дрены.

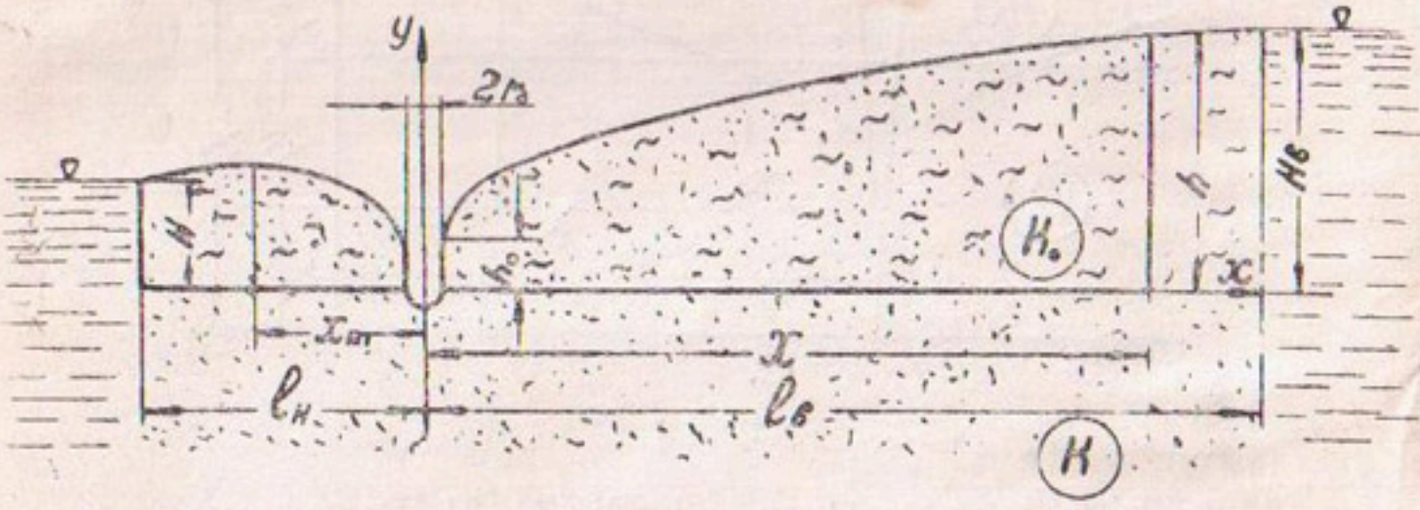


Рис. 3

Границы потока со стороны водохранилища и области питания, где напоры являются заданными, принимаются по эквипотенциалям $\varphi_н = -kH_н$ и $\varphi_в = -kH_в$, которые принимаются близкими к вертикальным плоскостям. Расчетная модель горизонтальной дрены принимается в виде точечного стока. Очертание дренажа принимается по эквипотенциальной поверхности $\varphi = -kh_0$, где k—коэффициент фильтрации нижнего, более проницаемого слоя.

В работе не приводится подробный вывод расчетных формул, а даются только окончательные результаты, которые и попытаемся проанализировать.

В случае неограниченной мощности подстилающего пласта приток воды к дрене на единицу ее длины выражается следующей формулой:

$$Q = \frac{\pi k (H_в + H_н - h_0)}{\ln \frac{l_н}{r_0}}, \qquad (1.6)$$

где r_0—радиус дрены.

$$I=\frac{l_в(H_н-h_0)+l_н(H_в-h_0)}{l_н\left(l_в\ln\frac{l_н}{r_0}+l_н\ln\frac{l_в}{r_0}\right)}\ln\frac{l_н}{r_0}-\frac{H_н-h_0}{l_н}, \qquad (1.7)$$

где I—постоянная, равная градиенту фильтрационного потока на бесконечности. Для симметричного притока $l_н=l_в=l$; $H_в=H_н=H$; $I=0$ и выражение (1.6) получает следующий вид:

$$Q=\frac{\pi k(H-h_0)}{\ln\frac{l}{r_0}}. \qquad (1.8)$$

Формула (1.8) представляет собой формулу А. Н. Костякова [23] для расхода из зоны, расположенной под дреной (при притоке с двух сторон).

Необходимо заметить, что приведенными формулами инфильтрационное питание не учитывается.

Формула (1.6) может применяться для определения расхода дрены, вскрывающей напорный поток грунтовых вод в однородном грунте при бесконечной мощности водоносного слоя и при отсутствии инфильтрации.

Н. Н. Веригин при выводе данной формулы по существу заменил поток со свободной поверхностью в двухслойном грунте напорным потоком в однородном грунте с коэффициентом фильтрации k. При принятой схеме (дрена на контакте слоев) и только при грунтовом питании такая замена, повидимому, не вносит существенной ошибки.

Напор на контакте верхнего и нижнего слоев Н. Н. Веригин предлагает определять по следующей формуле:

$$h=h_0+Ix+\frac{q}{\pi k}\ln\left(\pm\frac{x}{r_0}\right). \qquad (1.9)$$

Для кривой депрессии предлагается следующее уравнение:

$$y=\frac{h+h_к}{1-\frac{\varepsilon}{k_0}}, \qquad (1.10)$$

где h—по (1.9).

Если k_0 достаточно велико по сравнению с ε, а это обычно и имеет место, так как даже довольно слабопроницаемые грунты имеют коэффициенты фильтрации порядка 0,1—0,2 м/сутки, а расчетное значение ε принимается обычно в 2—3 мм/сутки, то значением $\frac{\varepsilon}{k_0}$ можно пренебречь. Уравнение кривой депрессии в этом случае примет вид

$$y=h+h_к, \qquad (1.11)$$

где $h_к$—высота капиллярного поднятия, определяемая размером капиллярного вакуума в верхнем грунте*.

При симметричном притоке уравнения (1.9), (1.11) переписываются в виде

$$y=h_0+h_к+\frac{q}{\pi k}\ln\left(\pm\frac{x}{r_0}\right), \qquad (1.12)$$

что отличается от формулы А. Н. Костякова только учетом $h_к$.

При расположении дрены на конечном расстоянии m от водоупора приток воды в дрену на единицу ее длины определяется по формуле

$$Q=\frac{\pi k\left(l_н H'_в+l_в H'_н\right)}{l_н p_1+l_в p_2}, \qquad (1.13)$$

где

$$H'_в=H_в-h_0+\frac{\varepsilon}{2km}l_в l_н; \qquad H'_н=H_н-h_0+\frac{\varepsilon}{2km}l_н l_в;$$

$$p_1=\ln\frac{e^{\frac{\pi l_в}{m}}-1}{1-e^{\frac{-\pi r_0}{m}}}; \qquad p_2=\ln\frac{1-e^{-\frac{\pi l_н}{m}}}{1-e^{\frac{-\pi r_0}{m}}}.$$

Строение формулы (1.13) указывает на то, что она, как и формула (1.6), не учитывает движения в зоне, расположенной над дреной. Правда, здесь уже производится учет расхода от инфильтрации, который входит в величины $H'_в$ и $H'_н$.

Можно показать, что формула (1.13) (при $\varepsilon=0$) приводится к формулам А. В. Романова и С. Ф. Аверьянова для значений расходов, поступающих из зоны, расположенной под дреной. Действительно, в случае симметричного притока, т. е. при $l_в=l_н=l$; $H_в=H_н=H$,

$$p_1+p_2=2\ln\frac{e^{\alpha}-e^{-\alpha}}{1-e^{-\beta}}, \qquad (1.14)$$

где $\alpha=\frac{\pi l}{2m}$; $\beta=\frac{\pi r_0}{m}$.

Принимая во внимание, что

$$e^{\alpha}-e^{-\alpha}=2sh\alpha, \qquad (1.15)$$

выражение (1.14) можно привести к следующему виду:

$$p_1+p_2=2\ln\frac{sh\,\alpha}{sh\,\beta}e^{\gamma}, \qquad (1.16)$$

где $\gamma=\frac{\beta}{2}=\frac{\pi r_0}{2m}$.

---

* Это предложение неточно, если за поверхность грунтовых вод принимать поверхность с давлением, равным атмосферному. *Прим. ред.*

Если $\frac{\pi l}{2m} \gg 1$, то $sh\,\alpha \simeq \frac{e^{\alpha}}{2}$. В этом случае выражение (1.16) приобретает следующий вид:

$$p_1 + p_2 = 2\left(\ln \frac{sh\alpha}{sh\beta} + \gamma\right). \qquad (1.17)$$

Величина $\gamma = \frac{\pi r_0}{2m}$ обычно составляет лишь незначительную долю от первого члена, стоящего в скобках выражения (1.17), и ею можно пренебречь. Тогда

$$p_1 + p_2 = 2\ln \frac{sh\alpha}{sh\beta} = 2\left(\alpha + \ln \frac{m}{\pi r_0}\right). \qquad (1.18)$$

Принимая во внимание, что $\alpha = \frac{\pi l}{2m}$, получим окончательно

$$p_1 + p_2 = 2\left(\frac{\pi l}{2m} + \ln \frac{m}{\pi r_0}\right). \qquad (1.19)$$

В случае симметричного притока (при $H_в = H_н = H$) формула (1.13) приобретает вид

$$Q = \frac{2\pi k\left(H - h_0 + \frac{\varepsilon l^2}{2km}\right)}{p_1 + p_2}. \qquad (1.20)$$

После подстановки значения $p_1 + p_2$ из (1.19), будем иметь

$$Q = \frac{\pi k\left(H - h_0 + \frac{\varepsilon l^2}{2km}\right)}{\frac{\pi l}{2m} + \ln \frac{m}{\pi r_0}}. \qquad (1.21)$$

Поделив числитель и знаменатель на $\frac{\pi l}{2m}$, получим

$$Q = \frac{2km\left(H - h_0 + \frac{\varepsilon l^2}{2km}\right)}{l\left(1 + \frac{2m}{\pi l} \ln \frac{m}{\pi r_0}\right)}. \qquad (1.22)$$

Если принять во внимание, что

$$1 + \frac{2m}{\pi l} \ln \frac{m}{\pi r_0} = \frac{l + 1{,}47 m \lg \frac{2m}{\pi d}}{l} = \frac{1}{\alpha'},$$

(d — диаметр дрены; α' — коэффициент висячести дрены — по С. Ф. Аверьянову), то после подстановки в (1.22) будем иметь

$$Q = \frac{2km\alpha'}{l}(H - h_0) + \varepsilon l\alpha'. \qquad (1.23)$$

Строго говоря, ввод α' в расход атмосферных осадков недопустим. При $\varepsilon=0$ формула (1.21) приводится к виду

$$Q=\frac{\pi k(H-h_0)}{\frac{\pi l}{2m}+\ln\frac{2m}{\pi d}}. \qquad (1.24)$$

Принимая во внимание, что $q=\frac{Q}{2}$, получим

$$q=\frac{\pi k(H-h_0)}{2\left(\frac{\pi l}{2m}+\ln\frac{2m}{\pi d}\right)}. \qquad (1.25)$$

Формула (1.25) является формулой А. В. Романова.

Таким образом, формулы Н. Н. Веригина, А. В. Романова и С. Ф. Аверьянова дают идентичные результаты. Как будет показано ниже, они дают прекрасную сходимость и с результатами опытов на приборе ЭГДА.

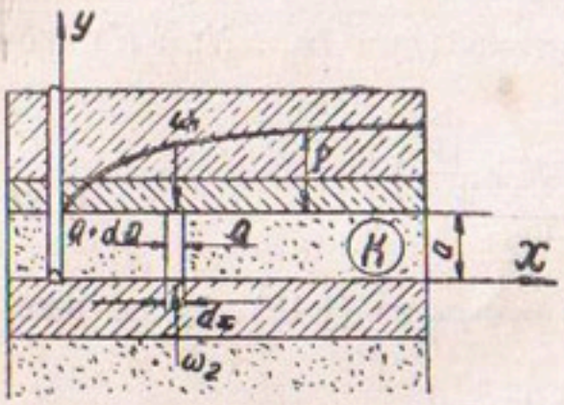


Рис. 4

Общее заключение, которое можно сделать по рассматриваемой работе Н. Н. Веригина, сводится к следующему. Задача о безнапорном движении грунтовых вод в двухслойной среде для определенного соотношения коэффициентов фильтрации верхнего и нижнего слоев здесь сведена к задаче о напорном движении в нижнем хорошо проницаемом слое, вследствие чего расчетные формулы Н. Н. Веригина не дают общего решения для произвольного отношения коэффициентов фильтрации верхнего и нижнего слоев и произвольного расположения дрены по отношению к границе раздела грунтов.

На основе использования аналогичных положений о вертикальном движении воды в слабопроницаемом верхнем слое и горизонтальном—в нижнем (более проницаемом) основана также работа Г. Н. Лубяко [30].

Движение во всех случаях считается напорным, т. е. происходящим без образования кривой депрессии (расчетная схема предполагает наличие слоя воды толщиной n на поверхности осушаемой территории).

Основные дифференциальные уравнения движения фильтрационного потока Г. Н. Лубяко получает из условия его неразрывности. Следуя Г. Н. Лубяко, выделим в песчаном слое двумя вертикальными плоскостями элементарный объем в виде призмы высотой a, толщиной dx и шириной 1 м (рис. 4).

К выделенному объему за период dt по этому слою притекает объем воды Qdt. Из верхнего и нижнего слоев поступает объем воды $(w_1+w_2)dxdt$.

Очевидно, что изменение расхода по длине потока должно равняться интенсивности путевого питания. Отсюда

$$\frac{dQ}{dx}=-(w_1+w_2). \tag{1.26}$$

Знак минус поставлен в соответствии с направлением оси x (расход убывает по мере удаления от дрены).

По Дарси

$$Q=ak\frac{dp}{dx}, \tag{1.27}$$

где p—пьезометрический напор.

Из (1.26) и (1.27) получается основное уравнение

$$ak\frac{d^2p}{dx^2}=-(w_1+w_2). \tag{1.28}$$

Интегрирование уравнения (1.28) в конкретных условиях задачи дает возможность определить основные элементы фильтрационного потока.

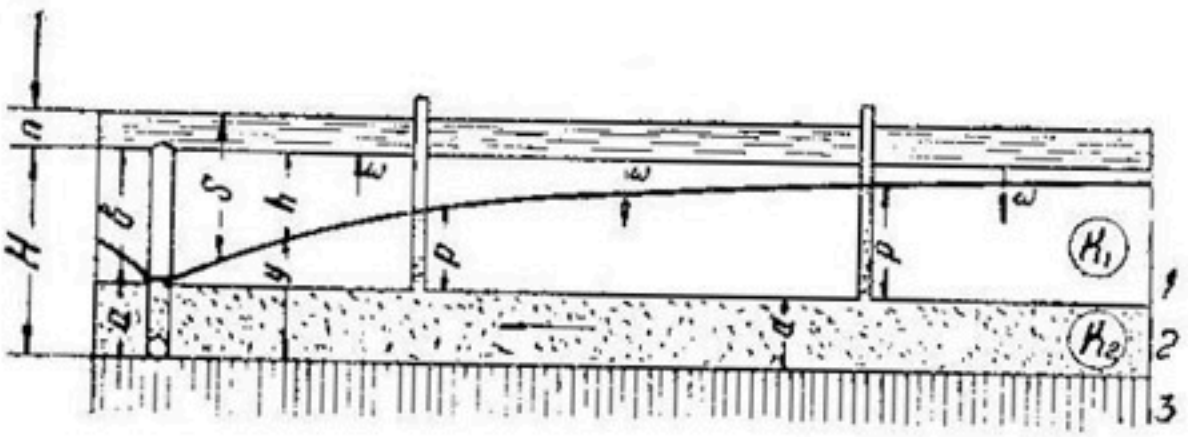


Рис. 5

Автор рассматривает одиночную дрену (см. рис. 5) в напорном водоносном пласте с поверхностью земли, залитой водой слоем n, причем в самой дрене напор принимается равным мощности водоносного пласта a.

Для этого частного случая, принимая $w_2=0$, $w_1=\frac{k_1}{b}S$, где $S=b+n-p$, решая уравнение (1.28), автор получает в конечном итоге следующее выражение для притока воды к дрене с одной стороны:

$$Q=(b+n)ak_2\sqrt{A}, \tag{1.29}$$

где $A=\frac{k_1}{abk_2}$.

Уравнение пьезометрической поверхности имеет следующий вид:

$$S=(b+n)e^{-x\sqrt{A}}, \tag{1.30}$$

где $S=b+n-p$.

При $S=0$ $x=\infty$, т. е. действие одиночной дрены распространяется до бесконечности. Автором предлагается условно определять конечную дальность действия одиночной дрены x_0, принимая $S=n$, что приводит к формуле

$$x=\frac{1}{A}\ln\frac{b+n}{n}. \tag{1.31}$$

Отметим, что эта формула, естественно, пригодна только для случая $n>0$, то есть при наличии воды на поверхности почвы.

Проведенный анализ показывает, что формулы Г. Н. Лубяко относятся к частному случаю работы одиночных дрен (работающих при сплошном затоплении дневной поверхности) и, естественно, не могут быть применены для оценки работы систематического горизонтального дренажа, предназначенного для аэрирования почвы. Отметим, что если при интегрировании уравнения (1.28) соответствующим образом подобрать постоянные (например, $\frac{\partial p}{\partial x}=0$ при $x=l$, где l—половина расстояния между дренами), то можно в аналогичной постановке найти решение для систематического дренажа. Оно имеет вид

$$Q=2\sqrt{\frac{k_1k_2a}{b}}(n+b)\operatorname{th} l\sqrt{\frac{k_1}{k_2ab}}; \tag{1.32}$$

$$S_0=\frac{n+b}{\operatorname{ch} l\sqrt{\frac{k_1}{k_2ab}}}, \tag{1.33}$$

где S_0—напор в середине междренного пространства (остальные обозначения даны выше).

Так как мы считаем, что случай сплошного и равномерного затопления поля не является характерным для осушения (в силу необходимости аэрации почвы) и может относиться лишь к частным случаям осушения (дренаж рисовых полей и т. п.), подробно на нем останавливаться не будем.

Рассмотренные выше работы относились к схемам, соответствовавшим случаю установившегося движения. Такая схема, как известно, является условной, относящейся к периоду, в течение которого факторы, определяющие работу дренажа, можно считать неизменными.

В большинстве случаев, однако, такая схематизация является недопустимой, и расчет дренажей необходимо вести,

исходя из закономерностей для неустановившегося потока грунтовых вод.

Рядом советских и иностранных авторов даны формулы для расчета дренажей, работающих в условиях неустановившегося движения потока в однородных грунтах.

Расчет дренажей и каналов, работающих в неоднородных грунтах в условиях нестационарного режима освещен значительно слабее. Поэтому, определенный интерес вызывает работа Б. А. Глейзера [14], в которой делается попытка решения данной задачи и в двухслойном грунте. Ввиду того, что случай фильтрации в двухслойном грунте рассматривается на основе формул, выведенных для однородного грунта, да-

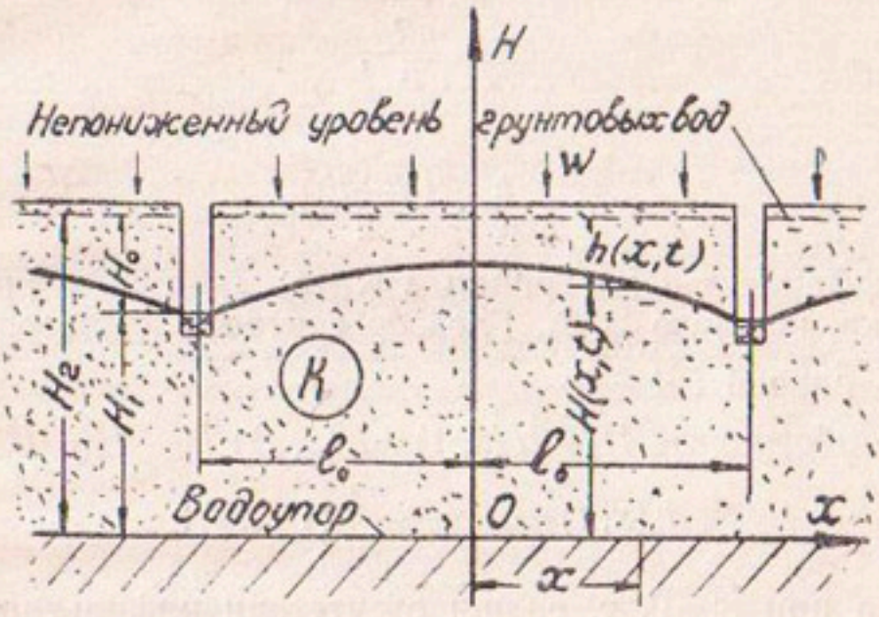


Рис. 6

дим краткое описание основных предложений автора и для этого случая.

В своих предложениях Б. А. Глейзер использует имеющиеся решения линеаризованного уравнения неустановившегося движения грунтовых вод Буссинеска (совпадающего по форме с уравнением теплопроводности) и выписывает расчетные формулы, внося только некоторые изменения в ранее полученные решения П. Я. Полубариновой-Кочиной [38], Н. Н. Веригина [10], С. Ф. Аверьянова [5] и других авторов. Вывод формул в цитируемой работе не дается.

Для случая укладки дрен или устройства каналов в однородном грунте при мгновенном опускании горизонта воды в каналах на величину H_0 с учетом инфильтрации (см. рис. 6) уравнение поверхности грунтовых вод имеет вид

$$H(x,t) = H_2 - (H_2 - H_1)\,\eta + \frac{wt}{\mu}(1-4\varkappa), \qquad (1.34)$$

где $H(x,t)$ — ордината кривой депрессии, отсчитываемая от

водоупора в момент t на расстоянии x от середины междренного или межканавного пространства; ω—модуль инфильтрации осадков; μ—коэффициент водоотдачи; остальные обозначения согласно рис. 6.

$\varkappa$ и η функции от безразмерных величин F и α. Аналитические выражения для функции $\varkappa$ и η в работе не приводятся, но даются таблицы для их определения в зависимости от

$$\alpha=\frac{x}{l_0},$$

где l_0—половина расстояния между каналами или дренами.

Величина F определяется по следующей формуле:

$$F=\frac{at^2}{\bar{l}^2}, \tag{1.35}$$

где

$$a=\frac{k}{\mu}\cdot\frac{(H_2+H_1)}{2};$$

k — коэффициент фильтрации грунта; $\bar{l}$ — приведенная длина потока, которую Б. А. Глейзер считает «целесообразным» принять равной $l_0+\frac{H_1}{2}$.

Если обозначить $H_2-H(x, t)=h(x, t)$; $H_2-H_1=H_0$, то

$$h(x, t)=H_0\eta-\frac{\omega t}{\mu}(1-4x). \tag{1.36}$$

Тогда при $\omega=0$, т. е. при отсутствии инфильтрационного питания,

$$h_0=H_0\eta_0, \tag{1.37}$$

где η_0—значение η при отсутствии инфильтрации.

После подстановки значения $\bar{l}$ в формулу (1.35) и разрешения ее относительно $L_0=2l_0$ Б. А. Глейзер получает формулу для определения расстояния между дренами (для случая $\omega=0$)

$$L_0=2\left(\sqrt{\frac{at_0}{F}-\frac{H_1}{2}}\right). \tag{1.38}$$

Здесь под t_0 подразумевается длительность расчетного периода при отсутствии инфильтрации, за который поверхность грунтовых вод опустится на величину h_0 (в частности, при определении h_0 посредине между дренами следует принять $\alpha=0$); F_0—соответствующее t_0 значение функции F.

Ход расчета при этом таков: зная H_2, H_1, k, μ, t и h_0 определятся значение $\eta_0=\frac{h_0}{H_0}$ и по нему с помощью таблицы находится величина F_0. После этого по формуле (1.38) опреде-

ляется L_0. При наличии инфильтрации расстояния между дренами и каналами рекомендуется определять по формуле

$$L=\Delta L_0, \tag{1.39}$$

где Δ—функция от η_0 и $\beta=\frac{wt}{\mu H_0}$, даваемая автором в табличной форме.

По поводу предложений Б. А. Глейзера в части определения расстояний между дренами в однородных грунтах следует сказать, что они отличаются от аналогичных, ранее предложенных (С. Ф. Аверьяновым и др.), во-первых, несколько иной формой таблиц и, во-вторых, способом учета дополнительных сопротивлений за счет «висячести» (несовершенства по вскрытию пласта) дрен.

Первый вопрос не имеет принципиального значения (хотя нам представляется, что таблицы Б. А. Глейзера менее точны, чем таблицы А. В. Лыкова, С. Ф. Аверьянова и др.). Со вторым предложением вообще нельзя согласиться.

Как видно из приведенных данных, дополнительные сопротивления за счет несовершенства дрены автор учитывает вне зависимости от ее диаметра величиной $\frac{H_1}{2}$, то есть прибавляет к горизонтальному пути фильтрации (длина потока l_0) половину мощности водоносного пласта.

Это предложение не ново: еще Дахлер в 1933 г. (см. [5]) учитывал таким упрощенным образом дополнительное сопротивление на вертикальном участке пути при фильтрации из каналов (он принимал $\overline{l}=l_0+H_1$). Как показали исследования Н. К. Гиринского, С. Ф. Аверьянова [3], [5], С. Н. Нумерова [8], Хоогхаудта [57] и многих других авторов, учет «местных» сопротивлений непременно должен включать характерные размеры входного сечения потока, в данном случае — диаметр дрены d; неучет этого обстоятельства, особенно при малых $\frac{d}{H_1}$, может внести весьма существенные ошибки.

Автор не приводит доказательств своего утверждения о «безусловной неприемлемости» ввода коэффициента висячести при определении расхода несовершенных каналов и дрен, работающих в условиях неустановившегося движения, предложенного С. Ф. Аверьяновым [4].

Ссылка на неустановившийся характер движения, которую делает Б. А. Глейзер, неубедительна, так как если рассматривать неустановившееся движение с точки зрения метода последовательной смены стационарных состояний (способ широко применяемый и общепризнанный), то логически необхо-

димо в расчеты дренажа при неустановившемся движении также вводить коэффициент висячести.

Расчеты показывают, что если пользоваться рекомендациями Б. А. Глейзера для определения расстояний между дренами горизонтального систематического дренажа, то ошибка (по сравнению с расчетом по формулам С. Ф. Аверьянова, Хоогхаудта, А. Н. Костякова), при малых диаметрах дрен может достигать 50—100% в сторону завышения расстояний. Отметим, что формулы упомянутых авторов были широко проверены в лабораторных и отчасти в полевых условиях

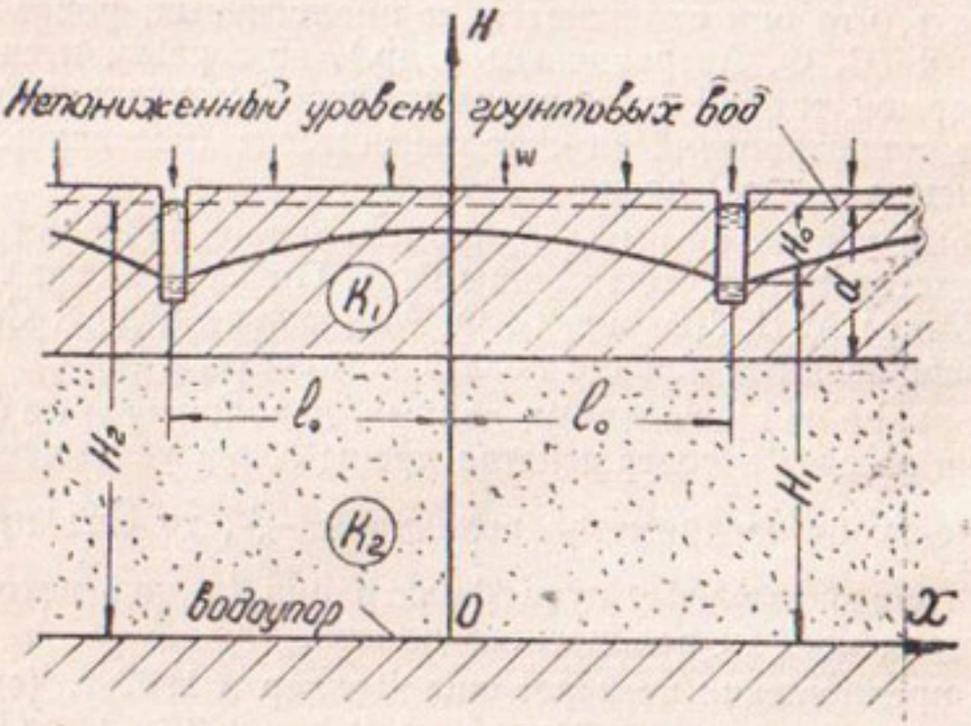


Рис. 7

С. Ф. Аверьяновым и Цюй Син-е (см. [5], [51]); в отделе мелиорации ЭНИИЗиМ У. Х. Томбергом формулы С. Ф. Аверьянова были проверены на приборе ЭГДА и дали весьма хорошую сходимость результатов*.

Все изложенное убеждает нас в неприемлемости рекомендаций Б. А. Глейзера для расчета горизонтального систематического дренажа, то есть для рассматриваемого автором случая.

Задачу расчета дренажа в условиях неустановившегося движения в двухслойном грунте Б. А. Глейзер рассматривает для двух вариантов: 1) случай, когда дно канала не доходит до линии раздела грунтов (рис. 7), и 2) случай, когда канал (дрена) врезается в нижний слой (рис. 8). Коэффициент фильтрации верхнего слоя принимается в 50, 100 и более раз меньше, чем у нижнего (схемы Б. А. Глейзера аналогичны схеме Н. Н. Веригина). Расчет по Б. А. Глейзеру для первого

* Таблица сравнения опытных данных и результатов, получаемых по формуле С. Ф. Аверьянова и других авторов, приведена на стр. 91.

случая ведется как для однородного грунта с расчетным коэффициентом фильтрации k_2, т. е. верхний слой заменяется эквивалентным слоем с коэффициентом фильтрации k_2 (применяется так называемый виртуальный метод).

Превышение непониженного уровня грунтовых вод над водоупором рекомендуется определять по следующей формуле:

$$\overline{H}_2 = H - h_0 + \sigma h_0 = H_2 + (\sigma - 1) h_0. \qquad (1.40)$$

Превышение уровня воды в каналах (дренах) над водоупором определяется по формуле

$$\overline{H}_1 = H_2 - \sigma H_0, \qquad (1.41)$$

где $\sigma = \frac{k_2}{k_1}$.

Под $h_0 = d$ в данном случае понимается толщина слоя от поверхности непониженного уровня грунтовых вод до кровли нижнего пласта.

$$H_0 = H_2 - H_1. \qquad (1.42)$$

В качестве коэффициента водоотдачи рекомендуется принимать его средневзвешенное значение, определяемое по формуле:

$$\mu_0 = \frac{\mu_1 h_0 + \mu_2 (H_2 - h_0)}{H_2}. \qquad (1.43)$$

Необходимо заметить, что Б. А. Глейзер в данном случае дает явно неправильные рекомендации. Действительно, если дно канала не достигает границы раздела грунтов (рис. 7),

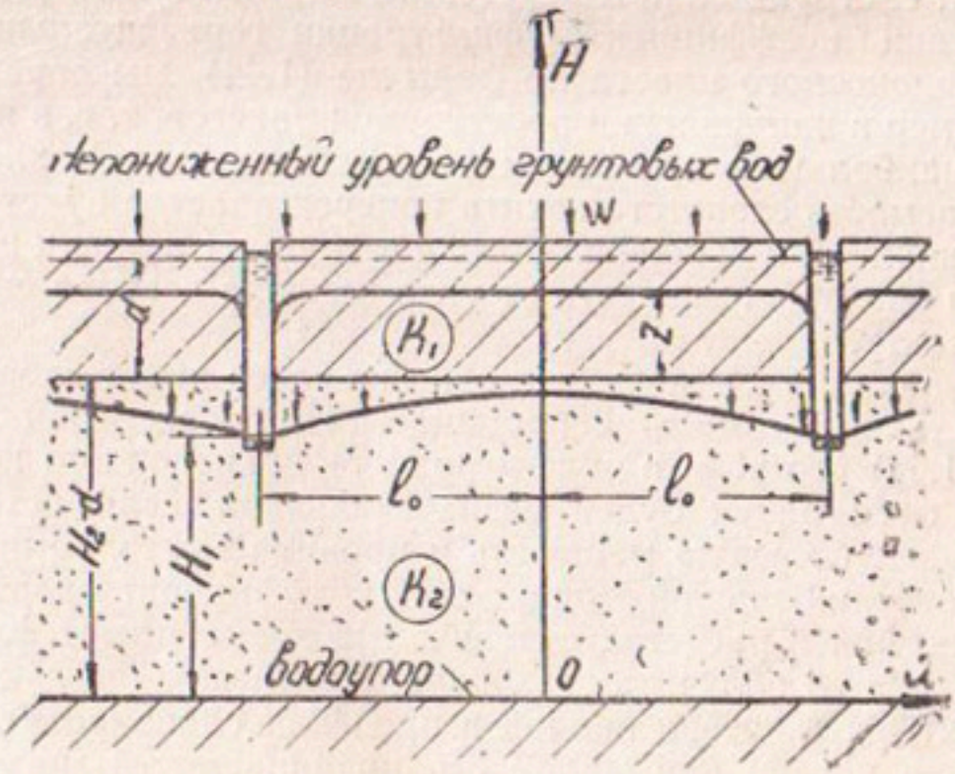


Рис. 8

то поступление воды в канал происходит за счет водоотдачи верхнего слоя и необходимо принимать водоотдачу, равную μ_1.

Рекомендуемое Б. А. Глейзером значение водоотдачи соответствует некоторому промежуточному положению кривой депрессии при расположении ее частично в верхнем и частично в нижнем слоях, однако численное значение водотдачи, как будет показано ниже, не соответствует рекомендуемому Б. А. Глейзером.

Для многослойных грунтов Б. А. Глейзер рекомендует замену слоистого грунта однородным, со средневзвешенным коэффициентом фильтрации, определяемым по формуле.

$$k_{ср}=\frac{k_1h_1+k_2h_2+k_3h_3+\ldots k_nh_n}{h_1+h_2+h_3+\ldots h_n}. \qquad (1.44)$$

Данная рекомендация также неприемлема, так как здесь Б. А. Глейзер повторяет ошибки, рассмотренные нами ранее.

Для того, чтобы показать недопустимость применения таких осредненных коэффициентов фильтрации при расчетах несовершенных дрен (ошибочность экстраполяции значения $k_{ср}$, определенного для участка S_2 (рис. 1) на весь участок S для свободного потока была показана при рассмотрении работы Х. А. Писарькова), представим себе, что дрена вскрывает напорный водоносный пласт, состоящий из нескольких горизонтальных слоев различной проницаемости.

Так как диаметр дрены значительно меньше толщины водоносного пласта, то для поступления в нее воды из нижних слоев должно происходить сужение потока и искривление струй, т. е. струи должны пересекать вышележащие слои. При осреднении коэффициента фильтрации горизонтально-слоистого водоносного пласта по формуле (1.44) мы определяем его размер в направлении простирания пластов, т. е. в направлении наибольшей проницаемости. Как показал Дахлер [56], проницаемость слоистого грунта поперек пластов будет совершенно иной. При движении потока под углом к линии раздела грунтов она будет зависеть от угла наклона вектора скорости к горизонту.

Предположим теперь, что один из слоев имеет небольшую мощность, но весьма слабопроницаем. При осреднении по формуле (1.44) его роль в общем размере приведенного коэффициента фильтрации будет незначительна и, если остальные слои имеют большую мощность и проницаемость, то получится достаточно большой осредненный коэффициент фильтрации.

Принимая в расчетах осредненный коэффициент фильтрации, мы будем получать завышенные расходы, так как не будем учитывать потери напора в пределах слабопроницаемого слоя. Эти потери при малой его проницаемости могут быть весьма велики, и поэтому в дрену будет поступать лишь не-

значительная доля расхода из слоев, расположенных ниже слабопроницаемой прослойки (если проницаемость прослойки равна нулю, то расходы из слоев, расположенных под прослойкой, вообще не должны попадать в дрену).

Таким образом, **осреднение коэффициентов фильтрации по высоте дренируемого слоя при расчетах несовершенных дрен и каналов недопустимо и в случае напорного потока.** Оно возможно только в случае совершенного канала, работающего в условиях напорного движения (при полном заполнении сечения канала), когда можно принять, что струи горизонтальны.

В ряде случаев при расчете гидротехнических сооружений и дренажей рекомендуется применять так называемый виртуальный способ приведения неоднородного грунта к однородному, суть которого заключается в том, что неоднородная толща приводится к однородной и уже для этой последней производятся расчеты. Мощность приведенной толщи подсчитывается по формуле.

$$T_{\text{пр}}=T_1+\frac{k_2}{k_1}T_2+\frac{k_3}{k_1}T_3+\ldots\frac{k_n}{k_1}T_n. \qquad (1.45)$$

Такой прием аналогичен осреднению коэффициента фильтрации и принципиально допустим только в случае совпадения направления движения с направлением простирания пластов.

При расчете дренажей использование этого приема возможно при соблюдении ряда условий по следующим соображениям. Заменяя реальную зону фильтрации фиктивной (приведенной), мы искажаем геометрические размеры области фильтрации по высоте.

Известно (Е. А. Замарин, Паркер), что зоной, в которой наиболее активно проявляется действие дренажа, является зона, непосредственно примыкающая к дрене. Заменяя реальную толщу приведенной, мы отодвигаем реальный поток по вертикали в ту или иную сторону от дрены. Последнее может внести ошибки в расчетные размеры расхода (особенно в случае малой мощности слоя, примыкающего к дрене) и в связи с этим привести к неправильным результатам при определении расстояний между дренами.* Применение такого способа при расчете фильтрации под гидротехническими сооружениями также приводит к ошибочным результатам.

Для иллюстрации данного положения приведем результаты расчетов, произведенных Н. К. Гиринским [12], для случая обтекания шпунта по виртуальному методу и методу, разработанному им самим (метод приведения фильтрации в не-

* Более подробно на анализе приемлемости виртуального способа при расчетах дренажей мы остановимся в § 3 главы II.

однородных средах к фильтрации в однородных грунтах с источниками-линиями). Н. К. Гиринским рассмотрен случай двухслойного грунта (верхний слой имеет коэффициент фильтрации k_1, а нижний—k_2).

При различных соотношениях $n=\frac{k_2}{k_1}$ получены следующие соотношения между Q и $Q_в$ (табл. 1), где Q—расход, полученный по методу Н. К. Гиринского, а $Q_в$—расход, получаемый по виртуальному методу.

Таблица 1

n	0,1	0,2	0,5	0,8	1,0	1,25	2,0	5,0	10,0
$\frac{Q_в}{Q}$	1,491	1,291	1,106	1,032	1,000	0,969	0,904	0,775	0,670

Как видно из данных табл. 1, виртуальный метод дает большие ошибки (в условиях рассмотренного примера около 50%). Поэтому рекомендовать его применение без соответствующего анализа нельзя.

Приведенные соображения показывают несостоятельность рекомендаций Б. А. Глейзера и для неоднородных грунтов. Поэтому его формулы по-видимому не могут быть рекомендованы для практического использования.

Необходимо заметить, что при всей привлекательности сведения задач по фильтрации в неоднородных грунтах к задачам фильтрации в однородной среде путем осреднения коэффициентов фильтрации или изменения вертикальных размеров области фильтрации и применения уже готовых формул для расчета дренажей в однородных грунтах вообще этого делать нельзя без соответствующего анализа, так как это может привести к грубым просчетам.

Данная задача точно решается значительно более сложными путями (метод Н. К. Гиринского и другие методы, о которых будет упомянуто ниже).

Как указывалось выше, вопросы движения потоков грунтовых вод в слоистых и неоднородных по горизонтали грунтах основательно исследовались Г. Н. Каменским [19]. Исследования Г. Н. Каменского были посвящены движению естественных потоков грунтовых вод, а не притоку к дренам.

Принимая за основу уравнение Дюпюи, т. е. пренебрегая вертикальной составляющей вектора скорости, Г. Н. Каменский дал большое число решений, относящихся к различным случаям неоднородности грунтов, типам питания грунтового потока и уклонам водоупора. Ввиду того, что в дальнейшем выводы Г. Н. Каменского были использованы рядом авторов с целью разработки расчетных формул для проектирования дренажей, дадим краткий обзор результатов, к которым пришел

Г. Н. Каменский, и сделаем предварительную оценку возможности их использования при проектировании осушительных систем.

Г. Н. Каменский рассмотрел случай фильтрации со свободной поверхностью грунтовых вод в двухслойном грунте, а затем полученные результаты распространил на случай многослойного грунта. Движение в многослойном грунте, по Г. Н. Каменскому, происходит как в двухслойном грунте, у которого в верхнем слое расположена кривая депрессии, а нижний состоит из $n-1$ слоев. Средняя проницаемость нижнего слоя определяется как средневзвешенная из проницаемости отдельных пластов, т. е.

$$k_{ср}=\frac{\sum_{1}^{n-1} k_i h_i}{\sum_{1}^{n-1} h_i}. \qquad (1.46)$$

Как было показано выше, при расчете дренажей такое осреднение недопустимо, так как оно приводит к завышению расчетной проницаемости нижней зоны, ибо значения $k_{ср}$, получаемые по формуле (1.46), будут максимально возможными.

При расчете осушительных систем, в особенности в тех случаях, когда дрена укладывается в менее проницаемые нижние пласты, игнорирование потерь напора, связанных с переходом жидкости из верхних слоев в нижние, будет приводить к завышению расчетных расходов и расстояний между дренами.

Аналогичное положение будет наблюдаться и в случае вертикального дренажа; поэтому критику И. П. Кусакиным выводов Шульце надо признать совершенно справедливой. Можно лишь подчеркнуть, что замечание И. П. Кусакина о том, что формула Шульце «пригодна лишь при условии, когда слои отличаются (по проницаемости—*В. И.*) друг от друга незначительно», особенно необходимо учитывать при расчете так называемого изолированного горизонтального дренажа, укладываемого в менее проницаемый слой.

Как показывает практика, работа дрен, укладываемых в слабопроницаемые грунты (глина, тяжелые суглинки), в значительной мере зависит от проницаемости дренажной засыпки. В тех случаях, когда дренажная засыпка представляет собой вынутый из траншеи грунт (обычно практикуемый метод работ), несмотря на некоторое разрыхление засыпки в процессе строительства, по истечении небольшого срока она уплотняется и, если и не достигает своей первоначальной плотности, то все же становиться близкой по своим фильтрационным свойствам к ненарушенному грунту. Данное обстоятель-

ство значительно ухудшает условия работы дрен, так как они находятся при этом в условиях, близких к тем, в которых они работали бы при укладке их без отрывки траншей (например, если бы отверстия для дрены были высверлены в нижнем слабопроницаемом грунте). Дрену, уложенную в грунт с проницаемостью, равной проницаемости нижнего слоя, будем называть изолированной.

Для таких дрен использование положений Г. Н. Каменского недопустимо, так как осредненный по формуле (1.46) коэффициент фильтрации будет значительно завышен.

Иное положение создается при заполнении траншей проницаемой засыпкой, когда последняя имеет проницаемость, большую или равную проницаемости верхнего слоя (дрена укладывается в такую засыпку). При пропуске больших расходов часть расхода в этом случае поступает через засыпку и дрена работает как закрытый собиратель.

Для расчета дрен, укладываемых в двухслойный грунт, при заполнении траншей засыпкой с достаточно высокой проницаемостью И. М. Кривоносовым [26] рекомендуются следующие формулы (для случая инфильтрационного питания):

а) при расположении кривой депрессии в верхнем слое

$$l = \sqrt{\frac{2}{q}\left[k_1 M(h - h_0) + \frac{k_2}{2}(h^2 - h_0^2)\right]}, \qquad (1.47)$$

где k_1—коэффициент фильтрации нижнего слоя; k_2—коэффициент фильтрации верхнего слоя; h и h_0—напоры над кровлей нижнего пласта, соответственно, в середине междренного пространства и над бровкой траншеи;*

б) при расположении кривой депрессии в обоих слоях, т. е. при пересечении кривой депрессии линии раздела грунтов,

$$l = \sqrt{\frac{2}{q}\left[k_1 M h + \frac{k_2 h^2}{2} + \frac{k_1}{2}(M^2 - a_0^2)\right]}, \qquad (1.48)$$

где a_0—выходная ордината кривой депрессии при подходе к проницаемой засыпке дренажной траншеи; q—расчетный модуль инфильтрации; l—половина расстояния между дренами.

Ввод величины a_0 в формулу (1.48) неправилен. Как показали исследования С. Н. Нумерова [8] и И. А. Чарного [49], при пользовании формулой Дюпюи в случае выхода по-

---

* И. М. Кривоносов называет величину h_0 выходной ординатой потока в пахотном слое. Однако под выходной ординатой потока понимается обычно сумма $M+h_0$. Так как всегда имеет место взаимодействие слоев, то, строго говоря, о выходной ординате потока в верхнем слое говорить нельзя, ибо в этом случае расход выходного сечения не будет равен расходу, входящему в начальное сечение потока в верхнем слое (по пути происходит перелив воды в нижний слой).

тока в траншею открытого совершенного канала высоту выклинивания учитывать не следует.

Вместо a_0 необходимо принимать h_0'—глубину воды в дрене или в канале.

Формулы, предлагаемые И. М. Кривоносовым для расчета дрен, укладываемых в проницаемую засыпку, по существу не отражают влияния проницаемости засыпки. Они выведены в предположении, что сопротивление засыпки незначительно, т. е. дрена работает как открытый канал. Как показывают опыты, проведенные нами в щелевом лотке (см. главу VI), при проницаемости засыпки, даже равной проницаемости верхнего слоя, дополнительные сопротивления на вертикальном участке фильтрации вызывают некоторое снижение расхода дрены по сравнению с открытым каналом. В практике применяется засыпка, состоящая из смеси грунтов верхнего и нижнего слоев. Поэтому ее проницаемость будет ниже проницаемости пахотного слоя, т. е. в этом случае предлагаемые формулы будут давать завышенные расчетные расстояния между дренами, причем величина завышения будет зависеть от степени проницаемости засыпки.

Как было указано выше, **величина расхода не определяется положением кривой депрессии по отношению к линии раздела грунтов,** как это считает И. М. Кривоносов. При горизонтальном водоупоре она определяется значениями функции Н. К. Гиринского на концах участка l, которые, в свою очередь, определяются величиной напора в середине междудренья **и глубиной воды в канале или дрене,** а не высотой выклинивания или нависания. Поэтому формула (1.47), вообще говоря, не точна, а формула (1.48), если в ней заменить величину a_0 на h_0'—глубину воды в канале, может быть применена для определения расстояний между открытыми каналами или дренами с исключительно высоко проницаемой засыпкой.

Если ввести указанные изменения в формулу (1.48), то она может применяться во всех случаях, независимо от того, как располагается кривая депрессии по отношению к линии раздела грунтов. Если засыпка имеет относительно небольшую проницаемость, то должны учитываться потери напора при движении потока через засыпку (см. § 10 главы III настоящей работы).

Как будет показано ниже, положение кривой депрессии (или размер выходной ординаты) определяется размером напора в середине междренного пространства (от него зависит значение функции Н. К. Гиринского) и величиной коэффициента расхода для верхнего пласта, в свою очередь зависящего от фильтрационных сопротивлений, преодолеваемых потоком на пути к дрене. Все это дает нам основание утверждать, что формулы И. М. Кривоносова, не учитывающие этих

факторов, нельзя признать достаточно хорошо обоснованными.

Любопытные данные о методике расчета дренажей в слоистых грунтах, принятой в ГДР, приводит А. В. Лавров [31].

Для определения расстояний между дренами в этом случае рекомендуется следующий прием: определяются расстояния между дренами E_1, E_2, $E_3 \ldots E_n$ в предположении, что дрены уложены в грунт с коэффициентами фильтрации k_1, k_2, $k_3 \ldots k_n$. Расстояние между дренами принимается как средневзвешенное из расстояний E_i, т. е.

$$E = \frac{\sum_1^n E_i h_i}{\sum_1^n h_i}, \qquad (1.49)$$

где h_i — толщина отдельных слоев в активной зоне i, которая принимается равной расстоянию между горизонтальными линиями, расположенными на 25 см ниже дневной поверхности и на 25 см ниже горизонта укладки дрен.

Неточность такого метода очевидна.

Определение расходов дрен в неоднородных средах базируется на общей теории движения потоков грунтовых вод. В научно-технической литературе имеется ряд важнейших в этой области работ П. Я. Полубариновой-Кочиной [37], [38], [39], [40], Н. К. Калинина [21], [22] и С. Н. Нумерова [8].

Весьма важной в теоретическом и практическом отношении является работа П. Я. Полубариновой-Кочиной [37], в которой впервые дается обобщение уравнения Буссинеска для случая переменной по вертикали проницаемости грунта. Данное обобщение было сделано для частного случая неоднородности (двухслойный грунт). Более общее решение получено С. Н. Нумеровым [8]. Оба эти решения получены для случая горизонтального водоупора на основе применения функции Н. К. Гиринского.

Весьма интересным и важным в теоретическом отношении является приводимое в работе П. Я. Полубариновой-Кочиной [38] решение для случая, когда коэффициент фильтрации является непрерывной функцией не только одной, а двух и более координат.

Если, в частности, движения плоское, то (рассматривая движение в области, где коэффициент фильтрации является функцией двух координат (x, y) и вводя безразмерную величину

$$K(x, y) = \frac{k(x, y)}{k_0}, \qquad (1.50)$$

где k_0—некоторое постоянное значение коэффициента фильтрации, например, среднее для всей области движения, можно

для вектора V скорости фильтрации записать следующие уравнения:

$$\operatorname{div} V=0;\ V=K\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}+i\,\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right);\ \varphi=k_0h. \qquad (1.51)$$

Если ввести функцию $\omega=\varphi+i\psi$ так, что при этом

$$V=\frac{\partial\psi}{\partial y}-i\,\frac{\partial\psi}{\partial x}=K\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}+i\,\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right), \qquad (1.52)$$

то можно получить уравнения

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{1}{K}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial y};\ \frac{\partial\varphi}{\partial y}=-\frac{1}{K}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial x}. \qquad (1.53)$$

Для функций φ и ψ, удовлетворяющих системе (1.53) эллиптического типа, имеет место теорема о сохранении области: область плоскости $z=x+iy$ переходит в область плоскости $\varphi+i\psi$; бесконечно малым окружностям плоскости z соответствуют бесконечно малые эллипсы плоскости ω с полуосями a, b, параллельными осям φ, ψ, причем $\frac{b}{a}=K$.

К сожалению, пока не дано примеров решения конкретных задач на основе применения приведенных зависимостей.

Из работ П. Я. Полубариновой-Кочиной, посвященных движению фильтрационных потоков в неоднородных средах под гидротехническими сооружениями, необходимо отметить решения для флютбета и шпунта в двух слоях одинаковой толщины.

Ввиду того, что эти решения не имеют непосредственного отношения к вопросу расчета дренажей, мы их не рассматриваем.

Из работ П. Я. Полубариновой-Кочиной, относящихся к расчету дрен, необходимо упомянуть гидромеханическое решение о притоке к совершенной дрене в анизотропном грунте [38]. Представляет интерес для расчета дренажей также решение для случая фильтрации в двухслойном грунте с наклонной линией раздела грунтов.

Гидромеханическое решение вопроса о фильтрации в неоднородных средах под гидротехническими сооружениями, оборудованными дренами, дано Н. К. Гиринским [12].

Суть предложенного Н. К. Гиринским метода расчета гидротехнических сооружений, располагаемых в неоднородных грунтах, заключается в замене фильтрации в неоднородной среде фильтрацией в однородной среде с источниками—линиями.

Решение вопроса получается конформным отображением вспомогательной области, выбираемой в виде координатного угла через полуплоскость на область фильтрации. Ввиду того, что при конформном отображении вспомогательной области

на область фильтрации линии раздела грунтов должны переходить друг в друга, предварительно производится перенос их во вспомогательную область по довольно громоздким зависимостям между координатами вспомогательной области и области фильтрации.

Для вычисления плотности источников—линий в отдельных точках приходится решать громоздкие системы линейных уравнений с большим числом неизвестных. Кроме того, необходимо делать дополнительные вычисления во вспомогательной области.

Принципиально фильтрационное поле дрены в неоднородном грунте можно было бы получать наложением фильтрационного поля дрены в однородном грунте и поля источников—линий. Однако технически эта задача решается исключительно сложно. Кроме того, чрезвычайно громоздкие связи между координатами вспомогательной области и области фильтрации не позволяют получить формулы общего вида. Задача решается в каждом случае отдельно для того или иного строения области фильтрации.

Хорошо теоретически обоснованный метод Н. К. Гиринского нельзя признать удобным для массовых расчетов, которые приходится выполнять при проектировании осушительных систем, хотя он, несомненно, представляет очень большой теоретический интерес.

Решение задачи о движении грунтовых вод под гидротехническими сооружениями в среде, состоящей из горизонтальных слоев грунта различной проницаемости, можно свести к задаче об обтекании тел, а именно заменить контур основания гидротехнического сооружения системой точечных вихрей и подбирать плотность интенсивности этих вихрей так, чтобы удовлетворялось условие на контуре сооружения, а именно—нормальная составляющая скорости здесь должна быть равна нулю.

Для составления интегрального уравнения, которому должна удовлетворять интенсивность источников, нужно найти выражение комплексного потенциала точечного вихря в многослойной области. Комплексная скорость $W_r = U_r - iV_r$ в точке z, принадлежащей r-му слою, обусловленная наличием вихря, интенсивность которого равна единице, помещаемого в точке $\varsigma = \xi + i\eta$ верхнего слоя, находится в виде интеграла Фурье

$$W_r(z) = \int_0^\infty [A_r(\alpha) e^{i\alpha z} + B_r(\alpha) e^{-i\alpha z}]\, d\alpha, \qquad (1.64)$$

$$(r = 1, 2, 3, \ldots n)$$

где $A_r(\alpha)$ и $B_r(\alpha)$—комплексные функции действительной переменной α.

Решение получается в виде двух интегральных уравнений, из которых одно является уравнением второго рода с обыкновенным ядром, а второе—уравнением первого рода с несобственным ядром.

Н. К. Калининым [21], П. Я. Полубариновой-Кочиной [39] и В. К. Ризенкампфом [43] указаны некоторые возможности решения этих уравнений для случая плоского флютбета.

Для инженерных расчетов в области осушения эти решения также вряд ли могут быть использованы вследствие их чрезвычайной сложности.

Приведенный выше обзор основных работ, опубликованных в СССР за последние годы, по вопросу расчета дрен в неоднородных грунтах показывает, что до настоящего времени нет достаточно надежных, теоретически обоснованных и удобных для практического использования способов расчета дренажных систем в неоднородных грунтах.

В то же время практика проектирования и строительства мелиоративных систем настоятельно требует разработки этого вопроса.

Ниже излагаются результаты наших исследований, в которых мы на основе имеющихся теоретических разработок (П. Я. Полубаринова-Кочина, Н. К. Гиринский, Г. Н. Каменский и др.) делаем попытку получения приближенных, но достаточно надежных для целей практики способов расчета осушительного действия дренажных систем в неоднородных грунтах.

Глава II

ОСНОВЫ РАСЧЕТА ДРЕНАЖЕЙ В НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТАХ

§ 1. Установившееся движение потоков грунтовых вод в неоднородной среде

Потоки грунтовых вод в природных условиях находятся под непрерывным воздействием ряда факторов, таких как инфильтрация осадков, испарение с поверхности грунтовых вод, колебание уровней в водоприемниках, воздействие различных искусственных сооружений и т. п. Эти факторы, как правило, изменчивы во времени, и поэтому наиболее общим случаем движения грунтовых вод является случай неустановившегося движения.

Реальные естественные грунты в силу исторического процесса формирования осадочных пород, как правило, неоднородны не только в вертикальном, но и горизонтальном направлениях, причем обычно особенно ярко выражена вертикальная неоднородность. Все это иногда оказывает решающее влияние на основные элементы потока грунтовых вод.

Как указывалось выше, теоретические вопросы движения грунтовых вод в неоднородных по вертикали грунтах наиболее детально были исследованы Н. К. Гиринским [11], П. Я. Полубариновой-Кочиной [38], Н. Н. Веригиным [10], Г. Н. Каменским [19] и рядом других советских и иностранных ученых.

В своей работе мы опираемся в основном на теоретические положения, разработанные Н. К. Гиринским, и делаем попытку их развития и применения к решению конкретных задач теории дренажа и, в частности, для приближенных расчетов в случае неустановившегося движения.

Н. К. Гиринским рассмотрен случай установившегося движения грунтовых вод в слоистых неоднородных грунтах, т. е. в таких грунтах, где коэффициент фильтрации является функцией высоты рассматриваемого слоя над водоупором (пласты горизонтальны).

Основные допущения, сделанные Н. К. Гиринским, сводятся к следующему: 1) поверхность водоупора горизонтальна; 2) движение в водоносном слое подчиняется закону Дарси; 3) наклон струек слабый, вследствие чего можно пренебречь вертикальными составляющими скорости движения.

При принятых допущениях скорость в любой точке, находящейся на вертикали, на расстоянии z от водоупора (рис. 9) будет выражаться следующим уравнением:

$$U_{xz} = -k_z \frac{\partial h}{\partial x}, \qquad (1.1)$$

где k —коэффициент фильтрации грунта зависящий от координаты z.

В уравнении (1.1) значение $\frac{\partial h}{\partial x}$ для всех точек, расположенных на данной вертикали, есть величина постоянная, так как она не зависит от z. Поэтому эпюра скоростей, построенных на этой вертикали, будет по конфигурации аналогичной эпюре коэффициентов фильтрации, только абсолютная их величина будет в $\frac{\partial h}{\partial x}$ раз меньше. Уравнение (1.1) дает составляющую скорости в направлении оси x. В случае, если имело бы место движение и в плоскости перпендикулярной к плоскости xz, то составляющая скорости по оси y выражалась бы уравнением

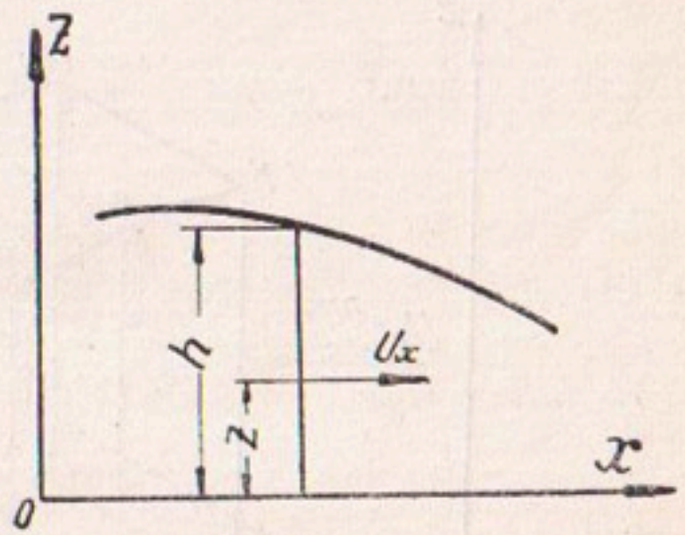


Рис. 9

$$U_{yz} = -k_z \frac{\partial h}{\partial y}. \qquad (1.2)$$

Составим уравнение неразрывности в неоднородной среде. Для этого вырежем параллелепипед с основанием $dxdy$ и высотой h в его середине (рис. 10).

Расход, проходящий через сечение $АВСД$,

$$q_x = \left(\int_0^h U_{xz}dz\right)dy = -\frac{\partial h}{\partial x}\left(\int_0^h k_z dz\right)dy. \qquad (1.3)$$

Здесь использовано выражение (1.1) для скорости U_{xz}, а $\frac{\partial h}{\partial x}$ вынесено за знак интеграла, как не зависящее от z по принятой гипотезе.

Тогда приращение расхода между гранями *HKMN* и *OPRS* найдется по обычному выражению

$$\frac{\partial q_x}{\partial x}=-\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial h}{\partial x}\left(\int_0^h k_z dz\right)\right]dydx. \qquad (1.4)$$

Аналогично по оси y

$$q_y=-\frac{\partial h}{\partial y}\left(\int_0^h k_z dz\right)dx; \qquad (1.5)$$

$$\frac{\partial q_y}{\partial y}=-\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial h}{\partial y}\left(\int_0^h k_z dz\right)\right]dydx. \qquad (1.6)$$

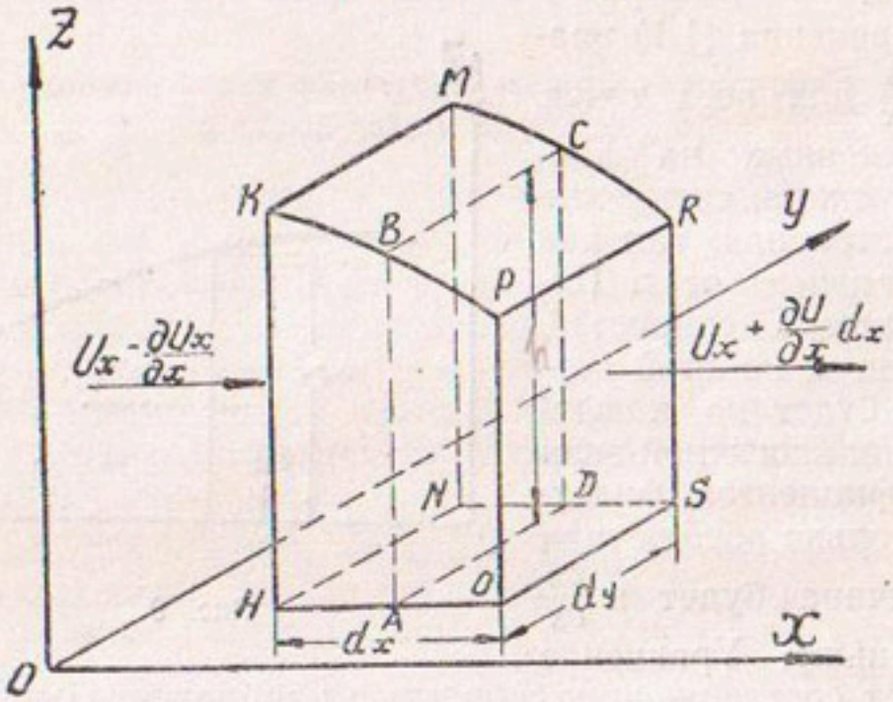


Рис. 10

Ввиду того, что по пути не поступало расхода через свободную поверхность, в силу несжимаемости жидкости общее приращение расхода должно равняться нулю, т. е.

$$\frac{\partial q_x}{\partial x}+\frac{\partial q_y}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\int_0^h k_z dz\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial h}{\partial y}\int_0^h k_z dz\right)=0. \qquad (1.7)$$

Для приведения уравнения (1.7) к виду, дающему возможность интегрирования, Н. К. Гиринский предложил функцию следующего вида:

$$\Phi=\int_0^h k_z(z-h)dz. \qquad (1.8)$$

Данная функция обладает рядом замечательных свойств, благодаря которым уравнение (1.7) можно привести к уравнению Лапласа.

Действительно, по правилам дифференцирования интеграла по параметру, если

$$I=\int_{a}^{b(\alpha)} f(z,\alpha)\,dz,$$

то есть и подинтегральная функция $f(z, a)$ и верхний предел $b(a)$ зависят от параметра α, имеем [38]

$$\frac{\partial I}{\partial \alpha}=f(b,\ a)\frac{\partial}{\partial \alpha}\left[b(\alpha)\right]+\int_{a}^{b(\alpha)}\frac{\partial f}{\partial \alpha}\,dz. \qquad (1.9)$$

В рассматриваемом случае $\alpha=x$, $b(\alpha)=h(x)$, т. к. h зависит от x; $f\ (z,\ \alpha)=k_z(z-h)$. Таким образом,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x}=k_h(h-h)\frac{\partial h}{\partial x}-\int_{0}^{h}k_z\frac{\partial h}{\partial x}dz=-\frac{\partial h}{\partial x}\int_{0}^{h}k_z dz. \qquad (1.10)$$

Аналогично найдем

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y}=-\frac{\partial h}{\partial y}\int_{0}^{h}k_z dz. \qquad (1.11)$$

Сопоставляя (1.3) и (1.5) с (1.10) и (1.11), получим весьма важные соотношения

$$q_x=\frac{\partial \Phi}{\partial x};\quad q_y=\frac{\partial \Phi}{\partial y}. \qquad (1.12)$$

Подставляя в (1.7) вместо выражений, стоящих в скобках, их значения, получаемые из (1.10) и (1.11), будем иметь:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}=0. \qquad (1.13)$$

Из соотношения (1.13) следует, что функция Н. К. Гиринского удовлетворяет уравнению Лапласа и, стало быть, является гармонической функцией.

Так как Φ является гармонической функцией, то ее можно рассматривать как вещественную часть некоторой аналитической функции комплексной переменной $z=x+iy$, где x и y при решении фильтрационных задач можно рассматривать как координаты области фильтрации.

Для нахождения другой гармонической функции P, сопряженной с функцией Φ, можно воспользоваться условиями Деламбера—Эйлера (или Коши—Римана), согласно которым для взаимной сопряженности гармонических функций необходимо, чтобы

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x}=\frac{\partial P}{\partial y};\quad \frac{\partial \Phi}{\partial y}=-\frac{\partial P}{\partial x}. \qquad (1.14)$$

Тогда полный дифференциал

$$dP=\frac{\partial P}{\partial x}dx+\frac{\partial P}{\partial y}dy=-\frac{\partial \Phi}{\partial y}dx+\frac{\partial \Phi}{\partial x}dy. \qquad (1.15)$$

Можно показать [11], что

$$\int_{AB} dP=\int_{AB}\left(\int_0^h V_n dz\right)dS=Q_{AB}, \qquad (1.16)$$

где Q_{AB}—расход через некоторую кривую AB; V_n—составляющая скорости по нормали к кривой AB.

Из уравнения (1.16) следует, что $P=\Psi$, где Ψ—функция тока.

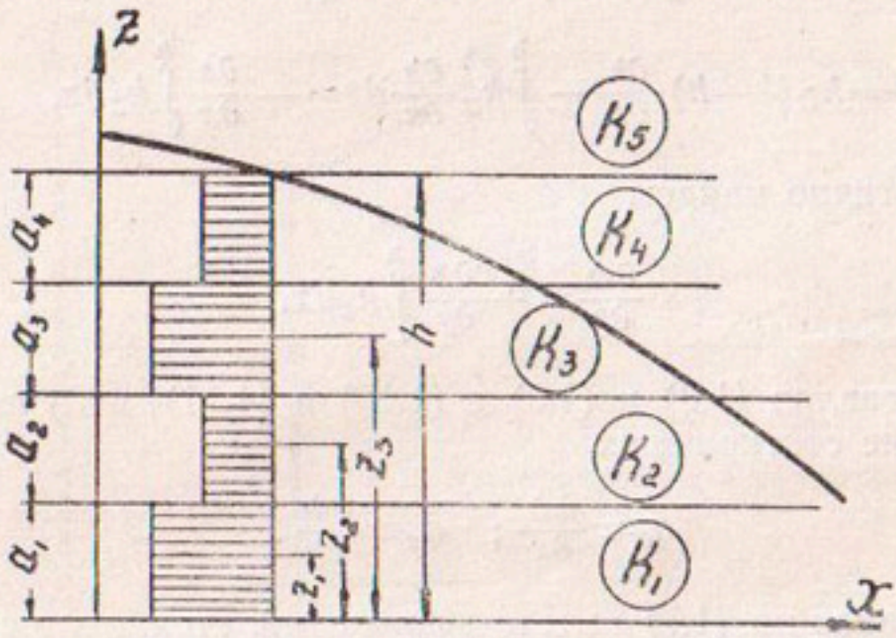


Рис. 11

В целом. аналитическая функция, составленная из функций Φ и Ψ, может быть записана в следующем виде:

$$\chi=\Phi+i\Psi=\int_0^h k_z(z-h)dz+i\Psi. \qquad (1.17)$$

Данную функцию, по аналогии с соответствующей функцией плоского потока в однородном грунте, можно назвать комплексным потенциалом или характеристической функцией.

Составляющие расходов в направлении осей x и y могут быть найдены из уравнений (1.3) и (1.5).

Отметим еще одну особенность функции Н. К. Гиринского. Предположим, что движение потока происходит в многослойной среде (рис. 11). Функцию Н. К. Гиринского, выражаемую уравнением (1.8), можно переписать в следующем виде:

$$\Phi = -\int_0^h k_z (h-z)\,dz. \qquad (1.18)$$

Из (1.18) следует, что абсолютное значение функции Н. К. Гиринского есть статический момент эпюры коэффициентов фильтрации относительно поверхности грунтовых вод.

В частности, для случая, когда неоднородный по вертикали пласт составлен из нескольких однородных, мощность каждого из которых соответственно равна a_1, a_2, $a_3 \ldots a_n$, функция Н. К. Гиринского приобретает следующий вид:

$$\Phi = -[k_1 a_1 (h-z_1) + k_2 a_2 (h-z_2) + \ldots \quad k_n a_n (h-z_n] =$$

$$= -\sum_1^n k_i a_i (h-z_i), \qquad (1.19)$$

причем

$$\sum_1^n a_i = h, \qquad (1.20)$$

где z_i—расстояние от середины i-го слоя до водоупора.

Вследствие того, что функции Φ и Ψ являются взаимно сопряженными гармоническими функциями, они должны являться решениями уравнения Лапласа (1.13) для Φ и аналогичного для Ψ.

В частности для однородного грунта

$$\Phi = \int_0^h k_z (z-h)\,dz = k\left(\frac{z^2}{2} - zh\right)_0^h = -\frac{kh^2}{2}. \qquad (1.21)$$

После подстановки в уравнение (1.13) получим

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(-\frac{kh^2}{2}\right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(-\frac{kh^2}{2}\right) = 0. \qquad (1.22)$$

Принимая во внимание, что k есть величина постоянная, получим

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{h^2}{2}\right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(\frac{h^2}{2}\right) = 0. \qquad (1.23)$$

Уравнение (1.23) является уравнением установившегося движения со свободной поверхностью в однородном грунте при отсутствии инфильтрации и испарения со свободной поверхности грунтовых вод; оно известно как уравнение Н. Е. Жуковского—Ф. Форхгеймера.

Как известно, при гидравлической трактовке вопроса, то есть при осреднении скоростей по какому-либо сечению потока, трехразмерные движения рассматриваются как двухраз-

мерные (плоские), а плоские—как линейные. Поэтому для плоского (в плоскости xz) потока при неоднородном грунте действительно уравнение

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}=0. \qquad (1.24)$$

Так как функция Н. К. Гиринского является гармонической функцией, то решение задач по установившейся фильтрации в неоднородной среде может производиться на основе применения методов теории функций комплексного переменного.

Рассмотрим теперь напорное движение подземных вод в пласте постоянной мощности M (рис. 12). Очевидно, что коэффициент фильтрации кровли водоносного пласта, как и водоупора, необходимо принять равным нулю. В этом случае

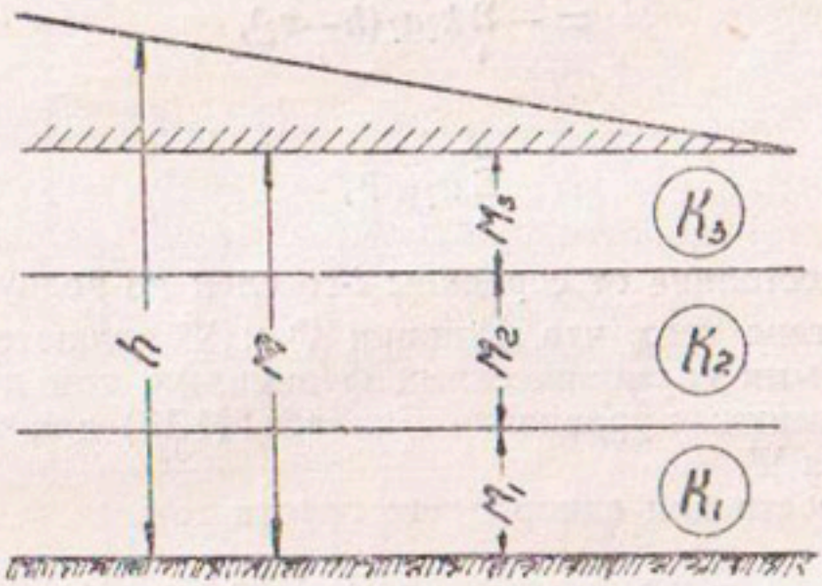


Рис. 12

роль кривой депрессии будет играть пьезометрическая кривая. Напорное движение можно рассматривать как частный случай безнапорного, когда коэффициент фильтрации верхнего слоя равен нулю. Функция Н. К. Гиринского в данном случае может быть записана в следующем виде:

$$\Phi=\int_0^h k_z\,(z-h)\,dz=\int_0^M k_z\,(z-h)\,dz+\int_M^h k_k\,(z-h)\,dz, \qquad (1.25)$$

где $k_к$ — коэффициент фильтрации кровли напорного потока.

Ввиду того, что $k_к=0$, второй интеграл правой части уравнения (1.25) равен нулю и оно может быть переписано в виде

$$\Phi=\int_0^M zk_z\,dz-h\int_0^M k_z\,dz. \qquad (1.26)$$

Здесь h выносится из-под знака интеграла, так как оно не зависит от z, а только от x и y.

Интегральные выражения, стоящие в правой части уравнения (1.26), не зависят от x и y, поэтому

$$\Phi = c_1 - c_2 h, \tag{1.27}$$

где

$$c_1 = \int_0^h z k_z dz; \quad c_2 = \int_0^M k_z dz. \tag{1.28}$$

Постоянная c_2, как не трудно убедиться из формулы (1.28), численно равна площади эпюры коэффициентов фильтрации, которую можно, в свою очередь, выразить через средний коэффициент фильтрации всего пласта, мощностью M. Таким образом,

$$c_2 = \int_0^M k_z dz = k_{ср} M. \tag{1.29}$$

Постоянная c_1 представляет собой статический момент эпюры фильтрации относительно горизонтальной линии, проходящей через ее нижнюю точку (в данном случае—водоупор):

$$c_1 = \int_0^M z k_z dz = \alpha k_{ср} M^2, \tag{1.30}$$

где αM—расстояние (в долях M) от центра тяжести эпюры до водоупора.

Комплексный потенциал напорного движения

$$\chi = k_{ср} M (\alpha M - h) + i\Psi. \tag{1.31}$$

Подставив значение Φ в уравнение (1.13), получим

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0. \tag{1.32}$$

Полученное уравнение тождественно с уравнением для напорного потока в однородном по проницаемости пласте постоянной мощности, что указывает на возможность использования решений, полученных для движения в напорных пластах, сложенных из однородного грунта при расчетах в неоднородных средах. В этом случае при определенных условиях расходы можно определять по формулам, выведенным для однородного грунта, принимая, однако, коэффициент фильтрации равным соответствующим образом осредненному коэффициенту фильтрации $k_{ср}$, причем необходимо напомнить, что это возможно только при наложении ряда ограничений.

При наличии инфильтрации или испарения с поверхности грунтовых вод правая часть уравнения (1.7) не будет равна нулю, а будет представлена фактором, учитывающим измене-

ние расхода в связи с инфильтрацией или испарением. Очевидно, что при наличии инфильтрации с интенсивностью p на единицу площади уравнение баланса примет вид

$$\frac{\partial q_x}{\partial x}+\frac{\partial q_y}{\partial y}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}=p. \tag{1.33}$$

Если имеет место испарение с интенсивностью e с единицы площади, то вместо p в правой части (1.33) надо поставить e со знаком минус.

В случае плоского потока формулы могут быть переписаны в следующем виде:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}=p;\ \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}=-e. \tag{1.34}$$

Если грунт однороден, то $\Phi=-\frac{kh^2}{2}$, поэтому интегрирование уравнений (1.34) дает

$$-\frac{kh^2}{2}=\frac{px^2}{2}+c_1x+c_2; \tag{1.35}$$

$$-\frac{kh^2}{2}=-\frac{ex^2}{2}+c_3x+c_4. \tag{1.36}$$

Уравнение (1.35) есть уравнение эллипса, уравнение (1.36) является уравнением гиперболы. Таким образом, при установившемся движении в случае инфильтрационного питания кривая депрессии в однородном грунте—эллипс, при наличии испарения—гипербола.

Если испарение и инфильтрация отсутствуют и поток питается внешним источником постоянной производительности, то уравнения (1.35) и (1.36) принимают вид

$$-\frac{kh^2}{2}=c_5x+c_6. \tag{1.37}$$

Уравнение (1.37) есть уравнение параболы (Дюпюи).

Уравнение кривой депрессии в случае неоднородного грунта легко может быть получено на основе использования уравнения (1.34). В случае если имеет место инфильтрация, интегрирование уравнения (1.34) дает

$$\Phi=\int_0^h k_z(z-h)\,dz=\frac{px^2}{2}+c_1x+c_2. \tag{1.38}$$

При наличии испарения

$$\Phi=\int_0^h k_z(z-h)\,dz=-\frac{ex^2}{2}+c_3x+c_4. \tag{1.39}$$

Постоянные c_1 и c_2, c_3 и c_4 определяются, исходя из конкретных условий задачи.

Для иллюстрации методики определения уравнения кривой депрессии рассмотрим пример.

Пример 1. Определить уравнение кривой депрессии при наличии инфильтрации, если известно, что изменение коэффициента фильтрации по высоте происходит по следующему закону:

$$k_z = k_0 + \alpha z.$$

Так как питание потока происходит за счет инфильтрации, пользуемся формулой (1.38). В этом случае

$$\int_0^h k_z (z-h)\,dz = \int_0^h (k_0 + \alpha z)(z-h)\,dz = -\frac{h^2}{6}(3k_0 + \alpha h).$$

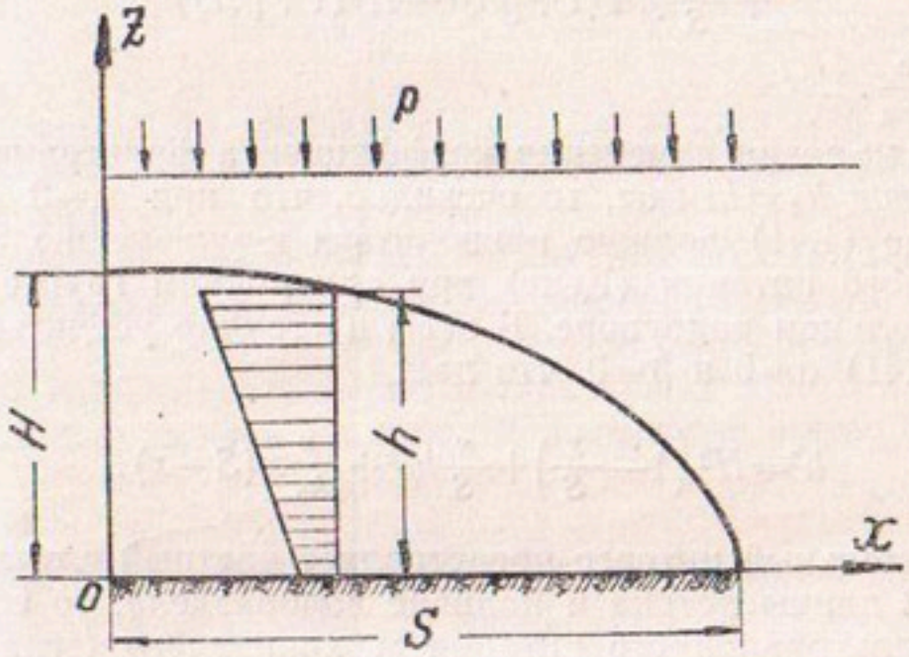


Рис 13

Таким образом, уравнение кривой депрессии (рис. 13) записывается в следующем виде:

$$\frac{h^2}{6}(3k_0 + \alpha h) = -\left(\frac{px^2}{2} + c_1 x + c_2\right).$$

Для определения постоянных c_1 и c_2 необходимо знать две точки, через которые проходит кривая депрессии. Предположим, что при $x=0$ кривая депрессии проходит через точку $h=H$, а при $x=S$—через точку $h=h_0$; тогда из первого условия получим

$$c_2 = -\frac{H^2}{6}(3k_0 + aH).$$

Из второго условия (с учетом определенного c_2) найдем

$$c_1=-\frac{1}{6S}[h^2_0(3k_0+\alpha h_0)-H^2(3k_0+\alpha H)+3pS^2].$$

Окончательно уравнение кривой депрессии будет иметь следующий вид:

$$\alpha h^3+3k_0h^2=-3px^2+\frac{x}{S}[3k_0(h^2_0-H^2)+\alpha(h^3_0-H^3)+$$

$$+3pS^2]+H^2(3k_0+\alpha H). \qquad (1.40)$$

Уравнение (1.40) можно представить в виде

$$h^2(1+\beta h)=H^2(1+\beta H)+\frac{p}{k_0}x(S-x)+$$

$$+\frac{x}{S}[h^2_0(1+\beta h_0)-H^2(1+\beta H)], \qquad (1.41)$$

где $\beta=\frac{\alpha}{3k_0}$.

Так как закон изменения коэффициента фильтрации нами принимался $k_z=k_0+\alpha z$, то очевидно, что при $\alpha=0$ $\beta=0$ и уравнение (1.41) должно приводиться к уравнению инфильтрационного питания (Кене) при однородном грунте (k_0) и горизонтальном водоупоре. В этом не трудно убедиться, приняв в (1.41) $\alpha=0$ и $\beta=0$, что дает

$$h^2=H^2\left(1-\frac{x}{S}\right)+\frac{x}{S}h_0^2+\frac{p}{k_0}x(S-x). \qquad (1.42)$$

Значительный интерес представляет частный случай ограниченной длины потока и наличие водораздела, то есть случай инфильтрационного питания межканавного (междренного) пространства.

Очевидно, что в этом случае при $x=0$ $\frac{\partial h}{\partial x}=0$.

Вспоминая, что $\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}=p$; $\frac{\partial\Phi}{\partial x}=px+c_1=q_x$, где q_x—расход через сечение x, получим условие $q_x=0$ (при $x=0$), то есть $c_1=0$. Выписывая ранее полученное выражение для c_1 и приравнивая его нулю, получим

$$H^2(1+\beta H)=h^2_0(1+\beta h_0)+\frac{p}{k_0}S^2. \qquad (1.43)$$

Рассмотрим влияние коэффициента α (и, следовательно, β) на положение поверхности грунтовых вод.

Обозначая через H_0 горизонт в сечении при $x=0$ в однородном грунте (причем $H_0^2=h_0^2+\frac{p}{k_0}S^2$), имеем

$$H^2 = H^2_0 - \beta(H^2 - h_0^2), \qquad (1.44)$$

где $\beta = \frac{\alpha}{3k_0}$.

Из (1.44) очевидны неравенства: $H > H$ при $\alpha < 0$; $H < H_0$ при $\alpha > 0$; $H = H_0$ при $\alpha = 0$. Следовательно, при заданном значении коэффициента фильтрации придонных слоев всякое их уменьшение по высоте ведет к подъему поверхности грунтовых вод, а увеличение—к опусканию. Из (1.41) вытекает непосредственно формула для определения расстояния между дренами в грунтах с линейно изменяющимся по высоте коэффициентом фильтрации ($k_z = k_0 + \alpha z$) в виде

$$E = 2S = 2\sqrt{\frac{k_0}{p}[H^2(1+\beta H) - h^2_0(1+\beta h_0)]}. \qquad (1.45)$$

В частности, при $h_0 = 0$ имеем

$$E = 2H\sqrt{\frac{k_0}{p}(1+\beta H)}, \qquad (1.46)$$

что отличается от формулы Ротэ множителем под корнем $(1+\beta H)$, который и учитывает неоднородность грунта.

Пример.

Коэффициент фильтрации торфяного болота мощностью 3 м, подстилаемого практически непроницаемыми глинами, изменяется от $k_0 = 0{,}1$ м/сутки у дна залежи до 1 м/сутки на поверхности. Определить расстояние между каналами, прорезающими всю залежь, на отвод 200 мм/год и норме осушения 1 м.

Имеем:

$k_0 = 0{,}1$ м/сут.; $k_z = 0{,}1 + 0{,}3z$ м/сут. $(\alpha = 0{,}3)$;

$H = 3 - 1 = 2$ м; $p = \frac{0{,}2}{365} = 0{,}00055$ м/сут.;

$$E = 2 \cdot 2\sqrt{\frac{1}{0{,}00055}\left(1 + \frac{0{,}3}{3 \cdot 0{,}1}2\right)} = 93 \text{ м}.$$

Если считать грунт однородным с коэффициентом фильтрации $k_0 = 0{,}1$ м/сутки, соответственно расстояние $E = 54$ м. Если «осреднить» коэффициент фильтрации в слое 0—2 м, то $k_{ср} = 0{,}4$ м/сут. и $E = 108$ м. Наконец, если осреднение провести в сечениях $x = 0$ и $x = S = E/2$, то

$$k_{ср} = \frac{0{,}4 + 0{,}1}{2} = 0{,}25 \text{ м/сутки и } E = 85 \text{ м}.$$

Приведенный пример наглядно показывает продуктивность использования функции Н. К. Гиринского при расчете дренажей в неоднородных грунтах, в частности при инфильтрационном питании потока грунтовых вод.

Как указывалось выше, Н. К. Гиринский при рассмотрении движения грунтовых вод в вертикально-неоднородном грунте не принимал во внимание вертикальных скоростей, считая составляющие скорости по вертикали равными нулю. Если принимать вертикальные скорости равными нулю, то при инфильтрационном питании или при движении потока в условиях, когда со свободной поверхности грунтовых вод происходит испарение, становится совершенно непонятным, за счет чего происходит пополнение воды в отдельных слоях.

Приближенное значение для вертикальных скоростей можно получить, исходя из следующих соображений. Опираясь на известные результаты, полученные П. Я. Полубариновой-Кочиной для схемы Дюпюи (см. [38], стр. 463), уравнение неразрывности потока может быть записано в следующем виде:

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial z}=0, \tag{1.47}$$

где U—горизонтальная, V—вертикальная составляющая скорости фильтрации.

В вертикально-неоднородном грунте скорость U на вертикали h не является постоянной, так как эпюра скоростей повторяет эпюру коэффициентов фильтрации.

$$U=-k_z\frac{dh}{dx},$$

откуда

$$\frac{dU}{dx}=-k_z\frac{d^2h}{dx^2}.$$

После подстановки значения $\frac{dU}{dx}$ в уравнение (1.47) и интегрирования по z, получим

$$V=V_z=\frac{d^2h}{dx^2}\int_0^z k_z dz. \tag{1.48}$$

Как было показано выше, в вертикально-неоднородном грунте, выражение для расхода можно записать в следующем виде:

$$q_x=\frac{\partial\Phi}{\partial x}=-\frac{dh}{dx}\int_0^h k_z dz. \tag{1.49}$$

Если расход потока по длине постоянен, то, дифференцируя уравнение (1.49) по x, получим

$$-\left[\frac{d^2h}{dx^2}\int_0^h k_z dz+\left(\frac{dh}{dx}\right)^2\frac{d}{dh}\int_0^h k_z dz\right]=0. \tag{1.50}$$

Так как

$$\frac{d}{dh}\int_0^h k_z dz = k_h, \tag{1.51}$$

где k_h—значение коэффициента фильтрации на свободной поверхности потока, то

$$\frac{d^2h}{dx^2} = -\frac{k_h\left(\frac{dh}{dx}\right)^2}{\int_0^h k_z dz}. \tag{1.52}$$

Подставляя в (1.52) выражение $\frac{dh}{dx}$ из (1.49) и затем в (1.48), будем иметь

$$V_z = -k_h\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 \frac{\int_0^z k_z\,dz}{\int_0^h k_z\,dz} = -\frac{k_h q^2 \int_0^z k_z\,dz}{\left(\int_0^h k_z\,dz\right)^3}. \tag{1.53}$$

Из (1.53) видим, что $V_z=0$ при $z=0$. Наибольшего значения величина V_z достигает на поверхности грунтовых вод

$$V_h = -k_h\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 = -\frac{U_h^2}{k_h}, \tag{1.54}$$

где U_h—горизонтальная скорость на поверхности грунтовых вод.

Выражение (1.54) показывает, что при обычных условиях и малых скоростях значения V_z имеют следующий по сравнению с U_x порядок малости и учет их при отсутствии инфильтрации не имеет практического значения.

Если грунт однороден, то $k_z=k_h=k$ и уравнение (1.53) приводится к виду

$$V_z = -\frac{q^2 z}{kh^3}. \tag{1.55}$$

Уравнение (1.55), приводимое в работе П. Я. Полубариновой-Кочиной [38], для однородного грунта является частным случаем уравнения (1.53).

Представляет практический интерес закономерность распределения вертикальных скоростей при наличии инфильтрации (или испарения).

Если расход q формируется за счет инфильтрации, то уравнение движения в неоднородных грунтах, как показано выше, записывается в следующем виде:

$$q_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = px = -\frac{dh}{dx}\int_0^h k_z dz. \tag{1.56}$$

Дифференцируя по x уравнение (1.56), будем иметь

$$p=-\left[\frac{d^2h}{dx^2}\int_0^h k_z dz+k_h\left(\frac{dh}{dx}\right)^2\right], \tag{1.57}$$

откуда

$$\frac{d^2h}{dx^2}=-\frac{p+k_h\left(\frac{dh}{dx}\right)^2}{\int_0^h k_z\,dz}. \tag{1.58}$$

Из (1.56) получим

$$\frac{dh}{dx}=-\frac{q_x}{\int_0^h k_z\,dz}, \tag{1.59}$$

где $q_x=px$.

Объединяя (1.59), (1.58) и (1.47), найдем

$$V_z=-\left[p+\frac{k_h q_x^2}{\left(\int_0^h k_z\,dz\right)^2}\right]\frac{\int_0^z k_z\,dz}{\int_0^h k_z\,dz}. \tag{1.60}$$

В частности, при $z=0$ $V=0$. Наибольшее абсолютное значение V_z достигает на поверхности грунтовых вод при $z=h$. В этом случае

$$V_h=-\left[p+\frac{k_h q_x^2}{\left(\int_0^h k_z\,dz\right)^2}\right]=-\left(p+\frac{U_h^2}{k_h}\right). \tag{1.61}$$

Полученное выражение показывает, что при инфильтрационном питании абсолютное значение вертикальной составляющей скорости больше интенсивности питания на величину $\frac{U_h^2}{k_h}$. Скорость V_h всегда направлена вниз.

В случае однородного грунта

$$V_z=-\left(p+\frac{q^2}{kh^2}\right)\frac{z}{h}=-\left(p+\frac{U^2}{k}\right)\frac{z}{h}, \tag{1.62}$$

где U—горизонтальная скорость.

Применяя аналогичную методику для случая испарения, получим следующие формулы:

а) для неоднородного по вертикали грунта

$$V_z=\left[e-\frac{k_h q_x^2}{\left(\int_0^h k_z\,dz\right)^2}\right]\frac{\int_0^z k_z\,dz}{\int_0^h k_z\,dz}; \tag{1.63}$$

б) для однородного грунта

$$V_z=\left(e-\frac{U^2}{k}\right)\frac{z}{h}, \qquad (1.64)$$

где e—модуль испарения.

Интересно отметить, что при $e=\frac{U^2}{k}$ $V_z=0$ по всей высоте h.

Как видно из приведенных формул, в случае инфильтрации или испарения величина V_z является функцией величин, изменяющихся как по вертикали, так и по горизонтали.

Как указывал Н. К. Гиринский [11], выводы, полученные им, относятся к потокам, в которых наклон струек невелик.

В зоне, непосредственно примыкающей к дрене, происходит резкое искривление струек, поэтому кривая депрессии, построенная по уравнению Дюпюи, будет отличаться от кривой депрессии, наблюдаемой в натуре. Однако существенная разница в размерах ординат наблюдается только в зоне, непосредственно примыкающей к дрене.

При определении расстояний между дренами нас в основном интересуют расходы, которые поступают в дрену при заданной разнице в напорах воды в середине междудренья и дрене. Вопрос в данном случае сводится к оценке погрешности, которая получается в определении расходов при использовании гипотезы Дюпюи ($\frac{\partial h}{\partial x}$ =const по высоте) и по формулам, учитывающим изменение скоростей, И. А. Чарным [49] для потока с постоянным расходом и С. Н. Нумеровым [8] для инфильтрационного потока, показано, что гидромеханическое решение задачи о расходе воды через перемычку дает точно такой же результат, что и формула Дюпюи. Ранее экспериментально это показал В. В. Ведерников [8а].

В тех случаях, когда дрена укладывается в траншею из более проницаемого грунта и если возникает необходимость построения кривой депрессии, необходимо определить высоту нависания и построить кривую депрессии, проходящую через начальную точку $h_0'=h_0+h_в$ (где h_0—высота воды в дрене, а $h_в$—высота нависания).

Н. К. Гиринский рассмотрел случай движения грунтового потока в среде, где коэффициент фильтрации изменяется по вертикали, принимая, что водоупор является горизонтальным. Данный случай является частным случаем решения более общей задачи, когда водоупор имеет уклон, т. е. $i\neq 0$. Попытаемся получить такое решение.

Допустим, что кровли всех водоносных слоев параллельны водоупору, а сам водоупор имеет относительно небольшой уклон. Данный случай является наиболее распространенным

в практике, так как он соответствует морфологии образования осадочных пород, куда обычно и укладываются дренажи.

Если направление течения принять согласно рис. 14, то функция Н. К. Гиринского приобретает следующий вид:

$$\Phi' = \int_0^h k_z (h-z)\, dz, \tag{1.65}$$

так как в этом случае $U=+k\frac{dh}{dx}$, ибо h возрастает с ростом x.

Предположим, что движение происходит в однородном грунте, при горизонтальном водоупоре; тогда при выбранной системе координат по Дюпюи

$$q = kh\frac{dh}{dx}. \tag{1.66}$$

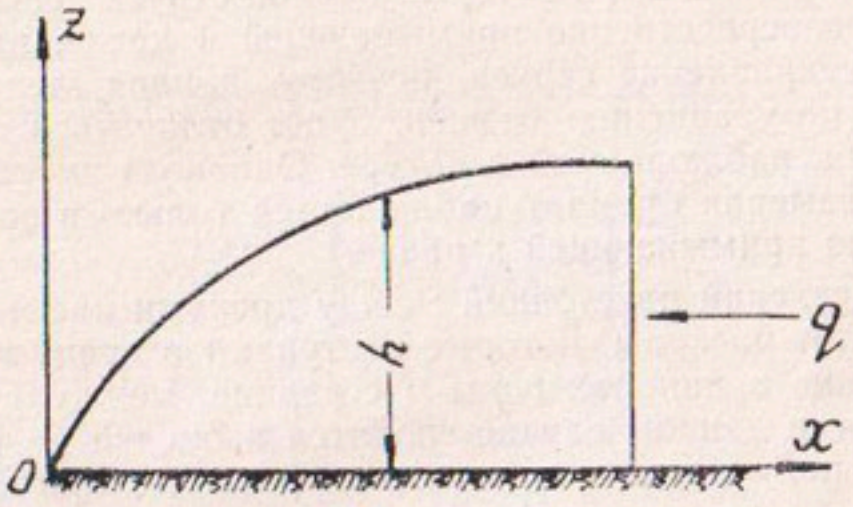


Рис. 14

Если движение происходит в неоднородном по вертикали грунте, то для каждого из слоев коэффициент фильтрации будет различен. Как было показано выше, при постоянстве $\frac{dh}{dx}$ по вертикали суммарная проницаемость отдельных слоев может быть заменена средней по высоте h проницаемостью $k_{ср}$, величину которой можно найти из условия равенства эпюр k_z и $k_{ср}$, построенных на вертикали h. Площадь эпюры проницаемости неоднородного грунта

$$F = \int_0^h k_z dz. \tag{1.67}$$

Площадь эпюры $k_{ср}$ равна

$$F_c = k_{ср} h. \tag{1.68}$$

Из условия равенства площадей

$$k_{ср} = \frac{\int_0^h k_z dz}{h}. \tag{1.69}$$

Сравнение (1.69) и (1.66) приводит к ранее неоднократно упоминавшемуся выражению для расхода в неоднородном грунте при горизонтальном водоупоре

$$q=\frac{dh}{dx}\int_0^h k_z\,dz \qquad (1.70)$$

(знак минус заменен на плюс в связи с изменением направления течения).

Интегрирование уравнения (1.70) дает расход потока в неоднородном грунте в случае горизонтального водоупора. Если водоупор имеет уклон $i\neq 0$, то в этом случае уравнение (1.70) принимает вид

$$q=\frac{dH}{dS}\int_0^h k_z\,dz, \qquad (1.71)$$

где $H=h+z_1$, а пределы интегрирования для переменной z удовлетворяют следующему условию: $0\leqslant z\leqslant h$.

Здесь необходимо проводить строгое различие между z и z_1, ибо z_1 отсчитывается от оси x и представляет собой превышение водоупора в точке с координатой x над началом координат, а z отсчитывается от водоупора до середины отдельных бесконечно малых прямоугольников эпюры коэффициентов фильтрации.

При относительно малых уклонах водоупора $\frac{dH}{dS}$ можно заменить через $\frac{dH}{dx}$ и считать сечения, перпендикулярные движению потока, вертикальными. Принимая во внимание, что $H=h+z_1$,

$$\frac{dH}{dS}\cong\frac{dH}{dx}=\frac{dh}{dx}+i, \qquad (1.72)$$

где i—уклон водоупора $\left(i=\sin\alpha\cong\operatorname{tg}\alpha=\frac{z_1}{x}\right)$.

После подстановки в уравнение (1.71) значения $\frac{dH}{dS}$ получим

$$q=\frac{dh}{dx}\int_0^h k_z\,dz+i\int_0^h k_z\,dz. \qquad (1.73)$$

Вынося общий множитель за скобки, уравнение (1.73) может быть представлено в виде

$$q=\left(\frac{dh}{dx}+i\right)\int_0^h k_z\,dz. \qquad (1.74)$$

При обратном уклоне поверхности водоупора i принимается со знаком минус.

Уравнение (1.74) является дифференциальным уравнением потока со свободной поверхностью грунтовых вод в вертикально-неоднородном грунте при наклонном водоупоре.

В случае однородного грунта, т. е. при $k_z=k=\text{const}$, имеем общеизвестное уравнение неравномерного движения грунтовых вод

$$q=kh\left(\frac{dh}{dx}+i\right). \tag{1.75}$$

Интеграл уравнения (1.75) таков:

$$i(x-x_1)+(h-h_1)=h_p\ln\frac{h_p-h_1}{h_p-h}, \tag{1.76}$$

где h_1, h—глубины на расстояниях x_1 и x $(x>x_1)$; $h_p=\frac{q}{ki}$ (здесь приводится случай спада грунтовых вод, при котором $h_1<h<h_p$).

Существенно отметить, что уравнение (1.76) переходит в формулу Дюпюи при $i=0$. Для доказательства представим (1.76) в виде

$$i(x-x_1)+(h-h_1)=h_p\left(\ln\frac{h_p-h_1}{h_p}-\ln\frac{h_p-h}{h_p}\right). \tag{1.77}$$

Учитывая разложение в ряд $\ln(1-u)=-u-\frac{u^2}{2}-\frac{u^3}{3}-\ldots$ получим

$$i(x-x_1)+(h-h_1)=h_p\left[-\frac{h_1}{h_p}-\frac{1}{2}\left(\frac{h_1}{h_p}\right)^2-\frac{1}{3}\left(\frac{h_1}{h_p}\right)^3-\ldots+\frac{h}{h_p}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}\left(\frac{h}{h_p}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{h}{h_p}\right)^3+\ldots\right]. \tag{1.78}$$

Отсюда имеем

$$i(x-x_1)=\left[-\frac{h_1^2}{2h_p}+\frac{h^2}{2h_p}-\frac{h_1^3}{3h_p}+\frac{h^3}{3h_p}-\ldots\right]. \tag{1.79}$$

Так как $i=\frac{q}{kh_p}$, то

$$\frac{q}{k}(x-x_1)=\frac{h^2-h_1^2}{2}+\frac{h^3-h_1^3}{3h_p}+\frac{h^4-h_1^4}{4h_p^2}+\ldots \tag{1.80}$$

или

$$\frac{q}{k}(x-x_1)=\frac{h^2-h_1^2}{2}+\frac{(h^3-h_1^3)ik}{3q}+\frac{(h^4-h_1^4)i^2k^2}{4q^2}+\ldots \tag{1.81}$$

Очевидно, что при $i=0$ все члены правой части (кроме первого) равны нулю, что и приводит к формуле Дюпюи.

Отметим, что формула (1.81) имеет самостоятельное значение для приближенного расчета неравномерного движения.

Так, если ограничиться только двумя членами и принять точность расчета в 5%, то получим неравенство

$$\frac{ik}{q} < 0{,}075\,\frac{h^2-h_1^2}{h^3-h_1^3} \cong \frac{0{,}05}{h_{ср}},$$

(при близких h и h_1), то есть формула применима при больших расходах q, малых уклонах i и малых глубинах $h \ll h_р$.

Мы остановились на этом вопросе более подробно, так как для нас существенно показать возможность рассмотрения случая $i=0$, как частного для общего решения при $i \neq 0$.

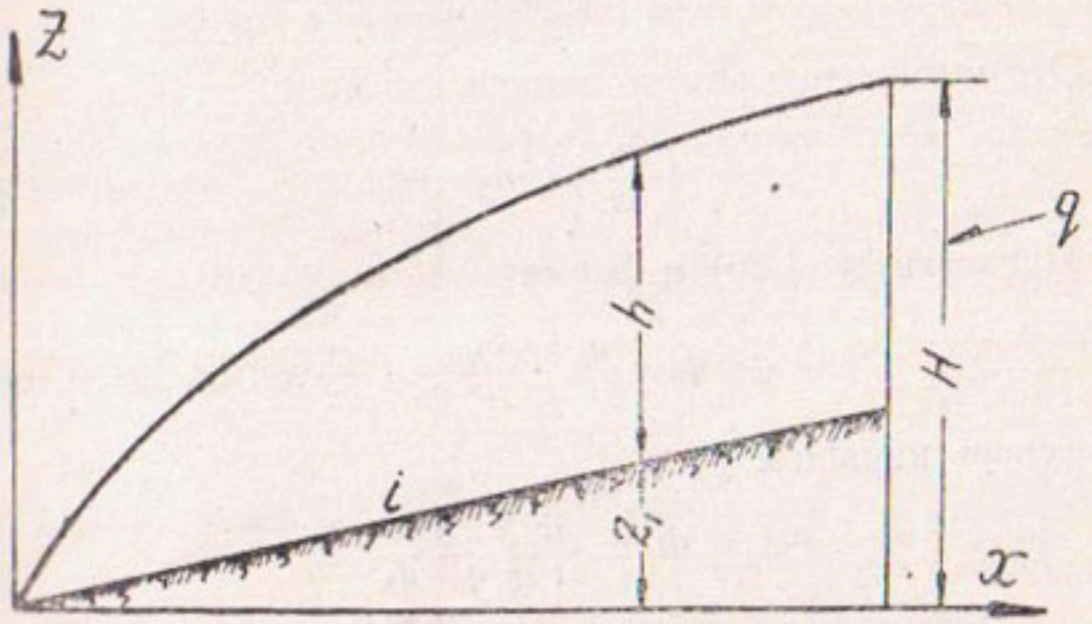


Рис. 15

Сделаем теперь попытку установить вид функции Н. К. Гиринского для вертикально-неоднородного грунта при наличии уклона поверхности водоупора.

Для определенности будем рассматривать случай спада грунтовых вод, изображенный на рис. 15, хотя приводимые рассуждения аналогично могут быть распространены и на другие случаи движения (при $i \neq 0$).

Нами приведено выше уравнение (1.74) для расхода потока, которое для случая, изображенного на рис. 15, имеет вид

$$q=\left(\frac{dh}{dx}+i\right)\int_0^h k_z dz. \qquad (1.82)$$

Требуется найти такую функцию, частная производная которой по x давала бы значение расхода по (1.82).

Введем обозначения:

$$q_h = i\int_0^h k_z dz = \varphi(h); \qquad (1.83)$$

$$q_0 = i\int_0^{h_p} k_z dz = q, \tag{1.84}$$

где q_h —расход потока грунтовых вод в вертикально-неоднородном грунте при равномерном движении с постоянной глубиной h, равной глубине неравномерного потока в сечении h; естественно, что q_h изменяется по длине потока; q_0—расход потока в вертикально-неоднородном грунте при равномерном движении и глубине h_p, причем глубина h_p определяется, исходя из равенства расходов q и q_0, то есть из условия

$$\left(\frac{dh}{dx}+i\right)\int_0^h k_z dz = i\int_0^{h_p} k_z dz. \tag{1.85}$$

Это выражение можно записать в виде

$$\left(\frac{dh}{dx}+i\right)q_h = iq_0. \tag{1.86}$$

Представим (1.86) в форме

$$q = q_0 = \frac{q_0}{i}\cdot\frac{q_h}{q_0-q_h}\cdot\frac{dh}{dx}. \tag{1.87}$$

Теперь напишем

$$\Phi_i' = \frac{q_0}{i}\int_0^h \frac{q_h dh}{q_0-q_h}, \tag{1.88}$$

причем q_h и q_0 по (1.83) и (1.84).

Возьмем частную производную от функции Φ_i по x

$$\frac{\partial\Phi_i'}{\partial x} = \frac{d\Phi_i'}{dh}\cdot\frac{dh}{dx} = \frac{q_0}{i}\cdot\frac{q_h}{q_0-q_h}\cdot\frac{dh}{dx}, \tag{1.89}$$

что по (1.87) равно расходу, то есть функция Φ_i' удовлетворяет поставленному условию

$$\frac{\partial\Phi_i'}{\partial x} = q_x, \text{ или } \Phi_i' = q_x x + c_1. \tag{1.90}$$

Можно показать, что при $i\to 0$ значение Φ_i' вырождается в ранее приведенное выражение Φ' (для $i=0$). Для этого запишем (1.88) в виде

$$\Phi_i' = \int_0^h \frac{\int_0^h k_z dz}{1-\frac{q_h}{q_0}} dh. \tag{1.91}$$

Так как по предыдущему

$$\left|\frac{q_h}{q_0}\right|_{i\to 0}=\left|\frac{i}{i+\frac{\partial h}{\partial x}}\right|_{i\to 0}\to 0, \tag{1.92}$$

то

$$\Phi'_{i=0}=\Phi'=\int_0^h\int_0^h k_z\,dzdh. \tag{1.93}$$

Формула (1.93) является иной формой записи функции Φ'. Непосредственная проверка дает

$$\frac{\partial\Phi'_{i=0}}{\partial x}=\frac{\partial\Phi'}{\partial h}\cdot\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{\partial h}{\partial x}\int_0^h k_z dz=q_{i=0}.$$

Покажем на примере пользование функцией Φ'_i. Для случая $k_z=k_0+\alpha z$ и условия $x=0$, $h=0$ имеем

$$q_h=i\int_0^h(k_0+\alpha z)\,dz=i\left(k_0h+\frac{\alpha h^2}{2}\right).$$

Тогда по (1.88)

$$\Phi'_i=\frac{q_0}{i}\int_0^h\frac{q_h dh}{q_0-q_h}=\frac{q_0}{i}\left[-\int_0^h dh+q_0\int_0^h\frac{dh}{q_0-i\left(k_0h+\frac{\alpha h^2}{2}\right)}\right]=$$

$$=\frac{q_0}{i}\left[h+\frac{q_0}{i\sqrt{k^2+\frac{2\alpha q_0}{i}}}\cdot\ln\frac{2q_0-ih\left(k_0+\sqrt{k_0^2+\frac{2\alpha q_0}{i}}\right)}{2q_0-ih\left(k-\sqrt{k_0^2+\frac{2\alpha q_0}{i}}\right)}\right]. \tag{1.94}$$

Так как $\Phi'_i=qx+c_1$ и принимая по условию $x=0$, $h=0$, получим

$$ix+h=\frac{\bar{h}_p}{\sqrt{1+\beta}}\ln\frac{\bar{h}_p-0{,}5h(1-\sqrt{1+\beta})}{\bar{h}_p-0{,}5h(1+\sqrt{1+\beta})}, \tag{1.95}$$

где $\bar{h}_p=\frac{q}{ik_0}$; $\beta=\frac{2\alpha q}{ik_0^2}$; $q_0=q$.

Легко убедиться, что при $\alpha=0$, $\beta=0$ ($k_z=\text{const}=k$) формула (1.95) переходит в общеизвестную формулу для однородного грунта.

Аналогично предыдущему, можно показать, что

$$\frac{\partial\Phi'_i}{\partial y}=q_y,\ \text{или}\ \Phi'=q_y y+c_2, \tag{1.96}$$

где q_y—расход потока грунтовых вод в направлении координатной оси y. Особо подчеркиваем, что речь идет о плановых координатах (x, y), то есть об описании так называемых плановых течений.

Используя (1.90) аналогично предыдущему, получим

$$\frac{\partial^2 \Phi_i'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_i'}{\partial y^2} = 0, \tag{1.97}$$

то есть функция Н. К. Гиринского и в случае наклонного водоупора является гармонической. Если направление потока совпадает с положительным направлением оси, то $\Phi_i' = \Phi_i$.

В приведенных выше формулах не принималось во внимание изменение фильтрационных свойств грунта в горизонтальном направлении. Однако в натуре встречаются грунты, у которых изменение фильтрационных свойств происходит во всех направлениях. В ряде случаев наиболее резкое их изменение происходит в двух направлениях (вертикальном и горизонтальном) и можно пренебречь изменением проницаемости в направлении третьей оси координат. В этом случае задача сводится к определению основных элементов движения потока грунтовых вод в грунте, у которого изменение фильтрационных свойств является функцией двух координат (x и z). Если грунт изотропен, то его можно назвать изотропно-неоднородным, подразумевая в данном случае изотропный грунт, у которого проницаемость является функцией обеих координат. Будем считать, что k_{xz} можно представить как произведение двух функций $k_{xz} = \bar{k}_x k_z$. Тогда дифференциальное уравнение движения установившегося потока можно записать в следующем виде:

$$q = \left(\frac{dh}{dx} \pm i \right) \bar{k}_x \int_0^h k_z dz, \tag{1.98}$$

где $\bar{k}_x$—безразмерная функция, учитывающая относительное изменение коэффициента фильтрации по длине потока.

Если грунт только вертикально-неоднородный, то уравнение (1.98) приводится к уравнению (1.74).

В случае горизонтально-неоднородного грунта, когда изменение проницаемости происходит только вдоль оси x, имеем

$$q = k_x h \left(\frac{dh}{dx} \pm i \right). \tag{1.99}$$

Если $i=0$, то после разделения переменных и интегрирования при условиях $x=x_1$, $h=h_0$; $x=x_2$, $h=H$ получим

$$q=\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{k_x}=\frac{H^2-h_0^2}{2}, \tag{1.100}$$

откуда

$$q=\frac{H^2-h_0^2}{2\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{k_x}}. \tag{1.101}$$

Если приравнять полученный расход q к эквивалентному по величине расходу однородного грунта с проницаемостью k_0, то будем иметь

$$\frac{H^2-h_0^2}{2\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{k_x}}=\frac{k_0(H^2-h_0^2)}{2S_{\text{пр}}}, \tag{1.102}$$

откуда

$$S_{\text{пр}}=k_0\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{k_x}, \tag{1.103}$$

где $S_{\text{пр}}$—приведенное значение длины $S=x_2-x_1$, соответствующее случаю фильтрации в однородном грунте.

§ 2. Уравнения неустановившегося движения в вертикально-неоднородном и изотропно-неоднородном грунтах

Как указывалось выше, установившегося движения в дренажных системах, как правило, не наблюдается, поэтому схемы, предусматривающие расчет дренажей в условиях установившегося движения как осредненного за определенный период нестационарного режима (например, схема Ротэ), в большей или меньшей мере условны.

Для мелиоративных расчетов особый интерес представляют случаи неустановившегося движения, поэтому в настоящем разделе приведен вывод обобщенного уравнения Буссинеска для случая вертикально-неоднородного грунта, так как данный случай представляет большой практический интерес.

Впервые обобщение уравнения Буссинеска на случай переменной проницаемости по вертикали было произведено П. Я. Полубариновой-Кочиной [37]. Приведем решение в соответствии с его изложением С. Н. Нумеровым [8].

Для составления дифференциального уравнения неустановившегося движения в вертикально-неоднородном грунте вырежем столбик высотой h (рис. 16) и основанием $dxdy$ и рассмотрим баланс воды в выделенном параллелепипеде. Будем рассматривать случай плоского движения, когда

$$q_y = 0.$$

Расход фильтрационного потока на единицу его ширины выразится через функцию Н. К. Гиринского в следующем виде:

$$q = \frac{\partial \Phi}{\partial x}. \tag{2.1}$$

Изменение объема фильтрующей жидкости за промежуток времени dt равно

$$-\frac{\partial q}{\partial x}\, dx\, dt = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \cdot dx\, dt. \tag{2.2}$$

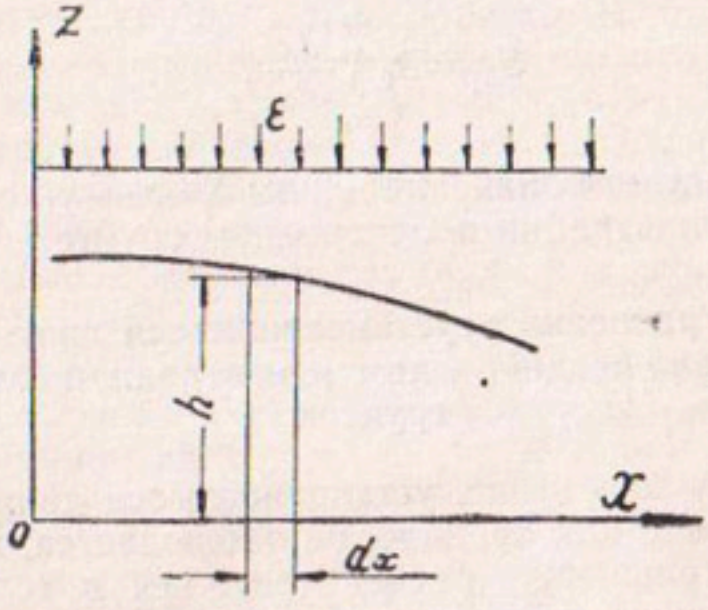


Рис. 16

Здесь (рис. 16) для определенности рассматривается подъем поверхности грунтовых вод при $\varepsilon > 0$, расход q при этом вдоль оси x возрастает.

С другой стороны, изменение объема фильтрующей жидкости между выбранными сечениями, обусловленное изменением глубины h фильтрационного потока, а также инфильтрацией, будет равно

$$dW = \left(\frac{\partial}{\partial t}\int_0^h \delta_z dz + \varepsilon\right) dx\, dt = \left(\delta_z^h \frac{\partial h}{\partial t} + \varepsilon\right) dx\, dt. \tag{2.3}$$

Здесь δ_z—переменный в вертикальном направлении коэффициент водоотдачи грунта или недостаток насыщения; δ_z^h —значение водоотдачи или недостатка насыщения грунта в точке $z=h$ (на свободной поверхности грунтовых вод).

Приравнивая правые части уравнений (2.2) и (2.3), получим

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\delta_z^h\frac{\partial h}{\partial t}+\varepsilon=0. \tag{2.4}$$

Уравнение (2.4) может быть приведено к более удобному виду. Используя условия

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t}=\frac{\partial\Phi}{\partial h}\cdot\frac{\partial h}{\partial t}; \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial h}=\frac{\partial}{\partial h}\int_0^h k_z(z-h)\,dz=-\int_0^h k_z dz, \tag{2.6}$$

получим

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t}=-\frac{\partial h}{\partial t}\int_0^h k_z dz. \tag{2.7}$$

Умножим все члены уравнения (2.4) на величину $\frac{1}{\delta_z^h}\int_0^h k_z dz$. Тогда, используя зависимость (2.7), получим

$$a_1^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+b_1=\frac{\partial\Phi}{\partial t}, \tag{2.8}$$

где

$$a_1^2=\frac{1}{\delta_z^h}\int_0^h k_z dz;\quad b_1=\varepsilon a^2{}_1.$$

При $\varepsilon=0$ уравнение (2.8) принимает более простой вид:

$$a_1{}^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}=\frac{\partial\Phi}{\partial t}. \tag{2.9}$$

Уравнение (2.8) относится к классу нелинейных уравнений в частных производных второго порядка параболического типа, интегрирование которых сопряжено с довольно большими трудностями.

Для облегчения решений обычно применяют следующий прием: переменную глубину h в выражениях для величин a_1^2 и b_1 заменяют некоторой постоянной глубиной $h_{ср}$; тогда a_1^2 и b_1 становятся постоянными, и уравнение (2.8) приводится к неоднородному уравнению Фурье. Такой прием вносит

некоторую неточность в получаемые результаты, однако оправдывается облегчением математических выкладок.*

Уравнение (2.8) выведено в предположении, что водоупор горизонтален. Однако это лишь частный случай расположения водоупора, поэтому было бы желательно получить более общее решение, т. е. для случая, когда $i \neq 0$.

Приведенное выше выражение для функции Φ_i дает возможность решения вопроса и для этого случая.

Расход фильтрационного потока на единицу его ширины через функцию Φ_i выразится в следующем виде:

$$q = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x}, \tag{2.10}$$

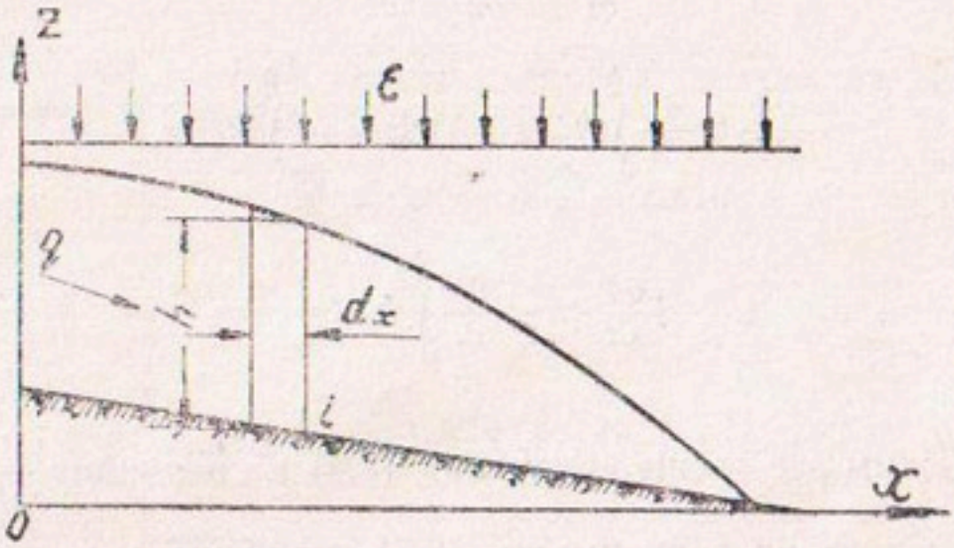


Рис. 17

причем здесь следует иметь в виду, что q зависит от времени t и x. Функция Φ_i для принятого направления координат (см. рис. 17) имеет следующий вид:

$$\Phi_i = -\frac{q}{i}\int_0^h \frac{q_h dh}{q - q_h} = -\frac{q}{i}\int_0^h \frac{\varphi(h)\,dh}{q - \varphi(h)}, \tag{2.10а}$$

где

$$\varphi(h) = i\int_0^h k_z\,dz.$$

Изменение объема фильтрующей жидкости за промежуток времени dt составит

$$-\frac{\partial q}{\partial x}dx\,dt = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}dx\,dt. \tag{2.11}$$

---

* δ_z^h принимается равным δ_z^{hcp}.

При наличии инфильтрации поступающая вода будет расходоваться на подъем поверхности грунтовых вод и отток. Составляя, аналогично предыдущему, баланс, получим

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} + \delta_z^h \frac{\partial h}{\partial t} + \varepsilon = 0. \tag{2.12}$$

Уравнение (2.12) может быть преобразовано к более удобному виду на основе использования условия

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial h} \cdot \frac{\partial h}{\partial t}. \tag{2.13}$$

Дифференцируя выражение (2.10а), получим

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial h} = -\frac{\partial}{\partial h}\left[\frac{q}{i}\int_0^h \frac{\varphi(h)\,dh}{q-\varphi(h)}\right] = -F(h). \tag{2.14}$$

Таким образом,

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = -F(h)\,\frac{\partial h}{\partial t}. \tag{2.15}$$

Из уравнения (2.15)

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{1}{F(h)} \cdot \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}. \tag{2.16}$$

После подстановки $\frac{\partial h}{\partial t}$ в уравнение (2.12) и умножения всех членов на α_1^2, величина которого определяется по формуле

$$\alpha_1^2 = \frac{F(h)}{\delta_z^h}, \tag{2.17}$$

получим

$$\alpha_1^2\left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} + \varepsilon\right) = \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}. \tag{2.18}$$

Решить непосредственно уравнение (2.18) довольно трудно. Если, однако, принимать величину h равной некоторой постоянной величине, то α_1^2 будет величиной постоянной и уравнение (2.18) подобно уравнению (2.8) приведется к неоднородному уравнению Фурье.

Функцию $F(h)$ в первом приближении (при малых уклонах) можно принимать равной $F(h) = \frac{\varphi(h)}{i} = \int_0^h k_z\,dz$.

Уравнение Фурье с постоянными коэффициентами решается обычными методами (см. [5], [8], [38]).

При движении грунтового потока в изотропно-неоднородном грунте с изменением коэффициента фильтрации и по длине потока дифференциальное уравнение в случае горизонтального водоупора и совпадения направления течения с положительным направлением оси x принимает следующий вид:

$$q = -\frac{dh}{dx}\int_0^h k_{xz}\,dz. \tag{2.19}$$

Для вывода дифференциального уравнения неустановившегося движения наиболее рационально было бы ввести новую функцию $\Phi_к$, которая давала бы возможность выражать q как $\frac{\partial \Phi_к}{\partial x}$. В этом случае должно было бы соблюдаться условие

$$q_x = \frac{\partial \Phi_к}{\partial x} = -\frac{dh}{dx}\int_0^h k_{xz}\,dz. \tag{2.20}$$

Для произвольного вида функции $k_{xz} = f(x, z)$ найти функцию $\Phi_к$, которая удовлетворяла бы условию (2.20), по-видимому, весьма затруднительно, однако можно получить решения для некоторых частных случаев, представляющих практический интерес.

В практике мелиоративного строительства встречаются грунты, у которых изменение проницаемости в области фильтрации $k_{xz} = f(x, z)$ выражается в виде произведения двух функций, каждая из которых зависит только от одной переменной, т. е.

$$k_{xz} = k_0 \varphi(x)\,\psi(z), \tag{2.21}$$

где k_0—коэффициент фильтрации в начале координат. Если грунт изотропен, то уравнение (2.19) принимает следующий вид:

$$q = -\varphi(x)\,\frac{\partial h}{\partial x}\int_0^h k_0 \psi(z)\,dz. \tag{2.22}$$

Здесь $\varphi(x)$ выносится за знак интеграла, так как $\varphi(x)$, не зависит от z.

Произведение $k_0\psi(z)$ можно рассматривать как k_z. В свою очередь, как было показано ранее,

$$-\frac{\partial h}{\partial x}\int_0^h k_z\,dz = \frac{\partial \Phi}{\partial x}. \tag{2.23}$$

Таким образом,

$$q=\varphi(x)\frac{\partial\Phi}{\partial x}. \tag{2.24}$$

$\varphi(x)$ можно рассматривать как относительное изменение коэффициента фильтрации по x, то есть $\bar{k}_x=\frac{k_x}{k_0}$. Действительно, если бы грунт был только горизонтально-неоднородным, т. е. в вертикальном направлении его фильтрационные свойства были бы неизменны, то $\psi(z)=1$ и $k_{xz}=k_0\varphi(x)$. Отсюда

$$\varphi(x)=\frac{k_x}{k_0}=\bar{k}_x. \tag{2.25}$$

После подстановки значения $\varphi(x)$ в (2.24), будем иметь

$$q=\bar{k}_x\frac{\partial\Phi}{\partial x}. \tag{2.26}$$

Дифференциальное уравнение водного баланса при неустановившемся движении в этом случае принимает следующий вид:

$$-\frac{\partial q}{\partial x}dx\,dt=-\left(\frac{\partial\bar{k}_x}{\partial x}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\bar{k}_x\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)dx\,dt=$$

$$=\left(\frac{\partial}{\partial t}\int_0^h\delta_{xz}dz+\varepsilon\right)dx\,dt, \tag{2.27}$$

где δ_{xz} —переменный по вертикали и горизонтали (в зависимости от координат x и z) коэффициент водоотдачи или недостатка насыщения грунта.

Производя преобразования, аналогичные приведенным выше, получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial\bar{k}_x}{\partial x}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\bar{k}_x\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\delta_{xz}^h\frac{\partial h}{\partial t}+\varepsilon=0. \tag{2.28}$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{\partial h}{\partial t}=-\frac{\varepsilon+\frac{\partial\Phi}{\partial t}}{\int_0^h k_z dz}, \tag{2.29}$$

после небольших преобразований получим

$$a_2^2\left(\varepsilon+\frac{\partial\bar{k}_x}{\partial x}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\bar{k}_x\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)-\frac{\partial\Phi}{\partial t}=0. \tag{2.30}$$

Разрешая полученное уравнение относительно $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$, будем иметь

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = a_2^2 \left(\frac{\partial \bar{k}_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \bar{k}_x \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \varepsilon \right), \tag{2.31}$$

где

$$a_2^2 = \frac{1}{\delta_{xz}^h} \int_0^h k_z dz.$$

Уравнение (2.31) также является нелинейным уравнением в частных производных второго порядка параболического типа.

Если $\bar{k}_x = \text{const}$, т. е. в случае отсутствия изменения проницаемости вдоль оси x, уравнение (2.31) приводится к уравнению (2.8). Если водоупор имеет уклон, то в изотропно-неоднородном грунте

$$q = -\left(\frac{dh}{dx} + i \right) \int_0^h k_{xz} dz. \tag{2.32}$$

Используем для составления дифференциального уравнения неустановившегося движения в изотропно-неоднородном грунте при наклонном водоупоре рассмотренную выше функцию Φ_i.

Дифференциальное уравнение водного баланса в этом случае принимает следующий вид:

$$-\frac{\partial q}{\partial x} dx\, dt = -\left(\frac{\partial \bar{k}_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} + \bar{k}_x \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} \right) dx\, dt =$$

$$= \left(\frac{\partial}{\partial t} \int_0^h \delta_{xz} dz + \varepsilon \right) dx\, dt, \tag{2.33}$$

Уравнение (2.33) может быть переписано следующим образом:

$$\frac{\partial \bar{k}_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} + \bar{k}_x \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} + \delta_{xz}^h \frac{\partial h}{\partial t} + \varepsilon = 0. \tag{2.34}$$

Так как

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\frac{\partial \Phi_i}{\partial t}}{F(h)}, \tag{2.35}$$

то после подстановки в (2.34) и небольших преобразований получим

$$\alpha_2^2 \left(\varepsilon + \frac{\partial \bar{k}_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Phi_i}{dx} + \bar{k}_x \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = 0. \tag{2.36}$$

Разрешая полученное уравнение относительно $\frac{\partial \Phi_i}{\partial t}$, будем иметь

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = \alpha_2^2 \left(\frac{\partial \bar{k}_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} + k_x \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} + \varepsilon \right), \qquad (2.37)$$

где

$$\alpha_2^2 = \frac{F(h)}{\delta_{xz}^h}.$$

Интегрирование уравнений (2.31) и (2.37) даже в простейших случаях может быть произведено только при определенных упрощениях или с помощью счетно-аналитических машин.

§ 3. Несовершенный канал или дрена в напорном потоке

Устройство каналов или укладка дрен изменяют характер естественного грунтового потока. Как правило, после укладки дрен или устройства канала в области фильтрации происходит изменение давления, размеров и направления скоростей, а иногда изменяется и проницаемость среды, в которой происходила фильтрация (последнее связано с образованием повышенных градиентов в отдельных точках и суффозией грунтов непосредственно вблизи дрены).

Наибольший практический интерес представляет решение вопроса о расходах (при определенных напорах), которые отводятся дренажем или каналом, ибо знание этой величины определяет степень воздействия искусственных сооружений на естественный поток, что, в свою очередь, дает возможность определить такие практически важные характеристики, как размер расстояний между каналами и дренами, при которых обеспечивается выполнение требований, заданных условиями использования дренированной площади.

Если канал или дренажная траншея полностью перерезают водоносный слой, то, обеспечивая своевременный отвод поступающей воды, можно добиться практически полного перехвата грунтового потока, поступающего на осушаемый объект со стороны, то есть при внешнем питании. Если же канал или дрена несовершенны, то есть дрена укладывается на некоторой высоте от водоупора, или дно канала до него не доводится, то в канал или дрену поступает лишь часть расхода, который мог бы быть перехвачен совершенным каналом. Как показали исследования, доля эта зависит в основном от глубины врезки канала или дрены в водоносный слой, их собственных размеров (ширина канала по дну или диаметр дрены) и характера питания потоков (грунтовое или инфильтрационное).

Наиболее удобно для расчета несовершенных дрен и каналов, устраиваемых в однородных грунтах в целях осушения, пользоваться формулами, предложенными С. Ф. Аверьяновым [6] для случая напорного потока при грунтовом питании и С. Ф. Аверьяновым совместно с Цюй Син-е [6а] для безнапорных потоков и инфильтрационного питания.

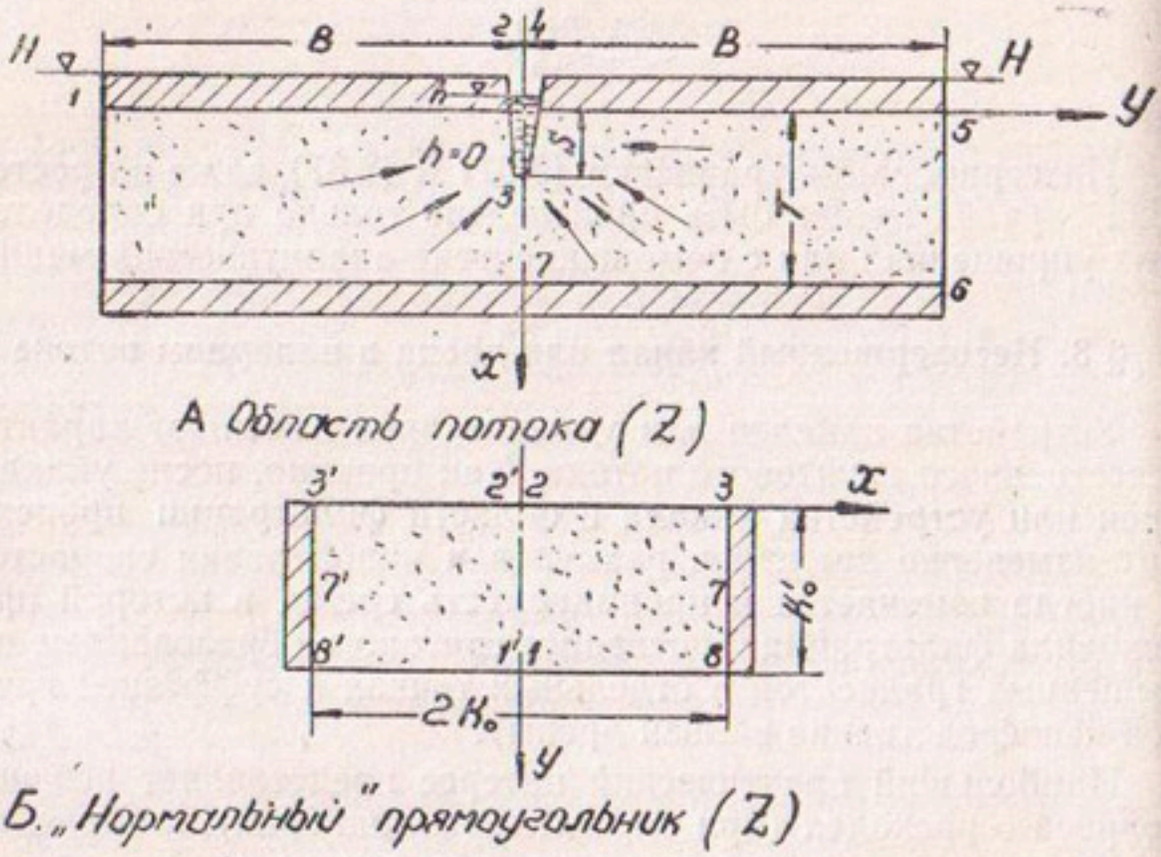


Рис. 18

Расход несовершенного канала (рис. 18) в напорном потоке С. Ф. Аверьянов рекомендует определять по следующей формуле:

$$q = k(H - h)\psi. \tag{3.1}$$

Здесь $H - h = \Delta h$—разность напоров при непониженном уровне грунтовых вод в ловчем канале; q—расход висячего канала, поступающий с двух сторон; ψ—коэффициент расхода; k—коэффициент фильтрации.

Решение получено методом конформного отображения области фильтрации на нормальный прямоугольник, причем связь между координатами области фильтрации и нормального прямоугольника выражается следующими формулами:

$$sn(Z, k_0) = \frac{sn\left(\frac{ZK}{T}, k\right)}{sn\left(\frac{SK}{T}, k\right)}; \tag{3.2}$$

$$k_0 = k\, sn\left(\frac{SK}{T}, k\right); \tag{3.3}$$

$$\frac{T}{B} = \frac{K}{K'}. \tag{3.4}$$

Ординаты пьезометрической кривой определяются по уравнению

$$h_y = h + (H - h)\varphi. \tag{3.5}$$

Здесь h_y—напор на произвольном расстоянии от висячего ловчего канала; H и h—напоры в сечении ловчего канала до и после его устройства.

Коэффициент расхода висячего канала ψ определяется по формуле

$$\psi = \frac{2K_0}{K_0'}, \tag{3.6}$$

где K_0, K_0', K и K'—полные эллиптические интегралы при соответствующих модулях k_0, k_0', k и k'.

Для упрощения расчетных формул используется свойство эллиптических функций для $\frac{K}{K'} < 0{,}5$, т. е. для случая, когда

$$\frac{T}{B} < 0{,}5.$$

Данный случай наиболее часто встречается в практике. Учитывая приближенно влияние ширины канала по дну для ψ, С. Ф. Аверьянов приводит следующее значение:

$$\psi = \frac{2}{\frac{B}{T} + 1{,}466 \lg \frac{1}{\sin \frac{\pi(a+S)}{2T}}}, \tag{3.7}$$

где a—ширина канала по дну; S—заполнение канала при бытовом горизонте.

Обозначая

$$A = 1{,}466 \lg \frac{1}{\sin \frac{\pi(a+S)}{2T}} \tag{3.8}$$

и подставляя полученное значение в (3.1), он получает полный расход несовершенного канала в виде

$$q = \frac{2kT\Delta}{B} \cdot \frac{1}{1 + \frac{T}{B}A}. \tag{3.9}$$

Первый член уравнения (3.9) представляет собой расход совершенного канала, второй учитывает его несовершенство и назван С. Ф. Аверьяновым «коэффициентом висячести».

Коэффициент висячести канала, таким образом, имеет следующее значение:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{T}{B} A}. \tag{3.10}$$

Если вместо канала на стыке кровли водоносного слоя и перекрывающего его непроницаемого грунта уложить дрену, то, пренебрегая высотой воды в дрене, формулу (3.8) можно переписать в следующем виде:

$$A \simeq 1{,}47 \lg \frac{1}{\sin \frac{\pi d}{2T}}. \tag{3.11}$$

Принимая во внимание, что величина T обычно в десятки раз больше диаметра дрены, можно $\sin \frac{\pi d}{2T}$ принять равным $\frac{\pi d}{2T}$; тогда

$$A \simeq 1{,}47 \lg \frac{2T}{\pi d}. \tag{3.12}$$

Аналогичная задача для случая работы дренажа при инфильтрационном питании и безнапорном движении грунтовых вод решена в [6а]. При решении задачи был применен приближенный прием, заключавшийся в замене свободной, слабоизогнутой поверхности грунтовых вод прямой линией.

Для рассмотренного случая получено следующее значение:

$$Б = 2{,}94 \lg \frac{2T}{\pi d}. \tag{3.13}$$

Расход, притекающий к несовершенному дренажу с одной стороны, определяется по формуле

$$q = \frac{k(H_2^2 - H_1^2)}{B} \alpha', \tag{3.14}$$

где

$$\alpha' = \frac{1}{1 + \frac{БT}{B}}; \tag{3.15}$$

H_2—глубина потока в середине междренья; H_1—высота укладки дрен над водоупором.

В случае совершенного дренажа $\alpha' = 1$.

Необходимо напомнить, что приведенные формулы могут быть использованы для определения расхода дрен при $\frac{B}{T} \geqslant 2$.

что обычно соблюдается для подавляющего числа встречаемых в практике случаев. Исключение представляют случаи укладки дрен в слабопроницаемые грунты, когда может оказаться, что $\frac{B}{T}<2$.

Полный расход совершенной дрены, вскрывающей напорный поток, определяется формулой (3.9). Расход, поступающий с одной стороны, при замене буквенных обозначений, принимаемых С. Ф. Аверьяновым, на обозначения, принимаемые в дальнейшем нами, можно вычислить по формуле, имеющей следующий вид:

$$q=\frac{ka(H-h_0)}{S}\alpha, \tag{3.16}$$

где S—радиус действия дрены; a—расстояние дрены до водоупора; $H-h_0$—разность напоров (действующий напор).

Пренебрегая h_0, получим

$$q=\frac{kaH}{S}\alpha. \tag{3.17}$$

α имеет то же значение, что у С. Ф. Аверьянова, т. е. в случае дрены и грунтового питания

$$\alpha=\frac{1}{1+1{,}47\frac{a}{S}\lg\frac{2a}{\pi d}}. \tag{3.18}$$

С. Ф. Аверьянов и Н. К. Гиринский рассмотрели случай работы несовершенной дрены в однородном грунте. Задача о работе несовершенной дрены в неоднородном грунте значительно сложнее; гидромеханическое решение ее в общем виде будет, видимо, чрезвычайно затруднительно. Даже простейший случай напорной фильтрации под гидротехническими сооружениями в разнородных грунтах сводится, как указывает Н. К. Гиринский [13], к задаче о напорной фильтрации в однородном поле с источниками-линиями (поверхностями), т. е. к задаче, когда область фильтрации не является односвязной областью. До получения точного решения придется довольствоваться приближенным решением, которое может быть получено на основе формул С. Ф. Аверьянова, предложенных им для однородного грунта. Попытаемся получить такое решение. Для этого воспользуемся следующими рассуждениями.

Формулу (3.18) можно переписать в следующем виде:

$$\alpha=\frac{S}{S+\eta_a}, \tag{3.19}$$

где $\eta_a=1{,}47\,a\lg\frac{2a}{\pi d}$.

После подстановки α в формулу (3.16) расход q будет выражаться уравнением следующего вида:

$$q=\frac{ka(H-h_0)}{S+\eta_a}. \qquad (3.20)$$

Для определения изменения расхода q в зависимости от изменения z—расстояния дрены до водоупора возьмем производную q по z. Тогда (рис. 19)

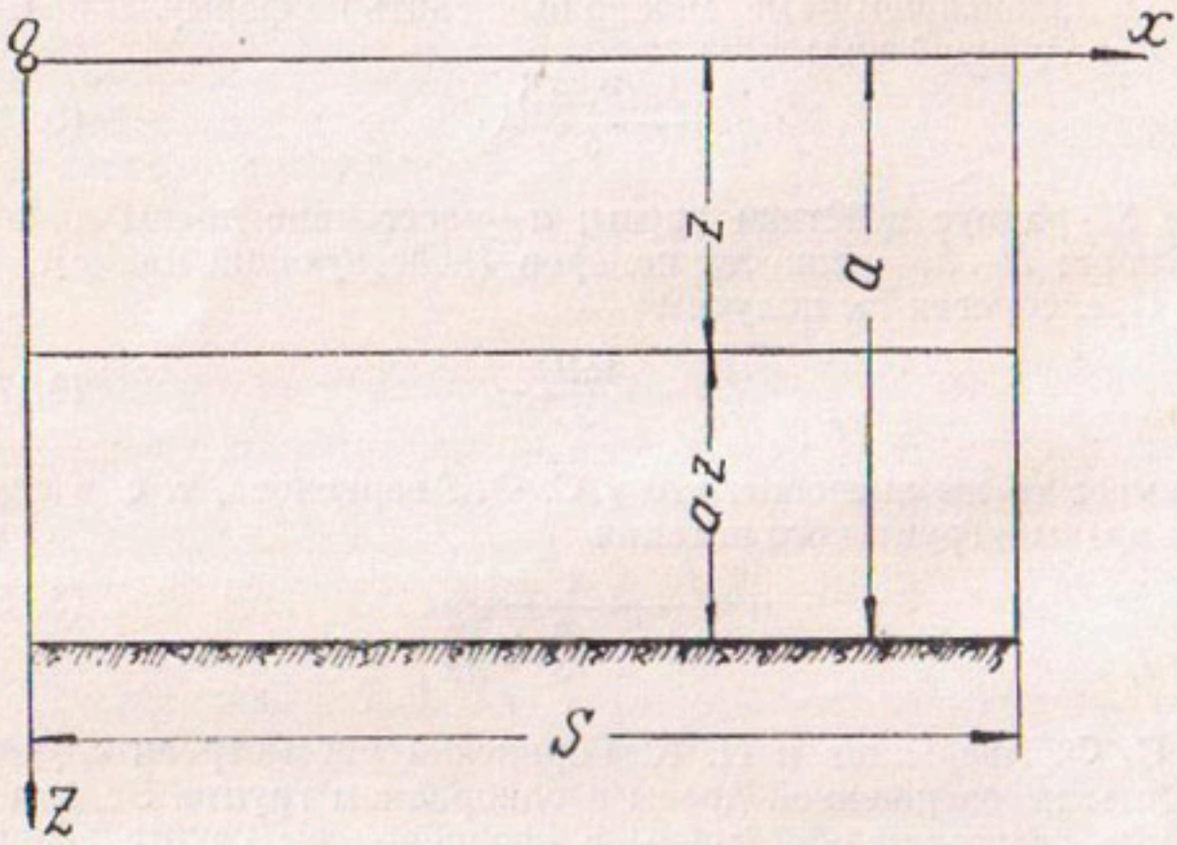


Рис. 19

$$\frac{dq}{dz}=k(H-h_0)\frac{d}{dz}\left(\frac{z}{S+\eta_z}\right)=k(H-h_0)\frac{dR}{dz}, \qquad (3.21)$$

где

$$\eta_z=\frac{2z}{\pi}\ln\frac{2z}{\pi d}=1{,}47z\lg\frac{2z}{\pi d};\quad R=\frac{z}{S+\eta_z}.$$

Величина k при решении задачи о работе дрены в однородном грунте принималась постоянной. В неоднородном грунте она изменяется с высотой. Поэтому в случае неоднородного грунта в формулу (3.21) вместо k надо подставить k_z—переменный по высоте коэффициент фильтрации. После такой подстановки в случае неоднородного по вертикали грунта

$$\frac{dq}{dz}=k_z(H-h_0)\frac{dR}{dz}. \qquad (3.22)$$

Интегрируя уравнение (3.22), получим расход из зоны, расположенной под дреной

$$q=(H-h_0)\int_0^a k_z dR=(H-h_0)\int_0^a \frac{k_z\left(S-\frac{2}{\pi}z\right)dz}{(S+\eta_z)^2}. \qquad (3.23)$$

Отметим, что член $\eta_a=1{,}47a\lg\frac{2a}{\pi d}$ можно рассматривать как дополнительную длину участка фильтрации, на котором реализуются потери, связанные с несовершенством дрены.

С. Н. Нумеров, А. В. Романов и другие авторы для учета дополнительных потерь напора, связанных с несовершенством дрены, вводили дополнительные члены в длину пути фильтрации. Можно было бы вместо удлинения участка фильтрации уменьшать расчетное значение напора, т. е. принимать, что $H_р=(H-h_0)\alpha$, где $H_р$—расчетное значение напора, а α—коэффициент, меньший единицы.

В формуле (3.17) произведение $a\alpha$ можно трактовать, как «активную зону» (Е. А. Замарин, Паркер). Собственно, у С. Ф. Аверьянова роль этого коэффициента уменьшения a или H и играет коэффициент висячести α.

В отличие от движения в однородной среде, где струйки не испытывают преломления на границах двух сред, в неоднородных грунтах происходит изменение их направления, при сохранении общего направления движения к стоку (дрене).

Рассмотрим картину притока воды к дрене, заложенной в верхний, менее проницаемый грунт (k_1), подстилаемый более проницаемым (k_2).

Как известно ([8], [38] и др.), при переходе фильтрационного потока из одного грунта в другой действительны условия равенства давлений (p), напоров (h) и функций тока (ψ). Обозначая соответствующими индексами 1 и 2 характеристики течений в верхнем и нижнем грунтах, имеем следующие условия на линии раздела:

$$p_1=p_2;\ h_1=h_2;\ \psi_1=\psi_2;\ \frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{k_1}=\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{k_2}, \qquad (3.24)$$

где α_1 и α_2 — углы между векторами скоростей в нижнем и верхнем грунтах и нормалью к поверхности раздела (в нашем случае вертикалью).

Следовательно, скорости движения при переходе через границу претерпевают разрыв, их вертикальные составляющие равны $V_{1n}=V_{2n}$, но горизонтальные составляющие относятся как $\frac{V_{1x}}{V_{2x}}=\frac{k_1}{k_2}$, отчего и полный вектор скорости V_2 и по направлению и по величине отличается от V_1.

В нашем случае ($k_2>k_1$) $V_2>V_1$ и $\alpha_2>\alpha_1$, то есть линии тока претерпевают излом, как это показано на рис. 20. Отмечаем, что потенциалы скоростей $\varphi=-k\left(\frac{p}{\gamma}+y\right)=-kh$

так же, как и скорости, претерпевают разрыв и их отношение равно $\frac{q_1}{q_2}=\frac{k_1}{k_2}$.

Следует подчеркнуть, что несмотря на это, никаких дополнительных потерь напора при переходе через границу раздела грунтов не происходит ($h_1=h_2$).

Точное решение для рассматриваемой задачи получить весьма затруднительно (см. примерно аналогичную задачу о напорной фильтрации под гидросооружениями в слоистых грунтах, рассмотренную П. Я. Кочиной. Решение для частного случая двух слоев одинаковой толщины ($a_1=a_2$) получено на 13-ти страницах с привлечением теории гипергеометрических и эллиптических функций и весьма сложного математического аппарата. Поэтому попытаемся решить задачу упрощенно, корректируя решение данными лабораторных исследований.

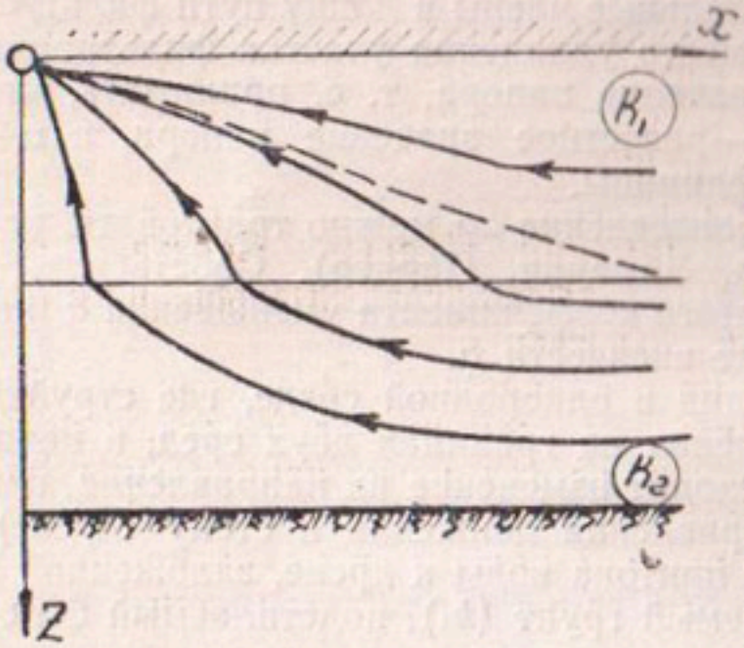


Рис. 20

Прежде всего, отметим, что случай $\kappa_1>\kappa_2$ особых затруднений не вызывает, т. к. основной расход в этом случае пойдет по первому слою и учет дополнительных сопротивлений введением коэффициента α должен, вообще говоря, соответствовать схеме движения.

При $k_2>k_1$, т. е. в том случае, когда дрена уложена в менее проницаемый верхний слой, расход из первого слоя может быть без особого ущерба для точности вычислен по формуле С. Ф. Аверьянова при $a=a_1$ и $k=k_1$, т. е. в предположении, что по линии раздела слоев уложена непроницаемая мембрана.

Расход из нижнего слоя должен вычисляться с учетом дополнительных фильтрационных сопротивлений, связанных с пропуском этого расхода через верхний, менее проницаемый слой.

Как указывалось выше, в главе I, в качестве одного из методов решения данной задачи можно воспользоваться так называемым виртуальным методом. Данный метод был предложен академиком Н. Н. Павловским [34] для расчета движения горизонтального потока через земляные плотины с ядром, диафрагмой или экраном.

Виртуальный метод основывался на возможности масштабного искажения области фильтрации в горизонтальном направлении при сохранении величины действующего напора (разность напоров на концах участка S) для реальной и искаженной областей фильтрации.

В случае, рассмотренном Н. Н. Павловским, расход через ядро, диафрагму или экран зависел исключительно от коэффициента фильтрации грунтов, примененных для их сооружения, и величины действующего напора.

Безапелляционная экстраполяция данного метода на случай работы дренажей по-видимому не совсем законна, так как, в отличие от работы ядра или диафрагмы, где Н. Н. Павловским предполагалось прямолинейное направление движения потока, поток к несовершенной дрене имеет криволинейное очертание, особенно резко выраженное в зоне, непосредственно к ней прилегающей.

В связи с криволинейностью потока в формуле для расхода к горизонтальному участку S добавляется некоторый дополнительный участок η_a, который, по С. Ф. Аверьянову, в случае грунтового питания, равен $\eta_a = 1{,}47a \lg \frac{2a}{\pi d}$.

Если под виртуальным методом понимать масштабное искажение области фильтрации, т. е. замену реальной области деформированной, то, принимая во внимание, что величина дополнительного участка η_a зависит от расстояния между дреной и водоупором (это расстояние входит в состав выражения стоящего под знаком логарифма и является множителем в выражении для определения η_a), ошибка от замены реальной зоны приведенной будет зависеть от степени искажения, которая, в свою очередь, будет определяться отношением коэффициентов фильтрации деформируемых слоев.

Необходимо также заметить, что a является множителем в формуле для расхода. Поэтому и здесь вместо a надо подставлять приведенное ее значение.

Формула С. Ф. Аверьянова рекомендуется для применения при $\frac{a}{S} \leqslant 1{,}0$. Если разница в проницаемости верхнего и нижнего слоев будет достаточно большой, то почти во всех случаях, когда $k_2 \gg k_1$, пользоваться данной формулой будет невозможно и придется принимать, что расход из нижней зоны будет равен расходу дрены при бесконечном удалении водоупора.

Наблюдения за течением жидкости в щелевом лотке показывают, что наиболее резкое искривление струй наблюдается в непосредственной близости от дрены.

Поэтому, если подходить сугубо приближенно, можно считать, что траектория элементарной струйки состоит из двух участков—горизонтального, длиной S, и некоторого криволи-

нейного участка, который в случае однородного грунта равен η_a.

Гидродинамическая сетка движения потока к дрене в слоистом (в частности, в двухслойном) грунте показывает, что отдельные линии тока входят в верхние слои в различных точках линий раздела грунтов; поэтому в принципе было бы необходимо находить приведенные длины для элементарных струек. Принимая во внимание, что при резкой разнице в проницаемости слоев движение в более проницаемом слое в основном горизонтально и переход в верхний слой (искривление потока) происходит в непосредственной близости к дрене, нам представляется возможным применение следующего приема.

В случае духслойного грунта, предполагая отсутствие взаимодействия между пластами, расход из верхнего слоя, в котором уложена дрена, можно определить по формуле

$$q_1 = \frac{k_1 a_1 H}{S+\eta_1} = \frac{k_1 a_1 H}{S_1}, \qquad (3.24а)$$

где $\eta_1 = 1{,}47\, a_1 \lg \frac{2a_1}{\pi d}$; $S_1 = S + \eta_1$.

Расход из нижнего слоя, с учетом дополнительных сопротивлений, возникающих при его пропуске через верхний слой, определим по формуле

$$q_2 = \frac{k_2 a_2 H}{S_2}, \qquad (3.24б)$$

где S_2—приведенная длина пути фильтрации для расхода из нижнего слоя.

Если предположить, что переход в верхний слой происходит в непосредственной близости к дрене, то величину S_2 было бы необходимо принять равной $S_2 \cong S + a_2 + n_1 a_1$, где $n_1 = k_2/k_1$. Такое допущение, видимо, оправдывается при больших значениях n_1 ($n_1 > 100$). При относительно малых значениях n_1 приведенная длина пути фильтрации будет большей, так как линии тока входят в верхний слой на большем удалении от дрены.

На основании материалов опытов на приборе ЭГДА и в щелевом лотке мы считаем возможным применение следующей формулы для определения S_2:

$$S_2 = S + 1{,}47 \left(a + \frac{2n_1 a_1 a_2}{a}\right) \lg \frac{2a}{\pi d}, \qquad (3.24в)$$

где $n_1 = k_2/k_1$.

При $n_1 = 1$, т. е. в случае однородного грунта, можно положить либо a_1, либо $a_2 = 0$ и формула (3.24в) приведется к формуле С. Ф. Аверьянова.

Если грунт трехслойный, то величину S_3—приведенную длину участка фильтрации для расхода из третьего слоя определяем по формуле

$$S_3 = S + 1{,}47\left(a + \frac{2n_1a_1a_2}{a} + \frac{2n_2a_2a_3}{a}\right)\lg\frac{2a}{\pi d}, \qquad (3.24г)$$

где $n_2 = \frac{k_3}{k_2}$.

Аналогично для m-го слоя получим

$$S_m = S + 1{,}47\left(a + \frac{2}{a}\sum_{1}^{m-1} n_i a_i a_{i+1}\right)\lg\frac{2a}{\pi d}, \qquad (3.24д)$$

где $n_i = \frac{k_{i+1}}{k_i}$.

Если один из слоев непроницаем, то приведенная длина для расходов из слоев, расположенных ниже этого слоя, становится равной бесконечности. Составляющие расходов из этих слоев будут равны нулю.

При всей приближенности виртуального метода (в дальнейшем мы под виртуальным методом будем подразумевать не метод искажения области фильтрации в вертикальном направлении, а ввод приведенных длин) он будет давать более близкие к действительности расходы, чем рекомендуемый Б. А. Глейзером метод осреднения коэффициентов фильтрации по высоте дренируемого слоя.

Полный расход из зоны, расположенной под дреной, в случае двухслойного грунта определится по формуле

$$q = \left(\frac{k_1a_1}{S_1} + \frac{k_2a_2}{S_2}\right)H. \qquad (3.25)$$

В случае большего числа слоев (например, для m-слойного грунта) получим

$$q = H\sum_{1}^{m}\frac{k_ia_i}{S_i}, \qquad (3.25а)$$

где S_i—приведенная длина путей фильтрации для соответствующих слоев нижней зоны.

Подсчеты, произведенные по формулам (3.25) и (3.25а) для различных случаев строения области фильтрации, дают в общем удовлетворительную сходимость с данными опытов (см. стр. 85).

Принимая во внимание приближенный характер мелиоративных расчетов, можно (с указанными оговорками) считать данный метод практически приемлемым.

Другим возможным, но также приближенным подходом является предлагаемый метод расчета, предусматривающий

ввод коэффициентов в расходы отдельных слоев, учитывающих дополнительные потери, связанные с движением жидкости из нижних слоев через верхние. В данном случае, как и при виртуальном способе расчета, не производится искажения области фильтрации и логически он представляется более правильным, чем метод искажения области фильтрации.

С вводом этого коэффициента формула (3.23) приобретает следующий вид:

$$q=(H-h_0)\int_0^a \lambda_z k_z dR. \tag{3.26}$$

Необходимость учета этих потерь можно показать на основе следующих рассуждений. Если в формуле (3.26) принять $\lambda_z=1$, т. е. пренебречь потерями на участке от линии раздела до дрены, то

$$q=(H-h_0)\int_0^a k_z dR. \tag{3.27}$$

При разрывном изменении проницаемости по высоте, наблюдаемом в случае слоистых грунтов, уравнение (3.27) может быть формально проинтегрировано в следующем виде (для двухслойного грунта):

$$q=(H-h_0)\left(k\int_0^{a_1} dR+k_2\int_{a_1}^{a} dR\right). \tag{3.28}$$

В результате интегрирования получим

$$q=(H-h_0)\left[\frac{k_1 a_1}{S+\eta_1}+k_2\left(\frac{a}{S+\eta}-\frac{a_1}{S+\eta_1}\right)\right], \tag{3.29}$$

где $\eta=1{,}47a\lg\frac{2a}{\pi d}$; $\eta_1=1{,}47a_1\lg\frac{2a_1}{\pi d}$.

После небольших преобразований формула (3.29) может быть приведена к следующему виду:

$$q=(H-h_0)\left[\frac{k_2 a}{S+\eta}+\frac{(k_1-k_2)a_1}{S+\eta_1}\right]. \tag{3.30}$$

Проанализируем значения расходов, даваемые формулой (3.30).

При $k_2=k_1$, т. е. в случае однородного грунта, формула (3.30) дает расходы, соответствующие расходам, получаемым по формуле С. Ф. Аверьянова (аналогично и при $k_2=0$). При $k_1=0$, т. е. при укладке дрены в непроницаемый грунт, формула (3.30) должна давать $q=0$. Однако в этом случае

$$q=(H-h_0)\left[\frac{k_2 a}{S+\eta}-\frac{k_2 a_1}{S+\eta_1}\right]>0, \tag{3.31}$$

так как первый член всегда больше второго и равен ему только при $a=a_1$, т. е. в случае однородного грунта (в случае неоднородного грунта этого быть не может). Полученный результат понятен, так как интегрирование выражения (3.26) для нижнего слоя производить нельзя, ибо дополнительные сопротивления возникают не в нижнем, а в верхнем слое. Таким образом, без ввода соответствующей поправки формула (3.30) будет давать неверные решения. Очевидно, что при $k_1=0$ суммарные потери должны быть таковы, что q должно становиться равным нулю, несмотря на то, что расход, идущий по слою a_2 не равен нулю. Такой случай может наблюдаться, например, при укладке дрены в кровлю артезианского пласта, когда по водопроницаемой прослойке движется довольно большой расход, а в дрену, уложенную в непроницаемый слой, вода не поступает до тех пор, пока она не вскроет водоносный пласт.

Введем во второй член формулы (3.29) некоторый коэффициент λ_1. В этом случае

$$q=\frac{k_1 a_1 (H-h_0)}{S+\eta_1}+\lambda_1 k_2 (H-h_0)\left(\frac{a}{S+\eta}-\frac{a_1}{S+\eta_1}\right). \qquad (3.32)$$

Первый член в формуле (3.32) представляет собой расход из верхнего слоя, второй—из нижнего. При $k_1=0$ первый член формулы (3.28) обращается в нуль. Чтобы $q=0$, необходимо, чтобы $\lambda_1=0$.

Для практических расчетов можно пользоваться приближенным значением коэффициента λ_1, полученного нами на основании обработки материалов опытов, произведенных на приборе ЭГДА. Эмпирическая зависимость для определения λ_1 для двухслойного грунта имеет следующий вид:

$$\lambda_1=\sqrt{\frac{1}{1+\omega_1^2}}, \qquad (3.33)$$

где

$$\omega_1=\frac{a_1 a_2 n_1^{2\beta_1}}{a^2(n_1+2)}; \quad n_1=\frac{k_2}{k_1}.$$
$$\beta_1=\sqrt{1+\frac{a_1}{a}}. \qquad (3.34)$$

Проанализируем значения λ_1, получаемые по формуле (3.33). При $k_1=0$ $n_1=\infty$, $\omega_1=\infty$ и $\lambda_1=0$. В случае однородного грунта линия раздела в области фильтрации отсутствует и можно считать, что либо $a_1=0$, т. е. линия раздела грунтов проходит на горизонте укладки дрены, либо $a_2=0$, т. е. она располагается вдоль водоупора. В обоих случаях $\omega_1=0$ и $\lambda_1=1$.

Таким образом, формула (3.33) дает необходимые по смыслу граничные значения коэффициента λ_1.

В силу ограниченных возможностей, даваемых жидкостным прибором ЭГДА, на котором производились опыты, диапазон изменения $n_1=\frac{k_2}{k_1}$ был относительно невелик (в опытах удалось получить решения для случаев $0{,}1\leqslant n\leqslant 10$). Для случаев более резкой разницы в проницаемости верхнего и нижнего слоев ($0{,}001\leqslant n\leqslant 1000$), по данным опытов в щелевом лотке для вычисления ω_1, можно пользоваться следующей формулой:

$$\omega_1=\frac{\beta_1 a_1 a_2 n_1^{0,8}}{(a+0{,}5a_1)^2}, \tag{3.35}$$

где

$$\beta_1=\sqrt{1+\frac{a_1}{a}}. \tag{3.36}$$

Для суждения о масштабах расхождений в размерах расходов, вычисляемых по формулам (3.32) и (3.25), с действительными расходами были произведены расчеты и определены расходы на приборе ЭГДА при следующих значениях компонентов формулы (3.32): $a=4$ м, $a_1=1{,}4$ м, $a_2=2{,}6$ м, $d=0{,}1$ м, $S=14$ м, $H=0{,}8$ м.

Коэффициент фильтрации нижнего слоя был условно принят равным единице (1 м/сутки), а верхнего слоя—0,25 м/сутки. Таким образом, $n_1=\frac{k_2}{k_1}=\frac{1{,}0}{0{,}25}=4{,}0$.

При принятых данных, так как $n_1<10$ и $\beta=\sqrt{1+\frac{1{,}4}{4}}=$ $=1{,}16$,

$$\omega_1=\frac{\beta_1 a_1 a_2 n_1^2}{a^2(n_1+2)}=\frac{1{,}16\cdot 1{,}4\cdot 2{,}6\cdot 4^2}{4^2(4+2)}=0{,}71;$$

$$\lambda_1=\sqrt{\frac{1}{1+\omega_1^2}}=\sqrt{\frac{1}{1+0{,}71^2}}=0{,}82;$$

$$S+\eta=S+1{,}47a\lg\frac{2a}{\pi d}=14+1{,}47\cdot 4\cdot\lg\frac{2\cdot 4}{3{,}14\cdot 0{,}1}=22{,}30;$$

$$S+\eta_1=S+1{,}47\,a_1\lg\frac{2a_1}{\pi d}=14+1{,}47\cdot 1{,}4\cdot\lg\frac{2\cdot 1{,}4}{3{,}14\cdot 0{,}1}=15{,}95;$$

$$q=0{,}8\left[\frac{0{,}25\cdot 1{,}4}{15\cdot 95}+0{,}82\cdot 1{,}0\left(\frac{4}{22{,}30}-\frac{1{,}4}{15{,}95}\right)\right]=0{,}078\ м^2/сут.$$

По формуле (3.25) $q=0{,}074$ *м²/сут.*

По данным опыта, $q=0{,}078$ *м²/сутки.*

Во втором варианте было принято $k_2=0{,}25$, $k_1=1$ *м/сут.*, $a_1=2{,}6$ *м*, $a_2=1{,}4$ *м*, $H=0{,}8$ *м*.

При этих условиях $n_1=0{,}25$.

$$\omega_1=\frac{a_1a_2n_1^2\beta}{a^2(n_2+2)}=\frac{2{,}6\cdot 1{,}4\cdot 0{,}25^2\cdot 1{,}28}{4^2(0{,}25+2)}=0{,}008;\quad \lambda_1\cong 1;$$

$$S+\eta_1=14+1{,}47\cdot 2{,}6\cdot \lg\frac{2\cdot 2{,}6}{3{,}14\cdot 0{,}1}=18{,}65;\quad \beta_1=\sqrt{1+\frac{2{,}6}{4{,}0}}=1{,}28;$$

$$q=0{,}8\left[\frac{2{,}6\cdot 1{,}0}{18{,}65}+1{,}0\cdot 0{,}25\left(\frac{4}{22{,}30}-\frac{2{,}6}{18{,}65}\right)\right]=0{,}120\ м^2/сут.$$

Опыт дал $q=0{,}127$ м²/сутки.

По формуле (3.25) $q=0{,}123$ м²/сутки.

В третьем варианте было принято $a_1=1$ м, $a_2=3$ м, $a=4$ м, $k_1=0{,}1$ м/сутки, $k_2=1$ м/сутки, $S=14$ м, $d=0{,}1$ м, $H=1$ м.

При этих условиях $n_1=10$.

$$\omega_1=\frac{a_1a_2n_1^2\beta_1}{a^2(n_1+2)}=\frac{1\cdot 3\cdot 10^2\cdot 1{,}12}{4^2(10+2)}=1{,}75;\ \beta_1=\sqrt{1+\frac{1}{4}}=1{,}12;$$

$$\lambda_1=\sqrt{\frac{1}{1+\omega_1^2}}=\sqrt{\frac{1}{1+1{,}75^2}}=0{,}50;\quad S+\eta_1=15{,}17;$$

$$q=1{,}0\left[\frac{0{,}1\cdot 1}{15{,}17}+0{,}50\cdot 1{,}0\left(\frac{4}{22{,}30}-\frac{1}{15{,}17}\right)\right]=0{,}063\ м^2/сутки.$$

Опыт дал $q=0{,}067$ м²/сутки. По формуле (3.25) $q=0{,}062$ м²/сутки.

Как видно из приведенных данных, расчеты довольно хорошо сходятся с результатами опытов. Если не вводить λ_1 в расход нижнего пласта, то в третьем случае, когда разница в проницаемости слоев уже была существенной, расход был бы равен 0,120 м²/сутки, т. е. почти в два раза превысил бы фактический.

Сделаем теперь попытку получения поправочного коэффициента для расходов из отдельных слоев в случае многослойного водоносного слоя.

Предположим, что водоносный слой (рис. 21) составлен из трех или, в более общем случае, из m слоев различной проницаемости.

Расход дрены с учетом потерь на пропуск расходов q_2 и q_3 через вышележащие пласты может быть определен по следующей формуле:

$$q=(H-h_0)\left(k_1\int_0^{a_1}dR+\lambda_1k_2\int_{a_1}^{a_1+a_2}dR+\lambda_2k_3\int_{a_1+a_2}^{a}dR\right),\qquad (3.37)$$

где λ_{l-1} — коэффициент, учитывающий суммарные потери напора по длине пути фильтрации.

Для упрощения терминологии в дальнейшем будем условно считать, что все потери относятся к соответствующей линии раздела. Очевидно, что если бы было m слоев, то было бы необходимо определить $m-1$ коэффициентов λ_{i-1}. Величину коэффициентов λ_{i-1}, на которую нужно умножать расход слоя ($i=2,3\,m$), можно определять по следующей формуле:

$$\lambda_{i-1}=\sqrt{\frac{1}{1+\omega_{i-1}^2}}, \tag{3.38}$$

где в случае малой разницы в проницаемости соседних слоев ($n_i\leqslant 10$)

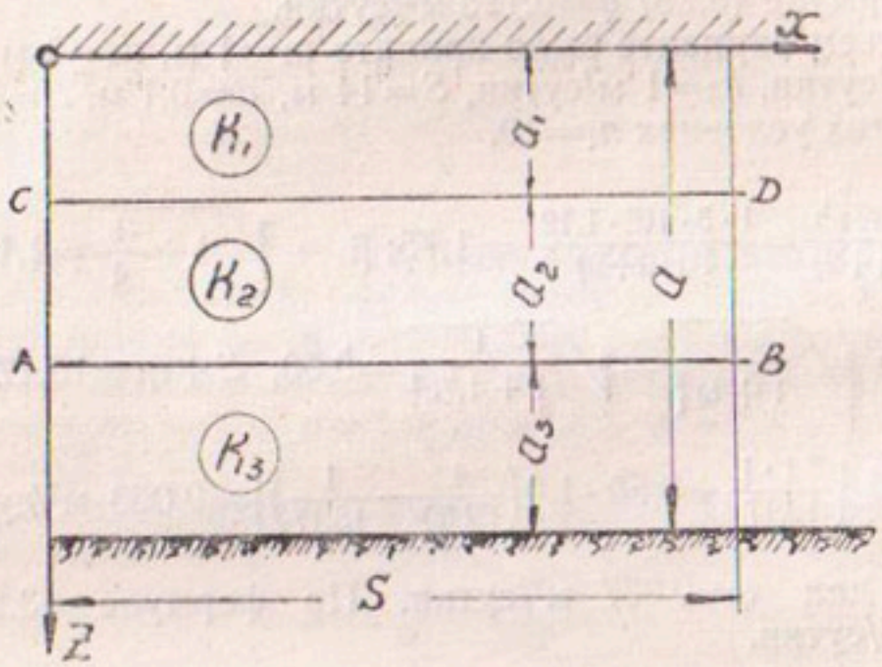


Рис. 21

$$\omega_{i-1}=\sum_{1}^{i-1}\frac{\beta_{c-1}a_{c-1}a_c n^2_{c-1}}{a^2(n_{c-1}+2)}, \tag{3.39}$$

где

$$(i=2,\,3\ldots\,m),\ \beta_{c-1}=\sqrt{1+\frac{D_{c-1}}{D_c}};\ \ n_{c-1}=\frac{k_c}{k_{c-1}};$$

D_{c-i} —расстояние от дрены до подошвы с—1 слоя;
a—полная толщина всего водоносного пласта.

При $n>10$, т. е. при большой разнице между проницаемостью соседних слоев, ω_{i-1} определяется по формуле

$$\omega_{i-1}=\sum_{1}^{i-1}\frac{\beta_{c-1}a_{c-1}a_c n^{0,8}_{c-1}}{\left(a+0,5\sum\limits_{1}^{i-1}a_c\right)^2}, \tag{3.40}$$

где

$$\beta_{c-1}=\sqrt{1+\frac{D_{c-1}}{D_c}};\quad n_{c-1}=\frac{k_c}{k_{c-1}},$$

D_c—расстояние от дрены до подошвы c-го слоя.

Для случая трехслойного грунта при малой разнице в проницаемости слоев значение ω_1 и ω_2 получим, принимая $i=2$ и $i=3$ в формуле (3.39). Для $i=2$

$$\omega_{i-1}=\omega_1=\frac{\beta_1 a_1 a_2 n_1^2}{a^2(n_1+2)};\quad n_1=\frac{k_2}{k_1}. \tag{3.41}$$

Для $i=3$

$$\omega_{i-1}=\omega_2=\frac{\beta_1 a_1 a_2 n_1^2}{a^2(n_1+2)}+\frac{\beta_2 a_2 a_3 n_2^2}{a^2(n_2+2)};\quad n_2=\frac{k_3}{k_2}. \tag{3.42}$$

Если грунт четырехслойный (рис. 22), то коэффициент для вычисления λ_3, на который необходимо умножать расход из четвертого слоя, определяется по следующей формуле (при $i=4$):

$$\omega_{i-1}=\omega_3=\frac{\beta_1 a_1 a_2 n_1^2}{a^2(n_1+2)}+\frac{\beta_2 a_2 a_3 n_2^2}{a^2(n_2+2)}+\frac{\beta_3 a_3 a_4 n_3^2}{a^2(n_3+2)};\quad n_3=\frac{k_4}{k_3}; \tag{3.43}$$

$$\beta_1=\sqrt{1+\frac{D_1}{D_2}};\quad \beta_2=\sqrt{1+\frac{D_2}{D_3}};\quad \beta_3=\sqrt{1+\frac{D_3}{D_4}}.$$

$$D_1=a_1;\ D_2=a_1+a_2;\ D_3=a_1+a_2+a_3;\ D_4=a.$$

При резкой разнице в проницаемости соседних слоев необходимо пользоваться формулой (3.40). В частности, для четырехслойного грунта ω_3 получит следующий вид:

$$\omega_3=\frac{\beta_1 a_1 a_2 n_1^{0,8}}{(a+0{,}5a_1)^2}+\frac{\beta_2 a_2 a_3 n_2^{0,8}}{[a+0{,}5(a_1+a_2)]^2}+\frac{\beta_3 a_3 a_4 n_3^{0,8}}{[a+0{,}5(a_1+a_2+a_3)]^2}. \tag{3.44}$$

Принимая во внимание приближенный характер предлагаемых зависимостей, применение их ограничивается условием $n_i\leqslant 1000$.

Рассмотрим свойства коэффициента λ_{i-1}, выражаемого формулой (3.38). Предположим, что грунт четырехслойный (рис. 22). Если ни один из слоев не имеет нулевой проницаемости, то в дрену поступают расходы из всех четырех слоев.

Предположим теперь, что третий слой имеет нулевую проницаемость. Тогда расходы из третьего и четвертого слоев не должны поступать в дрену, ибо из третьего слоя расход должен быть равен нулю, так как $k_3=0$, а расход из четвертого слоя не должен попадать в дрену, так как на его пути находится непроницаемый слой. Действительно, в формуле (3.37) третий член, стоящий в скобках, равен нулю, так как $k_3=0$. Четвертый член (член, который необходимо было бы ввести в эту формулу) равен нулю, так как в формуле (3.44) n_3 равно бесконечности и поэтому $\omega_3=\infty$. Раз $\omega_3=\infty$, то $\lambda_3=0$ и расход из четвертого слоя не попадает в дрену.

Производя аналогичные рассуждения для случая $k_2=0$ или $k_1=0$, мы могли бы убедиться, что при $k_2=0$ в дрену попадает только расход из первого слоя, а при $k_1=0$ в нее не попадает ни один из расходов, ибо из первого слоя расхода не поступает, так как $k_1=0$, а из остальных — вследствие равенства нулю коэффициентов λ_{i-1}, входящих множителями в расходы из этих слоев. Это свойство коэффициента λ, позволяющее учитывать прекращение доступа воды в дрену из слоев, перекрываемых непроницаемым слоем, или резкое снижение поступления ее из этих слоев в случае слабой проницаемости пере-

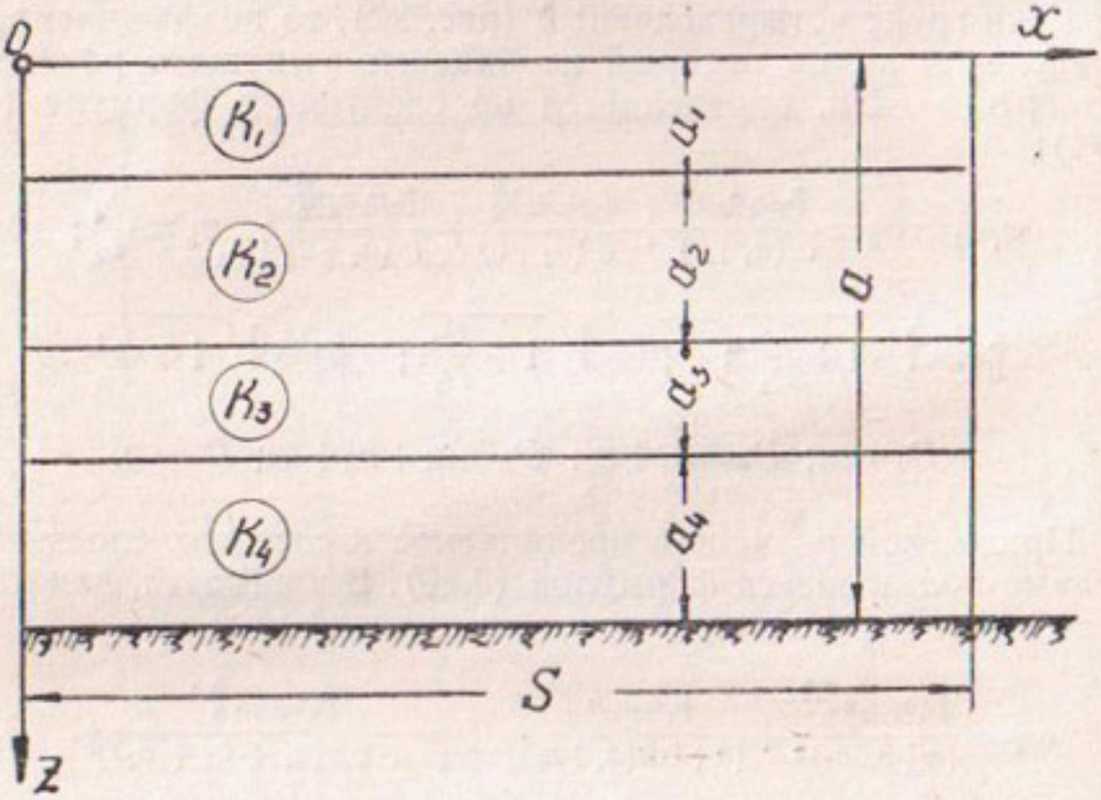


Рис. 22

крывающего пласта, дает основание назвать λ «запирающим» коэффициентом.

С целью проверки результатов, даваемых расчетными формулами, были произведены подсчеты расходов для трехслойного и четырехслойного водоносного пласта, которые затем сличались с результатами опытов.

При общей мощности трехслойного водоносного пласта $a=4$ м, были приняты $a_1=1{,}4$ м, $a_2=1{,}2$ м, $a_3=1{,}4$ м, $S=14$ м, $d=0{,}1$ м, $H=0{,}8$ м. Коэффициенты фильтрации, соответственно, принимались равными $k_1=0{,}5$ м/сутки, $k_2=1{,}0$ м/сутки, $k_3=0{,}25$ м/сутки.

Расходы q_1, q_2 и q_3, вычисленные без учета коэффициентов λ_{i-1}, составили, соответственно:

$$q_1=\frac{k_1 a_1 H}{S+\eta_1}=\frac{0{,}5\cdot 1{,}4\cdot 0{,}8}{15{,}95}=0{,}035\ м^2/сут.;$$

$$q_2=k_2H\left(\frac{a_1+a_2}{S+\eta_2}-\frac{a_1}{S+\eta_1}\right)=1\cdot 08\left(\frac{2,6}{18,65}-\frac{1,4}{15,95}\right)=0,041\ м^2/сут.;$$

$$q_3=k_3H\left(\frac{a}{S+\eta}-\frac{a_1+a_2}{S+\eta_2}\right)=0,25\cdot 0,8\left(\frac{4,0}{22,30}-\frac{2,6}{18,65}\right)=0,008\ м^2/сут.;$$

$$\omega_1=\frac{1,4\cdot 1,2\cdot 2^2}{4^2(2+2)}\sqrt{1+\frac{1,4}{2,6}}=0,30;\quad \lambda_1=0,995;$$

$$\omega_2=0,122+\frac{1,2\cdot 1,4\cdot 0,25^2}{4^2(0,25+2)}\sqrt{1+\frac{2,6}{4,0}}=0,134;\quad \lambda_2=0,99;$$

$$q=q_1+\lambda_1q_2+\lambda_2q_3=0,035+0,995\cdot 0,041+0,99\cdot 0,008=$$

$$=0,0837\ м^2/сут.$$

По формуле (3.25а) $q=0,083$ м²/сут. Опыт дал $q=0,083$ м²/сут.

В связи с тем, что опыт с трехслойным грунтом был поставлен с чередованием слоев, при котором $\lambda_1\cong\lambda_2\cong 1$, т. е. не служил убедительным доказательством необходимости ввода коэффициентов λ_{i-1} в расходы из i слоев, был произведен опыт с четырехслойным грунтом со следующим вариантом чередования слоев: $a_1=1,4$ м, $a_2=1,4$ м, $a_3=0,9$ м, $a_4=0,8$ м, $k_1=0,1$ м/сутки, $k_2=0,58$ м/сутки, $k_3=0,19$ м/сутки, $k_4=1,0$ м/сутки, $H=1$ м.

Расходы q_1, q_2, q_3 и q_4, вычисленные без учета коэффициентов λ_{i-1}, равны, соответственно:

$$q_1=\frac{k_1a_1H}{S+\eta_1}=\frac{0,1\cdot 1,4\cdot 1}{15,95}=0,0088\ м^2/сут.;$$

$$q_2=k_2H\left(\frac{a_1+a_2}{S+\eta_2}-\frac{a_1}{S+\eta_1}\right)=0,58\cdot 1\left(\frac{2,8}{19,15}-\frac{1,4}{15,95}\right)=0,034\ м^2/сут.$$

$$q_3=k_3H\left(\frac{a_1+a_2+a_3}{S+\eta_3}-\frac{a_1+a_2}{S+\eta_2}\right)=0,19\cdot 1\left(\frac{3,7}{21,5}-\frac{2,8}{19,15}\right)=$$

$$=0,0050\ м^2/сут.;$$

$$q_4=k_4H\left(\frac{a}{S+\eta}-\frac{a_1+a_2+a_3}{S+\eta_3}\right)=1,0\cdot 1,0\left(\frac{4,5}{23,70}-\frac{3,7}{21,5}\right)=$$

$$=0,018\ м^2/сут.$$

Общий расход дрены (без учета λ_{i-1}) $q=0,0658$ м²/сутки.

$$\omega_1=\frac{1,4\cdot 1,4\cdot 5,8^2}{4,5^2(5,8+2)}\sqrt{1+\frac{1,4}{2,8}}=0,515;\quad \lambda_1=0,895;$$

$$\omega_2 = 0{,}515 + \frac{1.4 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}33^2}{4{,}5^2(0{,}33+2)} \sqrt{1 + \frac{2{,}8}{2{,}7}} = 0{,}518;\ \lambda_2 = 0{,}893;$$

$$\omega_3 = 0{,}518 + \frac{0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 5{,}25^2}{4{,}5^2(5{,}25+2)} \sqrt{1 + \frac{3{,}7}{4{,}5}} = 0{,}700;\ \lambda_3 = 0{,}82.$$

Общий расход дрены:

$$q_0 = 0{,}0088 + 0{,}895 \cdot 0{,}034 + 0{,}893 \cdot 0{,}0050 + 0{,}82 \cdot 0{,}018 =$$

$$= 0{,}0088 + 0{,}0304 + 0{,}0044 + 0{,}0147 = 0{,}058 \text{ м}^2/\text{сутки}.$$

Опыт дал 0,057 м²/сутки. По формуле (3.25а) $q =$ $= 0{,}058$ м²/сутки.

Завышение расхода при вычислении расходов без учета коэффициентов λ_{i-1} составило 15%, с учетом коэффициентов λ_{i-1} — только 2%.

Приведенные данные показывают в общем довольно хорошую сходимость опытов с расчетами.

По ряду обстоятельств (см. [4]) применение предлагаемых формул ограничивается условием

$$\frac{S}{a} \geqslant 3. \tag{3.45}$$

Случай двухслойного грунта можно рассматривать как частный случай многослойного грунта, когда существует лишь единственная линия раздела. Поэтому формулы для двухслойного грунта имеют то же строение, что и для многослойного.

Возможность получения поправочных коэффициентов, учитывающих потери напора в слоистых грунтах на преодоление дополнительных сопротивлений, возникающих при пропуске расхода из нижележащих слоев через верхние, позволяет решить вопрос о расходе дрен в вертикально-неоднородных грунтах с плавным изменением проницаемости по высоте. Расход из такого грунта с учетом потерь может быть определен по формуле (3.26). Так как общего выражения для $\lambda_z = f(z)$ пока не получено, то определение расхода с учетом потерь можно произвести путем разбивки эпюры коэффициентов фильтрации на m частей, вычисления для них средних значений k_z и коэффициентов λ_{i-1}, т. е. путем замены эпюры с плавно изменяющимся значением коэффициента фильтрации ступенчатой эпюрой. Такая разбивка дает возможность применять ранее приведенный метод подсчета λ_{i-1}. Разбивку эпюры, как правило, не следует производить более чем на 3—5 участков.

В заключение необходимо обратить внимание на следующий факт.

При интенсивном уменьшении коэффициента фильтрации

в направлении от дрены к водоупору, т. е. в случае укладки дрены в наиболее проницаемый слой, коэффициенты λ_{i-1} близки к единице и уменьшение расхода дрены в основном идет за счет уменьшения общей пропускной способности водоносного пласта, а не за счет дополнительных потерь напора. В этом случае λ_{i-1} можно принять равными единице, ибо такое допущение не будет вводить особой погрешности в результаты расчетов.

Другое дело при изменении фильтрационных свойств в обратном порядке, т. е. в случае нарастания проницаемости в направлении водоупора. Так как расход дрены зависит в основном от фильтрационных свойств зоны, непосредственно примыкающей к дрене (активная зона), а воздействие более удаленных слоев в этом случае будет осуществляться через более слабопроницаемые слои, то можно считать, что хорошо проницаемые слои при значительном удалении от дрены, уложенной в слабопроницаемый грунт будут оказывать тем меньшее воздействие на ее расход, чем они глубже расположены.

Как указывалось выше, коэффициенты λ_{i-1} показывают потери по длине пути фильтрации, который составлен из различных грунтов, располагающихся выше кровли рассматриваемого слоя. Потери на сужение потока вследствие несовершенства дрены в формуле (3.26) учтены ранее вводом коэффициента висячести. Как будет показано ниже, данный коэффициент вполне удовлетворительно оценивает эти потери.

Сравнение результатов опытов и подсчетов по виртуальному и предлагаемому нами методу показывает, что данные методы дают в общем удовлетворительную сходимость вычисленных и полученных на приборе ЭГДА расходов.

Все это дает основание рекомендовать как тот, так и другой метод для использования при производстве расчетов в слоистых грунтах.

Если определить расходы, исходя из приведенных значений $a_{пр}$, получаемых в результате масштабного искажения области фильтрации, и сравнить их с результатами опытов и расчетов по рекомендованным выше методам, то будем иметь следующую картину (табл. 1а).

Таблица 1а

№ опыта	Число слоев	Расходы м²/сутки				Примечание
		с запирающими коэффиц.	виртуальный метод	метод искажения обл.	по данным опытов	
1	2	0,078	0,074	0,055	0,078	При $a_{пр} > S$ расходы вычислялись по формуле А. Н. Костякова как для дрены с бесконечным удалением водоупора
2	2	0,120	0,123	0,121	0,127	
3	2	0,063	0,062	0,028	0,067	
4	3	0,084	0,083	0,095	0,083	
5	4	0,058	0,058	0,028	0,057	

Как видно из данных табл. 1а, метод искажения области фильтрации дает неудовлетворительные результаты, причем разница в расчетных и фактических расходах тем больше, чем резче искажение области, расположенной под первым слоем, и чем меньше удельный вес первого слоя в общей мощности водоносного пласта.

§ 4. Несовершенный канал или дрена в потоке со свободной поверхностью

Выше мы рассмотрели случай вскрытия дреной или несовершенным каналом напорного водоносного пласта и привели значения расходов при укладке дрены на контакте его кровли с непроницаемым слоем, перекрывающим пласт.

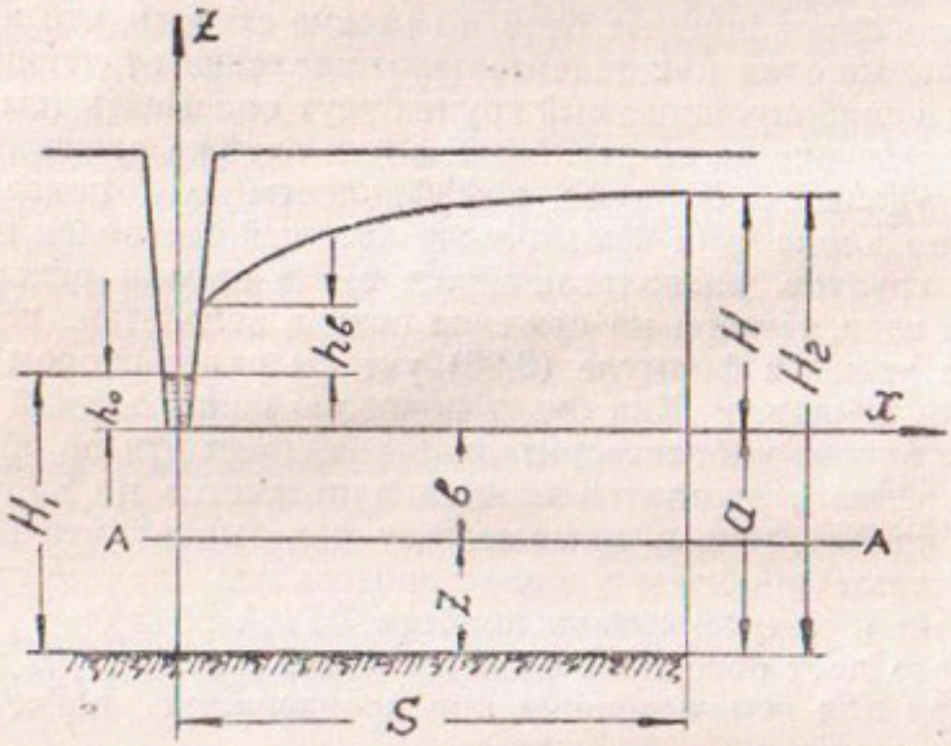


Рис. 23а

Рассмотрим теперь приток к дрене в потоке со свободной поверхностью. Обратим вначале внимание на одно важное свойство такого потока на примере хорошо исследованного случая фильтрации воды через прямоугольную перемычку. Как показал И. А. Чарный [49], формула Дюпюи для определения расхода, имеющая вид

$$q = \frac{k\left(H_2^2 - H_1^2\right)}{2S}, \qquad (4.1)$$

в точности соответствует гидромеханическому решению, полученному более сложным путем П. Я. Кочиной [38].

Особо следует подчеркнуть, что в качестве H_1 следует принимать фактическую глубину воды в нижнем бьефе без учета высоты участка высачивания ($h_в$).

Проведем мысленно некоторую горизонтальную линию AA на расстоянии z от поверхности водоупора. Тогда (рис. 23а)

$$H_2 = z + b + H; \quad H_1 = z + b + h_0. \tag{4.2}$$

Принимая $h_0 = 0$, т. е. полагая $H_1 = z + b = a$, получим для совершенного канала.

$$q = \frac{k[(H + b + z)^2 - (b + z)^2]}{2S} = \frac{k[(H + b)^2 - b^2]}{2S} + \frac{kzH}{S}. \tag{4.3}$$

Первый член правой части уравнения (4.3) численно равен расходу потока со свободной поверхностью при водоупоре, проходящем по линии AA, второй — расходу напорного по-

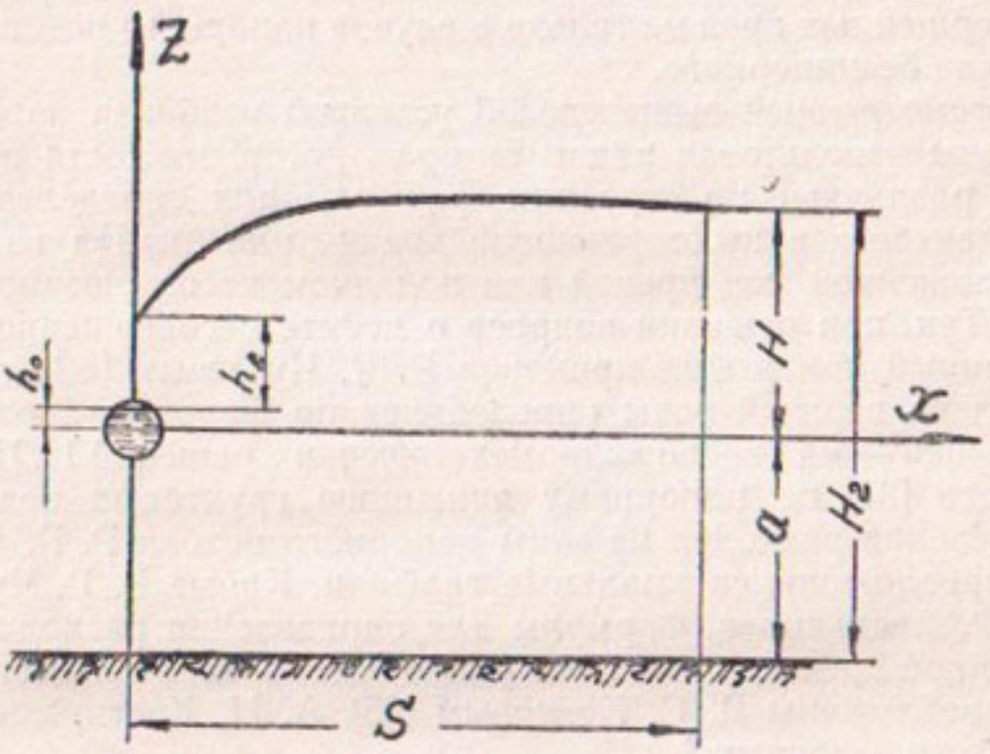


Рис. 23б

тока, у которого кровля проницаемого слоя проходит по линии AA. Таким образом, расход q можно рассматривать как сумму расходов двух потоков, один из которых — напорный, а другой — со свободной поверхностью. Необходимо заметить, что численное равенство расхода q сумме расходов q_0 и q_1, из которых q_0 — расход напорного потока, а q_1 — расход потока со свободной поверхностью, вовсе не обозначает, что передвигая линию AA по вертикали, мы превращаем зону, расположенную ниже этой линии в зону напорного потока, а зону, находящуюся выше этой линии, оставляем зоной потока со свободной поверхностью.

Поток при всех условиях остается сплошным и непрерывным и движение фильтрующей жидкости совершенно не изменяет своего характера от перемещения условной линии

раздела AA. В частности, при $z=a$ $(b=0)$ получим $q_1=\frac{kH^2}{2S}$; $q_0=\frac{kaH}{S}$.

Заменим теперь нижний бьеф (то есть откос перемычки или канала, доходящего до водоупора) дреной (рис. 23б) с тем же самым напором $H_1=a$.

Можно предполагать, что при такой замене расход q_1, подсчитанный как протекавший в верхней зоне (выше AA), существенно не изменится, а дополнительные сопротивления, вызванные заменой канала дреной, будут возникать при движении в нижней зоне. Такое допущение значительно облегчает расчеты и дает возможность применения формул, учитывающих дополнительные сопротивления при вычислении расходов несовершенных дрен не только в случае напорного потока, но и в случае безнапорного.

Рассмотренный выше способ условной разбивки потока на две зоны использован рядом авторов, которыми были предложены различные по строению формулы для определения q_0, поступающего в несовершенную дрену или канал из зоны, расположенной под дреной или под дном несовершенного канала. Так, при решении вопроса о дебите несовершенной дрены данный прием был применен Р. Р. Чугаевым [50], причем расход из верхней зоны определялся по формуле Дюпюи, а из нижней — на основе гидромеханических решений Н. Н. Павловского [34] по напорному движению грунтовых вод. Для определения расходов из зоны напорного потока Р. Р. Чугаевым предложены специальные графики. Кроме Р. Р. Чугаева и С. Ф. Аверьянова, формулы для определения расхода несовершенной дрены из зоны напорного потока, вскрываемого дреной, предложены В. С. Козловым [25], А. Н. Костяковым [23] и другими авторами.*

По А. Н. Костякову,

$$q_0=\frac{\pi k\frac{\alpha}{90}(H-h_0)}{2\ln\frac{2S}{d}}, \qquad (4.4)$$

где

$$\frac{\alpha}{90}=\frac{a}{S}\ln\left(1+0{,}8\ln\frac{S}{a}\right).$$

Таким образом,

$$q_0=\frac{\pi ka\left(1+0{,}8\ln\frac{S}{a}\right)(H-h_0)}{2S\ln\frac{2S}{d}}. \qquad (4.5)$$

* Формулы А. В. Романова и Н. Н. Веригина здесь не приводим, так как расходы, вычисленные по этим формулам, совпадают с расходами, полученными по формуле С. Ф. Аверьянова [6].

В формулах (4.4) и (4.5) a — расстояние от дрены до водоупора; d — диаметр дрены; S — радиус депрессии; q_0 — расход, поступающий в дрену с одной ее стороны.

В. С. Козлов [25] для притока воды к несовершенной дрене при грунтовом питании предложил иную формулу. В обозначениях настоящего изложения она имеет следующий вид:

$$q=\frac{\pi kH}{\ln\frac{(S^2+H^2)^2}{4adH(a+H)}}. \tag{4.6}$$

Для дрены на водоупоре следует принимать $a=\frac{d}{2}$.

При подсчете расхода «напорной зоны» принимаем

$$q_0=q-\frac{kH^2}{2S}. \tag{4.7}$$

Другая формула В. С. Козлова предложена для определения расхода несовершенной дрены в случае инфильтрационного питания и имеет следующий вид:

$$pS=\frac{kH^2}{S}B,* \tag{4.8}$$

где p — модуль инфильтрации осадков;

$$B=1+5{,}5\sqrt{\frac{ad}{2(a+H)H}}. \tag{4.9}$$

По Н. К. Гиринскому [11], расход несовершенной дрены определяется следующей формулой:

$$q=\frac{k(H^2+2aH)}{2\left(S+\frac{2{,}3a}{\pi}\lg\frac{2a}{\pi d}\right)}, \tag{4.10}$$

где второй член знаменателя учитывает дополнительные потери напора, связанные с несовершенством дрены. Величина q_0 нами определяется из условия

$$q_0=\frac{k(H^2+2aH)}{2\left(S+\frac{2{,}3a}{\pi}\lg\frac{2a}{\pi d}\right)}-\frac{kH^2}{2S}. \tag{4.11}$$

В практике проектирования дренажных систем за границей широкое применение получила формула С. Б. Хоогхаудта [57],

---

* Формула (4.8) дает заниженные расстояния между дренами по сравнению с формулами С. Ф. Аверьянова, А. Н. Костякова и других авторов.

которая при принимаемых нами обозначениях может быть записана в следующем виде:

$$E^2=8\frac{k}{p}T_1(H-h_0)+4\frac{k}{p}(H^2-h_0^2), \qquad (4.12)$$

где T_1— величина, которую, как полагает С. Ф. Аверьянов [3], можно трактовать как «активный слой грунтовых вод», участвующий в их движении к дренам.

Определение величины T_1 по Хоогхаудту производится по довольно громоздким таблицам, причем T_1 определяется подбором, так как оно находится в зависимости от самого определяемого расстояния E, радиуса дрены и мощности водоносного пласта, расположенного под дреной. Как видно из таблиц, значение T_1 увеличивается с ростом глубины залегания водоупора, имея, однако, определенный предел.

Принимая величину $h_0=0$, формулу (4.12) можно переписать в следующем виде:

$$E=2H\sqrt{\frac{k}{p}}\sqrt{1+\frac{2T_1}{H}}. \qquad (4.13)$$

Если сравнить результаты, полученные по формулам Хоогхаудта и С. Ф. Аверьянова, можно убедиться почти в полной их индентичности. Однако при пользовании формулой С. Ф. Аверьянова можно получить решения непосредственно— без подбора, а по методу Хоогхаудта этого избежать невозможно.

Если водоупор находится на бесконечном удалении от дрены, то для вычисления расхода из нижней зоны можно воспользоваться формулой А. Н. Костякова, которая имеет следующий вид:

$$q_0=\frac{\pi k(H-h_0)}{2\ln\frac{2S}{d}}. \qquad (4.14)$$

Формула А. Н. Костякова получена на основе предположения, что при бесконечном удалении водоупора линии равного напора — концентрические окружности, а линии тока — радиусы, перпендикулярные к этим окружностям, то есть она соответствует формуле течения к линейному стоку.

Между прочим, (4.14) в точности соответствует формуле Дюпюи для планового течения воды к одиночному колодцу (для этого по смыслу следует принять $S=R$; $d=2r$; $Q=4q_0$).

В опубликованной С. К. Абрамовым [1] работе рекомендуется в формулу А. Н. Костякова вводить поправочный коэффициент 0,8. Данная рекомендация, на наш взгляд, необоснована. Заниженные значения расходов, полученные в институте ВОДГЕО, объясняются, по-видимому, тем, что формула

А. Н. Костякова, выведенная для бесконечно удаленного водоупора, проверялась при конечном его удалении, т. е. условия опыта не соответствовали случаю, для которого предусмотрена формула.

Для проверки правильности размеров расхода из нижней зоны несовершенной дрены, даваемых формулами различных авторов, нами произведено определение расхода q_0 по формулам С. Ф. Аверьянова, В. С. Козлова, Н. К. Гиринского и А. Н. Костякова (последняя с учетом конечной глубины залегания водоупора). Результаты расчетов проверены на приборе ЭГДА. В качестве расчетного был принят случай $S=14$ м, $d=0{,}1$ м, $H=0{,}8$ м, $k=1$ м/сутки при изменении a от 1 до 7 м. Результаты подсчетов и данные опытов, проведенных У. Х. Томбергом, приводятся в таблице 2. При производстве расчетов по определению q_0 по В. С. Козлову использована формула (4.7).

Из приведенных в таблице 2 результатов подсчета q_0 по формулам и данных опытов видно, что наиболее близкие к результатам опытов значения q_0 получаются по формулам С. Ф. Аверьянова. Разница в вычисленных и полученных в результате опытов значениях q_0 обычно не превышает 5%, т. е. находится в пределах точности измерений и инженерных расчетов. Формула А. Н. Костякова и графики Р. Р. Чугаева дают более низкие, чем по данным опытов значения.

Формула (4.10) Н. К. Гиринского дает повышенные значения расходов. Формула В. С. Козлова дает явно неудовлетворительные результаты, и рекомендовать ее для практического применения, по-видимому, невозможно.

Принимая во внимание менее громоздкое строение формул С. Ф. Аверьянова, в дальнейшем, при выводе расчетных формул для определения расхода и радиуса действия несовершенных дрен, будем пользоваться формулами С. Ф. Аверьянова.

Таблица 2

Расстояния до водоупора (a)	Расход из нижней зоны, в м²/сутки					
	по данным опытов	по С. Ф. Аверьянову	по Р. Р. Чугаеву	по Н. К. Гиринскому	по В. С. Козлову	по А. Н. Костякову
0	0	0	0	0	0,160	0
1	0,054	0,054	0,051	0,054	0,210	0,049
2	0,092	0,093	0,090	0,100	0,235	0,081
3	0,125	0,122	0,104	0,139	0,245	0,105
4	0,151	0,143	0,122	0,171	0,272	0,126
5	0,172	0,160	0,144	0,199	0,288	0,143
6	0,182	0,171	0,153	0,222	0,301	0,159
7	0,190	0,182	0,162	0,242	0,313	0,171

При производстве подсчетов для составления таблицы 2 расход из нижней зоны определялся как разность между общим расходом q, получавшимся в результате опытов, и постоянным расходом q_1, который при принятых размерах (S=14 м и H=0,8 м) составлял

$$q=\frac{kH^2}{2S}=\frac{1\cdot 0{,}8^2}{2\cdot 14}=0{,}023 \text{ м}^2/\text{сут}.$$

Таким образом, предполагалось, что кривая депрессии при всех условиях была параболой с горизонтальной осью симметрии, проходящей через центр дрены.

Необходимо, однако, заметить следующее. Так как определение расходов q_0 при составлении таблицы 2 велось исходя из того, что q_1=const, т. е. для q_1 не учитывались потери «на вход» в дрену, возрастающие в связи с общим увеличением q при удалении водоупора, расходы из нижней зоны несколько занижались за счет завышения q_1. Если учитывать эти сопротивления, т. е. вводить коэффициент висячести и в расход верхней зоны, то с удалением водоупора расход q_1 будет несколько уменьшаться и в связи с этим в общем расходе q будет увеличиваться доля, падающая на q_0. Этим можно объяснить некоторое занижение величины q_0 по сравнению с данными опыта (при подсчете q_0 по принятой методике), наиболее заметное при больших значениях a—расстояния до водоупора.

Если учесть сказанное, мы должны признать большую точность формулы С. Ф. Аверьянова. При увеличении a, по-видимому, происходит некоторое перераспределение расходов между верхней и нижней зонами. Подтверждением этого, можно считать изменение конфигурации кривой депрессии при изменении расстояния от дрены до водоупора. Проходя через одни и те же концевые точки, она, с удалением водоупора, сначала становится несколько положе, а затем все более и более крутой, причем наиболее значительная разница в ординатах наблюдается на участке, непосредственно примыкающем к дрене.

Для иллюстрации приводим данные измерений ординат кривой депрессии в долях от H при различном расстоянии a от водоупора до дрены (таблица 3).

Изменение расходов из верхней зоны, связанное с изменением формы кривой депрессии, по-видимому, незначительно. Поэтому разбивка потока на две условные зоны и вычисление расхода из верхней зоны в предположении, что кривая депрессии — парабола с горизонтальной осью симметрии, проходящей через центр дрены, вносит, по-видимому, несущественную ошибку в результаты вычислений. Однако это дает весьма важную, в особенности в случае неоднородных грунтов, воз-

Таблица 3

$a_м$ \ x/S	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0
0	0,30	0,45	0,55	0,63	0,70	0,78	0,90	1,0
1	0,22	0,32	0,43	0,52	0,60	0,69	0,85	1,0
2	0,29	0,38	0,48	0,55	0,63	0,71	0,87	1,0
3	0,32	0,43	0,50	0,58	0,65	0,73	0,87	1,0
4	0,35	0,45	0,54	0,60	0,68	0,75	0,88	1,0
5	0,37	0,49	0,58	0,64	0,70	0,77	0,88	1,0
6	0,41	0,53	0,61	0,68	0,73	0,79	0,90	1,0

можность независимого вычисления расходов из верхней и нижней зон.

Разбивка фильтрационного потока на две условные зоны дает, кроме того, возможность избавиться от одного весьма существенного ограничения, которое было наложено С. Ф. Аверьяновым на применение рекомендуемых им формул. Ограничение это сводится к тому, что формулы, где коэффициент висячести вводится множителем в размер общего расхода q несовершенного канала или дрены, С. Ф. Аверьянов рекомендует непосредственно применять при $\frac{H}{a} \leqslant 0{,}2$, т. е. в том случае, когда расход из нижней зоны составляет подавляющую часть общего расхода.

В случае $\frac{H}{a} > 0{,}2$ для применения формул необходимо соответствующее «осреднение» мощности потока грунтовых вод, что при расчетах дренажей в неоднородных грунтах может внести некоторые неудобства.

Учитывая сказанное, в дальнейших расчетах принимается следующий вид формул для расхода несовершенных головных дрен или каналов в однородном грунте:

$$q = \frac{kH^2}{2S} + \frac{kHa}{S}\alpha, \qquad (4.15)$$

т. е. α вводится только во второй член, учитывающий расход из нижней зоны. Такая схема приводит к некоторому завышению расчетных расходов и расстояний между дренами, однако значительно облегчает расчеты.

В предыдущем разделе настоящей главы нами уже показано, что в условиях напорного потока общие потери напора при движении жидкости к дрене состоят из потерь по длине пути фильтрации и потерь на сужение потока. Последние связаны с несовершенством дрены и учитываются вводом коэффициента висячести.

Следует заметить, что движение вязкой жидкости в естественных грунтах с малой проницаемостью (глины и тяжелые

суглинки) имеет свои особенности, связанные с более интенсивным проявлением действия молекулярных сил, которым можно пренебречь лишь в случае проницаемых грунтов.

Обычно применяемый закон Ньютона для внутреннего трения в вязкой жидкости для данного случая должен быть заменен зависимостью Бингама-Шведова, т. е. при расчетах движения в слабопроницаемых грунтах должен учитываться так называемый начальный градиент i_0, величина которого у глин и тяжелых суглинков часто достигает больших размеров. i_0 представляет собой градиент, который должен быть превзойден для того, чтобы началось движение потока. Если $\frac{\partial h}{\partial s} < i_0$, то движение потока не начинается, несмотря на наличие разности напоров.

§ 5. Учет расхода капиллярной каймы при фильтрационных расчетах

При движении потока со свободной поверхностью грунтовых вод движение происходит не только в зоне полного насыщения, расположенной под свободной поверхностью грунтовых вод, но и в зоне, находящейся над этой поверхностью, т. е. в зоне так называемой капиллярной каймы (рис. 24). Зона капиллярной каймы располагается между дневной поверхностью и свободной поверхностью потока и представляет собой зону неполного насыщения грунта. Передвижение влаги в зоне капиллярной каймы происходит более или менее параллельно основному потоку грунтовых вод, а расход этой зоны в ряде случаев составляет значительную долю от основного расхода (расхода потока, расположенного ниже кривой депрессии).

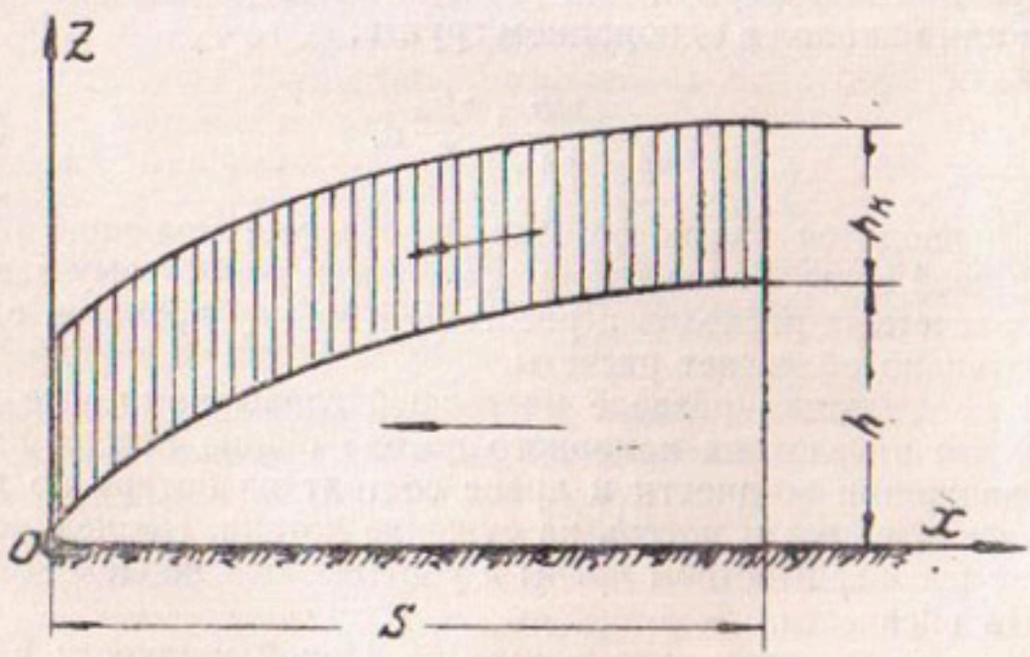


Рис. 24

Роль расхода капиллярной каймы в общем расходе грунтового потока зависит от отношения горизонтальной протяженности потока к его глубине и высоты зоны неполного насыщения. Чем больше это отношение и чем больше зона неполного насыщения, тем больший удельный вес приобретает расход капиллярной каймы в общем расходе. В практике мелиоративных расчетов нередки случаи довольно больших отношений $\frac{l}{h_{ср}}$, и поэтому учет расхода капиллярной каймы представляет значительный практический интерес.

Одной из попыток количественной оценки участия капиллярной каймы в общем потоке грунтовых вод является работа С. Ф. Аверьянова [2], в которой дается приближенный метод определения расхода зоны капиллярного поднятия и критерий для оценки возможности пренебрежения этим расходом.

Приведем основные рассуждения С. Ф. Аверьянова по данному вопросу.

Расход потока грунтовых вод, без учета движения в капиллярной зоне, достаточно точно пределяется следующим уравнением:

$$q_0' = k_{w_1} \frac{\Delta h}{L} h_{ср}, \qquad (5.1)$$

где k_{w_1} — коэффициент водопроницаемости грунта при полной его влагоемкости w_1 с учетом защемленного воздуха; Δh—падение напора на длине L при средней глубине потока на этой длине—$h_{ср}$ L. Величина $h_{ср}$ при обычном способе осреднения принимается равной $h_{ср} = \frac{h_1 + h_2}{2}$.

Расход зоны капиллярной каймы для случая, когда y_0 — расстояние от поверхности грунтовых вод до поверхности земли, меньше или равно максимальной высоте капиллярного поднятия $h_к$, может быть определен как

$$q_к = \frac{\Delta h}{L} \int_0^{y_0} k_y dy, \qquad (5.2)$$

где k_y — переменная по высоте проницаемость капиллярной зоны, зависящая от влажности почво-грунта.

Принимая, что влажность при капиллярном поднятии распределяется по высоте согласно параболическому закону, С. Ф. Аверьянов получает следующее значение для влажности w_y в точке, расположенной на расстоянии y от поверхности грунтовых вод

$$w_y = w_1 \sqrt{1 - \frac{y}{h_к}\left(1 - \frac{w_0^2}{w_1^2}\right)}, \qquad (5.3)$$

где w_1—влажность у поверхности грунтовых вод; w_0—влажность при максимальной высоте капиллярного поднятия.

Для определения k_y — коэффициента фильтрации на высоте y от свободной поверхности, в зависимости от $w_y=w$ используется следующее условие:

$$k_y=k_w=k_{w_1}\left(\frac{w-w_0}{w_1-w_0}\right)^{3,5}. \tag{5.4}$$

Используя зависимости (5.3) и (5.4) после определения k_y, подстановки в уравнение (5.2) и его интегрирования С. Ф. Аверьянов получает

$$q_к=\frac{\Delta h}{L}\,k_{w_1}\beta y_0, \tag{5.5}$$

где $q_к$ — расход капиллярной каймы.

$$\beta=\frac{4}{11}\cdot\frac{\left(1-\overline{w}_0^2\right)\left(1+\frac{2}{9}\,\overline{w}_0\right)}{(1-w^2)\,(1+w_0)}\left[1-\frac{k_w(\overline{w}-\overline{w}_0)\left(\overline{w}+\frac{2}{9}\,\overline{w}_0\right)}{k_{w_1}(1-\overline{w}_0)\left(1+\frac{2}{9}\,\overline{w}_0\right)}\right], \tag{5.6}$$

где $\overline{w}=\frac{w}{w_1}$; $\overline{w}_0=\frac{w_0}{w_1}$.

При $\frac{y_0}{h_к}=0$, т. е. на поверхности грунтовых вод $\beta=1$, при $\frac{y_0}{h_к}=1$, т. е. в случае если зона, расположенная над поверхностью грунтового потока больше или равна высоте капиллярного поднятия,

$$\beta=\frac{4\left(1+\frac{2}{9}\,\overline{w}_0\right)}{11(1+\overline{w}_0)}. \tag{5.7}$$

Суммарный расход потока грунтовых вод

$$q=q_0'+q_к=\frac{\Delta h}{L}k_{w_1}\overline{h}, \tag{5.8}$$

где

$$\overline{h}=h_{ср}+\beta y_0.$$

В пределах наиболее часто встречающихся значений отношения $\frac{w_0}{w_1}$, $\left(-0{,}1<\frac{w_0}{w_1}<0{,}5\right)$ значение β колеблется в пределах $\beta=0{,}27\div0{,}36$ или, округленно, $\beta\approx0{,}3$. Таким образом, максимальный расход потока с учетом расхода капиллярной каймы (при $y_0\geqslant h_к$)

$$q_{max}\approx\frac{\Delta h}{L}k_{w_1}(h_{ср}+0{,}3h_к). \tag{5.9}$$

Принимая допустимую ошибку в определении размера расхода грунтового потока равной 5% и $\beta \cong 0{,}3$, С. Ф. Аверьянов приходит к выводу, что расход капиллярной каймы нецелесообразно учитывать только в том случае, если средняя глубина потока грунтовых вод более чем в 6 раз превышает максимальную высоту капиллярного поднятия. Эти средние глубины грунтовых вод по весьма грубым подсчетам могут быть приняты для песчаных грунтов в размере 3—6 м, суглинистых грунтов 6—12 м и глинистых — 12—24 м.

Даже для относительно неглубоко закладываемых дренажей (систематический дренаж) при обычно небольших y_0 желательно учитывать расход капиллярной каймы при небольших расстояниях дрен от водоупора. Как было уже показано выше, максимальное значение βy_0 колеблется около $0{,}3h_к$. Если $y_0 < h_к$, то дополнительная высота βy_0 может быть представлена как $\beta y_0 = 0{,}3\,\alpha h_к$, где α — некоторый коэффициент, изменяющийся от нуля до единицы. Если грубо принять, что α изменяется по параболическому закону, то величина α может быть определена по формуле

$$\alpha \cong \sqrt[4]{\frac{y_0}{h_к}}. \tag{5.10}$$

При α, определяемом формулой (5.10), дополнительная мощность потока будет равна

$$h' = \beta y_0 = 0{,}3\sqrt[4]{y_0 h_к^3}. \tag{5.11}$$

Зависимость (5.11), конечно, будет весьма грубой в сравнении с зависимостью (5.6), однако она дает возможность первой прикидки при производстве расчетов и, кроме того, удобна для пользования, так как не содержит членов w_0, w_1 и w, которые определяются в полевых условиях.

При пользовании формулой (5.11) для определения h'

$$q = \frac{\Delta h}{L} k_{w_1}\left(h_{ср} + 0{,}3\sqrt[4]{y_0 h_к^3}\right). \tag{5.12}$$

Если брать бесконечно близкие сечения, то $h_{ср} \longrightarrow h$, $\frac{\Delta h}{L} \to \frac{dh}{dx}$ и уравнение (5.12) может быть переписано в следующем виде:

$$q = k\left(h + 0{,}3\sqrt[4]{y_0 h_к^3}\right)\frac{dh}{dx}. \tag{5,13}$$

$$k = k_{w_1}.$$

Принимая во внимание, что $y_0=b-h$, где b — расстояние от водоупора до поверхности земли, и обозначив $0{,}3\sqrt[4]{h_к^3}=\eta$, получим

$$q=k\left(h+\eta\sqrt[4]{b-h}\right)\frac{dh}{dx}. \qquad (5.14)$$

Уравнение (5.14) можно рассматривать как уравнение Дюпюи, в котором приближенно учитывается расход капиллярной каймы. Оно действительно при $b-h<h_к$. При всей своей приближенности (5.14) будет давать более правильные значения, чем формулы, не учитывающие движения в зоне капиллярной каймы.

Если $b-h>h_к$, то уравнение (5.14) примет следующий вид:

$$q=k\left(h+0{,}3h_к\right)\frac{dh}{dx}. \qquad (5.15)$$

Интегрирование уравнения (5.14) дает следующий результат:

$$q=\frac{k}{L}\left\{\frac{H^2-h_0^2}{2}+0{,}24\sqrt[4]{h_к^3}\left[(b-h_0)^{5/4}-(b-H)^{5/4}\right]\right\}. \qquad (5.16)$$

В результате интегрирования уравнения (5.15) получим

$$q=\frac{k(H^2-h_0^2)}{2L}+\frac{0{,}6kh_к(H-h_0)}{2L}. \qquad (5.17)$$

Формула (5.17) показывает, что при расстоянии от свободной поверхности до поверхности почвы, большем $h_к$, величина расхода q довольно резко увеличивается за счет расхода капиллярной зоны.

Если взять отношение второго члена уравнения (5.17) к первому, то

$$\gamma'=\frac{0{,}6h_к}{H+h_0}. \qquad (5.18)$$

В глинах и суглинистых грунтах, где $h_к$ велико, γ' может достигать значений, больших единицы. В качестве примера рассмотрим случай $H=1$ м, $h_0=0{,}05$ м, $h_к=1{,}2$ м, $k=1$ м/сутки, $L=15$ м.

$$\gamma'=\frac{0{,}6\cdot 1{,}2}{1+0{,}05}=0{,}685$$

Таким образом, в данном случае за счет капиллярной каймы поступает около 70% расхода, вычисленного без учета движения в капиллярной зоне, и фактический расход будет равен $1{,}7\,q$.

Как видно из приведенного примера, в глинах и тяжелых суглинках дренаж желательно укладывать на глубину, не меньшую высоты капиллярного поднятия. При укладке дрен на небольшую глубину кроме уменьшения действующих напоров основного потока не используется возможность дополнительного увеличения расхода за счет расхода капиллярной каймы. Если принять во внимание крайне тяжелые условия для отвода вод в слабопроницаемых грунтах, использование дополнительных возможностей отвода воды за счет движения в зоне капиллярного насыщения было бы весьма желательным.

Приведенные выше соображения показывают, что и в слабопроницаемых грунтах более глубокая закладка дрен имеет определенные преимущества перед неглубокой.

В заключение отметим следующее: приведенные в § 2 настоящей главы дифференциальные уравнения неустановившегося движения в вертикально-неоднородных и изотропно-неоднородных грунтах, основанные на использовании функции Н. К. Гиринского (при $i=0$) и функции Φ_i (для случая $i \neq 0$), принципиально применимы лишь в случае слабо искривленных потоков. Если поток резко искривляется (например, в зоне точечного стока) и происходит перелив воды из верхних слоев в нижние, в эти уравнения необходимо вводить члены, учитывающие фильтрационные сопротивления на вертикальных участках траектории элементарных струек. В ряде случаев эти сопротивления оказывают решающее влияние на величину расхода дрен.

ГЛАВА III

РАСЧЕТ ЛОВЧИХ КАНАЛОВ, ГОЛОВНЫХ И БЕРЕГОВЫХ ДРЕН ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ ГРУНТОВОГО ПОТОКА

Рассматриваемые в настоящей главе схемы характеризуются постоянством расхода по длине потока грунтовых вод; они могут быть применены к расчету головных дрен и ловчих каналов, а также использованы при расчете береговых дрен, защищающих территорию от подтопления при устройстве водохранилищ.

Известно, что ловчие каналы, головные и береговые дрены рассчитываются на перехват грунтового потока, поступающего на ограждаемую территорию со стороны. Расходы от инфильтрации с площади водосбора самой дрены обычно не принимаются во внимание, так как они, как правило, составляют незначительную часть общего расхода. Дрена в этом случае работает на отвод постоянного по длине потока расхода q, и поэтому здесь возможно использование соответствующих теоретических положений.

Рассматриваемые ниже задачи располагаются в порядке возрастания сложности; вначале рассматривается работа совершенных каналов, а затем — более сложный случай работы несовершенных каналов и дрен.

§ 1. Совершенный ловчий канал при горизонтальном водоупоре в двухслойном грунте

В отличие от расчета движения грунтовых потоков со слабоизогнутой поверхностью, когда можно принять постоянство горизонтальной составляющей скорости по высоте и пользоваться без ввода соответствующих поправок функцией Н. К. Гиринского или ее разновидностью Φ_1, при расчете дренажей, когда кривая депрессии имеет местную большую кривизну и поток изгибается на относительно небольшом участке, приходится вводить необходимые поправки на потери

в) $k_1=k_2=k$. Для совместного потока

$$\frac{x}{S}=\frac{(h+M)^2-(h_1+M)^2}{(h_2+M)^2-(h_1+M)^2}. \qquad (1,11)$$

На основании приведенных формул получим следующие значения $\frac{x}{S}$ (таблица 4) для одинаковых напоров (в долях

Таблица 4

h/h_1	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$k_2=0$ . . .	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
$k_1=0$ . . .	0	0,15	0,32	0,52	0,75	1,00
$k_1=k_2$ . . .	0	0,17	0,36	0,56	0,77	1,00

h_1). Соответствующие распределения напоров показаны на рис. 26. Несмотря на простоту рассматриваемого примера, он позволяет сделать некоторые выводы, а именно:

1) распределение напоров зависит от соотношения коэффициентов фильтрации двух слоев; 2) крайние положения определяются двумя предельными случаями: а) $\kappa_2=0$; $\frac{k_1}{k_2}=\infty$ (линейное распределение), б) $k_1=0$; $\frac{k_2}{k_1}=\infty$ (параболическое распределение); 3) для любого конечного отношения $\frac{k_2}{k_1}$ эквипотенциали (и соответствующее положение пьезометрической поверхности) будут занимать промежуточное (между крайними) положение; в частности это хорошо видно для случая $\frac{k_1}{k_2}=1$ (случай *в*).

Так как приведенные решения для крайних случаев являются достаточно точными для верхнего потока при $\frac{S}{h_2+M}>3{,}5$ и $\frac{h_1+M}{h_2+M}>0{,}5$ параболическая кривая практически совпадает с получаемой по гидромеханическому решению [38] (для нижнего потока — линейное падение напоров), то можно сделать общий вывод о том, что при любом конечном значении $\frac{k_2}{k_1}$ должно происходить перетекание воды из верхнего в нижний пласт. Учитывая, что в силу неразрывности потока напоры по линии раздела пластов должны быть равны, получим следующую картину движения приблизительно изображенную на рис. 27, для случая $k_1>k_2$.

Пунктирной линией *а—а* показана граница между двумя потоками; как видно из рис. 27, она не совпадает с горизонтальной границей раздела пластов. Нижний пласт как бы отсасывает воду из верхнего (дренирует его). Следовательно, в

расположен ниже кровли нижнего слоя и имеет место ее пересечение кривой депрессии.

Предположим, что канал прорезает оба слоя, доходит до поверхности водоупора и горизонт воды в нем равен $M+h_1$ (рис. 25). Горизонт воды в сечении $x=S$ принимаем равным $M+h_2$.

Предположим, далее что вертикальная составляющая вектора скорости равна нулю. Тогда, используя функцию Н. К. Гиринского при принятом направлении потока, получим

$$\Phi' = \int_0^{H'} k_z (H-z)\,dz. \qquad (1.1)$$

Так как движение идет в двухслойном грунте функция Н. К. Гиринского приобретает следующий вид:

$$\Phi' = k_1 \int_0^{M} (H-z)\,dz + k_2 \int_M^{H'} (H-z)\,dz. \qquad (1.2)$$

Интегрирование уравнения (1.2) дает следующий результат:

$$\Phi' = \frac{k_1 M(2H'-M)+k_2(H'-M)^2}{2}. \qquad (1,3)$$

Учитывая основное свойство функции Φ', имеем

$$\Phi' = qx + c. \qquad (1.4)$$

Для определения c примем $x=0$, $H' = M+h_1$. Тогда

$$c = \frac{k_1 M(M+2h_1) + k_2 h_1^2}{2}. \qquad (1.5)$$

Уравнение поверхности грунтовых вод будет иметь вид

$$qx = k_1 M(H'-M-h_1) + \frac{k_2}{2}[(H'-M)^2 - h_1^2], \qquad (1.6)$$

или, учитывая, что $H'=M+h$,

$$qx = k_1 M(h-h_1) + \frac{k_2}{2}(h^2-h_1^2). \qquad (1.7)$$

В частности, при $x=S$, $h=h_2$, откуда

$$q = \frac{k_1 M(h_2-h_1)}{S} + \frac{nk_1(h_2^2-h_1^2)}{2S}, \qquad (1.8)$$

где

$$n = \frac{k_2}{k_1}.$$

Анализируя формулу (1.8), можно заметить, что первый ее член численно равен расходу нижнего потока (из зоны *ABEF*—рис. 25), если предположить, что он напорный; второй член формулы (1.8) равен расходу верхнего потока в предположении, что он свободный.

Таким образом, рассуждая формально, мы получаем, что полный расход потока в двухслойной среде равен сумме независимых потоков — верхнего (свободного) и нижнего (напорного). Это равносильно предположению, что по плоскости *BE* располагается непроницаемая перегородка (мембрана) и

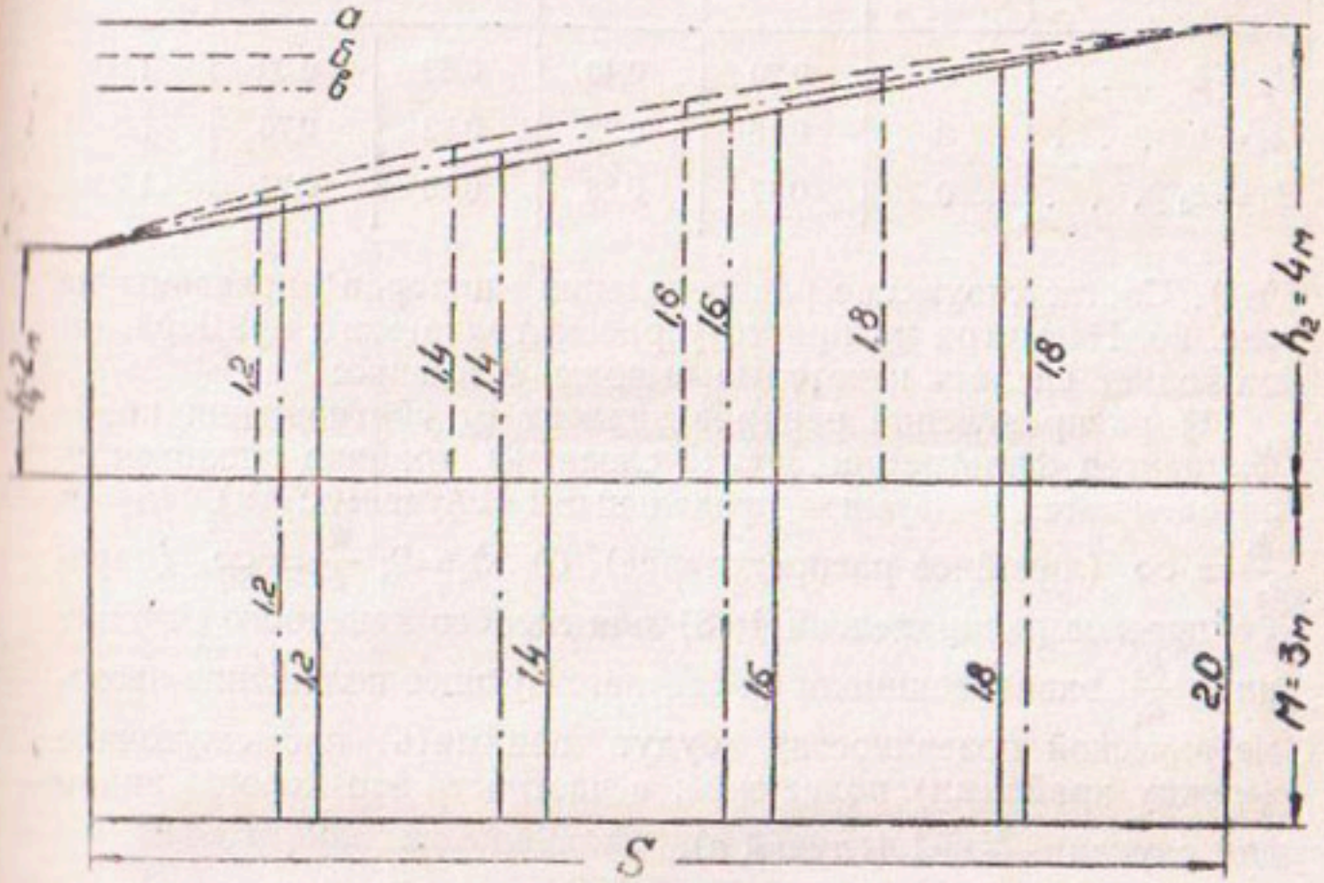


Рис. 26

потоки не влияют друг на друга. Однако известно, что распределение эквипотенциалей в свободном и напорном потоках различно и, следовательно, они при отсутствии перегородки должны влиять друг на друга. Рассмотрим этот вопрос более внимательно. В соответствии с обозначениями рис. 25, примем в качестве примера $S=10$ м, $h_2=4$ м, $h_1=2$ м, $M=3$ м и определим распределение напоров в верхнем и нижнем потоках при характерных значениях коэффициентов фильтрации k_2 и k_1.

а) $k_2=0$. Для нижнего напорного потока

$$\frac{x}{S}=\frac{h-h_1}{h_2-h_1}; \qquad (1.9)$$

б) $k_1=0$. Для верхнего свободного потока

$$\frac{x}{S}=\frac{h^2-h_1^2}{h_2^2-h_1^2}; \qquad (1.10)$$

в) $k_1=k_2=k$. Для совместного потока

$$\frac{x}{S}=\frac{(h+M)^2-(h_1+M)^2}{(h_2+M)^2-(h_1+M)^2}. \qquad (1,11)$$

На основании приведенных формул получим следующие значения $\frac{x}{S}$ (таблица 4) для одинаковых напоров (в долях

Таблица 4

h/h_1	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$k_2=0$ . . .	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
$k_1=0$ . . .	0	0,15	0,32	0,52	0,75	1,00
$k_1=k_2$ . . .	0	0,17	0,36	0,56	0,77	1,00

h_1). Соответствующие распределения напоров показаны на рис. 26. Несмотря на простоту рассматриваемого примера, он позволяет сделать некоторые выводы, а именно:

1) распределение напоров зависит от соотношения коэффициентов фильтрации двух слоев; 2) крайние положения определяются двумя предельными случаями: а) $k_2=0$; $\frac{k_1}{k_2}=\infty$ (линейное распределение), б) $k_1=0$; $\frac{k_2}{k_1}=\infty$ (параболическое распределение); 3) для любого конечного отношения $\frac{k_2}{k_1}$ эквипотенциали (и соответствующее положение пьезометрической поверхности) будут занимать промежуточное (между крайними) положение; в частности это хорошо видно для случая $\frac{k_1}{k_2}=1$ (случай *в*).

Так как приведенные решения для крайних случаев являются достаточно точными для верхнего потока при $\frac{S}{h_2+M}>3{,}5$ и $\frac{h_1+M}{h_2+M}>0{,}5$ параболическая кривая практически совпадает с получаемой по гидромеханическому решению [38] (для нижнего потока — линейное падение напоров), то можно сделать общий вывод о том, что при любом конечном значении $\frac{k_2}{k_1}$ должно происходить перетекание воды из верхнего в нижний пласт. Учитывая, что в силу неразрывности потока напоры по линии раздела пластов должны быть равны, получим следующую картину движения приблизительно изображенную на рис. 27, для случая $k_1>k_2$.

Пунктирной линией *а—а* показана граница между двумя потоками; как видно из рис. 27, она не совпадает с горизонтальной границей раздела пластов. Нижний пласт как бы отсасывает воду из верхнего (дренирует его). Следовательно, в

двухслойном грунте расход верхнего потока, втекающего через сечение *ДЕ*, частично поступает по пути движения в нижний слой и до выходного сечения *ВС* доходит не весь. Аналогично, следует принять, что расход, протекающий через нижний слой, увеличивается по пути от входа (*EF*) до выхода (*AB*). Очевидно, что убыль расхода из верхнего слоя равна прибавке в расходе нижнего слоя, так как суммарный расход, поступивший в сечение *DEF*, равен суммарному расходу, вытекающему из сечения *ABC*.

Возникает существенный вопрос: будет ли при заданных значениях S, M, h_1, h_2, k_1 и k_2 расход, пропускаемый двумя

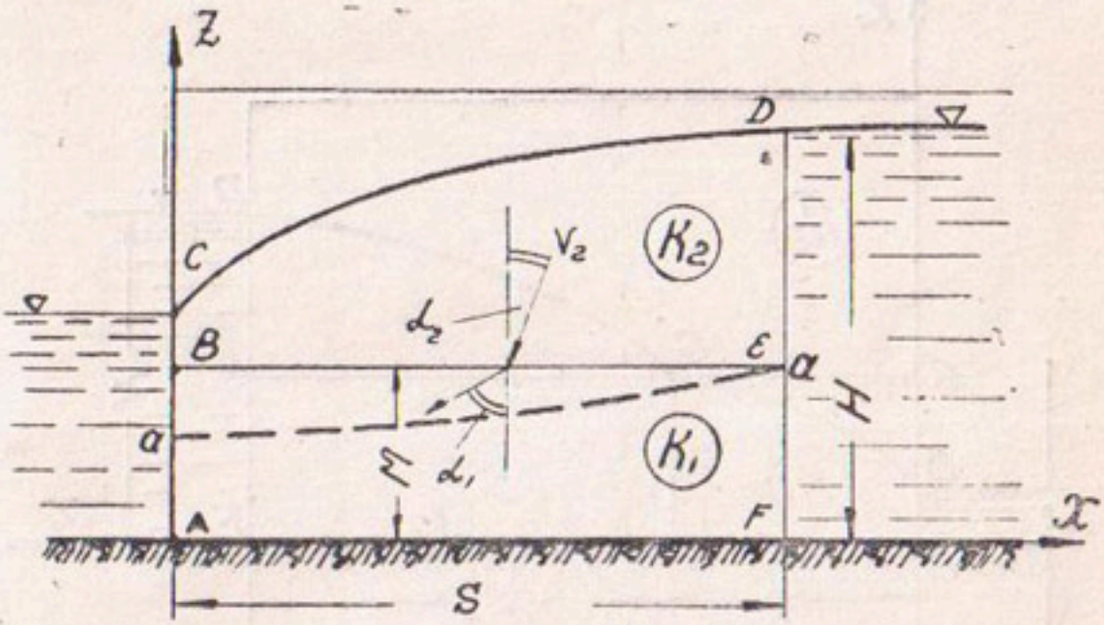


Рис. 27

слоями при их совместном действии, больше или меньше суммы расходов, подсчитанных по формуле (1.8) для каждого слоя в отдельности, т. е. в предположении, что они действуют самостоятельно. Ввиду отсутствия точного гидромеханического решения, указать расхождения в расходах, подсчитанных указанным образом, затруднительно. Однако можно утверждать, что, вообще говоря, при совместном действии двух слоев расход (при прочих равных условиях) должен быть несколько **больше,** чем сумма расходов каждого из слоев, подсчитанных в предположении их самостоятельного действия. Это следует из того, что при совместном действии слоев осуществляется потенциальное движение, то есть движение, соответствующее минимуму потерь во всей области.

Совершенно по-другому стоит вопрос о расходе **отдельно взятого слоя.** Выше было показано, что по мере приближения к каналу расход верхнего слоя уменьшается, а нижнего — увеличивается. Если опускать горизонт воды в канале ниже линии раздела слоев, то при определенном соотноше-

нии $\frac{k_2}{k_1}$ и величине h_0 весь расход верхнего слоя будет поступать в нижний, что видно, например, из рис. 28. Здесь весь расход, прошедший через сечение *ДЕ*, поступил в нижний слой на участке *GE*.

Покажем теперь, что несмотря на то, что формально по формуле (1.8) расход совместного потока в двух слоях рассматривается как сумма независимых расходов верхнего (свободного) и нижнего (напорного) потоков, в этом решении предусматривается поступление воды из верхнего слоя в нижний.

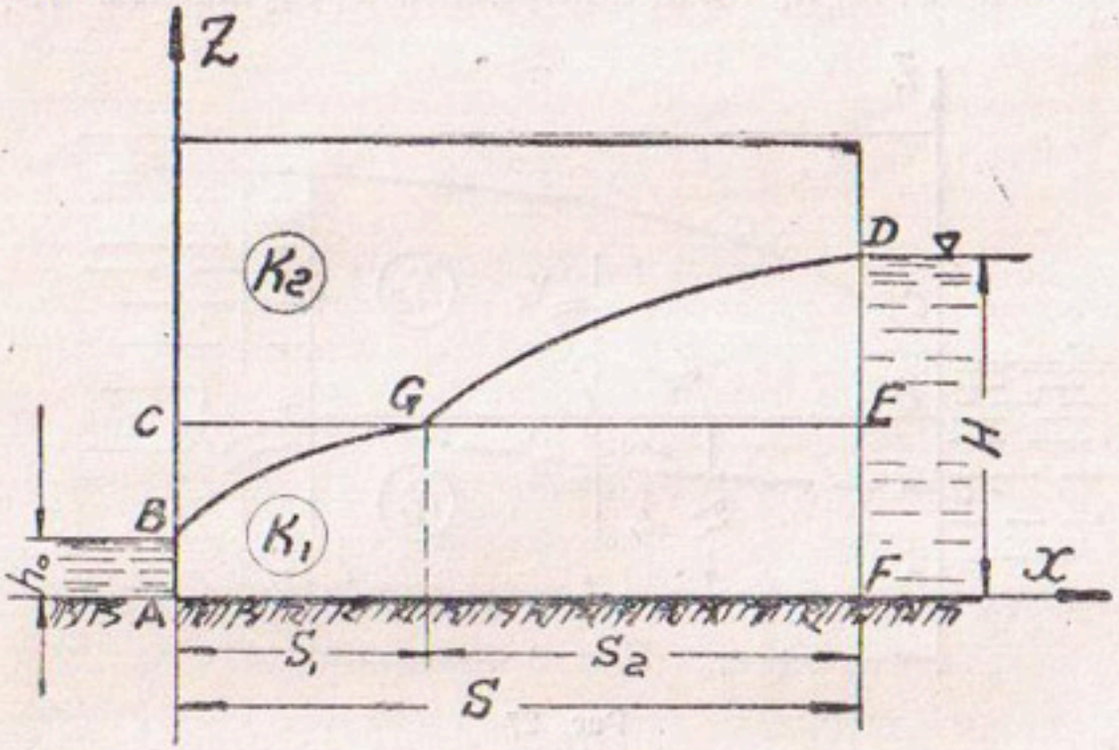


Рис. 28

Напомним, что гипотеза Н. К. Гиринского заключается в том, что на вертикали принимается постоянное значение горизонтальной составляющей скорости; наличие вертикальной составляющей не оговаривается. Аналогично тому, как это было сделано в § 1 главы II, определим значение вертикальной составляющей скорости для двухслойного грунта. В соответствии с рис. 29, имеем для нижнего потока

$$U_1=k_1\frac{\partial h}{\partial x}\ ;\ q_1=k_1M\frac{\partial h}{\partial x}\ . \qquad (1.12)$$

Используя уравнение неразрывности

$$\frac{\partial U_1}{\partial x}+\frac{\partial V_1}{\partial z}=0, \qquad (1.13)$$

получим значение вертикальной скорости на линии раздела слоев, направленной вниз

$$V_1 = -k_1 \int_0^M \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} dz = -k_1 M \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}. \qquad (1.14)$$

Следовательно, нижний поток (в слое мощностью M) имеет **переменный** расход, причем интенсивность его пополнения по пути движения $\frac{\partial q}{\partial x} = -k_1 M \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$ (знак минус поставлен в связи с убыванием расхода по мере роста x).

Так как на линии раздела пластов (точка O) вертикальные составляющие скоростей должны быть равны (горизонтальные, соответственно, равны для верхнего слоя $U_2 = k_2 \frac{\partial h}{\partial x}$, для нижнего $U_1 = k_1 \frac{\partial h}{\partial x}$), то имеем

$$V_2 = V_1 = -k_1 M \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}. \qquad (1.16)$$

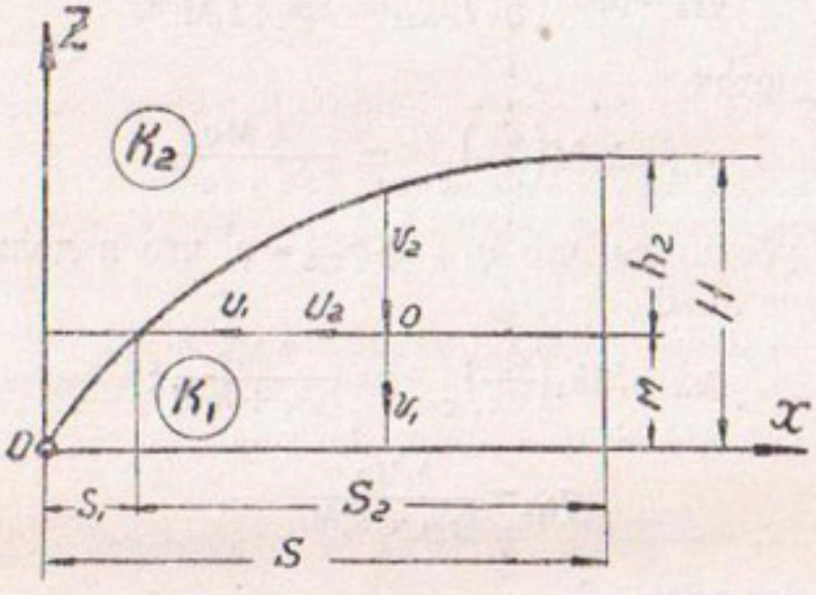


Рис. 29

Следовательно, из верхнего слоя в нижний происходит поступление жидкости с интенсивностью $V_2 = -k_1 M \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$.

Вследствие этого и верхний поток имеет переменный по длине расход, причем очевидно, что $\frac{\partial q_2}{\partial x} = V_2$.

Так как (при отсчете h от кровли нижнего слоя)

$$q_2 = k_2 h \frac{\partial h}{\partial x},$$

то

$$\frac{\partial q_2}{\partial x} = k_2 \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + k_2 h \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = -k_1 M \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}. \qquad (1.17)$$

Уравнение (1.17) можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[(k_2 h + k_1 M) \frac{\partial h}{\partial x}\right] = 0, \qquad (1.18)$$

или

$$(k_2h+k_1M)\frac{\partial h}{\partial x}=C, \tag{1.19}$$

где $C=q$, то есть равно полному расходу верхнего и нижнего пластов, протекающему через любое вертикальное сечение ($q=\text{const}$).

Интегрирование (1.19) дает формулу (1.8), если $h_1>0$.

Определим теперь расходы, поступающие в сечении $x=S$ и выходящие в сечении $x=0$ для верхнего и нижнего потоков, имея в виду, что

$$\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{q}{k_2h+k_1M}. \tag{1.20}$$

а) Сечение $x=S$

Верхний поток

$$q_{2S}=k_2h_2\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=s}=\frac{k_2h_2q}{k_2h_2+k_1M}. \tag{1.21}$$

Нижний поток

$$q_{1,s}=k_1M\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=s}=\frac{k_1Mq}{k_2h_2+k_1M}. \tag{1.22}$$

Можно убедиться, что $q_{1,S}+q_{2,S}=q$, что и должно быть.

б) Сечение $x=0$

$$q_{2,0}=k_2h_1\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=0}=\frac{k_2h_1q}{k_2h_1+k_1M}; \tag{1.23}$$

$$q_{1,0}=\frac{k_1Mq}{k_2h_1+k_1M}. \tag{1.24}$$

И здесь $q_{1,0}+q_{2,0}=q$.

Из приведенных формул становится ясным, что по пути движения из верхнего в нижний поток поступает расход

$$q_{2,S}-q_{2,0}=q_{1,0}-q_{1,S}=\frac{k_1k_2M(h_2-h_1)q}{(k_1M+k_2h_1)(k_2M+k_2h_2)}. \tag{1.25}$$

Можно теперь поставить вопрос о том, какая доля общего расхода поступает в нижнее сечение **нижнего** слоя (грань AB, рис. 25).

Очевидно, что это будет расход $q_{1,0}$, равный

$$q_{1,0}=\frac{k_1Mq}{k_1M+k_2h_1}=\frac{1}{1+\frac{nh_1}{M}}q, \tag{1,26}$$

где

$$n=\frac{k_2}{k_1}.$$

Далее, считая, что расход, поступающий в выходное сечение нижнего слоя, равен расходу, поступающему из нижнего слоя как напорного и части расхода верхнего слоя (подсчитанного как свободного), можно написать,

$$q_{1,0}=\frac{1}{\left(1+\frac{nh_1}{M}\right)}\left[\frac{k_1M(h_2-h_1)}{S}+\frac{k_2(h_2^2-h_1^2)}{2S}\right]=$$

$$=\frac{k_1M(h_2-h_1)}{S}+\frac{\varepsilon k_2(h_2^2-h_1^2)}{2S}, \qquad (1,27)$$

где

$$\varepsilon=\frac{M(h_2-h_1)}{(h_2+h_1)(M+nh_1)^2}. \qquad (1,28)$$

Из последних формул видно, что при $k_2=0$, т. е. при $n=0$

$$\varepsilon=\frac{h_2-h_1}{h_1+h_2} \quad \text{и} \quad q_{1,0}=\frac{k_1M}{S}(h_2-h_1).$$

Наиболее интересен случай $h_1=0$ (полный перехват потока). В этом случае $\varepsilon=1$, $q=\frac{k_1M}{S}h_2+\frac{k_2h_2^2}{2S}$, откуда можно определить при заданном q, M, h_2, k_1 и k_2 искомое S.

Отметим, что при $n=1$ $\varepsilon=\frac{M(h_2-h_1)}{(h_1+h_2)(M+nh_1)}<1$, так как рассматривается поступление $q_{1,0}$ через нижнее сечение AB высотой M (без учета h_1).

Полный расход через оба слоя в этом случае

$$q_{1,0}+q_{2,0}=\frac{k_1M(h_2-h_1)}{S}+\frac{k_2(h_2^2-h_1^2)}{2S}. \qquad (1.29)$$

Коэффициент ε можно рассматривать как коэффициент деления верхнего потока (со свободной поверхностью), вытекающего в открытый канал в том случае, если глубина воды в канале больше или равна мощности нижнего слоя. Необходимо обратить внимание на то, что коэффициент ε не является запирающим коэффицентом, т. к. он характеризует лишь деление верхнего потока на часть, поступающую в канал через нижний слой, выражаемую формулой

$$q_2'=\frac{\varepsilon k_2(h_2^2-h_1^2)}{2S}, \qquad (1.30)$$

и часть, которая изливается в канал, поступая по верхнему слою,

$$q_2''=\frac{(1-\varepsilon)k_2(h_2^2-h_1^2)}{2S}. \qquad (1.31)$$

Общий же расход канала остается неизменным и равным

$$q=\frac{k_1M(h_2-h_1)}{S}+\frac{k_2(h_2^2-h_1^2)}{2S}\,. \qquad (1.32)$$

Иное положение создается в случае изолированной дрены. В этом случае в дрену поступает лишь часть расхода q_2'', и расход дрены будет меньше расхода канала при том же напоре Н. Последнее обусловлено тем, что пропуск расхода q_2'' должен производиться через нижний слой, что, в свою очередь, связано преодолением дополнительных сопротивлений, оцениваемых коэффициентами, значение которых будет приведено ниже.

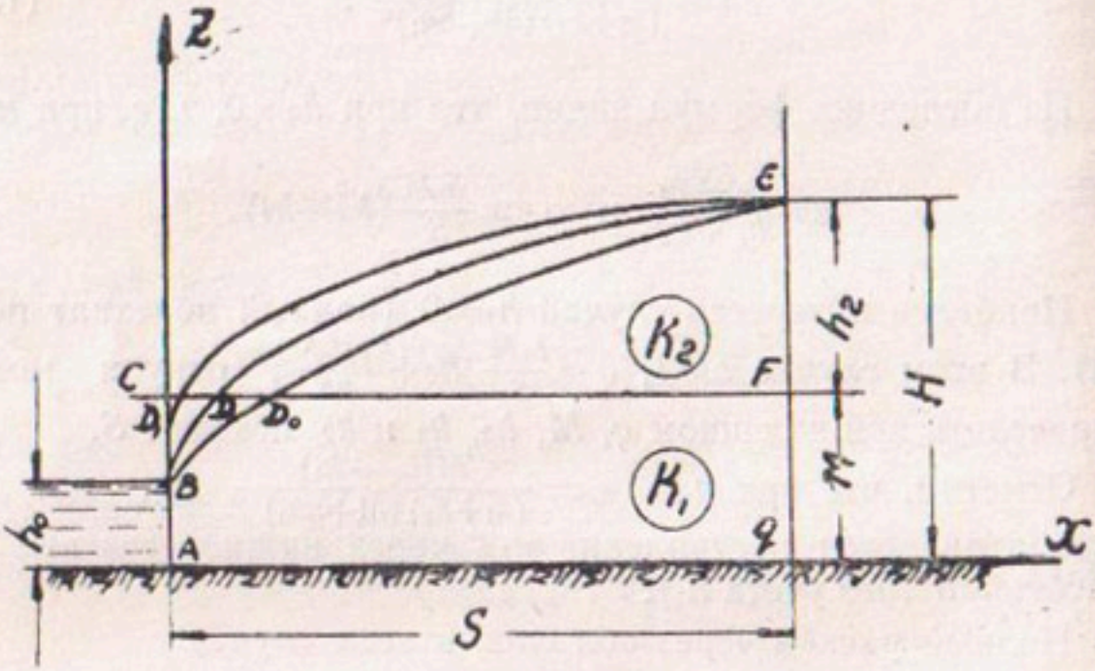


Рис. 30

Рассмотрим теперь случай, когда глубина воды в канале $h_0<M$ (рис. 28).

На участке S_1 движение происходит в однородном грунте, поэтому можно воспользоваться уравнением Дюпюи или функцией Н. К. Гиринского, которая в этом случае принимает вид

$$\Phi'=qx+c=k_1\int_0^h (h-z)\,dz. \qquad (1.33)$$

Интегрируя уравнение (1.33), получим

$$qx+c=\frac{k_1h^2}{2}\,. \qquad (1.34)$$

При $x=0$, $h=h_0$ и величина c определяется в следующем виде:

$$c=\frac{k_1h_0^2}{2}\,. \qquad (1.35)$$

При $x=S_1$, $h=M$. Подставляя данные величины в уравнение (1.34) и разрешая полученный результат относительно S_1, получим

$$S_1=\frac{k_1(M^2-h_0^2)}{2q}. \tag{1.36}$$

Величину S_2 можно определить по формуле

$$S_2=\frac{k_1}{2q}(nh_2^2+Mh_2). \tag{1.37}$$

Принимая во внимание, что $S=S_1+S_2$, складывая правые и левые части формул (1.36) и (1.37), получим

$$S=\frac{k_1}{2q}(nh_2^2+2Mh_2+M^2-h_0^2). \tag{1.38}$$

Так как $h_2=H-M$, то, заменив h_2 в формуле (1.38), будем иметь

$$S=\frac{k_1}{2q}[n(H-M)^2+2M(H-M)+M^2-h_0^2]. \tag{1.39}$$

Разрешив формулу (1.39) относительно q, получим

$$q=\frac{k_1}{2S}[n(H-M)^2+2M(H-M)+M^2-h_0^2], \tag{1.40}$$

или

$$q=\frac{k_1}{2S}(nh_2^2+2Mh_2+M^2-h_0^2). \tag{1.41}$$

При $n=1$, т. е. в случае однородного грунта, формула (1.40) приобретает вид

$$q=\frac{k}{2S}(H^2-h_0^2), \tag{1.42}$$

т. е. приводится к формуле Дюпюи.

Обратим внимание на некоторые обстоятельства, связанные с движением в двухслойном грунте, с полным поглощением расхода верхнего пласта нижним (рис. 30).

1. В точке перехода поверхности грунтовых вод из верхнего слоя в нижний (D), вообще говоря, при гидромеханическом рассмотрении вопроса тангенсы углов поверхности грунтовых вод (как линий тока) с вертикалями должны относиться как коэффициенты фильтрации. В рассматриваемой схеме, когда поперечное сечение потока принимается плоским, это условие не сохраняется. Так, для участка $0\leqslant x\leqslant S_1$ имеем (h—от водоупора) $\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{q}{k_1 h}$, и в частности при $h=M$

$$\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{q}{k_1 M}.$$

Для участка $S_1 \leqslant x \leqslant S$ имеем по (1.20) (h—от линии раздела пластов)

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{q}{k_1 M + k_2 h},$$

или при $h = 0$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{q}{k_1 M}.$$

Таким образом, в рассматриваемой схеме поверхность грунтовых вод не претерпевает излома на линии раздела грунтов, что в действительности, однако, имеет место.

Представляет интерес проследить перемещение точки D, в зависимости от изменений коэффициентов фильтрации. Будем считать фиксированными (постоянными) q, M, h_0 и h_2 и проследим изменение поверхности грунтовых вод при различных соотношениях между k_1 и k_2.

Из формулы (1.41) видно, что постоянный расход q при заданных h_2, h_0 и M может быть пропущен при различных соотношениях k_1 и k_2. Отметим крайние случаи. При $k_2 = 0$ и $k_1 = \text{const}$ на участке $S_1 \leqslant x \leqslant S$ эквипотенциальная поверхность будет прямой, тангенс угла наклона которой равен $\frac{q}{k_1 M}$; он же равен tg угла наклона поверхности грунтовых вод при переходе в нижний грунт (в точке D). Дальнейшее продвижение точек D вправо невозможно (при заданных q, h_2, h_0 и M) — это будет самым низким положением поверхности грунтовых вод. Если будет увеличиваться k_2 и, соответственно (при q, h_2 и h_0 постоянных), уменьшаться k_1, то точка раздела будет двигаться влево (D_1, D_2) и поверхность грунтовых вод подниматься (в центральной части, т. к. h_2 и h_0 фиксированы), а точка D будет стремиться к точке C. Дальнейшее уменьшение k_1 ($k_1 \to 0$) уже не может быть рассмотрено, т. к. при $CD \cong 0$ схема меняется по существу и основную роль начинают играть вертикальные токи (схема, аналогичная затоплению поверхности). Естественно, можно себе представить, что проницаемость k_1 так мала, а k_2 так велико, что верхний поток, дойдя до откоса C, будет изливаться в канал.

Приведенные выше рассуждения показывают, что в случае перерезания водоносного пласта открытым каналом нет необходимости ввода в расчетные формулы «запирающих» коэффициентов, т. к. поток из верхнего слоя может изливаться в канал.

Дренажную траншею, заполненную засыпкой с проницаемостью, значительно большей, чем проницаемость верхнего слоя, можно в первом приближении рассматривать как открытый канал и пользоваться при расчетах формулами (1.8) или (1.41).

Забивка траншей грунтом, приближающимся по своим фильтрационным свойствам к свойствам коренной породы в

слабопроницаемых грунтах (в принципе совершенно недопустимая) будет вызывать дополнительные потери напора и ухудшать работу дрен. Если верхний слой хорошо проницаем (например, пахотный), а нижний — слабопроницаем, то в дрену будет поступать лишь небольшая часть расхода верхнего слоя. В этом случае в формулы (1.8) и (1.41) вводится коэффициент расхода для верхнего пласта, и они принимают следующий вид:

$$q=\frac{k_1}{2S}[\mu n(h_2^2-h_1^2)+2M(h_2-h_1)]; \qquad (1.8\,а)$$

$$q=\frac{k_1}{2S}(\mu n h_2^2+2Mh_2+M^2-h_0^2)\,. \qquad (1.41а)$$

Вычисление μ в случае двухслойного грунта ведется по следующей эмпирической формуле:

$$\mu=\sqrt{\frac{1}{1+\Theta^2}}, \qquad (1.43)$$

где

$$\Theta=\frac{n^2}{\gamma}\cdot\frac{\beta M h_2\tau}{(H+2M)^2}. \qquad (1.43а)$$

В формуле (1.43а) H — напор над дреной в середине междудренья.

$$n=\frac{k_2}{k_1};\ \gamma=1+n+13\sqrt{n};\ h_2=H-M;\ \tau=\sqrt{1+\frac{100a^3}{SH^2}}.$$

$$\beta=\left(1+\frac{3M}{S}\right)\frac{Mh_2H}{(M^2+h_2^2)(M+0{,}1h_2)}\left[(1{,}3+\sigma)\sigma^2+\frac{6M}{S}\right]^2;\ \sigma=\frac{h_2}{H}.$$

a — расстояние от дрены до водоупора (в случае несовершенных дрен).

Пользование формулами (1.8а) и (1.41а) допускается при $n\leqslant 1000$, $M/S\leqslant 0{,}25$ и $a/S\leqslant 0{,}2$. При $a=0$ коэффициент $\tau=1$.

Проанализируем значения μ, даваемые формулой (1.43) при различных величинах n. Если $k_1=0$, а $k_2\neq 0$, т. е. $n=\infty$, в дрену расхода поступать не будет, т. к. из первого слоя он не поступает потому, что $k_1=0$, а из второго — потому, что $\mu=0$. Таким образом, при $k_1=0$ вода в дрену из верхнего слоя не поступает даже в том случае, если по нему движется обильный грунтовый поток.

Если $\kappa_2=0$, а $k_1\neq 0$, то по верхнему слою притока не будет. В дрену будет поступать расход только из нижнего слоя, вычисляемый как расход напорного потока (если $h_0\geqslant M$).

Таким образом, формула (1.43) дает значения коэффициентов расхода верхнего слоя, отвечающие предельным случаям отношения проницаемости слоев двухслойного грунта.

При построении кривых депрессии, в особенности в неоднородных грунтах, необходимо учитывать величину $h_в$, которая в случае закрытых дрен носит название «высоты нависания». В открытых дренах (каналах) участок нависания вырождается в «высоту выклинивания» и рассматривается как разность отметок между точкой выхода поверхности грунтовых вод на откос канала и горизонтом воды в нем.

Высота нависания зависит от ряда факторов, основными из которых являются размеры дрены, пропускаемый расход, наличие дополнительных сопротивлений на вход в дрену, проницаемость грунта, в который уложена дрена, и расстояние от дрены до водоупора.

В ряде гидромеханических решений для весьма глубокого залегания водоупора и однородного грунта получены значения высоты выклинивания порядка

$$h_в = 0{,}17 \div 0{,}26 \frac{Q}{k}, \qquad (1.44)$$

где $Q=2q$ — приток к дрене с двух ее сторон в м³/сутки на 1 пог. метр; k—коэффициент фильтрации в м/сутки.

При близком залегании водоупора по [38] можно приближенно принять

$$h_в = 0{,}37 \frac{Q}{k}. \qquad (1.45)$$

Формулы (1.44) и (1.45) получены при решении задач о притоке к горизонтальным или вертикальным щелям и перемычкам, когда поступление воды в дрену происходит по всему ее периметру. В действительности (например, в случае гончарного дренажа) вода поступает через стыки или щели труб и, на наш взгляд, было бы более правильным принимать более осторожную рекомендацию, а именно, принимать для дрен, уложенных на водоупоре,

$$h_в \cong 0{,}5 \frac{Q}{k}, \qquad (1.46)$$

где Q—расход, поступающий в дрену с обеих ее сторон.

Данная величина, и даже большая, обычно получалась нами при производстве опытов в щелевом лотке*. Более подробно на вопросе о высоте нависания мы остановимся в главе V при анализе работы дрен в условиях неустановившегося движения. Отметим, однако, еще раз, что если высота нависания $h_в$ и не играет роли в размере расхода дрены, то размер ее весьма существенен при определении объемов отдаваемой грунтом воды

* Аналогичный результат дает решение С. Ф. Аверьянова и Цюй Син-е для случая укладки дрены на водоупор, приведенное в их совместной работе [6а].

(при расчете дренажа на понижение уровней грунтовых вод в условиях неустановившегося движения).

Высоту нависания следует учитывать также при желании построить истинную поверхность грунтовых вод. В частности, при укладке дрен малого диаметра на больших расстояниях в тяжелых грунтах высота нависания может оказаться почти равной глубине заложения дрен, что не дает возможности (при данных q и k) аэрировать грунт не только на междренье, но даже вблизи дрены. В таком крайнем, но возможном случае, по-видимому, следует изменять схему осушения.

Рассмотрение простейшего случая движения грунтовых вод в двухслойном пласте с образованием свободной поверхности позволяет применительно к вопросам дренирования сделать следующие выводы.

1. Решающим фактором поступления и отвода воды из дренируемого пласта является размещение дренажа по высоте и конструкция дрен. Если дренаж представлен открытым каналом, прорезающим оба пласта на всю глубину, то, по-видимому, с достаточной для практики точностью расход, притекающий в такой канал, можно определять по формулам (1.8) или (1.41).

2. При пользовании формулами (1.8) и (1.41) следует иметь в виду, что они дают численное значение расхода (равного сумме расходов верхнего — свободного и нижнего — напорного потока), но по существу (как это показано выше) предусматривают движение в обоих слоях с переменным расходом, причем из верхнего слоя (при любых конечных $n=k_2/k_1$) происходит питание нижнего. В частном случае, когда горизонт воды в канале стоит вровень или ниже линии раздела слоев, весь верхний поток перетекает в нижний (если нижний слой имеет достаточную проницаемость).

3. В том случае, когда верхний слой является закрытым (то есть не имеет дренированного выхода), а дрена той или иной конструкции размещена в нижнем слое, то можно рассчитывать приток к ней по тому слою, где она размещена, но прибавлять к этому притоку часть (или весь, в зависимости от условий) расхода, текущего по верхнему слою, умножением его на «запирающий» коэффициент μ. Роль этого коэффициента особенно возрастает (то есть величина уменьшается) в случае дрен малого диаметра, размещенных в более тяжелых по механическому составу грунтах. Ниже мы еще раз возвратимся к этому вопросу.

4. При укладке дрен малого диаметра в тяжелых по механическому составу грунтах следует иметь в виду; что при значительных притоках воды наличие большой высоты нависания над дреной может не позволить осушить почву даже в зоне, непосредственно прилегающей к дрене.

§ 2. Совершенный ловчий канал или головная дрена на горизонтальном водоупоре в многослойном грунте

Показанная в предыдущем разделе возможность применения функции Н. К. Гиринского для расчета дрены в двухслойном грунте может быть распространена также и на случай многослойного грунта.

Действительно, предположим, что водоносный пласт составлен из трех слоев различной проницаемости (рис. 31).

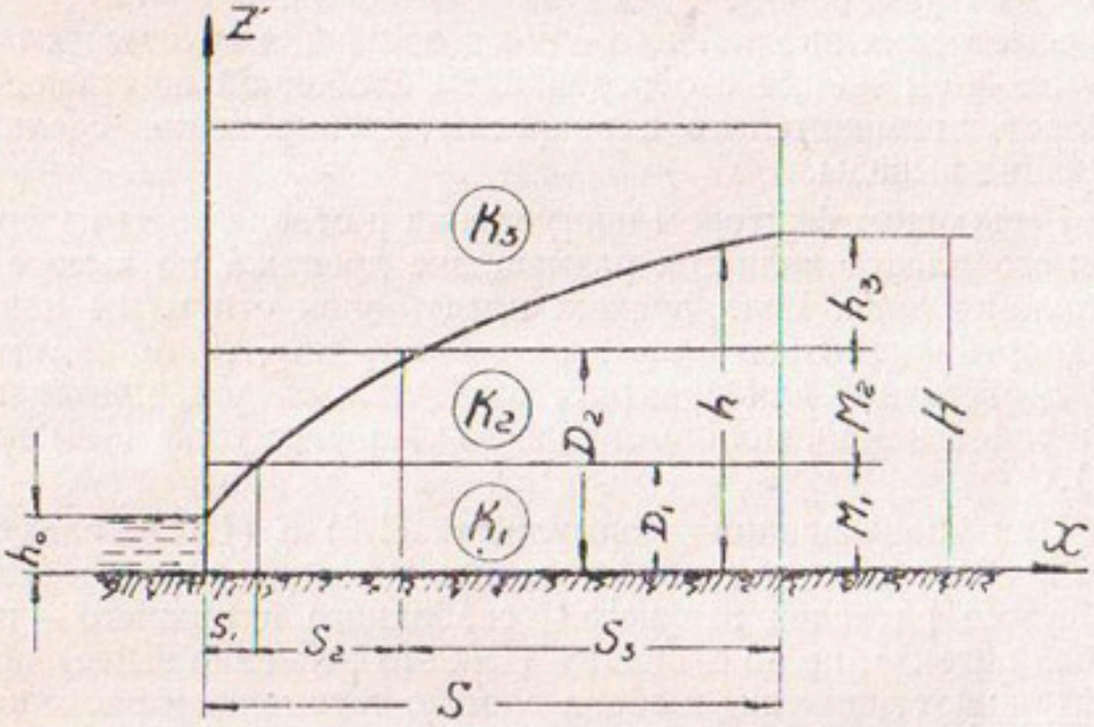


Рис. 31

Тогда в сечении x, отсчитываемом от начала координат, где располагается дрена, можно составить следующее уравнение для определения расхода q

$$qx+c=k_1\int_0^{D_1}(h-z)\,dz+k_2\int_{D_1}^{D_2}(h-z)\,dz+k_3\int_{D_2}^{h}(h-z)\,dz. \quad (2.1)$$

Здесь D_1 и D_2 — расстояния, отсчитываемые от водоупора до кровли соответствующих слоев.

При $x=0$ $\quad h=h_0$.

Величина h_0 (напор в дрене) зависит от пропускной способности дрены, притока, подпора со стороны водоприемника и т. д. Положение кривой депрессии над дреной зависит от высоты выклинивания; в частности, в случае трехслойного грунта могут наблюдаться три варианта расположения кривой депрессии по отношению к кровле слоев, а именно: 1) $D_1>h_0+h_в$; 2) $D_1\leqslant h_0+h_в\leqslant D_2$; 3) $D_2\leqslant h_0+h_в<H$ (где $h_в$ — высота выклинивания).

При выводе формул для двухслойного грунта расчетные формулы были получены на основе суммирования длин участков S_1 и S_2, на концах которых вычислялось значение функции Н. К. Гиринского. Можно сказать, что значение $S=S_1+S_2$ можно было получить непосредственно, исходя из основного свойства этой функции. Действительно, если $\Phi'_h=qx+c$, то очевидно, что $\Phi'_{h_2}-\Phi'_{h_1}=q(x_2-x_1)$.

Суммируя по участкам, получим

$$(x_n-x_{n-1})+(x_{n-1}-x_{n-2})+\ldots+(x_2-x_1)+x_1-0=x_n=$$

$$=S=\frac{\Phi'_H-\Phi'_{h_1}}{q}. \qquad (2.2)$$

Таким образом, величина S при любом числе слоев может быть определена как разность значений функции Н. К. Гиринского на концах этого участка, деленная на расход q.

Возможность пользования функцией Н. К. Гиринского в случае многослойного гориознтально-слоистого грунта позволяет получить значение расходов, поступающих в дрену (с одной ее стороны), как частное от деления значений функции Н. К. Гиринского на концах участка S на длину этого участка.

Выведем расчетные формулы для случая трехслойного грунта.

В данном случае

$$\Phi'_H=k_1\int_0^{D_1}(H-z)\,dz+k_2\int_{D_1}^{D_2}(H-z)\,dz+k_3\int_{D_2}^{H}(H-z)\,dz. \qquad (2,3)$$

В результате интегрирования получим

$$\Phi'_H=\frac{k_3h_3^2+k_2M_2(h_3+H-M_1)+k_1M_1(2H-M_1)}{2}, \qquad (2.4)$$

где

$$h_3=H-D_2=H-(M_1+M_2). \qquad (2.5)$$

Величина Φ'_{h_0} зависит от величины h_0—глубины воды в канале. При $h_0<M_1$

$$\Phi'_{h_0}=k_1\int_0^{h_0}(h_0-z)\,dz=\frac{k_1h_0^2}{2}. \qquad (2.6)$$

Если $M_1<h_0<D_2$, то

$$\Phi'_{h_0}=k_1\int_0^{M_1}(h_0-z)\,dz+k_2\int_{M_1}^{h_0}(h_0-z)\,dz=$$

$$=\frac{k_1M_1(2h_0-M_1)+k_2(h_0-M_1)^2}{2}. \qquad (2.7)$$

В случае если $D_2<h_0<H$, то

$$\Phi'_{h_0}=\frac{k_3h_3^2+k_2M_2(h_0+h_1-M_1)+k_1M_1(2h_0-M_1)}{2}. \qquad (2.8)$$

Соответственно расчетная формула примет следующий вид:

$$q=\frac{\Phi'_{\text{н}}-\Phi'_{h_0}}{S}. \qquad (2.9)$$

где Φ'_{h_0} — соответствующее расчетному случаю значение функции Φ' для сечения $x=0$; $\Phi'_{\text{н}}$ — то же для $x=S$.

Остановимся несколько более подробно на расчетных формулах для трехслойного грунта.

Формулу (2.4) можно представить в следующем виде:

$$\Phi'_{\text{н}}=k_1M_1\left(M_2+h_3+\frac{M_1}{2}\right)+k_2M_2\left(h_3+\frac{M_2}{2}\right)+\frac{k_3h_3^2}{2}. \qquad (2.10)$$

Здесь наглядно видно, отмечавшееся ранее свойство функции Φ'—представлять сумму статических моментов, эпюр проницаемостей пластов относительно поверхности грунтовых вод.

Когда $D_2<h_0<H$ (рис. 32) для произвольного сечения x,

$$\Phi'_h=k_1M_1\left(M_2+h+\frac{M_1}{2}\right)+k_2M_2\left(h+\frac{M_2}{2}\right)+\frac{k_3h^2}{2}. \qquad (2.11)$$

В частности, при $x=0$

$$\Phi'_{h_0}=k_1M_1\left(M_2+h_1+\frac{M_1}{2}\right)+k_2M_2\left(h_1+\frac{M_2}{2}\right)+\frac{k_3h_1^2}{2}. \qquad (2.12)$$

Отсюда

$$qx=\Phi'_h-\Phi'_{h_0}=k_1M_1(h-h_1)+k_2M_2(h-h_1)+\frac{k_3(h^2-h_1^2)}{2}. \qquad (2.13)$$

Полный расход равен

$$q=\frac{1}{S}\left[k_1M_1(h_3-h_1)+k_2M_2(h_3-h_1)+\frac{k_3(h_3^2-h_1^2)}{2}\right]. \qquad (2.14)$$

Снова, как и для двухслойного грунта, мы получили формулу расхода, соответствующую якобы независимому действию пластов. Однако аналогично тому, как это было сделано для двухслойного грунта, можно показать, что в действительности рассматриваемая схема предусматривает перелив воды из верхних пластов в нижние и движение в пределах каждого пласта с переменным расходом по длине потока.

Продифференцировав (2.13), имеем

$$\frac{dh}{dx} = \frac{q}{k_1M_1 + k_2M_2 + k_3h}. \qquad (2.15)$$

Рассмотрим соотношение расходов, поступающих и вытекающих из каждого пласта (см. рис. 32):

$$q_{AB} = \frac{qk_1M_1}{k_1M_1 + k_2M_2 + k_3h_1}; \quad q_{GH} = \frac{qk_1M_1}{k_1M_1 + k_2M_2 + k_3h_3};$$

$$q_{BC} = \frac{qk_2M_2}{k_1M_1 + k_2M_2 + k_3h_1}; \quad q_{GF} = \frac{qk_2M_2}{k_1M_1 + k_2M_2 + k_3h_3};$$

$$q_{CD} = \frac{qk_3h_1}{k_1M_1 + k_2M_2 + k_3h_1}; \quad q_{FE} = \frac{qk_3h_3}{k_1M_1 + k_2M_2 + k_3h_3}.$$

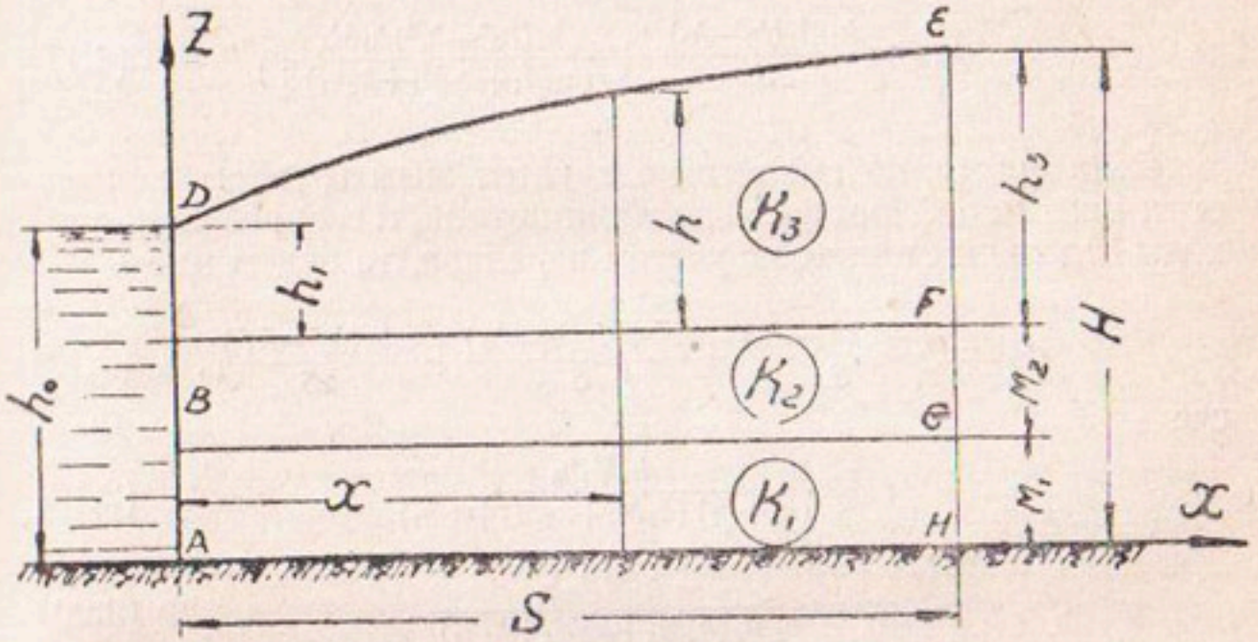


Рис. 32

Очевидны равенства $q_{AB}+q_{BC}+q_{CD}=q_{GH}+q_{GF}+q_{FE}$. Кроме того, учитывая, что всегда $h_3>h_1$, имеем

$$q_{AB}>q_{GH}; \quad q_{BC}>q_{GF}; \quad q_{CD}<q_{FE}.$$

Следовательно, перелив происходит из верхнего «свободного» потока в оба нижних «напорных» потока.

При $h_1=0$ верхний поток целиком питает собой нижние. Снова, как и при рассмотрении двухслойного грунта встает вопрос о том, как определять приток воды к дренируемому пласту (например, нижнему).

Очевидно, что если канал или дрена (с проницаемой засыпкой) прорезает все пласты и доходит своим дном до поверхности водоупора (при горизонте воды в канале $h_0=D_2+h_1$), то

приток следует считать происходящим полностью из всех пластов, то есть определять его по формуле (2.14).

Дело, однако, изменяется, если конструкция дрены такова, что дренируется только один (нижний) пласт. Если мы хотим определить приток воды к сечению AB (считая, что расходы, выходящие через сечения BC и $CД$, непосредственно в дрену не поступают), то должны воспользоваться формулой

$$q_{AB}=\frac{k_1M_1q}{k_1M_1+k_2M_2+k_3h_1}, \qquad (2.16)$$

из которой ясно видно, что в дренируемый пласт поступает только часть общего расхода.

Подставляя в (2.16) значение q по (2.14) и выделяя очевидный член для напорного потока, получим

$$q_{AB}=\frac{k_1M_1(h_3-h_1)}{S}+\frac{k_3(h_3^2-h_1^2)k_1M_1}{(k_1M_1+k_2M_2+k_3h_1)S}. \qquad (2.17)$$

Если далее, по аналогии с двухслойным грунтом, попытаемся найти коэффициенты деления потока, т. е. определять расходы отдельных пластов с учетом перелива, то будем иметь

$$q_{AB}=\frac{k_1M_1(h_3-h_1)}{S}+\frac{\varepsilon_1k_2M_2(h_3-h_1)}{S}+\frac{\varepsilon_2k_3(h_3^2-h_1^2)}{2S}, \qquad (2.18)$$

где

$$\varepsilon_2=\frac{k_1M_1h_3}{(h_1+h_3)(k_1M_1+k_2M_2+k_3h_1)}; \qquad (2.19)$$

$$\varepsilon_1=\frac{-k_1M_1k_3h_1}{k_2M_2(k_1M_1+k_2M_2+k_3h_1)}. \qquad (2.20)$$

Если значение ε_2 аналогично таковому для двухслойного грунта, то выражение для ε_1 отрицательно. Это объясняется тем, что второй пласт сам увеличивает расход за счет верхнего пласта, отчего в самый нижний поступает меньше воды.

Таким образом, в случае трехслойного грунта получить значение коэффициентов деления потока не удается, и часть расхода, поступающего в нижний пласт (дополнительно к расходу $\frac{k_1M_1(h_3-h_1)}{S}$ из двух верхних может быть определена по второму члену формулы (2.17).

Напомним, что все формулы, основанные на функции Гиринского, предусматривают взаимодействие пластов, наличие вертикальных составляющих скоростей и перелив воды из верхних пластов в нижние. В связи с этим, например, нельзя в рассматриваемом случае принять $k_2=0$, т. к. при этом раз-

рывается связь между пластами. В связи с этим при $\kappa_2=0$ по формуле (2.17) $q_{AB}\neq\frac{k_1M_1(h_3-h_1)}{S}$, как это следовало бы по существу дела.

Еще большие противоречия получаются при рассмотрении случая $h_0<M_1$. Так, например, при $h_0<M_1$ имеем

$$q=\frac{1}{S}\left[k_1M_1\left(h_3+M_2+\frac{M_1}{2}\right)+k_2M_2\left(h_3+\frac{M_2}{2}\right)+k_3\frac{h_3^2}{2}-k_1\frac{h_0^2}{2}\right]. \quad (2.21)$$

Первый член (2.21) отражает напорное движение по нижнему пласту, второй — по среднему и третий — свободное по верхнему.

Очевидно, что при $k_2=0$ расход из верхнего пласта не должен попадать в нижний, однако можно показать, что и в этом случае он будет входить в формулу расхода нижнего слоя.

Учитывая изложенное, следует еще раз подчеркнуть, что формулы, основанные на применении функции Φ, пригодны в случае сравнительно небольших различий в проницаемости пластов, когда сохраняется приемлемость гипотезы о постоянстве напора в вертикальных плоскостях, пересекающих различные пласты. При резком различии в проницаемости пластов следует рассматривать уже иные схемы движения, из которых наиболее упрощенной является принятие горизонтальности направлений движения в более проницаемых пластах и вертикальности в менее проницаемых. Примеры такого подхода к расчету нами были даны в I главе.

В связи со сказанным мы считаем, что впредь, до получения более точных и обоснованных решений, можно при рассмотрении изолированного дренирования пласта учет поступления в него воды из других пластов производить путем введения «запирающих» коэффициентов, эмпирическое выражение для которых будет приведено ниже.

Вводя в расчетные формулы (в значение q_2 и q_3) соответствующие коэффициенты μ_1 и μ_2, получим для $\Phi'_н$ следующее выражение:

$$2\Phi'_н=\mu_2k_3h_3^2+\mu_1k_2M_2(h_3+H-M_1)+k_1M_1(2H-M_1). \quad (2.22)$$

Коэффициенты $\mu_{к-1}$ предлагается вычислять по следующей опять-таки весьма приближенной эмпирической формуле:

$$\mu_{к-1}=\sqrt{\frac{1}{1+\left(\sum_1^{к-1}\theta_{i-1}\right)^2}}, \quad (2.23)$$

где k — номер слоя, из которого вычисляется расход (слои нумеруются в направлении от водоупора к поверхности грунта).

Если предположить, что при фильтрации из самого верхнего слоя, где расположена кривая депрессии (частично или полностью), элементарная струйка так или иначе должна пройти через все нижележащие слои, то $\sum_{1}^{к-1} \Theta_{i-1}$ можно рассматривать как коэффициент, учитывающий сумму сопротивлений по пути фильтрации.

Определение Θ_{i-1} в многослойных грунтах ведется по следующей эмпирической формуле:

$$\Theta_{i-1}=\frac{n_{i-1}^2\beta_{i-1}M_{i-1}\tau h_i}{\gamma_{i-1}(h_i+3M_{i-1})^2}, \qquad (2.24)$$

где

$$n_{i-1}=\frac{k}{k_{i-1}};\quad \gamma_{i-1}=1+n_{i-1}+13\sqrt{n_{i-1}};\quad h_i=H-\sum_{1}^{i-1}M_к;$$

$$(k=1,2;\ i=1)$$

$$\beta_{i-1}=\left(1+\frac{3\sum_{1}^{i-1}M_к}{S}\right)\frac{M_{i-1}h_iH}{\left(M_{i-1}^2+h_i^2\right)(M_{i-1}+0{,}1h_i)}\left[(1{,}3\sigma_i)\sigma_i^2+\frac{6\sum_{1}^{i-1}M_к}{S}\right]^2;$$

$$\sigma_i=\frac{h_i}{h_i+M_{i-1}};\quad \tau=\sqrt{1+\frac{100a^3}{SH^2}}.$$

Если дрена укладывается на водоупор, то $\tau=1$, ибо $a=0$.

В качестве иллюстрации рассмотрим следующий пример.

Пример. Определить расход изолированной дрены, уложенной на водоупор в трехслойный грунт, если $S=15$ м, $M_1=0{,}5$ м, $M_2=0{,}3$ м, $H=1{,}2$ м, $k_1=0{,}3$ м/сут., $k_2=3$ м/сут., $k_3=5$ м/сут., $L=100$ м (длина дрены).

Определим вначале значения μ_1 и μ_2.

$$\sum_{1}^{1}\Theta_{i-1}=\frac{n_1^2}{\gamma_1}\frac{\beta_1M_1h_2}{(h_2+3M_1)^2}$$

$$\sum_{1}^{2}\Theta_{i-1}=\frac{n_1^2}{\gamma_1}\frac{\beta_1M_1h_2}{(h_2+3M_1)^2}+\frac{n_2^2}{\gamma_2}\frac{\beta_2M_2h_3}{(h_3+3M_2)^2}.$$

Определим компоненты, входящие в формулы для вычисления фильтрационных сопротивлений:

$$n_1=\frac{k_2}{k_1}=\frac{3{,}0}{0{,}3}=10;\quad n_2=\frac{k_3}{k_2}=\frac{5{,}0}{3{,}0}=1{,}67;$$

$$\gamma_1=1+n_1+13\sqrt{n_1}=1+10+13\sqrt{10}=52;\quad \gamma_2=1+n_2+13\sqrt{n^2}=$$

$$=1+1{,}67+13\sqrt{1{,}67}\cong 19;$$

$$\frac{n_1^2}{\gamma_1}=\frac{10^2}{52}=1{,}93;\quad \frac{n_2^2}{\gamma_2}=\frac{1{,}67^2}{19}=0{,}147;$$

$$h_2=H-M_1=1{,}2-0{,}5=0{,}7\ м.$$

$$h_2=H-(M_1+M_2)=1{,}2-(0{,}5+0{,}3)=0{,}4\ м;$$

$$\beta_1=\left(1+\frac{3M_1}{S}\right)\frac{M_1h_2H}{(M_1^2+h_2^2)\,(M_1+0{,}1h_2)}\left[(1{,}3+\sigma_1)\sigma_1^2+\frac{6M_1}{S}\right]^2=$$

$$=\left(1+\frac{3\cdot 0{,}5}{15}\right)\frac{0{,}5\cdot 0{,}7\cdot 1{,}2}{(0{,}5^2+0{,}7^2)\,(0{,}5+0{,}1\cdot 0{,}7)}\left[(1{,}3+0{,}585)\,0{,}585^2+\right.$$

$$\left.+\frac{6\cdot 0{,}5}{15}\right]^2=0{,}8;$$

$$\sigma_1=\frac{h_2}{h_2+M_1}=\frac{0{,}7}{0{,}7+0{,}5}=0{,}585;$$

$$\Theta_1=\frac{n_1^2}{\gamma_1}\frac{{}_1M_1h_2}{(h_2+3M_1)^2}=\frac{1{,}93\cdot 0{,}8\cdot 0{,}5\cdot 0{,}7}{(0{,}7+3\cdot 0{,}5)^2}=0{,}111;$$

$$\mu_1=\sqrt{\frac{1}{1+\Theta_1^2}}=\sqrt{\frac{1}{1+0{,}111^2}}\cong 0{,}99.$$

Ввиду того, что сопротивления при переходе из третьего слоя во второй также незначительны, принимаем $\Theta_1=\Theta_2$ и $\mu_2=\mu_1=0{,}99$.

Пользуясь формулой (2.22), получим

$$2\Phi_н=0{,}99\cdot 5\cdot 0{,}4^2+0{,}99\cdot 3\cdot 0{,}3(0{,}4+1{,}2-0{,}5)+$$

$$+0{,}3\cdot 0{,}5\,(2\cdot 1{,}2-0{,}5)\simeq 1{,}88\ м^3/сут.,$$

откуда

$$q=\frac{\Phi_н}{S}=\frac{0{,}94}{15}=0{,}0625\ м^2/сут.$$

Определим приближенно высоту высачивания, предположив вначале, что $h_в<M$

$$h_в=\frac{q}{k_1}=\frac{0{,}0625}{0{,}3}=0{,}21\ м<M_1=0{,}3\ м$$

Таким образом, осушение верхних пластов осуществляется нормально.

Общий расход дрены $Q=2qL=2\cdot 0{,}0625\cdot 100=12{,}50\ м^3/сут.$

§ 3. Совершенный канал или дрена на горизонтальном водоупоре в вертикально-неоднородном грунте

Если изменение проницаемости по вертикали происходит плавно по определенной закономерности типа

$$k_z = F(z), \tag{3.1}$$

то, используя функцию Н. К. Гиринского, можно для случая слабого изменения проницаемости по высоте или в случае укладки дрены в наиболее проницаемый слой записать следующее условие (для схемы рис. 33):

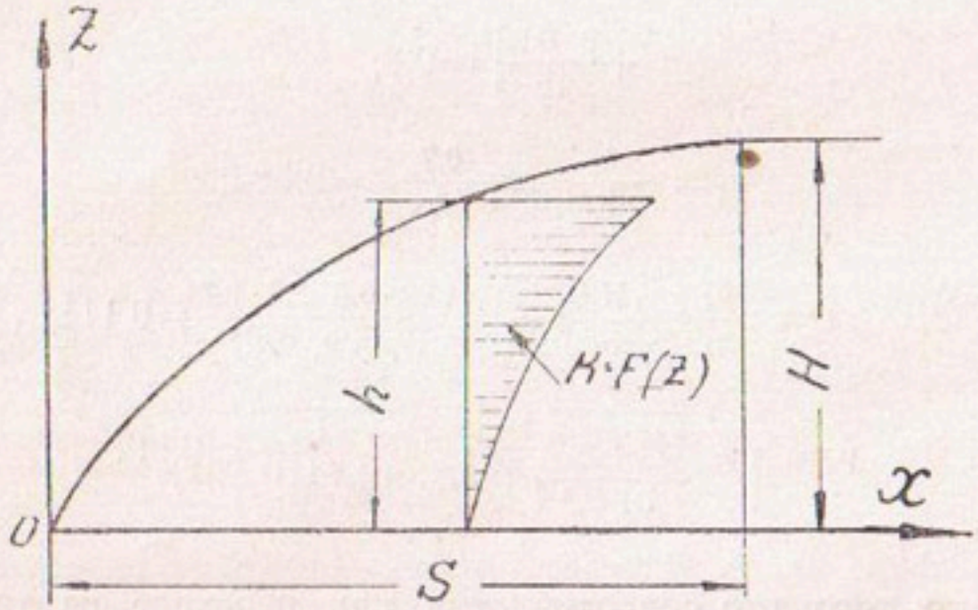


Рис. 33

$$\int_0^h k_z (h-z)\,dz = qx + c. \tag{3.2}$$

Если при $x=0$ глубина воды в дрене или канале равна h_0, то

$$c = \int_0^{h_0} k_z (h_0-z)\,dz \tag{3.3}$$

и уравнение кривой депрессии запишется в следующем виде:

$$\int_0^h k_z (h-z)\,dz = qx + \int_0^{h_0} k_z (h_0-z)\,dz. \tag{3.4}$$

Если при $x=S$, $h=H$, то уравнение (3.4) приобретает вид

$$\int_0^H k_z (H-z)\,dz = qS + \int_0^{h_0} k_z (h_0-z)\,dz, \tag{3.5}$$

откуда

$$S=\frac{\int_0^H k_z(H-z)\,dz-\int_0^{h_0} k_z(h_0-z)\,dz}{q}, \qquad (3.6)$$

или

$$q=\frac{\int_0^H k_z(H-z)\,dz-\int_0^{h_0} k_z(h_0-z)\,dz}{S}. \qquad (3.7)$$

Уравнения (3.6) и (3.7) дают общее выражение для радиуса действия и расхода совершенного канала или дрены, укладываемой на горизонтальный водоупор в вертикально-неоднородный грунт. В случае однородного грунта формула (3.7) приводится к формуле Дюпюи.

Для иллюстрации приведем формулу, дающую возможность определения расхода канала или дрены, укладываемой в торфяной грунт, с изменяющейся по высоте проницаемостью.

Общеизвестно, что коэффициент фильтрации торфа изменяется по высоте торфяной залежи. На основании обработки полевых материалов У. Х. Томбергом [47] для условий ЭССР предложена следующая приближенная зависимость коэффициента фильтрации торфа от высоты точки над горизонтом, где производилось определение коэффициента фильтрации:

$$k_z=k_0\,10^{\gamma z}. \qquad (3.8)$$

γ в условиях ЭССР колеблется около 0,70—0,90; k_0—коэффициент фильтрации на глубине его определения ($T_0=1{,}0$—$1{,}2$ м).

Величину z не рекомендуется принимать больше 0,8 T_0 м, так как верхний горизонт торфяников обычно представлен очесом и здесь формула (3.8) непригодна.

Считая, что тип зависимости (3.8) характерен для изменения коэффициента фильтрации торфяных болот по глубине залежи (при различных постоянных γ), применим ее для определения расхода канала, проходящего в торфяной залежи. После подстановки в формулу (3.7) значения k_z получим

$$q=\frac{k_0}{S}\left(\int_0^H 10^{\gamma z}(H-z)\,dz-\int_0^{h_0} 10^{\gamma z}(h_0-z)\,dz\right). \qquad (3.9)$$

Интегрируя (3.9), будем иметь

$$q=\frac{k_0}{\gamma^2 S\ln^2 10}\left[10^{\gamma H}-10^{\gamma h_0}-\gamma(H-h_0)\ln 10\right]. \qquad (3.10)$$

Принимая во внимание, что ln10=2,3 получим окончательно

$$q=\frac{0,19k_0}{\gamma^2 S}[10^{\gamma H}-10^{\gamma h_0}-2,3\gamma(H-h_0)]. \qquad (3.11)$$

Если пренебречь высотой воды в дрене, т. е. принять $h_0=0$, то $10^{\gamma h_0}=1$ и формула (3.11) примет следующий вид:

$$q=\frac{0,19k_0}{\gamma^2 S}[10^{\gamma H}-(2,3\gamma H+1)]. \qquad (3.12)$$

Дальность осушительного действия дрены при расходе потока грунтовых вод на 1 пог. м дрены—q (с одной стороны)

$$S=\frac{0,19k_0}{t\gamma^2 q}[10^{\gamma H}-(2,3\gamma H+1)]. \qquad (3.13)$$

§ 4. Дрена или канал в горизонтально-неоднородном грунте

Для решения задачи воспользуемся уравнением Дюпюи. Очевидно, что при постоянном расходе грунтового потока q в любом сечении, расположенном на расстоянии x от дрены (рис. 34), будет соблюдаться условие

$$q=k_m h\frac{dh}{dx}, \qquad (4.1)$$

где k_m — коэффициент фильтрации m-го слоя. Производя последовательное интегрирование уравнения (4.1), для каждого из слоев, получим

$$S_1=\frac{k_1(h_1^2-h_0^2)}{2q}; \quad S_2=\frac{k_2(h_2^2-h_1^2)}{2q}; \quad S_m=\frac{k_m(h_m^2-h_{m-1}^2)}{2q}. \qquad (4.2)$$

Выражение (4.2) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{S_1}{k_1}=\frac{h_1^2-h_0^2}{2q}; \quad \frac{S_2}{k_2}=\frac{h_2^2-h_1^2}{2q}; \quad \frac{S_m}{k_m}=\frac{h_m^2-h_{m-1}^2}{2q}. \qquad (4.3)$$

Если произвести сложение всех членов (4.3), то получим

$$D_{пр}=\sum_1^m\frac{S_i}{k_i}=\frac{h_m^2-h_0^2}{2q}=\frac{H^2-h_0^2}{2q}, \qquad (4.4)$$

откуда

$$q=\frac{H^2-h_0^2}{2D_{пр}}, \qquad (4.5)$$

где под $D_{пр}$ подразумевается некоторая приведенная величина.

размер которой определяется из следующего уравнения:

$$D_{пр}=\sum_{1}^{m}\frac{S_i}{k_i}. \qquad (4.6)$$

Можно поступить и другим образом: заменить все слои разной проницаемости эквивалентными по проницаемости слоями одного какого-нибудь грунта (привести к проницаемости одного грунта).

Например, если привести весь слоистый грунт к коэффициенту фильтрации k_1, то толщина приведенного слоя будет

$$S'_{пр}=S_1+\frac{k_1}{k_2}S_2+\frac{k_1}{k_3}S_3+\ldots+\frac{k_1}{k_m}S_m. \qquad (4.7)$$

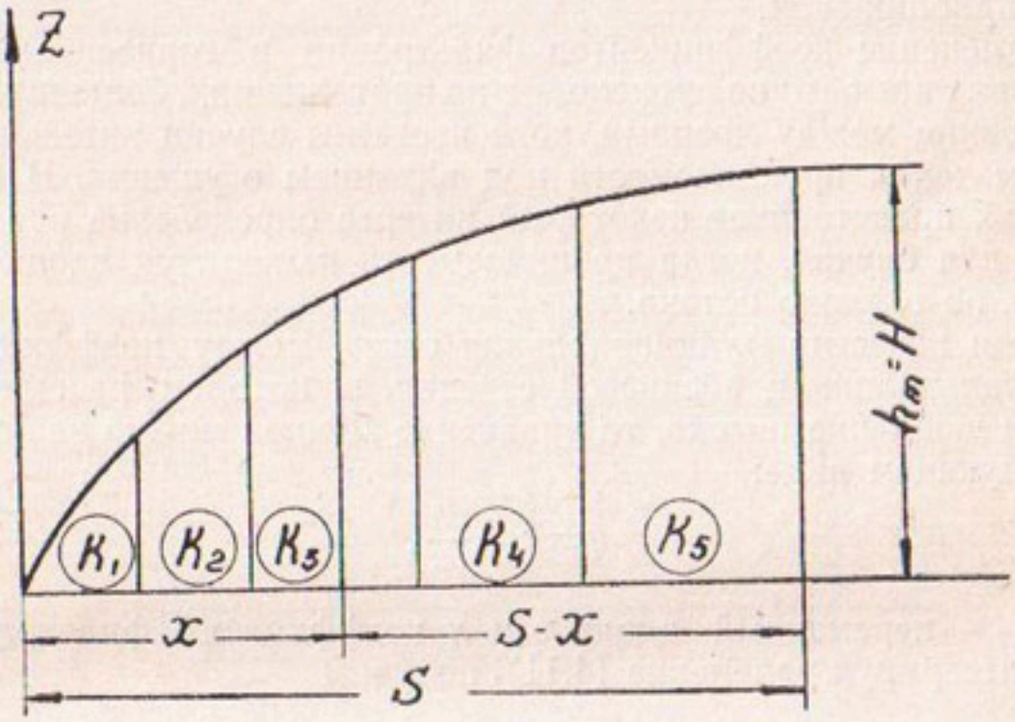


Рис. 34

Принимая во внимание, что напоры на концевых участках как для приведенного, так и для слоистого грунта одни и те же, расход находится по формуле

$$q=\frac{k_1\left(H^2-h_0^2\right)}{2S'_{пр}}, \qquad (4.8)$$

где $S'_{пр}$ определяется по формуле (4.7).

В ряде случаев необходимо определить не q, а дальность осушительного действия дрены; ее непосредственное определение в данном случае невозможно и решение приходится находить путем последовательного приближения.

Порядок расчета в этом случае следующий. Разрешая формулу (4.8) относительно $S'_{пр}$, получим

$$S'_{\text{пр}}=\frac{k_1\left(H^2-h_0^2\right)}{2q}. \tag{4.9}$$

Согласно формуле (4.7),

$$S'_{\text{пр}}=S_1+\frac{k_1}{k_2}S_2+\frac{k_1}{k_3}S_3+\ldots+\frac{k_1}{k_m}S_m. \tag{4.10}$$

Имея величину $S'_{\text{пр}}$, подбирают сумму n первых членов таким образом, чтобы она была равна $S'_{\text{пр}}$. В ряде случаев $S'_{\text{пр}}$ будет меньше суммы n членов, но больше суммы $n-1$ членов. Тогда для получения точного значения реального S на n участке величина αS_n $(\alpha<1)$ находится путем последовательного приближения.

Изменение коэффициентов фильтрации в горизонтальном направлении обычно происходит на протяжениях, больших, чем расстояния между дренами, хотя известны случаи интенсивного изменения проницаемости под влиянием осушения. В этих случаях представляет некоторый интерес определение расхода дрен для случая, когда проницаемость изменяется вдоль оси x, т. е. по течению потока.

Если известна функциональная связь между коэффициентом фильтрации и абсциссой сечения, в котором рассматривается движение потока, то уравнение Дюпюи можно записать в следующем виде:

$$q=k_x h\frac{dh}{dx}, \tag{4.11}$$

где k_x — переменный вдоль оси x коэффициент фильтрации.

Интегрируя уравнение (4.11), получим

$$q=\frac{H^2-h_0^2}{2\int\limits_0^S\frac{dx}{k_x}}. \tag{4.12}$$

При расчетах дренажей зависимость $k_x=F(x)$ удобнее всего иметь в виде $k_x=k_0+f(x)$ или $k_x=k_0\varphi(x)$, где k_0—коэффициент фильтрации в начале координат.

Очевидно, что

$$f(0)=0;\quad \varphi(0)=1$$

Величина дальности действия дрены определяется из условия

$$\int\limits_0^S\frac{dx}{k_x}=\frac{H^2-h_0^2}{2q}. \tag{4.13}$$

При $k_x=k_0$, т. е. в случае однородного грунта, формула (4.12) приводится к формуле Дюпюи.

§ 5. Дрена или совершенный канал в изотропно-неоднородном грунте

В общем случае фильтрационные свойства неоднородного грунта могут изменяться в весьма широких пределах как в зависимости от координат области фильтрации, так и от направления струй фильтрационного потока (в случае анизотропно-проницаемых грунтов).

У изотропно-проницаемых грунтов коэффициент фильтрации является функцией только одних координат. В том случае, если изменение проницаемости вдоль оси y незначительно,

$$k=k_{xz}=F(x,z)\ . \tag{5.1}$$

Если построить эпюры коэффициентов фильтрации для сечений потока, находящихся на различных расстояниях от на-

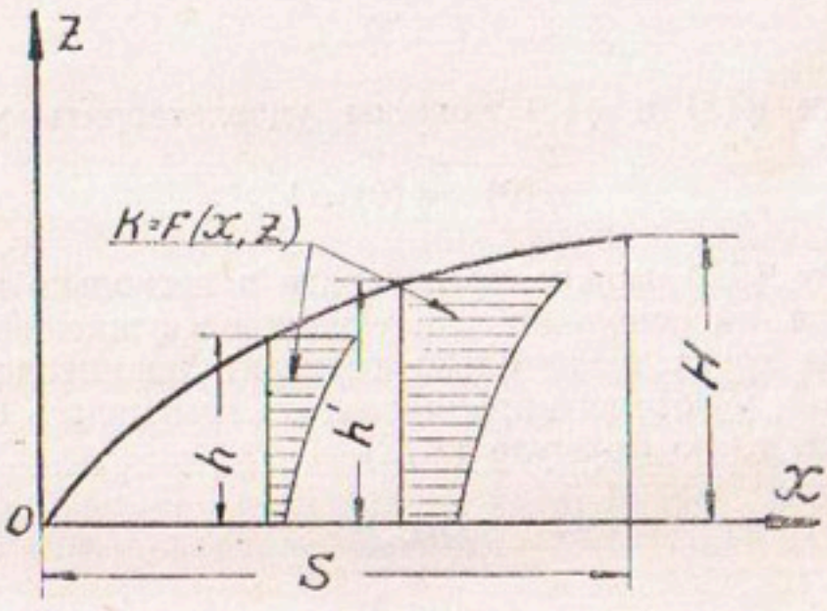


Рис. 35

чала координат (рис. 35), то эти эпюры будут иметь различные конфигурации. При укладке дрены на водоупор уравнение Дюпюи принимает следующий вид:

$$q=\frac{dh}{dx}\int_0^h k_{xz}dz, \tag{5.2}$$

где $_{xz}$ — переменный в направлении осей x и z коэффициент фильтрации.

Интегрирование уравнения (5.2) в общем виде затруднительно ввиду того, что κ_{xz} является функцией двух переменных (x и z) и разделение переменных не всегда удается.

Как указывалось выше, в частном случае, когда k_{xz} можно представить в виде произведения двух функций, каждая из

которых зависит только от одного из переменных, их разделение происходит довольно легко. Действительно, если $k_{xz}=k_0\varphi(x)\psi(z)$, то без учета потерь напора при фильтрации через нижележащие слои

$$q=k_0\varphi(x)\frac{dh}{dx}\int_0^h\psi(z)\,dz, \tag{5.3}$$

откуда

$$q\int_0^S\frac{dx}{\varphi(x)}=k_0\int_{h_0}^H\int_0^h\psi(z)\,dz\,dh. \tag{5.4}$$

Разрешая уравнение (5.4) относительно q, получим

$$q=\frac{k_0\int_{h_0}^H\int_0^h\psi(z)\,dz\,dh}{\int_0^S\frac{dx}{\varphi(x)}}. \tag{5.5}$$

Функции $\varphi(x)$ и $\psi(z)$ должны удовлетворять условиям

$$\varphi(0)=\psi(0)=1$$

Формулу (5.5) можно представить в несколько видоизмененном виде на основании следующих рассуждений.

Если бы грунт был только горизонтально-неоднородным, т. е. грунтом, у которого проницаемость изменялась бы только вдоль оси x, то по формуле (4.12)

$$q=\frac{H^2-h_0^2}{2\int_0^S\frac{dx}{k_x}}. \tag{5.6}$$

Заменим данный расход эквивалентным расходом для грунта с коэффициентом фильтрации k_0. При одних и тех же напорах H и h_0 на концах участка

$$q=\frac{H^2-h_0^2}{2\int_0^S\frac{dx}{k_x}}=\frac{k_0\left(H^2-h_0^2\right)}{2S_{\text{пр}}}, \tag{5.1}$$

откуда

$$S_{\text{пр}}=k_0\int_0^S\frac{dx}{k_x}. \tag{5.8}$$

Если бы грунт был только вертикально-неоднородным (со слабым изменением проницаемости по вертикали), то исполь-

зуя свойства функции Н. К. Гиринского, можно было бы записать

$$q=\frac{\Phi'_{H}-\Phi'_{h_0}}{S}. \tag{5.9}$$

где

$$\Phi'_{H}=\int_0^H k_z(H-z)\,dz; \tag{5.10}$$

$$\Phi'_{h_0}=\int_0^{h_0} k_z(h_0-z)\,dz. \tag{5.11}$$

Ввиду того, что движение происходит в изотропно-неоднородном грунте, необходимо в формулу (5.9) вместо S подставить $S_{\text{пр}}$, определяемое по формуле (5.8). После подстановки получим

$$q=\frac{\Phi'_{H}-\Phi'_{h_c}}{k_0\int_0^S \frac{dx}{k_x}}. \tag{5.12}$$

Формула (5.12) пригодна в том случае, если удается коэффициент фильтрации представить в виде: $k_{xz}=k_0\varphi(x)\psi(z)$.

В частности при $\kappa_x=\kappa_z=\kappa_0$, т. е. в случае однородного грунта, формула (5.12) приводится к формуле Дюпюи.

Необходимо помнить, что здесь Φ'—функция Н. К. Гиринского для «перевернутого» потока. Если пользоваться функцией Н. К. Гиринского в том виде, в котором она была предложена им самим, то следует изменить в (5.12) знак на обратный.

В практике мелиоративных и гидрологических расчетов могут встречаться самые разнообразные комбинации закономерностей изменения фильтрационных свойств грунта. Рассмотрим один из таких случаев.

Известно, что при устройстве осушительных систем вследствие перераспределения нагрузок в связи с осушением торфяная залежь оседает, причем величина осадки не одинакова по длине междренного пространства. Наибольшая осадка наблюдается непосредственно у дрен или у каналов и постепенно затухает по направлению к середине междренного пространства.

Наблюдения, произведенные У. Х. Томбергом [47] на болотах ЭССР, показывают, что изменение фильтрационных свойств торфа после устройства осушительных каналов или дренажей, наиболее резко выражено в непосредственной близости к каналу или дрене. Изменение фильтрационных свойств происходит приблизительно по параболическому закону.

Факт уменьшения проницаемости торфа вблизи каналов подтверждается также, например, наблюдениями А. В. Смирнова [44]. На основании наблюдений У. Х. Томберга нами предлагается следующая зависимость изменения фильтрационных свойств торфа по длине междренного полупространства (при давности действия осушительной системы в 14—17 лет):

$$k_x = k_0(1+\sigma\sqrt{x}), \tag{5.13}$$

где

$$\sigma = \frac{0{,}3}{\sqrt{S}}; \tag{5.14}$$

S — дальность действия дрены или половина расстояния между дренами при систематическом дренаже.

Применение формул, учитывающих изменение фильтрационных свойств торфа после осушения, дает возможность правильнее определить расстояния между дренами, т. к. оно ориентируется не на условия, которые существуют до устройства дренажа, а на условия, в которых придется работать дренам в течение длительного периода после их закладки.

Если изменение проницаемости по вертикали подчиняется закономерности $k_z = k_0 \cdot 10^{\gamma z}$, а по горизонтали — зависимости (5.13), то мы имеем случай, когда

$$k_{xz} = k_0(1+\sigma\sqrt{x})\,10^{\gamma z}.$$

В рассматриваемом случае $k_x = k_0(1+\sigma\sqrt{x})$ не зависит от z, а $k_z = k_0 \cdot 10^{\gamma z}$ не зависит от x.

После подстановки в формулу (5.12) получим

$$q = \frac{k_0\left(\int\limits_0^H 10^{\gamma z}(H-z)\,dz - \int\limits_0^{h_0} 10^{\gamma z}(h_0-z)\,dz\right)}{\int\limits_0^S \frac{dx}{1+\sigma\sqrt{x}}}. \tag{5.15}$$

В результате интегрирования уравнения (5.15) будем иметь

$$q = \frac{0{,}19\sigma^2 k_0\,[10^{\gamma H} - 10^{\gamma h_0} - 2{,}3\gamma(H-h_0)}{2\gamma^2[\sigma\sqrt{S} - \ln(1+\sigma\sqrt{S})]}. \tag{5.16}$$

После подстановки σ из (5.14) получим окончательно

$$q = \frac{0{,}225 k_0[10^{\gamma H} - 10^{\gamma h_0} - 2{,}3\gamma(H-h_0)]}{\gamma^2 S}. \tag{5.17}$$

При резком уменьшении проницаемости в направлении дрены в подинтегральное выражение функции Н. К. Гиринского необходимо вводить дополнительные поправки (если дренируется изолированный слой).

§ 6. Дрена или совершенный ловчий канал в двухслойном и многослойном грунтах при наклонном расположении водоупора

Воспользуемся для вывода расчетных формул в случае малой разницы в проницаемости верхнего и нижнего слоев и укладки дрены на водоупор функцией Φ'_i. Как и в случае горизонтального водоупора, движение в двухслойном грунте может происходить с пересечением кровли нижнего слоя, когда $h_0<M$ (рис. 36), или без него (когда $M<h_0<H$).

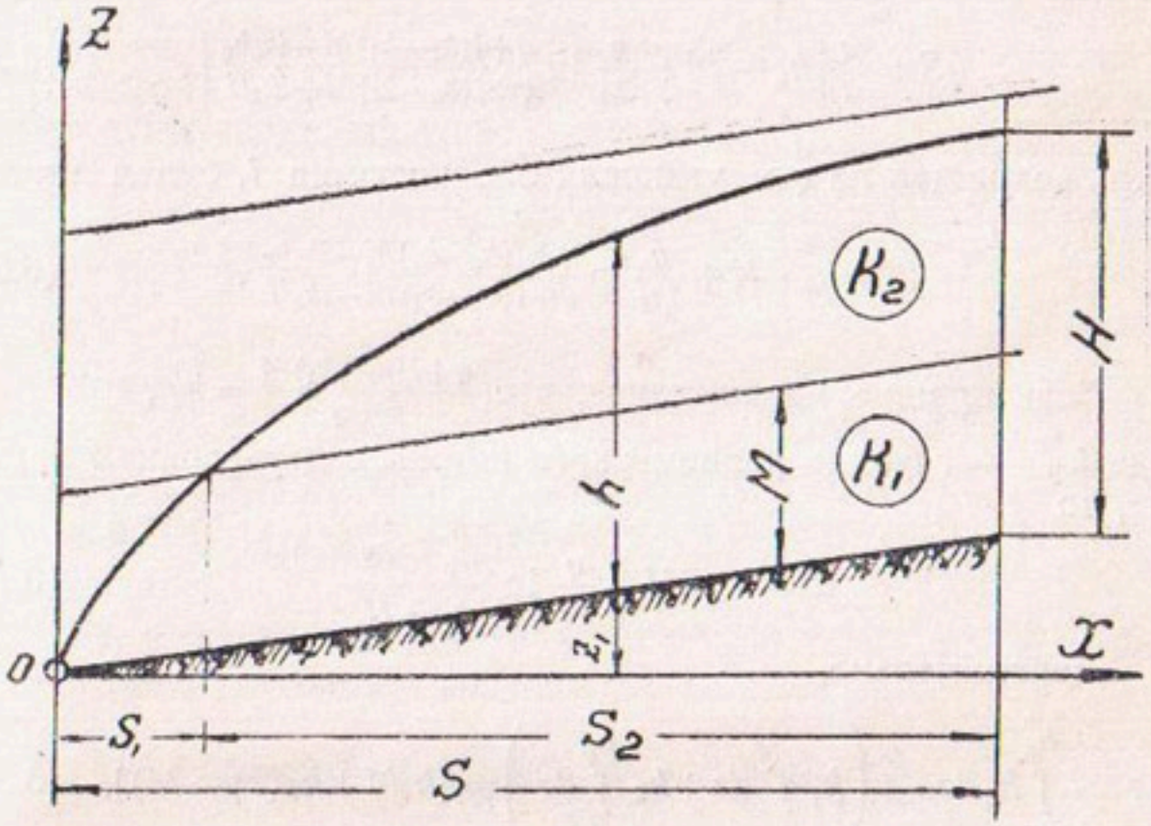


Рис. 36

Рассмотрим вначале второй случай. Предположим, что в начале участка S глубина воды в канале $h_0=h_1+M$. Функция Φ'_i приобретает в этом случае следующий вид:

$$\Phi'_i=\frac{q}{i}\int_0^h\left(\frac{q}{q-\varphi(h)}-1\right)dh=\frac{q}{i}\int_0^h\left(\frac{q}{q-i[(k_1-k_2)M+k_2h]}-1\right)dh, \quad (6.1)$$

ибо

$$\varphi(h)=i\int_0^h k_z\,dz=i\left(k_1\int_0^M dz+k_2\int_M^h dz\right)=i[(k_1-k_2)M+k_2h].$$

Обозначив $q+i(k_2-k_1)M=A$, получим

$$\Phi'_i=\frac{q}{i}\int_0^h\left(\frac{q}{A-ik_2h}-1\right)dh. \quad (6.2)$$

Интегрируя уравнение (6.2), будем иметь

$$qx+c=\frac{q}{i}\left[-\frac{q}{ik_2}\ln(A-ik_2h)-h\right]. \tag{6.3}$$

Если при $x=0$ $h=h_0$, а при $x=S$ $h=H$, то

$$qS=\frac{q}{i}\left[h_0-H+\frac{q}{ik_2}\ln\frac{A-ik_2h_0}{A-ik_2H}\right]. \tag{6.4}$$

Принимая во внимание, что $A=q+i(k_2-k_1)M$, получим

$$qS=\frac{q}{i}\left[h_0-H+\frac{q}{ik_2}\ln\frac{q+i(k_2-k_1)M-ik_2h_0}{q+i(k_2-k_1)M-ik_2H}\right], \tag{6.5}$$

или, сокращая на q и умножая обе части на i, будем иметь

$$iS=h_0-H+\frac{q}{ik_2}\ln\frac{q+i(k_2-k_1)M-ik_2h_0}{q+i(k_2-k_1)M-ik_2H}. \tag{6.6}$$

Если принять во внимание, что $\frac{q+i(k_2-k_1)M}{ik_2}=h_p''$, где h_p'' — глубина равномерного потока в двухслойном грунте, то

$$iS=h_0-H+\frac{q}{ik_2}\ln\frac{h_p''-h^0}{h_p''-H}. \tag{6.7}$$

Действительно,

$$q=i\int_0^{h_p''}k_z\,dz=i\left(k_1\int_0^{M}dz+k_2\int_M^{h_p''}dz\right)=i[k_1M+k_2(h_p''-M)], \tag{6.8}$$

откуда

$$h_p''=\frac{q+iM(k_2-k_1)}{ik_2}. \tag{6.9}$$

Если кривая депрессии в начале участка S пересекает кровлю, т. е. $h_0=M$, то формула (6.7) принимает вид

$$iS=M-H+\frac{q}{ik_2}\ln\frac{h_p''-M}{h_p''-H}. \tag{6.10}$$

Если в (6.10) подставить значение q из (6.8), то

$$iS=M-H+\frac{M(k_1-k_2)+k_2h_p''}{k_2}\ln\frac{h_p''-M}{h_p''-H}. \tag{6.11}$$

Разрешая формулу (6.7) относительно S, получим

$$S=\frac{h_0-H}{i}+\frac{q}{i^2k_2}\ln\frac{h_p''-h_0}{h_p''-H}. \qquad (6.12)$$

Если разрешить ее относительно q, то получим

$$q=\frac{(iS+H-h_0)ik_2}{\ln\dfrac{h_p''-h_0}{h_p''-H}}. \qquad (6.13)$$

Если кривая депрессии пересекает кровлю нижнего пласта, т. е. $h_0<M$, то расход q может быть определен через функцию Φ'_i следующим образом:

$$q=\frac{\Phi'_{iH}-\Phi'_{ih_0}}{S}, \qquad (6.14)$$

где

$$\Phi'_{iH}=\frac{q}{i}\int_0^H\left(\frac{q}{A-ik_2h}-1\right)dh=\frac{q}{i}\left(-H+\frac{q}{ik_2}\ln\frac{A}{A-ik_2H}\right); \qquad (6.15)$$

$$\Phi'_{ih_0}=\frac{q}{i}\int_0^{h_0}\left(\frac{q}{q-ik_1h}-1\right)dh=\frac{q}{i}\left(-h_0+\frac{q}{ik_1}\ln\frac{q}{q-ik_1h_0}\right). \qquad (6.16)$$

Подставляя значения Φ'_{iH} и Φ'_{ih_0} в (6.14), после небольших преобразований получим

$$iS=h_0-H+\frac{q}{ik_2}\ln\frac{A}{A-ik_2H}-\frac{q}{ik_1}\ln\frac{q}{q-ik_1h_0}. \qquad (6.17)$$

Если принять $k_2=nk_1$, то

$$q=\frac{(iS+H-h_0)ik_1n}{\ln B\,C^n}, \qquad (6.18)$$

где $A=q+i(k_2-k_1)M$; $\quad B=\dfrac{A}{A-ik_2H}$; $\quad C=\dfrac{q-ik_1h_0}{q}$.

Разрешая формулу (6.17) относительно S, будем иметь

$$S=\frac{h_0-H}{i}+\frac{q}{i^2k_2}\ln\frac{A}{A-ik_2H}+\frac{q}{i^2k_1}\ln\frac{q-ik_1h_0}{q}. \qquad (6.19)$$

Формулу (6.18) можно получить также на основе использования уравнения (1.82) главы I, в чем может убедиться читатель.

Подчеркнем, что полученные решения основаны на главном свойстве Φ'_i, выраженном формулой (6.14).

Указанное обстоятельство, как будет показано ниже, дает возможность весьма быстрого и легкого решения задач по фильтрации в многослойных грунтах, так как при выводе формул не возникает необходимости производить интегрирование на отдельных участках. Расход в этом случае получается как разность значений функции Φ'_i на концах участка S, деленная на длину этого участка. Можно убедиться, что решения, получаемые на основе применения функции Φ'_i в случае двухслойного грунта совпадают с решениями Г. Н. Каменского [19].

Если водоупор имеет обратный уклон, то функция Φ'_i приобретает следующий вид:

$$\Phi'_i = \frac{q}{-i}\int_0^h \left(\frac{q}{q+\varphi(h)} - 1\right) dh = \frac{q}{i}\int_0^h \left(1 - \frac{q}{q+\varphi(h)}\right) dh, \quad (6.20)$$

так как в этом случае i имеет отрицательный знак.

Под $\varphi(h)$ необходимо понимать абсолютное значение $i\int_0^h k_z\,dz$. Если грунт однороден, то $i\int_0^h k_z\,dz = ikh$.

В данном случае

$$\Phi'_{iH} = \frac{q}{i}\int_0^H \left(1 - \frac{q}{q+ikh}\right) dh = \frac{q}{i}\left(H - \frac{q}{ik}\ln\frac{q+ikH}{q}\right); \quad (6.21)$$

$$\Phi'_{ih_0} = \frac{q}{i}\int_0^{h_0} \left(1 - \frac{q}{q+ikh}\right) dh = \frac{q}{i}\left(h_0 - \frac{q}{ik}\ln\frac{q+ikh_0}{q}\right); \quad (6.22)$$

$$q = \frac{\Phi'_{iH} - \Phi'_{ih_0}}{S} = \frac{q}{iS}\left(H - h_0 - \frac{q}{ik}\ln\frac{q+ikH}{q+ikh_0}\right), \quad (6.23)$$

или

$$iS = H - h_0 + \frac{q}{ik}\ln\frac{q+ikh_0}{q+ikH}. \quad (6.24)$$

Не представляет труда вывести формулу и для определения расхода в двухслойном грунте при $i<0$. Действительно, в этом случае

$$\Phi'_{iH} = \frac{q}{i}\int_0^H \left(1 - \frac{q}{q+\varphi(h)}\right) dh = \frac{q}{i}\int_0^H \left(1 - \frac{q}{A'+ik_2h}\right) dh, \quad (6.25)$$

где $A' = q + iM(k_1 - k_2)$.

Действительно,

$$q+\varphi(h) = q + i\int_0^h k_z dz = q + i\left(k_1\int_0^M dz + k_2\int_M^h dz\right) =$$

$$= q + i(k_1 - k_2)M + ik_2h,$$

В результате интегрирования выражения (6.25) получим

$$\Phi'_{iH}=H-\frac{q}{ik_2}\ln\frac{A+ik_2H}{A}. \qquad (6.26)$$

Воспользовавшись уже готовым решением (6.22) для Φ'_{ih_0}, будем иметь (при $h_0<M$)

$$q=\frac{\Phi'_{iH}-\Phi'_{ih_0}}{S}=\frac{q}{iS}\left(H-h_0+\frac{q}{ik_2}\ln\frac{A'}{A'+ik_2H}+\frac{q}{ik_1}\ln\frac{q+ik_1h_0}{q}\right), \qquad (6.27)$$

или

$$iS=H-h_0+\frac{q}{ik_2}\ln\frac{A'}{A'+ik_2H}+\frac{q}{ik_1}\ln\frac{q+ik_1h_0}{q}. \qquad (6.28)$$

Рассмотрим теперь случай многослойного параллельнослоистого грунта (предполагается, что кровли слоев параллельны плоскости водоупора).

В этом случае при $i>0$, например, в четырехслойном грунте

$$\varphi(h)=i\int_0^h k_z\,dz=i\left[k_1M_1+k_2M_2+k_3M_3+k_4(h-D_3)\right], \qquad (6.29)$$

где

$$D_3=M_1+M_2+M_3,$$

или

$$\varphi(h)=i\left(k_1M_1+k_2M_2+k_3M_3-k_4D_3+k_4h\right). \qquad (6.30)$$

Первые три члена, стоящие в скобках выражения (6.30), представляют площадь эпюры коэффициентов фильтрации, построенной на вертикали высотой D_3.

Четвертый член представляет собой также площадь эпюры с высотой D_3, но с постоянным коэффициентом фильтрации k_4.

Разность этих эпюр обозначим через F_3, тогда

$$\varphi(h)=i(F_3+k_4h). \qquad (6.31)$$

После подстановки значения $\varphi(h)$ в формулу для вычисления Φ'_{iH}, получим

$$\Phi'_{iH}=\frac{q}{i}\int_0^H\left(\frac{q}{q-i(F_3+k_4h)}-1\right)dh. \qquad (6.32)$$

Если обозначить $q-iF_3=A_3$, то в четырехслойном грунте

$$\Phi'_{iH_4}=\frac{q}{i}\int_0^H\left(\frac{q}{A_3-ik_4h}-1\right)dh. \qquad (6.33)$$

Для трехслойного грунта получим, соответственно,

$$\Phi'_{iH_3} = \frac{q}{i}\int_0^H \left(\frac{q}{A_2 - ik_2 h} - 1\right) dh. \tag{6.34}$$

Для двухслойного грунта, как было ранее показано,

$$\Phi'_{iH_2} = \frac{q}{i}\int_0^H \left(\frac{q}{A_1 - ik_2 h} - 1\right) dh. \tag{6.35}$$

В случае однородного грунта

$$\Phi'_{iH_1} = \frac{q}{i}\int_0^H \left(\frac{q}{q - ikh} - 1\right) dh. \tag{6.36}$$

Интегрирование этих уравнений не представляет труда и дает однотипные формулы, которые можно получить почти автоматически.

Так, например, для четырехслойного грунта в зависимости от глубины воды в канале могут встретиться следующие варианты формул.

1. Если $D_3 < h_0 < H$, то

$$q = \frac{\Phi'_{iH_4} - \Phi'_{ih_{04}}}{S}. \tag{6.37}$$

2. Если $D_2 < h_0 < D_3$, то

$$q = \frac{\Phi'_{iH_4} - \Phi'_{ih_{03}}}{S}. \tag{6.38}$$

3. Если $D_1 < h_0 < D_2$, то

$$q = \frac{\Phi'_{iH_3} - \Phi'_{ih_{02}}}{S}. \tag{6.39}$$

4. Если $h_0 < D_1 = M_1$, то

$$q = \frac{\Phi'_{iH_4} - \Phi'_{ih_{01}}}{S}. \tag{6.40}$$

Здесь индексы h_{02}, h_{03}, h_{04} и h_{01} необходимо понимать как значения функции Φ'_i в сечении, где $h = h_0$, при глубине воды в канале, большей D_1, D_2, D_3 или меньшей D_1. Аналогично и в отношении индексов H_2, H_3, H_4 в формулах (6.32) — (6.36).

В общем случае, когда k изменяется не разрывно, а плавно, т. е. $k_z = F(z)$, расход q определяется по формуле (6.14).

В качестве иллюстрации рассмотрим вывод формулы для случая следующей зависимости k_z по высоте

$$k_z = k_0(1+\alpha z)\,. \qquad (6.41)$$

При $i>0$ и кривой спада $(h<h_p)$ имеем

$$\varphi(h) = ik_0\int_0^h (1+\alpha z)\,dz = ik_0\left(h+\frac{\alpha h^2}{2}\right).$$

Выразим глубину равномерного режима h_p через расход

$$q = ik_0\left(h_p+\frac{\alpha h_p^2}{2}\right).$$

Отсюда

$$\alpha h_p + 1 = \sqrt{1+\frac{2q\alpha}{ik_0}};$$

$$\Phi'_{ih} = \frac{q}{i}\int_0^h\left(\frac{q}{q-\varphi(h)}-1\right)dh = \frac{q}{i}\int_0^h\left(\frac{q}{q-ik_0h-ik_0\frac{\alpha h^2}{2}}-1\right)dh =$$

$$= \frac{qh}{i}+\frac{q^2}{i^2k_0(1+\alpha h_0)}\ln\frac{\left(1+\alpha\frac{h_p+h}{2}\right)h_p}{(h-h_p)\left(1+\frac{\alpha h_p}{2}\right)}.$$

Используя основную связь $q=\dfrac{\Phi'_{iH}-\Phi'_{ih_0}}{S}$, имеем

$$iS = h_0-H+h_p\frac{1+\frac{\alpha h_p}{2}}{1+\alpha h_p}\ln\frac{(h_p-H)\left(1+\alpha\frac{h_0+h_p}{2}\right)}{(h_p-h)\left(1+\alpha\frac{h_0+h_p}{2}\right)}. \qquad (6.42)$$

Очевидно, что при $\alpha=0$ формула (6.42) переходит в известное уравнение неравномерного движения грунтовых вод. Можно рассмотреть формы кривых при различных значениях α $(\alpha>0,\ \alpha<0)$; на этом останавливаться не будем.

Как указывалось ранее, приведенные выше формулы выводились, исходя из параллельности струй потока и при пренебрежении дополнительными сопротивлениями, связанными с переходом струй из верхних слоев в нижние. При резкой разнице в проницаемости слоев и дренировании замкнутого пласта желательно учитывать эти сопротивления.

Ранее нами принималось увеличение путей фильтрации пропорциональным реальной длине S между сечениями, где

$h=h_0$ и $h=H$. Так, например, для расхода из верхнего слоя двухслойного пласта при $i=0$

$$q=\frac{\mu k_2(h_2^2-h_1^2)}{2S}.$$

Величина $\beta S=\frac{S}{\mu}$ в данном случае является приведенной длиной пути фильтрации.

Можно подойти к этому вопросу несколько иначе и рассматривать движение струй не как криволинейное с приведенной длиной пути фильтрации, а как параллельноструйное с приведенным коэффициентом фильтрации μk_2.

Если принять такое толкование вопроса, то в случае наклонного водоупора величины $\varphi(h)$ и q можно приближенно вычислять по формулам

$$\varphi(h)=i\int_0^h \mu_z k_z dz;\quad q=i\int_0^h \mu_z k_z dz. \tag{6.44}$$

В случае многослойного грунта с разрывным изменением проницаемости по высоте

$$\varphi(h)=i\left(k_1\int_0^{D_1} dz+\mu_1 k_2\int_{D_1}^{D_2} dz+\mu_2 k_3\int_{D_2}^{D_3} dz+\ldots.\,\mu_{n-1}k_n\int_{D_{n-1}}^{h} dz\right); \tag{6.45}$$

$$q=i\left(k_1\int_0^{D_1} dz+\mu_1 k_2\int_{D_1}^{D_2} dz+\ldots\,\mu_{n-1}k_n\int_{D_{n-1}}^{h} dz\right). \tag{6.46}$$

Вычисление коэффициентов μ_{i-1} для случая наклонного водоупора и изолированной дрены по-видимому можно вести по тем же формулам, что и для случая $i=0$, ибо при малом уклоне водоупора фильтрационные сопротивления будут мало отличаться от таковых в случае $i=0$.

Ввод коэффициентов μ_{i-1} физически соответствует перестройке реальной эпюры проницаемости на ординате h, при которой ордината эпюры в i слое деформируется в μ_{i-1} раз.

Как уже отмечалось выше, устройство изолированных дрен крайне нежелательно. Поэтому в принципе дренаж надо было бы рассчитывать как неизолированный. Принимая, однако, во внимание, что практически осуществление проницаемой засыпки не всегда производится, мы в дальнейшем будем рассматривать оба варианта (изолированной и неизолированной дрены).

Хорошо известно, что засыпка всегда более проницаема, чем коренная порода, но со временем происходит ее уплотне-

ние, с которым необходимо считаться, так как дренаж рассчитывается на длительный период работы. Ряд исследований показывает, что иногда проницаемость засыпки сохраняется довольно долго. Это по-видимому обусловливается наличием более высоких градиентов напора в зоне, расположенной непосредственно над дреной, благодаря чему в период интенсивного выпадения осадков, когда возникает поток через засыпку, отмечаются явления суффозии.

Если дрена уложена в траншею с засыпкой, проницаемость которой выше проницаемости коренной породы, то ее нельзя рассматривать как изолированную. Расход такой дрены в период пропуска максимумов стока (ливневого характера или стока талых вод) будет в значительной мере зависеть от проницаемости засыпки.

При выпуске потока грунтовых вод в открытый канал мы не принимаем во внимание фильтрационных сопротивлений на вертикальном участке движения, ибо здесь по достижении потоком траншеи происходит стекание по ее стенкам.

В случае изолированной дрены, наоборот, потери напора на вертикальных путях фильтрации при малой проницаемости нижнего слоя весьма велики и поэтому в дрену попадает лишь незначительная часть расхода, который может быть пропущен верхним слоем при данной разности напоров на концах участка S.

Наиболее интересным с практической точки зрения является случай, когда дрена укладывается в траншею, заполненную засыпкой, в общем случае отличающейся по проницаемости как от верхнего, так и от нижнего слоев двухслойного грунта.

Обычно проницаемость засыпки сельскохозяйственных дренажей имеет промежуточное значение между проницаемостью верхнего—пахотного слоя и коренной породы, так как она состоит из гумусированной части грунта и смешанной с ней разрыхленной коренной породы.

Расчет таких дрен, которые в отличие от изолированных дрен и открытых каналов назовем неизолированными дренами (в практике такие дрены иногда называются дренами с фильтрующей шторой), рассмотрим ниже, в конце настоящей главы.

§ 7. Несовершенная дрена или ловчий канал в двухслойном грунте

Укладка дрен на водоупор является частным и в общем довольно редким случаем, встречающимся в мелиоративной практике. Как правило, дрены укладываются на некотором расстоянии a от водоупора. В ряде случаев вообще очень трудно выявить точное расположение водоупора, и такую дрену иногда рассчитывают как дрену с бесконечным удалением

от водоупора. Если при расчете дрены с бесконечно удаленным водоупором принимать, что коэффициент фильтрации — постоянная по высоте величина, равная коэффициенту фильтрации в месте укладки дрен, то, как правило, получаются завышенные расходы, приводящие к назначению неоправданно завышенных расстояний между дренами в случае систематического дренажа или излишне оптимистическим прогнозам в отношении расходов водосборных галлерей, каналов или дрен. Наблюдения У. Х. Томберга на болотах и замеры коэффициентов фильтрации в минеральных грунтах показывают, что нижние слои даже однородных грунтов, как пра-

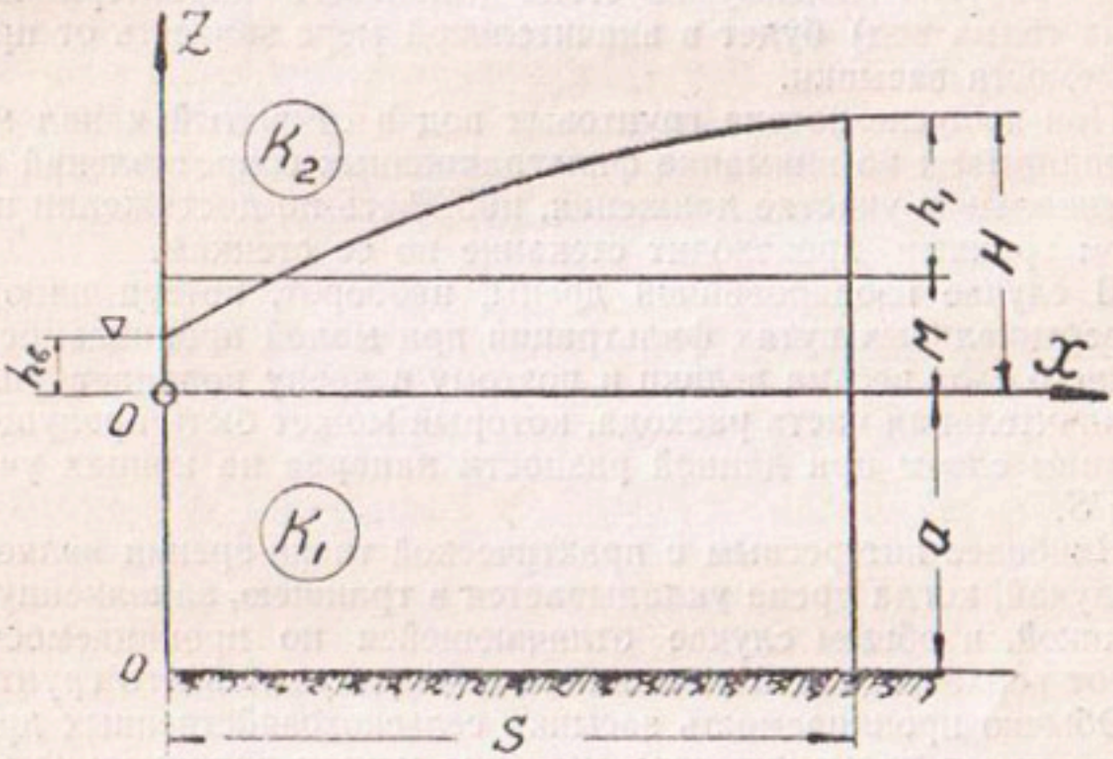


Рис. 37

вило, имеют меньшую проницаемость. Данное явление можно объяснить, во-первых, давлением верхних слоев и, во-вторых, некоторым влиянием почвообразовательных процессов, в результате которых в нижних слоях образуются слабопроницаемые, а часто и исключительно слабопроницаемые горизонты (ортштейн). Данное обстоятельство, если оно не учитывается при расчетах регулирующей сети осушительных систем, может приводить к назначению неоправдано высоких расстояний между дренами, что, в свою очередь, приводит к недостаточному осушению.

При укладке дрены в двухслойный грунт могут встретиться два варианта расположения дрены относительно линии раздела слоев: 1) дрена укладывается в нижний слой, 2) дрена укладывается в верхний слой. Рассмотрим оба эти случая и приведем для них расчетные формулы. При укладке дрены в нижний слой (рис. 37) на расстоянии *a* от поверхности водо-

упора (при мощности пласта $a+M$) можно условно считать, что расход дрены определится как сумма расходов, поступающих из областей, расположенных выше горизонта заложения дрены (q_1) и ниже ее заложения (q_0). Такое допущение мы делаем по аналогии с детально рассмотренной выше задачей о притоке воды к совершенному каналу в двухслойном грунте с использованием функции Н. К. Гиринского. Расход q_1 будет равен (в случае $h_0<M$)

$$q_1=\frac{k_1}{2S}[\mu n(H-M)^2+2M(H-M)+M^2-h_0^2]. \qquad (7.1)$$

где

$$n=\frac{k_2}{k_1}.$$

Нижняя зона представлена однородным грунтом с коэффициентом фильтрации k_1. Рассматривая нижнюю зону как условную зону напорного потока, получим ее расход в виде

$$q_0=\frac{k_1(H-h_0)a}{S}\alpha, \qquad (7.2)$$

где

$$\alpha=\frac{1}{1+1{,}47\frac{a}{S}\lg\frac{2a}{\pi d}}.$$

Общий расход $q=q_1+q_0$ составит

$$q=\frac{k_1}{2S}[\mu n(H-M)^2+2M(H-M)+M^2-h_0^2+2a(H-h_0)\alpha]. \qquad (7.3)$$

При отсутствии подпора в дрене или малой глубине ее заполнения можно принять $h_0=0$. В этом случае

$$q=\frac{k_1}{2S}[\mu n(H-M)^2+2M(H-M)+M^2+2aH\alpha]. \qquad (7.4)$$

Дальность осушительного действия дрены при известном притоке q с одной ее стороны определяется по формуле

$$S=\frac{k_1}{2q}[\mu n(H-M)^2+2M(H-M)+M^2+2aH\alpha]. \qquad (7.5)$$

При укладке дрены в верхний слой (рис. 38), применяя аналогичные допущения, получим расход из верхней зоны как расход из однородного грунта с проницаемостью k_2; по формуле Дюпюи

$$q_1=\frac{k_2(H^2-h_0^2)}{2S}. \qquad (7.6)$$

Расход из нижней зоны, как расход из зоны, составленной из двух пластов (нижнего — мощностью a_1 с проницаемостью k_1 и среднего — мощностью a_2 и проницаемостью k_2) может быть условно определен с учетом поправки λ по формуле

$$q_0 = (H - h_0) \int_0^a \lambda_z k_z dR, \tag{7.7}$$

где

$$R = \frac{z}{S + \eta_z}.$$

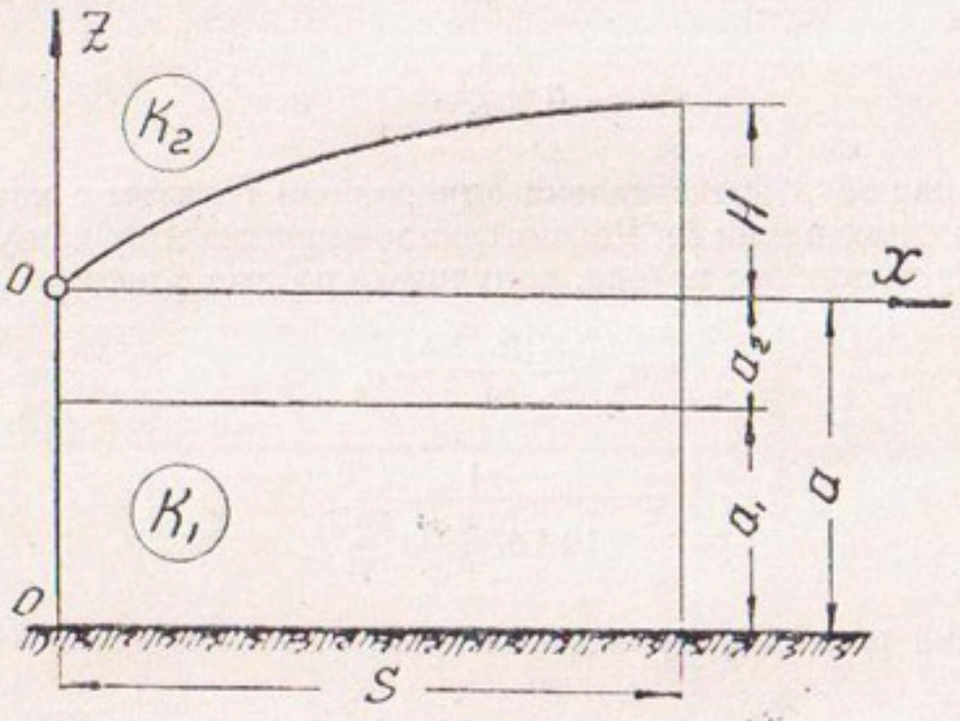


Рис. 38

При разрывном изменении k_z по высоте в случае двухслойного грунта

$$q_0 = (H - h_0)\left[\frac{k_2 a_2}{S + \eta_2} + \lambda k_1\left(\frac{a}{S + \eta} - \frac{a_2}{S + \eta_2}\right)\right]. \tag{7.8}$$

Значение λ определяется в данном случае по формуле

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{1 + \omega^2}}, \tag{7.9}$$

где (при $n > 10$)

$$\omega = \frac{\beta_1 a_1 a_2 n^{0,8}}{(a + 0{,}5a_1)^2}; \quad n = \frac{k_1}{k_2}; \quad \beta_1 = \sqrt{1 + \frac{a_2}{a}}.$$

Общий расход q равен сумме расходов отдельных зон, т. е.

$$q = \frac{k_2(H^2 - h_0^2)}{2S} + (H - h_0)\left[\frac{k_2 a_2}{S + \eta_2} + \lambda k_1\left(\frac{a}{S + \eta} - \frac{a_2}{S + \eta_2}\right)\right]. \tag{7.10}$$

где

$$\eta=1{,}47a\cdot\lg\frac{2a}{\pi d};\quad \eta_2=1{,}47a_2\cdot\lg\frac{2a_2}{\pi d}.$$

Величину S при заданном q лучше всего определять подбором, ибо разрешение уравнения (7.10) относительно S дает уравнение третьей степени.

Задача о расходе несовершенной дрены (рис. 39), уложенной в двухслойный грунт при наклонном водоупоре, может быть, правда, весьма приближенно, решена на основании следующего допущения: при малых уклонах водоупора коэффициент висячести дрены при наклонном водоупоре будет мало отличаться от коэффициента висячести той же дрены при горизонтальном водоупоре. Такое допущение, как будет пока-

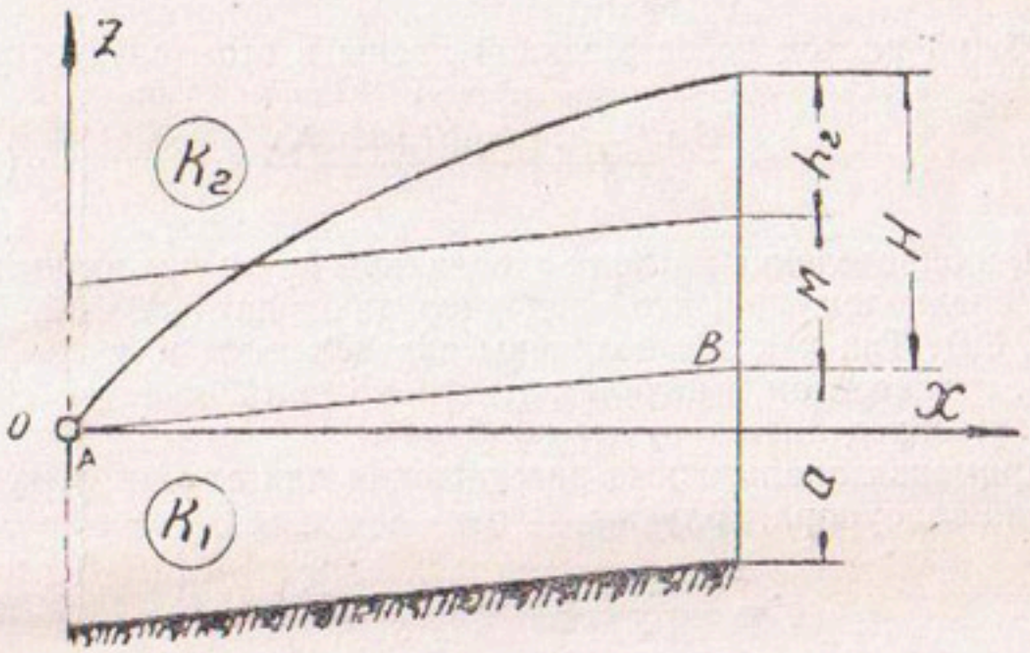


Рис. 39

зано ниже, подтверждается опытами. Разбивая, как и ранее, общий поток на два условных потока, расход из верхней зоны для первого варианта укладки дрены (при $i>0$) можно получить по следующей формуле:

$$q_1=\frac{iS+H-h_0}{A+B},\qquad (7.11)$$

где

$$A=\frac{2{,}3}{ik_1}\lg\frac{h'_p-h_0}{h'_p-M};\quad B=\frac{2{,}3}{ik_2}\lg\frac{h''_p-M}{h''_p-H}.$$

Расход напорного потока, поступающий в дрену из нижней зоны, может быть найден из следующих соображений.

Если рассматривать кривую депрессии как пьезометрическую кривую потока, проходящего под дреной (как будет показано ниже, это не совсем точно), то

$$q_0 = k_1 a\left(i + \frac{dh}{dx}\right). \tag{7.12}$$

Интегрируя уравнение (7.12) и разрешая полученный результат относительно q_0, будем иметь

$$q_0 = \frac{k_1 a(H + iS - h_0)}{S}. \tag{7.13}$$

Учитывая потери напора на несовершенство дрен, расход поступающий в дрену будет равен

$$q_0 = \frac{k_1 a(H + iS - h_0)}{S}\alpha. \tag{7.14}$$

Общий расход несовершенной дрены в этом случае составит

$$q = \frac{iS + H - h_0}{A + B} + \frac{k_1 a(H + iS - h_0)}{S}\alpha. \tag{7.15}$$

При определении расхода q величины h'_p и h''_p вычисляются в предположении, что водоупор проходит по линии AB (рис. 39). Так как эти величины определяются в зависимости от q_1, неизвестном в начале расчета, то при заданном S величина q_1 определяется путем подбора*.

Применяя аналогичные рассуждения для случая обратного уклона водоупора, получим

$$q' = \frac{iS - H + h_0}{A' + B'} + \frac{k_1 a(H - iS - h_0)}{S}\alpha, \tag{7.16}$$

где

$$A' = \frac{2{,}3}{ik_1}\lg\frac{h'_p + h_0}{h'_p + M}; \quad B' = \frac{2{,}3}{ik_2}\lg\frac{h''_p + M}{h''_p + H}.$$

Если дрены укладываются по второму варианту, т. е. в верхний слой, то расходы из верхней зоны можно определить по формуле (6.13) предыдущего раздела. В случае $i > 0$

$$q_1 = \frac{ik_2(iS + H - h_0)}{\ln\dfrac{h_p - h_0}{h_p - H}}. \tag{7.17}$$

В случае $i < 0$

$$q'_1 = \frac{ik_2(iS + h_0 - H)}{\ln\dfrac{h_p + h_0}{h_p + H}}. \tag{7.18}$$

---

* Далее, в § 9 настоящей главы, будет дано приближенное решение, позволяющее определять q_1 непосредственно.

Как видно из формул (7.14) и (7.15), наличие уклона водоупора заставляет при вычислении расхода из нижней зоны вводить в расчетный напор дополнительный член, равный по абсолютной величине iS. При положительном уклоне ($i>0$) он прибавляется, в противном случае — вычитается из напора H. Поэтому при укладке дрены по второму варианту, используя формулу (7.7), расход из зоны, расположенной ниже дрены, при $i>0$ можно определить по следующей формуле:

$$q_0=(H+iS-h_0)\int_0^a \lambda_z k_z\,dR. \qquad (7.19)$$

В случае обратного уклона

$$q_0'=(H-iS-h_0)\int_0^a \lambda_z k_z\,dR. \qquad (7.20)$$

При разрывном изменении коэффициентов фильтрации, при $i>0$ и двухслойном грунте

$$q_0=(H+iS-h_0)\left[\frac{k_2a_2}{S+\eta_2}+\lambda k_1\left(\frac{a}{S+\eta}-\frac{a_2}{S+\eta_2}\right)\right]. \qquad (7.21)$$

Если $i<0$, то

$$q_0'=(H-iS-h_0)\left[\frac{k_2a_2}{S+\eta_2}+\lambda k_1\left(\frac{a}{S+\eta}-\frac{a_2}{S+\eta_2}\right)\right]. \qquad (7.22)$$

При $H=iS+h_0$, если $i<0$, приток в дрену прекращается. Общий расход дрены при $i>0$ будет равен

$$q=(H+iS-h_0)\left[\frac{ik_2}{\ln\frac{h_p-h_0}{h_p-H}}+\frac{k_2a_2}{S+\eta_2}+\lambda k_1\left(\frac{a}{S+\eta}-\frac{a_2}{S+\eta_2}\right)\right]. \qquad (7.23)$$

При $i<0$

$$q'=\frac{ik_2(iS+h_0-H)}{\ln\frac{h_p+h_0}{h_p+H}}+(H-iS-h_0)\left[\frac{k_2a_2}{S+\eta_2}+\lambda k_1\left(\frac{a}{S+\eta}-\frac{a_2}{S+\eta_2}\right)\right]. \qquad (7.24)$$

Для проверки выведенных формул были произведены расчеты и контрольные измерения на приборе ЭГДА для случая $i=0{,}05$, $H=1{,}5$ *м*, $S=14$ *м*, $d=0{.}1$ *м*, $a=2$ *м*. Значение уклона было выбрано максимальным с целью доказательства того, что даже в этом случае получаются приемлемые для практики решения. В природных условиях падение слоев, как правило, меньше 0,05.

В первом варианте принималось, что коэффициент фильтрации верхнего слоя $k_2=0{,}25$ *м/сут*. Коэффициент фильтрации нижнего слоя принимался равным 1 *м/сутки*, $M=0{,}5$ *м*.

При принятых размерах и при пренебрежении величиной h_0 общий расход q будет равен

$$q=\frac{iS+H}{A+B}+\frac{k_1a(H+iS)}{S}\alpha=\frac{0.05\cdot 14+1,5}{A+B}+\frac{1\cdot 2(1,5+0,05\cdot 14)}{14}\alpha=$$

$$=\frac{2,2}{A+B}+0,254,$$

так как

$$\alpha=\frac{1}{1+1,47\ \frac{2}{14}\lg\frac{2\cdot 2}{3,14\cdot 0,1}}=0,810.$$

Зададимся $q_1=0,080$ м²/сутки. В этом случае

$$h'_p=\frac{q_1}{ik_1}=\frac{0,080}{1\cdot 0,05}=1,6\ м;$$

$$h''_p=\frac{q_1+iM(k_2-k_1)}{ik_2}=\frac{0,080+0,05\cdot 0,5(0,25-1,0)}{0,05\cdot 0,25}=4,9\ м;$$

$$A=\frac{2,3}{ik_1}\lg\frac{h'_p}{h'_p-M}=\frac{2,3}{0,05\cdot 1}\lg\frac{1,6}{1,6-0,5}=7,35;$$

$$B=\frac{2,3}{ik_2}\lg\frac{h''_p-M}{h''_p-H}=\frac{2,3}{0,05\cdot 0,25}\lg\frac{4,9-0,5}{4,9-1,5}=20,2;$$

$$q_1=\frac{2,2}{7,35+20,2}=0,080\ м^2/сут.$$

Таким образом, общий расход, вычисленный без учета h_0,

$$q=0,080+0,254=0,334\ м^2/сут.$$

В результате опыта получено $q=0,321$ *м²/сутки.*

Во втором варианте принималось, что дрена уложена в верхний слой с коэффициентом фильтрации $k_2=1$ *м/сутки.* Мощность слоев a_1 и a_2 принималась равной, соответственно, 1,4 и 1,6 *м.* Коэффициент фильтрации нижнего слоя принят $k_1=0,25$ *м/сутки.* При принятых значениях H, k_2 и S расход верхней зоны (при $h_0=0$)

$$q_1=\frac{ik_2(iS+H)}{\ln\frac{h_p}{h_p-H}}=\frac{0,05\cdot 1(0,05\cdot 14+1,5)}{2,3\cdot\lg\frac{h_p}{h_p-H}}=\frac{0,048}{\lg\frac{h_p}{h_p-1,5}}.$$

Зададимся $q_1=0,132$ *м²/сутки.* В этом случае

$$h_p=\frac{q_1}{ik_2}=\frac{0,132}{0,05\cdot 1,0}=2,64м;$$

$$q_1 = \frac{0{,}048}{\lg \frac{2{,}64}{2{,}64-1{,}5}} \cong 0{,}132 \ м^2/сут.$$

Расход из нижней зоны равен

$$q_0 = (H+iS)\left[\frac{k_2 a_2}{S+\eta_2} + \lambda k_1 \left(\frac{a}{S+\eta} - \frac{a_2}{S+\eta_2}\right)\right].$$

Вычислим компоненты формулы для определения q_0:

$$H+iS = 1{,}5+0{,}05 \cdot 14 = 2{,}2 \ м;$$

$$S+\eta = 14+1{,}47 \cdot 3 \lg \frac{2 \cdot 3}{3{,}14 \cdot 0{,}1} = 19{,}65;$$

$$S+\eta_2 = 14+1{,}47 \cdot 16 \lg \frac{2 \cdot 1{,}6}{3{,}14 \cdot 0{,}1} = 16{,}40;$$

$$\omega = \frac{\beta a_1 a_2 n^2}{a^2 (n+2)} = \frac{1{,}24 \cdot 1{,}4 \cdot 1{,}6 \cdot 0{,}25^2}{3^2 (0{,}25+2)} = 0{,}09;$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{1+\omega^2}} = \sqrt{\frac{1}{1+0{,}09^2}} \cong 1;$$

$$q_0 = 2{,}2\left[\frac{1 \cdot 1{,}6}{16{,}40} + 0{,}25 \cdot 1\left(\frac{3{,}0}{19{,}65} - \frac{1{,}6}{16{,}40}\right)\right] = 0{,}234 \ м^2/сут.$$

Общий расход

$$q = 0{,}132+0{,}234 = 0{,}366 \ м^2/сутки \ (\text{без учета } h_0).$$

В результате опыта получено $q = 0{,}363 \ м^2/сутки$.

Сравнение результатов вычислений с данными опытов показывают, что даже при относительно больших уклонах водоупора расчетные формулы дают удовлетворительные результаты.

§ 8. Несовершенная дрена или канал в вертикально-неоднородном грунте

Расчет дрены, уложенной в вертикально-неоднородный грунт, принципиально не отличается от расчета дрен и каналов в двухслойном грунте, так как базируется на использовании функции Н. К. Гиринского Φ' или ее разновидности Φ'_t, при вычислении расходов из верхней зоны и формул (7.19) и (7.20) настоящей главы при вычислении расходов из нижней зоны.

В случае горизонтального водоупора общий расход дрены или канала будет вычислятфся по следующей формуле:

$$q=\frac{\Phi'_{н}-\Phi'_{h_0}}{S}+(H-h_0)\int_0^a \lambda_z k_z dR. \qquad (8.1)$$

Пренебрегая h_0, если это возможно, получим

$$q=\frac{\Phi'_{н}}{S}+H\int_0^a \lambda_z k_z dR. \qquad (8.2)$$

В случае наклонного водоупора

$$q=\frac{\Phi'_{iн}-\Phi'_{ih_0}}{S}+(H+iS-h_0)\int_0^a \lambda_z k_z dR, \qquad (8.3)$$

или, пренебрегая h_0 (если это возможно),

$$q=\frac{\Phi'_{iн}}{S}+(H+iS)\int_0^a \lambda_z k_z dR. \qquad (8.4)$$

В качестве примера приведем формулы для определения расхода несовершенной дрены в случае изменения фильтрационных свойств торфяного грунта по закономерности, предложенной У. Х. Томбергом. Примем, что водоупор горизонтален. Расход из верхней зоны нами уже определен и выражается формулой (3.11) настоящей главы.

Принимая во внимание, что с увеличением расстояния от дрены в сторону водоупора коэффициент фильтрации уменьшается, т. е. дрена находится в наиболее проницаемой части залежи в промежутке от 0 до a, примем $\lambda_z=1$; тогда

$$q_0=(H-h_0)\int_0^a k_z dR. \qquad (8.5)$$

Здесь под a подразумевается расстояние от дрены до водоупора. Направив в данном случае ось z вниз, получим:

$$dR=\frac{d}{dz}\left(\frac{z}{S+\eta_z}\right)=\frac{S+\eta_z-z\frac{d\eta_z}{dz}}{(S+\eta_z)^2}dz. \qquad (8.6)$$

Принимая во внимание, что $\eta_z=\frac{2}{\pi}\,z\cdot\ln\frac{2z}{\pi d}$, получим

$$\frac{d\eta_z}{dz}=\frac{2}{\pi}\left(\ln\frac{2z}{\pi d}+1\right). \qquad (8.7)$$

После подстановки значения $\frac{dh_z}{dz}$ в уравнение (8.6) и приведения подобных членов будем иметь

$$dR=\frac{S-0{,}64z}{(S+\eta_z)^2}\,. \tag{8.8}$$

Коэффициент фильтрации по У. Х. Томбергу в нижней зоне изменяется по закону

$$k_z=k_0\cdot 10^{-\gamma z}, \tag{8.9}$$

где z — абсолютное значение ординаты.

Необходимо отметить весьма приближенный характер зависимости (8.9). Безусловно, изменение проницаемости торфов в вертикальном направлении описывается несравненно более сложными зависимостями. Для слоев, удаленных на большое расстояние (более 3 метров) от поверхности, зависимость (8.9) будет давать заниженное значение проницаемости. Действительно, если принять $a=5$ *м* и $\gamma=0{,}7$, то $k_z=k_0\cdot 10^{-3{,}5}$, т. е. по У. Х. Томбергу получается, что проницаемость на глубине 5 *м* будет почти в три тысячи раз меньше проницаемости в точке укладки дрены. Столь резкое изменение проницаемости врядли практически возможно. При расчете дренажей, в особенности систематического дренажа с глубинами торфа до 3—4 метров, по-видимому можно с достаточной точностью пользоваться зависимостью (8.9). Последнее связано с тем, что основная часть расхода нижней зоны формируется в активной зоне, т. е. в зоне, непосредственно примыкающей к дрене. Поэтому некоторое занижение расхода, связанное с неточностью зависимости (8.9), будет невелико и может рассматриваться как определенный коэффициент запаса.

У. Х. Томберг принимал γ постоянным по всей высоте залежи. По-видимому, его надо принимать переменным,—уменьшающимся по мере удаления от дрены к водоупору. Однако еще большее усложнение зависимостей, описывающих распределение фильтрационных свойств торфяной залежи по высоте, привело бы к весьма громоздким формулам, и поэтому нами принимается в зависимость $k=f(z)$ в том виде, в котором она была предложена У. Х. Томбергом.

После подстановки полученного значения dR в подинтегральное выражение формулы (8.5) будем иметь

$$q_0=k_0(H-h_0)\int_0^a \frac{10^{-\gamma z}(S-0{,}64z)}{\left(S+0{,}64z\cdot\ln\frac{2z}{\pi d}\right)^2}\,dz\,. \tag{8.10}$$

Получение точного решения путем интегрирования уравнения (8.10) затруднительно вследствие довольно сложного вида

подинтегральной функции. Ввиду того, что данный случай представляет практический интерес и понадобится нам в дальнейшем при выводе формул для определения расстояний между дренами систематического дренажа в торфяных грунтах (см. главу IV, § 4), попытаемся получить приближенное решение.

Разобьем зону мощностью a на три участка высотой по $a/3$. На уровне закладки дрены коэффициент фильтрации равен k_0, на уровне $a/3$—k', на уровне $2a/3$—k'' и, наконец, на уровне водоупора — k'''. Средние значения коэффициента фильтрации для отдельных слоев найдем, принимая в качестве a_i расстояния от середины этих слоев до дрены.

В этом случае

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= k_0 \cdot 10^{-0{,}167a}; \\ k_2 &= k_0 \cdot 10^{-0{,}5a}; \\ k_3 &= k_0 \cdot 10^{-0{,}833a}. \end{aligned}\right\} \qquad (8.11)$$

Величины k_1, k_2, k_3 являются постоянными и поэтому при интегрировании могут быть вынесены за знак интеграла.

Расход из нижней зоны трехслойного грунта при разрывном изменении коэффициента фильтрации может быть вычислен по формуле (3.37) главы II. В данном случае, пренебрегая h_0 и приминая $\lambda = 1$, получим

$$q_0 = H\left(k_1 \int_0^{0{,}33a} dR + k_2 \int_{0{,}33a}^{0{,}66a} dR + k_3 \int_{0{,}66a}^{a} dR\right). \qquad (8.12)$$

Подставляя значения k_1, k_2 и k_3 в формулу (8,12) и производя необходимые преобразования, получим

$$q_0 = k_0 HN, \qquad (8.13)$$

где

$$N = \left[\left(\frac{z}{S+\eta_z}\right)_0^{0{,}33a} + 10^{2m}\left(\frac{z}{S+\eta_z}\right)_{0{,}33a}^{0{,}66a} + 10^{4m}\left(\frac{z}{S+\eta_z}\right)_{0{,}66a}^{a}\right]10^{m};$$

$$m = -0{,}167\gamma a.$$

Общий расход, поступающий в дрену с одной ее стороны,

$$q = \frac{0{,}19k_0}{\gamma^2 S}\left[10^{\gamma H} - (2{,}3\gamma H + 1)\right] + k_0 HN. \qquad (8.14)$$

Как видно из формулы (8.14), величина q будет значительно отличаться от размера расхода, получаемого в предположении, что грунт однороден. Поэтому не удивительны резкие расхождения в значениях расчетных и фактически наблюдаемых на дренажных системах расходов.

В качестве иллюстрации вычислим расход головной дрены диаметром $d=0{,}2$ *м*, если $S=50$ *м*, $H=1$ *м*, $a=6$ *м*, коэффициент фильтрации $k_z=2\cdot 10^{0{,}65z}$ *м/сутки*.

Расход из верхней зоны

$$q_1=\frac{0{,}19\cdot 2{,}0}{0{,}65^2\cdot 50}[10^{0{,}65\cdot 1}-(2{,}3\cdot 0{,}65\cdot 1{,}0+1{,}0)]=0{,}352\ м^2/сут.$$

Расход из нижней зоны

$$q_0=k_0HN=2\cdot 1{,}0\cdot N=2N;$$

$$\left(\frac{z}{S+\eta_z}\right)_0^{0{,}33a}=\frac{2}{50+1{,}47\cdot 2\cdot \lg\frac{2\cdot 2}{3{,}14\cdot 0{,}2}}=0{,}0383;$$

$$\left(\frac{z}{S+\eta_z}\right)_{0{,}33a}^{0{,}66a}=\frac{4}{50+1{,}47\cdot 4\cdot \lg\frac{2\cdot 4}{3{,}14\cdot 0{,}2}}-0{,}0383=0{,}0685-0{,}0383=0{,}0302;$$

$$\left(\frac{z}{S+\eta_z}\right)_{0{,}66a}^{a}=\frac{6}{50+1{,}47\cdot 4\cdot \lg\frac{2\cdot 6}{3{,}14\cdot 0{,}2}}-0{,}0685=0{,}0950-0{,}0685=0{,}0265;$$

$$m=-0{,}167\gamma a=-0{,}167\cdot 0{,}65\cdot 6=-0{,}65;\ 10^m=10^{-0{,}65}=0{,}224;$$

$$N=(0{,}0383+0{,}224^2\cdot 0{,}0302+0{,}224^2\cdot 0{,}0265)\cdot 0{,}224=0{,}0090;$$

$$q_0=2N=2\cdot 0{,}0090=0{,}018\ м^2/сут.$$

Общий расход дрены $q=0{,}0532$ *м²/сутки*.

Для оценки приемлемости полученных приближенных формул произведем численное интегрирование выражения (8.10), пользуясь правилом Симпсона.

Как известно, в этом случае

$$\int_a^b y\,dx\cong\frac{h}{3}(y_0+4y_1+2y_2+\ldots 4y_{n-1}+y_n),$$

где $h=\frac{b-a}{n}$, n — четное; y_0, $y_1\ldots y_n$ — значения функции y в точках деления.

В нашем случае

$$J=\int_0^6\frac{10^{-0{,}65z}\left(50-\frac{2}{\pi}z\right)dz}{\left(50+\frac{2z}{\pi}\cdot\ln\frac{2z}{\pi d}\right)^2}.$$

Примем $n=10$, $h=\frac{6-0}{10}=0{,}6$ *м*.

Обозначим: $a=10^{-0{,}65z}$; $b=50-\frac{2}{\pi}$; $c=50+\frac{2z}{\pi}\cdot\ln\frac{2z}{3{,}14\cdot 0{,}2}$.

Вычисления сводим в табл. 5.

Расход из нижней зоны

$$q_0 = k_0 HJ = 2 \cdot 1 \frac{0{,}06516 \cdot 0{,}6}{3} = 0{,}0266.$$

Отсюда видим, что ранее определенный расход $q_0 = 0{,}018$ *м²/сутки* занижен более чем на 40%, что показывает недостаточную точность приведенных приближенных формул.

Таблица 5

№ сечения	$z_м$	a	b	c	$\frac{ab}{c^2}$	y_n
1	0	1,000	50,0	50,0	0,02000	0,02000
2	0,6	0,407	49,62	50,25	0,00799	0,03196
3	6,2	0,166	49,24	51,03	0,00314	0,00628
4	1,8	0,0677	48,85	51,74	0,00124	0,00496
5	2,4	0,0275	48,74	53,11	0,00047	0,00094
6	3,0	0,0112	48,09	54,19	0,00018	0,00072
7	3,6	0,0046	47,71	56,05	0,00007	0,00014
8	4,2	0,0019	47,33	58,23	0,00003	0,00012
9	4,8	0,0008	46,94	60,74	0,00001	0,00002
10	5,4	0,0003	46,56	63,60	0,00005	0,00002
11	6,0	0,0001	46,12	66,80	0	0
						$\Sigma = 0{,}06516$

Обращая внимание на то, что в значении интеграла главную роль играет очень резкое снижение k_z с вполне допустимой для практики точностью можно осреднить функцию $\frac{S - 0{,}64z}{\left(S + 0{,}64\, z \ln \frac{2z}{\pi d}\right)^2}$, приняв ее равной $\frac{1}{S}$ $\left(\text{для малых } \frac{z}{S}\right)$.

Тогда

$$q_0 \cong k_0 (H - h_0) \int_0^a 10^{-\gamma z}\, dR = \frac{k_0 (H - h_0)}{\gamma S \cdot \ln 10} (1 - 10^{-\gamma a}). \quad (8.15)$$

При значительных a, учитывая, что $\gamma = 0{,}6$—$0{,}8$, можно принять, что

$$q_0 = \frac{k_0 (H - h_0)}{\gamma S \cdot \ln 10} = 0{,}435 \frac{k_0 (H - h_0)}{\gamma S}. \quad (8.16)$$

В нашем случае (пренебрегая h_0)

$$q_0 = 0{,}435 \frac{k_0 H}{\gamma S} = 0{,}435 \frac{2 \cdot 1}{0{,}65 \cdot 50} = 0{,}0268\ м^2/сут.,$$

что совпадает с результатом численного интегрирования. Между прочим, в формуле (8.9) $k_z = 10^{\pm \gamma z}$ коэффициент γ имеет

размерность $м^{-1}$, вследствие чего значение $\frac{1}{\gamma \cdot \ln 10}$ можно рассматривать как «приведенную» к k_0 мощность нижнего пласта.

Тогда, считая грунт в нижней зоне однородным, имеем

$$q_0 = \frac{k_0 a_1 H}{S}\alpha = \frac{2 \cdot 0{,}67 \cdot 1}{50} 0{,}994 = 0{,}0268 \ м^2/сут.,$$

где

$$a_1 = \frac{1}{\gamma \ln 10} = \frac{1}{0{,}65 \cdot 2{,}3} = 0{,}67 \ м;$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + 1{,}47 \frac{a_1}{S} \lg \frac{2a_1}{\pi d}} = \frac{1}{1 + 1{,}47 \frac{0{,}67}{50} \lg \frac{2 \cdot 0{,}67}{3{,}14 \cdot 0{,}2}} = 0{,}994.$$

Общий расход дрены $q = 0{,}0352 + 0{,}0266 = 0{,}0618$ м²/сутки.

Произведем теперь подсчет расхода в предположении, что грунт однороден и обладает коэффициентом фильтрации $k_0 = 2$ м/сутки.

Расход из верхней зоны по Дюпюи

$$q_1 = \frac{k_0 H^2}{2S} = \frac{2 \cdot 1^2}{2 \cdot 50} = 0{,}02 \ м^2/сут.$$

Расход из нижней зоны

$$q_0 = \frac{k_0 a H}{S}\alpha = \frac{2 \cdot 6 \cdot 1}{50} 0{,}78 = 0{,}187 \ м^2/сут.;$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + 1{,}47 \frac{6}{50} \lg \frac{2 \cdot 6}{3{,}14 \cdot 0{,}2}} = 0{,}78.$$

Общий расход $q = 0{,}207$ $м^2/сутки$.

Таким образом, при игнорировании неоднородности грунта получаем расход, почти в 3,5 раза больший. При $H < 1$ м разница получилась бы еще более значительной, так как при малых расчетных напорах компенсация ошибок за счет получения пониженного расхода из верхней зоны при вычислении по формуле Дюпюи будет меньшей.

§ 9. Расчет головной дрены или совершенного канала при смешанном питании и наклонном водоупоре

Рассмотрим один из встречающихся в практике мелиоративного строительства случай смешанного питания дрен, т. е. случай, когда кроме грунтового потока, дебит которого равен q (q включает в себя и осадки, которые выпадают на участке, расположенном за зоной влияния дрены), учитываются осадки, выпадающие в зоне радиуса действия дрены. Расчетная схема

для данного случая принимает вид, изображенный на рис. 40.

В случае наклонного водоупора ($i>0$) и однородного грунта уравнение Дюпюи приобретает следующий вид:

$$kh\left(\frac{dh}{dx}+i\right)=p(S-x)+q, \tag{9.1}$$

где p — модуль инфильтрационного питания.

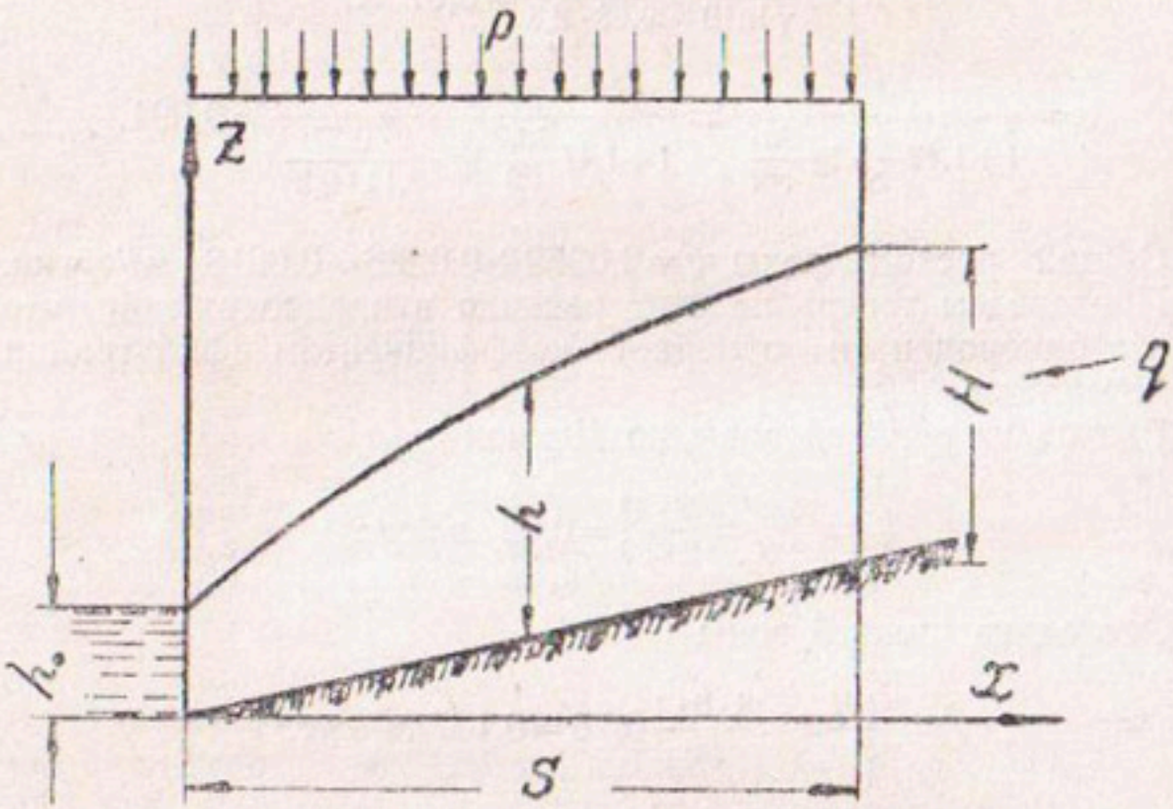


Рис. 40

Решение уравнения (9.1) с граничным условием $x=0$, $h=h_0$ получено С. Ф. Аверьяновым в следующем виде (в обозначениях настоящего изложения):

$$\frac{1}{2}\ln\frac{h^2-ih(S_1-x)+\frac{p}{k}(S_1-x)^2}{h_0^2-ih_0S_1+\frac{p}{k}S_1^2}=\frac{1}{\eta}B,$$

где

$$S_1=S+S_0=S+\frac{q}{p};\quad \eta=\sqrt{\frac{4p}{i^2k}-1}>0;$$

$$B=\operatorname{arctg}\frac{2p(S_1-x)-kih}{ki\eta h}-\operatorname{arctg}\frac{2pS_1-kih_0}{ki\eta h_0}.$$

Условие $\eta>0$ обычно всегда выполняется, так как p имеет порядок 0,1—1 *л/сек.* с *га*, а коэффициент фильтрации k редко

имеет значения, большие 10 м/сутки. Для крайних значений ($\eta=0$) получим

$$i<2\sqrt{\frac{p}{k}}=2\sqrt{\frac{0{,}1}{116\cdot 10}}=0{,}019.$$

Уклоны естественных фильтрационных потоков обычно бывают меньше, чем 0,02, и поэтому наложенные условия обычно выполняются. В справедливости уравнения (9.2) легко убедиться. Если продифференцировать его, то получим уравнение (9.1).

В частности, при $x=S$, $S_1-x=S_1-S=S_0=\frac{q}{p}$; $h=H$ имеем

$$\frac{1}{2}\ln\frac{H^2-iH\frac{q}{p}+\frac{q^2}{pk}}{h_0^2-ih_0\left(S+\frac{q}{p}\right)+\frac{p}{k}\left(S+\frac{q}{p}\right)^2}=\frac{1}{\eta}B_{\text{н}}, \qquad (9.3)$$

где

$$B_{\text{н}}=\operatorname{arctg}\frac{2q-ikH}{ikH\eta}-\operatorname{arctg}\frac{2(pS+q)-ikh_0}{ikh_0\eta}.$$

Отметим частные случаи решения (9.3).

1. При отсутствии притока со стороны ($q=0$), т. е. при чисто инфильтрационном питании, имеем на границе потока ($x=S$) условие горизонтальности поверхности грунтовых вод, то есть $\frac{dh}{dx}=-i$ [(см. (9.1)]. Так как $q_{x=S}=0$, то в этом случае

$$H=\sqrt{h_0^2-ih_0S+\frac{p}{k}S^2}e^{\beta}, \qquad (9.4)$$

где

$$\beta=\frac{1}{\eta}\left[\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\eta}\right)-\operatorname{arctg}\frac{2pS-ikh_0}{ikh_0\eta}\right].$$

Выражение (9.4) может быть упрощено, если воспользоваться для этой цели формулой сложения аргументов. Однако для этого надо предварительно оценить знаки самих аргументов и их произведений.

В рассматриваемом случае $\eta>0$; $-\frac{1}{\eta}<0$

Произведение

$$-\frac{1}{\eta^2}\left(\frac{2pS-ikh_0}{ikh_0}\right)=\frac{ikh_0-2pS}{ikh_0\eta^2}<0, \qquad (9.5)$$

так как очевидно, что $pS>ikh_0$.

Принимая во внимание сказанное, получим

$$\operatorname{arctg}x-\operatorname{arctg}y=-\pi+\operatorname{arctg}\frac{x-y}{1+xy}=-\pi+\operatorname{arctg}\frac{\eta iS}{iS-2h_0}. \qquad (9.6)$$

После подстановки в формулу (9.4) последняя примет вид

$$H=\sqrt{h_0^2-ih_0S+\frac{p}{k}S^2}\,e^{\delta}, \tag{9.7}$$

где

$$\delta=\frac{1}{\eta}\left(-\pi+\operatorname{arctg}\frac{\eta iS}{iS-2h_0}\right),$$

или, имея в виду, что $\operatorname{arctg}(-x)=-\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\frac{1}{x}$,

$$H=\sqrt{h_0^2-ih_0S+\frac{p}{k}S^2}\,e^{\gamma},$$

где

$$\gamma=\frac{1}{\eta}\left(-\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\frac{2h_0-iS}{\eta iS}\right). \tag{9.8}$$

Формула (9.7) удобна для случая $h_0<\frac{iS}{2}$, а формула (9,8) — для случая $h_0>\frac{iS}{2}$.

Рассматриваемый случай ($q=0$) интересен и тем, что максимальная глубина потока грунтовых вод h_m может находиться на некотором расстоянии x от нижнего створа и быть большей, чем H.

Из (9.1) видно, что максимуму h соответствует условие

$$\frac{dh}{dx}=\frac{p(S-x_0)}{kh_m}-i=0, \tag{9.9}$$

или

$$S-x_0=\frac{ikh_m}{p}. \tag{9.10}$$

Подставляя значение $S-x_0$ вместо $S-x_1$ в формулу (9.2) и полагая, что $q=0$, получим

$$h_m=\sqrt{h_0^2-ih_0S+\frac{p}{k}S^2}\,e^{\Theta}, \tag{9.11}$$

где

$$\Theta=\frac{1}{\eta}\left[\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}-\operatorname{arctg}\frac{2pS-ikh_0}{\eta ikh_0}\right],$$

или, что то же самое,

$$h_m=\sqrt{h_0^2-ih_0S+\frac{p}{k}S^2}\,e^{\sigma}, \tag{9.12}$$

где

$$\sigma=\frac{1}{\eta}\left[-\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}\left(1+\frac{2h_0p}{i(pS-ikh_0)}\right)\right].$$

Сравнение результатов, полученных по формуле (9.12) и формуле (9.8) наглядно показывает, что $h_m > H$.

При $h_0 = 0$ формулы (9.7) и (9.12) принимают соответственно следующий вид:

$$H = S\sqrt{\frac{k}{p}}\, e^{\frac{(-\pi + \operatorname{arctg}\eta)}{\eta}}; \tag{9.13}$$

$$h_m = S\sqrt{\frac{p}{k}}\, e^{\frac{1}{\eta}\left(-\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}\right)}. \tag{9.14}$$

Причем по условию $\eta > 0$

Отметим, что при $i \longrightarrow 0$, $\eta \longrightarrow \infty$. Показатели степени e в формулах (9.13) и (9.14) стремятся к нулю. В этом случае

$$H = h_m = S\sqrt{\frac{k}{p}}, \tag{9.15}$$

т. е. формулы (9.13) и (9.14) приводятся к формуле Ротэ (при $h_0 = 0$).

При наличии смешанного питания, и при $h_0 = 0$ получим:

$$\sqrt{H^2 - iH\frac{q}{p} + \frac{q^2}{pk}} = \left(S + \frac{q}{p}\right) e^{\frac{1}{\eta}\left[-\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{2q - ikH}{\eta ikH}\right]}. \tag{9.16}$$

В частности, при $i = 0$, $\eta = \infty$ формула принимает вид

$$H = \sqrt{S^2\frac{p}{k} + \frac{2q}{k}}. \tag{9.17}$$

Отметим, что в случае обратного уклона у членов, содержащих i, необходимо поменять знак на обратный. В левых частях формул структура их не изменяется, а в правых следует оценить знаки аргументов и их произведений и складывать их, пользуясь общими правилами.

Если принять $h = 0$ и $q = 0$ и разрешить (9.8) относительно S, то получим

$$S = H\sqrt{\frac{k}{p}}\, e^{a}, \tag{9.18}$$

где

$$a = \frac{1}{\eta}\left[\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}\right].$$

Формулу (9.18) можно рассматривать как формулу Ротэ для случая наклонного водоупора ($i > 0$).

Если $i<0$, то при $\eta>0$ можно получить

$$S'=H\sqrt{\frac{k}{p}}e^{b}, \tag{9.19}$$

где

$$b=\frac{1}{\eta}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}-\frac{\pi}{2}\right).$$

Случай чисто инфильтрационного питания и наклонного водоупора, который можно рассматривать как частный случай смешанного питания (при $q=0$), рассмотрен также Х. А. Писарьковым [36].

Рассмотрим теперь более общую задачу, а именно — задачу о расчете дрены, уложенной на водоупор в неоднородный по вертикали грунт при смешанном питании.

Вначале рассмотрим случай горизонтального водоупора. Дифференциальное уравнение Дюпюи в этом случае приобретает следующий вид:

$$\frac{dh}{dx}\int_0^h k_z dz=p(S-x)+q. \tag{9.20}$$

Принимая во внимание, что при выбранном направлении осей координат

$$\frac{dh}{dx}\int_0^h k_z dz=\frac{\partial\Phi'}{\partial x}, \tag{9.21}$$

получим

$$\frac{\partial\Phi'}{\partial x}=p(S-x)+q, \tag{9.22}$$

откуда

$$\Phi'=\frac{px}{2}(2S-x)+qx+c=\int_0^h k_z(h-z)\,dz. \tag{9.23}$$

Если при $x=0$ $h=h_0$, а при $x=S$ $h=H$, то

$$\Phi'_{\text{н}}-\Phi'_{h_0}=\left(q+\frac{pS}{2}\right)S, \tag{9.24}$$

откуда

$$\frac{\Phi'_{\text{н}}-\Phi'_{h_0}}{S}=q+\frac{pS}{2}. \tag{9.25}$$

В частности, в случае однородного грунта, когда

$$\Phi'_{\text{н}}=\frac{kH^2}{2};\quad \Phi'_{h_0}=\frac{kh_0^2}{2},$$

получим

$$\frac{k(H^2-h_0^2)}{2S}=\frac{2q+pS}{2}, \tag{9.26}$$

откуда

$$S=-\frac{q}{p}+\sqrt{\frac{q^2+\kappa p(H^2-h_0^2)}{p^2}}. \tag{9.27}$$

Если $q=0$, то формула (9.27) приводится к формуле Ротэ. Если $p=0$, то, разрешая формулу (9.26) относительно q, получим формулу Дюпюи.

Как видно из формулы (9.25), в случае смешанного питания разность значений функции Н. К. Гиринского на концах участка, деленная на длину этого участка, равна не q, а расходу, составленному из q и $\frac{pS}{2}$.

В случае наклонного водоупора по-видимому можно считать, что выполняется условие

$$\frac{\Phi'_{ih}-\Phi'_{ih_0}}{S}=q+\frac{pS}{2}, \tag{9.28}$$

откуда

$$S=-\frac{q}{p}+\sqrt{\frac{q^2+2p(\Phi'_{ih}-\Phi'_{ih_0})}{p^2}}. \tag{9.29}$$

Если пользоваться для вычисления значений Φ'_i формулой общего вида, т. е. принимать, что

$$\Phi'_i=\frac{q}{i}\int_0^h\frac{\varphi(h)\,dh}{q-\varphi(h)}, \tag{9.30}$$

то в нее нужно вводить вместо q значение расхода, соответствующее случаю смешанного питания, т. е. принимать

$$\Phi'_i=\frac{q_c}{i}\int_0^h\frac{\varphi(h)\,dh}{q_c-\varphi(h)}, \tag{9.31}$$

где при принятом направлении потока

$$q_c=q+p(S-x). \tag{9.32}$$

Вычисление значений Φ'_i путем интегрирования выражения (9.31) в общем случае может быть чрезвычайно затруднительно, так как подинтегральная функция получается весьма сложной.

Поэтому попытаемся дать более легкий, хотя и более приближенный метод вычисления Φ'_i.

Как было показано ранее, абсолютное значение функции Н. К. Гиринского в сечении x численно равно статическому моменту эпюры проницаемости, построенной на высоте h относительно поверхности грунтовых вод. Таким образом,

$$\Phi' = qx + c = S_h. \tag{9.33}$$

где S_h — статический момент эпюры проницаемости относительно свободной поверхности грунтовых вод.

Дифференцируя (9.33) по x, получим

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial x} = q = \frac{\partial S_h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x} \int_0^h k_z dz. \tag{9.34}$$

Как было показано ранее,

$$\frac{\partial \Phi'_i}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x} \int_0^h k_z dz + i \int_0^h k_z dz. \tag{9.35}$$

Второй член правой части выражения (9.35) можно рассматривать как долю от производной по x от следующего выражения:

$$S_i = ix \int_0^h k_z dz. \tag{9.36}$$

Действительно, если продифференцировать по x выражение (9.36), то получим

$$\frac{\partial S_i}{\partial x} = i \int_0^h k_z dz + ix \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial x \partial h}. \tag{9.37}$$

Второй член правой части выражения (9.37) не содержится в выражении (9.35), т. е. выбранный вид для функции S_i будет давать несколько завышенное значение расхода.

Попытаемся дать хотя бы грубую оценку роли второго члена в выражении (9.37). Рассмотрим случай однородного грунта. При этом

$$\frac{\partial S_i}{\partial x} = i \left(kh + kx \frac{dh}{dx} \right). \tag{9.38}$$

Обозначим через β отношение второго члена (9.38) к первому:

$$\beta = \frac{kx \dfrac{dh}{dx}}{kh} = \frac{x}{h} \cdot \frac{dh}{dx}. \tag{9.39}$$

При малых уклонах i можно приближенно за кривую депрессии принять параболу

$$h^2=h_0^2+\frac{2q}{k}x. \tag{9.40}$$

Пренебрегая h_0 (обычно небольшой по величине), получим

$$h^2=\frac{2q}{k}x. \tag{9.41}$$

Дифференцируя (9.41) по x, будем иметь

$$2h\frac{dh}{dx}=\frac{2q}{k}, \tag{9.42}$$

откуда

$$\frac{dh}{dx}=\frac{q}{kh}. \tag{9.43}$$

После подстановки полученного значения в (9.39), оно примет следующий вид:

$$\beta=\frac{qx}{kh^2}, \tag{9.44}$$

или, принимая во внимание (9.41), т. е. подставляя в (9.44) значение h^2 из (9.41), получим

$$\beta=\frac{1}{2}.$$

Так как β есть отношение второго члена правой части выражения (9.37) к первому, то

$$\int_0^h k_z dz=\frac{2}{3}\left(\int_0^h k_z dz+x\frac{\partial^2\Phi'}{\partial x\partial h}\right)\cong 0{,}7\left(\int_0^h k_z dz+x\frac{\partial^2\Phi'}{\partial x\partial h}\right). \tag{9.45}$$

Таким образом, для более точного вычисления расходов необходимо выражение (9.36) записать в следующем виде:

$$S_i=0{,}7ix\int_0^h k_z dz. \tag{9.46}$$

В случае неоднородных грунтов постоянная в выражении (9.46) будет иметь отличное от 0,7 значение, однако в целях упрощения формул примем ее также равной 0,7 и для неоднородных грунтов.

Принимая во внимание сказанное выше, уравнение (9.35) может быть переписано в следующем виде:

$$\frac{\partial \Phi_i'}{\partial x} = \frac{\partial S_h}{\partial x} + \frac{\partial S_i}{\partial x}, \tag{9.47}$$

где

$$S_i = 0{,}7ix\int_0^h k_z dz.$$

Интегрируя уравнение (9.47), получим (полагая, что $c=0$)

$$\Phi_i' = \int_0^h k_z(h-z)dz + 0{,}7ix\int_0^h k_z dz. \tag{9.48}$$

Выражение (9.48) представляет собой новое значение для Φ'_i. Величину S_i можно представить следующим образом:

$$S_i = 0{,}7ix\int_0^h k_z dz = 0{,}7z_1 F, \tag{9.49}$$

где $z_1 = ix$ — превышение водоупора в точке x над горизонтом; F — площадь эпюры, построенной на высоте h.

Таким образом Φ'_i можно рассматривать как сумму статических моментов эпюры проницаемости в сечении x относительно: а) поверхности грунтовых вод, б) прямой, проходящей на расстоянии $0{,}7\ z_1$ от центра тяжести эпюры.

Данное обстоятельство избавляет от необходимости интегрирования громоздких выражений и позволяет получить значения Φ'_i путем весьма несложных действий.

Для иллюстрации практической приемлемости сделанных допущений рассмотрим случай однородного грунта.

Если грунт однороден, то

$$S_h = \frac{kh^2}{2};\quad S_i = 0{,}7ikxh. \tag{9.50}$$

Если при $x=0$ $h=h_0$, а при $x=S$ $h=H$, то

$$\Phi'_{in} = \frac{kH^2}{2} + 0{,}7ikSH; \tag{9.51}$$

$$\Phi'_{ih} = \frac{kh_0^2}{2}.$$

При только грунтовом питании

$$q = \frac{\Phi'_{in} - \Phi'_{ih_0}}{S} = \frac{k(H^2-h_0^2)}{2S} + 0{,}7ikH. \tag{9.52}$$

Если питание только инфильтрационное, то

$$\frac{pS}{2}=\frac{k(H^2-h_0^2)}{2S}+0{,}7ikH,$$

откуда, пренебрегая h_0, получим

$$S=A+\sqrt{A^2+B}, \tag{9.53}$$

где

$$A=\frac{0{,}7ikH}{p};\quad B=\frac{kH^2}{p}.$$

Формулы (9.52) и (9.53) можно рассматривать как приближенные формулы для вычисления расхода дрен, уложенных на наклонный водоупор при чисто грунтовом или чисто инфильтрационном питании.

Для суждения о точности формул рассмотрим следующий пример.

Пример. Определить радиус действия дрены, уложенной на наклонный водоупор в однородный грунт, если $H=1$ *м*, $i=0{,}01$, $p=2$ *мм/сутки*, $k=0{,}8$ *м/сутки*.

$$A=\frac{0{,}7\cdot 0{,}01\cdot 0{,}8\cdot 1}{0{,}002}=2{,}8;\ B=\frac{0{,}8\cdot 1^2}{0{,}002}=400;$$

$$S=2{,}8+\sqrt{2{,}8^2+400}=23{,}0\ м.$$

По формуле С. Ф. Аверьянова (9.18),

$$S=H\sqrt{\frac{\kappa}{p}}e^a,\ a=\frac{1}{\eta}\left(\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}\right);$$

$$\eta=\sqrt{\frac{4p}{i^2k}-1}=\sqrt{\frac{4\cdot 0{,}002}{0{,}01^2\cdot 0{,}8}-1}\simeq 10;$$

$$a=\frac{1}{10}\left(\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\frac{1}{10}\right)=0{,}168;$$

$$S=1\sqrt{\frac{0{,}8}{0{,}002}}e^{0{,}168}=23{,}7\ м.$$

Таким образом, приближенная формула дает вполне удовлетворительные результаты.

Для двухслойного грунта, пренебрегая h_0, получим следующие значения $S_н$, S_i (значения S_h и S_i в сечении $x=S$):

$$S_н=\frac{k_1M(2H-M)+k_2(H-M)^2}{2};$$

$$S_i=0{,}7[k_1M+k_2(H-M)]iS.$$

Для случая чисто инфильтрационного питания

$$\frac{pS}{2}=\frac{R}{2S}+N, \tag{9.54}$$

где

$$R=k_1M(2H-M)+k_2(H-M)^2;$$

$$N=0{,}7i[k_1M+k_2(H-M)].$$

Разрешая (9.54) относительно S, будем иметь

$$S=\frac{N}{p}+\sqrt{\frac{N^2}{p^2}+\frac{R}{p}}. \tag{9.55}$$

Применение данной методики определения Φ'_i позволяет легко получить расчетные формулы при довольно сложных видах функции $k_z=f(z)$.

В качестве примера выведем приближенную формулу для определения расхода головной дрены, уложенной на наклонный водоупор, если $k_z=k_0(1+\alpha z)$.

Эпюра проницаемости представляет собой трапецию с основанием h и боковыми сторонами k_0 и $k_0(1+\alpha h)$.

Разбивая эпюру на две фигуры—прямоугльник с площадью k_0h и треугольник с площадью $\frac{k_0\alpha h^2}{2}$, получим

$$F=k_0h\left(1+\frac{\alpha h}{2}\right).$$

Статический момент эпюры проницаемости относительно поверхности грунтовых вод в сечении, где $h=H(x=S)$, получим как сумму статических моментов площадей прямоугольника и треугольника

$$S_н=\frac{k_0H^2}{2}+\frac{\alpha k_0H^3}{6}=\frac{k_0H^2}{6}(3+\alpha H).$$

Статический момент эпюры проницаемости относительно прямой $z=0{,}7z_1$

$$S_i=0{,}7iSF=0{,}35k_0H(2+\alpha H)iS.$$

После подстановки в формулу (9.28) получим, принимая во внимание, что

$$S_{h_0}=\frac{k_0h_0^2}{6}(3+\alpha h_0),$$

следующее выражение для расхода q:

$$q=\frac{k_0}{6S}[3(H^2-h_0^2)+\alpha(H^3-h_0^3)]+0{,}35ik_0H(2+\alpha H). \tag{9.56}$$

Если $\alpha=0$, т. е. грунт однороден, то

$$q=\frac{k_0(H^2-h_0^2)}{2S}+0{,}7ik_0H. \qquad (9.57)$$

Формула (9.57) идентична формуле (9.52), полученной ранее. Формула (9.56) значительно проще ранее полученной для данного вида зависимости $k_z=f(z)$ формулы (6.42) настоящей главы.

Рассмотрим еще несколько примеров.

Ранее, в § 7 настоящей главы, при проверке расчетных формул для несовершенной дрены при укладке дрены в верхний слой с коэффициентом фильтрации $k_2=1$ *м/сутки* при $S=14$ *м*, $H=1{,}5$ *м* и $i=0{,}05$ было найдено путем подбора, что расход из верхней зоны $q_1=0{,}132$ *м²/сутки*. Определим этот расход по приближенной формуле

$$q_1=\frac{kH^2}{2S}+0{,}7ikH=\frac{1\cdot 1{,}5^2}{2\cdot 14}+0{,}7\cdot 0{,}05\cdot 1{,}0\cdot 1{,}5=0{,}133\ м^2/сут.$$

Как видно, результаты вычислений довольно хорошо совпали. При вычислении расхода из верхней зоны в том же примере при укладке дрены по первому варианту ($M=0{,}5$ *м*, $k_2=0{,}25$ *м/сутки*, $k_1=1$ *м/сутки*) было найдено $q_1=0{,}080$ *м²/сутки*.

По формуле (9.54), заменяя $\frac{pS}{2}=q_1$, получим

$$q_1=\frac{R}{2S}+N=\frac{1{,}5}{2\cdot 14}+0{,}0262=0{,}0799\ м^2/сут.,$$

где

$$R=k_1M(2H-M)+k_2(H-M)^2=1{,}0\cdot 0{,}5(2\cdot 1{,}5-0{,}5)+$$
$$+0{,}25(1{,}5-0{,}5)^2=1{,}5;$$

$$N=0{,}7i[k_1M+k_2(H-M)]=0{,}7\cdot 0{,}05[1{,}0\cdot 0{,}5+$$
$$+0{,}25(1{,}5-0{,}5)]=0{,}0262.$$

Как и в первом случае, результаты вычислений по точным и приближенным формулам довольно хорошо совпали.

Рассмотрим, наконец, пример для случая изменения проницаемости по закономерности $k_z=k_0(1+\alpha z)$.

Пример. Определить расход дрены, поступающий в нее с одной стороны, если $H=1{,}5$ *м*, $S=20$ *м*, $k=2(1+0{,}3z)$ *м/сутки*, $i=0{,}03$.

Пренебрегая величиной h_0, по формуле (9.56) получим

$$q=\frac{2}{6\cdot 20}(3\cdot 1{,}5^2+0{,}3\cdot 1{,}5^3)+0{,}35\cdot 0{,}03\cdot 2\cdot 1{,}5(2+0{,}3\cdot 1{,}5)=$$
$$=0{,}206\ м^2/сут.$$

Формулу (6.42) настоящей главы можно представить в следующем виде (пренебрегая величиной h_0):

$$q=\frac{q}{iS}\left[-H+h_p\frac{2+\alpha h_p}{2(1+\alpha h_p)}\cdot\ln\frac{h_p[2+\alpha(H+h_p)]}{(h_p-H)(2+\alpha h_p)}\right]. \qquad (9.58)$$

Величину h_p определим из условия

$$q=i\int_0^{h_p}k_z\,dz=ik_0\int_0^{h_p}(1+\alpha z)\,dz=\frac{ik_0(\alpha h_p^2+2h_p)}{2},$$

откуда, принимая $q=0{,}206$ *м²/сут.*,

$$h_p=-\frac{1}{\alpha}+\sqrt{\frac{1}{\alpha^2}+\frac{2q}{ik_0\alpha}}=-\frac{1}{0{,}3}+\sqrt{\frac{1}{0{,}3^2}+\frac{2\cdot0{,}206}{0{,}03\cdot2\cdot0{,}3}}=2{,}5\ м.$$

После подстановки в формулу (9.58) будем иметь

$$q=\frac{0{,}206}{0{,}03\cdot20}\left[-1{,}5+\frac{2{,}50(2+0{,}3\cdot2{,}5)}{2(1+0{,}3\cdot2{,}5)}\cdot2{,}3\lg\frac{2{,}5[2+0{,}3(1{,}5+2{,}5)]}{(2{,}5-1{,}5)(2+0{,}3\cdot2{,}5)}\right]=$$

$$=0{,}206\ м^2/сут.$$

Как видно, и в этом случае приближенная формула дала значение расхода, точно совпадающее с вычисленным по более точной формуле. Все это дает основание считать приближенную формулу достаточно пригодной для практического применения, ибо подсчеты q при пользовании этой формулой значительно облегчаются, а результаты незначительно отличаются от подсчетов по точным формулам.

Произведем теперь проверку формул для случая несовершенных дрен. Рассмотрим, например, случай однородного грунта. В случае несовершенной дрены (пренебрегая членами, содержащими h_0, и принимая пока коэффициент $\alpha=1$) ее расход будет равен

$$q=\frac{ik(H+iS)}{\ln\dfrac{h_p}{h_p-H}}+\frac{ka}{S}(H+iS). \qquad (9.59)$$

Если воспользоваться предлагаемой функцией Φ_i', то

$$q=\frac{\Phi'_{i(H+a)}-\Phi'_{ia}}{S}=\frac{kH^2}{2S}+\frac{kaH}{S}+0{,}7ik(H+a). \qquad (9.60)$$

Ранее уже было показано, что с достаточной точностью

$$\frac{ik(H+iS)}{\ln\dfrac{h_p}{h_p-H}}=\frac{kH^2}{2S}+0{,}7ikH. \qquad (9.61)$$

Для того, чтобы расходы, вычисленные по формуле (9.59), совпадали по величине с расходами, вычисленными по формуле (9.60), необходимо, чтобы

$$\frac{ka(H+iS)}{S}=\frac{kaH}{S}+0{,}7ika\,. \tag{9.62}$$

Выражение (9.62) можно представить в следующем виде:

$$\frac{kaH}{S}+ika=\frac{kaH}{S}+0{,}7ika. \tag{9.63}$$

Выражение (9.63) не может быть равенством, т. к. после приведения подобных членов и сокращения на ika мы должны прийти к абсурдному результату $1=0{,}7$. Приведенные в настоящей главе примеры довольно убедительно показывают, что расходы, вычисленные на основе применения приближенного значения Φ_i', дают хорошую сходимость с точными решениями в том случае, если дрена расположена на водоупоре.

Причина расхождений находится, видимо, в том, что при определении расходов зоны напорного потока мы за пьезометрическую линию принимали кривую депрессии. Если при вычислении расходов для случая $i=0$ такой прием допустим, то при $i\neq 0$ им, видимо, пользоваться нельзя, т. к. он дает завышенные расходы (при $i>0$). При $i<0$ расходы, наоборот, будут занижены. Поэтому при вычислении расходов из нижней зоны несовершенных дрен по формулам §§ 7 и 8 настоящей главы значение расчетного напора правильнее было бы принимать равным $H\pm 0{,}7iS$ вместо $H\pm iS$. С учетом висячести дрен, например, при $i>0$ и однородном грунте получим

$$q=\frac{kH^2}{2S}+0{,}7ikH+\frac{ka(H+0{,}7iS)}{S+\eta}\,, \tag{9.64}$$

где $\eta=1{,}47a\cdot\lg\frac{2a}{\pi d}$; d — диаметр дрены.

В приведенных в § 7 настоящей главы результатах проверки расчетных и фактических расходов при укладке дрены в нижний слой получено: расчетный расход $q_р=0{,}334$ *м²/сутки*, фактический $q_ф=0{,}321$ *м²/сутки*.

Расход из нижней зоны был вычислен по формуле

$$q_0=\frac{k_1a(H+iS)}{S}\alpha=\frac{1\cdot 2\cdot(1{,}5+0{,}05\cdot 14)}{14}0{,}81=0{,}254\ м^2/сутки.$$

Если принять вместо iS величину $0{,}7iS$, то получим

$$q_0=\frac{k_1a(H+0{,}7iS)}{S}\alpha=\frac{1\cdot 2\cdot(1{,}5+0{,}7\cdot 0{,}05\cdot 14)}{14}0{,}81=0{,}230\ м^2/сутки.$$

Общий расход дрены 0,080+0,230=0,310 близок к полученному в результате опыта (расхождение составляет 3,5% от фактического расхода и находится в пределах точности измерений).

Если к тому же учесть, что мы не вводим коэффициент висячести в расходы верхней зоны, то вычисление расходов, как разности значений функции Φ'_i на концах участка S, деленной на его длину x, будет, по-видимому, правильнее, чем по формулам, основанным на предположении, что кривая депрессии является пьезометрической кривой для напорного потока в нижней зоне.*

§ 10. Расчет неизолированных дрен

Под неизолированной дреной нами понимается дрена, уложенная в траншею, заполненную грунтом, отличным по проницаемости от грунтов, из которых сформированы слои водоносного пласта. В литературе такие дрены получили название дрен с фильтрующей шторой или с проницаемой засыпкой.

Работа таких дрен отличается от работы открытого канала и изолированных дрен тем, что, в отличие от открытого канала, при пропуске расходов в неизолированную дрену необходимо преодолевать дополнительные сопротивления, величина которых зависит от характера засыпки дренажной траншеи. Изолированную же дрену можно рассматривать как неизолированную со строением засыпки, повторяющей характер чередования слоев водоносного пласта.

Таким образом, условия работы неизолированных дрен являются промежуточными между условиями работы открытого канала (его можно рассматривать как неизолированную дрену с бесконечно большой проницаемостью засыпки) и изолированной дрены.

Рассмотрим возможные случаи работы неизолированных дрен.

Совершенно очевидно, что случай забивки траншей грунтом, менее проницаемым, чем грунт, в котором устраивается дренажная траншея (мы предполагаем, что нижний слой менее проницаем, чем верхний), не практикуется, и поэтому его не рассматриваем.

Если траншея заполняется грунтом, вынутым из нижнего слоя, и со временем засыпка приобретает проницаемость, близкую к проницаемости ненарушенного грунта, то дрена по характеру своей работы будет приближаться к изолированной.

Обычно заполнение траншей ведется перемешанными между собой грунтами, и поэтому засыпка имеет проницаемость, промежуточную между проницаемостью верхнего и нижнего слоев.

---

* С вводом коэффициента висячести в расходы из нижней зоны.

Если засыпка формируется из привозимых на осушаемый участок хорошо проницаемых материалов или из гумусированного грунта, то ее проницаемость может быть даже выше проницаемости верхнего слоя.

Рассмотрим случай работы неизолированной головной дрены в двухслойном грунте. Предположим, что соблюдаются условия $k_2 > k_3 > k_1$ (рис. 40а).

В рассматриваемом случае расход дрены будет меньшим, чем расход открытого канала, но больше расхода изолированной дрены. Точное решение данной задачи еще более затруднительно, чем решение задачи о притоке к изолированной дрене.

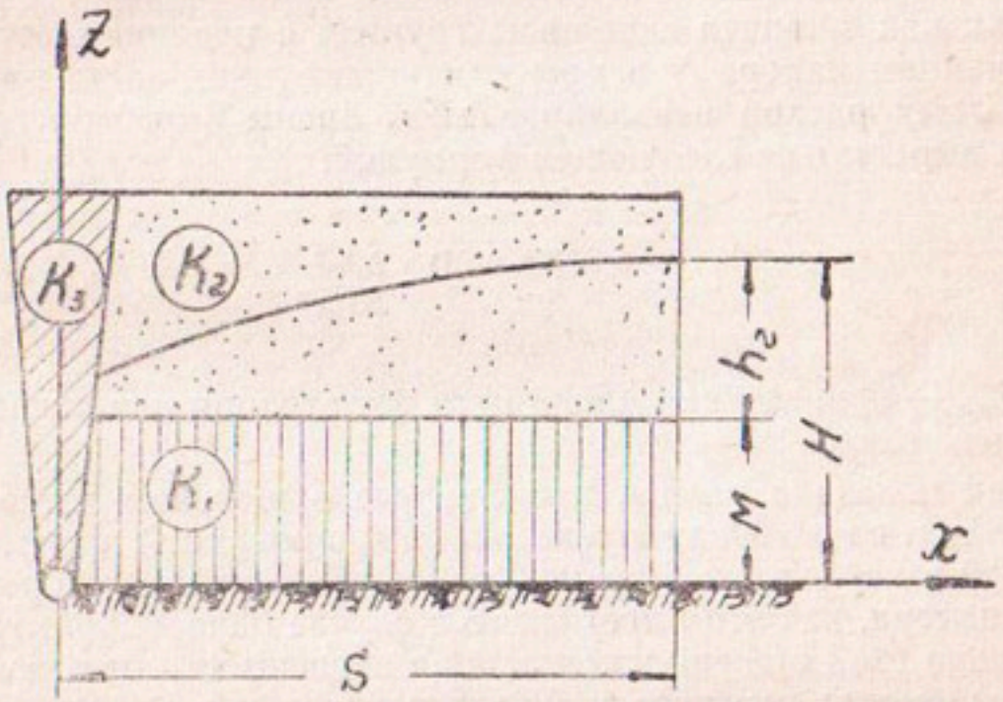


Рис. 40а.

Решение, приводимое ниже, получено на основе применения виртуального метода, т. е. является весьма приближенным.

Как было указано выше, при пользовании виртуальным методом отыскивается приведенное значение длины пути фильтрации, на котором происходят потери напора.

Наблюдения, проведенные в щелевом лотке, показали, что величина приведенного участка $S_{пр}$, на который необходимо делить статический момент эпюры проницаемости верхнего пласта относительно линии, проходящей через точку пересечения вертикали со свободной поверхностью, зависит от ряда факторов и, в отличие от напорного движения, величина $S_{пр}$ не является постоянной, а изменяется с изменением напора.

Как указывалось выше, расход потока в двухслойном грунте, сбрасываемый в открытую траншею, может быть вычислен по формуле

$$q = \frac{k_1}{2S}\left(nh_2^2 + 2Mh_2 + M^2 - h_0^2\right). \qquad (10.1)$$

Формулу (10.1) можно переписать в следующем виде:

$$q=\frac{k_1M(2h_2+M)-k_1h_0^2}{2S}+\frac{k_2h_2^2}{2S}. \qquad (10.2)$$

Если рассматривать кривую депрессии как пьезометрическую линию для нижнего пласта, то первый член выражения (10.2) представляет собой расход из нижнего слоя. При проницаемости засыпки, равной бесконечности, в канал из верхнего слоя поступил бы расход, численно равный второму члену выражения (10.2).

Так как траншея заполнена грунтом с проницаемостью k_3, при данном напоре H в дрену попадает лишь часть расхода, и поэтому расход неизолированной дрены (пренебрегая h_0) будет выражаться следующей формулой:

$$q=\frac{k_1M(2h_2+M)}{2S}+\frac{k_2h_2^2}{2S_{\text{пр}}}, \qquad (10.3)$$

где $S_{\text{пр}}$ — приведенная длина пути фильтрации для расхода из верхнего слоя.

Как показали опыты, проведенные в щелевом лотке (см главу VI), расходы, пропускаемые изолированной дреной, уложенной в двухслойный грунт, пропорциональны не второй степени напора, как это имеет место в случае однородного грунта. Величина этой степени изменяется в зависимости от отношения проницаемости верхнего и нижнего слоев и с увеличением n уменьшается от двух до единицы (при бесконечно большом n). Это подтверждается точными решениями Дюпюи (для $n=1$) и В. В. Ведерникова (для случая $n=\infty$). Поэтому выражение для вычисления $S_{\text{пр}}$ имеет переменный коэффициент, зависящий как от H, так и от n.

Нами для предварительных расчетов предлагается следующее приближенное выражение для определения $S_{\text{пр}}$, полученное на основании опытов в щелевом лотке:

$$S_{\text{пр}}=S+0{,}5Mn_2^{\alpha}A^{\gamma}, \qquad (10.4)$$

где $n_2=\frac{k_2}{k_3}$; $\alpha=0{,}5(1+2{,}25n_2^2\cdot 10^{-6})$; $H=M+h_2$;

$$A=\frac{H+0{,}1h_2}{M+0{,}1h_2};\ \gamma=\frac{M+2h_2}{M+0{,}1h_2},$$

k_3—проницаемость насыпки.

Формула (10.4) применима при $n_2 \leqslant 665^*$, $\frac{h_2}{M} \leqslant 1$, $q > 1{,}35\, k_1 M$.

Если грунт однороден, то $M=0$, $S_{\text{пр}}=S$ и формула (10.3) приводится к формуле Дюпюи.

При всей своей приближенности формула (10.3) при определении $S_{\text{пр}}$ по формуле (10.4) дает в общем удовлетворительную сходимость расчетных и вычисленных расходов (см. главу VI) и, по-видимому, может быть использована впредь до получения точных решений.

Если проницаемость засыпки приближается к проницаемости нижнего слоя, то формула (10.3) будет давать значения расходов, близкие к расходам изолированной дрены.

---

* При $n_2 > 665$ подсчет по виртуальному способу ведется при $\alpha=1$.

Глава IV

РАСЧЕТ СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ДРЕНАЖА ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ ГРУНТОВОГО ПОТОКА

§ 1. Систематический дренаж в однородном грунте*

Определение расстояний между дренами при инфильтрационном питании и стационарном режиме потока ведется, исходя из равенства объемов воды, отводимой дренажем и поступающей в виде «расчетного дождя» с интенсивностью инфильтрации осадков p (схема Ротэ).

Вывод расчетной формулы для определения расстояний между дренами, уложенными на водоупор (в однородном грунте), впервые произведен Ротэ, применившем для этой цели уравнение Дюпюи следующего вида:

$$kh\frac{dh}{dx}=p(S-x), \tag{1.1}$$

где S—расстояние от границы инфильтрационного питания до начала координат (рис. 41).

В результате интегрирования уравнения (1.1) получим

$$\frac{kh^2}{2}=\frac{p(S-x)^2}{2}+c.$$

Приняв при $x=0$ $h=h_0$ и при $x=S$ $h=H$, где h_0 и H, соответственно, напоры, отсчитываемые от горизонтальной плоскости, проходящей через центр дрены (предполагается, что дрена врезана на половину своего диаметра в водоупор), получим

$$\frac{k(H^2-h_0^2)}{2}=\frac{pS^2}{2}, \tag{1.2}$$

* § 1 разработан совместно с С. Ф. Аверьяновым.

откуда расстояние между дренами $E=2S$ будет равно

$$E=2\sqrt{\frac{k}{p}(H^2-h_0^2)}. \qquad (1.3)$$

Если разрешить уравнение (1.2) относительно расхода потока при инфильтрационном питании, то

$$pS=\frac{k(H^2-h_0^2)}{S}. \qquad (1.4)$$

Если дрена несовершенна, т. е. располагается на некоторой высоте a над водоупором, то, не учитывая пока потерь, связан-

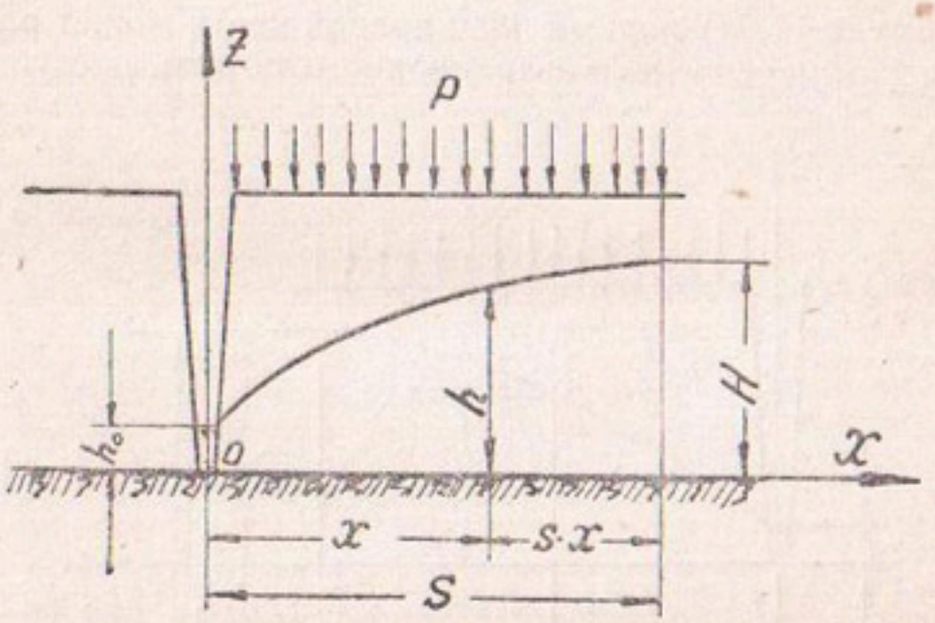


Рис. 41

ных с несовершенством дрены, т. е. принимая расход дрены равным расходу канала, доведенного до водоупора, получим

$$pS=\frac{k(H_2^2-H_1^2)}{S}, \qquad (1.4а)$$

где $H_2=H+a$; $H_1=h_0+a$ (см. рис. 42).

Правая часть формулы (1.4) **численно** равна удвоенному расходу дрены, уложенной на водоупор, поступающему в нее с одной стороны при грунтовом питании. Правая часть формулы (1.4а) **численно** равна удвоенному расходу совершенного канала (доведенного до горизонтального водоупора), поступающему в канал с одной его стороны при грунтовом питании, т. е. принимающему постоянный по длине потока расход (схема Дюпюи). Таким образом, можно записать следующее равенство:

$$pS=2q. \qquad (1.5)$$

Необходимо подчеркнуть, что pS только **численно** равно $2q$, ибо генезис расхода в том и другом случае различен.

Аналогично тому, как мы это делали для потока с постоянным по его длине расходом, представим формулу (1.4а) в следующем виде:

$$pS = \frac{k(H^2+2aH+a^2-h_0^2-2ah_0-a^2)}{S} = \frac{k(H^2-h_0^2)}{S} + \frac{2ka(H-h_0)}{S}. \quad (1.6)$$

Пренебрегая величиной h_0, обычно малой по сравнению с H, получим

$$pS = \frac{kH^2}{S} + \frac{2kaH}{S}. \quad (1.6а)$$

В формуле (1.6а) первый член правой части может рассматриваться, как расход инфильтрационного потока, поступающий

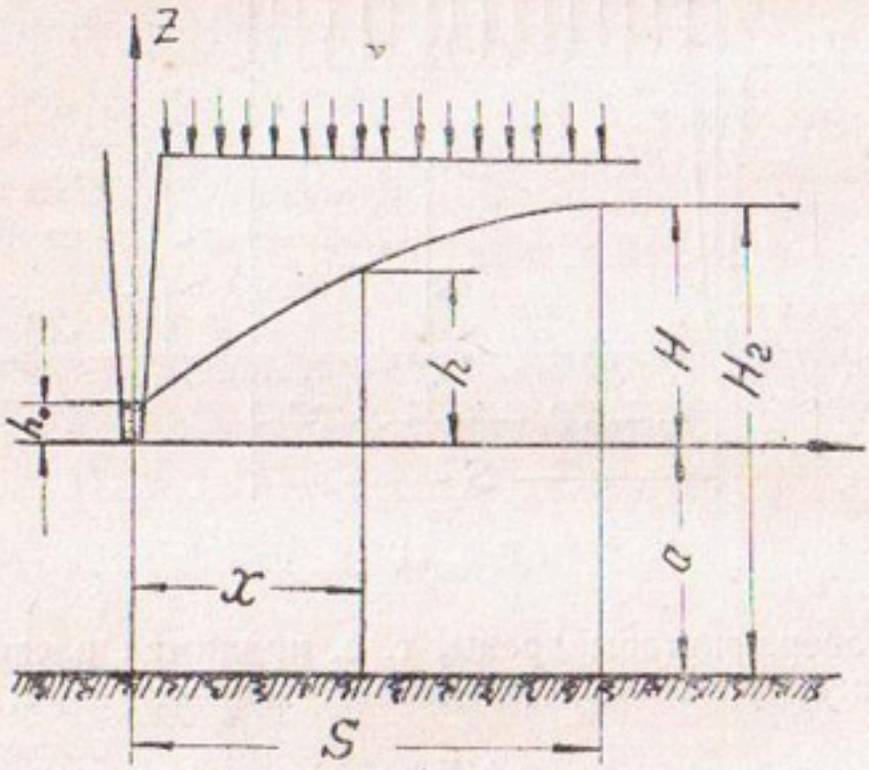


Рис. 42

из области, расположенной выше горизонта укладки дрены, а второй—как расход, поступающий из нижней зоны (расположенной под дреной).

Считая, как и при анализе движения потока с постоянным расходом, что поправка на «несовершенство дрены» должна быть введена только во второй член, получим

$$pS = \frac{kH^2}{S} + \frac{2kaHa'}{S}, \quad (1.7)$$

где a', как показали С. Ф. Аверьянов и Цюй Син-е [6а], равна

$$\alpha' = \frac{1}{1+\frac{4a}{\pi S}\ln\frac{1}{\sin\frac{\pi d}{2a}}} \cong \frac{1}{1+2{,}94\frac{a}{S}\lg\frac{2a}{\pi d}}, \qquad (1.8)$$

d — диаметр дрены.

Отсюда расстояние между дренами ($E=2S$) равно

$$E=2\sqrt{\frac{k}{p}(H^2+2aH\alpha')}. \qquad (1.9)$$

Если $H \ll a$, то поправка α' может быть отнесена к обоим членам формулы (1.6), что дает

$$E=2\sqrt{\frac{k}{p}(H_2^2-a^2)\alpha'}=E_0\sqrt{\alpha'}, \qquad (1.10)$$

где E_0 — расстояние, определяемое по формуле Кене, то есть формулу С. Ф. Аверьянова (см. [3], [4]). Она рекомендуется для расчета систематического несовершенного дренажа в однородных грунтах при горизонтальном водоупоре (при соблюдении условия $a \geqslant 5H$).

При $a=\frac{\pi d}{2}$; $\alpha'=1$ и формула (1.10) приводится к формуле Ротэ.

Выше (см. гл. III, § 9) был рассмотрен общий случай движения потока грунтовых вод по наклонному водоупору при смешанном питании (инфильтрационном и притоке со стороны).

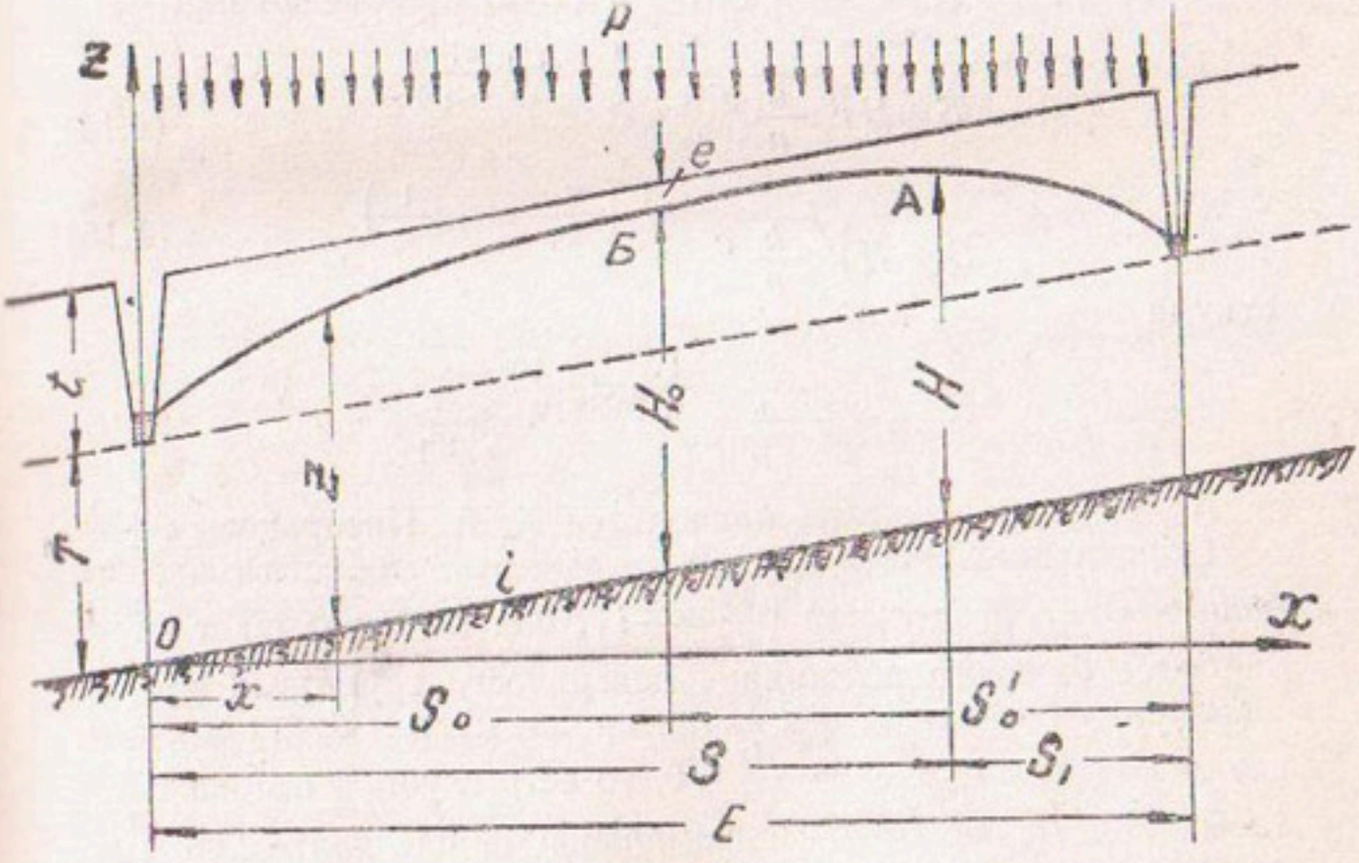


Рис. 43

Рассмотрим более подробно частный случай инфильтрационного питания применительно к вопросу определения расстояния между дренами при наклонном водоупоре.

Для условий (рис. 43) примем, что поверхность водоупора параллельна поверхности земли и имеет уклон i, а дрены (каналы) заложены на одинаковую глубину t. Тогда при инфильтрационном питании и наличии водораздельной точки A (ее может и не быть при определенных соотношениях параметров потока) имеем для левого потока (заменяя T на a)

$$H=\sqrt{\frac{p}{k}S^2-iaS+a^2}\,e^{-\frac{1}{\eta}\left[\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}\left(1-\frac{2a}{iS}\right)\right]}, \qquad (1.11)$$

и для правого потока

$$H=\sqrt{\frac{p}{k}S_1^2+iaS_1+a^2}\,e^{\frac{1}{\eta}\left[\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}\left(1+\frac{2a}{iS_1}\right)\right]}, \qquad (1.12)$$

где

$$S_1+S=\mathrm{E};\ \eta=\sqrt{4\frac{p}{ki^2}-1};\ \eta>0. \qquad (1.13)$$

Приравнивая (1.11) и (1.12) с учетом (1.13), можно подбором решить задачу по определению E, если заданы k, p, i, a, H. Вопрос значительно упрощается, если принять $a=0$, т. е. считать дрены уложенными на поверхности водоупора. В этом частном случае уравнения (1.11) и (1.12) принимают вид

$$S=H\sqrt{\frac{k}{p}}\,e^{\frac{1}{\eta}\left(\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}\right)}; \qquad (1.14)$$

$$S_1=H\sqrt{\frac{k}{p}}\,e^{-\frac{1}{\eta}\left(\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}\right)}, \qquad (1.15)$$

откуда

$$\mathrm{E}=2H\sqrt{\frac{k}{p}}\,e^{\frac{1}{\eta}\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}}\operatorname{ch}\frac{\pi}{2\eta}. \qquad (1.16)$$

Аналогичное решение приводится Х. А. Писарьковым [36].

Обратившись к рис. 43, можно заметить, что, хотя точка A и является водораздельной $\left(\frac{dz}{dx}=-i\right)$, она не показывает места наиболее близкого расстояния поверхности грунтовых вод от поверхности почвы; таким характерным местом будет точка $Б$, где соблюдается условие $\frac{dz}{dx}=0$, то есть глубина потока грунтовых вод H_0 является максимальной и, следовательно, расстояние от поверхности грунтовых вод до поверхности почвы

минимально. Следовательно, если задана «норма осушения»— c, как минимальное расстояние от поверхности почвы до поверхности грунтовых вод, то в расчетах по определению расстояния между дренами надо исходить не из величины H, а из величины H_0.

Из основных уравнений движения

$$p(S-x)=kz\left(i+\frac{dz}{dx}\right); \tag{1.17}$$

$$p(S_1-x_1)=kz\left(\frac{dz}{dx_1}-i\right)^{*} \tag{1.18}$$

видно, что при $\frac{dz}{dx}=\frac{dz}{dx_1}$ имеются условия

$$S-S_0=\frac{kiH_0}{p};\ S_0'-S_1=\frac{kiH_0}{p}\ (\text{при } S+S_1=S_0+S_0'). \tag{1.19}$$

Производя интегрирование (1.17) и (1.18), при условиях (1.19) получим важное соотношение

$$H_0=He^{\frac{2}{\eta}\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}}. \tag{1.20}$$

Уравнение (1.20) показывает, что всегда $H_0>H$.

С учетом (1.20) уравнения (1.1) и (1.2) примут вид

$$H_0=\sqrt{\frac{p}{k}S^2-iaS+a^2}\ e^{\frac{1}{\eta}\left[\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}-\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}\left(\frac{2pS}{kia}-1\right)\right]}; \tag{1.21}$$

$$H_0=\sqrt{\frac{p}{k}S_1^2+iaS_1+a^2}\ e^{\frac{1}{\eta_1}\left[\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta_1}+\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta_1}\left(\frac{2pS_1}{kia}+1\right)\right]}. \tag{1.22}$$

В частном случае, при $a=0$, получим формулу, аналогичную (1.16):

$$E=2H_0\sqrt{\frac{k}{p}}\,e^{\frac{1}{\eta_1}\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta_1}}\operatorname{ch}\frac{\pi}{2\eta}. \tag{1.23}$$

Этот результат уже весьма существенно отличается от полученного в [36] Х. А. Писарьковым.

Для приближенного сопоставления формул (1.16) и (1.23) разложим функции e^u и $\operatorname{ch}v$ в ряд и ограничимся двумя первыми членами. Это дает

$$E=2\sqrt{\frac{k}{p}}H\rho;\ \rho=1+0{,}56\frac{ki^2}{p}; \tag{1.16а}$$

* $x_1=E-x$.

$$E=2\sqrt{\frac{k}{p}}H_0\rho_1;\quad \rho_1=1+0{,}06\frac{ki^2}{p}. \qquad (1.23а)$$

Как видно, поправка, учитывающая уклон поверхности водоупора в зависимости от того, исходить из величины H или H_0, изменилась в 10 раз.

Так как правильным является сопоставление по «норме осушения», то можно записать

$$E=E_0\rho_1, \qquad (1.24)$$

где E_0 — расстояние между дренами по формуле Ротэ (при $i=0$); ρ_1 — поправка по формулам (1.23) или (1.23а). Полученный результат для частного случая ($a=0$) заставляет весьма критически отнестись к распространенному мнению о преимуществах осушительного действия поперечного дренажа, так как поправка ρ_1 практически равна единице.

Отметим, что при $i=0$ в обоих случаях $\rho=\rho_1=1$, однако при $\eta=0$ результаты совершенно отличны: по формуле (1.16) $E=\infty$, то есть дренаж не нужен, а по (1.23), раскрывая неопределенность, получим $\rho_1=\frac{e}{2}=1{,}359$; следовательно, для предельного случая $\eta=0$ $E=1{,}36\ E_0$, а для любого $\eta>0$ $E=E_0\rho_1$ при $1<\rho_1<1{,}36$.

Так как обычно $\eta\gg 1$, то $\rho_1\cong 1$.

Ввиду важности полученного результата в оценке осушительного действия дренажа при поперечном и продольном его размещении попытаемся найти решение уравнений (1.21) и (1.22) для общего случая $a\neq 0$.

Обозначая

$$\beta=e^{\frac{1}{\eta}\left[-\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}+\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}\left(\frac{2pS}{kia}-1\right)\right]}; \qquad (1.25)$$

$$\beta_1=e^{\frac{1}{\eta}\left[-\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}-\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}\left(\frac{2pS_1}{kia}+1\right)\right]}, \qquad (1.26)$$

возводя выражечия (1.21) и (1.22) в квадрат и складывая почленно, получим

$$pE=\frac{k}{S}(\beta^2H_0^2-a^2)+\frac{k}{S_1}(\beta_1^2H_0^2-a^2). \qquad (1.27)$$

Полученная формула аналогична формуле Кене для инфильтрационного питания при горизонтальной поверхности водоупора, но отличается от нее введением поправок β и β_1, в значения напоров H_0, а также ассиметрией потока ($S\neq S_1$).

Очевидно, что при $i=0$ $\eta \to \infty$; $\beta = \beta_1 = 1$, $S = S_1 = \frac{E}{2}$ и (1.27) переходит в формулу Кене.

По формуле (1.27) непосредственно в явном виде величину E определить не удается, отчего рассмотрим некоторые предельные приближения.

Обращая внимание на величину η, можно установить, что обычно $\eta > 4$, а чаще $\eta > 10$. Действительно, величины, в нее входящие, в условиях систематического горизонтального дренажа редко выходят за следующие пределы: $0{,}2 < p < 1$ *л/сек* с 1 *га* или $0{,}002 < p < 0{,}01$ *м/сутки*; $0{,}1 < k < 2$ *м/сутки*; $0 < i < 0{,}03$. Следовательно, показатели степени в коэффициентах β и β_1 вообще малы по абсолютному значению, отчего ошибка в их определении не должна вносить существенных погрешностей.

Рассмотрим сначала случай, когда величина a мала, хотя и не равна нулю. Тогда можно принять

$$\frac{2pS}{kia} \gg 1; \quad \frac{2pS_1}{kia} \gg 1. \tag{1.28}$$

Считая, что при малых a сдвиг водораздела остается таким же, каким он был при $a=0$, из (1.21) и (1.22) получим

$$\frac{S}{E} = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{\frac{\pi}{2\eta}}}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{2\eta}}; \quad \frac{S_1}{E} = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{-\frac{\pi}{2\eta}}}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{2\eta}}. \tag{1.29}$$

Учитывая неравенства (1.28) и формулы (1.29) и подставляя значения S, S_1, β и β_1 в основную зависимость (1.27), найдем следующее приближенное выражение:

$$E \cong 2\rho_2 \sqrt{\frac{k}{p}\left(\gamma H_0^2 - a^2\right)}, \tag{1.30}$$

где

$$\gamma = e^{-\frac{2}{\eta}\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}}; \quad \rho_2 = \operatorname{ch}\frac{\pi}{2\eta},$$

или еще более приближенно

$$\gamma = 1 - \frac{kl^2}{2p}; \quad \rho_2 = 1 + 0{,}31\frac{kl^2}{p}. \tag{1.31}$$

Легко установить, что при $a=0$ формула (1.30) переходит в (1.23). Из (1.30) и (1.31) видно, что при малых, но конечных значениях a суммарная поправка, учитывающая влияние уклона водоупора, становится меньше, чем определяемая по (1.23). При дальнейшем увеличении a водораздел (точка A на

рис. 43) сдвигается вправо, пока не будет достигнуто положение, при котором инфильтрационный поток, формирующийся между дренами, будет отводиться только одной нижней дреной. Для этого случая очевидны равенства (см. рис. 43) $S=E$ и $S_1=0$.

Подставляя эти значения в формулы (1.11), (1.12), (1.21), (1.22), получим

$$H=a;\ H_0=ae^{\frac{2}{\eta}\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}}; \tag{1.32}$$

$$a=\sqrt{\frac{p}{k}E^2-iEa+a^2}\ e^{-\frac{1}{\eta}\left[\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}+\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}\left(\frac{2pE}{kia}-1\right)\right]}. \tag{1.33}$$

Последнее равенство позволяет найти E при известных p, k, i и a, причем H_0 найдется по (1.32).

Приближенное решение (1.33) имеет вид (при $\eta\gg1$)

$$E\simeq\frac{8a}{i\eta^2}\simeq\frac{2kia}{p}\left(1+\frac{ki^2}{4p}\right). \tag{1.34}$$

С другой стороны, для рассматриваемого предельного случая с учетом (1.32) по Кене имеем

$$E_0=2\sqrt{\frac{k}{p}}\sqrt{H_0^2-a^2}\simeq\frac{2kia}{p}\left(1+\frac{ki^2}{4p}\right), \tag{1.35}$$

где взято: $\left(\frac{H_0}{a}\right)^2\simeq e^{\frac{4}{\eta}\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}}\simeq1+\frac{ki^2}{p}+\frac{1}{2}\left(\frac{ki^2}{p}\right)^2$; $\sqrt{1-u}\simeq1-\frac{u}{2}$ (при малых u).

Следовательно, при увеличении a то небольшое преимущество поперечного дренажа, которое имело место при $a=0$, постепенно уменьшается и совершенно ликвидируется для предельного случая, когда $E=E_0$.

Отметим, что предельное значение a по (1.32) равно

$$a_0=\frac{h_0}{2\cdot e^{\frac{1}{\eta}\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}}\operatorname{sh}\frac{1}{\eta}\operatorname{arctg}\frac{1}{\eta}}\simeq\frac{2h_0p}{ki^2}\left(1-\frac{ki^2}{2p}\right). \tag{1.36}$$

Следовательно, при изменении $0\leqslant a\leqslant a_0$ преимущество осушительного действия поперечного дренажа по сравнению с продольным практически несущественно и расстояние между дренами может определяться по формуле

$$E=E_0\rho, \tag{1.37}$$

где E_0—расстояние между дренами по Кене для $i=0$; ρ —поправка, лежащая в пределах

$$1 \leqslant \rho \leqslant 1 + 0{,}06 \frac{ki^2}{p}. \qquad (1.38)$$

При этом, чем больше мощность водоносного пласта, тем меньше эта поправка; для предельного случая $a = a_0$ $\rho = 1$. При $a > a_0$ поперечный дренаж становится менее целесообразным, чем продольный, т. к. в этом случае $\rho < 1$.

Таким образом, если систематический траншейный дренаж не предназначен для улавливания поверхностных вод или частичного перехвата внешнего притока грунтовых вод, то в условиях более или менее однородных проницаемых грунтов размещение дренажных линий в плане может осуществляться как по поперечной, так и по продольной схемам с практически одинаковым осушительным эффектом; выбор схемы зависит от организации сельскохозяйственной территории, допустимых скоростей движения воды в дренах и коллекторах, равномерности осушения по длине дрен и других обстоятельств.

Остановимся кратко на учете несовершенства дрены (по вскрытию пласта). В начале настоящего раздела было показано, что дополнительные сопротивления в потоке, вызванные неполным вскрытием пласта, могут учитываться введением «коэффициента висячести» множителем в выражении для расхода [см. формулы (1.7)—(1.10)].

Отметим, что выражение для α' может быть записано в виде

$$\alpha' = \frac{S}{S + \frac{4}{\pi} a \cdot \ln \frac{2a}{\pi d}}, \qquad (1.39)$$

что по смыслу равносильно введению «приведенной длины»

$$\bar{S} = S + aБ,$$

где $Б = \frac{4}{\pi} \cdot \ln \frac{2a}{\pi d}$.

Так как точный учет «висячести» дренажа при несимметричном инфильтрационном потоке ($i \neq 0$) затруднителен, решим эту задачу приближенно.

Обращаясь к формуле (1.27) и подставляя в нее значения приведенных длин $\bar{S} = S + aБ$, $\bar{S}_1 = S_1 + aБ$, а также коэффициенты β и β_1 (при малых a), после преобразования получим (для больших η) значение расстояния между дренами с учетом «висячести» в виде

$$E_a = \sqrt{E_0^2 + (aБ)^2} - aБ, \qquad (1.40)$$

где E_0—расстояние между дренами, определенное по предыдущему без учета «висячести». Эта формула оказалась совпадающей с ранее предложенной С. Ф. Аверьяновым [4] для случая $i = 0$.

§ 2. Систематический дренаж в двухслойном грунте

Случай инфильтрационного питания можно рассматривать как частный случай смешанного питания, при котором $q=0$, т. е. когда отсутствует грунтовое питание. Как было показано выше, при инфильтрационном питании и однородном грунте можно использовать численное равенство расхода при инфильтрационном питании удвоенному расходу при грунтовом питании, вводя соответствующий случаю инфильтрационного питания коэффициент, учитывающий несовершенство дрены.

Ввод измененного значения коэффициента α, учитывающего дополнительные сопротивления, связанные с заменой совершенного (доведенного до водоупора) канала дреной, обусловлен, во-первых, изменением размера расхода и, во-вторых, самим характером его формирования.

Если в случае грунтового питания расход q постоянен по длине потока, то при инфильтрационном питании он нарастает по направлению от водораздела к дрене. В связи с этим изменяется и характер гидродинамической сетки.

В двухслойном грунте, как показали опыты в щелевом лотке, в связи с изменением характера питания изменяется не только значение коэффициента висячести, но и значение коэффициентов ω и Θ, учитывающих фильтрационные сопротивления в зонах, расположенных ниже и выше горизонта укладки дрены.

Рассмотрим более подробно требования, которым должен удовлетворять коэффициент, учитывающий сопротивления, связанные с неоднородностью области фильтрации в случае двухслойного грунта и инфильтрационного питания (рис. 44).

Если в случае грунтового питания расход дрены становится равным нулю только при $k_1=0$ (речь идет об изолированной дрене), то в случае инфильтрационного питания должны соблюдаться более жесткие требования, а именно: расход дрены должен становиться равным нулю не только при $k_1=0$, но и при $k_2=0$, т. е. формально коэффициент Θ должен быть равен бесконечности при $k_1=0$ $(k_2 \neq 0)$, при $k_2=0$ $(k_1 \neq 0)$ или при $k_1=k_2=0$.

Необходимо, однако, заметить, что если в случае грунтового питания в принципе можно рассматривать предельный случай $k_2=0$ и принимать, что движение является установившимся и подчиняющимся закономерностям напорного потока (при достаточно большом напоре)*, то в случае инфильтрационного питания это принципиально недопустимо. Действительно, если $k_2=0$, то кривая депрессии не может находиться ни в верхнем, ни в нижнем слоях, т. к. нет условий для образования этой кривой

---

* В данном случае принимается, что в нижний пласт вода поступает где-то на большом удалении от дрены, где имеется контакт нижнего пласта с источником грунтовых вод.

(отсутствует расход дрены). Кроме того, в данном случае вообще невозможно установившееся движение, т. к. выпадающие осадки не будут отводиться дреной, а будут скапливаться на кровле верхнего слоя, если нет оттока, или отводиться в виде поверхностного потока при его наличии.

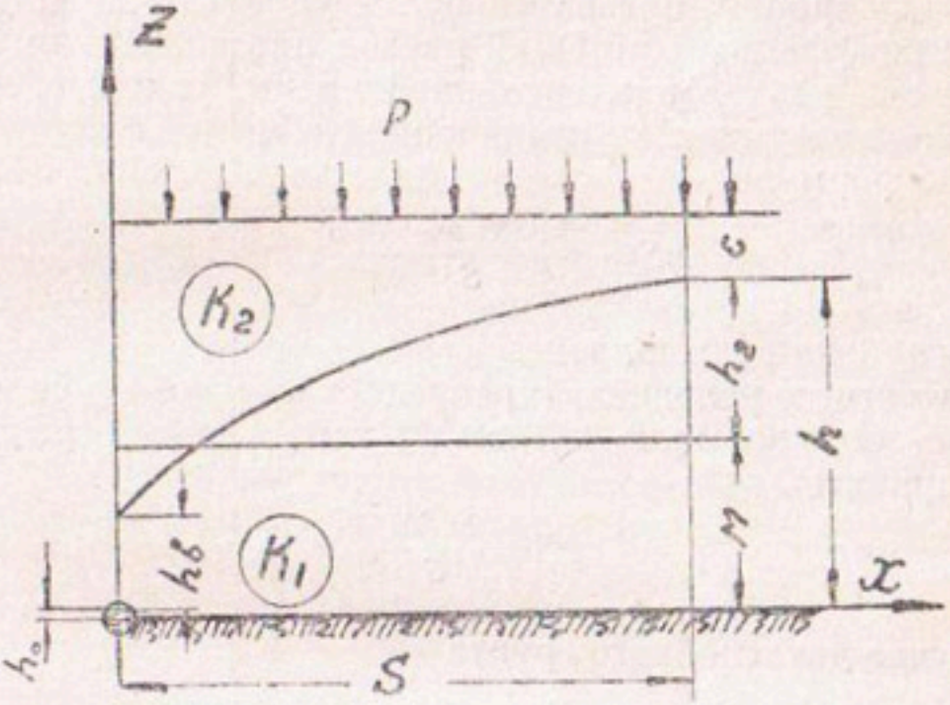


Рис. 44

Если дренирование производится открытым каналом или дрена уложена в траншею с очень хорошо проницаемой засыпкой, когда можно пренебречь дополнительными сопротивлениями, связанными с изоляцией дрены, то общую формулу для расчета совершенных дрен или каналов, укладываемых на горизонтальный водоупор, можно получить на основе функции Н. К. Гиринского, исходя из следующего уравнения водного баланса:

$$pS = \frac{2(\Phi'_{\text{п}} - \Phi'_{h_0})}{S}. \qquad (2.1)$$

В частном случае для двухслойного грунта при глубине воды в канале (дрене) $h_0 < M$

$$pS = \frac{k_1(nh_2^2 + 2Mh_2 + M^2 - h_0^2)}{S}, \qquad (2.2)$$

или при $H > h_0 > M$

$$pS = \frac{k_1[n(h_2^2 - h_1^2) + 2M(h_2 - h_1)]}{S}, \qquad (2.3)$$

где h_2 и h_1—напоры над кровлей нижнего пласта в конце и начале участка S.

Если дрена изолирована, т. е. уложена в траншею без проницаемой засыпки так, что строение засыпки повторяет строе-

ние водоносного пласта, то в формулы (2.1), (2.2) и (2.3) должен вводиться коэффициент расхода μ.

При расчете головных дрен коэффициент расхода μ вводился нами только лишь в расход верхнего пласта. При расчетах изолированных дренажей, питание которых осуществляется за счет инфильтрации, оказалось более удобным вводить запирающий коэффициент в общий расход потока. Поэтому в общем случае расход изолированной дрены, укладываемой на водоупор в вертикально-неоднородный грунт, будет определяться по формуле

$$pS=\frac{2\mu(\Phi'_{н}-\Phi'_{h_0})}{S}, \tag{2.4}$$

где h_0—глубина воды в дрене.

В расчетных условиях (пропуск «расчетного дождя») величина h_0 обычно мала, поэтому с небольшой погрешностью можно принять

$$pS=\frac{2\mu\Phi'_{н}}{S}. \tag{2.5}$$

В случае двухслойного грунта

$$pS=\frac{\mu k_1(nh_2^2+2Mh_2+M^2)}{S}. \tag{2.6}$$

Величина μ, как и в случае грунтового питания, определяется по формуле

$$\mu=\sqrt{\frac{1}{1+\Theta^2}}. \tag{2.7}$$

Однако для вычисления Θ в случае инфильтрационного питания и двухслойного грунта предлагается следующее (весьма приближенное) выражение, полученное на основании материалов опытов в щелевом лотке:

$$\Theta=\frac{(n+0{,}001)Mh_2(Mn+h_2)\sigma}{n(H+2M)^2(H+1{,}2M)}, \tag{2.8}$$

где

$$h_2=H-M;\ n=\frac{k_2}{k_1}.$$

Пользование формулой (2.8) ограничивается условием $0{,}001\leqslant n\leqslant 1000$.

Величина σ для несовершенной дрены определяется по следующей формуле:

$$\sigma=\left[\frac{M}{H}\,\frac{(H^2+h_2^2)}{(M^2+h_2^2)}\sqrt{\frac{h_2}{H}}+0{,}65\frac{h_2^3}{MH^2}\right]\frac{(a+H)}{(2a+H)}, \tag{2.9}$$

где a—расстояние до водоупора; H—напор над дреной.

В частности, для совершенной дрены ($a=0$) получаем

$$\sigma=\frac{M}{H}\frac{(H^2+h_2^2)}{(M^2+h_2^2)}\sqrt{\frac{h_2}{M}}+0{,}65\frac{h_2^3}{MH^2}. \qquad (2.10)$$

Рассмотрим предельные значения Θ, даваемые формулой (2.8). При $k_1=0$ и $k_2\neq 0$ $\Theta=\infty$ и $\mu=0$, ибо член $\frac{n+0{,}001}{n}\cong 1$, а член $Mn+h_2=\infty$. При $k_2=0$, $n=0$ Θ снова равно бесконечности, $\mu=0$, ибо $Mn=0$, $n+0{,}001=0{,}001$, а знаменатель равен нулю.

Таким образом, и в предельных случаях Θ формально получает необходимые значения, хотя в этом, как указывалось выше, нет необходимости, ибо в предельных случаях движение отсутствует. Если грунт однороден ($n=1$), то $\Theta=0$, ибо здесь можно считать, что $M=0$. Так как $\Theta=0$, то $\mu=1$.

Разрешая формулу (2.6) относительно $E=2S$, получим формулу для определения расстояния между дренами, расположенными на водоупоре в двухслойном грунте

$$E=2S=2\sqrt{\frac{\mu k_1}{p}(nh_2^2+2Mh_2+M^2)}, \qquad (2.11)$$

или, принимая во внимание, что $h_2=H-M$, получим

$$E=2\sqrt{\frac{\mu k_1}{p}[n(H-M)^2+2M(H-M)+M^2]}. \qquad (2.12)$$

Если дрена не изолирована (канал или дрена в траншее с очень хорошо проницаемой засыпкой), то $\mu\cong 1$ и

$$E=2\sqrt{\frac{k_1}{p}(nh_2^2+2Mh_2+M^2)}. \qquad (2.13)$$

Как указывалось выше, в случае несовершенного дренажа могут встретиться два варианта укладки дрен по отношению к границе раздела грунтов, а именно: 1) дрена уложена ниже границы раздела грунтов (в нижний слой) 2) дрена уложена выше границы раздела слоев (в верхний слой).

Если придерживаться принятого метода, а именно —ввода коэффициента, учитывающего искривление струй только в расход нижней зоны, то уравнение водного баланса при расположении дрены ниже границы линии раздела грунтов (рис. 45) принимает следующий вид:

$$pS=\frac{\mu k_1(nh_2^2+2Mh_2+M^2)}{S}+\frac{2k_1aH\alpha'}{S}, \qquad (2.14)$$

где

$$\alpha'=\frac{1}{1+2{,}94\frac{a}{S}\lg\frac{2a}{\pi d}}.$$

Разрешая уравнение (2.14) относительно $E=2S$, будем иметь

$$E=2\sqrt{\frac{k_1}{p}\left[\mu\left(nh_2^2+2Mh_2+M^2\right)+\frac{4aH}{E+2\eta'}\right]}, \qquad (2.15)$$

где $\eta'=2{,}94a\lg\frac{2a}{\pi d}$.

При $a=0$ формула (2.15) приводится к формуле (2.11). Необходимо заметить, что σ в этом случае вычисляется с учетом висячести дрены по формуле (2.9).

Если $k_2=0$, то формально первый член, стоящий в квадратных скобках (2.15), равен нулю, т. к. равен нулю коэффициент

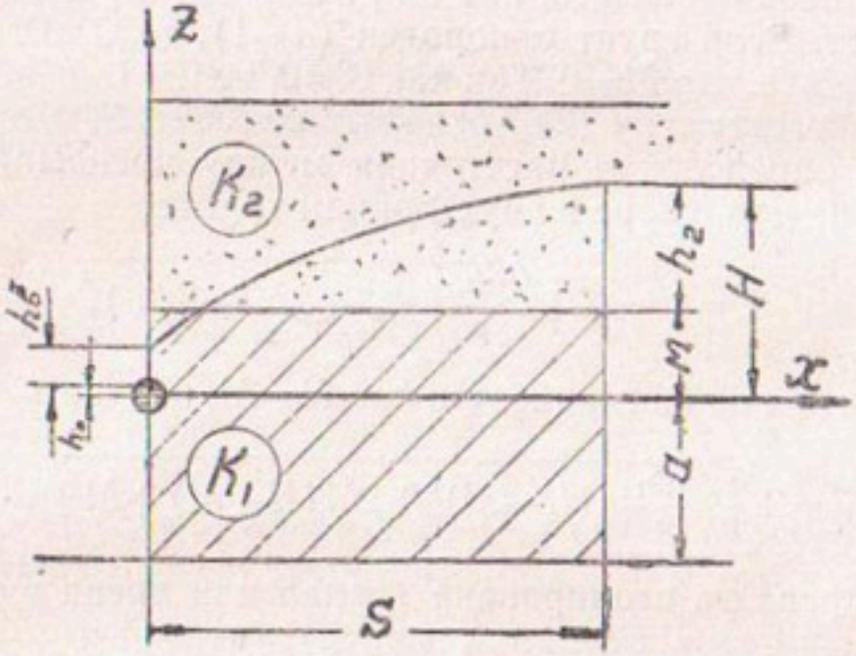


Рис. 45

μ. Второй член формально не становится равным нулю, однако, если учесть, что при $k_2=0$ происходит разрыв связи между пластами и гидростатическое давление уже не передается в нижний слой (а стало быть и в нижнюю зону), данное противоречие снимается путем принятия равным нулю напора H.

При расположении дрены выше линии раздела грунтов (рис. 46) уравнение водного баланса записывается в следующем виде:

$$pS=\frac{k_1H^2}{S}+2H\left[\frac{k_1a_1}{S+\eta_1'}+\lambda k_2\left(\frac{a}{S+\eta'}-\frac{a_1}{S+\eta_1'}\right)\right], \qquad (2.16)$$

где

$$\eta'=2{,}94a\lg\frac{2a}{\pi d};\quad \eta_1'=2{,}94a_1\lg\frac{2a_1}{\pi d}.$$

Разрешая уравнение (2.16) относительно $E=2S$, будем иметь

$$E=2\sqrt{\frac{H}{p}\left\{k_1H+2E\left[\frac{k_1a_1}{E+2\eta_1'}+\lambda k_2\left(\frac{a}{E+2\eta'}-\frac{a_1}{E+2\eta_1'}\right\}\right]\right)}, \quad (2.17)$$

где

$$\lambda=\sqrt{\frac{1}{1+\omega^2}}. \quad (2.18)$$

Для случая инфильтрационного питания величина ω определяется по следующей приближенной эмпирической формуле:

$$\omega=\frac{\beta a_1 a_2 n^{2/3}}{a^2\sigma_1}, \quad (2.19)$$

где $\sigma_1=\frac{\sqrt[3]{n}-0{,}5}{\sqrt[3]{n}+0{,}5}$; $n=\frac{k_2}{k_1}$; $\beta=\sqrt{1+\frac{a_1}{a}}$; $1\leqslant n\leqslant 1000$.

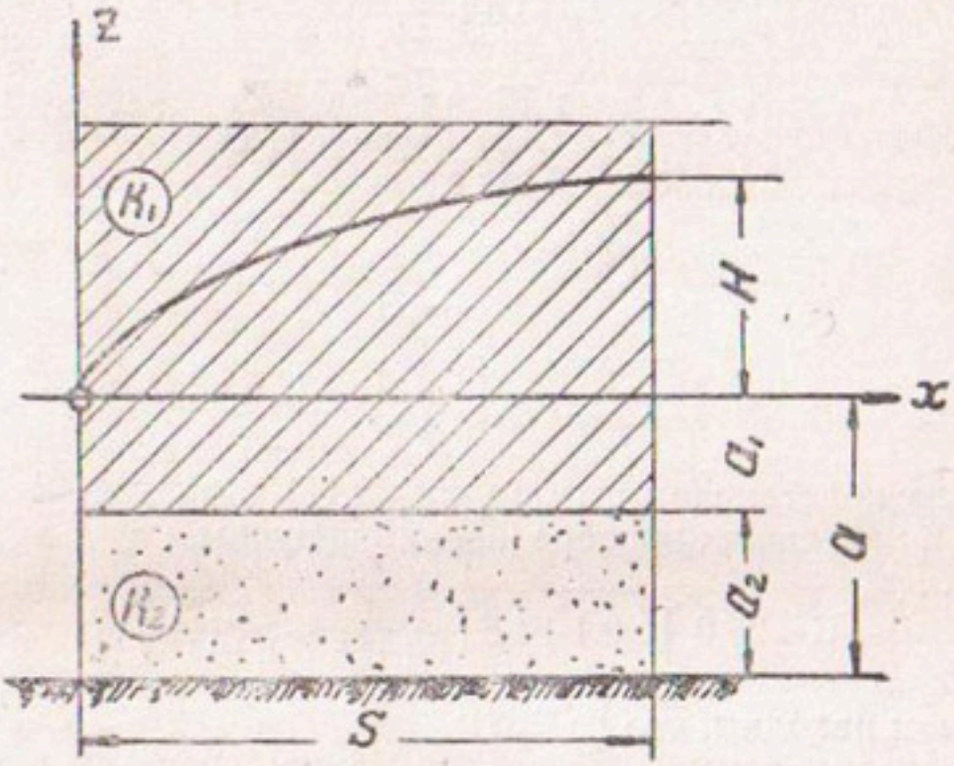


Рис. 46

Расстояние по формуле (2.17) приходится определять подбором. Формула (2.17) дает возможность решить один весьма важный в практическом отношении вопрос, а именно—произвести оценку влияния хорошо проницаемого подстилающего пласта на работу дренажа, укладываемого в верхний менее проницаемый грунт.

Указанная схема реализуется, например, на глубоких торфяниках, подстилаемых песками, когда укладка дрен в нижний слой экономически нецелесообразна или технически затруднена. Как показывают расчеты, наличие хорошо проницаемого пласта улучшает работу дрен. Для иллюстрации рассмотрим следующий пример.

Пример. Определить расстояние между дренами в торфяном грунте мощностью 3,2 м, подстилаемом песчаной прослойкой мощностью 2 м. Коэффициенты фильтрации торфа и песка равны, соответственно, 0,2 и 5 м/сутки. Расчетный модуль инфильтрации $p=0{,}003$ м/сутки, глубина заложения дрен — 1,2 м, норма осушения 0,7 м, диаметр дрен $d=0{,}05$ м.

Определим компоненты формулы (2.17).

$$a=3{,}2+2-1{,}2=4\ м;\ a_1=2\ м;\ a_2=2м;\ H=1{,}2-0{,}7=0{,}5\ м.$$

$$\eta'=2{,}94a\lg\frac{2a}{\pi d}=2{,}94\cdot 4\cdot\lg\frac{2\cdot 4}{3{,}14\cdot 0{,}05}=20{,}25\ м.$$

$$\eta_1'=2{,}94a_1\lg\frac{2a_1}{\pi d}=2{,}94\cdot 2\cdot\lg\frac{2\cdot 2}{3{,}14\cdot 0{,}05}=8{,}25\ м.$$

$$\frac{H}{p}=\frac{0{,}5}{0{,}003}=167;\ n=\frac{k_2}{k_1}=\frac{5{,}0}{0{,}2}=25;\ \beta=\sqrt{1+\frac{2}{4}}=1{,}22.$$

$$\sigma_1=\frac{\sqrt[3]{n}-0{,}5}{\sqrt[3]{n}+0{,}5}=\frac{\sqrt[3]{25}-0{,}5}{\sqrt[3]{25}+0{,}5}=\frac{2{,}92-0{,}5}{2{,}92+0{,}5}=0{,}71.$$

$$\omega=\frac{\beta a_1 a\, n^{2/3}}{a^2\sigma_1}=\frac{1{,}22\cdot 2\cdot 2\cdot 25^{2/3}}{4^2\,0{,}71}=3{,}68.$$

$$\lambda=\sqrt{\frac{1}{1+\omega^2}}=\sqrt{\frac{1}{1+3{,}68^2}}=0{,}262.$$

После подстановки в формулу (2.17) вычисленных компонентов и небольших преобразований получим

$$E=25{,}8\sqrt{0{,}1+2E\left(\frac{5{,}25}{E+40{,}5}-\frac{2{,}22}{E+16{,}5}\right)}.$$

Подбором находим, что $E\cong 37$м.

Определим теперь расстояние между дренами, исходя из виртуального метода, т. е. на основе ввода приведенной длины пути фильтрации для нижнего слоя. При инфильтрационном питании величину участка $S_{пр}$ можно определить по формуле следующего вида:

$$S_{пр}=S+2{,}94\left(a+\frac{2na_1a_2}{a}\right)\lg\frac{2a}{\pi d}. \qquad (2.20)$$

В этом случае уравнение водного баланса записывается следующим образом:

$$pS=\frac{kH^2}{S}+2H\left(\frac{k_1a_1}{S+\eta_1'}+\frac{k_2a_2}{S+\eta'_{пр}}\right), \qquad (2.21)$$

где

$$\eta'_{пр}=2{,}94\left(a+\frac{2na_1a_2}{a}\right)\lg\frac{2a}{\pi d}.$$

Разрешая уравнение (2.21) относительно $E=2S$, получим

$$E=2\sqrt{\frac{H}{p}\left[k_1H+2E\left(\frac{k_1a_1}{E+2\eta_1'}+\frac{k_2a_2}{E+2\eta'_{пр}}\right)\right]}. \qquad (2.21б)$$

В рассматриваемом случае

$$\eta'_{пр}=2{,}94\left(4+\frac{2\cdot 25\cdot 2\cdot 2}{4}\right)\lg\frac{2\cdot 4}{3{,}14\cdot 0{,}05}=160\ м.$$

После подстановки в формулу (2.21б), будем иметь

$$E=25{,}8\sqrt{0{,}1+2E\left(\frac{0{,}4}{E+16{,}5}+\frac{10}{E+320}\right)}.$$

Подбором определяем $E\cong 45\ м$.

Как видно из расчета, предлагаемый метод дает некоторый коэффициент запаса по сравнению с виртуальным способом.

Если не учитывать влияние подстилающего пласта, т. е. принимать, что грунт однороден и имеет проницаемость верхнего пласта (торфа), то по формуле С. Ф. Аверьянова будем иметь

$$E=2\sqrt{\frac{k}{p}(H_2^2-H_1^2)\alpha'}=2\sqrt{\frac{0{,}2}{0{,}003}(4{,}5^2-4{,}6^2)\alpha'}=33{,}6\sqrt{\alpha'},$$

где $\alpha'=\dfrac{1}{1+2{,}94\dfrac{a}{S}\lg\dfrac{2a}{\pi d}}$.

Подбором находим, что $E=2S=22\ м$.

Приведенный пример показывает, что хорошо проницаемый подстилающий пласт значительно улучшает работу дренажа, что, в свою очередь, позволяет увеличить расстояние между дренами и удешевить осушительную сеть.

Бесконечное увеличение проницаемости нижнего слоя вовсе не приводит к бесконечному увеличению расстояний между дренами.

Покажем это на данных только что рассмотренного примера. Как видно из уравнения (2.16), при неизменном k_1 величина расхода при изменении k_2 в сторону увеличения возрастает за счет возрастания множителя λk_2.

Проследим изменение λk_2 при изменении k_2. Расчеты ведем, как и ранее, при $a_1=a_2=2\ м$, $a=4\ м$, $k_1=0{,}2\ м/сутки$, задаваясь различной величиной отношений $k_2:k_1$ в пределах от 1 до 1000. Результаты расчетов сводим в табл. 6.

Как видно из результатов расчета для конкретных условий данного примера, возрастание λk_2 в связи с увеличением k_2 происходит по кривой, ассимптотически приближающейся к некоторому предельному значению, когда значительное увеличение k_2 уже не вызывает существенного увеличения λk_2. Дан-

ное явление связано с увеличением потерь, происходящем параллельно увеличению проницаемости нижнего слоя. Благодаря этому при определенном отношении $k_2 : k_1$ поток практически стабилизуется и дальнейшее увеличение k_2 не приводит к возрастанию расхода дрены.

Таблица 6

k_2	$n=\frac{k_2}{k_1}$	ω	λ	λk_2
0,2	1,0	0,00	1,000	0,20
5,0	25	3,68	0,262	1,31
10	50	5,45	0,180	1,80
20	100	8,15	0,122	2,44
40	200	12,40	0,085	3,22
60	300	15,80	0,063	3,80
80	400	19,00	0,058	4,20
100	500	22,00	0,045	4,55
120	600	24,50	0,041	4,90
140	700	26,90	0,038	5,20
160	800	29,20	0,034	5,50
180	900	31,70	0,032	5,70
200	1000	33,80	0,029	5,80

Отметим одно любопытное обстоятельство. Если величина $n=\frac{k_2}{k_1}$ относительно велика, то в выражении $S_{\text{пр}}=S+\eta'_{\text{пр}}$ величина S в сравнении с величиной $\eta'_{\text{пр}}$ незначительна и ею можно пренебречь. Тогда при грунтовом и инфильтрационном питании получим соответственно

$$q_{\text{гр}}=\frac{k_2 a_2 H}{\eta_{\text{пр}}}\ ;\ q_{\text{инф}}=\frac{2k_2 a_2 H}{\eta'_{\text{пр}}}\ .$$

Принимая во внимание, что $\eta'_{\text{пр}}=2\eta_{\text{пр}}$, получим, что в случае больших $n=\frac{k_2}{k_1}$ расходы $q_{\text{гр}}$ и $q_{\text{инф}}$ будут равны между собой. Данное обстоятельство обусловлено видимо тем, что в рассматриваемом случае основную роль играют потери на вертикальных, а не на горизонтальных участках фильтрации, как это имеет место в случае однородного грунта.

§ 3. Систематический дренаж в слабопроницаемом грунте

До настоящего времени большие споры вызывает вопрос об осушении слабопроницаемых минеральных почв (глины и тяжелые суглинки). Вопрос о возможности применения дренажа при осушении глинистых почв имеет весьма большое практическое значение и поэтому постараемся дать некоторое освещение условий работы дренажа в слабопроницаемых грунтах.

Исследованиями Т. Н. Пузыревской [41] установлено, что для

ряда грунтов движение воды начинается только при достижении некоторого начального градиента i_0. Величина этого градиента для очень плотных глин может достигать весьма больших значений (порядка 20—30).

Мы не будем останавливаться здесь на этом вопросе, по которому специальных экспериментов не ставили, однако отметим, что данный вопрос должен стать объектом тщательных исследований.

Рассмотрим здесь важный с практической точки зрения вопрос об относительной пропускной способности слоев в связи с размещением в них горизонтальных дрен.

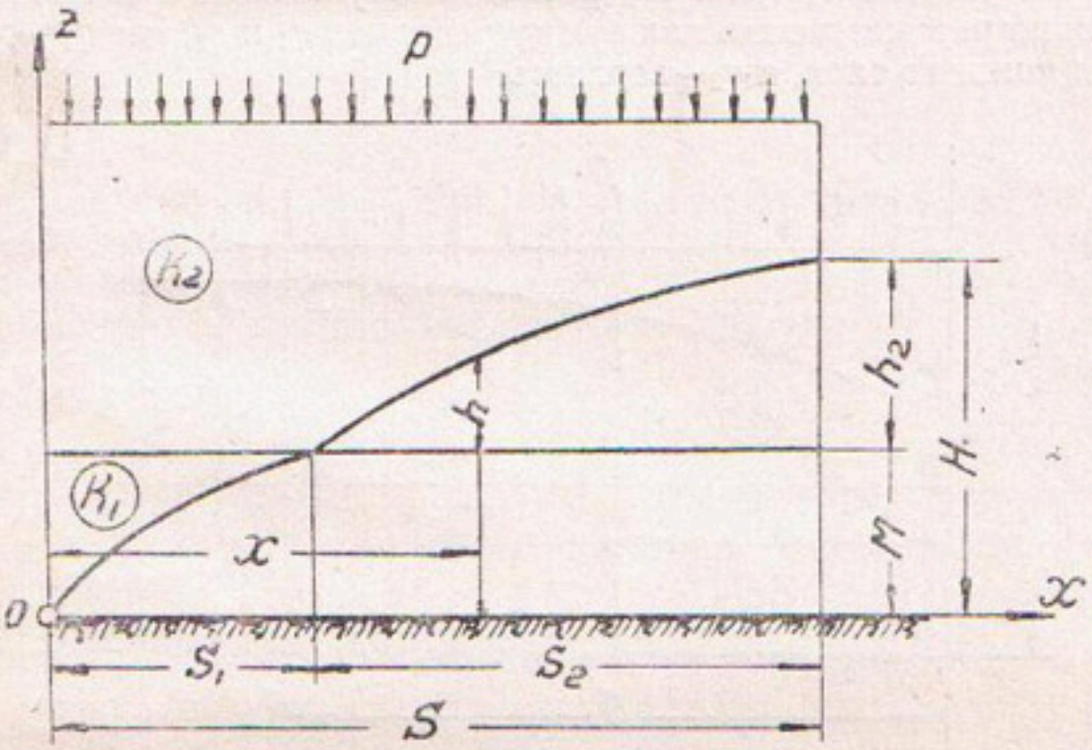


Рис. 47

Д. П. Юневич [53], комментируя таблицу «наиболее выгодной глубины заложения дренажа» Х. А. Писарькова, сделал вывод, что при отношении коэффициентов фильтрации верхнего слоя к нижнему, большем пяти (1 : 0,2), нижний слой уже следует считать водоупором для верхнего и, следовательно, дрены необходимо укладывать на «водоупор» (т. е. на кровле нижнего слоя). Вывод этот основан на неточных результатах, полученных Х. А. Писарьковым, и вследствие этого не является убедительным.

Для суждения о размерах отношения коэффициентов проницаемости $n=\frac{k_2}{k_1}$, при которых нижний слой действительно теряет свое значение и когда без ущерба для работы дренажа его можно выглубить из нижнего слоя, рассмотрим соотношение между расходами, пропускаемыми по верхнему и ниж-

нему слоям при движении в двухслойной среде в случае инфильтрационного питания.

Если нижний слой является водоупором, то кривая депрессии должна располагаться целиком в верхнем слое, а расход нижнего слоя должен быть равен нулю. Это условие соблюдается теоретически при $n = \infty$. Можно считать, что практически, уже при некотором соотношении коэффициентов фильтрации верхнего и нижнего слоев, которое назовем критическим ($n_{кр}$), подавляющая часть общего расхода двухслойного грунта движется в верхнем слое и только незначительная его доля поступает по нижнему.

На участке S_2 (рис. 47) расход, поступающий к сечению x, можно рассматривать как сумму расходов q_1 и q_2, где q_1—расход нижнего слоя, а q_2—верхнего.

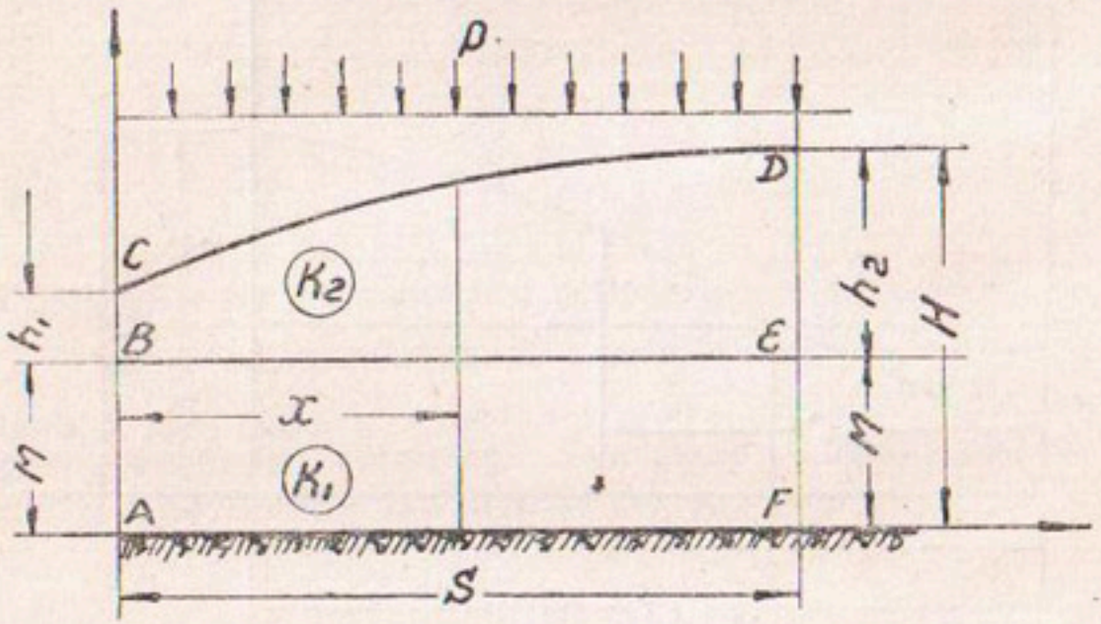


Рис. 48

Принимая во внимание, что в процессе фильтрации происходит непрерывное перемещение воды из верхнего слоя в нижний за счет вертикальной составляющей скорости, расход нижнего слоя в направлении дрены будет непрерывно возрастать, а верхнего—убывать, вплоть до момента, когда он станет равным нулю в точке пересечения кривой депрессии с кровлей нижнего слоя.

Для приближенной оценки соотношения расходов, отводимых раздельно каждым из двух слоев, рассмотрим схему (рис. 48) работы дренажа в двухслойном грунте при инфильтрационном питании, ранее детально исследованную для случая потока грунтовых вод (см. § 1 гл. III).

Примем, что дренаж представлен открытой траншеей, дно которой доведено до водоупора (точка A), а уровень воды в ней находится выше линии раздела пластов (схема условная).

Для этого случая, в соответствии с ранее приведенными доказательствами (см. § 1 гл. III), расходы, поступающие из нижнего и верхнего слоев, будут равны, соответственно,

$$q_{AB}=\frac{k_1MpS}{k_1M+k_2h_1};\quad q_{BC}=\frac{k_2h_1pS}{k_1M+k_2h_1}. \tag{3.1}$$

Доля общего расхода $q=pS$, отводимая нижним слоем, определяется выражением

$$\varkappa=\frac{1}{1+\frac{nh_1}{M}}, \tag{3.2}$$

где

$$\varkappa=\frac{q_{AB}}{q};\quad n=\frac{k_2}{k_1}.$$

Если считать предельно допустимым (с точки зрения использования водоотводной способности нижнего слоя) определенное значение $\varkappa$ (например, $\varkappa=0{,}01—0{,}1$), то соответствующее значение n будет равно

$$n=\frac{(1-\varkappa)M}{\varkappa h_1}. \tag{3.3}$$

С другой стороны, значение h_1 связано с расстоянием между дренами S и другими параметрами. Действительно, как это показано ранее (см. формулу (9.25) главы III), для инфильтрационного потока действительна связь

$$\frac{pS^2}{2}=\Phi'_{\text{н}}-\Phi'_{h_0}, \tag{3.4}$$

где $\Phi'_{\text{н}}$ и Φ'_{h_0} —значения функции Н. К. Гиринского для сечений $x=S$ и $x=0$.

В рассматриваемом случае

$$\frac{pS^2}{2}=\frac{k_2(h_2^2-h_1^2)+2k_1M(h_2-h_1)}{2}. \tag{3.5}$$

Выражая h_1 из (3.5) и используя (3.3), получим

$$\varkappa=\frac{M}{\sqrt{(M+nh_2)^2-\frac{npS^2}{k_1}}}. \tag{3.6}$$

Из (3.6) и (3.2) видно, что доля расхода, отводимая нижним слоем, зависит не только от соотношения коэффициентов фильтрации, но и от мощности нижнего слоя и других параметров.

Очевидно, что при $h_1=0$ весь расход будет пропускаться только через нижний слой, что дает по (3.6) при $\varkappa=1$ предельное значение $S=S_{кр}$, где

$$S_{кр}=\sqrt{\frac{k_1}{p}}\sqrt{2Mh_2+nh_2^2}. \tag{3.7}$$

Наконец, объединяя (3.7) и (3.6), получим

$$\varkappa=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{np}{k_1M^2}(S_{кр}^2-S^2)}}. \tag{3.8}$$

Отсюда видно, что при $S=S_{кр}$ $\varkappa=1$, что и должно быть по смыслу задачи. При $S<S_{кр}$ доля, отводимая нижним слоем, уменьшается.* Последнее обстоятельство требует пояснения. Дело заключается в том, что величина S в уравнении (3.8) является не произвольной величиной, а связанной с величиной h_1 уравнением (3.5). Поэтому при неизменных p, n, k_1, M и h_2 при уменьшении S увеличивается h_1, что и вызывает уменьшение $\varkappa$.

Приведенная схема отличается большой условностью—принятием в траншее напора, равного $M+h_1$, отчего она должна рассматриваться только как весьма частный случай и не позволяет делать общих выводов. Гораздо больший интерес представляет рассмотрение случая «совершенного» дренажа при нулевой (или незначительной) глубине воды в нем. Такая схема нами рассматривалась для случая постоянного расхода по длине потока (§ 1 гл. III), где было показано, что для случая $n\gg 1$, исходя из гипотезы Гиринского, найти соотношение расходов q_{AB} и q_{BC} при свободном истечении в траншею невозможно, так как здесь явно нарушается горизонтальность течений для нижнего слоя.**

Впредь до получения более точных решений можно дать приближенную оценку водоотводной способности верхнего и нижнего пластов, исходя из следующих соображений.

По В. В. Ведерникову и Ч. Слихтеру, приток воды к траншее с двух сторон при $\frac{S}{M}\gg 2$ приблизительно равен

а) для близкого водоупора

$$2q_{AB}=1{,}48\,k_1M; \tag{3.9}$$

---

* Формула (3.8) показывает, что выход воды в траншею по верхнему слою при $S>S_{кр}$ невозможен, ибо в этом случае $\varkappa$ должна быть больше единицы.

** См. С. Ф. Аверьянов. Осушительное действие дренажей. Доклад на совещании работников проектных водохоз. организаций РСФСР 18/IV 1960 г.

б) для глубокого водоупора

$$2q_{AB}=2k_1M. \tag{3.10}$$

В последнем случае M—глубина врезки в нижний слой.

С другой стороны, при $n\gg 1$ расход, отводимый верхним слоем, приблизительно равен

$$q_{BC}=\frac{k_2h_2^2}{S_1}, \tag{3.11}$$

где $S_1\leqslant S$.

Здесь могут встретиться различные случаи.

1. Пропускная способность нижнего слоя больше притока инфильтрационных вод.

Тогда

$$q_{AB}=(0{,}74\div 1{,}0)\,k_1M=pS, \tag{3.12}$$

и верхний поток весь поглощается нижним ($S_1<S$).

2. Пропускная способность нижнего слоя недостаточна для отвода всех вод

$$pS=(0{,}74\div 1{,}0)\,k_1M+\frac{k_2h_2^2}{S}. \tag{3.13}$$

Примем для дальнейшего изложения, что $q_{AB}=k_1M$ (глубокий водоупор). В этом случае доля нижнего слоя в отводе суммарного расхода определится величиной

$$\varkappa=\frac{1}{1+\frac{nh_2^2}{MS}}. \tag{3.14}$$

Отсюда

$$n=\frac{(1-\varkappa)MS}{\varkappa h_2^2}. \tag{3.15}$$

Если выразить S из (3.13), принимая $q_{AB}=k_1M$, то получим

$$S=\frac{k_1M}{2p}\left(1+\sqrt{1+\frac{4nph_2^2}{k_1M^2}}\right). \tag{3.16}$$

Подставляя в (3.14) полученное значение S, будем иметь после небольших преобразований

$$\varkappa=\frac{k_1M^2}{2nh_2^2p}\left(\sqrt{1+\frac{4nph_2^2}{k_1M^2}}-1\right). \tag{3.17}$$

Если $4\,\frac{nph_2^2}{k_1M^2}\ll 1$, то, используя приближенное равенство,

$$\sqrt{1+x}=1+\frac{x}{2}-\frac{1}{8}x^2, \tag{3.18}$$

получим

$$\varkappa=1-\frac{nph_2^2}{4k_1M^2}. \tag{3.19}$$

Доля общего расхода, отводимая верхним слоем, составит

$$\varkappa' = 1 - \varkappa = \frac{nph_2^2}{4k_1M^2}. \qquad (3.20)$$

Разрешая (3.19) относительно n, получим формулу, дающую значение n, при котором отношение расходов, пропускаемых верхним и нижним слоями, равно отношению $\varkappa'$ к $\varkappa$. В данном случае

$$n = \frac{4k_1M^2}{ph_2^2}(1-\varkappa). \qquad (3.21)$$

Если $4\frac{nph_2^2}{k_1M^2} \gg 1$, то выражение (3.17) можно привести к следующему виду:

$$\varkappa \approx \frac{M}{nh_2}\sqrt{\frac{k_2}{p}}. \qquad (3.22)$$

Разрешая (3.22) относительно n, будем иметь

$$n \approx \frac{M}{\varkappa h_2}\sqrt{\frac{k_2}{p}} \approx \frac{M^2k_1}{p\varkappa^2h_2^2}. \qquad (3.23)$$

Доля верхнего пласта в отводе общего расхода в этом случае будет равна

$$\varkappa' = 1 - \varkappa = 1 - \frac{M}{nh_2}\sqrt{\frac{k_2}{p}}. \qquad (3.24)$$

Приведенные выше приближенные выражения позволяют оценить долю участия верхнего и нижнего слоев в общем дренировании при заданном отношении коэффициентов фильтрации $n = k_2/k_1$.

Анализируя значения $\varkappa$, даваемые формулами (3.19) и (3.22), можно убедиться, что роль нижнего слоя в общем дренировании увеличивается с увеличением его проницаемости k_1 и глубины врезки траншеи в нижний слой и уменьшается с увеличением проницаемости верхнего слоя k_2, напора h_2 и интенсивности инфильтрации p.

Отметим, что если принять средние значения, характерные для систематического горизонтального дренажа в тяжелых грунтах с более рыхлым пахотным слоем, например, $M = 1$ м, $h_2 = 0{,}2$ м, $p = 0{,}004$ м/сутки, $k_1 = 0{,}01$ м/сутки, то, разрешая формулу (3.24) относительно $\varkappa'$ в виде

$$\varkappa' = 1 - \frac{M}{h_2}\sqrt{\frac{k_1}{pn}}, \qquad (3.25)$$

получим в рассматриваемом случае

$$\varkappa' = 1 - \frac{1{,}0}{0{,}2}\sqrt{\frac{0{,}01}{0{,}004n}} = 1 - 7{,}9\sqrt{\frac{1}{n}}.$$

Если принять $\varkappa'=0{,}5$, т. е. потребовать, чтобы половина общего расхода отводилась по верхнему слою, то необходимо соблюдение условия $n \geqslant 250$ или $k_2 \geqslant 2{,}5$ м/сутки.

Если же задаться $\varkappa'=0{,}75$, то проницаемость верхнего слоя должна быть уже в тысячу раз больше, чем проницаемость нижнего.

Мы привели расчеты для довольно низких значений проницаемости нижнего слоя и показали зависимость k_2 от доли общего расхода, пропускаемого по верхнему слою, при расчетных расходах, на которые обычно проектируется осушительная сеть, исходя из схемы Ротэ.

В реальных условиях выпадает не расчетное количество осадков, а часто значительно большее, чем то, которое принимается для расчетов по схеме Ротэ.

Посмотрим, что получается, если для приведенных выше условий задаться p, равным не 0,004 м/сутки, а, скажем, 0,030 м/сутки. Такое количество осадков вполне реально, например, для Колхиды, Дальнего Востока и некоторых других областей СССР.

Если опять задаться $\varkappa'=0{,}5$, т. е. потребовать, чтобы половина общего расхода пропускалась по верхнему слою, то необходимое значение n получим, исходя из условия

$$0{,}5=1-\frac{1{,}0}{0{,}2}\sqrt{\frac{0{,}01}{0{,}03n}}=1-2{,}90\sqrt{\frac{1}{n}},$$

откуда $n=34$ и необходимая для пропуска половины общего расхода по верхнему слою проницаемость этого слоя составляет лишь 34 см/сутки.

Таким образом, распространенная оценка роли проводимости пластов по простому соотношению $n=k_2/k_1$ является недостаточно обоснованной. В ряде случаев роль относительно плохо проницаемого грунта, в который заглублен дренаж, по-видимому гораздо более значительна, чем это принято считать.

И. М. Кривоносовым [27] для доказательства того, что в слабопроницаемых грунтах вода в дренажную траншею поступает в основном только по пахотному слою, были проделаны следующие опыты. Вблизи дренажной траншеи (на расстоянии одного и трех метров) были отрыты шурфы, которые постепенно заполнялись водой, причем, как указывает И. М. Кривоносов, вода в траншею стала поступать только тогда, когда уровень ее в шурфе достиг пахотного слоя. Данное обстоятельство И. М. Кривоносов считает решающим доказательством того, что в слабопроницаемых почвах поступление воды в дрену происходит только по пахотному слою.

Как показано выше, поступление воды по верхнему пахотному и нижнему материнскому слоям зависит от ряда факторов и в частности от величины расхода и расстояния до стока.

Поэтому категорическое суждение о слабой роли проводимости нижнего пласта на основании только аналогичных опытов вряд ли обосновано.

Следовательно, при устройстве систематического дренажа в тяжелых грунтах надо по возможности использовать водоотводную способность материнских пород; если при полном ее использовании сеть все же получается густой и, следовательно, имеющей высокую стоимость, должны изыскиваться другие методы осушения слабопроницаемых почв. В основном они сводятся к сбросу поверхностных вод и разгрузке пахотного слоя путем применения агромелиоративных мероприятий. После сброса основной массы воды из пахотного слоя, дальнейшее понижение уровней грунтовых вод обеспечивается за счет испарения и отвода воды через нижний слой. Такая схема работы дренажа реализуется в комбинации разреженной дренажной сети (траншеи которой одновременно служат и закрытыми собирателями) с агромелиоративными мероприятиями. Как показывает опыт, данная методика осушения слабопроницаемых почв наиболее эффективна и экономична.

§ 4. Систематический дренаж в многослойном (тонкослоистом) грунте

Если область фильтрации сформирована из нескольких отдельных горизонтальных слоев, то при инфильтрационном питании для дрен, уложенных на водоупор, уравнение водного баланса записывается в следующем виде:

$$pS = \frac{2(\Phi'_{в} - \Phi'_{h_0})}{S}. \tag{4.1}$$

Пренебрегая величиной Φ'_{h_0}, т. к. она при пропуске «расчетного дождя» обычно мала, получим

$$pS = \frac{2\Phi'_{в}}{S}, \tag{4.2}$$

откуда

$$E = 2S = 2{,}83\sqrt{\frac{\Phi_{в}}{p}}, \tag{4.3}$$

где

$$\Phi'_{в} = \int_0^H k_z (H - z)\, dz.$$

Если дренаж выполняется в виде изолированных дрен, то

$$pS = \frac{2\mu\Phi'_{в}}{S} \tag{4.4}$$

и формула (4.3) приобретает следующий вид:

$$E=2{,}83\sqrt{\frac{\mu}{p}\Phi'_{н}}. \qquad (4.5)$$

Если дренаж несовершенен, т. е. дрены располагаются на расстоянии a от водоупора, уравнение водного баланса принимает следующий вид (при пренебрежении величиной напора в дрене):

$$pS=\frac{2\Phi'_{н}}{S}+2H\sum_{1}^{m}\lambda_{i-1}k_i'R_i'. \qquad (4.6)$$

где m—число слоев в нижней зоне; k'_i —коэффициент фильтрации i-го слоя в нижней зоне;

$$R_i'=\frac{a_i}{S+\eta_i'}-\frac{a'_{i-1}}{S+\eta'_{i-1}};\quad \eta_i'=2{,}94a_i\lg\frac{2a_i}{\pi d};\quad \eta'_{i-1}=2{,}94a_{i-1}\lg\frac{2a_{i-1}}{\pi d},$$

где a_i и a_{i-1} — соответственно, расстояния подошвы и кровли i-го слоя от центра дрены, измеряемые по вертикали.

Если дрена изолирована, то уравнение водного баланса принимает следующий вид:

$$pS=\frac{2\mu\Phi'_{н}}{S}+2H\sum_{1}^{m}\lambda_{i-1}k_i'R_i'. \qquad (4.7)$$

Обращаем внимание на то, что коэффициент μ вводится в расход верхней зоны только в случае изолированной дрены. Коэффициент λ вводится как в случае изолированных, так и неизолированных дрен, ибо в обоих случаях расходы из нижних слоев поступают через верхние (более близкие к дрене) слои и требуется учет дополнительных фильтрационных сопротивлений, связанных с неоднородностью грунта.

Разрешая уравнение (4.7) относительно $E=2S$, будем иметь

$$E=2\sqrt{\frac{1}{p}\left(2\mu\Phi'_{н}+EH\sum_{1}^{m}\lambda'_{i-1}k_i'R'_i\right)}. \qquad (4.8)$$

Ввиду того, что в многослойном грунте имеет место разрывное изменение коэффициентов фильтрации по высоте, расход из нижней зоны будет выражаться конечной суммой слагаемых, число которых будет равно m — числу слоев в этой зоне.

Для вычисления коэффициентов λ и μ, а также фильтрационных сопротивлений ω и Θ рекомендуются формулы:

$$\mu=\sqrt{\frac{1}{1+\Theta^2_c}}; \qquad (4.9)$$

$$\lambda_{i-1}=\sqrt{\frac{1}{1+\omega^2_{i-1}}}, \tag{4.10}$$

где

$$\Theta_c=\sum_1^{m_1-1}\Theta_i;\ \omega_{i-1}=\sum_1^{i-1}\frac{\beta_{c-1}a_{c-1}a_c n_{c-1}^{2/3}}{a^2\sigma_{c-1}}; \tag{4.11}$$

m_1—число слоев в верхней зоне, содержащих кривую депрессии.

$$\beta_{c-1}=\sqrt{1+\frac{D_{c-1}}{D_c}};\quad n'_{c-1}=\frac{k_c'}{k'_{c-1}};\quad \sigma_{c-1}=\frac{\sqrt[3]{n'_{c-1}}-0{,}5}{\sqrt{n'_{c-1}}+0{,}5}.$$

В качестве иллюстрации выведем формулу для расчета изолированной дрены, уложенной на водоупор в трехслойный грунт. Принимая второй член правой части уравнения (4.7) равным нулю, т. к. под дреной зона фильтрации отсутствует, получим следующее уравнение водного баланса:

$$pS=\frac{2\mu\Phi'_{\text{н}}}{S}. \tag{4.12}$$

В случае трехслойного грунта, как нетрудно убедиться,

$$2\Phi'_{\text{н}}=k_3H^2+2b_3H+c_3, \tag{4.13}$$

где

$$b_3=k_1M_1+k_2M_2-k_3D_2;\quad c_3=k_3D_2^2-k_2(D_2^2-D_1^2)-k_1D_1^2;$$

$D_1=M_1$; $D_2=M_1+M_2$—расстояния кровли первого и второго слоев от водоупора.

После подстановки значения $2\Phi'_{\text{н}}$ в уравнение (4.12) и разрешения его относительно $E=2S$, получим

$$E=2S=2\sqrt{\frac{\mu}{p}(k_3H^2+2b_3H+c_3)}, \tag{4.14}$$

где μ—коэффициент расхода для трехслойного пласта, который определяется по формуле (4.9).

Для вычисления Θ_c—среднего суммарного фильтрационного сопротивления в случае трехслойного грунта воспользуемся общей формулой (4.11), которую можно представить в следующем развернутом виде:

$$\Theta_c=\sum_1^{m_1-1}\frac{(n_i+0{,}001)M_iM_{i+1}(M_in_i+M_{i+1})\sigma_i}{n_i(M_{i+1}+3M_i)^2(M_{i+1}+2{,}2M_i)}, \tag{4.15}$$

где

$$\sigma_i=\frac{M_i[(M_{i+1}+M_i)^2+M^2_{i+1}]}{(M_{i+1}+M_i)(M_i^2+M^2_{i+1})}\sqrt{\frac{M_{i+1}}{M_i+M_{i+1}}}+0{,}65\frac{M^3_{i+1}}{M_i(M_{i+1}+M_i)^2}. \tag{4.16}$$

Для несовершенной дрены

$$\sigma_i' = \sigma_i A_i , \qquad (4.16а)$$

где $A_i = \dfrac{a + \sum_1^{i+1} M_c}{2a + \sum_1^{i+1} M_c}$;

a — расстояние от дрены до водоупора.

Для верхнего слоя, где расположена кривая депрессии, вместо M_i принимается напор над кровлей i-го пласта.

В частности, для трехслойного грунта:

$$\Theta_c = \frac{(n_1+0{,}001)M_1M_2(M_1n_1+M_2)\sigma_1}{n_1(M_2+3M_1)_2(M^2+2{,}2M_1)} + \frac{(n_2+0{,}001)M_2h_3(M_2n_2+h_3)\sigma_2}{n_2(h_3+3M_2)^2(h_3+2{,}2M_2)}; \qquad (4.17)$$

$$\sigma_1 = \frac{M_1(D_2^2+M_2^2)}{D_2'(M_1^2+M_2^2} \sqrt{\frac{M_1}{D_2}} + 0{,}65\frac{M_2^3}{M_1D_2^2}; \qquad (4.18)$$

$$\sigma_2 = \frac{h_3[(M_2+h_3)^2+h_3^2]}{(M_2+h_3)(M_2^2+h_3^2)} \sqrt{\frac{h_3}{M_2+h_2}} + 0{,}65\,\frac{h_3^3}{M_2(M_2+h_3)^2}, \qquad (4.19)$$

где $n_1 = \dfrac{k_2}{k_1}$; $n_2 = \dfrac{k_3}{k_2}$; $D_2 = M_1 + M_2$.

Можно заметить, что при равенстве нулю проницаемости хотя бы одного из слоев Θ_c становится равным бесконечности, а μ равным нулю.

Действительно, если $k_1 = 0$, то $n_1 = \infty$ и $\Theta_c = \infty$. Если $k_2 = 0$, то Θ_c также равно ∞, так как $n_2 = \infty$. Если $k_3 = 0$, то $n_2 = 0$ и снова $\Theta_c = \infty$, т. к. второй член выражения (4.17) становится равным бесконечности.

Рассмотрим более тщательно значения Θ_c, даваемые формулой (4.15). Если грунт двухслойный, то эта формула приводится к следующему виду (формула (2.8), приведенная ранее):

$$\Theta = \frac{(n+0{,}001)Mh_2(Mn+h_2)\sigma}{n(H+2M)^2(H+1{,}2M)}. \qquad (4.20)$$

При $n > 1$, $\Theta > 0$ и $\mu < 1$. При $n = 1$, $\Theta = 0$ и $\mu = 1$. При $n < 1$ величина Θ получается также большей нуля и коэффициент расхода μ снова становится меньше единицы, т. е. несмотря на наличие более проницаемого нижнего слоя, которому соответствует $n < 1$, получается, что дрена в этом случае будет работать хуже, чем в случае однородного грунта.

Данное противоречие связано с приближенным характером эмпирических формул для определения Θ_c и μ.

Определим приближенно значение Θ_c при $n = 0{,}001$, т. е. в предельном случае, когда еще допускается пользование формулой (4.20).

Если принять $M=0{,}8$ м, $H=1$ м, $h_2=0{,}2$ м, то при $n=0{,}001$ получим

$$\sigma=\left[\frac{0{,}8(1^2-0{,}2^2)}{1(0{,}8^2+0{,}2^2)}\sqrt{\frac{0{,}2}{1{,}0}}+0{,}65\,\frac{0{,}2^3}{0{,}8\cdot 1{,}0^2}\right]=0{,}556;$$

$$\Theta=\frac{(0{,}001+0{,}001)0{,}8\cdot 0{,}2\cdot(0{,}8\cdot 0{,}001+0{,}2)\cdot 0{,}556}{0{,}001(1+2\cdot 0{,}8)^2(1+1{,}2\cdot 0{,}8)}=0{,}0027.$$

При $1>n>0{,}001$ значения Θ будут еще меньше. Поэтому $\mu\cong 1$.

Приведенный пример показывает, что даже в предельном случае, несмотря на приближенный характер формулы (4.20), не получается существенной ошибки при вычислении μ.

Можно полагать, что наличие нижнего хорошо проницаемого слоя будет улучшать работу дрены и общий расход дрены будет несколько большим, чем суммарный расход отдельных слоев (принцип коллектива).

В дальнейшем мы будем принимать для всех случаев перехода жидкости из менее проницаемых слоев в более проницаемые $\Theta_i=0$, благодаря чему будет создаваться некоторый коэффициент запаса, вполне уместный в данном случае.

Анализируя выражения, получаемые в результате определения статического момента эпюры проницаемости относительно линии, проходящей через точку пересечения свободной поверхности с вертикалью, можно заметить, что в каждом случае, независимо от числа слоев, мы будет получать трехчлен следующего вида:

$$2\Phi'_{\text{н}}=k_{m_1}H^2+2b_{m_1}H+c_{m_1}, \qquad (4.21)$$

где m_1—номер самого верхнего слоя, содержащего кривую депрессии; b_{m_1} и c_{m_1} — постоянные, легко определяемые из соответствующего статического момента эпюры проницаемости, построенной на вертикали H относительно линии, проходящей через ее верхнюю точку; k_{m_1} — проницаемость самого верхнего пласта, содержащего кривую депрессии.

Уравнение (4.21), как будет показано ниже, дает возможность получения довольно простых формул для расчета дренажей в слоистых грунтах, работающих в условиях неустановившегося движения грунтового потока.

§ 5. Систематический дренаж в вертикально-неоднородном грунте

Методика получения расчетных формул в случае вертикально-неоднородного грунта принципиально не отличается от приведенной выше. В случае вертикально-неоднородного грунта и совершенного дренажа имеем

$$pS=\frac{2\mu\Phi'_{\text{н}}}{S}, \qquad (5.1)$$

откуда

$$E=2{,}83\sqrt{\frac{\mu\Phi'_{н}}{p}}. \tag{5.2}$$

В случае открытого канала или для неизолированной дрены

$$E=2{,}83\sqrt{\frac{\Phi'_{н}}{p}}. \tag{5.3}$$

Если дрена несовершенна, то в правую часть уравнения (5.1) должен быть введен член, учитывающий расход из зоны, расположенной под дреной. В этом случае уравнение (5.1) примет следующий вид:

$$pS=\frac{2\mu\Phi'_{н}}{S}+2H\int_{0}^{a}\lambda'_{z}k'_{z}dR', \tag{5.4}$$

где λ'_{z}—коэффициент расхода из нижней зоны для случая инфильтрационного питания.

Откуда

$$E=2{,}83\sqrt{\frac{1}{p}\left(\mu\Phi'_{н}+0{,}5EH\int_{0}^{a}\lambda'_{z}k'_{z}dR'\right)}. \tag{5.5}$$

Как указывалось выше, при интенсивном уменьшении проницаемости от дрены в направлении водоупора λ'_{i-1} можно принимать равным 1. В противном случае приходится разбивать эпюру на отдельные участки, находить $k_{ср}$ для этих участков и вычислять λ'_{i-1} для расходов из отдельных слоев. Применим полученную формулу (5.5) для случая изменения фильтрационных свойств торфяной залежи по закономерности, предложенной У. Х. Томбергом [47]. В этом случае, принимая, что дрена неизолирована и что $\lambda_{i-1}=1$, для всех слоев нижней зоны получим:

а) Расход из верхней зоны в случае инфильтрационного питания

$$q_1=\frac{2\Phi'_{н}}{S}=\frac{2\int_{0}^{a}k_0 10^{\gamma z}(H-z)dz}{S}=\frac{0{,}38k_0[10^{\gamma H}-(2{,}3\gamma H+1)]}{\gamma^2 S}; \tag{5.6}$$

б) Расход из зоны, расположенной под дреной

$$q_0=2H\int_{0}^{a}k_z'dR'=2H\int_{0}^{a}10^{-\gamma z}dR', \tag{5.7}$$

где $R'=\frac{z'}{S+\eta'_z}$; $\eta'_z=2{,}94z'\lg\frac{2z'}{\pi d}$; $z'=-z$.

Ранее, в § 8 главы III, было показано, что для малых отношений $\frac{z}{S}$ подинтегральную функцию, которая в случае грунтового питания имела вид

$$f(z)=\frac{k_0 10^{-\gamma z}(S-0{,}64z)}{\left(S+0{,}64z\ln\frac{2z}{\pi d}\right)^2}, \tag{5.8}$$

можно осреднить в виде

$$f(z)\simeq\frac{k_0 10^{-\gamma z}}{S}. \tag{5.9}$$

В случае инфильтрационного питания подинтегральная функция принимает следующий вид:

$$f(z)=\frac{k_0 10^{-\gamma z}(S-1{,}28z)}{\left(S+1{,}28z\ln\frac{2z}{\pi d}\right)^2}. \tag{5.9а}$$

Осредняя ее, т. е. принимая ее согласно (5.9), получим

$$q_0=2H\int_0^a\frac{k_0 10^{-\gamma z}dz}{S}=0{,}87\frac{k_0 H}{\gamma S}(1-10^{-\gamma a}). \tag{5.10}$$

Осреднение подинтегральной функции (5.9а) приводит к завышению расчетного расхода q_0, поступающего из нижней зоны. При среднем значении $S=20\div30$ *м* и $a=1\div3$ *м* данное завышение составляет около 20—25%.

Вводя в расход, определяемый по формуле (5.10), поправочный коэффициент, равный 0,8, получим

$$q_0=0{,}7\frac{k_0 H}{\gamma S}(1-10^{-\gamma a}). \tag{5.11}$$

Уравнение водного баланса при инфильтрационном питании в данном случае приобретает следующий вид:

$$pS=\frac{0{,}38k_0}{\gamma^2 S}[10^{\gamma H}-(2{,}3\gamma H+1)]+0{,}7\frac{\beta k_0 H}{\gamma S}, \tag{5.12}$$

где $\beta=1-10^{-\gamma a}$.

Разрешая полученное уравнение относительно $E=2S$ будем иметь

$$E=2{,}83\sqrt{\frac{0{,}19k_0}{p\gamma^2}[10^{\gamma H}-1-(2{,}3-1{,}85\beta)\gamma H]}. \tag{5.13}$$

У. Х. Томбергом собраны данные по стоку более чем на 20 дренажных осушительных системах, расположенных на торфяниках ЭССР. Пользуясь формулой (5.13), произведем подсчет расстояний и сравним результаты вычислений с фактическими расстояниями (принятыми в натуре). Результаты расчетов приводятся в табл. 7.

Таблица 7

№ п/п.	Наименование хозяйства	k_0 см/сек 10^{-6}	γ	a	H	p, м³/сек 10^{-8}	Расстояния: вычисленные	Расстояния: фактические	Расхождение, в %
1	Ойдрема (совх.) . . .	55	0,70	2,2	0,50	3,0	78,0	60	+30
2	»	12	0,82	1,6	0,40	2,5	32,6	30	+9
3	»	64	0,69	2,2	0,60	4,1	83,5	70	+19
4	»	50	0,70	2,3	0,50	13,2	35,5	30	+18
5	»	57	0,69	2,3	0,50	8,1	48,5	45	+21
6	»	55	0,68	2,2	0,50	4,7	63,5	60	+6
7	»	70	0,70	2,4	0,30	8,5	36,3	32	+13
8	»	16	0,80	1,0	0,27	1,7	32,6	30	+9
9	Сайда-Рехемяэ	13	0,83	0,5	0,40	1,21	41,5	37	+12
10	Уус Элу (колхоз) . . .	11	0,86	0,35	0,45	1,20	42,0	33	+27
11	Совх. им. Соммерлинга	6,5	0,88	1,5	0,41	1,11	36,0	34	+9
12	Вийзу (совхоз)	4,4	0,92	0,5	0,38	0,5	36,8	32	+15
13	Тоома (опытн. база ЭНИИЗиМ)	15	0,82	0,72	0,34	1,31	40,5	30	+35

Данные таблицы 7 показывают, что формула (5.13) дает завышенные величины расчетных расстояний. Последнее связано с тем, что ею не учитывается изменение фильтрационных свойств торфа по горизонтали.

Как указывалось выше, после устройства осушительных систем наиболее энергичная осадка торфа происходит в зоне, непосредственно прилегающей к дрене. Величина осадки уменьшается по направлению к середине междренного пространства, достигая минимума при $x=S$. В связи с осадкой изменяются и фильтрационные свойства торфяной залежи, причем наиболее интенсивно в зоне, прилегающей к дрене.

В следующем разделе мы уточним расчетную формулу (5.13) на основе учета неоднородности фильтрационных свойств торфа по горизонтали. Это дает возможность получить значения расчетных расстояний, более близкие к натуре.

§ 6. Систематический дренаж в изотропно-неоднородном грунте

Расстояние между дренами, уложенными на водоупор, в том случае, если проницаемость грунта изменяется в двух направлениях, например, $k_{xz}=k_0\varphi(x)\psi(z)$, можно получить, вводя приведенную длину горизонтального участка фильтрации $S=S_{пр}$. Уравнение водного баланса при инфильтрационном питании для неизолированных дрен принимает вид

$$pS=\frac{2\Phi_{и}'}{S_{пр}}=\frac{2\Phi'_{и}}{\int_0^S\frac{dx}{\varphi(x)}}. \tag{6.1}$$

Для изолированных дрен

$$pS=\frac{2\mu\Phi'_{и}}{\int_0^S\frac{dx}{\varphi(x)}}. \tag{6.2}$$

Разрешая уравнения (6.1) и (6.2) относительно $E=2S$, получим, соответственно:

а) для открытых каналов

$$E=\frac{4\Phi'_{и}}{p\int_0^{0,5E}\frac{dx}{\varphi(x)}}; \tag{6.3}$$

б) для изолированных дрен

$$E=\frac{4\mu\Phi'_{и}}{p\int_0^{0,5E}\frac{dx}{\varphi(x)}}. \tag{6.4}$$

В случае несовершенного дренажа, если изменение проницаемости в горизонтальном направлении как в верхней, так и в нижней зонах происходит по одному и тому же закону, расстояние между дренами может быть определено из следующего уравнения водного баланса:

$$pS=\frac{2\mu\Phi'_{и}}{\int_0^S\frac{dx}{\varphi(x)}}+2H\int_0^a k'_z\lambda'_z dR'', \tag{6.5}$$

где

$$R''=\frac{z'}{S_{пр}+\eta'_z};\ z'=|-z|;\ S_{пр}=\int_0^S\frac{dx}{\varphi(x)}$$

$$\eta'_z=2{,}94z'\lg\frac{2z'}{\pi d}.$$

Разрешая уравнение (6.5) относительно $E=2S$, будем иметь

$$E=\frac{4}{p}\left(\frac{\mu\Phi'_{н}}{\int\limits_{0}^{0,5E}\frac{dx}{\varphi(x)}}+H\int\limits_{0}^{a}k'_{z}\lambda'_{z}dR''\right). \qquad (6.6)$$

Как указывалось выше (см. § 5 главы III), изменение фильтрационных свойств в направлении от дрены к середине междудренья происходит по некоторой кривой, близкой к параболе, причем в зависимости от давности укладки дрен изменяется параметр σ в формуле (5.13) главы III.

Если предположить, что в верхней и нижней зонах изменение фильтрационных свойств залежи по направлению от дрены к середине междудренья происходит одинаково, т. е. в обоих зонах $k_x=k_0(1+\sigma\sqrt{x})$, то для случая изменения проницаемости по вертикали, наблюдавшемся на болотах ЭССР У. Х. Томбергом, при инфильтрационном питании будем иметь

$$pS=\frac{0{,}45k_0[10^{\gamma H}-(2{,}3\gamma H+1)]}{\gamma^2 S}+0{,}83\frac{\beta k_0 H}{\gamma S}. \qquad (6.7)$$

Здесь первый член правой части принят равным удвоенному значению q согласно формуле (5.17) главы III, а второй член — значению расхода из нижней зоны согласно формуле (5.12) с вводом приведенной длины $S_{пр}$, равной $0{,}845S$.

Разрешая уравнение (6.7) относительно $E=2S$, получим

$$E=2{,}83\sqrt{\frac{0{,}225k_0}{p\gamma^2}[10^{\gamma H}-1-(2{,}3-1{,}85\beta)\gamma H]}. \qquad (6.8)$$

Таблица 8

№ п/п.	Расстояния: вычисленные	Расстояния: фактические	Расхождение, в % к фактическим	№ п/п.	Расстояния: вычисленные	Расстояния: фактические	Расхождение, в % к фактическим
1	71,0	60	+18	8	29,8	30	— 1
2	29,6	30	— 1	9	38,0	37	+ 3
3	76,0	70	+ 8	10	38,2	33	+15
4	32,3	30	+ 8	11	32,8	34	— 4
5	45,0	45	0	12	33,4	32	+ 4
6	58,0	60	— 3	13	36,8	30	+23
7	33,0	32	+ 3				

При вычислении значений E по формуле (6.8) для сравнения с расстояниями, замеренными У. Х. Томбергом на осушительных системах ЭССР, необходимо за k_0 принимать значение, на 30% меньшее, чем принималось при расчетах по формуле (5.13) настоящей главы, т. к. k_0 определялось У. Х. Томбергом в середине междудренья.

Результаты расчетов по формуле (6.8) приводятся в табл. 8.

Для иллюстрации недопустимости применения формул, игнорирующих неоднородность грунта в том случае, когда последняя имеет место, вычислим расстояния между дренами, исходя из предположения, что грунт однороден и имеет проницаемость k_0 (которая обычно и определяется в полевых условиях методами Эркина, Доната, Писарькова и других авторов). Вычисление расстояний ведем по формуле С. Ф. Аверьянова

$$E=E_0\left[\sqrt{1+\left(\frac{H_1Б}{E_0}\right)^2}-\frac{H_1Б}{E_0}\right], \tag{6.9}$$

где

$$E_0=2\sqrt{\frac{k_0}{p}(H_2^2-H_1^2)}; \tag{6.10}$$

$$H_2=H+a;\ H_1=h_0+a\cong a;$$

$$Б=2{,}94a\lg\frac{2a}{\pi d}. \tag{6.11}$$

Результаты расчетов сводим в табл. 9.

Таблица 9

№ п/п.	Расстояния		Расхождение, в % к фактическим	№ п/п.	Расстояния		Расхождение, в % к фактическим
	вычисленные	фактические			вычисленные	фактические	
1	132	60	+120	8	46	30	+54
2	52	30	+ 74	9	50	37	+35
3	135	70	+ 93	10	44	33	+33
4	60	30	+100	11	56	34	+65
5	83	45	+ 85	12	45	32	+40
6	105	60	+ 75	13	52	30	+74
7	70	32	+118				

В свете данных табл. 9 становятся ясными причины неудач фильтрационных расчетов при определении расстояний между

дренами на основе формул теории фильтрации в однородных грунтах.*

Приведенные примеры расчета дренажей с учетом неоднородности грунта показывают настоятельную необходимость улучшения методики определения основной характеристики фильтрационных свойств грунта — коэффициента фильтрации. Крайне необходимо установить типичные закономерности изменения коэффициентов фильтрации как в вертикальном, так и (в отдельных случаях вблизи каналов в торфах) в горизонтальном направлениях и дать оценку необходимости учета этих изменений. Только при знании этих закономерностей можно получить приемлемые практические результаты.

Применение формул, выведенных для однородных грунтов, в случае их неоднородности можно допускать только при надлежащем осреднении коэффициентов фильтрации, для чего опять-таки надо иметь в своем распоряжении графики или формулы, дающие связь между проницаемостью грунта и координатами области фильтрации.

§ 7. Расчет систематического дренажа в неоднородных грунтах с учетом напорного питания

Рассмотренные выше схемы предполагали, что дрены укладываются или располагаются над совершенным водоупором, т. е. над непроницаемым слоем.

В реальных условиях абсолютно непроницаемых грунтов найти нельзя и совершенный водоупор—понятие относительное, которое действительно при определенных условиях, а именно—когда влияние нижележащих слоев существенно не отражается на напорах и расходах рассматриваемого потока.

В ряде случаев под слоем, условно принимаемым за водонепроницаемый, располагается напорный водоносный пласт, который питается за счет подземных вод, поступающих с территории, расположенной за границами осушаемого участка. Если напор грунтовых вод велик, то даже при относительно малой проницаемости слоя, принимаемого за водоупор, в зону, осушаемую дреной, будет поступать довольно значительное количество воды (часто модуль грунтового питания через «водоупор» во много раз больше, чем расчетный модуль инфильтрации осадков), благодаря чему условия работы дренажа будут сильно ухудшаться и, при игнорировании этого фактора, расчетные расстояния между дренами получатся завышенными.

---

* Легко заметить по данным табл. 9, что если принять надлежащим образом осредненный коэффициент фильтрации (или принять его по одному из замеров), то точность расчетов по формулам (6.9)—(6.11) будет удовлетворительной, т. к. отклонения вычисленных значений от наблюденных имеют один знак и не так сильно отличаются в процентном отношении (*прим. ред.*).

Рассмотрим вначале случай работы совершенного дренажа, укладываемого на слабопроницаемый водоупор.

Примем, что проницаемость зоны, расположенной над кровлей «водоупора» более чем 8—10 раз больше, чем проницаемость условного водоупора. Если принять, что движение в зоне дренирования происходит при горизонтальном направлении струй, то на основе отношения

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2}=\frac{k_1}{k_2} \tag{7.1}$$

можно считать, что движение в слое, принимаемом за водоупор, будет близким к вертикальному. Закон изменения проницаемости грунта в зоне, расположенной выше кровли условного водоупора, может быть самый различный. Положим, что в рассматриваемом случае грунт вертикально-неоднородный, т. е. в горизонтальном направлении изменения проницаемости не происходит, причем соблюдается условие $k_0>10k_1$, где k_1— коэффициент проницаемости условного водоупора. В этом случае $k=k_z=k_0\psi(z)$. Предположим, что по условиям использования осушенной территории необходимо обеспечить норму осушения c при заданных размерах модуля инфильтрации p, глубине закладки дрен t и напоре грунтовых вод H_0 (над поверхностью водоупора) в слое, расположенном под условным водоупором.

Если бы питание за счет притока грунтовых вод через «водоупор» отсутствовало, то расчетная формула имела бы вид, аналогичный формуле (5.2) настоящей главы.

При наличии притока грунтовых вод через «водоупор» дифференциальное уравнение Дюпюи имело бы следующий вид (рис. 49):

$$q_x=\frac{dh}{dx}\int_0^h k_z\,dz=p(S-x)+\int_x^S \sigma dx, \tag{7.1а}$$

где σ—переменный по длине S модуль напорного питания.

Величину σ можно определить по следующей формуле:

$$\sigma=k_1\frac{H_0-h}{T}, \tag{7.2}$$

где h—ордината кривой депрессии в зоне, расположенной выше условного водоупора.

Если взять производную от (7.1а), то получим

$$\frac{dq_x}{dx}=-p+k_1\frac{H_0-h}{T}. \tag{7.2а}$$

Интегрирование (7.2а) затруднительно, поэтому прибегаем к приближениям.

Значение ординаты h в начале расчета неизвестно. Если бы оно даже и было известно, то в случае вертикально-неоднородных грунтов это уравнение имело бы весьма громоздкий вид и подстановка его в формулу (7.2) дало бы значение σ, с которым практически невозможно было бы оперировать при производстве расчетов. В случае однородного грунта при инфильтрационном питании кривая депрессии близка к эллипсу. Можно было бы приближенно принять, что и в случае вертикально-неоднородного грунта кривая депрессии—эллипс, про-

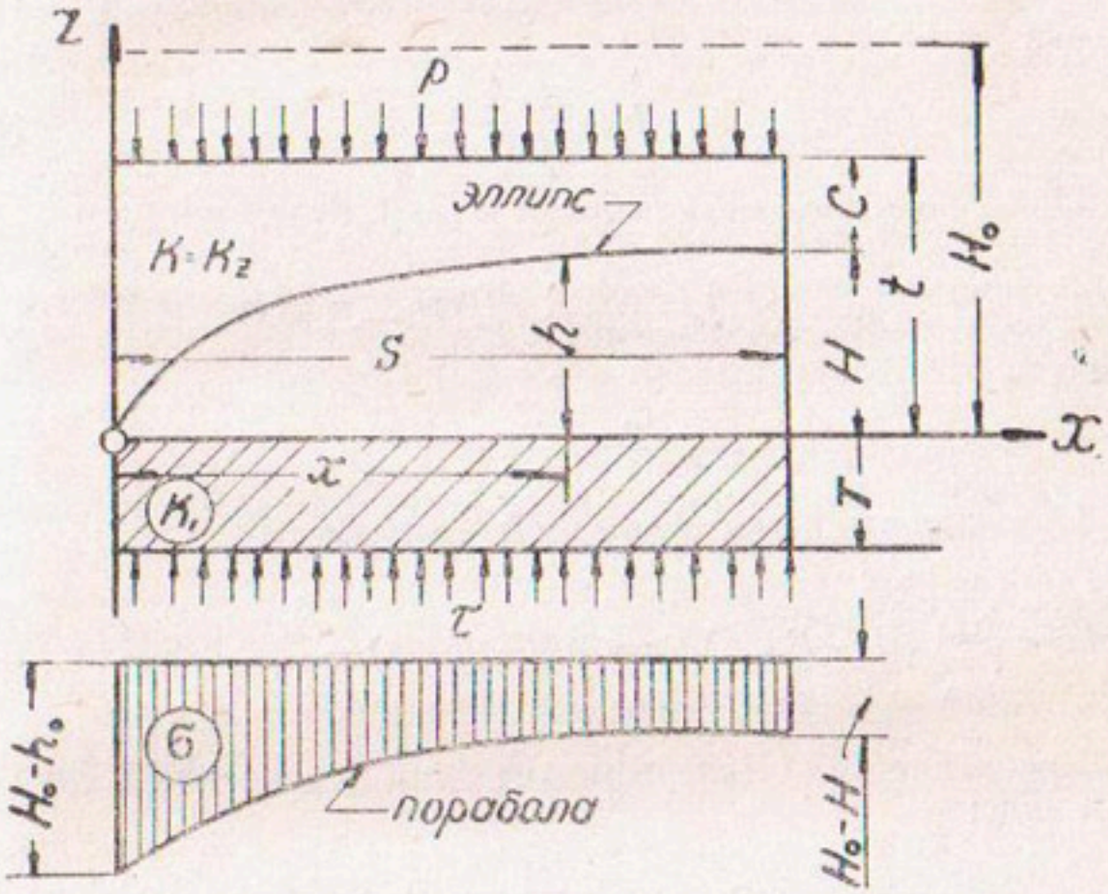


Рис. 49

ходящий через точку $(0, h_0)$ и (S, H). Однако принятие кривой депрессии даже в виде эллипса приведет к весьма громоздким формулам. Поэтому примем при определении модуля σ*, что кривая депрессии—парабола, проходящая через точки h_0 и H на участке длиной S. Парабола имеет ординаты, несколько меньшие, чем ординаты эллипса, поэтому расчетные расстояния будут вычисляться с некоторым коэффициентом запаса, т. к. расчетные значения h будут, видимо, меньше фактических, а σ рассчетное будет больше σ фактического. Такой коэффици-

* Данное допущение делается только при определении σ. Расчет же движения фильтрационного потока ведется в предположении, что кривая депрессии—эллипс.

ент запаса (видимо, небольшой) уместен при приближенных расчетах.

Уравнение параболы, проходящей через точки $(0, h_0)$ и (S, H), можно записать в следующем виде:*

$$h^2=\frac{H^2-h_0^2}{S}x+h_0^2=\frac{Ax+D}{S}, \tag{7.3}$$

где

$$A=H^2-h_0^2;\ D=h_0^2S.$$

Пренебрегая высотой h_0, получим более простой вид уравнения (7.3), а именно:

$$h^2=\frac{H^2x}{S}, \tag{7.4}$$

откуда

$$h=\frac{H\sqrt{x}}{\sqrt{S}}. \tag{7.5}$$

После подстановки значения h в (7.2), будем иметь

$$\sigma=\frac{k_1}{T}\left(H_0-\frac{H\sqrt{x}}{\sqrt{S}}\right)\frac{k_1}{T}(H_0-B\sqrt{x}), \tag{7.6}$$

где

$$B=\frac{H}{\sqrt{S}}.$$

При σ, выражаемом формулой (7.6), имеем

$$\int_0^S\sigma dx=\frac{k_1}{T}\int_x^S(H_0-B\sqrt{x})dx=\frac{k_1}{T}\left[H_0(S-x)-\frac{2B}{3}(S\sqrt{S}-x\sqrt{x})\right]. \tag{7.7}$$

Уравнение (7.1) теперь может быть переписано в следующем виде:

$$q_x=\frac{dh}{dx}\int_0^h k_z dz=p(S-x)+a_0\left[H_0(S-x)-\frac{2B}{3}(S\sqrt{S}-x\sqrt{x})\right]. \tag{7.8}$$

где $a_0=\frac{k_1}{T}$.

Так как

$$\frac{dh}{dx}\int_0^h k_z dz=\frac{d\Phi'}{dx}, \tag{7.9}$$

то

$$\Phi'_н=\int_0^H k_z(H-z)dz=\frac{pS^2}{2}+a_0\int_0^S\left[H_0(S-x)-\frac{2B}{3}(S\sqrt{S}-x\sqrt{x})\right]dx. \tag{7.10}$$

---

* Здесь не соблюдается условие $\left(\frac{dh}{dx}\right)_{x=S}=0$ (*прим. ред.*).

Интегрируя (7.8), имеем

$$a_0 \int_0^S [H_0(S-x) - \frac{2B}{3}(S\sqrt{S} - x\sqrt{x})]dx = \frac{a_0(5H_0-4H)S^2}{10} = \frac{\tau S^2}{2}, \quad (7.11)$$

где

$$\tau = \frac{k_1(5H_0-4H)}{5T} = \frac{k_1}{T}(H_0-0{,}8H), \quad (7.12)$$

то есть за расчетную среднюю величину мощности потока при определении напорного питания принимается ордината $H_{ср} = 0{,}8H$.

Таким образом, после подстановки в (7.10) получим

$$2\Phi'_н = (p+\tau)S^2, \quad (7.13)$$

откуда

$$E = 2{,}83\sqrt{\frac{\Phi'_н}{p+\tau}}. \quad (7.14)$$

Как видно из формулы (7.14), наличие напорного питания учитывается дополнительным членом в значении расчетного модуля стока. При $k_1=0$, т. е. в случае совершенного водоупора, формула (7.14) приводится к формуле (5.3) настоящей главы.

При учете принятых допущений весьма грубо приближенно можно считать формулу (7.14) действительной и для других закономерностей изменения проницаемости в междренном полупространстве S, что позволяет приближенно пользоваться ранее выведенными формулами для совершенных дрен, вводя в них вместо расчетного модуля p модуль $p+\tau$.

Если грунт однороден, то формула (7.14) принимает следующий вид:

$$E = 2H\sqrt{\frac{k}{p+\tau}}. \quad (7.15)$$

Формулу (7.15) можно рассматривать как формулу Ротэ с поправкой на напорное питание.

Так как при наличии обильного притока из зоны напорного потока горизонтальный дренаж справляется с работой плохо, то его приходится сильно сгущать. Поэтому одним из важнейших мероприятий является снижение напорности этого потока путем устройства головных дрен или ловчих каналов.

Для случая однородного грунта расчетная формула для определения расходов совершенной дрены была выведена Цюй Син-е [52]. Однако Цюй Син-е решил задачу не путем выбора некоторой приближенной кривой депрессии, как это было сделано нами, а путем осреднения ординат в дифференциальном уравнении следующего типа:

$$k\frac{d}{dx}\left(y\frac{dy}{dx}\right) = -p - \frac{k_1}{T}(H_0-y). \quad (7.16)$$

Принимая $y=h$ (рис. 49) и осредняя его, имеем

$$\frac{d}{dy}\left(y\frac{dy}{dx}\right)=y_{ср}\frac{d^2y}{dx^2}. \tag{7.17}$$

Цюй Син-е привел уравнение (7.16) к виду

$$\frac{d^2y}{dx^2}-ay=-(aH_0+b), \tag{7.18}$$

где

$$a=\frac{k_1}{ky_{ср}T};\quad b=\frac{p}{ky_{ср}}. \tag{7.19}$$

Выражение для кривой депрессии при этом получает следующий вид:

$$y=h_0+\left(H_0-h_0+\frac{pT}{k_1}\right)\left[1-\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{k_1}{kTy_c}}(S-x)}{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{k_1}{kTy_{ср}}}S}\right], \tag{7.20}$$

где h_0—глубина воды в дрене или канале.

Расход, поступающий в дрену с одной ее стороны, равен

$$q=ky_{ср}\left(H_0-h_0+\frac{pT}{k_1}\right)\sqrt{\frac{k_1}{kTy_{ср}}}\,th\sqrt{\frac{k_1}{kTy_{ср}}}\,S. \tag{7.21}$$

Значение $y_{ср}$ предлагается определять по формуле

$$y_{ср}=h_0+\left(H_0-h_0+\frac{b}{a}\right)\left(1-\frac{thS\sqrt{a}}{S\sqrt{a}}\right). \tag{7.22}$$

Из формулы (7.20) при $x=S$, $y=H$ получается зависимость для определения расстояния между дренами (при $h_0=0$)

$$E=2\sqrt{\frac{kTH}{2k_1}}\operatorname{arch}\frac{1}{1-\frac{H}{H_0+\frac{pT}{k_1}}}, \tag{7.23}$$

где принято $y_{ср}=\frac{H}{2}$.

Сопоставим результаты расчетов по формулам (7.15) и (7.23) для следующего примера.

Пример. Требуется определить расстояние между дренами, уложенными на поверхность относительного водоупора без учета напорного питания и с его учетом для следующих условий: $p=0{,}004$ м/сутки, $k=1$ м/сутки, $H=0{,}5$ м, $k_1=0{,}1$ м/сутки, $T=10$ м, $H_0=1$ м.

По формуле Ротэ имеем

$$E=2H\sqrt{\frac{k}{p}}=2\cdot 0{,}5\sqrt{\frac{1}{0{,}004}}=15{,}8\text{м}.$$

По формуле (7.15)

$$\tau = \frac{k_1}{T}(H_0 - 0{,}8H) = \frac{0{,}1}{10}(1{,}0 - 0{,}8 \cdot 0{,}5) = 0{,}006 \text{ м/сут.};$$

$$E = 2H\sqrt{\frac{k}{p+\tau}} = 2 \cdot 0{,}5\sqrt{\frac{1}{0{,}004+0{,}006}} = 10 \text{ м}.$$

По формуле (7.23)

$$E = 2\sqrt{\frac{1 \cdot 10 \cdot 0{,}5}{2 \cdot 0{,}1}}\, arch \frac{1}{1 - \frac{0{,}5}{1 + \frac{0{,}004 \cdot 10}{0{,}1}}} = 10{,}1 \text{ м}.$$

Пример показывает, что даже при относительно плохо проницаемом подстилающем грунте ($k = 0{,}1$ м/сутки), значительной его мощности ($T = 10$ м) и относительно небольшом напоре $H_0 = 1$ м напорный поток оказывает весьма существенное влияние на размещение дрен.

Можно заметить, что формулы (7.20), (7.21) и (7.22) довольно громоздки. Однако пользование конечной формулой (7.23) не представляет затруднений.

Если пойти таким путем и в случае неоднородных грунтов, то получим весьма сложные и громоздкие формулы, очень неудобные для практического применения. Поэтому мы и отказались от этого пути.

Как видно из формулы (7.14), наличие дополнительного притока в зону фильтрации за счет напорного питания учитывается дополнительным модулем $\tau = \frac{k_1}{T}(H_0 - 0{,}8H)$.

В случае несовершенного дренажа, когда дрена удалена на некоторое расстояние a от водоупора, выражение для τ получается несколько иного вида, т. к. в принципе необходимо учитывать дополнительные сопротивления на участке от «водоупора» до дрены.

Принимая во внимание, что проницаемость несовершенного водоупора значительно меньше проницаемости грунтов, расположенных выше его кровли, и, кроме того, учитывая, что при вычислении расходов из нижней зоны мы вводим коэффициенты λ'_{i-1}, можно отказаться от учета этих сопротивлений и принимать для модуля грунтово-напорного питания при расчетах несовершенного дренажа значение τ, вычисляемое по формуле (7.12).

В свете данных соображений в соответствующих формулах для расчета несовершенных дрен при наличии как атмосферного так и грунтово-напорного питания следует принимать вместо величины p значение $p + \tau$.

§ 8. Расчет систематического дренажа с учетом проницаемости засыпки

Раннее, в главе III (§ 10), мы уже рассматривали работу дрен, укладываемых в траншеи с засыпкой, проницаемость которой в общем, случае отличается от проницаемости верхнего и нижнего слоев двухслойного грунта. Схема, рассмотренная ранее, относилась к случаю внешнего питания (при q=const по длине потока).

При инфильтрационном питании и укладке дрен на водоупор (совершенные дрены) уравнение водного баланса для потока в двухслойном грунте может быть записано в следующем виде:

$$pS=\frac{k_1M(2h_2+M)}{S}+\frac{k_2h_2^2}{S'_{\text{пр}}}, \tag{8.1}$$

где $S'_{\text{пр}}=S+Mn_2^{\gamma}A^{\gamma}$, $n_2=\frac{k_2}{k_3}$ (обозначения по рис. 40а).

Значения a, A и γ такие же, как и при внешнем питании. В данном случае $S'_{\text{пр}}$ отличается от $S_{\text{пр}}$, принимавшегося в случае внешнего питания коэффициентом у второго члена, который в случае инфильтрационного питания в два раза больше, чем в случае внешнего питания.

Расстояние между дренами можно определить подбором по следующей формуле:

$$\text{E}=\frac{4}{p}\left[\frac{k_1M(2h_2+M)}{\text{E}}+\frac{k_2h_2^2}{\text{E}+2\Delta}\right], \tag{8.2}$$

где $\Delta=Mn_2^{\gamma}A^{\gamma}$.

Если дрена несовершенна, т. е. водоупор расположен на некотором удалении a от дрены, то в уравнение водного баланса добавляется член, учитывающий расход из зоны, расположенной под дреной. В данном случае имеем

$$pS=\frac{k_1M(2h_2+M)}{S}+\frac{k_2h_2^2}{S'_{\text{пр}}}+\frac{2k_1aH}{S+\eta'}, \tag{8.3}$$

где $\eta'=2{,}94a\lg\frac{2a}{\pi d}$, d—диаметр дрены; $\left(pS>0{,}74\,k_1M,\ \frac{h_2}{M}<1\right)$.

Расстояние между дренами находится подбором по формуле

$$\text{E}=\frac{4}{p}\left[\frac{k_1M(2h_2+M)}{\text{E}}+\frac{k_2h_2^2}{\text{E}+2\Delta}+\frac{2k_1aH}{\text{E}+2\eta'}\right]. \tag{8.4}$$

В заключение отметим весьма существенный недостаток схемы Ротэ, в ряде случаев совершенно не позволяющий использовать ее.

Особенно резко этот недостаток выявляется при расчете дренажей, укладываемых в слабопроницаемые грунты, при малой мощности верхнего, значительно более проницаемого слоя.

Если исходить из схемы Ротэ, т. е. вести расчет на пропуск дождя расчетной интенсивности и выбирать расстояние между дренами, исходя из какой-то определенной нормы осушения, бóльшей мощности верхнего слоя, то пропуск расчетных расходов необходимо производить, исходя из проницаемости нижнего слабопроницаемого слоя.

Последнее при практических значениях глубины закладки дрен приводит к назначению весьма малых расстояний между ними, что, в свою очередь, дает основание утверждать о непригодности дренажа для осушения слабопроницаемых тяжелых почв.

Рассмотрим более внимательно, что же происходит при работе дрен в слабопроницаемых грунтах.

Предположим, что дрена уложена в хорошо проницаемую дренажную засыпку или представлена открытым каналом. Для расчета по схеме Ротэ безразлично, изолирована или не изолирована дрена, т. к. предполагается, что весь расход выпадающих осадков пропускается через нижний слой.

В реальных условиях не происходит непрерывного (круглосуточного и ежедневного) выпадения дождя. Как правило, реальный дождь имеет интенсивность, значительно большую, чем принимаемое в расчетах значение суточного количества осадков (2—3 мм), и выпадает в течение нескольких часов, отводясь далее осушительной системой и за счет испарения. При сосредоточенном выпадении дождей (ливней) осушительная система работает совершенно в иных условиях, чем те, которые предполагаются расчетной схемой Ротэ. В частности, вследствие малой величины водоотдачи слабопроницаемых грунтов, т. е. вследствие малого объема крупных пор, которые могут заполняться гравитационной и капиллярной водой, нижний слой быстро заполняется водой, и она начинает скапливаться в верхнем, более проницаемом и более влагоемком слое.

По достижении некоторого напора кроме стока через нижний слой начинается сток по плужной подошве, причем зависимость расхода канала от уровня грунтовых вод принимает совершенно иной характер, чем та, из которой исходит Ротэ. В данном случае необходимо пользоваться формулами, основанными на функции Н. К. Гиринского, которые были приведены выше.

Наблюдения, проведенные нами на опытных участках в ЭССР, и данные СНИИГиМ показывают, что сток из дренажных систем в слабопроницаемых грунтах в период пропуска ливней может достигать до 2 л/сек/га. Для пропуска таких расходов через нижний слабопроницаемый слой при практически приемлемых расстояниях между дренами потребовались бы напоры, измеряемые метрами, поэтому не может идти речи о применении такой расчетной схемы.

Отметим, наконец, еще одно существенное обстоятельство. Так как расчет в условиях стационарного режима предусматри-

вает поддержание определенной нормы осушения, пользование формулами (8.2) и (8.4) допустимо только при норме осушения, **меньшей** мощности верхнего слоя. В натуре, как правило, мощность пахотного слоя меньше нормы осушения; поэтому в данном случае пользоваться этими формулами нельзя. Все это еще раз показывает неудовлетворительность схемы Ротэ.

Приведенные выше соображения требуют совершенно иного подхода к решению данного вопроса. Он может быть решен, только исходя из закономерностей для работы дренажных систем в неоднородных грунтах при неустановившемся движении, т. е. исходя из реальных условий работы дрен.

Необходимо помнить, что живой организм, который представляет собой растение, в ряде случаев не может выдерживать длительных затоплений, и поэтому расчет должен исходить не из условных осредненных значений стока, а из задачи обеспечения необходимых условий аэрации почвенного слоя.

Вопросу работы дрен в неоднородных грунтах в условиях неустановившегося движения посвящена следующая глава, где делается попытка приближенного решения данной проблемы.

ГЛАВА V

РАСЧЕТ СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ДРЕНАЖА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ ГРУНТОВОГО ПОТОКА

§ 1. О точности метода последовательной смены стационарных состояний

Расчетная схема, исходящая из стационарного режима потока, не учитывает систематического изменения основных элементов грунтового потока во времени. В то же время известно, что уровни грунтовых вод на осушенной территории тесно связаны с такими факторами, как выпадение дождя, испарение, работа самого дренажа и т. п. Вследствие значительной изменчивости этих факторов говорить об установившемся режиме грунтовых вод в используемых для осушения сельскохозяйственных угодий дренажных системах можно только условно,— для какого-то интервала времени, в течение которого режим грунтовых вод и факторы, его определяющие, изменяются не слишком сильно. Поэтому понятен интерес к вопросам неустановившегося движения в дренажных системах, который проявляется мелиораторами, гидротехниками и другими специалистами, имеющими дело с дренажем.

Изучение вопросов неустановившегося движения фильтрующей жидкости даже в однородных грунтах показывает, что точное решение наиболее интересных с практической точки зрения вопросов наталкивается на большие трудности математического порядка. Последние связаны с трудностями точного интегрирования уравнения Буссинеска. Линеаризация же этого уравнения вносит неизбежные неточности в получаемые результаты, причем в ряде случаев и линеаризованные уравнения довольно трудно проинтегрировать. Во много раз более сложными становятся дифференциальные уравнения, описывающие движение грунтового потока в неоднородной среде. Поэтому в тех случаях, когда невозможно получение точных решений, приходится обращаться к методам, дающим приближенные решения, производя соответствующую оценку их пригодности для практического использования.

Одним из методов, дающих возможность получения приближенных решений, является метод последовательной смены стационарных состояний, который, как будет показано ниже, при правильном его применении дает вполне удовлетворительные результаты.

Не вдаваясь в описание самого метода, достаточно хорошо освещенного в научно-технической литературе, отметим, что до сих пор он рассматривался как метод, дающий слишком большую погрешность. При сравнении результатов, получаемых путем интегрирования уравнения Буссинеска и с помощью метода последовательной смены стационарных состояний, получалось, что разница между точным и приближенным решением составляла свыше 40%. Безусловно, при такой разнице вряд ли можно говорить о практической приемлемости данного метода.

Более детальное ознакомление с решениями ряда задач методом последовательной смены стационарных состояний показывает, что неточности вносит не сам метод, а приемы его использования.

Как указывает П. Я. Полубаринова-Кочина [38], одним из первых исследователей, применивших метод последовательной смены стационарных состояний, был К. Э. Лембке [29], рассмотревший задачу осушения водоносного слоя горизонтальной дреной и вертикальной скважиной. Метод последовательной смены стационарных состояний при решении ряда вопросов применялся В. С. Козловым [25], А. Н. Костяковым [23] и рядом других авторов.

Необходимо заметить, что решение вопроса об осушении водоносного горизонта горизонтальной дреной, данное К. Э. Лембке, содержало ряд допущений и было неточным.

Неточность, допущенная К. Э. Лембке и повторенная рядом авторов при решении данной задачи, заключается в принятии в качестве кривой депрессии для отдельно взятого момента неустановившегося движения квадратичной параболы, т. е. кривой, соответствующей установившемуся движению по горизонтальному водоупору при постоянном по длине расходе q. Однако при истощении водоносного слоя дреной формирование расхода происходит за счет водоотдачи, т. е. за счет поступления воды из осушаемого горизонта, а не за счет источника, расположенного вне зоны депрессии и подпитывающего дрену. При формировании расхода за счет водоотдачи расходы нарастают от периферии к дрене, причем максимальный расход достигается при $x=0$ (рис. 50), а минимальный ($q=0$) — в сечении $x=S_1$. На участке S_1 происходит нарастание расхода. В случае переменного на участке S_1 расхода кривая депрессии не может быть квадратичной параболой, т. к. при параболической форме кривой депрессии расход в любом сечении x ($0 \leqslant x \leqslant S_1$) является величиной постоянной, ибо на этом осно-

ван сам вывод формулы Дюпюи. В рассматриваемом же случае α_1—величина переменная. Таким образом, К. Э. Лембке допустил неоправданное предположение о постоянстве расхода по длине S_1 при формировании расхода за счет водоотдачи. Указанное обстоятельство не было отмечено и другими авторами [8, 38 и др.]. При $t=\infty$, т. е. при установившемся движении, когда весь расход формируется за счет инфильтрации по Ротэ,

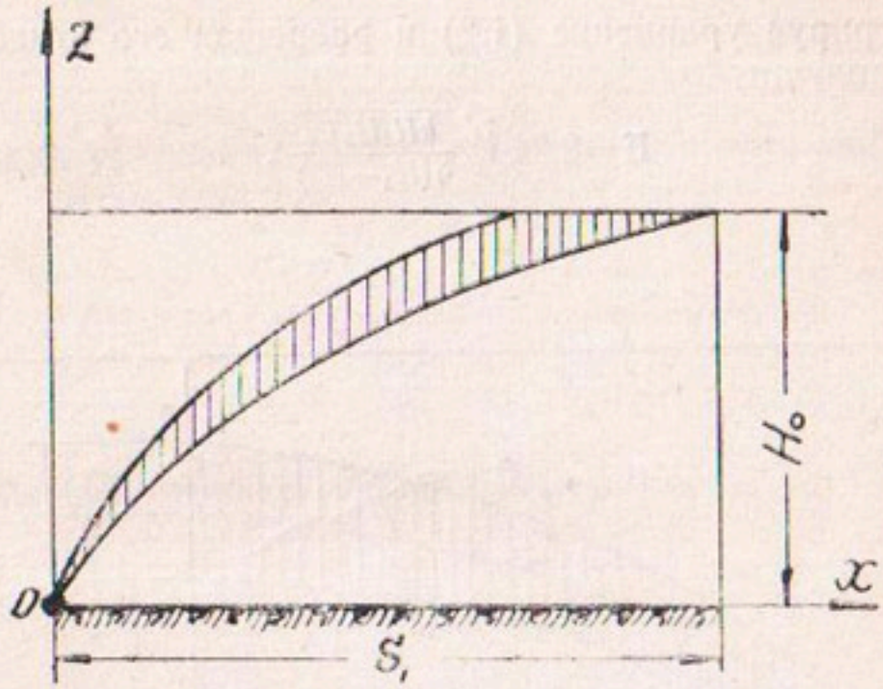


Рис. 50

$$q=H\sqrt{k\varepsilon}=\varepsilon L_\infty,$$

где ε—модуль инфильтрации.

По К. Э. Лембке,

$$q=H\sqrt{\frac{k\varepsilon}{2}}=\varepsilon L_\infty.$$

Расход по К. Э. Лембке в 1,42 раза меньше, чем по Ротэ, т. е. отличается на те самые 42%, о которых говорилось ранее. Таким образом, ошибка, якобы даваемая методом последовательной смены стационарных состояний, обусловлена неточностью выбора формы кривой депрессии, а не ошибочностью самого метода.

Рассматривая задачу об истощении водоносного слоя дреной, уложенной на горизонтальный водоупор, Буссинеск получил следующее точное решение данной задачи (обозначения по рис. 51):

$$E=2{,}14\sqrt{\frac{kH_1H_2T}{\delta(H_1-H_2)}}, \qquad (1.1)$$

где δ — водоотдача грунта; T — длительность расчетного периода.

Если задаться кривой депрессии в виде эллипса, то дифференциальное уравнение водного баланса принимает следующий вид:

$$-\frac{\pi\delta S_1 dH}{4}=\frac{kH^2}{S_1}dt. \qquad (1.2)$$

Интегрируя уравнение (1.2) и разрешая его относительно $E=2S_1$, получим

$$E=2{,}26\sqrt{\frac{kH_1H_2T}{\delta(H_1-H_2)}}. \qquad (1.3)$$

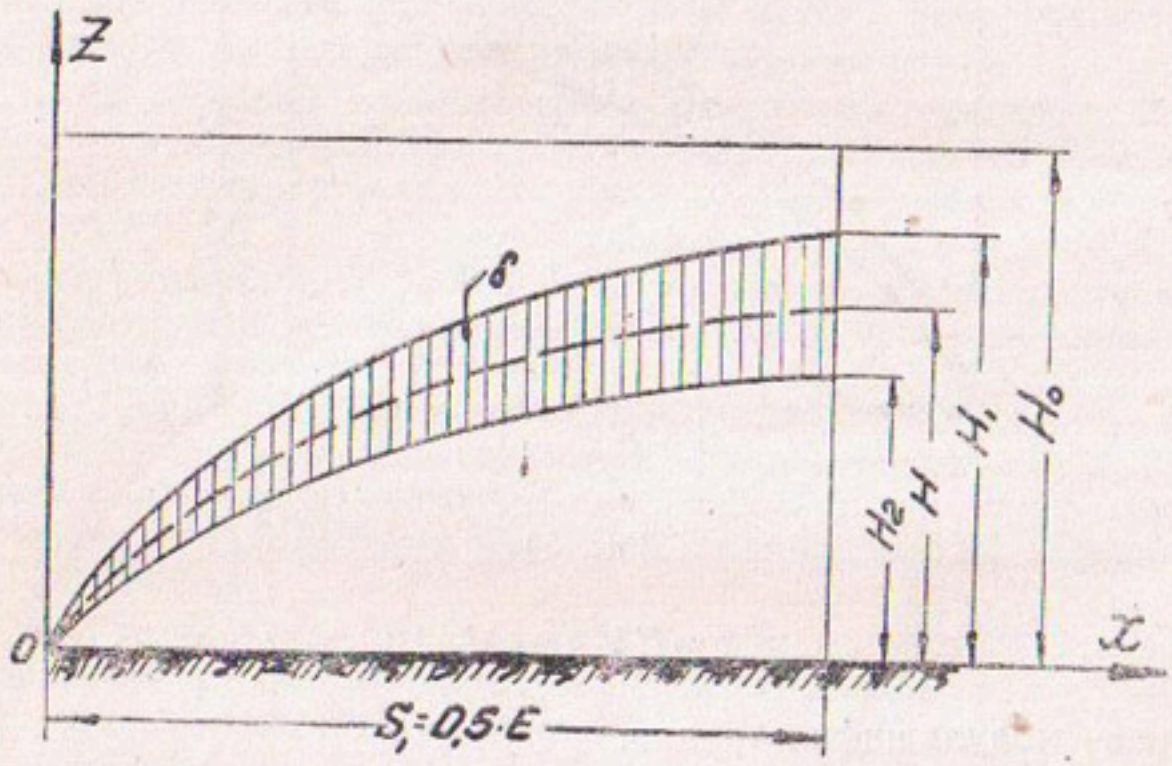


Рис. 51

Формула (1.3) дает решение, только на 5% отличающееся от точного решения, получаемого интегрированием уравнения Буссинеска. Последнее связано с тем, что действительная кривая депрессии несколько отличается от принятой здесь эллиптической, однако данная разница дает практически незначительные отклонения, которые можно компенсировать вводом соответствующих поправочных коэффициентов. Следовательно, выбирая кривые, максимально приближающиеся по своей форме к действительным кривым депрессии, можно получить решения, близкие к точным. Если же задаться параболической формой кривой, то множитель в формуле (1.3) будет уже не 2,26 а 1,73, что дает заниженные на 19,5% расстояния между дренами (по отношению к точному решению).

Решим задачу, поставленную К. Э. Лембке, приняв в качестве кривой депрессии эллипс. Если считать, что над дреной

вода опускается мгновенно, то дифференциальное уравнение движения при наличии инфильтрации интенсивностью ε получит следующий вид:

$$\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\delta H_0 dS+\varepsilon S dt=\frac{kH_0^2}{S}dt. \tag{1.4}$$

После разделения переменных

$$\frac{SdS}{kH_0^2-\varepsilon S^2}=\frac{4,65}{\delta H_0}dt. \tag{1.5}$$

Интегрируя уравнение (1.5) и принимая во внимание, что при $t=0$ $S=0$, получим

$$\ln\frac{kH_0^2}{kH_0^2-\varepsilon S^2}=\alpha t, \tag{1.6}$$

где

$$\alpha=\frac{9,3\delta}{\delta H_0}.$$

Разрешая (1.6) относительно S, будем иметь

$$S=\frac{H_0\sqrt{k}}{\sqrt{\varepsilon}}\sqrt{1-e^{-\alpha t}}. \tag{1.7}$$

При $t=\infty$ формула (1.7) принимает следующий вид:

$$S_\infty=H_0\sqrt{\frac{k}{\varepsilon}}. \tag{1.8}$$

Формула (1.8) является формулой Ротэ.

При отсутствии инфильтрации уравнение (1.4) принимает более простой вид:

$$0,215\delta H_0 dS=\frac{kH_0^2}{S}dt. \tag{1.9}$$

Интегрируя уравнение (1.9) и разрешая результат относительно S, получим

$$S=3,05\sqrt{\frac{kH_0 t}{\delta}}. \tag{1.10}$$

Ю. Д. Соколов, рассматривая данную задачу в работе [46] и применяя предложенный им же метод осреднения $\frac{\partial h}{\partial t}$ в уравнении Буссинеска, получил близкие к точному решению результаты.

К заключению о возможности принятия кривой депрессии в виде эллипса при решении данной задачи пришел также

С. Н. Нумеров [33]. Рассмотрим теперь задачу о понижении уровня грунтовых вод между дренами в однородном грунте при начальном непонижением горизонте грунтовых вод H_0 (рис. 52) и отсутствии инфильтрации. Считая, что понижение уровней над дреной происходит мгновенно, разобьем период T, за который происходит понижение уровней в середине междудренья на величину $\Delta H = H_0 - H_2$, на два периода—T_1 и T_2. Примем, что за период T_1 кривая депрессии распространяется на расстояние S_1, т. е. период T_1 равен времени, необходимому для смыкания кривых депрессии двух соседних дрен. За период

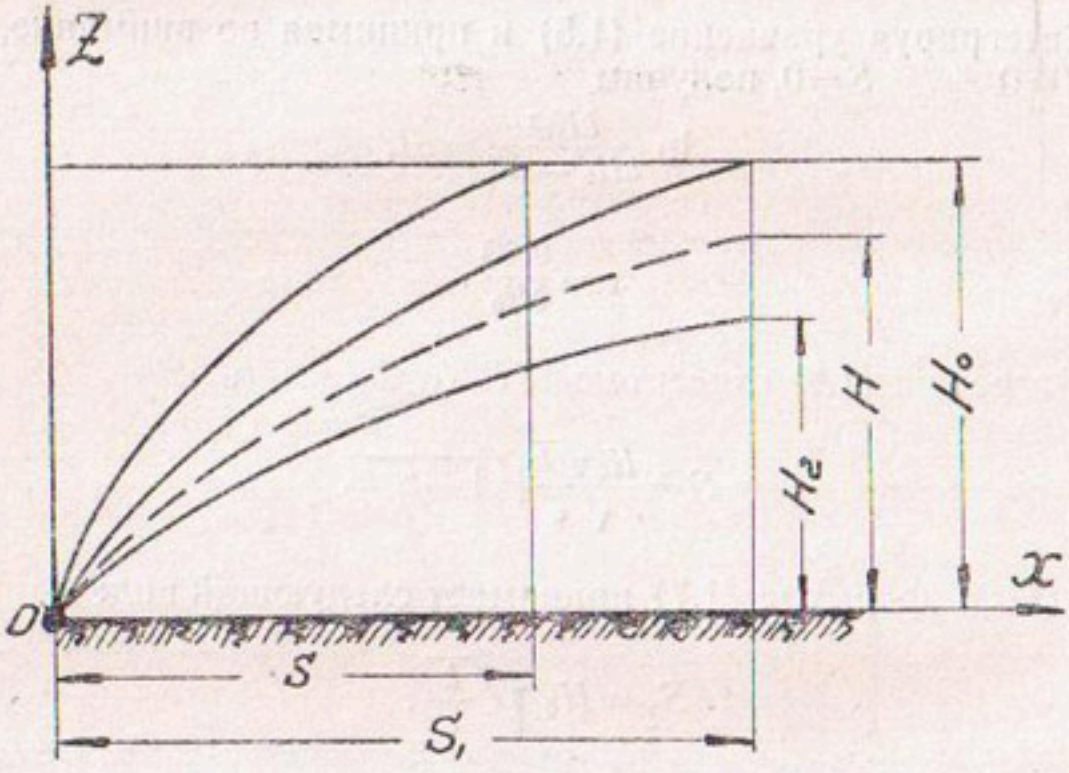


Рис. 52

T_2 происходит собственно понижение уровней грунтовых вод на $\Delta H = H_0 - H_2$. Длительность периода T_1 может быть определена по формуле (1.10). Разрешая ее относительно $t = T_1$, получим

$$T_1 = 0{,}027 \frac{\delta E^2}{kH_0}. \qquad (1.11)$$

Длительность периода T_2 определится по формуле (1.3)

$$T_2 = 0{,}196 \frac{\delta E^2 (H_0 - H_2)}{kH_0 H_2}. \qquad (1.12)$$

Т. к. в данном случае $H_1 = H_0$,

$$T = T_1 + T_2 = \frac{\delta E^2}{kH_0 H_2}[0{,}027 H_2 + 0{,}196 (H_0 - H_2)], \qquad (1.13)$$

откуда расстояние между дренами $E = 2S$ определяется по формуле

$$E=2{,}26\sqrt{\frac{kH_0H_2T}{\delta(H_0-0{,}87H_2)}} \qquad (1.14)$$

Принимая во внимание, что при эллиптической форме кривой депрессии расстояния получаются с завышением порядка 5%, вводим в формулу (1.14) поправочный коэффициент 0,95. После этого формула (1.14) примет вид

$$E=2{,}14\sqrt{\frac{kH_0H_2T}{\delta(H_0-0{,}87H_2)}}\,. \qquad (1.15)$$

Отметим, что аналогичная формула была предложена В. С. Козловым [25]. Она имеет следующий вид:

$$E=2{,}25\sqrt{\frac{kH_0H_2T}{\delta(H_0-0{,}68H_2)}}\,. \qquad (1.16)$$

Однако данная формула была выведена на основании неточного допущения о том, что до смыкания в середине междудренья кривые депрессии—параболы, а после смыкания—эллипсы, и поэтому не может считаться верной.

Формула (1.15) дает решение для частного случая укладки дрен в водоносный слой, а именно—для случая укладки дрен на водоупор.

Попытаемся получить решение и для случая несовершенной дрены. Полагая, как и ранее, что кривая депрессии и в случае несовершенной дрены—эллипс, получим для расхода из верхней зоны следующее значение:

$$q_1=\frac{kH_0^2}{S}\,. \qquad (1.17)$$

Расход из нижней зоны примем по С. Ф. Аверьянову

$$q_0=\frac{2kaH_0}{S}\alpha', \qquad (1.18)$$

где

$$\alpha'=\frac{1}{1+2{,}94\frac{a}{S}\lg\frac{2a}{\pi d}}\,.$$

Общий расход q будет равен сумме расходов q_1 и q_0:

$$q=\frac{kH_0}{S}(H_0+2a\alpha'). \qquad (1.19)$$

При $a\geqslant 5H_0$ коэффициент α' без большого ущерба для точности расчетов можно ввести множителем и в расход верхней зоны. В этом случае

$$q=\frac{kH_0}{S}R_0\alpha', \qquad (1.20)$$

где

$$R_0=(H_0+2a)\,.$$

Коэффициент α' можно представить в следующем виде:

$$\alpha' = \frac{S}{S+\eta'}, \tag{1.21}$$

где

$$\eta' = 2{,}94a \lg \frac{2a}{\pi d}.$$

После подстановки α' в (1.20) будем иметь

$$q = \frac{kH_0R_0}{S+\eta'}. \tag{1.22}$$

Уравнение водного баланса в случае несовершенной дрены примет вид

$$0{,}215\delta H_0 dS = \frac{kH_0R_0}{S+\eta'}dt. \tag{1.23}$$

Интегрируя уравнение (1.23) в пределах от 0 до S и от 0 до t, получим

$$0{,}108\delta(S^2+2\eta'S) = kR_0t = k(H_0+2a)t, \tag{1.24}$$

откуда

$$t = \frac{0{,}108\delta S\left(S+5{,}88a\lg\frac{2a}{\pi d}\right)}{k(H_0+2a)}. \tag{1.25}$$

При $a=0$ формула (1.25) приводится к формуле (1.11). Подставив вместо S половину E, получим время T_1, за которое радиус депрессии достигает величины, равной половине расстояния между дренами

$$T_1 = \frac{0{,}027\delta E(E+4\eta')}{k(H_0+2a)}. \tag{1.26}$$

Для определения T_2 воспользуемся следующим уравнением водного баланса:

$$-\frac{\pi\delta E}{8}dH = \frac{2kRH}{E+2\eta'}dt, \tag{1.27}$$

где

$$R = H+2a.$$

Интегрируя уравнение (1.27), получим

$$T_2 = 0{,}226\,\frac{\delta E(E+2\eta')}{ka}\lg\frac{H_0(H_2+2a)}{H_2(H_0+2a)}. \tag{1.28}$$

Общий период T, за который обеспечивается понижение уровней в середине междудренья на величину $\Delta H = H_0 - H_2$,

$$T = \frac{0{,}027\delta E}{k}\left[\frac{E+4\eta'}{H_0+2a} + 8{,}4\,\frac{E+2\eta'}{a}\lg\frac{H_0(H_2+2a)}{H_2(H_0+2a)}\right]. \tag{1.29}$$

Разрешая (1.29) относительно E, будем иметь

$$E=-\frac{2\mu+\sigma}{\mu+\sigma}\eta'+\sqrt{\frac{(2\mu+\sigma)^2\eta'^2}{(\mu+\sigma)^2}+\frac{T}{\mu+\sigma}}, \qquad (1.30)$$

где

$$\mu=\frac{0{,}027\delta}{k(H_0+2a)};\ \sigma=\frac{0{,}226}{ka}\lg\frac{H_0(H_2+2a)}{H_2(H_0+2a)}.$$

Принимая во внимание, что принятие эллипса в качестве кривой депрессии вызывает завышение расчетных расстояний, вводим коэффициент 0,95 в получаемые по формуле (1.30) результаты. В этом случае

$$E=0{,}95\left(\sqrt{\frac{(2\mu+\sigma)^2\eta'^2}{(\mu+\sigma)^2}+\frac{T}{\mu+\sigma}}-\frac{2\mu+\sigma}{\mu+\sigma}\eta'\right). \qquad (1.31)$$

Формула (1.31) должна давать приблизительно те же значения, что и формула С. Ф. Аверьянова, относящаяся к этому случаю. Последняя имеет следующий вид (в принимаемых нами обозначениях):

$$E=2{,}07\sqrt{\frac{kaT\alpha'}{\delta\lg\frac{4H_0}{\pi H_2}}}. \qquad (1.32)$$

Для сравнения результатов, даваемых формулами (1.40) и (1.41), рассмотрим следующий пример.

Пример. Определить расстояние между дренами, при котором обеспечивается понижение уровней с $H_0=1$ м до $H_2=0{,}8$ м за 1 сутки, если $a=5$ м, $d=0{,}05$ м, $\delta=0{,}03$, $k=1$ м/сутки. По формуле (1.31) получим, при $\eta'=26{,}6$, $R_0=11$, $\mu=0{,}0000737$ и $\sigma=0{,}000122$, $E\cong 42$ м. По формуле (1.32) $E\cong 40$ м.

Практически расхождение между расстояниями, получаемыми по формулам (1.31) и (1.32), незначительно, что служит хорошим подтверждением возможности применения метода последовательной смены стационарных состояний для вывода расчетных формул.

Применение в качестве кривой депрессии эллипса при наличии инфильтрации еще более обосновано, т. к. в этом случае (при наличии инфильтрации, однородного грунта, при уклоне водоупора $i=0$) уравнение Буссинеска приобретает следующий вид:

$$\frac{k}{\delta}\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\varepsilon}{\delta}=\frac{\partial h}{\partial t}. \qquad (1.33)$$

Если движение установившееся, то $\frac{\partial h}{\partial t}=0$ и уравнение (1.33) приобретает следующий вид:

$$k\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right)=-\varepsilon. \qquad (1.34)$$

Под ε в уравнении (1.34) необходимо понимать модуль внешнего питания, который представляет собой разность между модулем осадков p и модулем испарения e (при отсутствии питания через водоупор). Таким образом,

$$\varepsilon = p - e. \tag{1.35}$$

Знак ε зависит от знака суммы, стоящей в правой части уравнения (1.35). Если $p > e$, то ε имеет положительный знак, в противном случае — отрицательный. Если $p > 0$, то при отсутствии испарения (когда $e = 0$) уравнение (1.35) приобретает следующий вид:

$$k \frac{\partial}{\partial x}\left(h \frac{\partial h}{\partial x}\right) = -p. \tag{1.36}$$

Интегрируя уравнение (1.36), получим

$$kh^2 + px = c_1 x + c_2. \tag{1.37}$$

Уравнение (1.37) есть уравнение эллипса.

Точное уравнение кривой депрессии при отсутствии инфильтрации и испарения может быть получено интегрированием уравнения Буссинеска, если в уравнении (1.33) принять $\varepsilon = 0$.

В этом случае

$$\frac{k}{\delta} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(h \frac{\partial h}{\partial x}\right) = \frac{\partial h}{\partial t}. \tag{1.38}$$

Интегрирование уравнения (1.38) дает кривую депрессии, выражаемую уравнением следующего вида:

$$h = F\left(\frac{x}{S}\right) H(t), \tag{1.39}$$

где $H(t)$ — ордината кривой депрессии в конце участка S в данный фиксированный момент t; $F\left(\frac{x}{S}\right)$ — некоторая функция относительной абсциссы $\frac{x}{S}$.

Если построить по уравнению (1.39) кривую депрессии, она оказывается весьма близкой к эллипсу. Это свойство и используется в методе последовательной смены стационарных состояний при отсутствии инфильтрации. При наличии инфильтрации кривая депрессии располагается выше кривой, выражаемой уравнением (1.39), т. е. будет еще ближе к эллипсу.

В случае испарения уравнение (1.34) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h \frac{\partial h}{\partial x}\right) = \frac{e}{k}, \tag{1.40}$$

где e — модуль испарения.

Интегрирование уравнения (1.40) дает гиперболу. Она будет располагаться ниже кривой, представленной уравнением (1.39).

Модуль испарения в зоне избыточного увлажнения обычно не превышает 2—3 мм/сутки. Поэтому изменение формы кривой депрессии при наличии испарения малых размеров будет в общем незначительным. Последнее связано с относительной малостью члена $\frac{e}{k}$ в (1.33) по сравнению с членом

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right).$$

Таким образом, и при наличии испарения (при практически незначительных его размерах) можно в качестве кривой депрессии использовать кривую, выражаемую уравнением (1.39), или близкий к ней эллипс. Ошибка, получаемая в этом случае, будет несколько большей, но ее можно компенсировать вводом соответствующих коэффициентов.

Решим теперь задачу об осушении водоносного слоя несовершенной дреной при наличии инфильтрации. Принимая, что в этом случае кривая депрессии — эллипс и что опускание уровней над дреной происходит мгновенно, получим следующее уравнение баланса:

$$\frac{kH_0}{S}(H_0+2a\alpha')dt=0{,}215\delta H_0 dS+pSdt, \qquad (1.41)$$

где p — модуль инфильтрации осадков.

Вводя, как ранее, множитель α' в расход верхней зоны, т. е. рассматривая потоки, у которых $a \geqslant 5H_0$, получим

$$\frac{kH_0}{S}R_0\alpha' dt=\frac{kH_0R_0}{S+\eta'}dt=0{,}215\delta H_0 dS+pSdt, \qquad (1.42)$$

где

$$R_0=H_0+2a.$$

После разделения переменных, будем иметь

$$\frac{4{,}65}{\delta H_0}dt=-\frac{(S+\eta')dS}{p(S^2+\eta' S-A)}, \qquad (1{,}43)$$

где

$$A=\frac{kH_0R_0}{p}. \qquad (1.44)$$

Интегрируя уравнение (1.43), получим следующий результат:

$$\frac{9{,}3pt}{\delta H_0}=-\left[\ln(S^2+\eta' S-A)_0^S-\eta'\int_0^S\frac{dS}{S^2+\eta' S-A}\right], \qquad (1.45)$$

откуда

$$J=\int_0^S \frac{dS}{S^2+\eta' S-A}=-\frac{1}{\eta'}\left(\frac{9{,}3pt}{\delta H_0}+\ln\frac{A-\eta' S-S^2}{A}\right). \qquad (1.46)$$

Так как $\Delta_1=-(4A+\eta'^2)<0$, то

$$J=\int_0^S \frac{dS}{S^2+\eta' S-A}=\frac{1}{\sqrt{-\Delta_1}}\ln N.$$

После подстановки значения J в формулу (1.45), получим

$$e^{-\alpha t}=\frac{A-\eta' S-S^2}{A}N^{\gamma}, \qquad (1.47)$$

где

$$N=\frac{(2S+\eta'-\sqrt{4A+\eta'^2})(\eta'+\sqrt{4A+\eta'^2})}{(2S+\eta'+\sqrt{4A+\eta'^2})(\eta'-\sqrt{4A+\eta'^2})}; \qquad (1.48)$$

$$\alpha=\frac{9{,}3p}{\delta H_0};\ \gamma=\frac{\eta'}{\sqrt{4A+\eta'^2}}. \qquad (1.49)$$

При $a=0$, т. е. в случае укладки дрены на водоупор, $\eta'=0$, $\gamma=0$, $N=1$ и формула (1.47) приобретает вид

$$e^{-\alpha t}=\frac{A'-S^2}{A'}. \qquad (1.50)$$

Разрешая уравнение (1.50) относительно S, получим

$$S=\sqrt{A'(1-e^{-\alpha t})}. \qquad (1.51)$$

В этом случае (при $a=0$) $R_0=H_0$

$$A'=\frac{kH_0^2}{p}. \qquad (1.52)$$

После подстановки A' в формулу (1.51) будем иметь

$$S=H_0\sqrt{\frac{k}{p}(1-e^{-\alpha t})}. \qquad (1.53)$$

Формула (1.53) идентична формуле (1.7).

Разрешая формулу (1.47) относительно t, получим

$$t=0{,}108\frac{\delta H_0}{p}\lg\frac{A}{(A-\eta' S-S^2)N^{\gamma}} \qquad (1.54)$$

при $S=S_1=\frac{E}{2}$, $t=T_1$,

откуда

$$T_1 = 0{,}108\frac{\delta H_0}{p}\ln\frac{4A}{(4A-2\eta' E-E^2)N_1^2}, \qquad (1.55)$$

где

$$N_1 = \frac{(E+\eta'-\sqrt{4A+\eta'^2})(\eta'+\sqrt{4A+\eta'^2})}{(E+\eta'+\sqrt{4A+\eta'^2})(\eta'-\sqrt{4A+\eta'^2})}. \qquad (1.56)$$

Промежуток T_1 есть время, необходимое для смыкания кривой депрессии двух соседних дрен.

Для определения времени T_2, в течение которого происходит понижение уровней в середине междудренья на $\Delta H = H_0 - H_2$, воспользуемся следующим дифференциальным уравнением водного баланса:

$$-\frac{\pi\delta E}{8}dH = \left(\frac{2kHR}{E+2\eta'} - \frac{pE}{2}\right)dt, \qquad (1.57)$$

где $R = H + 2a$.

Заменив $\beta = \frac{\pi\delta E}{8}$; $\omega = \frac{pE}{2}$; $\sigma = \frac{2k}{E+2\eta'}$, получим

$$-\beta dH + \omega dt = \sigma(H+2a)dt. \qquad (1.58)$$

После разделения переменных и интегрирования, будем иметь

$$J = \int_{H_2}^{H_0}\frac{dH}{\sigma H^2 + 2\sigma aH - \omega} = \frac{T_2}{\beta}. \qquad (1.59)$$

Значение интеграла, стоящего в левой части уравнения (1.69), зависит от значения дискриминанта:

$$\Delta_2 = -4\sigma(\omega + a^2\sigma). \qquad (1.60)$$

Принимая во внимание, что при всех условиях $\Delta_2 < 0$, получим

$$T_2 = \frac{0{,}45\delta E}{\sqrt{\sigma(\omega+a^2\sigma)}}\lg N_2. \qquad (1.61)$$

где

$$N_2 = \frac{[\sigma(H_0+a) - \sqrt{\sigma(\omega+a^2\sigma)}][\sigma(H_2+a)+\sqrt{\sigma(\omega+a^2\sigma)}]}{[\sigma(H_0+a)+\sqrt{\sigma(\omega+a^2\sigma)}][\sigma(H_2+a)-\sqrt{\sigma(\omega+a^2\sigma)}]}.$$

Время T, необходимое для осушения водоносного слоя, найдется как сумма T_1 и T_2, т. е.

$$T = T_1 + T_2.$$

При отсутствии осадков, когда $p=0$, формула (1.61) приводится к формуле (1.28).

Для проверки расхождений между результатами, даваемыми полученными формулами и формулой С. Ф. Аверьянова, выведенной путем интегрирования линеаризованного уравнения Буссинеска, рассмотрим пример.

Пример. Определить время, необходимое для понижения грунтовых вод на 30 см в середине междудренья, если E = 20 м, $d = 0{,}05$ м, $p = 2$ мм/сутки, $a = 5$ м, $H_0 = 1$ м, $k = 3$ м/сутки, $\delta = 0{,}03$.

По предлагаемым формулам

$$T_1 = 0{,}108\,\frac{\delta H_0}{p}\ln\frac{4A}{(4A - 2\eta' E - E^2)N_1^{\gamma}},$$

где

$$N_1 = \frac{(E + \eta' - \sqrt{B})(\eta' - \sqrt{B})}{(E + \eta' + \sqrt{B})(\eta' + \sqrt{B})};$$

$$\gamma = \frac{\eta'}{\sqrt{B}};\quad \eta' = 2{,}94a\lg\frac{2a}{\pi d}\quad B = 4A + \eta'^2.$$

Определим значения компонентов, входящих в формулу для определения T_1

$$A = \frac{kH_0R_0}{p} = \frac{kH_0(H_0 + 2a)}{p} = \frac{3 \cdot 1 \cdot (1 + 2 \cdot 5)}{0{,}002} = 15500;$$

$$\eta' = 2{,}94a\lg\frac{2a}{\pi d} = 2{,}94 \cdot 5\lg\frac{2 \cdot 5}{3{,}14 \cdot 0{,}05} = 26{,}6;$$

$$B = 4A + \eta'^2 = 4 \cdot 15500 + 26{,}6^2 = 62710;\quad \sqrt{B} \cong 250;$$

$$N_1 = \frac{(20 + 26{,}6 - 250)(26{,}6 + 250)}{(20 + 26{,}6 + 250)(26{,}6 - 250)} = 0{,}85;\quad \gamma = \frac{\eta'}{\sqrt{B}} = \frac{26{,}6}{250} = 0{,}106.$$

После подстановки в формулу (1.55) получим

$$T_1 = 0{,}108\,\frac{0{,}03 \cdot 1 \cdot 2{,}3}{0{,}002}\lg\frac{4 \cdot 15500}{(4 \cdot 15500 - 2 \cdot 26{,}6 \cdot 20 - 20^2)0{,}85^{0{,}106}} = 0{,}052\ \textit{сут}.$$

Переходим теперь к определению промежутка T_2:

$$\sigma = \frac{2k}{E + 2\eta'} = \frac{2 \cdot 3}{20 + 2 \cdot 26{,}6} = 0{,}082;$$

$$\omega = \frac{pE}{2} = \frac{0{,}002 \cdot 20}{2} = 0{,}02;$$

$$\sqrt{\sigma(\omega + \sigma a^2)} = \sqrt{0{,}082\,(0{,}02 + 0{,}082 \cdot 5^2)} = 0{,}43;$$

$$N_2 = \frac{(0{,}082 \cdot 6 - 0{,}43)(0{,}082 \cdot 5{,}7 + 0{\cdot}43)}{(0{,}082 \cdot 6 + 0{,}43)(0{,}082 \cdot 5{,}7 - 0{\cdot}43)} = 1{,}51;\ \lg N_2 = \lg 1{,}51 = 0{,}18;$$

$$T_2 = \frac{0{,}45\delta E}{\sqrt{\sigma(\omega+\sigma a^2)}} = \frac{0{,}45 \cdot 0{,}03 \cdot 20}{0{,}43} = 0{,}113 \text{ сут.}$$

Общее время

$$T = T_1 + T_2 = 0{,}052 + 0{,}113 = 0{,}165 \text{ сут.}$$

По формуле С. Ф. Аверьянова (в принимаемых нами обозначениях)

$$T = \tau \frac{4}{\pi^2} \ln \frac{4 - \frac{4\eta}{\pi^2}}{\pi\left(1 - 0{,}5\eta - \frac{\Delta H}{H_0}\right)}, \qquad (1.62)$$

где

$$\tau = \frac{\delta E^2}{4ka\alpha'}; \quad \eta = \frac{pE^2}{4kaH_0\alpha'}.$$

Вычислим компоненты формулы С. Ф. Аверьянова:

$$\alpha' = \frac{1}{1 + 2{,}94\frac{a}{S}\lg\frac{2a}{\pi d}} = \frac{1}{1 + 2{,}94\frac{5}{10}\lg\frac{2 \cdot 5}{3{,}14 \cdot 0{,}05}} = 0{,}275;$$

$$\tau = \frac{\delta E^2}{4ka\alpha'} = \frac{0{,}03 \cdot 20^2}{4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 0{,}275} = 0{,}73;$$

$$\eta = \frac{pE^2}{4kaH_0\alpha'} = \frac{0{,}002 \cdot 20^2}{4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 0{,}275} = 0{,}0485;$$

$$T = 0{,}73\frac{4}{3{,}14^2}\lg\frac{4\left(1 - \frac{4}{3{,}14^2}0{,}0485\right)}{3{,}14\left(1 - 0{,}5 \cdot 0{,}0485 - \frac{0{,}3}{1{,}0}\right)} = 0{,}181 \text{ сут.}$$

Расхождение в результатах составляет около десяти процентов.

Если принять во внимание, что расстояния, получаемые по формулам С. Ф. Аверьянова, на 5% меньше расстояний, получаемых по нашим формулам, то разница в значениях T должна составлять 10%, что и получилось при рассмотрении примера.

Таким образом, и в случае расчета дренажа при наличии инфильтрации метод последовательной смены стационарных состояний дает вполне удовлетворительные для практических расчетов результаты.

Возможность применения метода последовательной смены стационарных состояний является основой для получения сравнительно простых формул для расчета дрен в условиях неустановившегося движения и в неоднородных грунтах.

Приведенные выше формулы были выведены в предположении, что уровень грунтовых вод над дреной понижается мгновенно, причем предполагалось также, что высота нависания

была незначительной, т. е. она мало отличалась от горизонта воды в дрене.

В тех случаях, когда отношение $\frac{H}{S}$ велико, высота нависания обычно имеет значительные размеры, и поэтому для вычисления площади, отдающей воду (расчеты ведутся на единицу длины дрены), необходимо пользоваться формулами, учитывающими высоту нависания. На первой стадии работы дрены площадь dF можно рассматривать как разность площадей $ДСЕ$ и $АСВ$ (рис. 53), которые равны, соответственно:

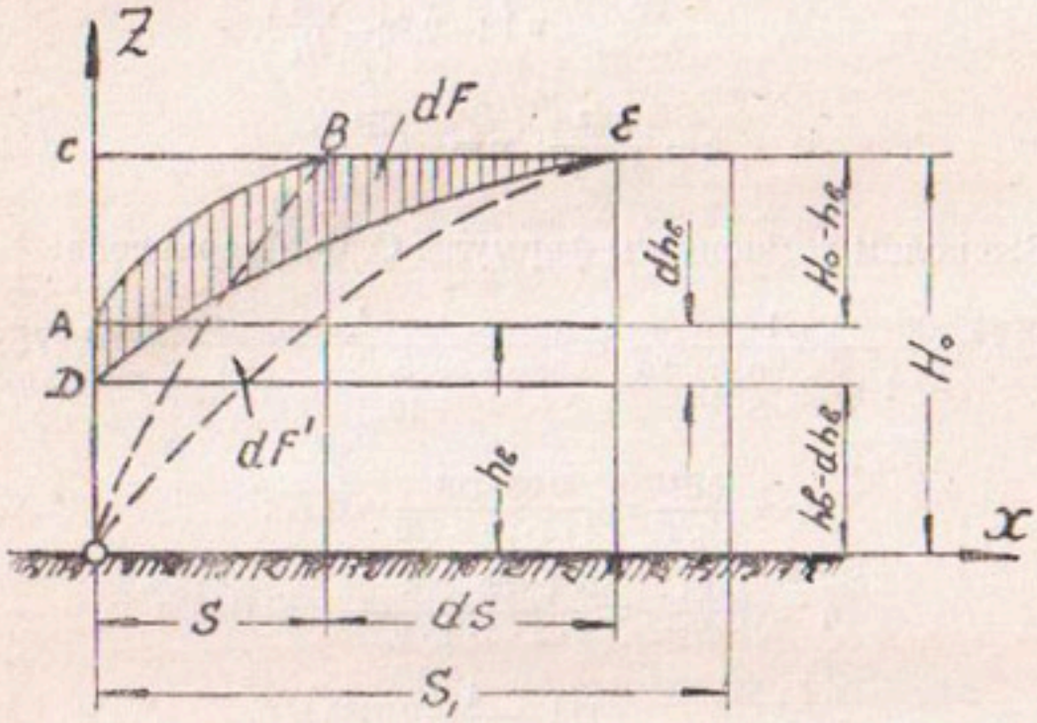


Рис. 53

$$F_2=0{,}215(S+dS)\,(H_0-h_в+dh_в); \tag{1.63}$$

$$F_1=0{,}215S\,(H_0-h_в). \tag{1.64}$$

Пренебрегая бесконечно малыми второго порядка, получим, вычитая F_1 из F_2,

$$dF=0{,}215[(H_0-h_в)\,dS+Sdh_в]. \tag{1.65}$$

Если не учитывать высоту нависания, то за расчетную площадь пришлось бы принять площадь $dF'=0{,}215H_0dS$, часто значительно бóльшую действительной площади dF. В связи с завышением расчетной площади, отдающей воду, будет завышаться против действительного и расчетное время.

Для случая инфильтрационного питания и однородного грунта С. Ф. Аверьяновым и Цюй Син-е [6а] предложено следующее выражение для определения $h_в$ (в принимаемых нами обозначениях):

$$h_в \cong \frac{3}{4} \cdot \frac{p}{k}(h+d) - \frac{pE}{\pi k} \ln \sin \frac{\pi d}{2(h+2d)}, \qquad (1.66)$$

где h — напор в середине междудренья; $h_в$ — высота нависания; E — расстояние между дренами; p — модуль инфильтрации осадков.

h и $h_в$ отсчитываются от горизонтали, проходящей через верхнюю кромку дрены (дрена считается утопленной в водоупор на половину своего диаметра).

Использование формулы (1.66) для дрены, уложенной на водоупоре, ограничивается требованием выполнения двух условий, одним из которых является

$$\frac{S}{h_{ср}} > 2, \qquad (1.67)$$

где $h_{ср}$ — некоторая осредненная глубина потока.

В рассматриваемом нами случае неустановившегося движения в дренажных системах условие (1.67) не выполняется на протяжении всего периода, когда $S < 2 \div 2{,}5H_0$, т. е. в период наиболее интенсивного понижения уровней над дреной. Поэтому пользоваться формулой (1.66) для рассматриваемого случая, по-видимому, нецелесообразно.

Если исходить из условий, что

$$h_в \cong \frac{q}{k}, \qquad (1.68)$$

то в случае питания за счет водоотдачи, когда $q = \frac{kH_0^2}{S}$, получим

$$h_в = \frac{H_0^2}{S}. \qquad (1.69)$$

Мы уже ранее отмечали, что в дренажных системах высота нависания получается даже большей, чем вычисляемая по формуле (1.69). Можно убедиться, что формула (1.69) при вводе в уравнение водного баланса дает неверные результаты: во-первых, она дает физически несостоятельные решения при $S < H_0$ и, во-вторых, излишне высокий темп уменьшения высоты нависания в процессе увеличения радиуса депрессии, в чем мы убедились на материалах опытов.

Используя все же формулу (1.69), имеем

$$dh_в = -\frac{H_0^2}{S^2} dS. \qquad (1.70)$$

Опуская минус после подстановки в (1.65), имеем

$$dF = 0{,}215 H_0 dS. \qquad (1.71)$$

Очевидно, что формула (1.69) имеет смысл только при $h_в \leqslant H_0$, отчего при интегрировании балансового уравнения

$$qdt = \frac{kH_0^2}{S}dt = \delta dF \tag{1.72}$$

следует принять пределы: $t=0$; $S=S_0=H_0$; $t=T_1$; $S=S_1$. Это дает

$$T_1 = \frac{0{,}108\delta}{kH_0} S_1^2 \left[1-\left(\frac{H_0}{S_1}\right)^2\right] \tag{1.73}$$

Сопоставление результатов подсчетов по формуле (1.73) с опытными данными показало, что она дает завышенные значения T_1. Это вынуждает прибегнуть к использованию эмпирических зависимостей.

При производстве опытов в щелевом лотке нами была подмечена приближенная связь между H и $h_в$ для изолированных дрен, укладываемых в вертикально-неоднородные грунты (см. формулу (2.17) настоящей главы). Для однородного грунта эта формула дает следующую зависимость между H и $h_в$ при питании за счет водоотдачи:

$$h_в = \frac{\beta H^2}{S+\beta H}, \tag{1.74}$$

где

$$\beta = e^{\frac{3H}{S+H}} \tag{1.74а}$$

e—основание натуральных логарифмов.

При $S=0$ формула (1.74) дает $h_н = H = H_0$, что и требуется по условию задачи. При $S \geqslant 10H_0$, $h_в \cong \frac{H_0^2}{S+H_0}$, так как коэффициент β стремится к единице при неограниченном увеличении S. В частности, при $S=10H_0$, $\beta=1{,}31$. Если учесть, что при $S=0$ $\beta=20$, то можно считать, что β довольно быстро уменьшается.

Если пользоваться для вычисления $h_в$ формулой (1.69), то получим в данном случае $h_в = 0{,}1 \cdot H_0$; по формуле (1.74) высота нависания составит 0,116 H_0, т. е. величину, довольно близкую к $h_в$, даваемому формулой (1.69).

Таким образом, формула (1.74), давая при малых значениях S более близкое к истинным значениям $h_в$, чем формула (1.69), при $S > 10H_0$ дает $h_в$, незначительно большее, чем формула (1.69).

Применение формулы (1.74) при выводе расчетных формул привело бы к чрезвычайно громоздким зависимостям, т. к. $\beta = F(S)$ на первой стадии работы дрены и $\beta = F(H)$—на второй. Поэтому попытаемся найти пути осреднения β с тем, чтобы при интегрировании дифференциального уравнения водного

баланса β принимать постоянным. Для этого воспользуемся условием

$$\int_0^S \beta dS = \int_0^S e^{\frac{3H_0}{S+H_0}} dS = \beta_{ср} S. \qquad (1.75)$$

Так как интеграл в уравнении (1.75) выражается через специальные функции,* то найдем его приближенное значение. Если разбить участок S на равные отрезки величиной H_0 и вычислить значение $e^{\frac{3H_0}{S+H_0}}$ для различных S, равных, соответственно, H_0, $2H_0$, $3H_0$ . . . nH_0, а затем просуммировать площадки dF_i и разделить сумму $\sum_1^n dF_i$ на $S=nH_0$, то получим, пользуясь формулой трапеций,

$$\beta_{ср} \cong \frac{1}{2n}\left(e^3 + e^{\frac{3}{n+1}} + 2\sum^{n} e^{\frac{3}{i}}\right), \qquad (1.76)$$

где i — порядковый номер суммируемых ординат (за первую ординату принимается ордината, соответствующая $S=0$).

В качестве примера вычислим $\beta_{ср}$ для потока, у которого $S=4H_0$. В данном случае $n=4$ и

$$\beta_{ср} = \frac{1}{2\cdot 4}\left[e^3 + 2\left(e^{1,5} + e + e^{0,75}\right)\right] = 4{,}83.$$

Принимая $\beta_0 = \beta^0_{ср}$, получим на первой стадии работы дрены, когда $H = H_0 = \text{const}$,

$$h_в = \frac{\beta^0_{ср} H_0^2}{S + \beta^0_{ср} H_0}. \qquad (1.77)$$

Дифференцируя $h_в$ по S и подставляя результаты в (1.65), получим

$$dF = \frac{0{,}215 S H_0 (S + 2B_0)}{(S + B_0)^2}\, dS, \qquad (1.78)$$

где $B_0 = \beta^0_{ср} H_0$.

Подставляя dF в уравнение водного баланса, имеем

$$\frac{0{,}215\delta S H_0 (S + 2B_0) dS}{(S + B_0)^2} = \frac{k H_0^2}{S} dt. \qquad (1.79)$$

---

* Интеграл (1.75) выражается через интегральную показательную функцию $\mathrm{Ei}(x)$. Вычисления дают

$$\beta_{ср} = (1+\varepsilon) e^{\frac{3\varepsilon}{1+\varepsilon}} - \varepsilon e^3 + 3\varepsilon\left[\mathrm{Ei}(3) - \mathrm{Ei}\left(\frac{3\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)\right],$$

где $\varepsilon = \frac{H_0}{S_1}$.

Так, при $\varepsilon = 0{,}1$, $\beta_{ср} = 2{,}46$; $\varepsilon = 0{,}25$, $\beta_{ср} = 4{,}13$. Ввиду эмпирического характера формулы (1,74) дальнейшие выкладки автора допустимы (*прим. ред.*).

В результате интегрирования уравнения (1.79) получим

$$T_1' = \frac{0{,}108\delta}{kH_0}\left[S_1^2 - 2B_0^2\left(\ln\frac{S_1+B_0}{B_0} + \frac{B_0}{S_1+B_0} - 1\right)\right]. \qquad (1.80)$$

Нетрудно заметить, что формула (1.80) дает значения T_1, меньшие, чем формула (1.71). Покажем это, рассмотрев следующий пример.

Пример. Определить T_1, если $S_1=10$ м, $k=1$ м/сутки, $H_0=1$ м, $\delta=0{,}1$. По формуле (1.71)

$$T_1' = \frac{0{,}108\delta}{kH_0}S_1^2 = \frac{0{,}108\cdot 0{,}1}{1\cdot 1}10^2 = 1{,}08 \text{ сут.}$$

При $S_1=10H_0$, $\beta^0_{ср}$ определится следующим образом ($n=10$):

$$\beta^0_{ср} = \frac{1}{2\cdot 10}[e^3 + e^{0{,}27} + 2(e^{1{,}5} + e^{0{,}75} + e^{0{,}6} + e^{0{,}43} + e^{0{,}375} + e^{0{,}338} + e^{0{,}3})] = 2{,}71.$$

По формуле (1.80), принимая во внимание, что $B_0=\beta^0_{ср}H_0=2{,}71$,

$$T_1 = \frac{0{,}108\cdot 0{,}1}{1\cdot 1}[10^2 - 2\cdot 2{,}71^2(2{,}3\lg\frac{10+2{,}71}{2{,}71} + \frac{2{,}71}{10+2{,}71} - 1)] = 0{,}96 \text{ сут.}$$

Отношение $\frac{T_1'}{T_1}$ составляет 1,13. Для более коротких потоков оно было бы значительно большим, вследствие большего значения $\beta^0_{ср}$.

Проверка формулы (1.80) в щелевом лотке показала, что T_1, получаемое по формуле (1.80), также вычисляется с некоторым запасом, что дает основание ввести поправку в формулу (1.80) и представить ее в следующем виде:

$$T_1 = \frac{0{,}09\delta}{kH_0}[S_1^2 - 2B_0^2(\ln\frac{S_1+B_0}{B_0} + \frac{B_0}{S_1+B_0} - 1)]. \qquad (1.80а)$$

Ввод поправочного коэффициента вызывается тем, что в начальный период первой стадии, когда отношение $\frac{H_0}{S}$ еще очень велико, формула (1.74), как и другие формулы, дает завышенный темп уменьшения $h_в$, в связи с чем увеличивается расчетное время.

Если вычислять T_1 по формуле (1.80а), то для рассмотренного выше примера получим $T_1=0{,}9$ суток.

Принимая во внимание, что T_1 входит при вычислении расстояний между дренами под радикал, ошибка в вычислении

расстояний между дренами будет еще меньшей. Таким образом, учет нависания при работе дрен в однородных грунтах не имеет особо существенного значения при достаточно длинных потоках ($S \geqslant 10H_0$). Как будет показано ниже, в случае неоднородных грунтов учет высоты нависания, наоборот, играет весьма существенную роль. Поэтому формулы, не учитывающие $h_в$, могут давать завышения расчетного времени в десятки и даже в сотни раз против фактического.

Рассмотрим теперь работу дрены на второй стадии. Если

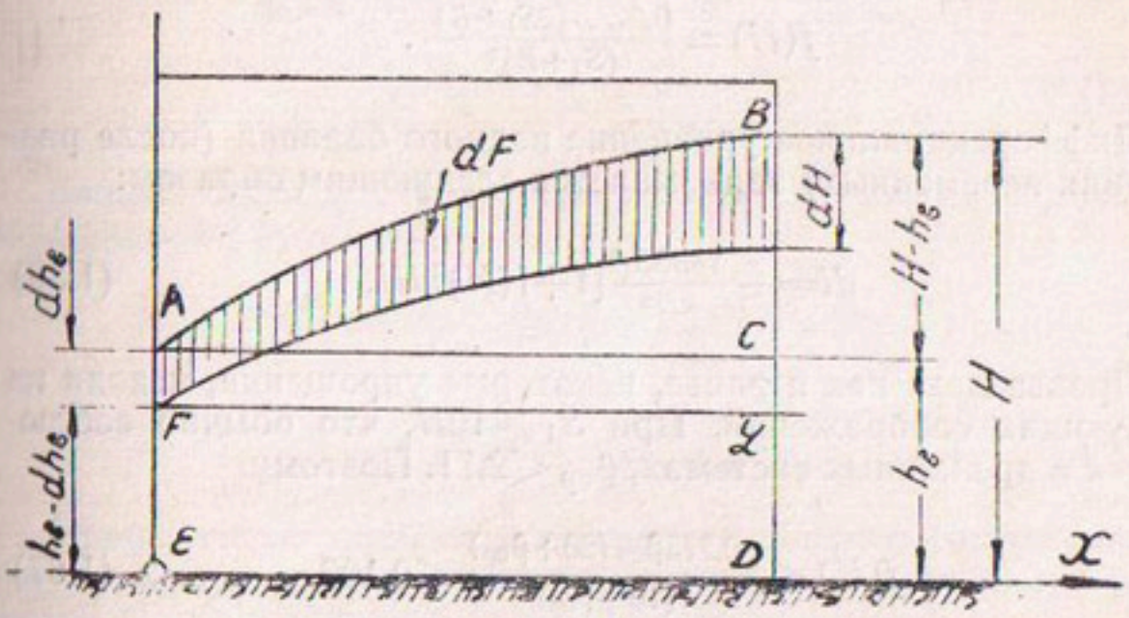


Рис. 54

за период dt освобождается от воды площадка dF (рис. 54), то уравнение водного баланса на второй стадии работы дрены записывается в следующем виде:

$$\delta dF = \frac{kH^2}{S_1} dt. \qquad (1.81)$$

Здесь $S_1 = \text{const}$, а H—переменная величина. Площадь dF можно рассматривать как разность площадей $ABDE$ и $FCDE$.

Принимая, что кривые депрессии — эллипсы, проходящие через точки A и F, получим в результате несложных подсчетов

$$dF = \frac{\pi}{4} S_1 (dH + \gamma dh_в), \qquad (1.82)$$

где

$$\gamma = \frac{4-\pi}{\pi} \cong 0{,}275.$$

Подставляя значение γ и принимая во внимание, что $\frac{\pi}{4} = 0{,}785$, получим

$$dF = 0{,}785 S_1 (dH + 0{,}275 dh_в). \qquad (1.83)$$

Дифференцируя $h_в$ по H, будем иметь

$$dh_в = \frac{B(2S_1+B)}{(S_1+B)^2}, \qquad (1.84)$$

где $B=\beta_{ср} H$.

После подстановки $dh_в$ в (1.83) выражение для dF приобретает следующий вид:

$$dF=0{,}785S_1[1+f(H)]dH, \qquad (1.85)$$

где

$$f(H) = \frac{0{,}275B(2S_1+B)}{(S_1+B)^2}.$$

Дифференциальное уравнение водного баланса (после разделения переменных) записывается следующим образом:

$$dt = -\frac{785\delta S_1^2}{kH^2}[1+\mathrm{f}(H)]dH. \qquad (1.86)$$

Произведем, как и ранее, некоторые упрощения, исходя из следующих соображений. При $S_1 \geqslant 10H$, что обычно соблюдается в дренажных системах, $\beta_{ср} < 2{,}71$. Поэтому

$$f(H) \leqslant \frac{0{,}275\beta_{ср}(20+\beta_{ср})}{(10+\beta_{ср})^2} \leqslant 0{,}105. \qquad (1.87)$$

Таким образом, $1+\mathrm{f}(H) \leqslant 1{,}105$.

Если принять $1+\mathrm{f}(H)=1{,}10$, то уравнение (1.86) примет следующий вид:

$$dt = -\frac{0{,}865\delta S_1^2}{kH^2}dH. \qquad (1.88)$$

Интегрируя уравнение (1.88), получим

$$T_2 = \frac{0{,}865\delta S_1^2(H_0-H_2)}{kH_0H_2}. \qquad (1.89)$$

Разрешая (1.89) относительно $E=2S_1$, будем иметь

$$E = 2{,}14\sqrt{\frac{kH_0H_2T_2}{\delta(H_0-H_2)}}, \qquad (1.90)$$

т. е. приведенную ранее формулу Буссинеска.

Условие $S_1 \geqslant 10H$ обычно выполняется почти во всех случаях, за исключением особо тяжелых глинистых почв. Поэтому, если вводить поправочный коэффициент, равный 1,10 для всех потоков, где $S_1 \geqslant 5H$, то вычисление расстояний между дренами при $S_1 \geqslant 10H$ будет вестись с небольшим коэффициентом запаса.

Если дрена несовершенна, то на первой стадии ее работы дифференциальное уравнение водного баланса принимает следующий вид (для случая $a \geqslant 5H_0$):

$$\frac{0{,}215\delta S H_0 (S+2B_0)}{(S+B_0)^2}\, dS = \frac{kH_0}{S+\eta'}\,(H_0+2a)\,dt. \qquad (1.91)$$

После разделения переменных и интегрирования получим

$$T_1 = \frac{0{,}108\delta}{k(H_0+2a)}\left[S_1^2 - 2B_0^2\left(\ln\frac{S_1+B_0}{B_0} + \frac{B_0}{S_1+B_0} - 1\right) + \right.$$

$$\left. + 2\eta' S_1\left(1 - \frac{B_0}{S_1+B_0}\right)\right]. \qquad (1.92)$$

Вводя, как и в случае совершенной дрены, поправочный коэффициент, будем иметь

$$T_1 = \frac{0{,}09\delta}{k(H_0+2a)}\left[S_1^2 - 2B_0^2\left(\ln\frac{S_1+B_0}{B_0} + \frac{B_0}{S_1+B_0} - 1\right) + \right.$$

$$\left. + 2\eta' S_1\left(1 - \frac{B_0}{S_1+B_0}\right)\right]. \qquad (1.93)$$

Принимая во внимание приведенные выше соображения, при вычислении T_2 можно пользоваться ранее полученной формулой (1.28). Вводя в нее коэффициент 1,10, получим

$$T_2 \cong 0{,}250\,\frac{\delta E(E+2\eta')}{ka}\,\lg\frac{H_0(H_2+2a)}{H_2(H_0+2a)}, \qquad (1.94)$$

или

$$T_2 \cong \frac{\delta S_1(S_1+\eta')}{ka}\,\lg\frac{H_0(H_2+2a)}{H_2(H_0+2a)}. \qquad (1.95)$$

Как показывают опыты в щелевом лотке (см. главу VI), расчетное время, вычисленное по формуле (1.95), совпадает с результатами опытов удовлетворительно.

§ 2. Расчет систематического дренажа в двухслойном грунте

Рассмотрим вначале наиболее простой случай, а именно: случай систематического дренажа при укладке дрен в двухслойный грунт на горизонтальный водоупор (рис. 55). Для пользования методом последовательной смены стационарных состояний необходимо знать значение расхода в любой момент t, форму кривой депрессии и $\delta_{ср}$ — значение среднего коэффициента водоотдачи, соответствующего моменту t $(0 \leqslant t \leqslant T)$.

При эллиптической форме кривой депрессии, как было показано ранее, расход совершенной дрены, уложенной в однородный грунт, численно равен следующим значениям:

а) в стадии увеличения радиуса депрессии от 0 до S

$$q_1=\frac{k(H_0^2-h_0^2)}{S}\ ; \qquad (2.1)$$

б) в стадии истощения водоносного горизонта

$$q_2=\frac{k(H^2-h_0^2)}{S_1}\ , \qquad (2.2)$$

где $S_1=0{,}5E$.

В формуле (2.1) H_0—постоянная величина, а S и h_0—переменные. В формуле (2.2), наоборот, величина H—переменная,

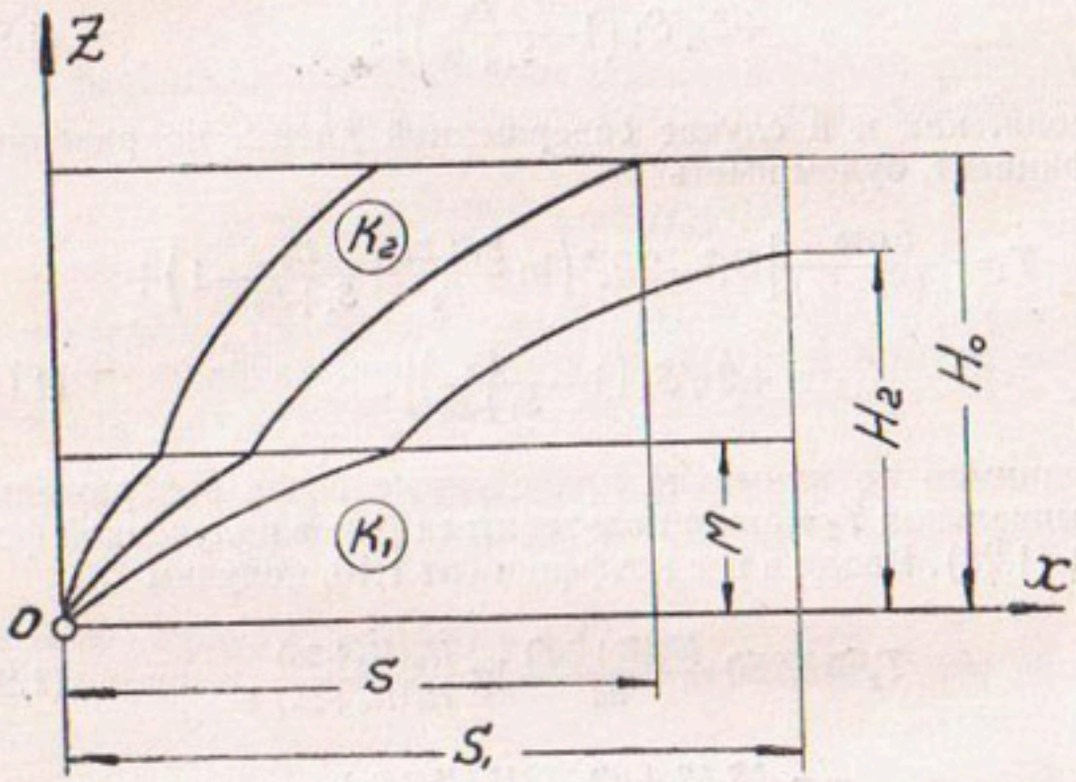


Рис. 55

а S_1—постоянная. Величина h_0 в формуле (2.2) обычно невелика и ее изменение незначительно.

Величина q_1 может рассматриваться как удвоенное значение расхода, даваемое функцией Н. К. Гиринского при постоянном H_0 и переменном S и h_0. Действительно, в случае однородного грунта для «перевернутого» потока в стадии увеличения радиуса депрессии

$$q_1=2q_1'=2\frac{k\left(\int\limits_0^{H_0}(H_0-z)\,dz-\int\limits_0^{h_0}(h_0-z)\,dz\right)}{S}=\frac{k(H_0^2-h_0^2)}{S}\ . \qquad (2.3)$$

Для двухслойного грунта, если $h_0<M$ и дрена изолирована,

$$q_1=\frac{\mu_0 k_1}{S}[n(H_0-M)^2+2M(H_0-M)+M^2-h_0^2]. \qquad (2.4)$$

$$\mu_0=\text{const}.$$

Для неоднородного по вертикали грунта

$$q_1 = \frac{2\mu_0(\Phi'_{H_0} - \Phi'_{h_0})}{S}. \qquad (2.5)$$

В стадии истощения водоносного слоя

$$q_2 = \frac{2\mu(\Phi'_{H_0} - \Phi'_{h_0})}{S_1}. \qquad (2.6)$$

Здесь $S_1 = 0{,}5E$ — постоянная величина, H — напор в середине междудренья, изменяющийся по мере истощения водоносного пласта.

Для однородного грунта ($\mu = 1$)

$$q_2 = \frac{k(H^2 - h_0^2)}{S_1}. \qquad (2.7)$$

Для двухслойного грунта, если $h_0 < M$ и дрена изолирована,

$$q_2 = \frac{\mu k_1}{S_1}[n(H-M)^2 + 2M(H-M) + M^2 - h_0^2], \qquad (2.8)$$

где μ — «запирающий коэффициент» — вообще величина переменная, т. к. $\mu = f(H)$.

Если $h_0 > M$, то формулы (2.4) и (2.8) принимают, соответственно, следующий вид:

$$q_1 = \frac{\mu_0 k_1}{S}[n(h_{02}^2 - h_{01}^2) + 2M(h_{02} - h_{01})]; \qquad (2.9)$$

$$q_2 = \frac{\mu k_1}{S_1}[n(h_2^2 - h_1^2) + 2M(h_2 - h_1)]. \qquad (2.10)$$

где $h_{02} = H_0 - M$; $h_2 = H - M$; $h_{01} = h_1 = h_0 - M$; h_{0_1} и h_1 — напоры, отсчитываемые от кровли нижнего пласта в точке $x = 0$ на I и II стадии, соответственно; h_{02} — напор в конце участка S; h_2 — напор в конце участка S_1, отсчитываемый также от кровли нижнего слоя.

Кривая депрессии в тонкослоистом грунте при работе дрены за счет водоотдачи будет представлять собой ломаную, составленную из отдельных кривых, близких к эллипсам. При производстве приближенных расчетов эту ломаную без особо большого ущерба для точности расчетов можно заменить одним эллипсом, огибающим данное семейство кривых, и вычислять площадь фигуры, отдающей воду, как площадь, заключенную между дугами эллипсов с соответствующими полуосями: 1) S, H_0 (при $h_0 = 0$) и 2) $S + \Delta S$, H_0.

На второй стадии (стадии истощения водоносного слоя) эта площадь будет заключаться между дугами эллипсов с верти-

кальными полуосями H и $H-\Delta H$ и горизонтальной полуосью, равной S_1.

Много сложнее обстоит дело с определением $\delta_{ср}$ — средней водоотдачи.

Известно, что водоотдача зависит от ряда условий — характера грунта, скорости опускания поверхности грунтовых вод и т. п. Ряд авторов, кроме того, ставит коэффициент водоотдачи в зависимость от расстояния свободной поверхности грунтового потока от поверхности почвы (А. И. Ивицкий, Г. Д. Эркин, С. Ф. Аверьянов).

Ввиду сложности учета всех этих многочисленных факторов примем в первом приближении, что значение δ зависит только от вида грунта и не зависит от размещения слоев относительно поверхности почвы и дрены. В такой постановке, как будет показано ниже, осредненное значение коэффициента водоотдачи будет зависеть от S и $h_в$ на первой стадии движения, а на второй—в основном от $h_в$ и H.

Попытаемся найти эти зависимости.

Предположим, что водоносный пласт состоит из n слоев различной толщины a_i, имеющих, соответственно, водоотдачу δ_i (рис. 56).

При увеличении радиуса депрессии на ΔS и уменьшении $h_в$ на величину $\Delta h_в$ от воды освобождается криволинейная трапеция $AMNB$, площадь которой приближенно будет равна:

$$\Delta F = 0{,}215[(H_0 - h_в)\Delta S + S\Delta h_в + \Delta S \cdot \Delta h_в]. \qquad (2.11)$$

Переходя к пределу и пренебрегая бесконечно малыми второго порядка, получим

$$dF = 0{,}215[(H_0 - h_в)dS + Sdh_в]. \qquad (2.12)$$

Объем воды, отдаваемый грунтом, будет равен

$$dw = \delta_{ср} dF\ , \qquad (2.13)$$

где $\delta_{ср}$ — средняя текущая водоотдача за период dt для всего освобождаемого от воды объема грунта dF (на единицу длины дрены).

Как видно из выражения (2.12), величина dF зависит от $h_в$, S и их дифференциалов. Поэтому для интегрирования уравнения водного баланса величину $h_в$ и ее дифференциал необходимо выразить как функции от H_0 и S.

Формул для определения $h_в$ в случае неоднородных грунтов пока не имеется, и поэтому попытаемся дать способы приближенного определения $h_в = f(H_0, S)$ для данного случая.

Если дрена не изолирована, т. е. уложена в хорошо проницаемую засыпку, и имеется возможность беспрепятственного

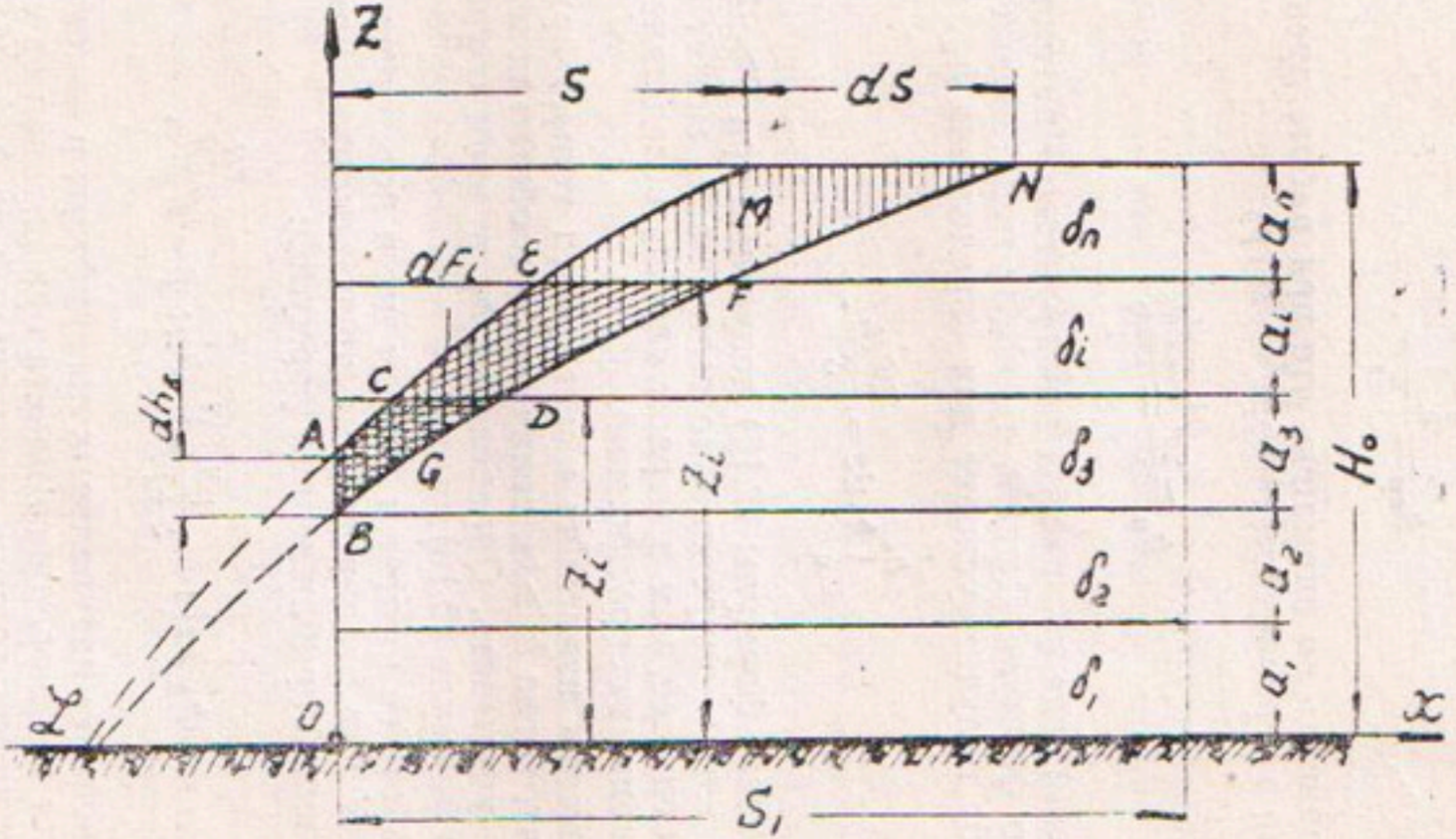

Z
S
dS
N
M
dFi
E
F
C
D
A
G
B
dhi
Zi
Zi
O
L
X
δn
δi
δ3
δ2
δ1
an
ai
a3
a2
a1
H0
S1

Рис. 56

сброса воды из верхнего более проницаемого слоя, то величину $h_в$ можно (правда очень приближенно) определять, исходя из осредненного для выходного сечения потока коэффициента фильтрации. Величина $k_{ср}$ в данном случае определяется из условия

$$k_{ср}=\frac{\int_0^{h_в} k_z dz}{h_в}. \tag{2.14}$$

Если принять во внимание, что при работе дрены за счет водоотдачи в осредненном однородном грунте

$$h_в \cong \frac{2q'}{k_{ср}}=\frac{2\Phi'_{H_0}}{k_{ср}S} \tag{2.15}$$

(при $\Phi'_{h_0}=0$), где q'—расход при грунтовом питании, вычисляемый по формуле Дюпюи, то после подстановки значения $k_{ср}$ в (2.15) получим условие для определения $h_в$, а именно:

$$\int_0^{h_в} k_z dz=\frac{2\Phi'_{H_0}}{S}. \tag{2.16}$$

Применение формулы (2.16) допустимо при $S>2H$.

Если дрена изолирована, то величина $h_в$ может быть значительно большей, чем в первом случае, вследствие больших фильтрационных сопротивлений.

Учет высоты нависания имеет смысл только при $n\geqslant 1$. В тех случаях, когда $k_1>k_2$, величина $h_в$ в общем невелика и ее можно не учитывать. Определение $h_в$ в этом случае может вестись по формуле (2.16).

При работе со щелевым лотком нами подмечена связь между $h_в$ и H для изолированных дрен, которую можно выразить следующей приближенной формулой:

$$\Phi'_{h_в}=\left(1-\frac{\mu S}{S+\beta H}\right)^2 \Phi'_H;\ \beta=e^{\frac{3H}{S+H}}, \tag{2.17}$$

где e — основание натуральных логарифмов; μ — коэффициент расхода для неоднородного пласта при питании за счет водоотдачи или инфильтрации, вычисляемый по формулам, приведенным в § 4 главы IV; Φ'_{H_0}— значение функции Н. К. Гиринского в сечении $x=S$; $\Phi'_{h_в}$ — значение функции Н. К. Гиринского в сечении $x=0$; S — расстояние от дрены до рассматриваемого сечения.

Рассмотрим значения, даваемые формулой (2.17) в предельных случаях.

Если нижний слой непроницаем, т. е. $\mu=0$, или если $\mu\neq0$, но $S=0$ (при $t=0$, т. е. когда движение еще не началось), то $\Phi_{h_в}=\Phi_H$, откуда $h_в=H$. Получаемый результат соответствует случаю отсутствия движения и логически правилен. Если грунт однороден ($\mu=1$), то получаем следующее условие для определения $h_в$:

$$\frac{kh^2_в}{2}=\left(1-\frac{S}{S+\beta H}\right)^2\frac{kH^2}{2}, \tag{2.18}$$

откуда

$$h_в=\frac{\beta H^2}{S+\beta H}. \tag{2.19}$$

При $S=0$ по формуле (2.19) $h_в=H$, что соответствует действительному положению в начальный момент движения ($t=0$).

Если пользоваться приближенным выражением для $h_в$, принимая

$$h_в=\frac{H^2}{S}, \tag{2.20}$$

то при $S=0$ получаем $h_в=\infty$, что противоречит здравому смыслу. При $S<H$ будем получать $h_в>H$, что также физически абсурдно. Поэтому, если и можно говорить о применимости формулы (2.20), то только при $S>2H$.

Формула (2.19) при $S=H$ дает $h_в=0{,}73H$, что гораздо ближе к истине, чем $h_в=H$, получаемое по формуле (2.20). Все это дает основание считать ее более правильной, чем формулу (2.20). При увеличении S и неизменном H величина $h_в$ уменьшается, достигая нуля при $S=\infty$. Неточностью формулы (2.20) в зоне $0\leqslant S\leqslant 2H$ по-видимому объясняется и более резкая разница между расчетным и фактическим T_1, получаемая в опытах при пользовании формулами, основанным на $h_в$, вычисляемым по формуле (2.20).

Для суждения о масштабах отклонений расчетных значений $h_в$, вычисляемых по формуле (2.17), от фактических приведем данные расчетов и замеренные в щелевом лотке фактические значения $h_в$ для случая двухслойного грунта и дрены, уложенной на водоупор. Опыты велись при $M=15$ см, $n=\frac{k_2}{k_1}=$ $=1000$, $k_1=0{,}0121$ см/сек, $k_2=12{,}1$ см/сек.

В случае двухслойного грунта выражения для Φ'_H и $\Phi'_{h_в}$ принимают следующий вид:

$$\Phi'_H=\frac{k_1[nh_2^2+M(H+h_2)]}{2};\quad \Phi'_{h_в}=\frac{k[_1nh_1^2+M(h_в+h_1)]}{2},$$

где

$$h_2=H-M;\ h_1=h_в-M.$$

Пользуясь формулой (2.17), получим, принимая во внимание, что $S_1 = 100$ см,

$$nh_1^2 + M(h_в + h_1) = [nh_2^2 + M(H + h_2)]\left(1 - \frac{100\mu}{100 + \beta H}\right)^2. \quad (2.21)$$

Принимая во внимание, что при $n = 1000$, величины $M(h_в + h_1)$ и $M(H + h_2)$ относительно малы в сравнении с членами nh_2^2 и nh_1^2, ими можно пренебречь. В этом случае условие (2.21) перепишется в следующем виде:

$$h_1 = h_2\left(1 - \frac{100\mu}{100 + \beta H}\right). \quad (2.22)$$

Величину $h_в$ находим по формуле

$$h_в = M + h_1. \quad (2.23)$$

Результаты расчетов и измеренные в лотке значения $h_в$ приведены в табл. 10.

Таблица 10

$H_{см}$	Высота нависания, в см		$\frac{h_в^р}{h_в^ф}$	Примечание
	расчетная	фактическая		
33	32,6	32,8	0,99	$S_1 = 100$ см
32	31,5	31,5	1,00	$h_в^р$ — расчетная высота повисания
31	30,5	30,7	0,99	$h_в^ф$ — фактическая высота нависания.
29	28,8	28,5	0,99	
27	26,6	26,7	0,99	
25	24,6	24,6	1,00	
23	22,6	22,5	1,01	
21	20,6	20,5	1,01	
19	18,5	18,4	1,01	

Приведенные в таблице 10 расчетные и фактические значения $h_в$ незначительно отличаются друг от друга, что дает основание считать формулу (2.17) достаточно точной для практических расчетов.

В качестве иллюстрации рассмотрим случай, когда $H = 33$ см, $S = 100$ см $\cong 3H$.

Вычислим основные компоненты формулы (2.17):

$$\beta = e^{\frac{3H}{S+H}} = e^{0,75} = 2,12;\ h_2 = H - M = 33 - 15 = 18;$$

$$\sigma = \frac{M(H^2+h_2^2)}{H(M^2+h_2^2)}\sqrt{\frac{h_2}{H}} + 0,65\frac{h_2^3}{MH^2} =$$

$$= \frac{15(33^2+18^2)}{33(15^2+18^2)}\sqrt{\frac{18}{33}} + 0,65\frac{18^3}{15\cdot 33^2} = 1,1;$$

$$\Theta \cong \frac{Mh_2(Mn+h_2)\sigma}{(H+2M)^2(H+1,2M)} = \frac{15\cdot 18(15\cdot 1000+18)\cdot 1,1}{(33+2\cdot 15)^2(33+1,2\cdot 15)} = 22;$$

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{1+\Theta^2}} = \sqrt{\frac{1}{1+22^2}} = 0,0455;$$

$$h_1 = \left(1 - \frac{\mu S}{S+\beta H}\right)h_2 = \left(1 - \frac{0,0455\cdot 100}{100+2,12\cdot 33}\right)18 = 17,6\ см;$$

$$h_в = M + h_1 = 15 + 17,6 = 32,6\ см.$$

На первой стадии работы дрены, когда $H = H_0 = \text{const}$, $h_в$ в случае двухслойного грунта и относительно больших n определяется по следующей формуле:

$$h_в = M + (H_0 - M)\frac{[\beta_0 H_0 + (1-\mu_0)S]}{S+\beta_0 H_0}, \qquad (2.23а)$$

где

$$\beta_0 = e^{\frac{3H_0}{S+H_0}}.$$

В формуле (2.23а) $\mu_0 = \text{const}$, т. к. мы принимаем, что μ_0 не зависит от S. Вводя, как и в случае однородных грунтов, вместо переменного β_0 его среднее значение и дифференцируя $h_в$ по S, получим

$$dh_в = -\frac{\mu_0 B_0(H_0 - M)}{(B_0+S)^2}dS, \qquad (2.23б)$$

где $B_0 = \beta^0_{ср} H_0$; $\beta^0_{ср}$ — среднее значение β_0 на первой стадии работы дрены. После подстановки значений $h_в$ и $dh_в$ в (2.12) получим

$$dF = 0,215\mu_0(H_0 - M)\left[1 - \frac{B_0^2}{(S+B_0)^2}\right]dS. \qquad (2.24)$$

После подстановки значения dF в уравнение водного баланса и разделения переменных будем иметь

$$dt = \frac{0,215\delta_{ср}(H_0 - M)S}{k_1 D_0^2}\left[1 - \frac{B_0^2}{(S+B_0)^2}\right]dS, \qquad (2.24а)$$

где $$D_0^2 = n(H_0 - M)^2 + 2M(H_0 - M) + M^2.$$

Интегрируя уравнение (2.24а), получим

$$T_1=\frac{0{,}108\delta_{ср}(H_0-M)}{k_1D_0^2}\left[S_1^2-2B_0^2\left(\ln\frac{B_0+S_1}{B_0}+\frac{B_0}{S_1+B_0}-1\right)\right]. \quad (2.25)$$

В случае однородного грунта, когда можно принять $M=0$, $\delta_{ср}=\delta$ и $n=1$, формула (2.25) приводится к формуле (1.80) предыдущего раздела.

При выводе формулы (2.25), принимая $\beta_0=\beta^0_{ср}$, мы получали, что $h_в=f(S)$, т. е. высота нависания является переменной величиной на протяжении всего периода T_1.

В случае укладки дрен в нижний слабопроницаемый слой (рассматривается изолированная дрена), принимая во внимание, что при больших n разность $H_0-h_в$ весьма невелика, можно считать, что $h_в$ достигает своего значения мгновенно и воронка депрессии образуется от начальной точки с координатами $(0, h_в)$.

Высота нависания в конце периода T_1 может быть определена по формуле

$$h_в=M+(H_0-M)\varphi_0, \quad (2.25а)$$

где

$$\varphi_0=1-\frac{\mu_0S_1}{S_1+\beta^0_{ср}H_0}.$$

В вертикально-неоднородных грунтах, где проницаемость убывает от поверхности почвы к горизонту укладки дрен, можно также без особого ущерба для точности расчетов принимать $h_в$ постоянной на протяжении всей первой стадии работы дрены и пользоваться для определения $h_в$ формулой (2.17). Если нарастание проницаемости идет по направлению к дрене, то можно $h_в$ принимать равным нулю и считать, что уровни над дреной мгновенно падают до уровней в дрене. Принимая мгновенное понижение грунтовых вод над дреной не до горизонта воды в дрене, а до высоты нависания, мы будем вносить значительно меньшую ошибку в расчеты. Действительно, в двухслойных грунтах с резко выраженной разницей в проницаемости слоев ($k_2\gg k_1$) при укладке дрены в слабопроницаемый грунт высота нависания (в случае изолированной дрены) будет большой, а понижение — малым. Поэтому объем грунта, в действительности отдающего воду, будет значительно меньше расчетного объема, который получается в предположении, что уровни воды над дреной мгновенно понижаются до горизонта воды в ней. В тех случаях, когда нижний слой более проницаем, величина $h_в$ будет уменьшаться довольно быстро и можно в первом приближении принимать, что понижение уровней над дреной происходит мгновенно до уровней воды в ней. Необходимо заметить, что в случае резкой разницы в проницаемости слоев ($k_2\ll k_1$) может

происходить разрыв непрерывности потока, когда вода из верхнего слоя будет поступать в нижний в виде капель, падающих на свободную поверхность потока в нижнем слое.

Принимая для $h_в$ выражение (2.25а), получим следующее уравнение для определения объема воды, поступающей из бесконечно малого объема грунта:

$$dw = \delta_{ср} dF = 0{,}215\delta_{ср}(H_0 - M)(1-\varphi_0)dS = 0{,}215\delta_{ср}A_0 dS, \quad (2.26)$$

где $\delta_{ср}$ — средняя водоотдача;

$$A_0 = (H_0 - M)(1-\varphi_0) = \text{const}. \quad (2.26а)$$

С другой стороны, dw есть объем воды, отдаваемый грунтом (на единицу длины дрены) за период dt, в течение которого радиус депрессии увеличивается на dS. Его можно рассматривать как сумму объемов воды, отдаваемой элементарными площадками dF_i, заключенными между дугами эллипсов с осями S, $H_0 - h_в$ и $S + dS$, $[H_0 - (h_в + dh_в)]$ и горизонтальными линиями раздела слоев.

Рассмотрим площадку dF_i, ограниченную дугами эллипсов, кровлей и подошвой данного слоя (рис. 56).

В границах рассматриваемой площадки водоотдача является постоянной, равной δ_i — водоотдаче слоя, в котором расположена эта площадка.

Для простоты рассуждений предположим, что дуги двух эллипсов ограничивающих площадку dF, сходятся в некоторой точке L, расположенной на водоупоре (неточность, вызываемая данным предположением, незначительна). Тогда, учитывая подобие фигур $CEFD$ и $CMND$, получим

$$\frac{CD}{dS} = \frac{z_i}{H_0}; \quad \frac{EF}{dS} = \frac{z_{i+1}}{H_0}, \quad (2.27)$$

где z_i и z_{i+1} — расстояния от водоупора до подошвы i и $i+1$ слоев.

Из (2.27) имеем

$$CD = \frac{z_i dS}{H_0}; \quad EF = \frac{z_{i+1} dS}{H_0}. \quad (2.28)$$

Рассматривая dF_i как площадь криволинейной трапеции, будем иметь

$$dF_i \cong 0{,}215(CD + EF)a_i = \frac{0{,}215(z_i + z_{i+1})a_i dS}{H_0}. \quad (2.29)$$

Объем воды, отдаваемый площадкой dF_i,

$$dw_i = \frac{0{,}215\delta_i(z_i + z_{i+1})a_i dS}{H_0}, \quad (2.30)$$

где δ_i — водоотдача i слоя.

Если бы грунт был составлен из бесконечно большого числа бесконечно тонких слоев (толщиной dz) с водоотдачей δ_z, то, принимая $z_{i+1}=z_{i+dz}=z+dz$; $a_i=dz$ и пренебрегая бесконечно малыми второго порядка, выражение (2.30) можно было бы переписать в следующем виде:

$$dw_i=\frac{0{,}430\delta_z z dz\cdot dS}{H_0}. \qquad (2.31)$$

Пренебрегая величиной площадки ABG (рис. 56), общую площадь фигуры, отдающей воду при увеличении радиуса депрессии на dS, можно определить следующим образом:

$$dF\cong 0{,}215(AG+MN)(H_0-h_в). \qquad (2.32)$$

Из условия

$$\frac{AG}{MN}=\frac{h_в}{H_0}$$

имеем

$$AG=\frac{h_в}{H_0}MN=\frac{h_в}{H_0}dS. \qquad (2.32а)$$

После подстановки значения AG в (2.32) получим

$$dF=\frac{0{,}215(H_0^2-h^2_в)}{H_0}dS. \qquad (2.33)$$

Суммируя объемы воды, отдаваемые элементарными площадками dF_i, имеем

$$dw=\frac{0{,}430dS}{H_0}\int_{h_в}^{H_0}\delta_z z dz. \qquad (2.34)$$

Среднюю текущую суммарную водоотдачу найдем из условия

$$\delta_{ср}=\frac{dw}{dF}=\frac{2}{H_0^2-h^2_в}\int_{h_в}^{H_0}\delta_z z dz. \qquad (2.35)$$

В частности, в случае однородного грунта

$$\delta_{ср}=\frac{2\delta}{H_0^2-h^2_в}\int_{h_в}^{H_0}z dz=\delta. \qquad (2.35а)$$

Если принять во внимание, что $h_в=f(S)$, то $\delta_{ср}$ также зависит от S и в принципе ее надо считать переменной величиной на протяжении всей первой стадии работы дрены.

Если же пренебречь изменением $h_в$ (не самой величиной $h_в$, а ее *изменением* на протяжении первой стадии работы

дрены), то водоотдача получается постоянной,—независимой от S.

Допуская такое упрощение, мы значительно облегчаем решение поставленных вопросов, не вводя существенной погрешности в окончательные результаты.

В частности, для изолированной дрены, уложенной на водоупор, получаем следующее уравнение водного баланса (принимая глубину воды в дрене $h_0=0$)

$$0{,}215\delta_{ср}A_0dS=\frac{\mu_0k_1}{S}D_0^2dt, \tag{2.36}$$

где

$$D_0^2=n(H_0-M)^2+2M(H_0-M)+M^2.$$

Интегрируя уравнение (2.36), получим для определения T_1 следующее выражение:

$$T_1=\frac{0{,}108\delta_{ср}A_0S_1^2}{\mu_0k_1D_0^2}=\frac{0{,}027\delta_{ср}A_0E^2}{\mu_0k_1D_0^2}. \tag{2.37}$$

В частности, в случае двухслойного грунта, если на протяжении периода T_1 кривая депрессии не выходит из верхнего слоя ($h_в>M$), то $\delta_{ср}=\delta_2$—водоотдаче верхнего слоя. Если $h_в<M$, то $\delta_{ср}$ вычисляется следующим образом:

$$\delta_{ср}=\frac{2}{H_0^2-h_в^2}\int_{h_в}^{H_0}\delta_z z dz=\frac{2}{H_0^2-h_в^2}\left(\delta_1\int_0^M z dz+\delta_2\int_M^{h_в} z dz\right)=$$

$$=\frac{\delta_1(M^2-h_в^2)+\delta_2(H_0^2-M^2)}{H_0^2-h_0^2}. \tag{2.38}$$

Принятие мгновенного понижения уровней над дреной с H_0 до $h_в$ вносит некоторую ошибку в расчетные формулы, ибо всегда требуется какое-то время на понижение уровней с H_0 до $h_в$. Однако ошибка, которая получается при пренебрежении самой величиной $h_в$, в случае резкого различия в проницаемости грунтов может быть во много раз большей, чем ошибка, допускаемая при предположении, что $h_в$ достигает своего значения мгновенно. Покажем это на примере. Для этого выведем формулу для определения T_1 без учета высоты нависания. Предположим, что уровень воды в дрене мгновенно падает до нуля и вместе с этим падает до нуля высота нависания. Тогда, принимая, как и ранее, что кривая депрессии—эллипс, проходящий, однако, теперь через точки (0,0) и (S, H_0), получим следующее уравнение водного баланса:

$$0{,}215\delta_{ср}H_0dS=\frac{\mu_0k_1D_0^2}{S}dt. \tag{2.39}$$

В результате интегрирования будем иметь

$$T_1' = \frac{0{,}108\delta_{ср} H_0 S_1^2}{\mu_0 k_1 D_0^2}. \qquad (2.40)$$

Формула (2.40) отличается от формулы (2.37) тем, что в ней вместо A_0 стоит H_0. Таким образом, T_1', вычисляемое по формуле (2.40), во столько раз больше T_1, вычисляемого по формуле (2.37), во сколько раз H_0 больше A_0. Рассмотрим случай $M=15$ см, $H_0=33$ см, $n=1000$, для которого мы уже производили расчеты при составлении таблицы 10. По формуле (2.26а), принимая во внимание, что $S_1=3H_0$, получим при $\beta^0_{ср}=6{,}05$

$$A_0=(H_0-M)(1-\varphi_0)=(33-15)(1-0{,}985)=0{,}27,$$

где

$$\varphi_0=\beta^0_{ср}\frac{H_0+(1-\mu_0)S_1}{S_1+\beta^0_{ср}H_0}=\frac{6{,}05\cdot H_0+0{,}9545\cdot 3H_0}{3H_0+6{,}05H_0}=\frac{8{,}91}{9{,}05}=0{,}985.$$

Если взять отношение H_0 к A_0, то получим

$$\frac{H_0}{A_0}=\frac{33}{0{,}27}=122.$$

Как видно из приведенного расчета, пренебрежение высотой нависания в случае резкой разницы в проницаемости слоев приводит к завышению расчетного времени в десятки раз. Последнее связано с тем, что в этом случае мы в десятки раз завышаем расчетные объемы воды, которые необходимо отвести из верхнего слоя на протяжении периода T_1. Действительно, если принять фактическое понижение уровней глицерина в лотке, при производстве опытов равное приблизительно 0,2 см, то объем отведенной жидкости составит при длине $S=100$ см и ширине щели 1 см

$$w_1=0{,}215\cdot 100\cdot 0{,}2\cdot 1=4{,}3\ см^3.$$

Если принять, что $h_в=0$, то

$$w_2=0{,}215\cdot 100\cdot 33\cdot 1=710\ см^3.$$

Уменьшив w_2 за счет того, что кривая депрессии в этом случае будет частично располагаться в нижнем слое, мы получим, что w_2 больше, чем w_1, более чем в 120 раз. Неудивительно, что благодаря этому получаются громадные завышения расчетного времени.

Приведенные выше расчеты показывают большое значение проницаемости дренажной засыпки в период сброса талых и ливневых вод, когда имеет место полное затопление верх-

него слоя и скопление больших масс гравитационной воды в нем. Можно утверждать, что изолированные дрены в этом случае будут работать значительно хуже, чем дрены с хорошо проницаемой дренажной засыпкой или открытые каналы. Поэтому *в период сброса максимумов* засыпка имеет огромное значение.

Рассмотрим теперь изменение $\delta_{ср}$ на второй стадии (когда происходит понижение уровней грунтовых вод в середине междудренья).

Здесь получение столь простой, хотя и приближенной зависимости для $\delta_{ср}$ как функции от H в общем случае более затруднительно. Поэтому рассмотрим частные случаи, наиболее важные с практической точки зрения.

А. Случай двухслойного грунта

Если дрена располагается в нижнем слое и $h_в > M$, то $\delta_{ср} = \delta_2$, т. к. кривая депрессии полностью располагается в верхнем слое. Если кривая депрессии полностью переместится в нижний слой, то $\delta_{ср} = \delta_1$, т. к. поступление воды будет осуществляться за счет осушения одного нижнего слоя. Возможно также промежуточное положение, когда кривая депрессии пересекает кровлю нижнего пласта и поступление воды в дрену происходит за счет водоотдачи из верхнего и нижнего слоев. Принимая во внимание, что в этом случае высота нависания будет небольшой (во всяком случае меньшей, чем M) и поступление воды за счет освобождения нижнего слоя со сравнительно малой водоотдачей будет значительно меньше поступления ее из верхнего слоя, можно без особо большого ущерба для точности расчетов принять при определении $\delta_{ср}$, что $h_в = 0$.

В соответствии с рис. 57, уравнение эллипса приобретает следующий вид:

$$z = \frac{H}{S_1}\sqrt{S_1^2 - (S_1 - x)^2}. \qquad (2.41)$$

Примем, как и ранее, что средняя водоотдача $\delta_{ср}^{н}$ равна

$$\delta_{ср}^{н} = \frac{\delta_1 dF_1 + \delta_2 dF_2}{dF} = \delta_1 \varphi_н + \delta_2 (1 - \varphi_н), \qquad (2.42)$$

где dF_1—площадь OND; dF_2—площадь $NBCD$; dF—площадь OCB; имеем

$$dF = \frac{\pi S_1 dH}{4}. \qquad (2.43)$$

Площадь фигуры $ONEF$ можно определить по формуле

$$F' = F_{ONEF} = \int_0^M (S_1 - x)\,dz = \frac{S_1}{H}\int_0^M \sqrt{H^2 - z^2}\;\;dz. \qquad (2.44)$$

В результате интегрирования получим

$$F' = \frac{S_1}{2H}\left[M\sqrt{H^2 - M^2} + H^2 \arcsin\frac{M}{H}\right]. \qquad (2.45)$$

Если H получает приращение dH, то площадь F' получает приращение dF'. Дифференцируя F' по H, получим

$$dF' = \frac{S_1}{2}\left[\arcsin\frac{M}{H} - \frac{M}{H}\sqrt{1 - \frac{M^2}{H^2}}\right]dH. \qquad (2.46)$$

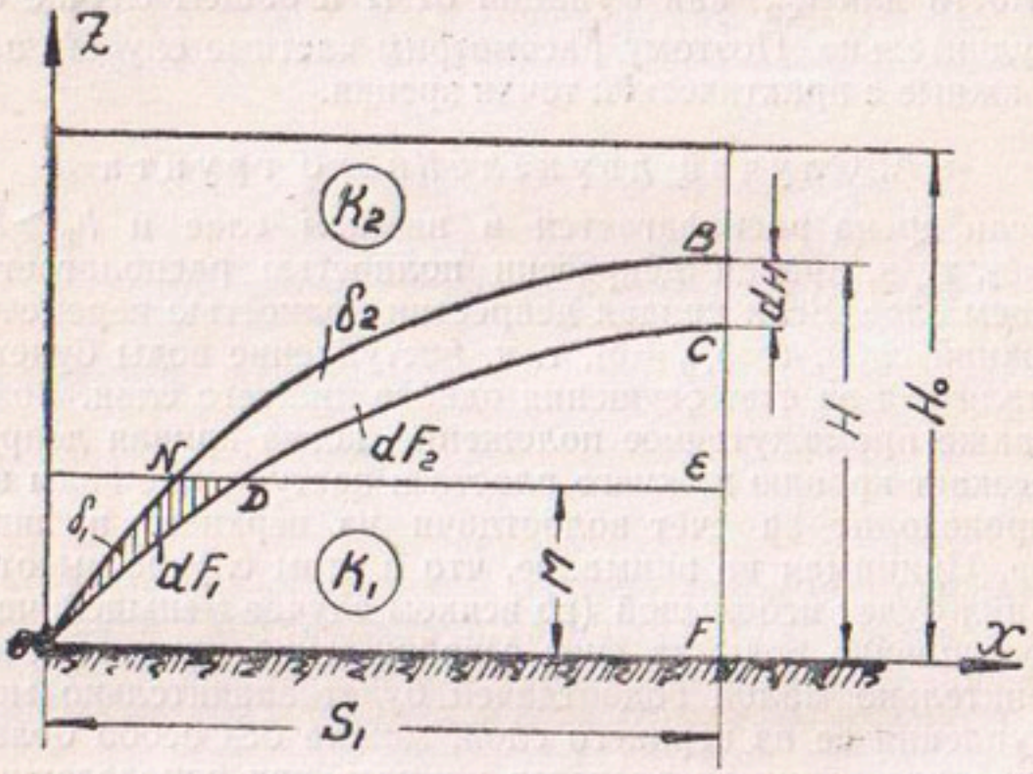


Рис. 57

Так как $dF' = dF_1$, то

$$dF_1 = \frac{S_1}{2}\left[\arcsin\frac{M}{H} - \frac{M}{H}\sqrt{1 - \frac{M^2}{H^2}}\right]dH. \qquad (2.47)$$

Величину $\varphi_н$ можно рассматривать как отношение

$$\varphi_н = \frac{dF_1}{dF}. \qquad (2.48)$$

Подставляя значения dF_1 и dF, будем иметь

$$\varphi_н = \frac{2R}{\pi}, \qquad (2.49)$$

где

$$R = \arcsin\frac{M}{H} - \frac{M}{H}\sqrt{1 - \frac{M^2}{H^2}}.$$

Очевидно, что при $\frac{M}{H}=0$, т. е. в случае однородного грунта, $\varphi_н=0$ и $\delta^{п}_{ср}=\delta_2$. При $\frac{M}{H}=1$, т. е. в случае опускания кривой депрессии в нижний слой, $\varphi_н=1$ и $\delta^{п}_{ср}=\delta_1$.

Итак, значение водоотдачи, соответствующее данному положению кривой депрессии (мгновенное значение водоотдачи),

$$\delta^{ср}_{н}=\delta_н=\delta_1\varphi_н+\delta_2(1-\varphi_н). \qquad (2.50)$$

Формула (2.50) значительно отличается от формулы Б. А. Глейзера (см. формулу (1.43) главы I), которую невозможно признать правильной.

Для малых значений $\frac{M}{H}$ можно, используя разложение $\sqrt{1-\frac{M^2}{H^2}}$ в ряд, получить приближенное значение $\varphi_н$ в следующем виде:

$$\varphi_н=\frac{2}{3\pi}\left(\frac{M}{H}\right)^3\left[1+\frac{3}{8}\left(\frac{M}{H}\right)^2\right]. \qquad (2.51)$$

С точностью до 5% при $\frac{M}{H}<0{,}36$

$$\varphi_н\cong 0{,}21\left(\frac{M}{H}\right)^3. \qquad (2.51а)$$

Как видно из выражения (2.50), в стадии истощения водоносного пласта $\delta_н$ является переменной величиной, зависящей от расположения кривой депрессии по отношению к водоупору.

Б. Случай многослойного грунта

Приближенное определение мгновенного значения водоотдачи в случае многослойного грунта может быть произведено аналогично аналитическому определению $\delta_н$ в случае двухслойного грунта. Однако аналитические выражения для определения $\delta_н$ в этом случае, как правило, будут довольно громоздкими, и поэтому проще находить $\delta_{ср}$ графически. Для этого нужно построить две кривых депрессии (два эллипса, рис. 58), соответствующие начальному и конечному напорам в середине междуречья и значениям $h_{в1}$ и $h_{в2}$, и планиметрированием определить площади $F_1, F_2, F_3 \ldots F_п$.

Умножая полученные площади на соответствующие значения водоотдачи и затем деля сумму $\delta_i F_i$ на F, получим среднее значение водоотдачи. Такой прием при всей его грубости оправдывается практической нецелесообразностью составления аналитических выражений для определения $\delta_н$ и ввода

переменного значения водоотдачи в дифференциальные уравнения водного баланса (последнее будет приводить к чрезвычайному усложнению расчетных формул). Можно показать что даже в случае двухслойного грунта и совершенной дрены уравнение водного баланса принимает вид, не позволяющий его непосредственное интегрирование. Поэтому в дальнейшем в уравнение водного баланса мы будем вводить среднее значение водоотдачи, принимая его постоянным в течение рассматриваемого расчетного периода.

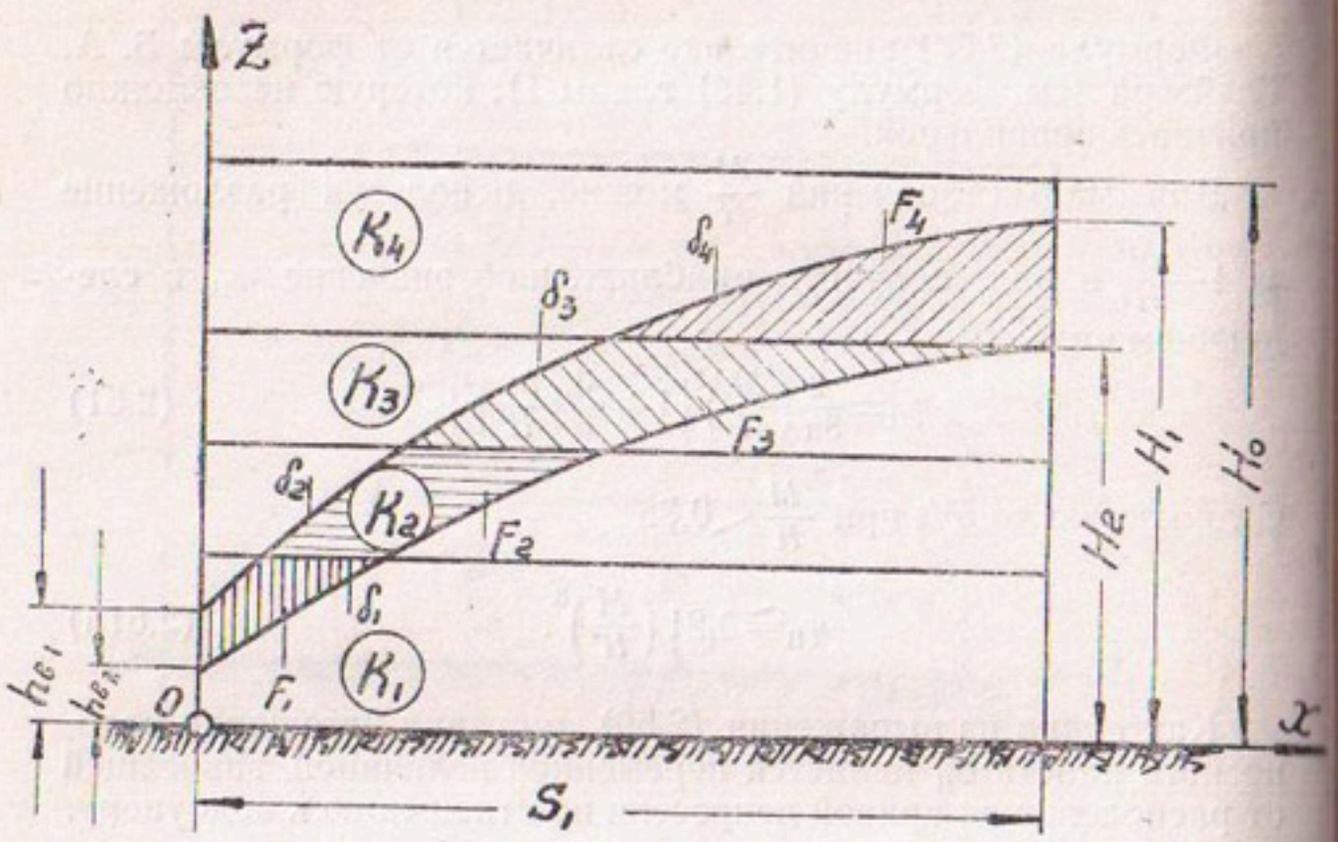


Рис. 58

Пользуясь формулой (2.51), можно определить δ для промежуточного положения H, приняв, например, для определения $\delta_{ср}$ значение $H=H_{ср}=0{,}5(H_0+H_2)$. При вводе $\delta_{ср}$ в уравнение водного баланса в качестве постоянной величины получим значительно более простые формулы, которые приведем в дальнейшем.

Аналитическое выражение для $\delta_{ср}$ на стадии истощения водоносного слоя в случае плавного изменения водоотдачи по вертикали дать затруднительно. В данном случае придется делать разбивку на горизонтальные полосы со средними значениями водоотдачи δ_i и определять $\delta_{ср}$ как средневзвешенное из δ_i.

Необходимо заметить, что как на первой, так и на второй стадиях осушения водоносного слоя высота нависания является переменной величиной (при $h_0=0$), причем особенно значительное ее изменение происходит на первой стадии осушения.

Как было показано выше, пренебрежение высотой нависания иногда приводит к значительному увеличению значения T_1, т. к. фактическая отдача воды, если учитывать $h_в$, будет меньше расчетной.

Если дрена изолирована и несовершенна, то при укладке ее в нижний слой (рис. 59) дифференциальное уравнение водного баланса на первой стадии работы дрены с учетом высоты нависания принимает следующий вид:

$$0{,}215\delta_{ср}A_0 dS = k_1\left(\frac{\mu_0 D_0^2}{S}+\frac{2aH_0}{S+\eta'}\right)dt, \qquad (2.52)$$

откуда

$$dt=\frac{\gamma S(S+\eta')dS}{\omega(\eta'+S)+\lambda S}, \qquad (2.53)$$

где

$$\gamma=0{,}215\delta_{ср}A_0;\ \omega=\mu_0 k_1 D_0^2;\ \lambda=2k_1 aH_0.$$

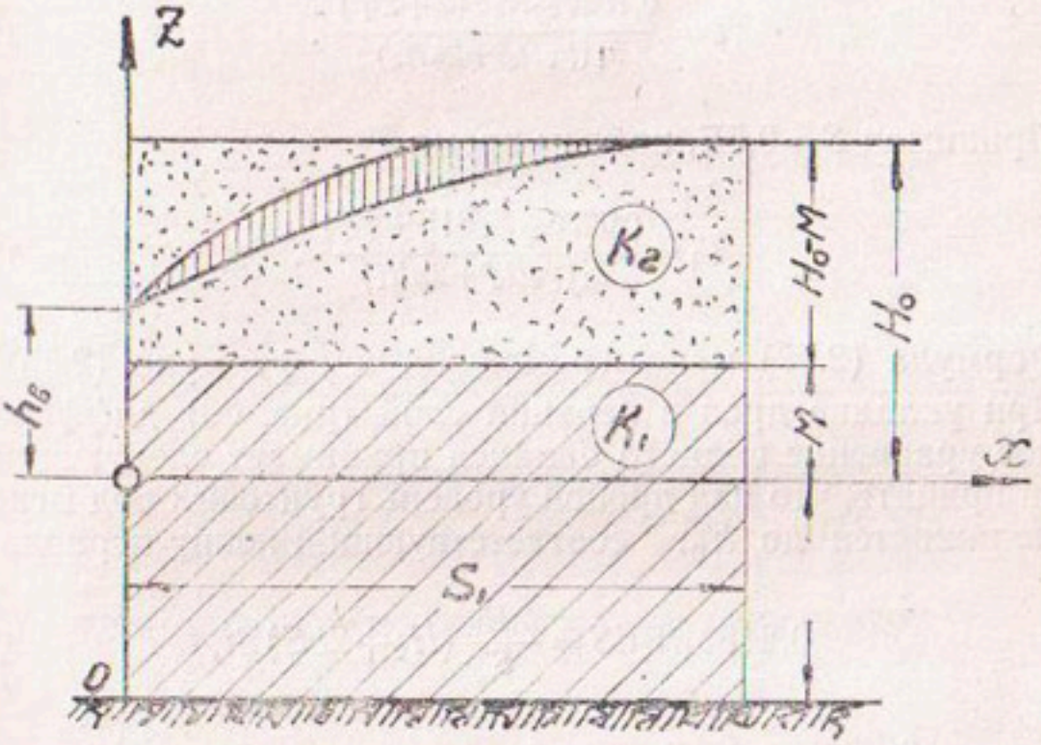


Рис. 59

В результате интегрирования уравнения (2.53) получим

$$t=\frac{\gamma}{2(\lambda+\omega)^3}\left[(\lambda+\omega)^2S^2+2(\lambda+\omega)\lambda\eta' S-2\lambda\omega\eta'^2\ln\frac{(\lambda+\omega)S+\eta'\omega}{\eta'\omega}\right]. \qquad (2.54)$$

Для определения времени T_1 положим в формуле (2.54) $S=S_1=0{,}5E$. В этом случае

$$T_1=\frac{\gamma}{8(\lambda+\omega)^3}\left[(\lambda+\omega)^2E^2+4(\lambda+\omega)\lambda\eta' E-8\lambda\omega\eta'^2\ln\frac{(\lambda+\omega)E+2\eta'\omega}{2\eta'\omega}\right] \qquad (2.55)$$

Если $a=0$, $\eta'=0$, $\lambda=0$, то выражение (2.55) приобретает вид выражения (2.37).

Если нижний слой составлен из более проницаемого грунта, чем верхний, т. е. $n<1$, то коэффициент α' можно ввести без большого ущерба для точности расчетов и в расход верхней зоны. В этом случае уравнение водного баланса получит более простой вид

$$0{,}215\delta_{ср}A_0dS=\frac{k_1}{S}(\mu_0D_0^2+2aH_0)\alpha'dt=\frac{k_1}{S+\eta'}(\mu_0D_0^2+2aH_0)dt. \tag{2.56}$$

Интегрируя уравнение (2.56), получим

$$S^2+2\eta'S=\frac{k_1(\mu_0D_0^2+2aH_0)t}{0{,}108\delta_{ср}A_0}, \tag{2.57}$$

откуда

$$t=\frac{0{,}108\delta_{ср}A_0S(S+2\eta')}{k_1(\mu_0D_0^2+2aH_0)}. \tag{2.58}$$

Принимая $S=0{,}5E$, найдем время T_1

$$T_1=\frac{0{,}027\delta_{ср}A_0E(E+4\eta')}{k_1(\mu_0D_0^2+2aH_0)}. \tag{2.59}$$

Формула (2.59) менее громоздка, чем формула (2.55).

При укладке дрен в верхний слой (рис. 60) дифференциальное уравнение водного баланса принимает следующий вид (если принять, что над дреной уровень грунтовых вод мгновенно понижается до $h_в$, соответствующий концу периода T_1):

$$0{,}215\delta_1A_0dS=\frac{k_1H_0}{S}(H_0+2bS)dt, \tag{2.60}$$

где

$$b=\frac{a_1}{S+\eta_1'}+\lambda n'\left(\frac{a}{S+\eta'}-\frac{a_1}{S+\eta_1'}\right);\quad A_0=H_0-\frac{\beta^0_{ср}H_0^2}{S_1+\beta^0_{ср}H_0};$$

$$n'=\frac{k_2'}{k_1'};\quad \lambda=\sqrt{\frac{1}{1+\omega^2}};$$

$$\omega=\frac{\beta a_1a_2n'^{2/3}}{a^2\sigma_1};\quad \sigma_1=\frac{\sqrt[3]{n}-0{,}5}{\sqrt[3]{n}+0{,}5};\quad \beta=\sqrt{1+\frac{a_1}{a}}.$$

Уравнение (2.60) можно привести к следующему виду:

$$dt=\frac{0{,}215\delta_1A_0SdS}{k_1H_0(H_0+2bS)}. \tag{2.61}$$

Интегрируя (2.61), получим

$$T_1 = \frac{0{,}215\delta_1 A_0}{k_1 H_0} \int_0^{S_1} \frac{S\,dS}{H_0 + 2bS}. \qquad (2.62)$$

Интеграл, стоящий в правой части выражения (2.62), может быть представлен в следующем виде:

$$J = \int_0^{S_1} \frac{S\,dS}{H_0 + 2bS} = \int_0^{S_1} \frac{(d_3 S^3 + d_2 S^2 + d_1 S)\,dS}{S^2 + d_0 S + c}, \qquad (2.63)$$

где

$$d_3 = H_0 + 2(\varphi_1 + \varphi_2);\quad d_2 = d_0 H_0 + 2(\varphi_1 \eta' + \varphi_2 \eta_1');\quad d_1 = \eta' \eta_1' H_0;$$

$$d_0 = \eta' + \eta_1';\quad c = \eta' \eta_1';\quad \varphi_1 = a_1(1 - \lambda n');\quad \varphi_2 = a\lambda n'. \qquad (2.64)$$

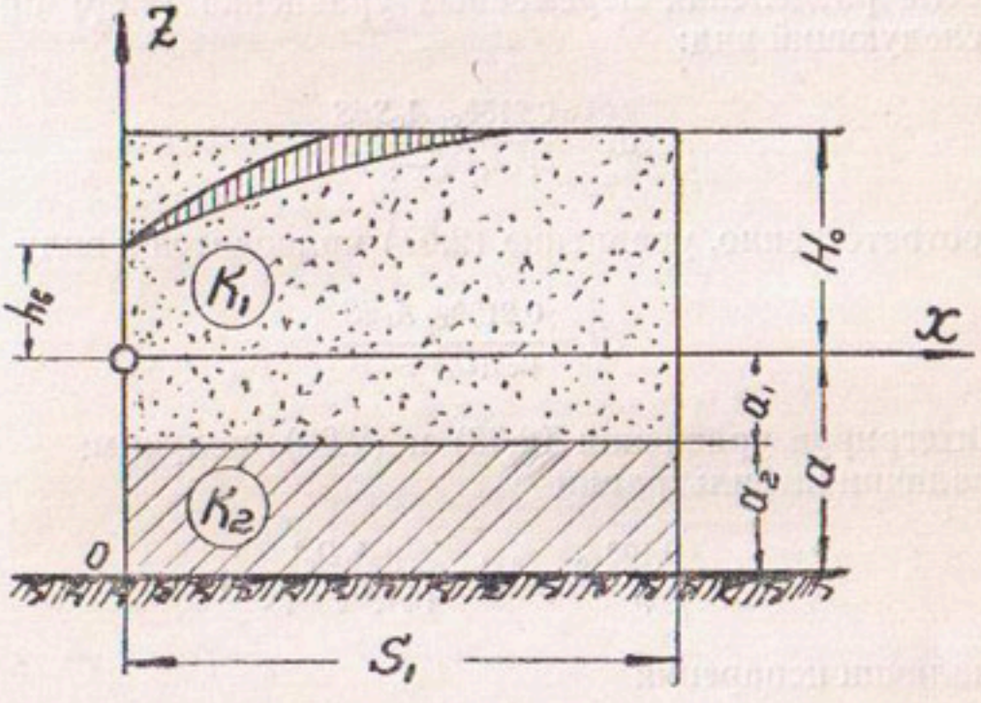


Рис. 60

Интеграл (2.63) разбивается на ряд табличных интегралов, значение которых зависит от значения дискриминанта $\Delta = 4c - d_0^2$.

Ввиду громоздкости выражений для данных интегралов мы их не приводим, отсылая читателя к соответствующим справочникам (например, И. Н. Бронштейн и К. А. Семендяев, стр. 350).

Время T_1 в этом случае найдется по формуле

$$T_1 = \frac{0{,}215\delta_1 A_0}{k_1 H_0} J. \qquad (2.65)$$

Принятие мгновенного понижения уровней над дреной с H_0 до $h_в$ будет вводить некоторое завышение в размеры расчетного времени. Поэтому ввод поправочного коэффициента 1,10 не имеет смысла.

Рассмотрим теперь **случай работы дрены, уложенной на водоупор в двухслойный грунт при наличии инфильтрации или испарения***.

а) При наличии инфильтрации (или при $p>e$) и изолированной дрены

$$0{,}215\delta_{ср}A_0dS+pSdt=\frac{\mu_0k_1D_0^2}{S}dt; \tag{2.66}$$

б) при наличии испарения (или при $p<e$)

$$0{,}215\delta_{ср}A_0dS-eSdt=\frac{\mu_0k_1D_0^2}{S}dt. \tag{2.67}$$

После разделения переменных уравнение (2.66) приобретает следующий вид:

$$dt=\frac{0{,}215\delta_{ср}A_0SdS}{\mu_0k_1D_0^2-pS^2}. \tag{2.68}$$

Соответственно, уравнение (2.67) приводится к виду

$$dt=\frac{0{,}215\delta_{ср}A_0dS}{\mu_0k_1D_0^2+eS^2}. \tag{2.69}$$

Интегрируя уравнения (2.68) и (2.69), получим:
при наличии инфильтрации

$$t=\frac{0{,}108}{p}\delta_{ср}A_0\ln\frac{\mu_0k_1D_0^2}{\mu_0k_1D_0^2-pS}; \tag{2.70}$$

при наличии испарения

$$t=\frac{0{,}108}{e}\delta_{ср}A_0\ln\frac{\mu_0k_1D_0^2+eS^2}{\mu_0k_1D_0^2}. \tag{2.71}$$

Время T_1 определится, соответственно, по формулам

$$T_1^p=\frac{0{,}108}{p}\delta_{ср}A_0\ln\frac{4\mu_0k_1D_0^2}{4\mu_0k_1D_0^2-pE^2}; \tag{2.72}$$

$$T_1^e=\frac{0{,}108}{e}\delta_{ср}A_0\ln\frac{4\mu_0k_1D_0^2+eE^2}{4\mu_0k_1D_0^2}. \tag{2.73}$$

В формулах (2.72) и (2.73) p и e—абсолютные значения модулей инфильтрации и испарения.

* Баланс рассматривается для всего потока в целом (*прим. ред.*).

Если дрена несовершенна, то при **наличии инфильтрации и укладке дрен в нижний слой** дифференциальное уравнение водного баланса принимает следующий вид:

$$0{,}215\delta_{ср}A_0dS+pSdt=\left(\frac{\mu_0k_1D_0^2}{S}+\frac{2k_1aH_0}{S+\eta'}\right)dt. \qquad (2.74)$$

Интегрирование уравнения (2.74) дает довольно громоздкое выражение для t, которое мы не приводим.

В том случае, если проницаемость нижнего слоя больше проницаемости верхнего, дифференциальное уравнение водного баланса принимает следующий вид:

$$0{,}215\delta_{ср}A_0dS+pSdt=\frac{k_1R_0dt}{S+\eta'}, \qquad (2.75)$$

где

$$R_0=\mu_0D_0^2+2aH_0;\ \ D_0^2=n(H_0-M^2)+2M(H_0-M)+M^2.$$

После разделения переменных

$$dt=-\frac{\gamma(S+\eta')dS}{p\left(S^2+\eta'S-\frac{k_1R_0}{p}\right)}. \qquad (2.76)$$

Интегрируя уравнение (2.76), получим

$$t=\frac{\gamma}{2p}\ln\frac{k_1R_0}{(k_1R_0-pS^2-p\eta'S)N_3^{\alpha_1\eta'}}, \qquad (2.77)$$

где

$$N_3=\frac{(2S+\eta'-\sqrt{-\Delta_3})(\eta'+\sqrt{-\Delta_3})}{(2S+\eta'+\sqrt{-\Delta_3})(\eta'-\sqrt{-\Delta_3})}; \qquad (2.78)$$

$$\Delta_3=-(4\frac{k_1R_0}{p}+\eta')<0;\ \gamma=0{,}215\delta_{ср}A_0;\ \alpha_1=\frac{1}{\sqrt{-\Delta_3}}.$$

Принимая $S=0{,}5E$, получим следующее выражение для T_1:

$$T_1=\frac{\gamma}{2p}\ln\frac{4k_1R_0}{(4k_1R_0-2p\eta'E-pE^2)N_4^{\alpha_1\eta'}}, \qquad (2.79)$$

где N_4 получаем, принимая в формуле (2.78) $S=0{,}5E$.

При $a=0$, т. е. в случае укладки дрен на водоупор, формула (2.79) приобретает вид ранее приведенной формулы (2.70).

Если работа дрены происходит **при наличии испарения**, то, применяя аналогичные рассуждения, получим

$$t=\frac{\gamma}{2e}\left(\eta'B+\ln\frac{eS^2+\eta'eS+k_1R_0}{k_1R_0}\right), \qquad (2.80)$$

где

$$B=\frac{2}{\sqrt{\Delta_4}}\left[\operatorname{arctg}\frac{2S+\eta'}{\sqrt{\Delta_4}}-\operatorname{arctg}\frac{\eta'}{\sqrt{\Delta_4}}\right],$$

если

$$\Delta_4=\frac{4k_1R_0}{e}-\eta'^2>0. \qquad (2.81)$$

Значение T_1 найдется по формуле

$$T_1=\frac{\gamma}{2e}\left(\eta'B'+\ln\frac{eE^2+2\eta'eE+4k_1R_0}{4k_1R_0}\right), \qquad (2.82)$$

где

$$B'=\frac{2}{\sqrt{\Delta_4}}\left[\operatorname{arctg}\frac{E+\eta'}{\sqrt{\Delta_4}}-\operatorname{arctg}\frac{\eta'}{\sqrt{\Delta_4}}\right].$$

Если $\Delta_4<0$, то для вычисления T_1 получим следующее выражение:

$$T_1=\frac{\gamma}{2e}\ln\frac{eE^2+2\eta'eE+4k_1R_0}{4k_1R_0}N_5^{\beta}, \qquad (2.83)$$

где

$$\beta=\frac{\eta'}{\sqrt{-\Delta_4}};\quad N_5=\frac{(E+\eta'-\sqrt{-\Delta_4})(\eta'+\sqrt{-\Delta_4})}{(E+\eta'+\sqrt{-\Delta_4})(\eta'-\sqrt{-\Delta_4})}. \qquad (2.84)$$

При $\eta'=0$, т. е. в случае укладки дрен на водоупор, формула (2.83) приобретает вид формулы (2.73).

При укладке дрен в верхний слой (рис. 60) дифференциальные уравнения водного баланса при наличи инфильтрации или испарения примут соответственно следующий вид:

а) при наличии инфильтрации

$$0{,}215\delta_1A_0dS+pSdt=\frac{k_1H_0}{S}(H_0+2bS)dt; \qquad (2.85)$$

б) при наличии испарения вместо p в левой части подставляется e (со знаком минус).

В уравнении (2.85) δ_1—водоотдача верхнего слоя.

Интегрируя приведенные уравнения, можно получить значения t как функцию от S или $S=f(t)$. Если принять в полученных результатах $S=S_1$, то $t=T_1$.

Уравнения для определения t или S в этом случае будут довольно громоздкими, т. к. после разделения переменных в подинтегральной функции будет полином третьей степени, аналогичный полиному, полученному при выводе формулы (2.65).

Если в приведенных выше формулах для неустановившегося движения при наличи инфильтрации принимать $t=\infty$, то они дадут значения S_1, соответствующие случаю установившегося движения.

При отсутствии инфильтрации или при $p=e$ (например, по формуле (1.10) при $t=\infty$ теоретическое значение S будет равно бесконечности.

В случае систематического дренажа при $t=T_1$ происходит смыкание кривых депрессии соседних дрен и начинается фаза, условно названная фазой истощения водоносного слоя.

В течение этой фазы происходит поступление воды не за счет водоотдачи с еще более удаленных участков водоносного горизонта, а за счет водоотдачи грунта, освобождаемого от воды вследствие понижения грунтовых вод в середине междудренья. Началом второй фазы можно считать конец периода T_1, когда происходит смыкание кривых депрессии соседних дрен.

Для определения времени T_2, необходимого для понижения уровня грунтовых вод в середине междудренья на величину $\Delta H=H_0-H_2$, в случае укладки дрены в двухслойный грунт на водоупор при расчете на средневлажный период ($p=e$) необходимо проинтегрировать уравнение водного баланса, которое в данном случае принимает следующий вид:

$$\frac{-\pi\delta_{ср}S_1(dH+0{,}275dh_в)}{4}=\frac{\mu\eta k_1D^2}{S_1}dt. \qquad (2.86)$$

В формуле (2.96) $\delta_{ср}$ — средняя водоотдача, соответствующая движению, при котором происходит понижение уровней на $\Delta H=H_0-H_2$

$$D^2=n(H-M)^2+2M(H-M)+M^2; \qquad (2.87)$$

$$S_1=0{,}5E.$$

В дифференциальное уравнение водного баланса (2.86) входит μ, которое является функцией от H. Если на первой стадии работы дренажа (стадия увеличения радиуса депрессии), когда $H=H_0=\text{const}$, при интегрировании дифференциальных уравнений принималось, что $\mu=\mu_0=\text{const}$, то на второй стадии (стадии истощения водоносного пласта) необходимо принимать μ переменной величиной.

Однако, если принимать μ в качестве переменной величины, то интегрирование уравнений водного баланса будет чрезвычайно затруднительным, а формулы, получаемые в результате интегрирования,—весьма громоздкими.

С целью упрощения и, может быть, в ущерб точности расчетных формул будем принимать $\mu=\mu_{ср}$, где $\mu_{ср}$ будем вычислять, исходя из $H_{ср}=0{,}5(H_0+H_2)$ или, как показывают опыты в щелевом лотке, более точно, исходя из $H_{ср}=0{,}35(H_0+H_2)$.

С учетом сказанного выше, уравнение (2.86) принимает следующий вид:

$$-\frac{\pi\delta_{ср}S_1(dH+0{,}275dh_в)}{4}=\frac{\mu_{ср}k_1D^2}{S_1}dt. \qquad (2.88)$$

После разделения переменных уравнение (2.88) принимает вид

$$dt=-\frac{\pi\delta_{ср}S_1^2(dH+0{,}275dh_в)}{4\mu_{ср}k_1D^2}. \qquad (2.89)$$

Величину $dh_в$ можно найти, дифференцируя выражение для $h_в$, которое в случае двухслойного грунта и относительно больших n на второй стадии работы дрены принимает следующий вид:

$$h_в=M+(H-M)\left(1-\frac{\mu S_1}{S_1+\beta_н H}\right), \qquad (2.89а)$$

где μ и $\beta_н$—переменные коэффициенты, зависящие от H.

Если даже принять μ и $\beta_н$ постоянными, равными их осредненным значениям, то и в этом случае выражение для $dh_в$ будет весьма громоздким. Поэтому попытаемся упростить выражение (2.89), исходя из следующих соображений. При достаточно больших n коэффициент μ мал и можно считать, что $h_в$ близко к H, т. е. что кривая депрессии перемещается параллельно самой себе. Это хорошо подтверждается, например, таблицей 10, где можно заметить, что при $n=1000$ $\Delta h_в\cong\Delta H$ (если учесть некоторую неточность измерений). В пределе при μ, близком к нулю, площадь, отдающая воду, будет приближаться к площади ленты высотой dH и длиной, равной дуге эллипса, проходящего через точки O_1, $(h_в-dh_в)$ и S_1, $(H-dH)$.

Если принять $dh_в$ равным dH, то $dH+0{,}275dh_в$ составит $1{,}275dH$, т. е. необходимо уравнение (2.89) переписать в виде

$$dt=\frac{1{,}275\pi\delta_{ср}S_1^2dH}{4\mu_{ср}k_1D^2}=\delta_{ср}S_1^2\frac{dH}{\mu_{ср}k_1D^2}. \qquad (2.89б)$$

Коэффициент 1,275 соответствует предельному случаю, когда $\mu=0$, т. е. по существу невозможному в практике, ибо при $\mu=0$ приток в дрену вообще невозможен.

Другим предельным случаем является $\mu=1$, соответствующее $n\leqslant 1$ в случае однородного грунта $(n=1)$

$$h_в=\frac{\beta_н H^2}{S_1+\beta_н H}. \qquad (2.89в)$$

Если принять, что $S_1\geqslant 10H$, то $\beta_н\leqslant e^{0{,}282}=1{,}32$ или $h_в\leqslant 0{,}117H$, откуда $dh_в\leqslant 0{,}117dH$. Принимая во внимание до-

вольно сложную зависимость между μ, $\beta_н$ и H, ввод переменных коэффициентов для $dh_в$ нежелателен, т. к. это привело бы к чрезвычайному усложнению и без того громоздких дифференциальных уравнений водного баланса.

Осреднение коэффициентов μ и $\beta_в$, неточность эмпирических выражений для этих коэффициентов, принятие эллипса в качестве кривой депрессии и другие допущения заставляют принять поправочный коэффициент несколько меньшим, чем среднее из предельных значений, полученных нами выше.

Опыты, проведенные в щелевом лотке, показали, что при принятых для определения μ и других коэффициентов в формулах наиболее близкие к результатам опытов значения T_2 дает ввод поправочного коэффициента, равного 1,10. Кроме того, в случае однородных грунтов он приводит к результатам, получаемым по формуле Буссинеска.

Принимая во внимание приведенные соображения, уравнение (2.89) переписывается в следующем виде:

$$dt = -\frac{0{,}865\delta_{ср} S_1^2}{\mu_{ср} k_1 D^2} dH. \tag{2.90}$$

Интегрируя уравнение (2.90), получим

$$T_2 = \frac{0{,}865\delta_{ср} S_1^2}{\mu_{ср} k_1} \int_{H_2}^{H_0} \frac{dH}{D^2}, \tag{2.91}$$

где $D^2 = n(H-M)^2 + 2M(H-M) + M^2$ (h_0 принимаем равным нулю); $\mu_{ср}$ — средний коэффициент расхода для верхнего слоя за период T_2; $\delta_{ср}$ — средняя водоотдача.

Величина интеграла J, стоящего в правой части уравнения (2.91), зависит от значения дискриминанта Δ_5, равного

$$\Delta_5 = 4M^2(n-1). \tag{2.92}$$

При $\Delta_5 > 0$ будем иметь

$$T_2 = \frac{0{,}865\delta_{ср} S_1^2 A_1}{\mu_{ср} k_1 M \sqrt{n-1}}, \tag{2.93}$$

где

$$A_1 = \operatorname{arctg} \frac{n(H_0-M)+M}{M\sqrt{n-1}} - \operatorname{arctg} \frac{n(H_2-M)+M}{M\sqrt{n-1}}.$$

Аналогично, при $\Delta_5 < 0$

$$T_2 = \frac{0{,}432\delta_{ср} S_1^2 B_1}{\mu_{ср} k_1 \sqrt{1-n}}, \tag{2.94}$$

где

$$B_1 = \ln \frac{[n(H_0-M)+M(1-\sqrt{1-n})][n(H_2-M)+M(1+\sqrt{1-n})]}{[n(H_0-M)+M(1+\sqrt{1-n})][n(H_2-M)+M(1-\sqrt{1-n})]}.$$

Разрешая уравнения (2.93) и (2.94) относительно $E=2S_1$, получим при $\Delta_5>0$

$$E=2{,}14\sqrt{\frac{\mu_{ср}k_1T_2\sqrt{n-1}}{\delta_{ср}A_1}}; \qquad (2.95)$$

при $\Delta_5<0$

$$E=3{,}04\sqrt{\frac{\mu_{ср}k_1T_2\sqrt{1-n}}{\delta_{ср}B_1}}. \qquad (2.96)$$

Если понижение уровней производится от начального положения уровней, равного не H_0, а, например, H_1 ($H_1<H_0$), то расстояние между дренами при заданном T_2' могут быть определены по формулам (2.93) или (2.94), где вместо H_0 необходимо принимать H_1.

При **наличии инфильтрации** осадков дифференциальное уравнение водного баланса принимает следующий вид:

$$-0{,}865\delta_{ср}S_1dH+pS_1dt=\frac{\mu_{ср}k_1D^2}{S_1}dt. \qquad (2.97)$$

После разделения переменных и интегрирования, будем иметь при $\Delta_6>0$

$$T_2=\frac{0{,}432\delta_{ср}S_1^2A_2}{\mu_{ср}k_1\sqrt{\Delta_6}}; \qquad (2.98)$$

при $\Delta_6<0$

$$T_2=\frac{0{,}216\delta_{ср}S_1^2B_2}{\mu_{ср}k_1\sqrt{-\Delta_6}}, \qquad (2.99)$$

где

$$\Delta_6=4\left[M^2(n-1)-\frac{npS_1^2}{\mu_{ср}k_1}\right];$$

$$A_2=\operatorname{arctg}\frac{2[n(H_0-M)+M]}{\sqrt{\Delta_6}}-\operatorname{arctg}\frac{2[n(H_2-M)+M]}{\sqrt{\Delta_6}};$$

$$B_2=\ln\frac{[2n(H_0-M)+2M-\sqrt{-\Delta_6}][2n(H_2-M)+2M+\sqrt{-\Delta_6}]}{[2n(H_0-M)+2M+\sqrt{-\Delta_6}][2n(H_2-M)+2M-\sqrt{-\Delta_6}]}.$$

Разрешая формулы (2.89) и (2.99) относительно $E=2S_1$, получим при $\Delta_6>0$

$$E=1{,}52\sqrt{\frac{\mu_{ср}k_1T_2\sqrt{\Delta_6}}{\delta_{ср}A_2}}; \qquad (2.100)$$

при $\Delta_6<0$

$$E=2{,}14\sqrt{\frac{\mu_{ср}k_1T_2\sqrt{-\Delta_6}}{\delta_{ср}B_2}}. \qquad (2.101)$$

Аналогичные результаты получим при наличии испарения. В этом случае при $\Delta_7 > 0$

$$E = 1{,}52 \sqrt{\frac{\mu_{ср} k_1 T_2 \sqrt{\Delta_7}}{\delta_{ср} A_3}}; \qquad (2.102)$$

при $\Delta_7 < 0$

$$E = 2{,}14 \sqrt{\frac{\mu_{ср} k_1 T_2 \sqrt{-\Delta_7}}{\delta_{ср} B_3}}, \qquad (2.103)$$

где

$$\Delta_7 = 4\left[M^2(n-1) + \frac{neS_1^2}{\mu_{ср} k_1}\right];$$

$$A_3 = \operatorname{arctg}\frac{2[n(H_0-M)+M]}{\sqrt{\Delta_7}} - \operatorname{arctg}\frac{2[n(H_2-M)+M]}{\sqrt{\Delta_7}};$$

$$B_3 = \ln\frac{[2n(H_0-M)+2M-\sqrt{-\Delta_7}][2n(H_2-M)+2M+\sqrt{-\Delta_7}]}{[2n(H_0-M)+2M+\sqrt{-\Delta_7}][2n(H_2-M)+2M-\sqrt{-\Delta_7}]}.$$

Строение формул для определения E таково, что при наличии испарения или инфильтрации расчет приходится вести подбором, т. к. неизвестная в начале расчета величина S_1 входит в значение дискриминантов Δ_6 и Δ_7. При отсутствии инфильтрации и испарения или при $p = e$ расчет ведется непосредственно по формулам (2.95) или (2.96).

Перейдем теперь к выводу формул для определения T_2 в случае **несовершенного дренажа.** При отсутствии инфильтрации осадков и испарения и при укладке дрен в нижний слой дифференциальное уравнение водного баланса приобретает следующий вид:

$$-0{,}865\delta_{ср} S_1 dH = \left(\frac{\mu_{ср} k_1 D^2}{S_1} + \frac{2k_1 aH}{S_1 + \eta'}\right)dt = \frac{k_1}{S_1}(\mu_{ср} D^2 + 2aH\alpha')\,dt, \qquad (2.104)$$

где

$$\alpha' = \frac{1}{1 + 2{,}94\frac{a}{S_1}\lg\frac{2a}{\pi d}}.$$

После разделения переменных и интегрирования, будем иметь

$$J = \int_{H_2}^{H_c} \frac{dH}{D^2 + 2cH} = \frac{1{,}16\mu_{ср} k_1 T_2}{\delta_{ср} S_1^2}. \qquad (2.105)$$

Значение интеграла J в этом случае зависит от значения дискриминанта Δ_8, определяемого по формуле

$$\Delta_8 = M(n-1)(M+2c) - c^{2*}, \qquad (2.106)$$

где

$$c = \frac{\alpha' a}{\mu_{ср}}.$$

Если $\Delta_8 > 0$, то

$$T_2 = \frac{0{,}865\delta_{ср} S_1^2 A_4}{\mu_{ср} k_1 \sqrt{\Delta_8}}, \qquad (2.107)$$

или

$$E = 2{,}14 \sqrt{\frac{\mu_{ср} k_1 T_2 \sqrt{\Delta_8}}{\delta_{ср} A_4}}. \qquad (2.108)$$

Если $\Delta_8 < 0$, то

$$T_2 = \frac{0{,}432\delta_{ср} S_1^2 B_4}{\mu_{ср} k_1 \sqrt{-\Delta_8}}, \qquad (2.109)$$

или

$$E = 3{,}04 \sqrt{\frac{\mu_{ср} k_1 T_2 \sqrt{-\Delta_8}}{\delta_{ср} B_4}}, \qquad (2.110)$$

где

$$A_4 = \operatorname{arctg} \frac{n(H_0 - M) + M + c}{\sqrt{\Delta_8}} - \operatorname{arctg} \frac{n(H_2 - M) + M + c}{\sqrt{\Delta_8}};$$

$$B_4 = \ln \frac{[n(H_0 - M) + M + c - \sqrt{-\Delta_8}][n(H_2 - M) + M + c + \sqrt{-\Delta_8}]}{[n(H_0 - M) + M + c + \sqrt{-\Delta_8}][n(H_2 - M) + M + c - \sqrt{-\Delta_8}]}.$$

Применяя аналогичную методику для случая инфильтрации или в случае расчета несовершенных дрен с учетом испарения, получим формулы аналогичного строения, отличающиеся друг от друга значением Δ_i, A_i и B_i.

Так, при наличии инфильтрации при $\Delta = \Delta_9$, где

$$\Delta_9 = M(n-1)(M+2c) - \left(c^2 + \frac{npS_1^2}{\mu_{ср} k_1}\right), \qquad (2.111)$$

получим при $\Delta_9 > 0$

$$T_2 = \frac{0{,}865\delta_{ср} S_1^2 A_5}{\mu_{ср} k_1 \sqrt{\Delta_9}}; \qquad (2.112)$$

при $\Delta_9 < 0$

$$T_2 = \frac{0{,}432\delta_{ср} S_1^2 B_5}{\mu_{ср} k_1 \sqrt{-\Delta_9}}, \qquad (2.113)$$

где

$$A_5 = \operatorname{arctg} \frac{n(H_0 - M) + M + c}{\sqrt{\Delta_9}} - \operatorname{arctg} \frac{n(H_2 - M) + M + c}{\sqrt{\Delta_9}};$$

---

* Точное значение $\Delta_8 = 4[M(n-1)(M+2c) - c^2]$, но ввиду того, что при извлечении корня из Δ_8 из-под радикала выходит двойка, которая затем сокращается, мы нашли более удобным применение Δ_8 в настоящем виде, введя соответствующие изменения в A_4 и B_4. Аналогичные изменения вводятся и в дальнейшие Δ_i.

$$B_9=\ln\frac{[n(H_0-M)+M+c-\sqrt{-\Delta_9}][n(H_2-M)+M+c+\sqrt{-\Delta_9}]}{[n(H_0-M)+M+c+\sqrt{-\Delta_9}][n(H_2-M)+M+c-\sqrt{-\Delta_9}]}.$$

Если дренаж работает совместно с испарением, то

$$\Delta_{10}=M(n-1)(M+2c)-\left(c^2-\frac{neS_1^2}{\mu_{cp}k_1}\right); \qquad (2.114)$$

при $\Delta_{10}>0$

$$T_2=\frac{0{,}865\delta_{cp}S_1^2A_6}{k_1\mu_{cp}\sqrt{\Delta_{10}}}; \qquad (2.115)$$

при $\Delta_{10}<0$

$$T_2=\frac{0{,}432\delta_{cp}S_1^2B_6}{\mu_{cp}k_1\sqrt{-\Delta_{10}}}, \qquad (2.116)$$

где

$$A_6=\operatorname{arctg}\frac{n(H_0-M)+M+c}{\sqrt{\Delta_{10}}}-\operatorname{arctg}\frac{n(H_2-M)+M+c}{\sqrt{\Delta_{10}}};$$

$$B_6=\ln\frac{[n(H_0-M)+M+c-\sqrt{-\Delta_{10}}][H_2-M)+M+c+\sqrt{-\Delta_{10}}]}{[n(H_0-M)+M+c+\sqrt{-\Delta_{10}}][H_2-M)+M+c-\sqrt{-\Delta_{10}}]}.$$

Если расчет ведется без учета первой стадии, то, разрешая проведенные выше формулы относительно E, получим расчетные формулы для определения расстояний между дренами при начальном уровне H_0 и конечном H_2.

Если начальный уровень находится на высоте H_1, то в формулу для определения T_2 вводится вместо H_0 величина H_1.

Приведенные формулы пригодны для случая $H_2>M$. При переходе кривой депрессии в нижний слой необходимо пользоваться формулами, выведенными для однородного грунта.

При укладке дрен в верхний слой дифференциальное уравнение водного баланса для случая $p=e$ или $p=0$ и $e=0$ примет следующий вид.*

$$-0{,}865\delta_1S_1dH=\left(\frac{k_1H^2}{S_1}+\frac{2k_1bH}{S_1}\right)dt, \qquad (2.117)$$

где

$$b=a_1\alpha_1'+\lambda n'(a\alpha'-a_1\alpha_1');$$

$$\alpha_1'=\frac{1}{1+2{,}94\frac{a_1}{S_1}\lg\frac{2a_1}{\pi d}};\quad \alpha'=\frac{1}{1+2{,}94\frac{a}{S_1}\lg\frac{2a}{\pi d}},$$

откуда

$$T_2=\frac{0{,}865\delta_1S_1^2}{k_1}\int_{H_2}^{H_0}\frac{dH}{H^2+2bH}. \qquad (2.118)$$

---

* В данном случае принимаем, что верхний слой имеет проницаемость, равную k_1.

В результате интегрирования получим

$$T_2=\frac{0{,}865\delta_1 S_1^2}{2bk_1}\ln\frac{H_0(H_2+2b)}{H_1(H_0+2b)}\simeq\frac{\delta_1 S_1^2}{bk_1}\lg\frac{H_0(H_2+2b)}{H_2(H_0+2b)}. \quad (2.119)$$

При $2b\gg H_0$ можно принимать приближенно

$$T_2=\frac{\delta_1 S_1^2}{bk_1}\lg\frac{H_0}{H_2}. \quad (2.120)$$

Применяя аналогичный прием, можно получить расчетные формулы для определения T_2 при работе дрены, когда имеет место инфильтрация или испарение.

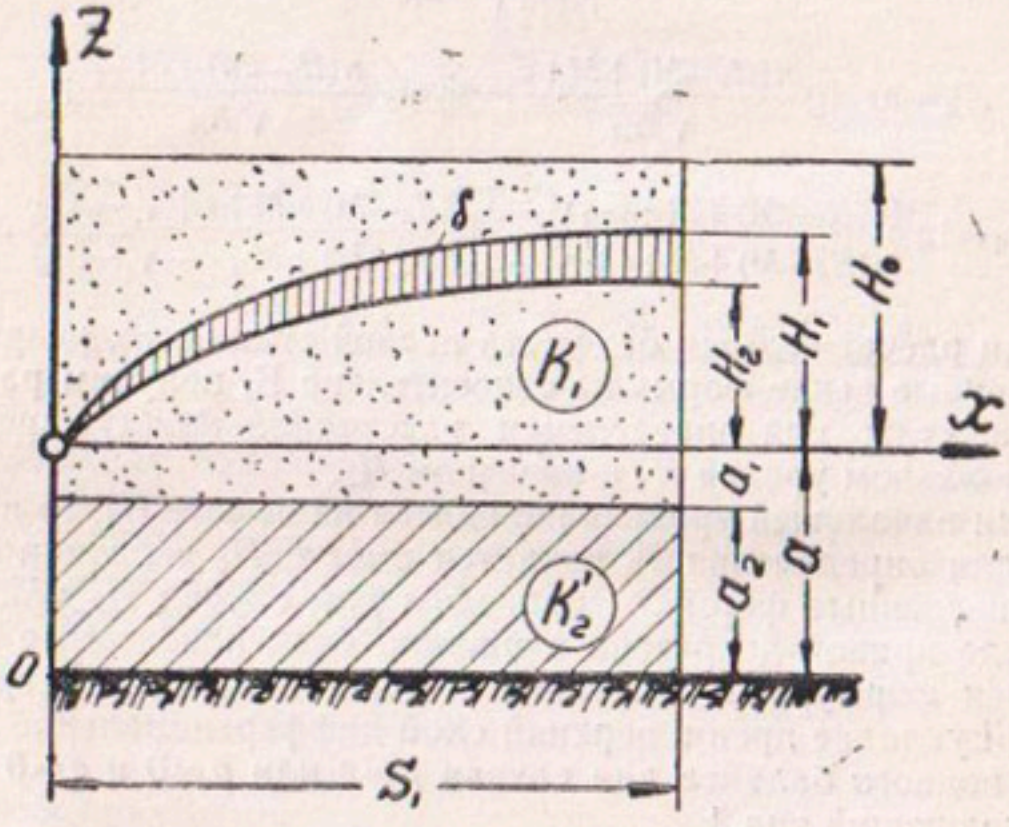


Рис. 61

Складывая T_1 и T_2, получим период T, соответствующий времени, необходимому для понижения уровней в середине междудренья на $\Delta H=H_0-H_2$ при начальном уровне H_0 над дреной и при заданном $S_1=0{,}5E$. Если, наоборот, известно T, но неизвестно E, то в случае несовершенных дрен или при наличии испарения или инфильтрации определение E приходится вести подбором, определяя предварительно дискриминанты Δ_i, куда обычно входит и S_1. Проверка расчетных формул в щелевом лотке дала в общем удовлетворительную сходимость вычисленных по предлагаемым формулам и замеренных в процессе опытов значений T (см. главу VI настоящей работы).

§ 3. Расчет систематического дренажа в многослойных грунтах

Если дрена укладывается на водоупор в многослойный грунт, то, пользуясь функцией Н. К. Гиринского и принимая в качестве кривой депрессии эллипс, на первой стадии работы дрены уравнение водного баланса можно записать в следующем виде (для изолированной дрены):

$$0{,}215\delta_{ср}A_0 dS = \frac{\mu_0 \Phi_{H_0}}{S} dt, \tag{3.1}$$

где $A_0 = H_0 - h_в^0$ (принимается мгновенное понижение с H_0 до $h_в^0$).

Величина $h_в^0$ в этом случае определяется, исходя из условия

$$\Phi_{h_в}^0 = \left(1 - \frac{\mu_0 S_1}{S_1 + \beta_0 H_0}\right)^2 \Phi'_{H_0}, \tag{3.2}$$

где $\Phi_{h_в}^0$ и Φ'_{H_0} — соответственно, значения функции Н. К. Гиринского в сечениях $x=0$ и $x=S_1$; μ_0 — коэффициент расхода для всего водоносного пласта, определяемый по формуле (4.9) главы IV при Θ_c, вычисляемом по формуле (4.15) той же главы.

Как и в случае двухслойного грунта, в данном случае принимается, что за период T_1 величина $h_в^0$ не становится меньше своего значения, вычисляемого из условия (3.2).

Обозначив

$$\left(1 - \frac{\mu_0 S_1}{S_1 + \beta_0 H_0}\right)^2 = \gamma_0, \tag{3.3}$$

получим

$$\Phi_{h_в}^0 = \gamma_0 . \Phi'_{H_0}. \tag{3.4}$$

Зная величину $\Phi_{h_в}^0$, уже нетрудно определить $h_в^0$. Методика определения $h_в$ базируется на общих свойствах функции Н. К. Гиринского, к описанию которых мы сейчас и переходим.

Предположим, что грунт трехслойный; тогда, как уже было показано в главе IV (см. формулу (4.13),

$$2\Phi'_н = k_3 H^2 + 2b_3 H + c_3, \tag{3.5}$$

где

$$b_3 = k_1 M_1 + k_2 M_2 - k_3 D_2;\ c_3 = k_3 D_2^2 - k_2 (D_2^2 - D_1^2) - k_1 D_1^2.$$

Можно убедиться, что при любом числе слоев выражение для определения $\Phi_н$ будет представлять собой трехчлен типа

$$2\Phi'_н = k_n H^2 + 2b_n H + c_n, \tag{3.6}$$

где k_n — коэффициент фильтрации самого верхнего слоя, содержащего кривую депрессии. Коэффициент b_n определяется по следующей формуле:

$$b_n = \sum_{1}^{n-1} k_i M_i - k_n D_{n-1}. \qquad (3.7)$$

В формуле (3.7) первый член есть площадь эпюры, построенной на вертикали H, из которой исключена площадь эпюры самого верхнего слоя. Второй член выражения (3.7) представляет собой площадь эпюры, имеющей то же основание, что первая эпюра, но ординату, равную проницаемости самого верхнего слоя. Таким образом, отыскание коэффициента b_n не представляет трудностей.

Коэффициент c_n отыскивается по следующей формуле:

$$c_n = k_n D_{n-1}^2 - \sum_{1}^{n-1} k_i (D_i^2 - D_{i-1}^2), \qquad (3.8)$$

где D_i — расстояние кровли i-го пласта до водоупора.

Так как коэффициенты b_n и c_n не зависят от H, то, имея в своем распоряжении значение $2\Phi'_н$, величину H можно определить из обычного квадратного уравнения следующего типа:

$$k_n H^2 + 2b_n H + c_n = \gamma \Phi'_н = 0. \qquad (3.9)$$

Разрешая уравнение (3.9) относительно H, будем иметь

$$H = \frac{-b_n \pm \sqrt{b_n^2 + (2\Phi'_н - c_n) k_n}}{k_n}. \qquad (3.10)$$

Аналогичным образом может быть определено и $h_в$, если известно значение $\Phi^0_{h_в} = \gamma \Phi'_н$, или $h^0_в$, если известно $\Phi^0_{h_в} = \gamma_0 \Phi'_{H_0}$.

В качестве примера определим $h^0_в$ для четырехслойного грунта, если известно, что $k_1 = 1$, $k_2 = 2$, $k_3 = 3$, $k_4 = 4$ м/сутки; $M_1 = 1$, $M_2 = 0{,}5$, $M_3 = 0{,}4$, $M_4 = 0{,}2$ м; $H = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 2{,}1$ м. $S_1 = 20$ м.

В данном случае

$$b_n = k_1 M_1 + k_2 M_2 + k_3 M_3 - k_4 D_3 = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0{,}5 + 3 \cdot 0{,}4 - 4 \cdot 1{,}9 =$$

$$= -4{,}4 \ м^2/сут.;$$

$$c_n = k_4 D_3^2 - k_1 D_1^2 - k_2 (D_2^2 - D_1^2) - k_3 (D_3^2 - D_2^2).$$

Здесь

$D_1 = M_1 = 1$ м; $D_2 = M_1 + M_2 = 1{,}5$ м; $D_3 = M_1 + M_2 + M_3 = 1{,}9$ м.

Таким образом,

$$c_n = 4 \cdot 1{,}9^2 - 1 \cdot 1^2 - 2(1{,}5^2 - 1{,}0^2) - 3(1{,}9^2 - 1{,}5^2) = 7{,}25 \ м^3/сут.$$

После подстановки в уравнение (3.9) получим, принимая во внимание, что $H = 2{,}1$ м,

$$2\Phi'_н = k_n H^2 + 2b_n H + c_n = 4 \cdot 2{,}1^2 - 2 \cdot 4{,}4 \cdot 2{,}1 + 7{,}25 = 6{,}35 \ м^3/сут.$$

Для определения $2\Phi^0_{h_в}$ необходимо было бы вычислить γ по формуле (3.3) настоящей главы и μ_0, пользуясь формулами (4.9), (4.15) и (4.16) главы IV. С целью исключения трудоемких вычислений, не играющих в данном случае принципиального значения, причем условно, что $\gamma = 0{,}28$. В этом случае получим, что

$$2\Phi^0_{h_в} = 2\gamma\Phi'_н = 0{,}28 \cdot 6{,}35 = 1{,}78 \ м^3/сут.$$

Теперь необходимо определить, в каком слое будет располагаться кривая депрессии над дреной. Установление положения кривой депрессии приходится производить путем последовательного приближения. Предположим, что кривая депрессии расположена во втором слое и $h_в = D_2$, т. е. свободная поверхность находится на уровне кровли второго пласта. Величину $\Phi'_{h_в}$ найдем как для двухслойного грунта по формуле

$$2\Phi'_{h_в} = k_1 M_1 (2M_2 + M_1) + k_2 M_2^2 = 1 \cdot 1 \cdot (2 \cdot 0{,}5 + 1) + 2 \cdot 0{,}5^2 =$$

$$= 2{,}5 \ м^3/сут.$$

Полученный результат показывает, что $h_в < D_2$, т. к. $2\Phi^0_{h_в} < 2{,}5 \ м^3/сут$.
Если принять, что $h_в = M_1 = 1$ м, то

$$2\Phi^0_{h_0} = k_1 M_1^2 = 1 \cdot 1^2 = 1 \ м^3/сут.$$

Таким образом, установлено, что кривая депрессии находится во втором слое, причем $D_1 < h_в < D_2 = 1{,}5$ м.
Теперь можно приступить к определению $h_в$. В данном случае $k_n = k_2 = 2$ м/сутки.

$$b_n = k_1 M_1 - k_2 M_1 = M_1 (k_1 - k_2) = 1 (1 - 2) = -1 \ м^2/сут.;$$

$$c_n = k_2 M_1^2 - k_1 M_1^2 = M_1^2 (k_2 - k_1) = 1^2 (2 - 1) = 1 \ м^3/сут.$$

Уравнение для определения $h_в$ примет следующий вид:

$$h_в^2 - h_в - 0{,}39 = 0,$$

откуда

$$h_в = 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 0{,}39} = 0{,}5 \pm 0{,}8.$$

Так как $h_в > M_1 = 1$ м, то принимаем $h_в = 0{,}5 + 0{,}8 = 1{,}30$ м.

Проверим полученное значение $h_в$. При $h_в = 1{,}30$ м и $h_2 = h_в - M_1 = 1{,}30 - 1{,}0 = 0{,}3$ м

$$\Phi^0_{h_в} = k_1 M_1 \left(h_в - \frac{M_1}{2}\right) + \frac{k_2 h_2^2}{2} = 1 \cdot 1\,(1{,}30 - 0{,}5) + \frac{2 \cdot 0{,}3^2}{2} =$$

$$= 0{,}89\ м^3/сут.;$$

$$2\Phi_{h_в} = 0{,}89 \cdot 2 = 1{,}78\ м^3/сут.$$

Имея значение $h_в$, можно определить $\delta_{ср}$, исходя из формулы для первой стадии работы дрены

$$\delta_{ср} = \frac{2}{H_0^2 - h_в^2} \int_{h_в}^{H_0} \delta_z z dz.$$

В рассматриваемом случае

$$\delta_{ср} = \frac{2}{2{,}1^2 - 1{,}3^2} \left(\delta_2 \int_{1{,}3}^{1{,}5} z dz + \delta_3 \int_{1{,}5}^{1{,}9} z dz + \delta_4 \int_{1{,}9}^{2{,}1} z dz\right).$$

Как видно из приведенного примера, определение $h_в$ и $\delta_{ср}$ на первой стадии работы дрены в многослойном грунте принципиально несложно, но требует довольно много арифметических вычислений.

Уравнение водного баланса в многослойном тонкослоистом грунте при укладке дрены на водоупор запишется в следующем виде:

$$0{,}215 \delta_{ср} A_0 dS = \frac{\mu_0 D_0^2}{S} dt, \qquad (3.11)$$

где D_0^2 в данном случае будет представлять собой трехчлен вида

$$D_0^2 = k_n H_0^2 + 2 b_n H_0 + c_n; \qquad (3.12)$$

$$A_0 = H_0 - h_в.$$

Так как величины A_0 и D_0^2 принимаются на протяжении всей первой стадии работы дрены независимыми от S, то интегрирование уравнения (3.11) дает

$$T_1 = \frac{0{,}108 \delta_{ср} A_0 S_1^2}{\mu_0 D_0^2}. \qquad (3.13)$$

Формула (3.13) напоминает по своему строению формулу (2.37) и отличается от нее лишь значением постоянных A_0 и D_0^2. Формулу (2.37) можно рассматривать как частный случай формулы (3.13).

На протяжении второй стадии работы дрены уравнение водного баланса записывается в следующем виде:

$$-\frac{\pi\delta_{ср}S_1 dH}{4}=\frac{\mu_{ср}D^2}{S_1}dt, \tag{3.14}$$

откуда

$$T_2=\frac{\pi\delta_{ср}S_1^2}{4\mu_{ср}}\int_{H_2}^{H_0}\frac{dH}{D^2}, \tag{3.15}$$

или, с учетом поправки,

$$T_2=\frac{0{,}865\delta_{ср}S_1^2}{\mu_{ср}}\int_{H_2}^{H_0}\frac{dH}{D^2}, \tag{3.15а}$$

где

$$D^2=k_nH^2+2b_nH+c_n.$$

Значение интеграла, стоящего в правой части (3.13), будет зависеть от значения дискриминанта.

$$\Delta_{11}=4(k_nc_n-b_n^2). \tag{3.16}$$

При $\Delta_{11}>0$ интеграл будет выражаться следующим образом:

$$J=J_1=\frac{2}{\sqrt{\Delta_{11}}}\left[\operatorname{arctg}\frac{2(k_nH_0+b_n)}{\sqrt{\Delta_{11}}}-\operatorname{arctg}\frac{2(k_nH_2+b_n)}{\sqrt{\Delta_{11}}}\right]. \tag{3.17}$$

При $\Delta<0$

$$J=J_2=\frac{1}{\sqrt{-\Delta_{11}}}\ln\frac{[2(k_nH_0+b_n)-\sqrt{-\Delta_{11}}][2(k_nH_0+b_n)+\sqrt{-\Delta_{11}}]}{[2(k_nH_2+b_n)+\sqrt{-\Delta_{11}}][2(k_nH_2+b_n)-\sqrt{-\Delta_{11}}]}. \tag{3.18}$$

Необходимо заметить, что величины k_n, b_n и c_n постоянны только при соблюдении условия: $D_{n-1}\leqslant H\leqslant D_n$. Как только кривая депрессии в середине междудренья пересекает очередную линию раздела, необходимо вычислять новые значения k_{n-1}, b_{n-1}, c_{n-1}, при этих новых значениях определять $T_{2(n-1)}$ где $T_{2(n-1)}$—время падения уровней с высоты D_{n-1} до D_{n-2} в середине междудренья. Если дрена несовершенна, то, пользуясь тем же методом, можно было бы получить формулы для вычисления T_1 и T_2 при любом числе слоев как в верхней, так и в нижней зоне. Однако эти формулы были бы очень громоздки.

В качестве иллюстрации выведем формулу для расчета несовершенной дрены, уложенной в средний слой трехслойного грунта (рис. 62). Для определения T_2 (при работе дрены на второй стадии) составим уравнение водного баланса. С уче-

том поправочного коэффициента, оно принимает следующий вид:

$$0{,}865\delta_{ср}S_1 dH = \left(\frac{\mu_{ср}k_1D^2}{S_1} + \frac{2bk_1}{S_1}H\right)dt, \qquad (3.19)$$

откуда

$$dt = \frac{0{,}865\delta_{ср}S_1^2}{\mu_{ср}k_1} \cdot \frac{dH}{D^2+2fH}, \qquad (3.20)$$

где

$$f = \frac{b}{\mu_{ср}};\ b = a'a_1 + \lambda n'(aa' - a_1a_1');$$

$$D^2 = n(H-M)^2 + 2M(H-M) + M^2;\ n = \frac{k_2}{k_1};\ n' = \frac{k_2'}{k_1}.$$

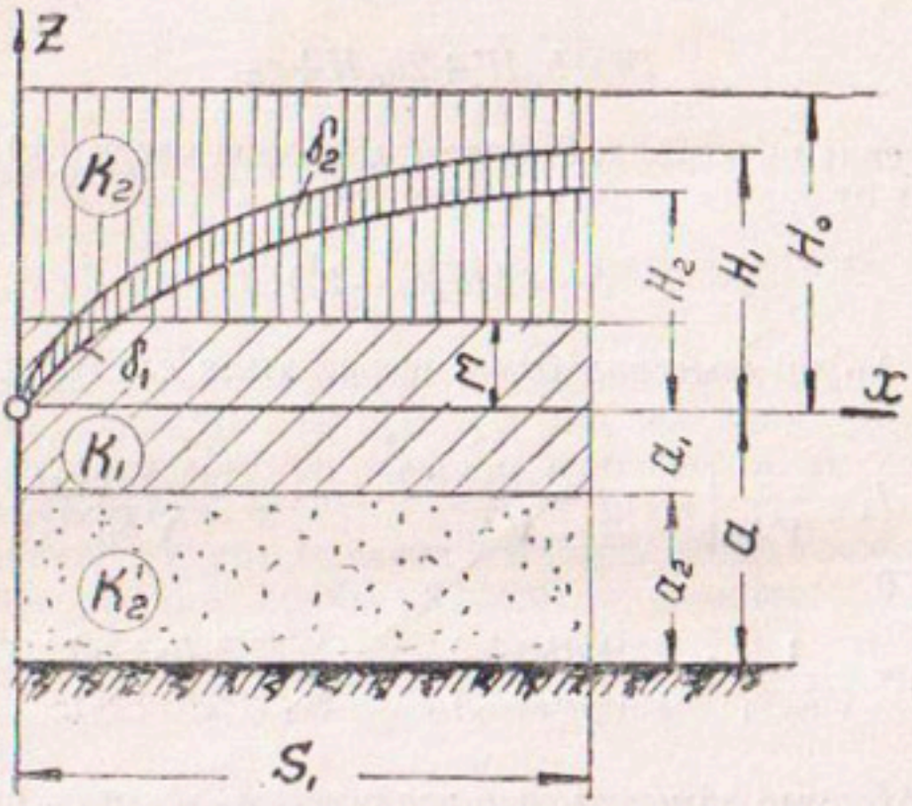


Рис. 62

Интегрирование уравнения (3.20) дает следующий результат: при $\Delta_{12} > 0$

$$T_2 = \frac{0{,}865\delta_{ср}S_1^2A_7}{\mu_{ср}k_1\sqrt{\Delta_{12}}}, \qquad (3.21)$$

где

$$A_7 = \operatorname{arctg}\frac{n(H_0-M)+M+f}{\sqrt{\Delta_{12}}} - \operatorname{arctg}\frac{n(H_2-M)+M+f}{\sqrt{\Delta_{12}}};$$

$$\Delta_{12} = (n-1)M(M+2f) - f^2;$$

при $\Delta_{12} < 0$

$$T_2 = \frac{0{,}432\delta_{ср}S_1^2B_7}{\mu_{ср}k_1\sqrt{-\Delta_{12}}}, \qquad (3.22)$$

где

$$B_7 = \ln \frac{[n(H_0-M)+M+f-\sqrt{-\Delta_{12}}][n(H_2-M)+M+f+\sqrt{-\Delta_{12}}]}{[n(H_0-M)+M+f+\sqrt{-\Delta_{12}}][n(H_2-M)+M+f-\sqrt{-\Delta_{12}}]}.$$

Отметим, что здесь при определении фильтрационных сопротивлений для расхода из верхней зоны необходимо учитывать несовершенство дрены и при вычислении коэффициента σ пользоваться формулой (2.9) главы IV.

Если верхняя зона двухслойная, а нижняя составлена не из двух, а из нескольких слоев, то вместо b необходимо подставить некоторый коэффициент B, который определим, исходя из следующих соображений. Если нижняя зона составлена из m слоев, то

$$B = \frac{k_1 a_1}{S+\eta_1'} + \lambda_1 k_2' \left(\frac{a_2}{S+\eta_2'} - \frac{a_1}{S+\eta_1'}\right) + \lambda_2 k_3' \left(\frac{a_3}{S+\eta_3'} - \frac{a_2}{S+\eta_2'}\right) +$$

$$+ \ldots \lambda_{m-1} k'_m \left(\frac{a}{S+\eta'} - \frac{a_{m-1}}{S+\eta'_{m-1}}\right). \qquad (3.23)$$

Выражение (3.23) можно представить в следующем виде:

$$B = \frac{k_1}{S_1}[a_1\alpha_1' + \lambda_1 n_1'(a_2\alpha_2' - a_1\alpha_1') + \lambda_2 n_2'(a_3\alpha_3' - a_2\alpha_2') +$$

$$+ \ldots \lambda_{m-1} n'_{m-1}(a\alpha' - a_{m-1}\alpha'_{m-1}), \qquad (3.24)$$

где $\alpha_1', \alpha_2' \ldots \alpha'_m = \alpha'$ — коэффициенты висячести, вычисляемые из условий

$$\alpha_1' = \frac{1}{1+2{,}94\frac{a_1}{S_1}\lg\frac{2a_1}{\pi d}}; \quad \alpha_2' = \frac{1}{1+2{,}94\frac{a_2}{S_1}\lg\frac{2a_2}{\pi d}};$$

$$\alpha_{m-1} = \frac{1}{1+2{,}94\frac{a_{m-1}}{S_1}\lg\frac{2a_{m-1}}{\pi d}}.$$

$a_1, a_2, a_3 \ldots a_m$ — расстояния от дрены до подошвы соответствующих слоев.

$$n_1' = \frac{k_2'}{k_1}; \quad n_2' = \frac{k_3'}{k_1}; \quad \ldots n'_{m-1} = \frac{k'_m}{k_1};$$

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \ldots \lambda_{m-1}$ — коэффициенты расхода, соответственно, для второго, третьего и m-го слоев.

Таким образом, принципиально нахождение T_1 и T_2 для слоистого строения водоносного пласта не представляет затруднений, но требует довольно много арифметических подсчетов.

Если верхняя зона также многослойна, то изменяется только значение q_1, которое необходимо определять по приведен-

ным выше формулам для случая дрены, уложенной на водоупор, пользуясь для определения фильтрационных сопротивлений формулой (4.15) главы IV, где σ_i определяется по формуле (4.16) с учетом несовершенства дрены (вводится множителем коэффициент A_i .

§ 4. Расчет систематического дренажа в вертикально-неоднородном грунте

При работе дренажа в многослойном тонкослоистом грунте, в котором изменение коэффициента фильтрации происходит плавно или скачкообразно, в уравнение водного баланса совершенной дрены будут входить расходы, определяемые по формуле (2.5) для первой стадии работы дренажа и (2.6) на второй стадии. Если дрены несовершенны, то к данным расходам должны добавляться расходы, поступающие из нижней зоны.

Дифференциальное уравнение движения фильтрационного потока в вертикально-неоднородном грунте при отсутствии испарения и осадков в случае совершенного дренажа принимает следующий вид (при пренебрежении h_0):

$$0{,}215\delta_{ср}A_0 dS = \frac{2\mu_0\Phi'_{H_0}}{S}dt, \tag{4.1}$$

откуда, после разделения переменных и интегрирования,

$$S = 4{,}3\sqrt{\frac{\mu_0\Phi'_{H_0}}{\delta_{ср}A_0}t}. \tag{4.2}$$

В частности, при $k_z = k$, т. е. для однородного грунта, если пренебречь высотой нависания, получим формулу (1.10) настоящей главы.

В формулу (4.2) входит $\delta_{ср}$, которая при учете высоты нависания определяется по формуле

$$\delta_{ср} = \frac{2}{H_0^2 - h_в^2}\int_{h_в}^{H_0}\delta_z z dz. \tag{4.3}$$

Более точное значение S, если ввести упоминавшуюся выше поправку в соответствии с решением Буссинеска, будет

$$S = 4{,}1\sqrt{\frac{\mu_0\Phi_{H_0}}{\delta_{ср}A_0}t}, \tag{4.4}$$

или

$$t \approx \frac{0{,}06\delta_{ср}A_0S^2}{\mu_0\Phi'_{H_0}}. \tag{4.5}$$

Если необходимо определить T_1—промежуток времени до смыкания кривых депрессии в середине междудренья, то, принимая $S=0{,}5E$, получим

$$T_1 \cong \frac{0{,}015\delta_{ср} A_0 E^2}{\mu_0 \Phi_{H_0}}. \qquad (4.6)$$

При $k_z = k$ и $\delta_{ср} = \delta$, т. е. в случае однородного грунта,

$$T_1 = \frac{0{,}03\delta A_0 E^2}{kH_0^2}. \qquad (4.7)$$

Формула (4.7) несколько отлична от значения, которое может быть получено из формулы (1.10) при $S=0{,}5E$, т. к. здесь принята не эллиптическая форма кривой депрессии, а кривая, более близкая к кривой Буссинеска, и учитывается высота нависания.

При наличии инфильтрации уравнение (4.1) принимает вид

$$0{,}215\delta_{ср} A_0 dS + pSdt = \frac{2\mu_0 \Phi'_{H_0}}{S} dt, \qquad (4.8)$$

откуда

$$\frac{SdS}{2\mu_0 \Phi_{H_0} - pS^2} = \frac{4{,}65dt}{\delta_{ср} A_0}. \qquad (4.9)$$

При наличии испарения уравнение (4.9) переписывается в следующем виде:

$$\frac{SdS}{2\mu_0 \Phi_{H_0} + eS^2} = \frac{4{,}65dt}{\delta_{ср} A_0}. \qquad (4.10)$$

В зависимости от значения k_z получим то или иное решение дифференциальных уравнений (4.9) или (4.10). Если необходимо определить T_1, то при наличии инфильтрации

$$T_1 = \frac{\delta_{ср} A_0}{4{,}65} \int_0^{S_1} \frac{SdS}{2\mu_0 \Phi'_{H_0} - pS^2}. \qquad (4.11)$$

При наличии испарения

$$T_1 = \frac{\delta_{ср} A_0}{4{,}65} \int_0^{S_1} \frac{SdS}{2\mu_0 \Phi'_{H_0} + eS^2}. \qquad (4.12)$$

В случае несовершенного дренажа, отсутствия инфильтрации и испарения или при $p=e$ имеет место следующее уравнение:

$$0{,}215\delta_{ср} A_0 SdS = 2(\mu_0 \Phi'_{H_0} + H_0 S \int_0^a \lambda'_z k'_z dR')dt. \qquad (4.13)$$

Соответственно, при наличии инфильтрации или испарения данное уравнение принимает следующий вид:

а) при наличии инфильтрации

$$0{,}215\delta_{ср}A_0SdS+pS^2dt=2(\mu_0\Phi'_{H_0}+H_0S\int_0^a\lambda'_zk'_zdR')dt; \quad (4.14)$$

б) при наличии испарения

$$0{,}215\delta_{ср}A_0SdS-eS^2dt=2(\mu_0\Phi'_{H_0}+H_0S\int_0^a\lambda'_zk'_zdR')dt; \quad (4.15)$$

где

$$R'=\frac{z'}{S+\eta'_z};\ \eta'_z=2{,}94z'\lg\frac{2z'}{\pi d};\ z'=(-z).$$

Интегрируя эти дифференциальные уравнения, получим t как функцию от S или S как функцию от t. Время T_1 находится при $S=0{,}5E$.

Дифференциальные уравнения движения на второй стадии работы дренажа (истощение водоносного слоя) с учетом вводимой поправки в случае совершенного дренажа принимают следующий вид:

а) при отсутствии инфильтрации, или испарения, или при $p=e$

$$-0{,}865\delta_{ср}S_1dH=\frac{2\mu_{ср}\Phi'_н}{S_1}dt; \quad (4.16)$$

б) при наличии инфильтрации

$$-0{,}865\delta_{ср}S_1dH=\left(\frac{2\mu_{ср}\Phi'_н}{S_1}-pS_1\right)dt; \quad (4.17)$$

в) при наличии испарения

$$-0{,}865\delta_{ср}S_1dH=\left(\frac{2\mu_{ср}\Phi'_н}{S_1}+eS_1\right)dt. \quad (4.18)$$

В случае несовершенного дренажа эти уравнения принимают соответственно следующий вид:

а) при отсутствии инфильтрации и испарения или при $p=e$

$$-0{,}865\delta_{ср}S_1^2dH=2(\mu_{ср}\Phi'_н+HS_1\int_0^a\lambda'_zk'_zdR')dt; \quad (4.19)$$

б) при наличии инфильтрации

$$-0{,}865\delta_{ср}S_1^2dH=[2(\mu_{ср}\Phi'_н+HS_1\int_0^a\lambda'_zk'_z\,dR')-pS_1^2]dt; \quad (4.20)$$

в) при наличии испарения

$$-0{,}865\delta_{ср}S_1^2dH=2[(\mu_{ср}\Phi'_н+HS_1\int_0^a\lambda'_zk'_zdR')+eS_1^2]dt. \quad (4.21)$$

Вид решений, получаемых в результате интегрирования приведенных дифференциальных уравнений, будет зависеть от вида функций $k_z = F(z)$.

Следует отметить, что ввод поправочных коэффициентов в значения T_1 и T_2 не всегда оправдан, так как всегда имеет место расход капиллярной каймы, который нами не учитывается и который будет увеличивать дренирующий эффект, снижая значение T. Неучет расхода капиллярной каймы создает некоторый коэффициент запаса при определении расстояний между дренами. При относительно плохой изученности вопроса движения грунтовых вод в неоднородных грунтах и малой точности закономерностей распределения проницаемости реальных грунтов как функции координат области фильтрации наличие такого запаса является безусловно необходимым и оправданным.

Как видно из приведенных выше результатов, метод последовательной смены стационарных состояний дает возможность успешного решения довольно сложных задач по неустановившемуся движению и в неоднородной среде. Все дело в этом случае сводится к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений, техника которого гораздо проще, чем техника интегрирования дифференицальных уравнений с частными производными.

Принимая во внимание, что осреднение h, производимое при приведении этих уравнений к уравнению Фурье, вносит неточности того же порядка, что и метод последовательной смены стационарных состояний, можно считать, что практически мы получим аналогичные результаты с меньшей затратой труда.

Если воспользоваться значениями расходов, определяемых по формулам (8.1) и (8.3) главы IV, то можно было бы получить формулы для расчета дренажей, работающих в условиях нестационарного потока с учетом проницаемости засыпки. Принимая во внимание громоздкость и несовершенство эмпирических формул, мы получили бы весьма сложные решения, которые вряд ли можно рекомендовать для практического использования.

При $k_2 \gg k_1$ нижний слой, по-видимому, можно рассматривать как водоупор. Если засыпка достаточно проницаема, то, пренебрегая сопротивлением на вертикальных путях фильтрации, расчет можно вести по формуле Буссинеска, полагая, что дрена лежит на кровле нижнего слоя.

ГЛАВА VI

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ЩЕЛЕВОМ ЛОТКЕ ПО ПРИТОКУ К ДРЕНАМ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Для суждения о приемлемости выведенных формул и определения точности вычисления расходов и расстояний между дренами по этим формулам кроме опытов на приборе ЭГДА (результаты которых частично приведены в главах II и III) и проверки в полевых условиях (по материалам, собранным на болотах ЭССР У. Х. Томбергом) в лаборатории ЭНИИЗиМ были проведены исследования по притоку к дренам в неоднородных средах с помощью щелевого лотка. Щелевой лоток с переменной шириной щели дает возможность при относительно небольших затратах времени получать значения расходов дрен при любом заданном законе изменения проницаемости в области фильтрации. Работа со щелевым лотком имеет еще и то преимущество по сравнению с прибором ЭГДА, что избавляет от необходимости вычерчивания гидродинамических сеток, довольно затруднительного при резкой разнице в проницаемости отдельных слоев. Особенно важной особенностью щелевого лотка является возможность изучения неустановившегося движения.

§ 1. Вопросы экспериментирования в щелевом лотке с переменной шириной щели

Не вдаваясь в подробное описание общих принципов моделирования движения фильтрационных потоков с помощью щелевого лотка (см. работы В. И. Аравина [7а], П. Я. Полубариновой-Кочиной [38] и др.), изложим лишь основные положения, касающиеся работы щелевого лотка с переменной шириной щели.

Известно, что плоское потенциальное движение потока можно воспроизвести путем пропускания вязкой жидкости между двумя параллельными пластинками. При этом предпо-

лагается, что движение будет ламинарным. Последнее обеспечивается надлежащим выбором ширины щели и вязкости пропускаемой между пластинками жидкости.

Зависимость между средней скоростью движения жидкости V, пропускаемой между параллельными вертикальными пластинками (рис. 63), и падением напора по длине потока при ламинарном его движении выражается следующим уравнением:

$$V = -\frac{g\varepsilon^2}{3\nu} \cdot \frac{dh}{dx}, \qquad (1.1)$$

где g — ускорение силы тяжести; ν — кинематический коэффициент вязкости; ε — половина ширины щели в см.

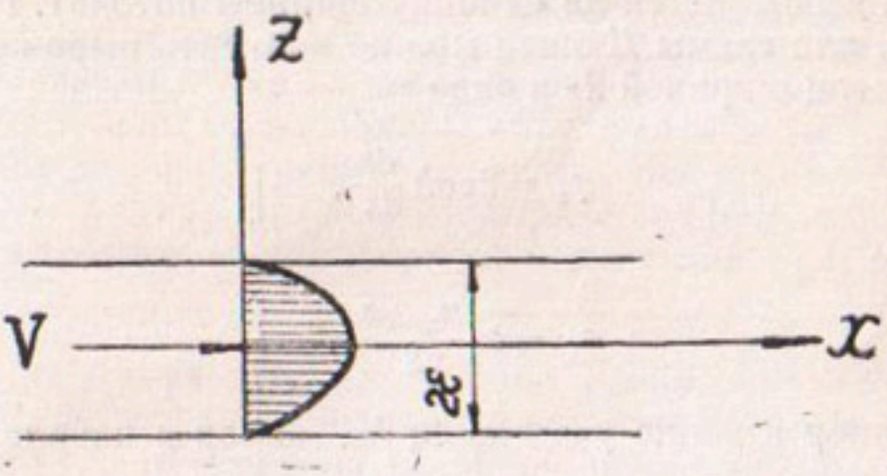


Рис. 63

Принимая во внимание, что коэффициент, стоящий перед $\frac{dh}{dx}$, при неизменной ширине щели — величина постоянная, уравнение (1.1) можно переписать в следующем виде:

$$V = -\sigma \frac{dh}{dx}, \qquad (1.2)$$

где $\sigma = \frac{g\varepsilon^2}{3\nu}$ можно рассматривать как коэффициент проницаемости щели.

В частности, если, например, щель имеет ширину, равную 1 мм, то $\varepsilon = 0{,}5$ мм, или 0,05 см. Подставляя соответствующие значения физических констант g и ν, можно получить значение σ. В качестве примера вычислим σ при $\varepsilon = 0{,}05$ см для глицерина при $t = 20°$.

Известно, что кинематический коэффициент вязкости химически чистого глицерина составляет (при 20°С) 8,75 стокса. Для щели шириной 1 мм получим

$$\sigma = \frac{981 \cdot 0{,}05^2}{3 \cdot 8{,}75} = 0{,}093 \text{ } см/сек.$$

Кинематический коэффициент вязкости глицерина довольно сильно изменяется в зависимости от температуры и содержания в нем примесей, поэтому при производстве опытов необходимо учитывать это обстоятельство.

Если температура в помещении, где производятся опыты, будет постоянной, то σ будет зависеть только от ширины щели.

В работе [38] показывается, что плоское движение в щелевом лотке с учетом действия сил тяжести описывается теми же дифференциальными уравнениями, что и движение грунтовых вод, с заменой коэффициента фильтрации величиной σ (в выражениях для скоростей); при вычислении расходов необходимо вводить ширину щели (так как расход потока грунтовых вод вычисляется на единицу ширины потока). Поэтому, например, для схемы Дюпюи можно написать выражение для расхода щели шириной 2ε в виде

$$q_\varepsilon = 2\varepsilon\sigma h \frac{dh}{dx}, \tag{1.3}$$

или в виде

$$q_\varepsilon = \tau \frac{H^2 - h_0^2}{2S}, \tag{1.4}$$

где H—напор в конце участка S; h_0—напор в начале участка S; $\tau = \frac{2g\varepsilon^3}{3\nu}$— так называемый «второй коэффициент проницаемости щели» (Величина σ носит название первого коэффициента проницаемости щели).

При одних и тех же H и h_0, если щель имела бы полуширину не ε, а, например, ε_1,

$$q_{\varepsilon_1} = \frac{2g\varepsilon_1^3}{3\nu} \cdot \frac{(H^2 - h_0^2)}{2S}. \tag{1.5}$$

Отношение расходов

$$\frac{q_{\varepsilon_1}}{q_\varepsilon} = \frac{\varepsilon_1^3}{\varepsilon^3}. \tag{1.6}$$

Таким образом, расходы при одних и тех же напорах на концах участка S относятся как кубы полуширин щелей.

Для определения расхода реального потока на единицу его ширины по расходу модели щелевого лотка $q_м$ со щелью шириной 2ε служит формула

$$q = \frac{k}{2\sigma\varepsilon} q_м. \tag{1.7}$$

Так как размеры модели обычно в несколько раз меньше геометрических размеров реального грунтового потока, то при

одинаковом линейном масштабе λ, в котором моделируются как горизонтальные, так и вертикальные размеры реального потока, в формулу (1.7) должен вводиться этот коэффициент. Таким образом,

$$q = \frac{\lambda k}{2\sigma\varepsilon} q_{\text{м}}. \tag{1.8}$$

Положим теперь, что грунт состоит из отдельных слоев с различными коэффициентами фильтрации.

Применение щелевого лотка для моделирования фильтрационного потока в слоистом грунте основывается на возможности изменения коэффициента проницаемости щели путем изменения ее ширины.

П. Я. Кочиной в [38] рассмотрен случай двухслойного грунта, причем показано, что при переходе движения вязкой жидкости в щелевом лотке из щели шириной $2\varepsilon_1$ в щель шириной $2\varepsilon_2$ действительны те же законы «преломления», которые действительны для фильтрации в разнородных грунтах при переходе через границу раздела грунтов с проницаемостью k_1 и k_2. Следовательно, если в щелевой модели подобрать значения вторых коэффициентов проницаемости щели $\tau = \frac{2}{3}\frac{g\varepsilon^3}{\nu}$ таким образом, чтобы их отношение было равно отношению коэффициентов фильтрации реального слоистого грунта, то в щелевом лотке с переменной шириной щели можно моделировать реальный поток в слоистом грунте.

Так как g и ν одинаковы при движении через щель любой ширины, то (при выполнении условия ламинарности движения) получим

$$\frac{k_1}{k_{\text{к}}} = \frac{\varepsilon_1^3}{\varepsilon^3_{\text{к}}}, \tag{1.9}$$

откуда

$$\varepsilon_{\text{к}} = \varepsilon_1 \sqrt[3]{\frac{k_{\text{к}}}{k_1}}, \tag{1.10}$$

т. е. полуширина (или ширина) щели изменяется пропорционально кубичному корню из отношений коэффициентов фильтрации моделируемых грунтов.

Понимая по-прежнему под q расход грунтового потока на единицу его ширины, а под $q_{\text{м}}$ расход щелевой модели, можно написать

$$q = \frac{k_{\text{к}}}{\tau_{\text{к}}} q_{\text{м}}, \tag{1.11}$$

где $k_{\text{к}}$—коэффициент фильтрации грунта, в котором располагается дрена.

Если модель имеет линейный масштаб λ, то

$$q=\frac{\lambda k_к}{\tau_к} q_м=\lambda\frac{3k_к\nu}{2g\varepsilon^3_к} q_м. \tag{1.12}$$

Весьма ценным качеством щелевого лотка является возможность моделирования в нем плоского неустановившегося движения грунтовых вод. Применение киносъемки позволяет зафиксировать мгновенные положения кривой депрессии, по которым легко построить кривые изменения уровней в любом сечении потока. Если к тому же обладать аппаратурой, дающей кривую $q=f(t)$ (годограф), то можно довольно легко проверять теоретически выведенные расчетные формулы.

Следуя П. Я. Кочиной [38], для случая плоского неустановившегося движения можно записать следующие дифференциальные уравнения:

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{\delta}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}&=-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{g}{k}u;\\ \frac{1}{\delta}\cdot\frac{\partial v}{\partial t}&=-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial z}-\frac{g}{k}v-g,\end{aligned}\right\} \tag{1.13}$$

где δ—коэффициент водоотдачи грунта; p—гидродинамическое давление; t—время; x и z—координаты области движения, причем ось z направлена вертикально вверх; ρ—плотность жидкости.

Перепишем уравнения (1.13) в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{\delta g}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{\gamma}\right)+\frac{u}{k}&=0;\\ \frac{1}{\delta g}\cdot\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{p}{\gamma}\right)+\frac{v}{k}+1&=0,\end{aligned}\right\} \tag{1.14}$$

где $\gamma=\rho g$—весовая плотность жидкости; $\frac{p}{\gamma}$—пьезометрическая высота.

Введем в формулы (1.14) масштабные коэффициенты, причем обозначим:

λ_v — масштаб скоростей;

$\lambda_к$ — масштаб коэффициента фильтрации;

λ_t — масштаб времени;

λ_δ — масштаб коэффициента водоотдачи.

Масштабы пьезометрических высот и линейный будем принимать одинаковыми и обозначим, как и ранее, через λ.

Для получения тождественности явлений необходимо соблюдение следующих условий:

$$\lambda_v=\lambda_к; \tag{1.15}$$

$$\lambda_t = \frac{\lambda_к}{\lambda_\delta}. \qquad (1.16)$$

Для щелевой модели аналогично уравнениям (1.13) можно написать:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{g}\cdot\frac{\partial v_x}{\partial T}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{\gamma}\right)+\frac{v_x}{\sigma}=0;\\ &\frac{1}{g}\cdot\frac{\partial v_z}{\partial T}+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{p}{\gamma}\right)+\frac{v_z}{\sigma}+1=0. \end{aligned}\right\} \qquad (1.17)$$

Сопоставляя уравнение (1.17) с (1.14), отметим, что в (1.17) коэффициент водоотдачи равен единице.

Сравнивая теперь грунтовую модель со щелевой, выполненной в том же масштабе, что и грунтовая модель, можно записать для этих моделей:

$$\left.\begin{aligned} &u_м = v_x;\ \ v_м = v_z;\\ &t_м = T;\ \delta_м = 1;\ \ k_м = \sigma. \end{aligned}\right\} \qquad (1.18)$$

Если выразить соответствующие величины для натуры, то получим*

$$\left.\begin{aligned} &u = \lambda_v v_x;\ \ v = \lambda_v v_z;\\ &t = \lambda_t T;\ \ k = \lambda_к \sigma;\ \ \delta = \lambda_\delta. \end{aligned}\right\} \qquad (1.19)$$

При постановке опытов можно задаться λ_t, и далее на основании (1.15), (1.16) и (1.19) найдем

$$\lambda_к = \lambda_t \lambda_\delta = \lambda_t \delta, \qquad (1.20)$$

а на основании (1.20)

$$\sigma = \frac{k}{\lambda_к} = \frac{k}{\lambda_t \delta}. \qquad (1.21)$$

Следовательно, полуширина щели должна быть

$$e = \sqrt{\frac{3\nu k}{g\lambda_t \delta}}. \qquad (1.22)$$

Рассмотрим, наконец, еще один весьма важный вопрос, а именно—вопрос о пределах применимости модели. По реко-

---

* Отметим, что при моделировании неустановившегося движения в щелевом лотке масштаб коэффициента водоотдачи не может быть выбран произвольно — он равен коэффициенту водоотдачи в натуре. Так как $\delta < 1$, то это вносит некоторое искажение в обычные соотношения между $\lambda_к$ и λ_t, иначе говоря, при сохранении остальных признаков подобия, поток в щелевом лотке более «водообилен» *(прим. ред.)*.

мендации В. И. Аравина для обеспечения ламинарности потока необходимо, чтобы соблюдалось условие

$$Re = \frac{v\varepsilon}{\nu} \leqslant Re_{кр} = 500, \qquad (1.23)$$

где Re—число Рейнольдса, откуда

$$\varepsilon \leqslant \frac{500\nu}{v}. \qquad (1.24)$$

При работе с глицерином со средним значением $\nu = 5$ стоксов и $v_{max} = 10$ см/сек

$$\varepsilon_{max} \leqslant \frac{500 \cdot 5}{10} = 250 \text{ см}.$$

Таким образом, практически не возникает сомнения в возможности применения щелевой модели, если в качестве рабочей жидкости используется глицерин.

§ 2. Конструкция щелевого лотка и питательных установок

Корпус щелевого лотка, применявшегося для моделирования фильтрационных потоков в слоистых грунтах, был изготовлен из дерева. В пазах корпуса устанавливались две пластины из органического стекла толщиной 5 мм, причем одна из них крепилась в пазах наглухо, а вторая была съемной и закреплялась в корпусе зажимными винтами. Максимальная ширина щели составляла 10 мм, минимальная—не менее 1 мм. Таким образом, в лотке можно было моделировать грунты с отношением проницаемости от 0,001 до 1000.

Изменение ширины щели осуществлялось с помощью наклейки на съемную стенку стеклянных пластинок той или иной толщины (при исследовании движения в слоистых грунтах) или рельефа, выполненного из воска или пластелина (при исследовании движения в неоднородных средах с плавно изменяющимся коэффициентом фильтрации).

С целью фиксации ширины щели между пластинками укладывались калиброванные прокладки из круглого железа $d = 10$ мм. После установки пластин с наклеенными калиброванными прокладками, они прижимались друг к другу винтами вертикальных струбцинок. Общий вид собранного лотка со струбцинками показан на рис. 65.

Паз для подвижной пластины на 8 мм шире паза для неподвижной. Поэтому закладка и выемка подвижной пластины с наклеенным на нее рельефом не представляли затруднений.

Подвижная пластина прижималась к стенке паза с помощью зажимных винтов, расположенных по периметру задней стенки корпуса лотка (рис. 66) в широком пазе корпуса, в который затем укладывалось уплотнение в виде трех резиновых трубок диаметром 12 мм. Так как паз после установки подвижной стенки лотка с 13 мм уменьшался до 8 мм, трубки плотно заполняли оставшееся пространство, обеспечивая удовлетворительное уплотнение.

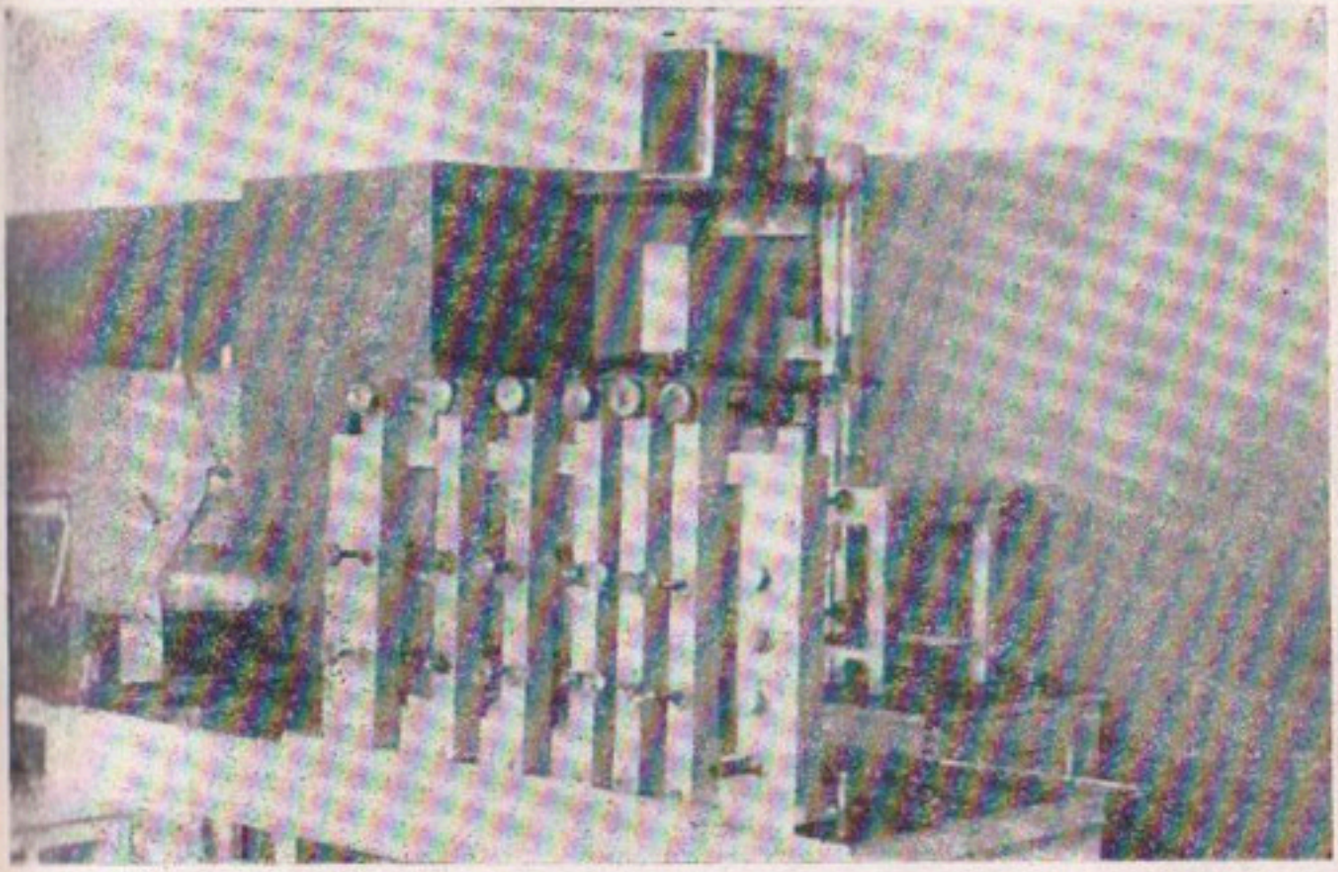


Рис. 64

Дрены моделировались в виде трубок переменного диаметра (d=8, 10, 12, 14, 16, 18 и 20 мм), которые ввинчивались в насадки, укрепленные в корпусе лотка (см. рис. 65). Концы «дренажных трубок» подгонялись заподлицо с внутренней поверхностью неподвижной стенки лотка.*

Центр первой насадки расположен на уровне дна щели. Данная насадка моделировала «дрену на водоупоре». Центры остальных насадок располагались, соответственно, на высоте 10, 20 и 30 см над дном лотка и моделировали «несовершенные дрены». В левой боковой стенке лотка была устроена небольшая шахта — успокоительный бассейн, в которую поступал глицерин при моделировании грунтового питания.

---

* Для того, чтобы не допускать подпора, наиболее часто применялась трубка диаметром 2 см.

Отсчет напоров над дреной в начале и в конце участка S_1 ($S_1 = 100$ см) производился по вертикальным металлическим линейкам, укрепленным на неподвижной и подвижной стенках лотка.

При изучении установившегося движения необходимо было создать ток жидкости с постоянным расходом. При моделировании дрен с «грунтовым питанием» это достигалось с помощью сосуда Мариотта, который был представлен пита-

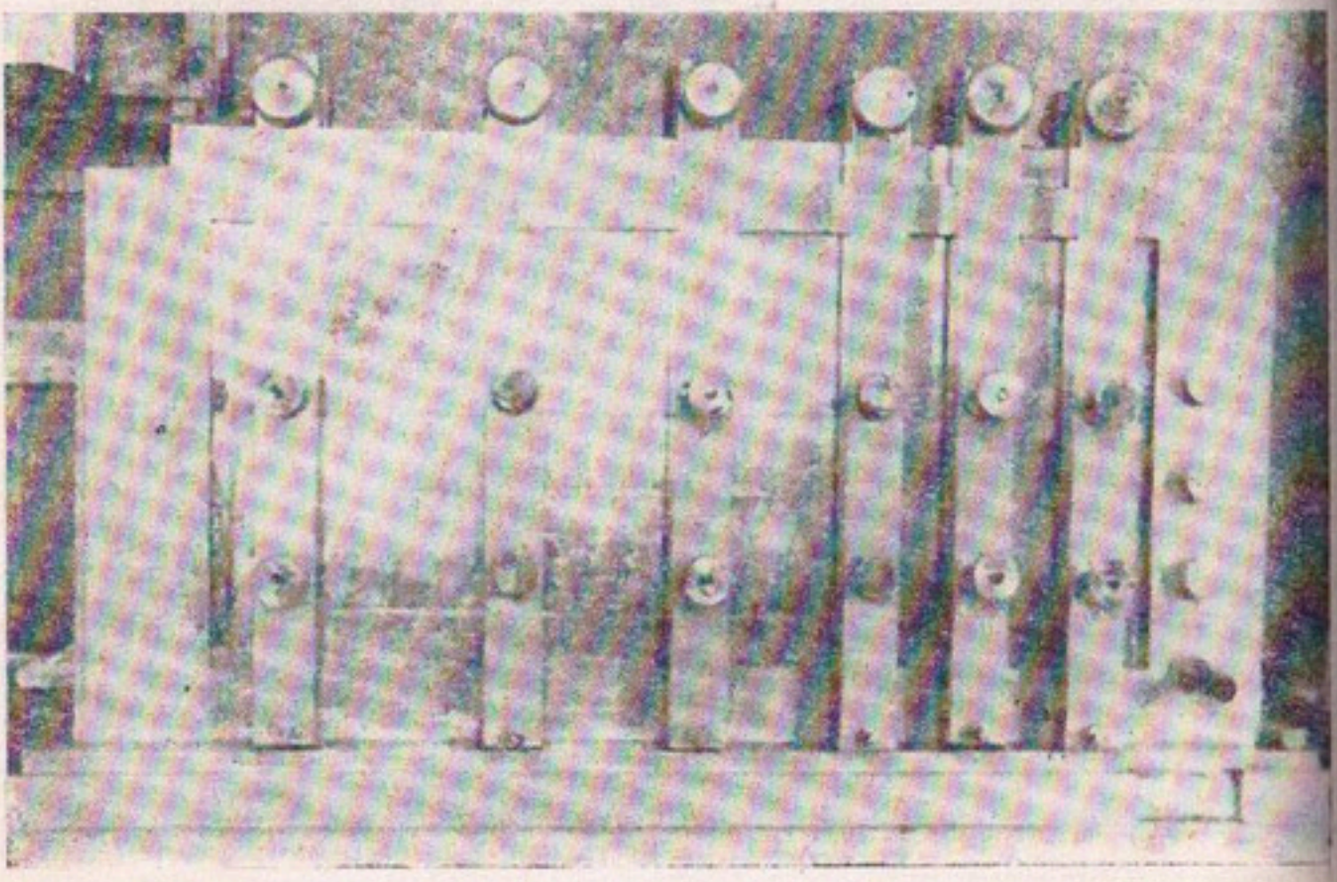


Рис. 65

тельным баком на 20 кг глицерина с трубкой. Трубка сообщалась с другим бачком, служившим бассейном, где поддерживался постоянный уровень. Второй бачок был оборудован краном, регулировавшим поступление глицерина в шахту лотка. Так как напор во втором бачке был постоянным, данной конструкцией питательной системы обеспечивалось поступление жидкости с заданным неизменным расходом. Общий вид установки представлен на рис. 64.

При моделировании неустановившегося движения успокоительная шахта отключалась. Перед началом опыта лоток заливался глицерином до требуемой отметки и включался в работу путем вынимания из «дрены» закрывающей ее пробки. Фильтрационные сопротивления для «инфильтрационного потока» принимались равными сопротивлениям потока, питаемого за счет водоотдачи.

Замер расходов производился градуированными цилиндрами емкостью от 250 до 500 см^3. Для удобства манипулирования подвижной пластиной в ней были высверлены отверстия, в которые устанавливались съемные ручки.

Опыт работы с лотком показал, что данная конструкция лотка в общем достаточно удобна для экспериментирования.

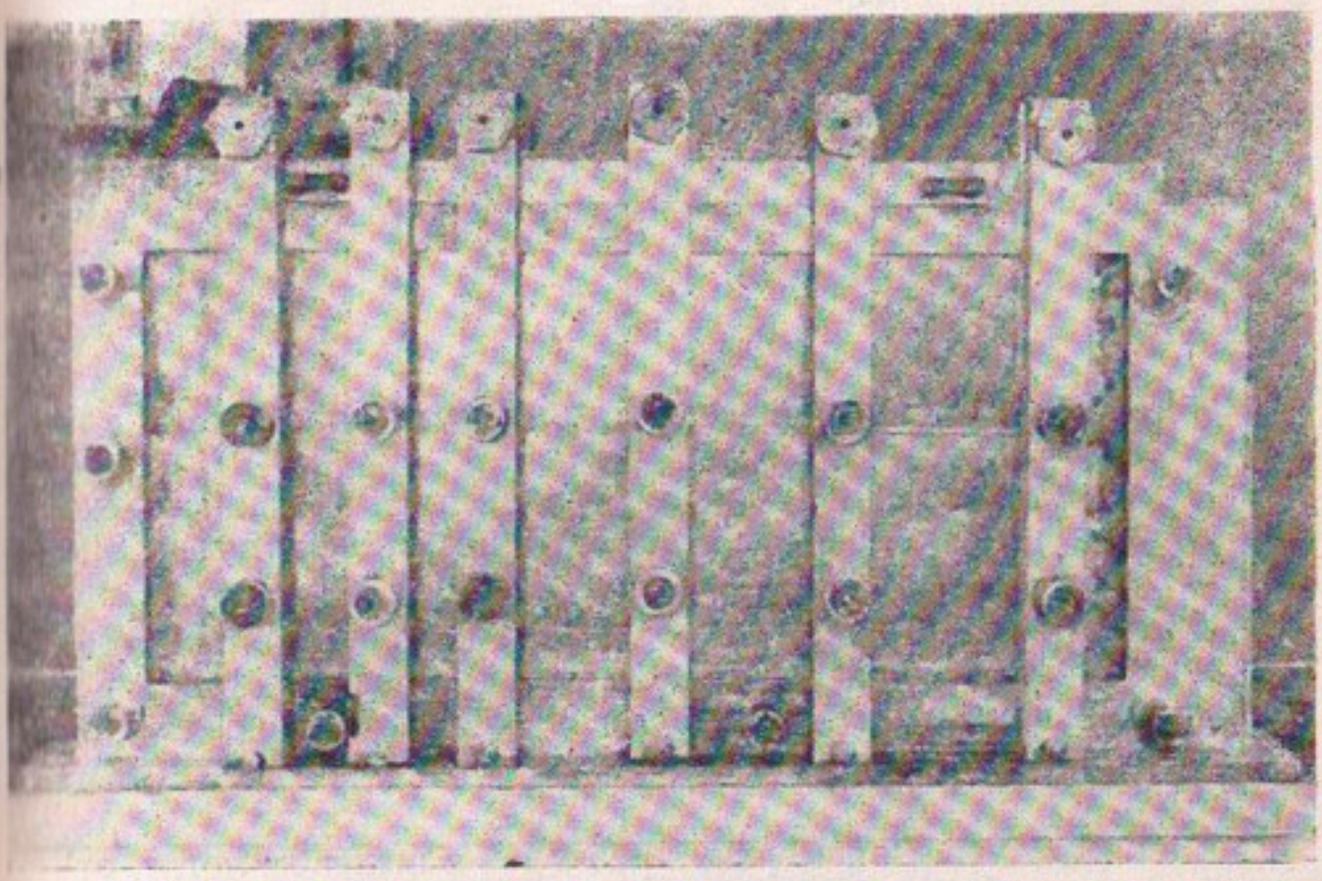


Рис. 66

§ 3. Об измерении расходов

При производстве экспериментов желательно было использовать наиболее простую методику перехода от расходов, вычисляемых по формулам, к расходам модели.

С этой целью для щелевого лотка был применен обычно используемый в фильтрационных исследованиях способ определения проницаемости модели на самой модели (для простейшей схемы) и принятие этой величины за постоянную при иных начальных и граничных условиях. Естественно, что этот прием пригоден при однородном грунте ($2\varepsilon=\text{const}$) и установившемся движении. В неоднородных грунтах пересчет проницаемости производится, исходя из условия (1.9), а при неустановившемся движении—с учетом масштаба δ. Тогда для простейшей схемы Дюпюи имеем

$$q_м=\frac{k_{щ}(H^2-h_0^2)}{2S_1}, \qquad (3.1)$$

где

$$k_{щ} = \tau .$$

Измеряя расходы на щелевой модели, можно получить значения $k_{щ}$. Зная H, h_0 и S_1, получим

$$k_{щ} = \frac{2q_{м}S_1}{H^2 - h_0^2} . \qquad (3.2)$$

Определив таким образом для конкретных значений $q_{м}$, S_1, H и h_0 величину $k_{щ} = \tau$, считая ее постоянной и подставляя в формулу (1.11), находим приведенное к натуре значение опытного расхода уже при других граничных условиях, а именно:

$$q_{к} = \frac{k_{к}}{\tau} q_{мk} ,$$

где $q_{мk}$ — фактически замеренный в щелевом лотке расход для любого опыта.

Определенное таким образом приведенное значение опытного расхода $q_{к}$ сравниваем с подсчитанным по формулам при $\lambda = 1$.

Следует иметь в виду, что под $k_{щ} = \tau$ необходимо понимать проницаемость грунта, в который уложена дрена. Моделирование движения в неоднородных грунтах и особенно для неустановившегося движения более сложно; на этом остановимся ниже.

Касаясь точности измерения расходов в щелевом лотке, отметим, что как первый, так и второй коэффициент проницаемости щели зависят от кинематического коэффициента вязкости жидкости, пропускаемой через щелевую модель (в опытах применялся глицерин). В свою очередь, кинематический коэффициент вязкости зависит от температуры и степени чистоты глицерина. Как было установлено при производстве опытов, глицерин поглощает пары воды, в связи с чем изменяется его вязкость. Поэтому в целях соблюдения точности измерений приходилось систематически производить определение вязкости глицерина.

Необходимо заметить, что щелевой лоток весьма чувствителен, так как расходы, пропускаемые через щель, пропорциональны кубу полуширины щели. Поэтому даже небольшие отклонения в ширине щели могут вносить существенные искажения в размеры расходов. Как указывалось выше, фиксация ширины щели осуществлялась с помощью струбцин и калиброванных прокладок. Несмотря, однако, на принятые меры, гидростатическое давление жидкости вызывало некоторое искажение формы щели (щель приобретала чечевицеобразную форму, что несколько увеличивало $k_{щ}$). Поэтому в целях

уточнения проницаемости щели производились контрольные замеры, причем $k_{щ}$ определялось, исходя из формулы Дюпюи, если дрена лежала на водоупоре, или формулы С. Ф. Аверьянова (при несовершенной дрене).

Все эти предосторожности были необходимы для получения более или менее удовлетворительных результатов.

Для определения погрешностей в размерах $k_{щ}$ были произведены определения его при различной ширине щели и сравнены с теоретически вычисленными значениями. Данные измерений $k_{щ}$ и теоретически вычисленные его значения приводятся в табл. 11.

Таблица 11

Ширина щели, в мм	t°	ν	Фактическое значение $k_{щ}$	Теоретическое значение $k_{щ}$	Расхождение, в % от теоретического значения $k_{щ}$
1,0	21	5,08	0,016	0,016	0,0
2,0	19	6,26	0,108	0,105	+ 2,8
6,0	19	6,26	2,870	2,820	+ 1,8
8,0	21	5,08	8,700	8,250	+ 6,7
10,0	18	6,50	12,800	12,600	+ 1,6

Как видно из данных табл. 11, при надлежащей тщательности в установке пластин щелевого лотка расхождения в теоретическом значении $k_{щ}$ и получаемым в результате измерений, находятся в пределах точности инженерных расчетов. Поэтому можно считать, что щелевой лоток дает в общем удовлетворительную точность и может быть применен для проверки формул, предлагаемых для расчета дрен в неоднородных грунтах.*

§ 4. Опытная проверка расчетных формул для случая грунтового питания и установившегося движения потока

Проверка расчетных формул велась при пропуске расходов глицерина до 15—20 см³/сек. Применялась главным образом «дрена» диаметром $d=2$ см, т. е. выбирался такой ее диаметр, чтобы при пропуске фактических расходов в ней не возникало бы подпора.

При $d=2$ см глубина глицерина в дрене, как правило, не превышала половины ее диаметра, т. е. обеспечивался отвод расходов без полного затопления живого сечения.

---

* Отметим, что применявшаяся методика моделирования ограничивает возможность установления *эмпирических* формул (на основании опытов, проведенных в щелевом лотке), пригодных для применения в натурных условиях (*прим. ред.*).

Малая величина h_0 давала возможность пренебречь членами, оценивающими значение функции Н. К. Гиринского в сечении, где располагалась дрена. Опыты велись отдельными сериями, которые соответствовали заданной модели грунтового разреза.

При вычислении расходов изолированных дрен, уложенных на водоупоре, в расходы отдельных слоев (кроме самого нижнего, в котором была уложена дрена) вводились коэффициенты расхода, вычисляемые по формулам, приведенным в главе III настоящей работы.

При определении расходов несовершенных дрен коэффициенты расхода вводились также в расходы всех слоев, расположенных ниже слоя, в котором уложена сама дрена.

В табл. 11 было уже показано, что определенные по формуле (3.2) значения $k_{щ}$ довольно хорошо сходятся с теоретическим значением τ—второго коэффициента проницаемости щели.

Если выход потока осуществляется в открытый канал или в неизолированную дрену, то их расходы должны определяться по приведенным выше формулам (без ввода запирающих коэффициентов в случае открытого канала).

Для проверки сходимости результатов теоретических расчетов с расходами щелевого лотка был поставлен следующий опыт. С целью моделирования неизолированной дрены пластинка, образующая нижнюю щель двухслойного грунта была срезана на 2 см. В результате этого дрена оказалась на дне вертикальной «траншеи». Ширина нижней щели была принята равной 2 мм, верхней—10 мм.

При таком строении модели обеспечивался пропуск расхода двухслойного грунта с соотношением проницаемости верхнего и нижнего грунтов, равным 125 : 1.

Конструктивная особенность лотка не дает возможности осуществления выпуска расхода непосредственно «в открытый канал», т. к. на вертикальном участке расход «верхнего слоя» пропускался через щель той же толщины, что и щель, моделировавшая верхний слой (10 мм). Поэтому можно было ожидать, что расходы лотка в этом случае будут несколько меньшими, чем вычисленные теоретически по формуле Н. К. Гиринского. Действительно, кроме участка S, в этом случае расход верхнего слоя проходит вертикальный участок длиной M, и поэтому часть напора теряется на преодоление сопротивлений при движении через «засыпку» дрен.

В таблице 12 приведены вычисленные по формуле Н. К. Гиринского (без учета потерь на вертикальном участке) и полученные в лотке расходы для неизолированной дрены $d=$ 2 см при проницаемости «засыпки», равной проницаемости верхнего слоя.

Таблица 12

Номер серии и характеристика модели	№ опыта	$H_{см}$	Расходы, в см²/сек: расчетные ($q_р$)	Расходы, в см²/сек: фактические ($q_ф$)	$\frac{q_р}{q_ф}$	$q'_р$	Примечание
Серия № 10 .	1	23	18,50	16,7	1,11	15,92	$\nu = 1{,}50$ стокса
$2r_1 = 2$ мм .	2	21	10,50	9,0	1,17	9,56	$\kappa_1 = 0{,}435$ см/сек
$2r_2 = 10$ мм .	3	20	7,65	5,25	1,22	6,82	$\kappa_2 = 54{,}5$ см/сек
$M = 15$ см .	4	19,2	5,63	4,65	1,22	5,03	$d = 2$ см.
Дрена не изолирована .							

Как видно из данных таблицы 12, расходы, вычисленные по формуле Н. К. Гиринского, несколько выше замеренных в лотке, т. к. выпуск производился не в открытый канал, а в неизолированную дрену.

Если вычисление расходов из верхнего слоя вести, как для неизолированной дрены, пользуясь формулой (10.3) главы III, то получим расходы, более близкие к замеренным в лотке.

Расчетная формула в этом случае имеет следующий вид:

$$q'_р = \frac{k_1 M(2h_2 + M)}{2S} + \frac{k_2 h_2^2}{2S_{пр}}. \qquad (4.1)$$

Результаты расчетов по формуле (4.1) приведены в графе 7 таблицы 12. Анализ данных, приведенных в таблице 12, показывает, что даже при весьма грубом учете сопротивлений на вертикальном участке вычисленные расходы довольно хорошо сходятся с замеренными в лотке.

Таким образом, мы получили второе подтверждение возможности применения щелевого лотка для проверки расчетных формул.

Наиболее рельефно необходимость ввода «запирающих коэффициентов» выявляется при расчете изолированных дрен, укладываемых в менее проницаемый слой при больших значениях n, т. е. при резкой разнице в проницаемости верхнего и нижнего слоев.

В качестве иллюстрации приведем материалы измерений расходов для изолированной дрены, уложенной на горизонтальный водоупор в двухслойный грунт с соотношением проницаемости верхнего и нижнего слоев $n \cong 455$ (табл. 13).

Таблица 13

Номер серии и характеристика модели	№ опыта	$H_{см}$	Расходы, в см²/сек: расчетные $q_р$	Расходы, в см²/сек: фактические $q_ф$	$\frac{q_р}{q_ф}$	$q'_р$	$q_р''$
Серия № 1 . . .	1	22	1,05	0,86	1,22	8,90	0,87
M = 15 см, . . .	2	25	1,10	1,06	1,04	18,00	1,00
$к_1$ = 0,078 см/сек .	3	30	1,21	1,32	0,92	40,26	1,21
$к_2$ = 35,6 см/сек .	4	35	1,40	1,56	0,90	71,50	1,41
	5	40	1,,68	1,84	0,92	111,50	1,62
	6	44	1,97	2,18	0,90	150,43	1,78

В графе 7 табл. 13 приведены расходы, вычисленные без ввода запирающих коэффициентов, т. е. без учета дополнительных сопротивлений, которые необходимо преодолеть при пропуске расхода верхнего слоя через нижний, где уложена дрена.

Как видно из приведенных данных, если не вводить запирающие коэффициенты, то расчетные расходы изолированной дрены будут в десятки и даже сотни раз выше, чем фактические.

Насколько нам известно, в настоящее время нет точных гидромеханических решений для дрен, уложенных в двухслойный грунт и работающих при наличии свободной поверхности потока. Поэтому как-будто нет возможности сравнения результатов опытов и расчетов, производимых по предлагаемым формулам с точными решениями. Однако при высоких значениях n ($n \geqslant 300$) нам представляется возможным сравнение получаемых результатов с гидромеханическим решением В. В. Ведерникова [8а] для случая сплошного затопления поверхности осушаемого участка слоем воды высотой h_2.

Наблюдения, проведенные в щелевом лотке, показывают, что при больших $n = k_2 : k_1$ высота нависания настолько велика, что незначительно отличается от напора в середине междудренья.

Если слой воды, заполняющий поверхность почвы, рассматривать как грунт с бесконечно большой проницаемостью, то случай, рассмотренный В. В. Ведерниковым, можно толковать как предельный случай работы дрены в двухслойном грунте (при $n = \infty$).

Формула В. В. Ведерникова имеет следующий вид (в принимаемых нами обозначениях):

$$q=\frac{k_1(h_2+M-0{,}5d)}{2A}, \qquad (4.2)$$

где

$$A=\frac{1}{\pi}Arth\ sn\left(\frac{K,h_2}{M},\ \bar{k}\right).$$

В том случае, когда $S/M\geqslant 3$, при заглублении дрены в водоупор на половину ее диаметра можно приближенно принять

$$A\cong\frac{1}{\pi}\ln\frac{8M}{\pi d}. \qquad (4.3)$$

После подстановки значения A в (4.2), получим

$$q=\frac{\pi k_1(h_2+M-0{,}5d)}{2\ln\frac{8M}{\pi d}}=0{,}68\ \frac{k_1(H-0{,}5d)}{\lg\frac{8M}{\pi d}}, \qquad (4.4)$$

где d—диаметр дрены; q—приток в дрену с одной ее стороны.

В рассматриваемом случае ($k_1=0{,}078$ см/сек, $M=15$ см, $d=2$ см)

$$q=\frac{0{,}68\cdot 0{,}078}{\lg\frac{8\cdot 15}{3{,}14\cdot 2}}(H-1)=0{,}0415(H-1). \qquad (4.5)$$

Расходы, вычисленные по формуле В. В. Ведерникова, приприведены в графе 8 табл. 13.

Как видно из приведенных данных, расходы, полученные по формуле В. В. Ведерникова, предлагаемому нами методу и фактически замеренные в щелевом лотке, весьма близки друг к другу, что, по-видимому, может служить еще одним из доказательств приемлемости результатов, получаемых в щелевом лотке.

Отметим одно очень интересное обстоятельство.

Если проанализировать формулу (4.4), то можно заметить, что формула В. В. Ведерникова дает линейную зависимость приращения расходов от величины H.

В случае однородного грунта формула Дюпюи дает квадратическую параболу, т. е. расход зависит от второй степени H. Таким образом, при промежуточном значении n ($1<n\leqslant\infty$) можно полагать, что зависимость $q=f(H)$ будет постепенно изменяться от параболической (при $n=1$) до линейной (при достаточно большом n).

Графики, построенные на основании опытов в щелевом лотке, подтверждают это предположение.

Некоторое завышение расходов в лотке при больших значениях H (см. таблицу 13) по сравнению с вычисленными по формулам можно объяснить дополнительным расходом через

уплотнения лотка. Данный расход, при общих малых расходах, наблюдаемых при высоких значениях n, здесь уже вносит заметную погрешность.

В главе III мы уже указывали, что значения запирающих коэффициентов зависят не только от отношения $n=k_2:k_1$, но и от геометрических элементов потока (M, S, H, a).

С целью получения эмпирических значений коэффициента расхода для двухслойного пласта было выбрано три варианта отношения M/S, а именно: 0,05, 0,15 и 0,25. Отношение a/S менялось в пределах от 0 (дрена на водоупоре) до 0,2. Дан-

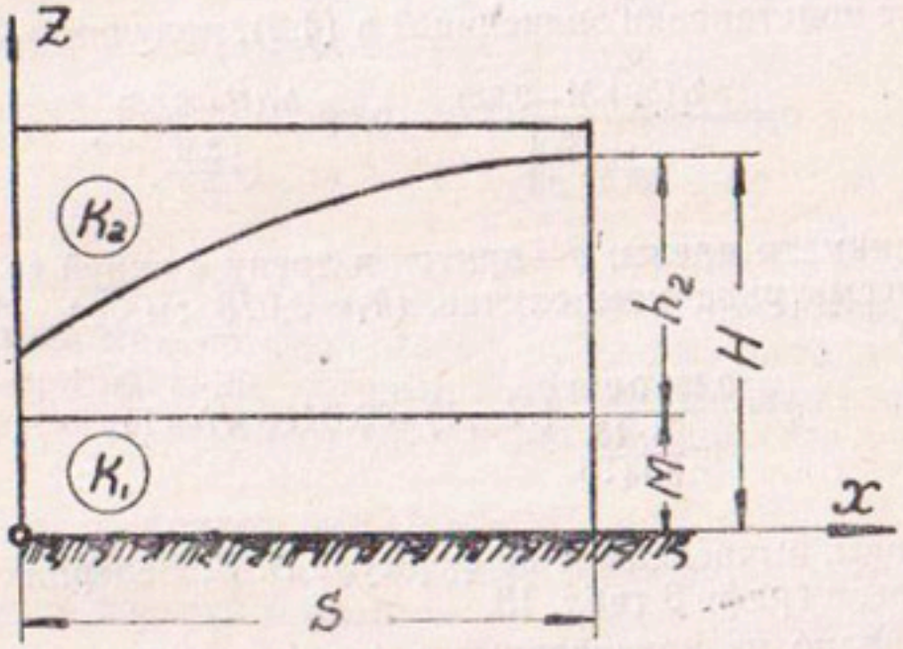


Рис. 67

ные условия выполняются в осушительной мелиорации и, по-видимому, охватывают наиболее часто встречающиеся случаи работы дрен. В таблицах 14, 15 и 16 приведены расчетные и полученные в результате опытов расходы для дрен, уложенных на водоупор, при различных отношениях $n=k_2/k_1$ и $\omega=M/S$.

В качестве иллюстрации хода расчета произведем определение расчетного расхода для условий опыта I серии № 3 (по схеме рис. 67).

В данном случае $k_1=0{,}92$ см/сек, $k_2=34{,}0$ см/сек $H=20$ см, $S=100$ см, $n=37$. Определение расхода ведем по формуле

$$q=\frac{k_1M(2h_2+M)+\mu k_2h_2^2}{2S}.$$

Вычисляем компоненты формулы

$$k_1M(2h_2+M)=0{,}92\cdot 15\cdot(2\cdot 5+15)=296\ см^3/сек;$$

$$k_2h_2^2=34\cdot 5^2=850\ см^3/сек;$$

Таблица 14

Номер серии и характеристика модели	№ опыта	$H_{см}$	Расходы, в см²/сек		$\frac{q_р}{q_ф}$	Примечание
			расчетные	фактические		
Серия № 7	1	10,0	3,43	3,70	0,93	H—напор над водоупором
M=5 см, a=0	2	16,0	5,25	6,65	0,80	
k_1=0,485 см/сек	3	20,0	7,10	9,85	0,72	
k_2=45,5 см/сек	4	26,0	11,60	11,80	0,99	
n=94	5	30,2	16,50	13,60	1,21	
Серия № 8	1	10,0	0,78	0,67	1,16	
M=5 см, a=0	2	19,0	1,31	1,67	0,81	
k_1=0,124 см/сек	3	26,0	2,10	2,78	0,75	
k_2=45,5 см/сек	4	32,0	3,34	3,34	1,00	
n=365	5	40,5	4,95	4,85	1,03	
Серия № 9	1	6,8	0,89	0,79	1,13	
M=5 см, a=0	2	10,0	5,05	3,84	1,31	
k_1=1,10 см/сек	3	13,5	10,5	10,5	1,00	
k_2=41 см/сек	4	16,0	13,5	14,3	0,95	
n=37	5	19,0	18,3	18,0	1,02	

Таблица 15

Номер серии и характеристика модели	№ опыта	$H_{см}$	Расходы, в см²/сек		$\frac{q_р}{q_ф}$	Примечание
			расчетные	фактические		
Серия № 3	1	20,0	5,60	5,6	1,00	Данные опытов серии № 1, относящиеся к случаю M=15, приведены в табл. 13
M=15 см, a=0	2	22,3	10,30	9,7	1,08	
k_1=0,92 см/сек	3	24,0	13,3	1,3	1,03	
k_2=34,0 см/сек						
n=37						
Серия № 2	1	20,0	3,26	3,26	1,00	
M=15 см, a=0	2	25,0	6,64	6,25	1,06	
k_1=0,365 см/сек	3	30,0	7,65	8,30	0,93	
k_2=34 см/сек						
n=93						

$$\omega = \frac{M}{S} = \frac{15}{100} = 0{,}15;\ \sigma = \frac{h_2}{H} = \frac{5}{20} = 0{,}25;\ \sigma^2 = 0{,}0625;$$

$$\beta = (1+3\omega)\frac{Mh_2H[(1{,}3+\sigma)\sigma^2+\sigma\omega]^2}{(M^2+h_2^2)(M+0{,}1h_2)} =$$

$$= (1+3\cdot 0{,}15)\frac{15\cdot 5\cdot 20[(1{,}3+0{,}25)0{,}0625+6\cdot 0{,}15]^2}{(15^2+5^2)(15+0{,}1\cdot 5)} = 0{,}56;$$

$$\frac{n^2}{\nu} = \frac{37^2}{1+37+13\sqrt{37}} = 11{,}7;\ \Theta = \frac{n^2\beta Mh_2}{\nu(H+2M)^2} = \frac{11{,}7\cdot 0{,}56\cdot 15\cdot 5}{(20+2\cdot 15)^2} = 0{,}197;$$

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{1+\Theta^2}} = \sqrt{\frac{1}{1+0{,}197^2}} \cong 0{,}98.$$

После подстановки вычисленных компонентов получим

$$q = \frac{296 + 0{,}98 \cdot 850}{200} \simeq 5{,}60 \text{ см}^2/\text{сек}.$$

Таблица 16

Номер серии и характеристика модели	№ опыта	H	Расходы $см^2/сек$		$\frac{q_р}{q_ф}$
			расчетные	фактические	
Серия № 4	1	30	0,88	0,74	1,19
M=25 см, a=0	2	35	0,96	0,96	1,00
k_1=0,059 см/сек	3	40	1,06	1,16	0,91
k_2=30,4 см/сек	4	43,5	1,15	1,25	0,92
n=515					
Серия № 5	1	28	2,90	2,10	1,38
M=25 см, a=0	2	32	6,40	6,0	1,07
k_1=0,365 см/сек	3	38	7,95	7,40	1,08
k_2=34,0 см/сек	4	43,7	8,90	8,90	1,00
n=93					
M=25 см, a=0	1	28,5	9,25	8,0	1,15
k_1=1,48 см/сек	2	30,0	13,10	11,8	1,11
k_2=54,5 см/сек	3	31,8	18,95	16,0	1,18
n=37					

Проверка расчетных формул для случая несовершенных дрен, когда зона, расположенная под дреной, составлена из однородного грунта, дала следующие результаты (табл. 17).

Таблица 17

Номер серии и характеристика модели	№ опыта	$H_{см}$	Расходы $см^2/сек$		$\frac{q_р}{q_ф}$	Примечание
			расчетные	фактические		
Серия № 4	1	20	0,58	0,61	0,95	H—напор над дреной n=515
M=15 см, a=0 см	2	25	0,69	0,70	0,99	
k_1=0,059 см/сек	3	30	0,81	0,82	0,99	
k_2=30,4 см/сек	4	34	0,98	1,14	0,86	
M=5 см a=0 см	5	16	0,26	0,30	0,87	
k_1=0,059 см/сек	6	21	0,32	0,52	0,62	
k_2=30,4 см/сек	7	23,5	0,38	0,78	0,49	
Серия № 5	1	20	4,16	4,0	1,04	n = 93
M=15 см, a=10 см	2	26	5,63	5,9	0,96	
k_1=0,365 см/сек	3	30	6,42	6,9	0,93	
k_2=34 см/сек	4	34	7,75	8,0	0,97	
M=5 см a=20 см	5	10	1,04	1,04	1,00	
k_1=0,365 см/сек	6	16	1,17	1,67	1,06	
k_2=34 см/сек	7	20	2,63	2,13	1,23	
	8	24	3,59	3.14	1,14	

С целью иллюстрации хода расчета приведем расчет для опыта № 5, серии № 5 (по схеме рис. 68).

В рассматриваемом случае $H=10$ см, $a=20$ см, $S=100$ см, $d=2$ см, $M=5$ см.

Так как зона 1, расположенная под дреной, составлена из однородного грунта, расход из этой зоны определяем по формуле С. Ф. Аверьянова

$$q_0=\frac{k_1aH}{S+\eta};\ \eta=1{,}47\,a\lg\frac{2a}{\pi d}=1{,}47\cdot20\lg\frac{2\cdot20}{3{,}14\cdot}=23{,}6\ см;$$

$$q_0=\frac{0{,}365\cdot20\cdot2}{100+23{,}6}=0{,}59\ см^2/сек;$$

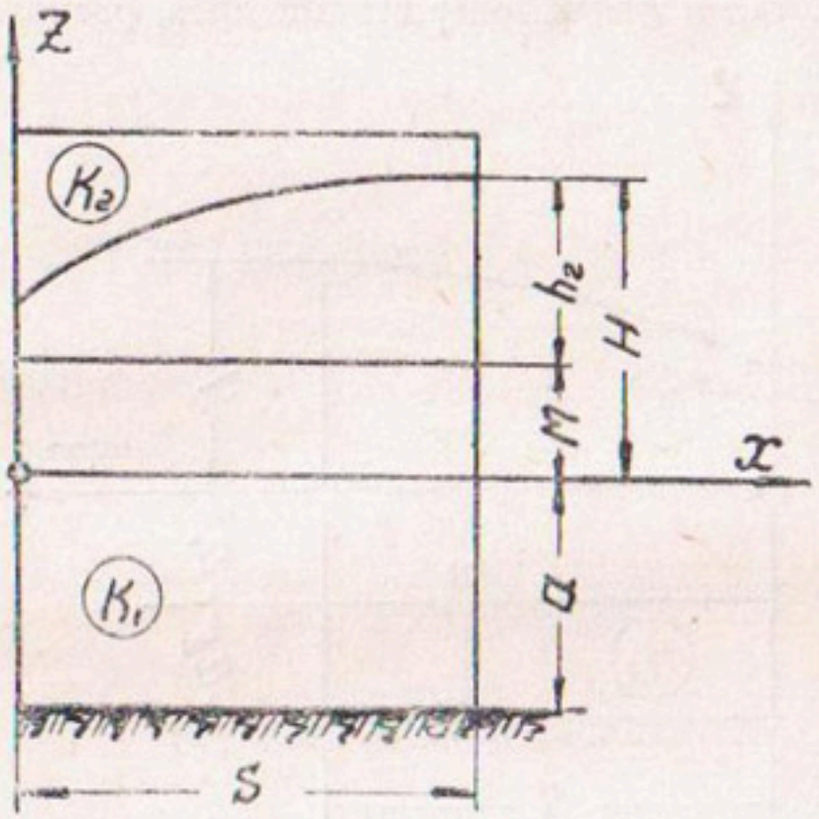


Рис. 68

$$k_1M(2h_2+M)=0{,}365\cdot5\cdot(2\cdot5+5)=27\ см^3/сек;$$

$$k_2h_2^2=34\cdot25=850\ см^3/сек;\ \frac{n^2}{7}=\frac{93^2}{1+93+13\sqrt{93}}=40;\ \omega=\frac{M}{S}=0{,}05;$$

$$\beta=(1+3\cdot0{,}05)\ \frac{5\cdot10\cdot5}{(25+25)(5+0{,}5)}[(1{,}3+0{,}5)0{,}25+6\cdot0{,}05]^2=0{,}60;$$

$$\sigma=\frac{h_2}{H}=\frac{5}{10}=0{,}5;$$

$$\tau=\sqrt{1{,}0+\frac{100a^3}{SH^2}}=\sqrt{1{,}0+\frac{100\cdot20^3}{100\cdot10^2}}=9{,}0;$$

$$\Theta = \frac{n^2 \beta \tau M h_2}{\chi (H + 2M)^2} = \frac{40 \cdot 0{,}60 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 5}{(10 + 2 \cdot 5)^2} = 13{,}5;$$

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{1 + \Theta^2}} = \sqrt{\frac{1}{1 + 13{,}5^2}} = 0{,}074;$$

$$q_1 = \frac{27 + 0{,}074 \cdot 850}{200} = \frac{27 + 63}{200} = 0{,}45 \ см^2/сек;$$

$$q = q_1 + q_0 = 0{,}45 + 0{,}59 = 1{,}04 \ см^2/сек.$$

Анализ данных, приведенных в табл. 13—17, показывает в общем удовлетворительное совпадение вычисленных и полученных в щелевом лотке расходов как для дрен, уложенных на водоупоре, так и для несовершенных дрен, расположенных в

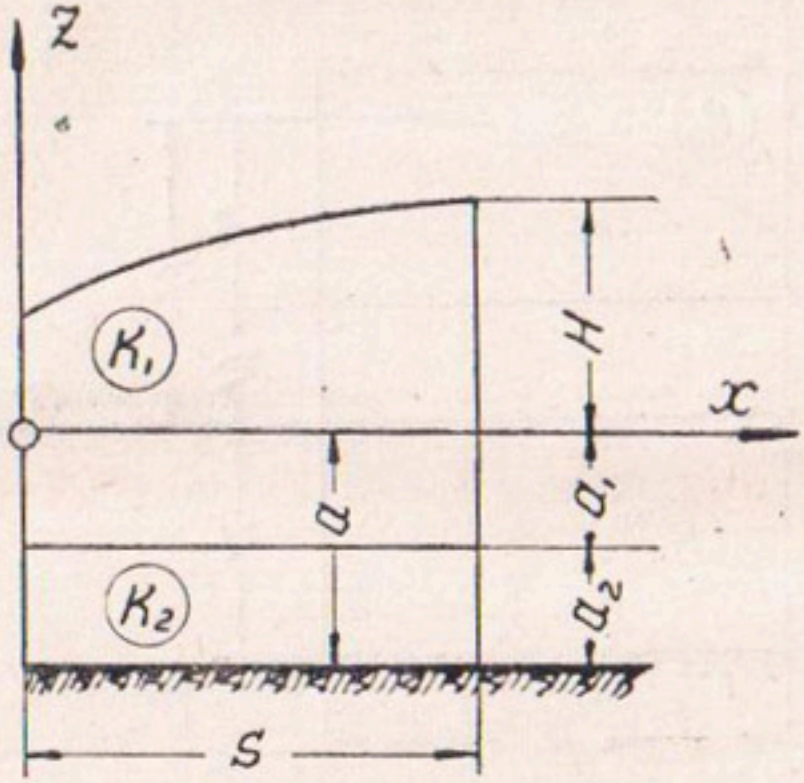


Рис. 69

нижнем слое с проницаемостью k_1. Наиболее резкие расхождения в сторону завышения фактических расходов наблюдаются при высоких n и могут быть объяснены просачиванием через уплотнения (в этом случае расходы через уплотнения имеют существенный вес в общем расходе дрены).

Как было показано выше, вычисление расходов изолированных дрен без ввода коэффициентов, учитывающих дополнительные сопротивления, связанные с изоляцией дрены, дает расходы, в ряде случаев значительно превышающие действительные.

Последнее обстоятельство вполне понятно, т. к. основная гипотеза Н. К. Гиринского о постоянстве напора по вертикальному сечению не соблюдается по крайней мере вблизи дрены.

Особенно отчетливо это наблюдается при укладке дрен в слабопроницаемый грунт, когда в силу значительных потерь на вертикальных путях фильтрации резко уменьшаются расходы, пропускаемые в дрену из верхнего, более проницаемого слоя.

Экспериментальные данные, приведенные выше, относились либо к случаю работы дрен, уложенных на водоупор, либо к случаю несовершенных дрен, у которых зона, расположенная под дреной, составлена из однородного грунта (с проницаемостью, равной проницаемости грунта, в котором уложена дрена).

Приведем теперь результаты проверки расчетных формул для несовершенных дрен, работающих в двухслойном грунте с границей раздела, расположенной ниже линии укладки дрен (рис. 69). Расчетные формулы в этом случае приобретают следующий вид:

$$q_1 = \frac{k_1 H_2}{2S}; \tag{4.6}$$

$$q_0 = H\left[\frac{k_1 a_1}{S+\eta_1} + \lambda k_2\left(\frac{a}{S+\eta} - \frac{a_1}{S+\eta_1}\right)\right], \tag{4.7}$$

где q_1 и q_0—соответственно, расходы из верхней и нижней зон.

Результаты расчетов и полученные в щелевом лотке расходы для несовершенных дрен при различных a, n и $\varphi = \frac{a_2}{a_1}$ приведены в табл. 18, 19 и 20.

Таблица 18

Номер серии и характеристика модели	№ опыта	$H_{см}$	Расходы $см^2/сек$		$\frac{q_р}{q_ф}$	Вычисленные по виртуальному методу
			расчетные	фактические		
Серия № 15	1	6	3,52	3,45	1,01	3,07
a=20 см, a_1=8 см	2	12,5	7,52	7,20	1,04	6,22
a_2=12 см	3	15	9,10	9,30	0·98	8,00
k_1=0,70 см/сек	4	19	11,70	11,40	1,02	10,35
k_2=58,5 см/сек	5	22	13,74	16,00	0,86	12,04
n=125						
Серия 15а						
a=30 см, a_1=18 см	1	4	2,0	2,0	1,0	1,34
a_2=12 см	2	6	3·0	3,46	0,88	2·04
k_1=0,470 см/сек	3	7	3,52	4,0	0,88	2,39
k_2=58,5 см/сек						
n=125						

Таблица 19

Номер серии и характеристика модели	№ опыта	$H_{см}$	Расходы, $см^2/сек$. расчетные	Расходы, $см^2/сек$. фактические	$\frac{q_р}{q_ф}$	Вычисленные по виртуальному методу
Серия 16	1	5	2 28	2,50	0,91	4,30
$a=10$ см, $a_1=4$ см	2	10	4,72	5,26	0,90	8,56
$a_2=6$ см,	3	17	8,60	9,10	0,94	14,90
$k_1=0,62$ см/сек	4	20	10,06	10,50	0,96	17,74
$k_2=58,5$ см/сек						
$n=94$ см						
Серия 16а	1	8,8	4,60	3 86	1,17	3,84
$a=20$ см,	2	8,0	4,12	3,56	1,16	3,46
$a_1=14$ см	3	7,0	3,59	2,77	1,30	3,01
	4	6,0	3,06	2,50	1·23	2,57

Таблица 20

Номер серии и характеристика модели	№ опыта	$H_{см}$	Расходы $см^2/сек$ расчетные	Расходы $см^2/сек$ фактические	$\frac{q_р}{q_ф}$	Вычисленные по виртуальному методу
Серия 17а	1	1,7	3,0	3,34	0,90	2,14
$a=20$ см, $a_1=5$ см,	2	3,2	5·66	5,80	0,98	5,28
$a_2=15$ см	3	5,3	9,46	10,50	0,90	8,76
$k_1=1,26$ см/сек	4	6,5	11,67	12,50	0,94	10,87
$k_2=47$ см/сек	5	9,5	17,20	17,40	0,99	16,07
$n=37$						
Серия № 17	1	3,3	3,84	4,55	0,85	2,86
$a=30$ см, $a_1=15$ см,	2	4,5	5,27	6,25	0,85	3,94
$a_2=15$ см	3	5,5	6,50	7,70	0,85	4,84
$k_1=1,26$ см/сек	4	7,5	8,95	10,30	0,87	6,75
$k_2=47$ см/сек	5	9,8	11,80	13,70	0,86	8,92
$n=37$						

Анализ данных, приведенных в таблицах 18, 19, 20, показывает, что предлагаемый нами способ вычисления расходов несовершенных дрен дает меньший разброс точек, чем виртуальный метод.

В качестве иллюстрации приведем пример расчета для опыта № 1 серии № 15 (по схеме рис. 69). В данном случае $a=20$ см, $a_1=8$ см, $a_2=12$ см, $k_1=0,47$ см/сек, $k_2=58,5$ см/сек, $n=125$, $H=6$ см.

Расход из верхней зоны определим по формуле Дюпюи

$$q_1=\frac{k_1 H^2}{2S}=\frac{0,47\cdot 6^2}{2\cdot 100}=0,085\ см^2/сек.$$

q_0 определим по формуле (4.7), предварительно вычислив компоненты формулы:

$$\eta_1 = 1{,}47\, a_1 \lg \frac{2a_1}{\pi d} = 1{,}47 \cdot 8 \cdot \lg \frac{2 \cdot 8}{3{,}14 \cdot 2} \cong 5 \text{ см};$$

$$\frac{k_1 a_1}{S+\eta_1} = \frac{0{,}72 \cdot 8}{100+5} = 0{,}036 \text{ см/сек};$$

$$\eta = 1{,}47\, a \lg \frac{2a}{\pi d} = 1{,}47 \cdot 20 \cdot \lg \frac{2 \cdot 20}{3{,}14 \cdot 2} = 24 \text{ см};$$

$$\frac{a}{S+\eta} - \frac{a_1}{S+\eta_1} = \frac{20}{100+24} - \frac{8}{100+5} =$$

$$= 0{,}162 - 0{,}076 = 0{,}086; \quad n^{0.8} = 125^{0.8} = 47;$$

$$\beta = \sqrt{1 + \frac{a_1}{a}} = \sqrt{1 + \frac{8}{20}} = 1{,}18; \quad \omega = \frac{\beta a_1 a_2 n^{0.8}}{(a+0{,}5a_1)^2} =$$

$$= \frac{1{,}18 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 47}{(20+4)^2} = 9{,}25;$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{1+\omega^2}} = \sqrt{\frac{1}{1+9{,}25^2}} = 0{,}107; \quad \lambda k_2 \left(\frac{a}{S+\eta} - \frac{a_1}{S+\eta_1}\right) =$$

$$= 6{,}107 \cdot 58{,}5 \cdot 0{,}086 = 0{,}535.$$

После подстановки в формулу (4.7), получим

$$q_0 = H(0{,}036 + 0{,}535) = 0{,}571H = 0{,}571 \cdot 6 = 3{,}44 \text{ см}^2/\text{сек}.$$

Общий расход $q = q_1 + q_0 = 0{,}085 + 3{,}44 = 3{,}52$ см²/сек.
По виртуальному методу имеем

$$S_{\text{пр}} = S + 1{,}47\left(a + \frac{2na_1a_2}{a}\right) \lg \frac{2a}{\pi d} =$$

$$= 100 + 1{,}47\left(20 + \frac{2 \cdot 125 \cdot 8 \cdot 12}{20}\right) \lg \frac{2 \cdot 20}{3{,}14 \cdot 2} = 1530 \text{ см};$$

$$q_0 = \left(\frac{k_1 a_1}{S+\eta_1} + \frac{k_2 a_2}{S_{\text{пр}}}\right) H = \left(0{,}036 + \frac{58{,}5 \cdot 12}{1530}\right) H =$$

$$= 0{,}496H = 0{,}496 \cdot 6 = 2{,}98 \text{ см}^2/\text{сек};$$

$$q_1 = 0{,}085 \text{ см}^2/\text{сек}.$$

Общий расход дрены $q = q_1 + q_0 = 0{,}085 + 2{,}98 = 3{,}07$ см³/сек.

Проверка формулы для расчета неизолированных дрен осуществлялась на модели двухслойного грунта при $M = 15$ см, $2\varepsilon_1 = 2$ мм, $2\varepsilon_2 = 10$ мм и $S = 100$ см. Ширина щели, моделировавшей «засыпку» ($2\varepsilon_3$), изменялась от 10 до 2 мм (в последнем случае дрена работала как изолированная). Ширина вертикальной траншеи, заполненной «засыпкой», составляла 4 см (по 2 см от оси дрены).

Таблица 21

№ серии	№ опыта	H	Коэффициент фильтрации k_1 см/сек	k_2 см/сек	k_3 см/сек	Расходы, в см²/сек. $q_р$	$q_ф$	$\frac{p_р}{q_ф}$	Примечание
10	1	23	0,435	54,5	54,50	15,92	16,7	0,96	$n_1=125$
$M=15$ см	2	21				9,56	9,00	1,06	
	3	20				6,82	6,25	1,13	$n_2=1,0$
	4	19,2				5,03	4,65	1,08	
12	1	20,8	0,451	56,5	12,20	8,34	8,0	1,04	
	2	21,7				10,68	11,10	0,97	$n_1=125$
$M=15$ см	3	22,5				12,91	14,20	0,91	
	4	23,0				14,35	16,00	0,90	$n_2=4,62$
14	1	20,5	0,468	58,5	5,35	7,16	7,70	0,93	
	2	21,5				9,48	11,10	0,86	
$M=15$ см	3	22,5				11,85	14,80	0,80	$n_1=125$
	4	23,0				13,20	16,60	0,80	$n_2=10,9$
3*	1	30	0,365	34,0	0,365	8,48	8,30	1,03	$n_1=93$
$M=15$ см	2	25				6,41	6,25	1,03	$n_2=93$
	3	20				2,68	3,24	0,83	

* В конце таблицы 21 приведены результаты расчета по виртуальному методу для изолированной дрены (серия № 3), которые показывают возможность применения предлагаемых формул и для расчета изолированных дрен.

Результаты расчетов и опытов приводятся в таблице 21. Расчеты велись по формуле (10.3) главы III.

Для иллюстрации возможности применения виртуального метода и при больших значениях n и M произведем расчет для изолированной дрены, уложенной на водоупор при $n=515$ и $M=25$ (серия №4).

Результаты расчета по виртуальному методу и методу, основанному на применении запирающих коэффициентов для изолированной дрены, приводятся в табл. 22.

Таблица 22

№ серии	№ опыта	$H_{см}$	Расходы, в см²/сек.		
			по виртуальному методу	по запир. коэфф.	фактич.
4	1	30	0,52	0,88	0,74
	2	35	0,80	0,96	0,96
M=25 см	3	40	1,14	1,06	1,16
	4	43,5	1,28	1,15	1,25

Как видно из данных табл. 22, оба метода дают в общем удовлетворительные результаты.

Если принять во внимание, что они близки и к результатам, даваемым формулой В. В. Ведерникова, то можно предполагать, что расчеты по предлагаемым методам будут давать практически приемлемые результаты.

В качестве иллюстрации приведем пример расчета по виртуальному методу для опыта № 2 серии № 1. В рассматриваемом случае $k_1=0{,}435$ см/сек, $k_2=k_3=54{,}5$ см/сек (засыпка имеет проницаемость верхнего слоя), $S_1=100$ см, $H=21$ см, $h_2=6$ см, $M=15$ см. Определим компоненты расчетных формул:

$$n_2=\frac{k_2}{k_3}=\frac{54{,}5}{54{,}5}=1;$$

$$\alpha=0{,}5(1+2{,}25\cdot n_2^2\cdot 10^{-6})=0{,}5(1+2{,}25\cdot 1^2\cdot 10^{-6})\cong 0{,}5.$$

$$A^{\gamma}=\left(\frac{H+0{,}1h_2}{M+0{,}1h_2}\right)^{\frac{M+2h_2}{M+0{,}1h_2}}=\left(\frac{21+0{,}1\cdot 6}{15+0{,}1\cdot 6}\right)^{\frac{15+2\cdot 6}{15+0{,}1\cdot 6}}=1{,}74$$

$$S_{пр}=S+0{,}5Mn_2^{\alpha}A^{\gamma}=100+0{,}5\cdot 15\cdot 1^{0{,}5}\,1{,}74=113 \text{ см};$$

$$k_1M(2h_2+M)=0{,}435\cdot 15(2\cdot 6+15)=177 \text{ см}^3/\text{сек.};$$

$$k_2h_2^2=54{,}5\cdot 6^2=1960 \text{ см}^3/\text{сек}.$$

В результате подстановки в формулу (10.3) главы III получим

$$q=\frac{k_1M(2h_2+M)}{2S}+\frac{k_2h_2^2}{2S}=\frac{177}{2\cdot 100}+\frac{1960}{2\cdot 113}=9{,}56\ см^2/сек.$$

Приведенные выше материалы опытов относились к случаю работы как совершенных, так и несовершенных дрен, укладываемых в двухслойный грунт. Опыты показывают, что во всех рассмотренных случаях расчетные формулы дают результаты, в общем близкие к результатам, полученным по формулам Н. К. Гиринского и В. В. Ведерникова (в тех случаях, когда возможно применение этих формул).

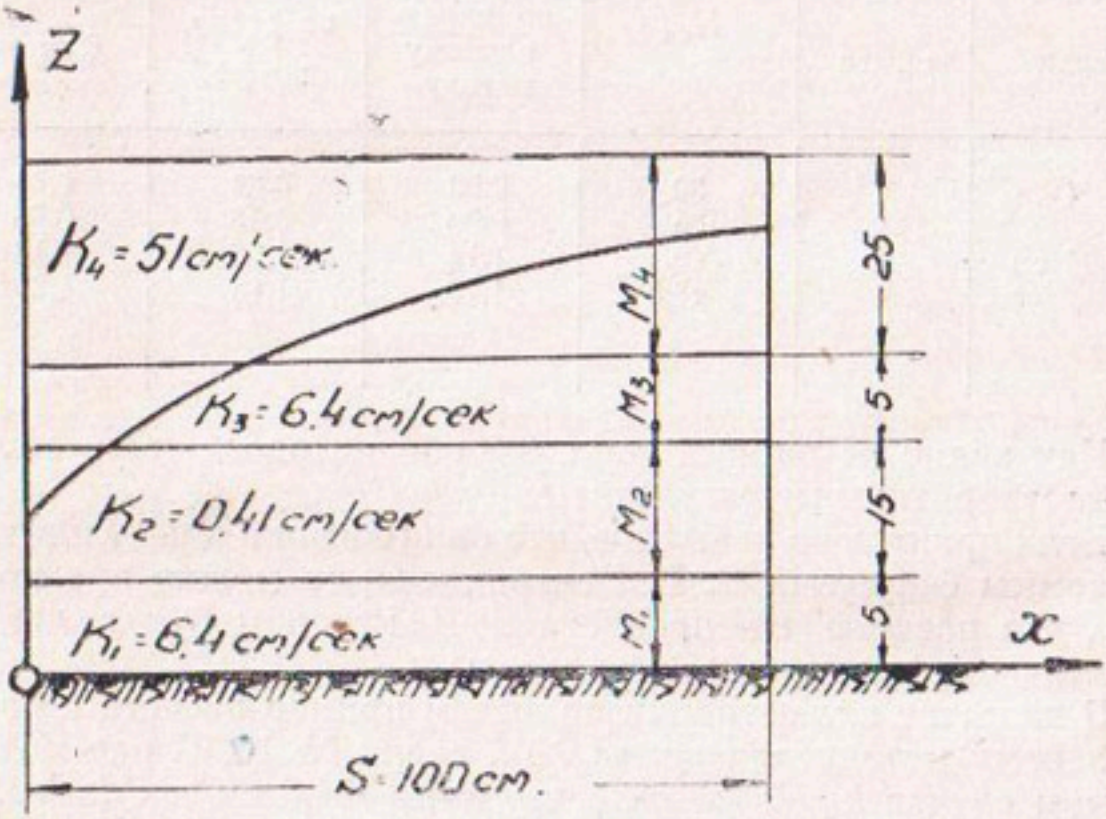


Рис. 70

Ниже приводятся материалы опытов по проверке формул для расчета дрен в трех- и четырехслойных грунтах, иллюстрирующие возможность применения рекомендуемых методов расчета и в случае многослойных грунтов.

В качестве иллюстрации возможности применения рекомендуемого метода приведем материалы расчетов и измерений для дрен, уложенных в трех- и четырехслойные грунты (при расположении дрен на водоупоре и в случае несовершенных дрен).

Для дрен, уложенных на водоупоре, рассматривается следующая схема модели: $M_1=5$ см, $M_2=15$ см, $M_3=5$ см, $M_4=25$ см. Щели, моделировавшие грунты, имели, соответственно, следующую ширину: $\delta_1=5$ мм, $\delta_2=2$ мм, $\delta_3=5$ мм, $\delta_4=10$ мм (см. рис. 70).

При выбранных ширинах щелей и коэффициенте кинематической вязкости глицерина, равном 1,60 стокса, вторые коэффициенты проницаемости щелей были, соответственно равны: $k_1=k_3=6{,}4$ см/сек, $k_2=0{,}41$ см/сек, $k_4=51$ см/сек.

Результаты расчетов для дрен, уложенных на водоупор, приведены в табл. 23.

Таблица 23

Номер серии и характеристика модели	№ опыта	$H_{см}$	Расходы, см²/сек.		$\frac{q_р}{q_ф}$
			расчетный	фактический	
Трехслойный грунт					
Серия № 6					
$a=0$	1	20,5	6,25	6,0	1,04
$M_1=5$ см	2	24,0	8,06	7,40	1,09
$M_2=15$ см	3	25,0	8,77	8,0	1,09
$M_3=5$ см					
$M_4=25$ см					
Четырехслойный грунт					
$k_1=k_3=6{,}4$ см/сек.	4	27,8	12,10	11,80	1,02
$k_2=0{,}41$ см/сек.	5	31,0	16,10	16,70	0,96
$k_4=51$ см/сек.					

Приведем примеры расчета для трехслойного и четырехслойного грунтов, а именно — для опытов № 2 и № 5 серии № 18.

Расчетную формулу для случая укладки дрен в трехслойный грунт получим, составив статический момент эпюры проницаемости в середине междренного пространства относительно свободной поверхности потока, введя в полученное выражение коэффициенты расходов для соответствующих слоев и разделив полученный результат на S. В случае трехслойного грунта будем иметь

$$q=\frac{k_1M_1(2H-M_1)+\mu_1k_2M_2(2h_3+M_2)+\mu_2k_3h_3^2}{2S}. \qquad (4.8)$$

Ввиду того, что самый нижний слой приблизительно в 15 раз более проницаем, чем второй, фильтрационными сопротивлениями при переходе жидкости из второго слоя в первый пренебрегаем, т. е. принимаем $\mu_1=1$.

В рассматриваемом случае $H=24$ см. Вычисляя компоненты формулы (4.8), будем иметь:

$$h_3=H-(M_1+M_2)=24-(5+15)=4\ см;$$

$$k_1M_1(2H-M_1)=6{,}4\cdot5(2\cdot24-5)=1370\ см^3/сек;$$

$$k_2M_2(2h_3+M_2)=0{,}41\cdot 15(2\cdot 4+15)=141\ см^3/сек;$$

$$k_3h_3^2=6{,}4\cdot 4^2=103\ см^3/сек;$$

$$n_2=\frac{k_3}{k_2}=\frac{6{,}4}{0{,}41}=15{,}6;\quad \frac{n_2^2}{\gamma_2}=\frac{15{,}6^2}{1+15{,}6+13\sqrt{15{,}6}}=3{,}63;$$

$$\sigma_2=\frac{h_3}{M_2+h_3}=\frac{4}{15+4}=0{,}21;$$

$$\beta_2=\left[1+\frac{3(M_1+M_2)}{S}\right]\frac{M_2h_3H}{(M_2^2+h_3^2)(M_2+0{,}1h_3)}\left[(1{,}3+\sigma_2)\sigma_2^2+\frac{6(M_1+M_2)}{S}\right]^2=$$

$$=\left[1+\frac{3(5+15)}{100}\right]\frac{15\cdot 4\cdot 24}{(15^2+4^2)(15+0{,}4)}\left[(1{,}3+0{,}21)0{,}21^2+6\frac{(5+15)}{100}\right]^2=1{,}0;$$

$$\Theta_2=\frac{n_2^2}{\gamma_2}\frac{(h_3+3M_2)^2}{\beta_2M_2h_3}=\frac{3{,}63\cdot 1{,}0\cdot 15\cdot 4}{(4+3\cdot 15)^2}=0{,}091;$$

$$\sum_1^2\Theta_i=\Theta_c=\Theta_1+\Theta_2=0{,}0+0{,}091=0{,}091;$$

$$\mu_2=\sqrt{\frac{1}{1+\Theta^2_c}}=\sqrt{\frac{1}{1+0{,}091^2}}\approx 1.$$

После подстановки в формулу (4.8) получим

$$q=\frac{1370+141+103}{200}=8{,}06\ см^2/сек.$$

Расчетная формула при укладке дрены в четырехслойный грунт имеет следующий вид:

$$q=\frac{k_1M_1(2H-M_1)+\mu_1k_2M_2[2(M_3+h_4)+M_2]+\mu_2k_3M_3(2h_4+M_3)+\mu_3k_4h_4^2}{2S}. \tag{4.9}$$

В рассматриваемом случае $H=31$ *см*, $h_4=H-(M_1+M_2+M_3)=31-25=6$ *см*;

$$k_1M_1(2H-M_1)=6{,}4\cdot 5\cdot(2\cdot 31-5)=1820\ см^3/сек;$$

$$k_2M_2[2(M_3+h_4)+M_2]=0{,}41\cdot 15\cdot[2(5+6)+15]=228\ см^3/сек;$$

$$k_3M_3(2h_4+M_3)=6{,}4\cdot 5\cdot(2\cdot 6+5)=545\ см^3/сек;$$

$$k_4h_4^2=51\cdot 6^2=1830\ см^3/сек;$$

$$\beta_2=\left[1+\frac{3(M_1+M_2)}{S}\right]\frac{M_2h_3H}{(M_2^2+h_3^2)(M_2+0{,}1h_3)}\left[(1{,}3+\sigma_2)\sigma_2^2+\frac{6(M_1+M_2)}{S}\right]^2$$

В данном случае $h_3=H-(M_1+M_2)=31-(5+15)=11$ *см*, $\sigma_2=\frac{h_3}{M_2+h_3}$. Поэтому

$$\sigma_2=\frac{11}{15+11}=\frac{11}{26}=0{,}42;$$

$$\beta_2=\left[1+\frac{3(5+15)}{100}\right]\frac{15\cdot 11\cdot 31}{(15^2+11^2)(15+1{,}1)}\left[(1{,}3+0{,}42)0{,}42^2+\right.$$

$$\left.+\frac{6(5+15)}{100}\right]^2=3{,}16;$$

$$\Theta_2=\frac{n_2^2\beta_2 M_2 h_3}{\gamma_2(h_3+3M_2)^2}=\frac{3{,}63\cdot 3{,}16\cdot 15\cdot 11}{(11+3\cdot 15)^2}=0{,}603;$$

$$\Theta_c=\Theta_1+\Theta_2=0+0{,}603=0{,}603;\quad \mu_2=\sqrt{\frac{1}{1+0{,}603^2}}=0{,}885;$$

$$\sigma_3=\frac{h_4}{M_3+h_4}=\frac{6}{5+6}=0{,}545;$$

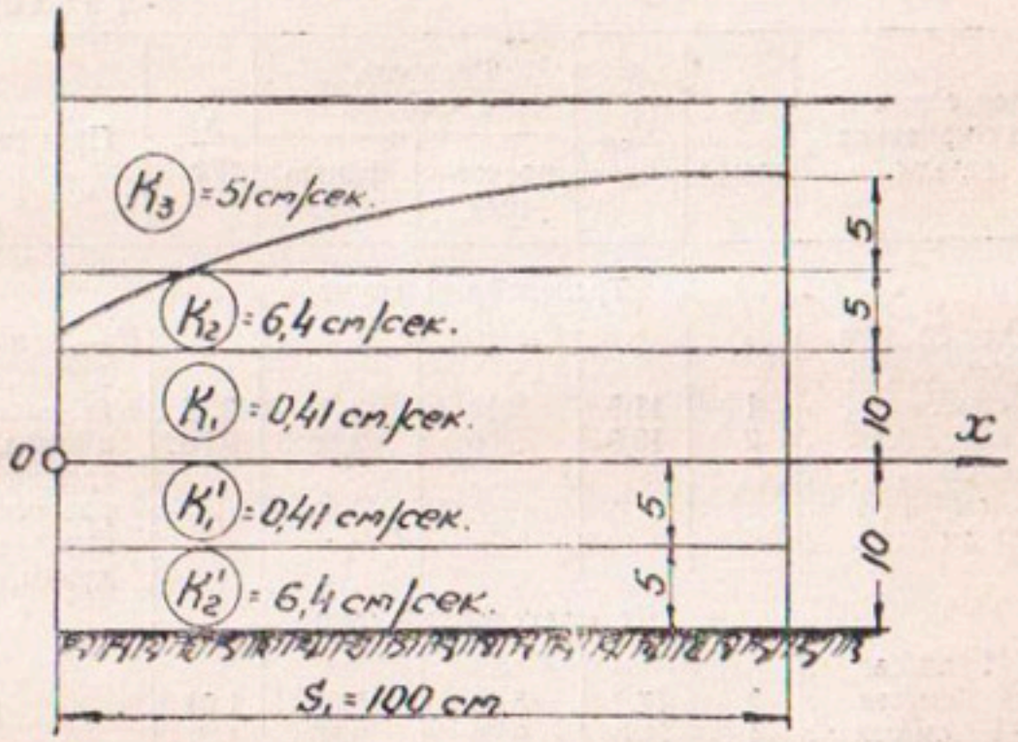


Рис. 71

$$\beta_3=\left[1+\frac{3(M_1+M_2+M_3)}{S}\right]\frac{M_3 h_4 H}{(M_3^2+h_4^2)(M_3+0{,}1h_4)}\left[(1{,}3+\sigma_3)\sigma_3^2+\right.$$

$$\left.+\frac{6(M_1+M_2+M_3)}{S}\right]^2=\left[1+\frac{3(5+15+5)}{100}\right]\frac{5\cdot 6\cdot 31}{(5^2+6^2)(5+0{,}6)}\left[(1{,}3+\right.$$

$$\left.+0{,}545)0{,}545^2+\frac{6(5+15+5)}{100}\right]^2=20;$$

$$n_3=\frac{k_4}{k_3}=\frac{51}{6{,}4}=8;\quad \frac{n_3^2}{\gamma_3}=\frac{8^2}{1+8+13\sqrt{8}}=1{,}40;$$

$$\Theta_3 = \frac{n_3^2 \beta_3 M_3 / h_4}{\gamma_3 (h_4 + 3M_3)^2} = \frac{1{,}40 \cdot 20 \cdot 5 \cdot 6}{(6+3\cdot 5)^2} = 1{,}91;$$

$$\sum_1^3 \Theta_i = \Theta_c = 0 + 0{,}603 + 1{,}91 = 2{,}513;$$

$$\mu_3 = \sqrt{\frac{1}{1+\Theta_c^2}} = \sqrt{\frac{1}{1+2{,}513^2}} = 0{,}37.$$

После подстановки в формулу (4.9) вычисленных компонентов, получим

$$q = \frac{1820 + 288 + 0{,}885 \cdot 545 + 0{,}37 \cdot 1830}{200} \simeq 16 \text{ см}^2/\text{сек}.$$

Результаты расчетов для несовершенной дрены, уложенной на расстоянии 10 см от водоупора (рис. 71), приведены в табл. 24.

Таблица 24

Номер серии и характеристика модели	№ опыта	$H_{см}$	Расходы, в см²/сек.		$\frac{q_р}{q_ф}$	Примечание
			расчетный	фактический		
Трехслойный грунт						
Серия № 18 а						H — напор над дреной; k_1' и k_2' — коэффициенты фильтрации слоев, расположенных ниже дрены.
a=10 см						
a_1=5 см	1	11,5	2,14	2,86	0,75	
a_2=5 см	2	13,0	2,66	3,66	0,73	
M_1=10 см						
M_2=5 см						
M_3=20 см						
Четырехслойный грунт						
k_1'=0,41 см/сек						
k_2'=6,4 см/сек	3	17,0	5,40	5,38	1,01	
k_1=0,41 см/сек	4	20,0	9,72	9,55	1,01	
k_2=6,4 см/сек	5	22,3	12,00	16,70	0,72	
k_3=51 см/сек						
d=2 см						

Приведем пример расчета для данного случая. Рассмотрим случай фильтрации в четырехслойном грунте при данных опыта № 4 серии 18 а.

В рассматриваемом случае H=20 см, a=10 см, дрена находится во втором от водоупора слое. Нижняя зона составлена из двухслойного грунта, верхняя—из трехслойного, причем нижний слой верхней зоны имеет такую же проницаемость, как и верхний слой нижней зоны. Расход из нижней зоны вычислим

как расход из двухслойного грунта по формуле (4.7) настоящей главы

$$q_0 = H\left[\frac{k_1' a_1}{S+\eta_1} + \lambda k_2'\left(\frac{a}{S+\eta} - \frac{a_1}{S+\eta_1}\right)\right].$$

В рассматриваемом случае

$$\eta_1 = 1{,}47 a_1 \lg \frac{2a_1}{\pi d} = 1{,}47 \cdot 5 \cdot \lg \frac{2 \cdot 5}{3{,}14 \cdot 2} = 1{,}5 \text{ см};$$

$$\eta = 1{,}47 a \lg \frac{2a}{\pi d} = 1{,}47 \cdot 10 \lg \frac{2 \cdot 10}{3{,}14 \cdot 2} = 7{,}5 \text{ см};$$

$$n_1' = \frac{k_2'}{k_1'} = \frac{6{,}4}{0{,}41} = 15{,}6; \quad \beta = \sqrt{1 + \frac{a_1}{a}} = \sqrt{1 + \frac{5}{10}} = 1{,}23;$$

$$\omega = \frac{\beta a_1 a_2 n_1^{0{,}8}}{(a + 0{,}5 a_1)^2} = \frac{1{,}23 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 15{,}6^{0{,}8}}{(10 + 0{,}5 \cdot 5)^2} = 1{,}77;$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{1+\omega^2}} = \sqrt{\frac{1}{1+1{,}77^2}} = 0{,}49.$$

После подстановки в формулу (4.7) получим

$$q_0 = \left[\frac{0{,}41 \cdot 5}{101{,}5} + 0{,}49 \cdot 6{,}4\left(\frac{10}{107{,}5} - \frac{5}{101{,}5}\right)\right] H = 0{,}156 \cdot 20 = 3{,}12 \text{ см}^2/\text{сек}.$$

Определим теперь расход из верхней зоны, как расход из трехслойного грунта. В данном случае $M_1 = 10$ см, $M_2 = 5$ см, $h_3 = 5$ см.

$$k_1 M_1 (2H - M_1) = 0{,}41 \cdot 10 (2 \cdot 20 - 10) = 123 \text{ см}^3/\text{сек};$$

$$k_2 M_2 (2h_3 + M_2) = 6{,}4 \cdot 5 \cdot (2 \cdot 5 + 5) = 480 \text{ см}^3/\text{сек};$$

$$k_3 h_3^2 = 51 \cdot 5^2 = 1280 \text{ см}^3/\text{сек}.$$

Для определения фильтрационных сопротивлений и коэффициентов расхода для отдельных слоев воспользуемся формулами (2.24) и (2.23) главы III. В данном случае

$$h_2 = H - M_1 = 20 - 10 = 10 \text{ см}; \quad h_3 = H - (M_1 + M_2) = 20 - 15 = 5 \text{ см};$$

$$\sigma_1 = \frac{h_2}{M_1 + h_2} = \frac{10}{10 + 10} = 0{,}5;$$

$$\beta_1 = \left(1 + \frac{3 \cdot M_1}{S}\right) \frac{M_1 h_2 H}{(M_1^2 + h_2^2)(M_1 + 0{,}1 h_2)} \left[(1{,}3 + \sigma_1)\sigma_1^2 + \frac{\sigma M_1}{S}\right]^2 =$$

$$= \left(1 + \frac{3 \cdot 10}{100}\right) \frac{10 \cdot 10 \cdot 20}{(10^2 + 10^2)(10 + 1)} \left[(1{,}3 + 0{,}5)\,0{,}25 + \frac{6{,}10}{100}\right]^2 = 1{,}30;$$

$$\tau = \sqrt{1 + \frac{100a^3}{SH^2}} = \sqrt{1 + \frac{100 \cdot 10^3}{100 \cdot 20^2}} = 1{,}87;$$

$$n_1 = \frac{k_2}{k_1} = \frac{6{,}4}{0{,}41} = 1{,}56;\ \gamma_1 = 1 + n_1 + 13\sqrt{n_1} = 1 + 15{,}6 + 13\sqrt{15{,}6} = 67{,}6;$$

$$\frac{n_1^2}{\gamma_1} = \frac{15{,}6^2}{67{,}8} = 3{,}63;$$

$$\Theta_1 = \frac{n_1^2 \beta_1 M_1 h_2 \tau}{\gamma_1 (h_2 + 3M_1)^2} = \frac{3{,}63 \cdot 1{,}30 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 1{,}87}{(10 + 3 \cdot 10)^2} = 0{,}536;$$

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{1}{1 + \Theta_1^2}} = \sqrt{\frac{1}{1 + 0{,}536^2}} = 0{,}886;$$

$$\beta_2 = \left[1 + \frac{3(M_1 + M_2)}{S}\right] \frac{M_2 h_3 H}{(M_2^2 + h_3^2)(M_2 + 0{,}1h_3)} \left[(1{,}3 + \sigma_2)\sigma_2^2 + \frac{6(M_1 + M_2)}{S}\right]^2 =$$

$$= \left[1 + \frac{3(10+5)}{100}\right] \frac{5 \cdot 5 \cdot 20}{(5^2 + 5^2)(5 + 0{,}5)} \left[(1{,}3 + 0{,}5)0{,}5^2 + \frac{6(10+5)}{100}\right]^2 = 4{,}81;$$

$$\sigma_2 = \frac{h_3}{M_2 + h_3} = \frac{5}{5+5} = 0{,}5;\ n_2 = \frac{k_3}{k_2} = \frac{51}{6{,}40} = 8;$$

$$\frac{n_2^2}{\gamma_2} = \frac{8^2}{1 + 8 + 13\sqrt{8}} = 1{,}40;\ \Theta_2 = \frac{n_2^2 \beta_2 M_2 h_3 \tau}{\gamma_2 (h_3 + 3M_2)^2} = \frac{1{,}40 \cdot 4{,}81 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1{,}87}{(5 + 3 \cdot 5)^2} = 0{,}77;$$

$$\Theta_c = 0{,}536 + 0{,}77 \cong 1{,}31;\ \mu_2 = \sqrt{\frac{1}{1 + \Theta_c^2}} = \sqrt{\frac{1}{1 + 1{,}31^2}} = 605;$$

$$q_1 = \frac{k_1 M_1 (2H - M_1) + \mu_1 k_2 M_2 (2h_3 + M_2) + \mu_2 k_3 M_3^2}{2S} =$$

$$= \frac{123 + 0{,}885 \cdot 480 + 0{,}605 \cdot 1280}{200} = 6{,}60\ см^2/сек.$$

Общий расход дрены

$$q = q_1 + q_2 = 6{,}60 + 3{,}12 = 9{,}72\ см^2/сек.$$

§ 5. Опытная проверка расчетных формул для случая неустановившегося движения

Щелевой лоток может быть применен для проверки расчетных формул и в случае неустановившегося движения.

Если моделировать в щелевом лотке неустановившееся движение при отсутствии инфильтрации и испарения, т. е. случай, когда питание дрены осуществляется за счет водоотдачи, то необходимо установить значение водоотдачи, применяемой при расчетах на модели.

Суммарная водоотдача, фигурирующая в расчетных формулах, представляет собой отношение объема воды, отданной грунтом, к объему самого грунта. Если принять во внимание, что при определении расхода на 1 пог. метр дрены в реальных условиях под водоотдачей понимается объем воды, получаемый с 1 м^2 площади осушаемого разреза, то при расчетах на модели и при производстве опытов в лотке за «водоотдачу» щели следует принимать объем глицерина, получаемый с единицы освобождаемой площади модели при ширине щели, равной $2\varepsilon=\delta$. Принимая во внимание, что «порозность» щели равна единице и что в щелевом лотке объем, приходящийся на единицу площади продольного сечения лотка, равен δ, получим $2\varepsilon=\delta=\delta_{щ}$, где $\delta_{щ}$ — «водоотдача» щели, численно равная ширине щели в см. Так, например, «водоотдача» щели шириной 2 мм составит 0,2, щели шириной 4 мм—0,4 и т. д. Так как расход, вычисленный на 1 пог. метр ширины расчетной модели, равен расходу щелевого лотка, то при равенстве линейных масштабов и масштабов коэффициентов фильтрации масштаб времени для расчетной модели и лотка равен единице. Таким образом, получается весьма простая методика проверки расчетных формул: по расчетным формулам при коэффициенте фильтрации, равном $k_{щ}$, для модели вычисляется необходимое время T, за которое уровень грунтовых вод в середине междудренья должен понизиться с высоты H_0 до H_2. Если расчетные формулы верны, то такое же время покажет и щелевой лоток. В противном случае будет наблюдаться разница, которая даст возможность в первом приближении оценить погрешность формул.

При производстве опытов, моделирующих движение в неоднородном грунте, кривая депрессии может переходить из одного слоя в другой или одновременно располагаться в нескольких слоях.

Поэтому необходимо установить соотношение между «водоотдачей» отдельных слоев в зависимости от ширины щелей, моделирующих отдельные слои, или, что то же, от коэффициентов проницаемости щелей.*

Рассмотрим в качестве примера случай двухслойного грунта. Пусть δ_1 — ширина щели, моделирующей нижний слой, а

---

* Следует иметь в виду, что при моделировании в щелевом лотке неустановившегося движения в неоднородных грунтах накладываются определенные условия на зависимость коэффициентов фильтрации и водоотдачи; в натуре для различных грунтов эти физические характеристики, вообще говоря, независимы, хотя и наблюдается общее увеличение водоотдачи с ростом водопроницаемости грунтов. Следовательно, при указанном моделировании рассматриваются некоторые фиктивные грунты, что вносит определенную погрешность по сравнению с натурой (*прим. ред.*).

δ_2—ширина щели, соответствующая проницаемости второго слоя. Предположим далее, что $k''_{щ} > k'_{щ}$, т. е. $\delta_2 > \delta_1$.

Если бы кривая депрессии располагалась полностью в первом слое, то, согласно сказанному выше, «водоотдача» составила бы $\delta_{щ} = \delta_1$. При расположении кривой депрессии полностью в верхнем слое соответственно было бы получено, что $\delta_{щ} = \delta_2$.

Отношение «водоотдач» составит

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \tag{5.1}$$

Или, принимая во внимание, что

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\sqrt[3]{k''_{щ}}}{\sqrt[3]{k'_{щ}}}, \tag{5.2}$$

получим

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\sqrt[3]{k''_{щ}}}{\sqrt[3]{k'_{щ}}}. \tag{5.3}$$

Таким образом, в щелевом лотке отношение «водоотдач» отдельных слоев равно отношению первых степеней полуширин щелей или кубичному корню из отношения вторых коэффициентов проницаемости.

При проверке расчетных формул для случая однородного грунта в качестве расчетных формул для дрен, расположенных на водоупоре, были приняты формулы (1.80а) и (1.89), а для несовершенных дрен — формулы (1.93) и (1.95) главы V.

Опыты производились при ширине щели, равной 1, 2 и 3 мм, т. е. охватывался достаточно широкий диапазон по проницаемости.

Результаты расчетов и замеренное в щелевом лотке время опускания уровней глицерина в середине междренного пространства приведены в табл. 25, 26 и 27.

Дрена включалась после того, как в щелевом лотке устанавливался определенный уровень H_0, путем быстрого вынимания пробки, закрывающей «дрену», т. е. включение дрены в работу производилось *внезапно*. В таблицах 25, 26 и 27 приведено полное время $T = T_1 + T_2$, т. е. промежуток от начала работы дрены до зафиксированного момента T, соответствующего определенному положению уровней H_2 в середине междудренья (при $x = S_1$).

Таблица 25

Номер опыта и характеристика модели	H_2	Время: расчетное — $T_р$	Время: фактическое — $T_ф$	$\frac{T_р}{T_ф}$	Примечание
а) дрена на водоупоре H_0= 27,5 см					
Опыт № 1 Однородный грунт k= 0,495 см/сек.	26,2	21	20	1,05	Т в секундах. H_0 — напор над дреной γ=4,5 стокса. δ=3 мм. d=2 см.
	24,0	40	44	0,91	
	22,0	60	63	0,95	
	20,0	84	86	0,98	
	18,0	112	114	0,98	
	14,0	197	190	1,05	
	10,0	346	330	1,05	
	8,0	477	480	1,00	
	5,5	777	825	0,95	
б) несовершенная дрена a=10 см, H_0'=19 см					
	18,5	16	13	1,23	H_0' — напор над дреной в начале расчетного периода.
	16,0	40	33	1,21	
	14,0	63	59	1,07	
	10,0	128	110	1,16	
	8,0	174	145	1,20	
	6,0	244	195	1,25	
	4,0	338	270	1,25	
	2,0	519	420	1,24	

Таблица 26

Номер опыта и характеристика модели	H_2	Время: расчетное	Время: фактическое	$\frac{T_р}{T_ф}$	Примечание
Опыт № 2	а) дрена на водоупоре H_0=29 см				
Однородный грунт к=0,146 см/сек.	28	36	30	1,20	γ=4,5 стокса δ=2 мм d=2 см
	25	87	90	0,97	
	23	128	127	0,99	
	20	205	195	1,05	
	18	270	270	1,00	
	15	402	360	1,12	
	13	522	460	1,18	
	10	797	720	1,10	
	7,5	1187	1200	0,99	
б) Несовершенная дрена a=10 см, H_0'=19,3 см					
	18	47	52	0,90	
	15	116	123	0,94	
	12	208	205	1,01	
	10	285	275	1,04	
	8	393	365	1,08	
	5	631	560	1,13	
	3	925	785	1,18	

Таблица 27

Номер опыта и характеристика модели	H_2	Время: расчетное	Время: фактическое	$\frac{T_р}{T_ф}$	Примечание
Опыт № 3		а) дрена на водоупоре			
Однородный грунт k=0,078 см/сек.	33,0	107	80	1,33	γ=4,6 стокса
	31,0	200	180	1,11	d=2 см
	25,3	554	600	0,93	δ=1 мм
	22,0	844	900	0,94	
	18,0	1334	1440	0,93	
	15,9	1694	1800	0,94	
		б) несовершенная дрена a=10 см, H_0'=24 см			
	22,5	147	120	1,22	
	18,0	469	480	0,98	
	13,2	955	1020	0,94	
	10,5	1365	1500	0,92	
	8,7	1705	1920	0,89	

Приведем примеры расчета для случая несовершенной дрены и при укладке дрены на водоупор.

а) для дрены, уложенной на водоупор, при H_2=18 см.

По формуле (1.80а) главы V для дрены, уложенной на водоупор, с учетом высоты нависания получим

$$T_1=\frac{0{,}09\delta}{kH_0}\left[S_1^2-2B_0^2\left(\ln\frac{S_1+B_0}{B_0}+\frac{B_0}{S_1+B_0}-1\right)\right], \qquad (5.4)$$

где $B_0=\beta^0_{ср}H_0$; $\delta=0{,}3$.

Принимая во внимание, что $S\cong 4H_0$, по формуле (1.76) главы V получим (при $n=4$)

$$\beta^0_{ср}=\frac{1}{2n}\left(e^3+e^{\frac{3}{n+1}}+2\sum_{1}^{n}e^{\frac{3}{i}}\right)=$$

$$=\frac{1}{2\cdot 4}\left[e^3+e^{0{,}6}+2\left(e^{1{,}5}+e+e^{0{,}75}\right)\right]=4{,}83;$$

$$B_0=\beta^0_{ср}H_0=4{,}83\cdot 27{,}5=133\ см.$$

После подстановки в формулу (5.4), получим

$$T_1=\frac{0{,}09\cdot 0{,}3}{0{,}495\cdot 27{,}5}\left[100^2-2\cdot 133^2\left(2{,}3\lg\frac{100+133}{133}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{133}{100+133}-1\right)\right]=12\ сек.$$

Величину T_2 определим по формуле (1.89) главы V:

$$T_2=\frac{0{,}865\delta S_1^2(H_0-H_2)}{kH_0H_2}. \qquad (5.5)$$

В нашем случае $H_2=18$ см и $H_0=27{,}5$ см

$$T_2=\frac{0{,}865\cdot 0{,}3\cdot 100^2(27{,}5-18)}{0{,}495\cdot 27{,}5\cdot 18}=100 \text{ сек};$$

$$T=T_1+T_2=12+100=112 \text{ сек}.$$

б) для несовершенной дрены при $H_2=10$ см получим по формуле (1.93) главы V:

$$T_1=\frac{0{,}09\delta}{k(H_0+2a)}\left[S_1^2-2B_0^2\left(\ln\frac{S_1+B_0}{B_0}+\frac{B_0}{S_1+B_0}-1\right)+\right.$$

$$\left.+2\eta' S_1\left(1-\frac{B_0}{S_1+B_0}\right)\right]. \qquad (5.6)$$

Принимая во внимание, что $S_1\cong 5H_0'$, по формуле (1.76) главы V получим $\beta^0_{ср}=4{,}38$, откуда

$$B_0=4{,}38\cdot 19=84 \text{ см}.$$

По формуле (5.6) получим, принимая во внимание, что $a=10$ см,

$$T_1=\frac{0{,}09\cdot 0{,}3}{0{,}495(19+2\cdot 10)}\left[100^2-2{,}84^2\left(2{,}3\lg\frac{100+84}{84}+\frac{84}{100+84}-1\right)+\right.$$

$$\left.+2\cdot 14{,}7\left(1-\frac{84}{184}\right)\right]=14 \text{ сек},$$

где

$$\eta'=2{,}94a\lg\frac{2a}{\pi d}=2{,}94\cdot 10\lg\frac{2\cdot 10}{3{,}14\cdot 2}=14{,}7 \text{ см}.$$

Время T_2 определим по формуле (1.95) главы V. Она имеет следующий вид:

$$T_2=\frac{\delta S_1(S_1+\eta')}{ka}\lg\frac{H_0'(H_2+2a)}{H_2'(H_0'+2a)}, \qquad (5.7)$$

где H_2' — напор над дреной в конце периода T_2.

По формуле (5.7) при $H_0=19$ и $H_2'=10$ получим

$$T_2=\frac{0{,}3\cdot 100(100+14{,}7)}{0{,}495\cdot 10}\lg\frac{19(10+20)}{10(19+20)}=114 \text{ сек};$$

$$T=T_1+T_2=14+114=128 \text{ сек}.$$

Данные, приведенные в табл. 25, 26 и 27, показывают вполне удовлетворительное совпадение расчетного и вычисленного времени. Если принять во внимание, что T_2 вычислялось по формуле Буссинеска, то мы снова получаем дополнительное подтверждение возможности применения щелевого лотка в качестве моделирующего устройства.

Промежуток T_1 составляет обычно небольшую долю общего периода $T=T_1+T_2$, поэтому в дальнейшем мы будем приводить материалы по проверке расчетных значений T_2, т. е. периода, начинающегося с момента смыкания кривых депрессии соседних дрен в середине междудренья. Исследование различных вариантов неустановившегося движения в неоднородной среде начнем с наиболее простых случаев, постепенно усложняя строение области фильтрации.

Одним из наиболее простых случаев можно считать случай фильтрации в двухслойной среде к несовершенной дрене, укладываемой в верхний слой.

Как было показано в главе V, расчетный период T_2 в этом случае можно определить по следующей формуле:

$$T_2=\frac{\delta_1 S_1^2}{bk_1}\lg\frac{H_0(H_2+2b)}{H_2(H_0+2b)}, \tag{5.8}$$

где $b=a_1a_1'+\lambda n(a\alpha'-a_1\alpha_1')$; $n=\frac{k_2}{k_1}$ (см. рис. 61).

$$\alpha'=\frac{1}{1+2{,}94\frac{a}{S}\lg\frac{2a}{\pi d}};\quad \alpha_1'=\frac{1}{1+2{,}94\frac{a_1}{S}\lg\frac{2a_1}{\pi d}},$$

δ_1—водоотдача верхнего слоя.

В тех случаях, когда $2b\gg H_0$, формулу (5.8) можно упростить и представить в следующем виде:

$$T_2=\frac{\delta_1 S_1^2}{bk_1}\lg\frac{H_0}{H_2}. \tag{5.9}$$

Коэффициент расхода для нижнего пласта определяем по формуле

$$\lambda=\sqrt{\frac{1}{1+\omega^2}}, \tag{5.10}$$

где

$$\omega=\frac{\beta_1 a_1 a_2 n^{0{,}66}}{a^2\sigma_1};\quad \sigma_1=\frac{\sqrt[3]{n}-0{,}5}{\sqrt[3]{n}+0{,}5};\quad \beta_1=\sqrt{1+\frac{a_1}{a}};\quad n=\frac{k_2}{k_1}.$$

Для проверки правильности расчетных формул было произведено вычисление значений T_2 и замерены его значения в щелевом лотке для случая $a=20$ см, $a_1=a_2=10$ см, $S_1=100$ см,

$d=2$ см при различных $n=\frac{k_2}{k_1}$, равных, соответственно, 16, 37, 125, 216, 343 и 1000.

Расчетные значения $T_2(T_р)$ и полученные в щелевом лотке $(T_ф)$ приведены в табл. 28 и 29. Здесь H_1—напор в середине междудренья в начале периода T_2, а H_2—в его конце.

Таблица 28

№ опыта	H_1	H_2	$T_р$	$T_ф$	$\frac{T_р}{T_ф}$
	$\delta_1=4$ мм, $\delta_2=10$ мм, $\gamma=3{,}8$ стокса, $n=16$				
20	14	12	6	6	1,00
	14	10	12	10	1,20
	14	8	21	17	1,24
	14	6	32	26	1,23
	14	4	47	40	1,17
	14	3	58	51	1,13
	14	2	73	65	1,12
	14	1	100	89	1,12
	$\delta_1=3$ мм, $\delta_2=10$ мм, $\gamma=3{,}25$ стокса, $n=37$				
19	14	12	6	6	1,00
	14	10	14	14	1,00
	14	8	23	23	1,00
	14	6	34	34	1,00
	14	4	51	52	0,98
	14	2	79	85	0,93
	$\delta_1=2$ мм, $\delta_2=10$ мм, $\gamma=3{,}25$ стокса, $n=125$				
11	14	12	8	7	1,14
	14	10	17	15	1,13
	14	8	29	23	1,26
	14	6	45	35	1,23
	14	4	66	53	1,24
	14	2	102	88	1,16

Более значительный коэффициент запаса, получаемый при больших значениях n, частично может быть объяснен меньшей точностью измерений в процессе производства опытов. При большом n ошибки в измерениях относительно велики вследствие того, что тонкая щель наиболее чувствительна к погрешностям в толщине прокладок и величине распора стенок лотка от гидростатического давления.

Таблица 29

№ опыта	H_1	H_2	$T_р$	$T_ф$	$\frac{T_р}{T_ф}$
	$\delta_1=1$ мм, $\delta_2=6$ мм, $\gamma=3{,}4$ стокса, $n=216$				
17	14	12	31	28	1,11
	14	10	67	53	1,26
	14	8	112	83	1,35
	14	6	170	103	1,65
	14	4	250	158	1,59
	14	2	388	243	1,60
	$\delta_1=1$ мм, $\delta_2=7$ мм, $\gamma=3{,}43$ стокса, $n=343$				
16	14	12	33	33	1,00
	14	10	73	63	1,16
	14	8	122	93	1,31
	14	6	187	133	1,41
	14	4	275	193	1,43
	14	2	425	433	0,98
	$\delta_1=1$ мм, $\delta_2=10$ мм, $\gamma=4{,}5$ стокса, $n=1000$				
15	15	13	22	22	1,00
	15	11	49	46	1,06
	15	9	81	74	1,09
	15	7	121	108	1,12
	15	5	175	175	1,00
	15	3	256	265	0,97

В качестве иллюстрации приведем пример определения расчетного значения T_2 для расчетной модели при $n=1000$, $H_1=15$ см, $H_2=5$ см. В этом случае, при $\gamma=4{,}6$ стокса $k_1=0{,}0178$ см/сутки, $\alpha_1'=0{,}87$, $\alpha'=0{,}68$, $b=8{,}7+4900\lambda$.

$$\sigma_1=\frac{\sqrt[3]{n}-0{,}5}{\sqrt[3]{n}+0{,}5}=\frac{10-0{,}5}{10+0{,}5}=0{,}905;\quad \beta_1=\sqrt{1+\frac{a_1}{a}}=\sqrt{1+\frac{10}{20}}=1{,}22;$$

$$\omega=\frac{\beta_1 a_1 a_2 n^{0{,}66}}{a^2\sigma_1}=\frac{1{,}22\cdot 10\cdot 10\cdot 1000^{0{,}66}}{20^2\cdot 0{,}905}=33{,}8;$$

$$\lambda=\sqrt{\frac{1}{1+\omega^2}}=\sqrt{1+\frac{1}{33{,}8^2}}=0{,}0296;$$

$$b=8{,}7+4900\cdot 0{,}0296=154;$$

$$\frac{\delta_1 S_1^2}{bk_1}=\frac{0{,}1\cdot 10^4}{154\cdot 0{,}0178}=365;$$

$$T_2=365\lg\frac{H_1}{H_2}=365\lg\frac{15}{5}=365\cdot 0{,}476=175\ сек.$$

Теперь рассмотрим случай неустановившегося движения в двухслойном грунте при укладке дрены на водоупор. В данном случае для определения T_2 рекомендовалось применять формулу (2.93) главы V; она имеет следующий вид (при $n>1$):

$$T_2=\frac{0{,}865\delta_{ср}S_1^2A_1}{\mu_{ср}k_1M\sqrt{n-1}}, \qquad (5.11)$$

где

$$A_1=\operatorname{arctg}\frac{n(H_0-M)+M}{M\sqrt{n-1}}-\operatorname{arctg}\frac{n(H_2-M)+M}{M\sqrt{n-1}};$$

$\delta_{ср}$ — средняя водоотдача; $\mu_{ср}$ — коэффициент расхода.

$$\mu_{ср}=\mu=\sqrt{\frac{1}{1+\Theta^2}}. \qquad (5.12)$$

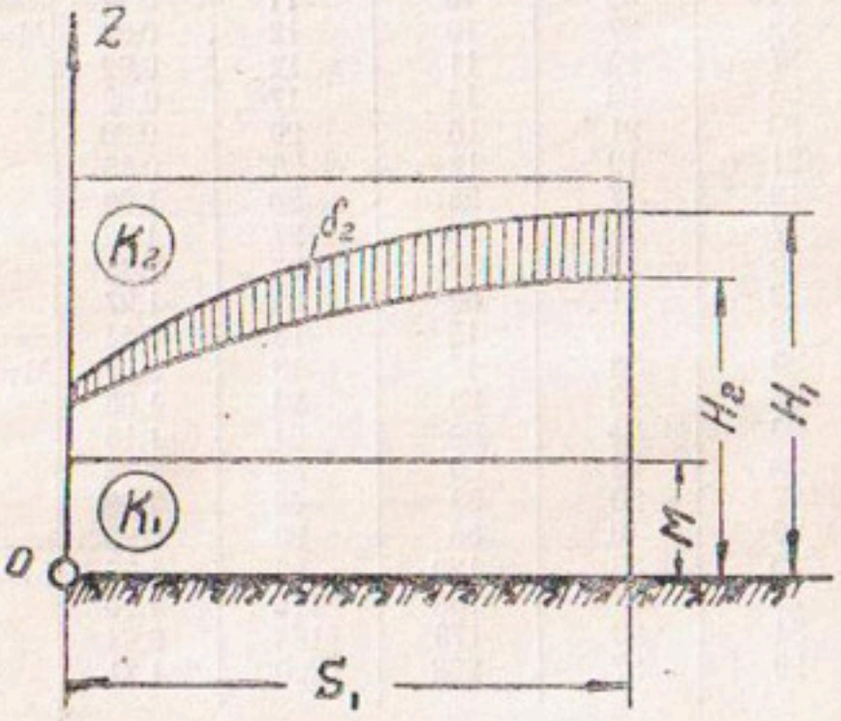


Рис. 72

Величина Θ при $a=0$ (дрена на водоупоре) получается равной

$$\Theta=\frac{(n+0{,}001)(Mn+h_2)\sigma h_2M}{n(H+2M)^2(H+1{,}2M)}\approx\frac{Mh_2(Mn+h_2)\sigma}{(H+2M)^2(H+1{,}2M)}, \qquad (5.12\,a)$$

где

$$\sigma=\frac{M(H^2_{ср}+h_2^2)}{H_{ср}(M^2+h_2^2)}\sqrt{\frac{h_2}{H_{ср}}}+0{,}65\frac{h_2^3}{MH^2_{ср}};\quad h_2=H_{ср}-M;\quad H_{ср}=\frac{H_0+H_2}{2}.$$

В табл. 30 приведены вычисленные для расчетной модели и замеренные в щелевом лотке значения T_2 при $n=125$ и $n=1000$ при различных значениях M—мощности нижнего слоя,

в котором уложена дрена (см. рис. 72). Вычисление приращений ΔT_2 велось по интервалам с разницей значений $H_1 - H_2 = 2$ см. Расчетное значение Θ определялось при среднем значении H в рассматриваемом промежутке, т. е. при

$$H_{ср} = \frac{H_1 + H_2}{2} \text{ и } H_2 > M.$$

В табл. 30 приведены вычисленные и фактические значения ΔT_2, а также их отношения.

Таблица 30

№ опыта	H_1 см	H_2 см	$\Delta T_р$ сек	$\Delta T_ф$ сек	$\frac{\Delta T_р}{\Delta T_ф}$	Примечание
7	31	29	10	11	0,91	$n=125$,
	29	27	10	12	0,84	$M=5$ см
	27	25	11	12	0,92	
	25	23	14	17	0,82	
	23	21	16	20	0,80	
	21	19	17	20	0,85	
	19	17	25	23	1,09	
	17	15	33	27	1,22	
	15	13	50	37	1,35	
	13	11	80	63	1,27	
5	32	30	15	18	0,84	$n=125$,
	30	28	17	18	0,95	$M=15$ см
	28	26	23	23	1,00	
	26	24	28	24	1,16	
	24	22	36	35	1,03	
	22	20	53	49	1,08	
8	20	18	88	93	0,95	$n=1000$,
	35	33	120	90	1,33	$M=25$ см
	33	31	133	115	1,16	
	31	29	173	185	0,94	
	29	27	262	200	1,31	

Данные табл. 30 показывают, что при $h_2 > M$ формула (5.10) обычно дает некоторое занижение расчетного времени, т. е. фильтрационные сопротивления несколько занижены. Наоборот, при $h_2 < M$ расчетное время получается больше фактического, т. е. вычисление расстояний между дренами ведется с некоторым коэффициентом запаса.

Если принять во внимание, что среднее расхождение между расчетным и фактическим временем составляет $\pm 20\%$, то точность вычисления расстояний между дренами при вычислении T_2 по интервалам составит в среднем $\pm 10\%$. При производстве практических расчетов фильтрационные сопротивления по значению $H_{ср} = 0{,}5(H_1 + H_2)$ для всего периода T_2 (за который уровень грунтовых вод опускается с H_1 до H_2) будут несколько завышены. Поэтому в целях уточнения расчетов лучше опре-

делять их, исходя из $H_{ср}=0{,}35\ (H_1+H_2)$, т. е. принимать их меньшими, чем при $H_{ср}=0{,}5(H_1+H_2)$*. Покажем способ вычисления T_2. Вычислим, например, значение T_2 для условий опыта № 7, приняв $H_1=31$ см, $H_2=11$ см. В процессе опытов было установлено, что $\gamma=5{,}9$ стокса, поэтому $k_1=0{,}111$ см/сек, $n=125$, $S_1=100$ см, $\delta_2=1{,}0$, $\delta_1=0{,}2$. Так как кривая депрессии находилась в верхнем слое на протяжении всего периода T_2, принимаем $\delta_{ср}=\delta_2=1{,}0$.

Расчетный период T_2 определим по формуле (5.10)

$$T_2=\frac{0{,}865\delta_2 S_1^2 A_1}{\mu_{ср} k_1 M\sqrt{n-1}}=\frac{0{,}865\cdot 1{,}0\cdot 100^2 A_1}{0{,}111\mu_{ср}\sqrt{124}}=\frac{1410A_1}{\mu_{ср}}.$$

Вычислим компоненты формул для определения $\mu_{ср}$, исходя из

$$H'_{ср}=0{,}35(H_1+H_2)=0{,}35(31+11)=14{,}7\ см\cong 15\ см;$$

$$h_2=H'_{ср}-M=14{,}7-5=9{,}7\cong 10\ см.$$

$$\sigma=\frac{5(225+100)}{15(25+100)}\sqrt{\frac{10}{15}}+0{,}65\ \frac{10^3}{5\cdot 225}=1{,}29;$$

$$\Theta\cong\frac{Mh_2(Mn+h_2)\sigma}{(H_{ср}+2M)^2(H_{ср}+1{,}2M)}=\frac{5\cdot 10(5\cdot 125+10)\ 1{,}29}{(15+2\cdot 5)^2(15+1{,}2\cdot 5)}=3{,}12;$$

$$\mu_{ср}=\sqrt{\frac{1}{1+\Theta^2}}=\sqrt{\frac{1}{1+3{,}12^2}}=0{,}304;$$

$$A_1=\operatorname{arctg}\frac{n(H_0-M)+M}{M\sqrt{n-1}}-\operatorname{arctg}\frac{n(H_2-M)+M}{M\sqrt{n-1}}=\operatorname{arctg}\frac{125(31-5)+5}{5\sqrt{124}}-$$

$$-\operatorname{arctg}\frac{125(11-5)+5}{5\sqrt{124}}=89°01'-85°48'=3°13'=0{,}056\ радиан;$$

$$T=\frac{1410A_1}{\mu}=\frac{1410\cdot 0{,}056}{0{,}304}=255\ сек.$$

Согласно табл. 30, фактическое T_2 равно 242 сек. Расчетное время составляет 1,05 $T_ф$. Расстояние между дренами определится с запасом в 2,5% (T находится в подкоренном выражении).

Если принимать $H_{ср}=0{,}5\ (H_1+H_2)$, то $\mu_{ср}$ будет равно 0,274, $T_р=289$ сек и расстояние между дренами определится с запасом в 10%.

* Отметим, что аналогичные выводы были получены на основании опытных данных Цюй Син-е [51]; они следуют из затухающего характера процесса. Следует иметь в виду, что эти выводы относятся к спаду поверхности грунтовых вод; при подъеме грунтовых вод наблюдается обратная картина, причем $H_{ср}\cong 0{,}65\ (H_1+H_2)$ (*прим. ред.*).

Переходим теперь к более сложному случаю работы дрены в двухслойном грунте, а именно — к случаю несовершенной дрены, уложенной в нижний слой.

Как было показано в главе V, расчетная формула (2.107) для определения T_2 имеет в этом случае следующий вид (при $n>1$):

$$T_2=\frac{0{,}865\delta_{ср}S_1^2A_4}{\mu_{ср}k_1\sqrt{\Delta_8}}, \qquad (5.13)$$

где

$$\Delta_8=M(n-1)(M+2c)-c^2;\quad c=\frac{aa'}{\mu_{ср}};\quad a'=\frac{1}{1+2{,}94\frac{a}{S_1}\lg\frac{2a}{\pi d}};$$

$$A_4=\operatorname{arctg}\frac{n(H_1-M)+M+c}{\sqrt{\Delta_8}}-\operatorname{arctg}\frac{n(H_2-M)+M+c}{\sqrt{\Delta_8}}.$$

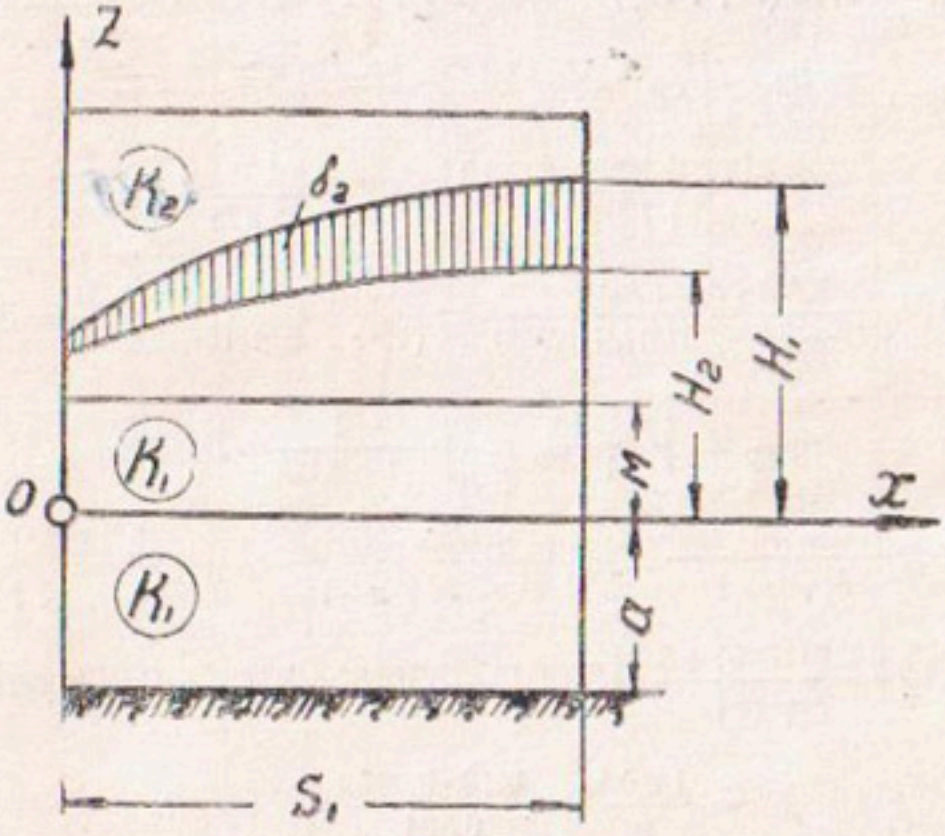


Рис. 73

Для σ при вычислении фильтрационных сопротивлений в случае несовершенной дрены рекомендуется следующее выражение:

$$\sigma=\left[\frac{M}{H_{ср}}\frac{(H^2{}_{ср}{}^2+h_2^2)}{(M^2+h_2^2)}\sqrt{\frac{h_2}{H_{ср}}}+0{,}65\frac{h_2^3}{MH^2{}_{ср}}\right]\left(\frac{a+H_{ср}}{2a+H_{ср}}\right). \qquad (5.14)$$

В табл. 31 приведены расчетные и фактические значения при вычислении T_2 по интервалам для случая $a=10$ см, $d=2$ см при: 1) $M=5$ см· $n=125$ и 2) $M=15$ см, $n=1000$.

На рис. 73 представлена схема опыта.

Как видно из приведенных данных, расчетные значения ΔT_2 довольно хорошо совпадают с замеренными в процессе опытов.

Если учесть большую сложность процессов фильтрации в неоднородных средах и достаточно простое строение расчетных формул, то можно считать, что они дают удовлетворительные результаты.

Приведем пример расчета для условий опыта № 5. Определим ΔT_2 в интервале $H_1=22$ см, $H_2=20$ см, $\delta=1{,}0$.

В рассматриваемом случае $\delta=1{,}0$, $k_1=0{,}108$ см/сек.

$$H_{ср}=\frac{H_1+H_2}{2}=\frac{22+20}{2}=21\ см;\quad h_2=H_{ср}-M=21-5=16\ см;$$

$$\sigma=\left[\frac{M(H^2_{ср}+h_2^2)}{H_{ср}(M^2+h_2^2)}\sqrt{\frac{h_2^3}{H_{ср}}}+0{,}65\frac{h_2^3}{MH^2_{ср}}\right]\left(\frac{a+H_{ср}}{2a+H_{ср}}\right)=$$

$$=\left[\frac{5(21^2+16^2)}{21(5^2+16^2)}\sqrt{\frac{16}{21}}+0{,}65\frac{16^3}{5\cdot 21^2}\right]\left(\frac{10+21}{20+21}\right)=1{,}29.$$

Таблица 31

№ опыта	H_2	H_1	$\Delta T_р$	$\Delta T_ф$	$\frac{\Delta T_р}{\Delta T_ф}$	Примечание
5	22	20	13	13	1,0	$n=125$, M=5 см
	20	18	17	17	1,0	$\delta_1=2$ мм,
	18	16	21	18	1,17	$\delta_2=10$ мм
	16	14	32	28	1,13	$\gamma=6{,}05$ стокса
	14	12	43	37	1,16	
	12	10	71	64	1,11	
	10	8	126	145	0,87	
	8	6	334	355	0,94	
8	26	24	115	97	1,19	$n=1000$, M=15 см
	24	22	157	125	1,25	$\delta_1=1$ мм, $\delta_2=10$ мм
	22	20	216	185	1,17	$\gamma=5{,}0$ стокса
	20	18	282	260	1,08	При определении ΔT_2 на стадии
	18	16	430	365	1,18	$H_1=18$ см, $H_2=16$ см, $\delta_{ср}=0{,}85$, ибо линия депрессии вошла в нижний слой.

$$\Theta\cong\frac{Mh_2(Mn+h_2)\sigma}{(H_{ср}+2M)^2(H_{ср}+1{,}2M)}=\frac{5\cdot 16(125\cdot 5+16)\cdot 1{,}29}{(21+2\cdot 5)^2(21+1{,}2\cdot 5)}=2{,}56;$$

$$\mu_{ср}=\sqrt{\frac{1}{1+\Theta^2}}=\sqrt{\frac{1}{1+2{,}56^2}}=0{,}37;$$

$$\alpha'=\frac{1}{1+2{,}94\frac{a}{S_1}\lg\frac{2a}{\pi d}}=\frac{1}{1+2{,}94\cdot 0{,}1\lg\frac{2\cdot 10}{3{,}14\cdot 2}}=0{,}875;$$

$$c=\frac{a\alpha'}{\mu_{ср}}=\frac{10\cdot 0{,}875}{0{,}37}=23{,}8.$$

$$\Delta_8=(n-1)M(M+2c)-c^2=124\cdot 5(5+2\cdot 23{,}8)-23{,}8^2=320\cdot 10^2$$

$$\sqrt{\Delta_8}=10\sqrt{320}=179.$$

$$A_4=\operatorname{arctg}\frac{n(H_1-M)+M+c}{\sqrt{\Delta_8}}-\operatorname{arctg}\frac{n(H_2-M)+M+c}{\sqrt{\Delta_8}}=$$

$$=\operatorname{arctg}\frac{125(22-5)+5+23{,}8}{179}-\operatorname{arctg}\frac{125(20-5)+5+23{,}8}{179}=$$

$$=37'=0{,}0108\ \textit{радиан}.$$

По формуле (5.13)

$$T_2=\frac{0{,}865\delta_{ср}S_1^2A_4}{\mu_{ср}k_1\sqrt{\Delta_8}}=\frac{0{,}865\cdot 1{,}0\cdot 100^2\cdot 0{,}0108}{0{,}37\cdot 0{,}108\cdot 179}=13\ \textit{сек}.$$

Рассмотрим теперь еще более сложный случай, а именно — случай укладки дрены в трехслойный грунт.

Если дрена уложена в средний слой трехслойного грунта (рис. 74), то для расчетов можно воспользоваться приведенной в главе V формулой следующего вида (при $n>1$):

$$T_2=\frac{0{,}865\delta_{ср}S_1^2A_7}{\mu_{ср}k_1\sqrt{\Delta_{12}}},\qquad(5.15)$$

где

$$\Delta_{12}=M(n-1)(M+2f)-f^2;\ f=\frac{b}{\mu_{ср}};\ b=a_1a_1'+\lambda n'(a\alpha'-a_1a_1');$$

$$A_7=\operatorname{arctg}\frac{n(H_1-M)+M+f}{\sqrt{\Delta_{12}}}-\operatorname{arctg}\frac{n(H_2-M)+M+f}{\sqrt{\Delta_{12}}}.$$

Величины ω, σ и λ вычисляются по ранее приведенным формулам. Результаты подсчетов и измерений для случаев $n=n'=37$ и $n=n'=125$ при $M=10$ см, $a=10$ см, $a_1=a_2=5$ см, $d=2$ см, $S_1=100$ см приводятся в таблице 32.

Приведем пример расчета в интервале $H_1=24$ см, $H_2=22$ см опыта № 23. В рассматриваемом случае $k_1=0{,}445$ см/сек, $\delta_{ср}=1{,}0$, $M=10$ см. По формуле (5.15)

$$T_2=\frac{0{,}865\delta_{ср}S_1^2A_7}{\mu_{ср}k_1\sqrt{\Delta_{12}}}=\frac{0{,}865\cdot 1{,}0\cdot 100^2A_7}{0{,}445\mu_{ср}\sqrt{\Delta_{12}}}=\frac{1{,}94\cdot 10^4A_7}{\mu_{ср}\sqrt{\Delta_{12}}}.$$

Таблица 32

№ опыта	H_1	H_2	$\Delta T_р$	$\Delta T_ф$	$\frac{\Delta T_р}{\Delta T_ф}$	Примечание
23	24	22	6	6	1,00	n=37, δ_1=3 мм
	22	20	7	7	1,00	δ_2=10 мм,
	20	18	9	9		γ=5,0 стокса
	18	16	13	14	0,93	
	16	14	18	19	0,95	
	14	12	28	23	1,22	
22	24	22	11	12	0,92	n=125, γ=5,0 стокса, δ_1=2 мм, δ_2=10 мм.
	22	20	12	15	0,80	
	20	18	19	19	1,00	При H_1=13 см кривая депрессии в районе дрены перешла в нижний слой. Поэтому при вычислении ΔT_2 в последнем периоде водоотдача принята равной $\delta_{ср}$=0,75.
	18	16	25	21	1,19	
	16	14	34	28	1,21	
	14	12	48	40	1,20	

Определяем компоненты формулы (5.15):

$$\sigma_1=\frac{\sqrt[3]{n}-0{,}5}{\sqrt[3]{n}+0{,}5}=\frac{\sqrt[3]{37}-0{,}5}{\sqrt[3]{37}+0{,}5}=0{,}74;\quad \beta_1=\sqrt{1+\frac{a_1}{a}}=\sqrt{1+\frac{5}{10}}=1{,}22;$$

$$\omega=\frac{\beta_1 a_1 a_2 n^{0{,}66}}{a^2\sigma_1}=\frac{1{,}22\cdot 5\cdot 5\cdot 37^{0{,}66}}{10^2 0{,}74}=4{,}6;$$

$$\lambda=\sqrt{\frac{1}{1+\omega^2}}=\sqrt{\frac{1}{1+4{,}6^2}}=0{,}213;$$

$$\alpha'=\frac{1}{1+2{,}94\frac{a}{S_1}\lg\frac{2a}{\pi d}}=\frac{1}{1+2{,}94\cdot 0{,}1\lg\frac{2\cdot 10}{3{,}14\cdot 2}}=0{,}875;$$

$$\alpha_1'=\frac{1}{1+2{,}94\frac{a_1}{S_1}\lg\frac{2a_1}{\pi d}}=\frac{1}{1+2{,}94\cdot 0{,}05\lg\frac{2\cdot 5}{3{,}14\cdot 2}}=0{,}970;$$

$$b=a_1\alpha_1'+\lambda n'(a\alpha'-a_1\alpha_1');\quad n'=\frac{k_2'}{k_1'}=37;$$

$$b=0{\cdot}97\cdot 5+0{,}213\cdot 37(10\cdot 0{,}875-5\cdot 0{,}97)\cong 36;$$

$$H_{ср}=\frac{H_1+H_2}{2}=\frac{24+22}{2}=23\ см;\quad h_2=H_{ср}-M=23-10=13\ см;$$

$$\sigma=\left[\frac{M(H^2_{cp}+h_2^2)}{H_{cp}(M^2+h_2^2)}\sqrt{\frac{h_2}{H_{cp}}}+0{,}65\frac{h_2^3}{MH^2_{cp}}\right]\left(\frac{a+H_{cp}}{2a+H_{cp}}\right)=$$

$$=\left[\frac{10}{23}\,\frac{(23^2+13^2)}{(10^2+13^2)}\sqrt{\frac{13}{23}}+0{,}65\,\frac{13^3}{10\cdot 23^2}\right]\left(\frac{10+23}{20+23}\right)=0{,}86;$$

$$\Theta=\frac{Mh_2(Mn+h_2)\sigma}{(H_{cp}+2M)^2(H_{cp}+1{,}2M)}=\frac{10\cdot 13(37\cdot 10+13)\cdot 0{,}86}{(23+2\cdot 10)^2(23+1{,}2\cdot 10)}=0{,}635;$$

$$\mu_{cp}=\sqrt{\frac{1}{1+\Theta^2}}=\sqrt{\frac{1}{1+0{,}635^2}}=0{,}835;$$

$$f=\frac{b}{\mu_{cp}}=\frac{36}{0{,}835}=43;$$

$$\Delta_{12}=M(n-1)(M+2f)-f^2=10(37-1)(10+2\cdot 43)-43^2=$$

$$=327{,}5\cdot 10^2;$$

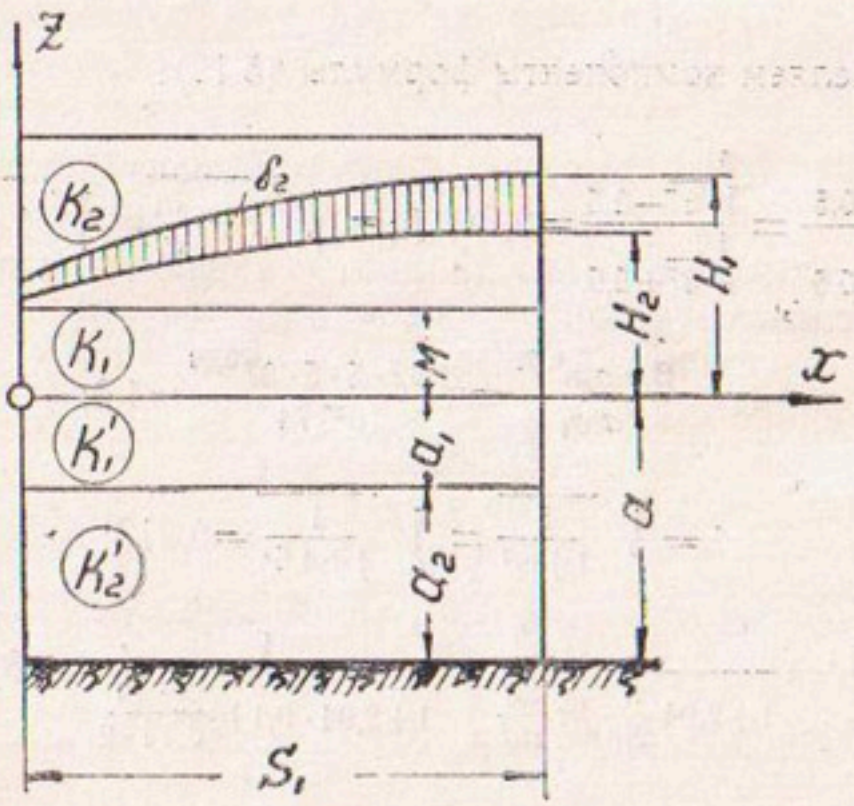


Рис. 74.

$$\sqrt{\Delta_{12}}=10\sqrt{327{,}5}=181.$$

$$A_7=\operatorname{arctg}\frac{n(H_1-M)+M+f}{\sqrt{\Delta_{12}}}-\operatorname{arctg}\frac{n(H_2-M)+M+f}{\sqrt{\Delta_{12}}}=$$

$$=\operatorname{arctg}\frac{37(24-10)+10+43}{181}-\operatorname{arctg}\frac{37(22-10)+10+43}{181}=$$

$$=72°30'-69°58'=2°32'=0{,}0445\ \textit{радиана}.$$

$$T=\frac{1{,}94\cdot 10^4 A_7}{\mu_{ср}\sqrt{\Delta_{12}}}=\frac{1{,}94\cdot 10^4\cdot 0{,}0445}{0{,}835\cdot 181}=5{,}75\cong 6\ см/сек.$$

Как видно из приведенных данных, и в этом довольно сложном случае расчеты и данные измерений дают в общем удовлетворительную сходимость.

Анализ данных, помещенных в таблицах 28—32, показывает, что расчетные формулы имеют тенденцию к небольшому завышению расчетного времени (особенно заметному при малых напорах над кровлей пласта, где уложена дрена), т. е. при вычислении расстояний между дренами они дают некоторый коэффициент запаса. Если расчет вести не по интервалам, а для целого периода T_2, исходя из H_1 и H_2 в начале и конце этого периода и принимая для вычисления фильтрационных сопротивлений $H_{ср}=0{,}35(H_1+H_2)$, то, по-видимому, расстояния, определяемые по предлагаемым формулам, будут иметь минимальный коэффициент запаса (в ряде случаев возможно и небольшое завышение расчетных расстояний).

Опыты в двухслойных грунтах проводились при отношениях $M/S\leqslant 0{,}25$. Данный диапазон значительно перекрывает возможные в осушительной мелиорации глубины закладки дрен в нижний слой, и поэтому варианты более глубокой укладки не прорабатывались.

Приведенные выше материалы экспериментальной проверки расчетных формул показывают, что вычисленные по предлагаемым формулам для расчетной модели и замеренные в щелевом лотке расходы и время понижения уровней в общем совпадают между собой.

Основным недостатком данных формул является то, что они получены в процессе экспериментов в щелевом лотке. Поэтому точность этих формул зависит от точности изготовления самого лотка и тщательности экспериментирования с его помощью.

Удовлетворительное совпадение результатов, даваемых щелевым лотком довольно примитивной конструкции, который был использован нами, с результатами, даваемыми решениями Дюпюи, Буссинеска, В. В. Ведерникова, С. Ф. Аверьянова и Н. К. Гиринского, дает нам основание предполагать возможность экстраполяции данных формул и на работу дренажей в реальных грунтах.

Остановимся несколько подробнее на данном вопросе.

Выше, в сноске редактора, уже указывалось, что, например, такой фактор, как водоотдача, в условиях щелевого лотка не совсем точно моделируется, ибо величина водоотдачи в щелевом лотке связана жесткой связью с коэффициентом фильтрации (зависимостью (5.3) настоящей главы). Выражение (5.3) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{\delta_2}{\delta_1}=\frac{k_2^{0.333}}{k_1^{0.333}}. \qquad (5.16)$$

Зависимость (5.16) показывает, что водоотдача при моделировании потока в щелевом лотке при равенстве прочих факторов пропорциональна $k^{0.333}$.

Обратимся к эмпирическим формулам, предложенным рядом авторов для определения величины водоотдачи.

Г. Д. Эркин [51а] для минеральных грунтов рекомендует следующую формулу для определения водоотдчи:

$$\delta=16{,}3\sqrt{k}\sqrt[3]{y}. \qquad (5.17)$$

А. И. Ивицким для торфов предложена следующая формула:

$$\delta=8{,}2k^{1/3}y^{1/4}. \qquad (5.18)$$

К. Я. Кожанов [22] предложил формулу следующего вида:

$$\delta=2300\cdot y^3\cdot k^{0{,}45\lg 10y}. \qquad (5.19)$$

Если в формуле К. Я. Кожанова положить y—глубину осушенного слоя, из которого происходила водоотдача, равной 0,5 м, то получим

$$\delta=288k^{0.315}. \qquad (5.20)$$

По зависимости, предложенной Г. Д. Эркиным для минеральных грунтов, водоотдача пропорциональна $k^{0.5}$, по А. И. Ивицкому—$k^{0'375}$. В лотке мы получили, что водоотдача пропорциональна $k^{0.333}$. Как видно из приведенных данных, зависимость, даваемая лотком для практически встречающихся случаев, находится в промежутке между зависимостями, предложенными А. И. Ивицким и К. Я. Кожановым для торфов.

Наличие в эмпирических формулах величины y—глубины залегания осушаемого слоя от поверхности почвы показывает, что с ростом y величина водоотдачи изменяется (водоотдача увеличивается). В щелевом лотке она не зависит от y, т. к. здесь предполагается отвод полного объема глицерина, заключенного между стенками щели.

Приведенные формулы показывают, что в расчетных условиях водоотдача будет меньшей, чем в щелевом лотке, однако, как и в щелевом лотке, она зависит от проницаемости грунтов и увеличивается с их увеличением.

Если при практических расчетах в предлагаемые формулы вводить значения водоотдачи, вычисляемые по эмпирическим формулам, т. е. учитывать изменение водоотдачи и от величины y, то есть основание предполагать, что результаты расчетов будут удовлетворительно совпадать с данными, получаемыми в натуре.

Принимая во внимание приближенный характер мелиоративных расчетов и то, что неучет расхода капиллярной зоны дает некоторый коэффициент запаса в расчетных расстояниях, мы полагаем возможным рекомендовать наши формулы для практического использования впредь до получения более точных и лучше обоснованных решений.

Ранее, в главе IV, мы привели данные по стоку из дренажных систем, расположенных на болотах ЭССР. Там же было показано, что учет неоднородности среды, в которой происходит фильтрация, дает возможность уточнить расчеты и получить более правильные решения при определении расстояний между дренами.

Небезинтересно было бы сравнить результаты, получаемые по предлагаемым нами формулам, с результатами измерений стока из дренажных систем, расположенных на минеральных слоистых грунтах.

Наиболее отчетливо влияние слоистости выявляется в тех случаях, когда слои резко различны по проницаемости. Такой случай наблюдается, например, при осушении слабопроницаемых почв, когда верхний пахотный слой в десятки и даже сотни раз более проницаем, чем нижний, куда укладывается дренаж.

Полевые методы определения коэффициентов фильтрации, разработанные в основном для хорошо проницаемых грунтов, должны с соответствующей осторожностью применяться при работе с глинами и тяжелыми суглинками. Учитывая это обстоятельство, а также большое влияние других факторов, которые исключаются в лабораторных условиях, можно говорить о совпадении картины движения потока в щелевом лотке и в натуре лишь в общих чертах. Довольно большой материал по стоку из дрен, собранный СНИИГиМ, Литовским НИИГиМ, ЭНИИЗиМ, уже сейчас позволяет сделать некоторые предварительные выводы.

Наиболее показательным является сравнение расчетных кривых расхода с фактическими, получаемыми на дренажных системах.

В цитированной ранее работе И. М. Кривоносова [26], а также в работе сотрудника Литовского НИИГиМ Гражиса [55а] приведены кривые расхода для двухслойных грунтов с резкой разницей в проницаемости слоев. На рис. 75 в качестве иллюстрации приводится кривая расхода, полученная Гражисом при проницаемости верхнего слоя, приблизительно в 150 раз большей, чем нижнего.

Характерной особенностью данной кривой является резкое ее уполаживание при увеличении напора до размеров, превышающих мощность нижнего слоя. Аналогичную форму имеют кривые, приводимые И. М. Кривоносовым [26] и полученные

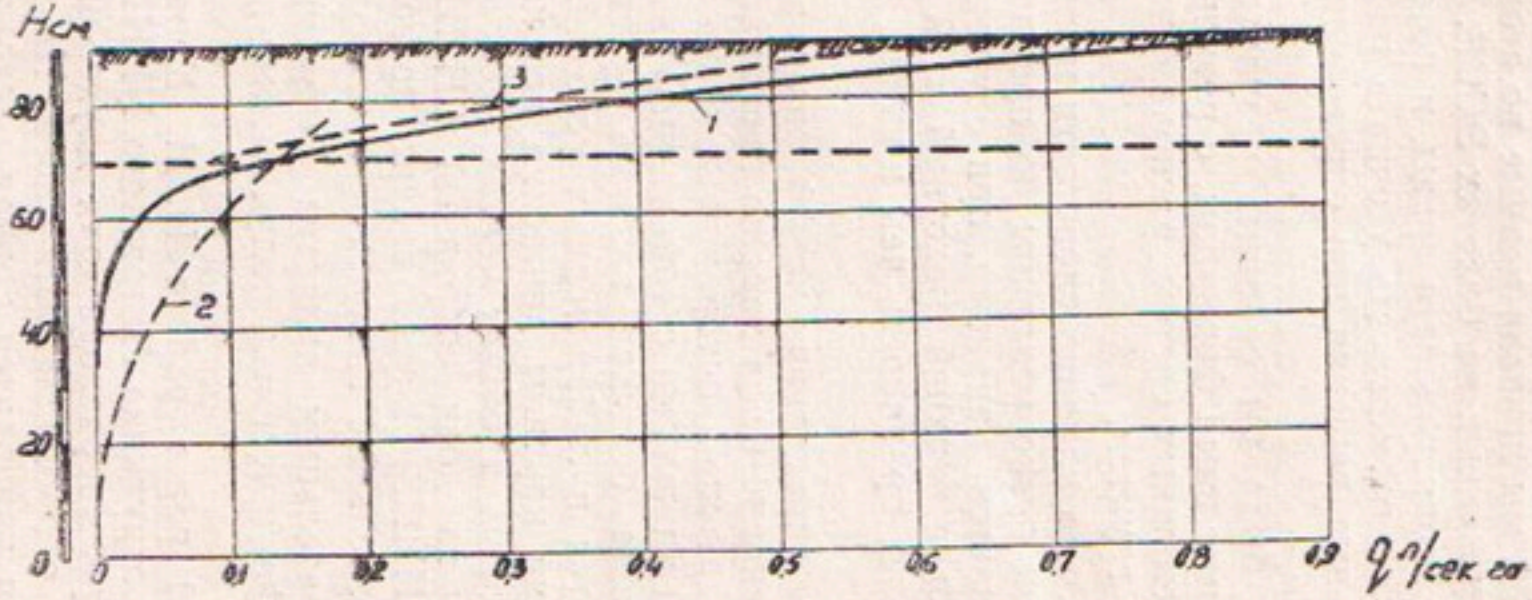


Рис. 75

Рис. 76.

нами на основе наблюдений за стоком из дренажных систем на минеральных землях в ЭССР.

На рис. 76 приведена теоретическая кривая расхода для двухслойного грунта при отношении проницаемостей верхнего и нижнего слоев $K_2 : K_1 = 100$. Сравнение этих кривых показывает их большое сходство, т. е. подтверждается идентичность закономерностей $q = f(H)$ для расчетного и фактического случаев.

Если пренебречь сопротивлениями при движении через засыпку, то для дрены, уложенной на водоупор в двухслойный грунт, при инфильтрационном питании или при питании за счет водоотдачи (обозначения по рис. 67) имеем

$$q_1 = \frac{k_1 M (2h_2 + M) + k_2 h_2^2}{S}. \qquad (5.21)$$

Расход из нижней зоны, если дрена не уложена на водоупор, можно определить по формуле С. Ф. Аверьянова, которая (в наших обозначениях) имеет следующий вид:

$$q_0 = \frac{2k_1 aH}{S + \eta'}, \qquad (5.22)$$

где $\eta' = 2{,}94a \lg \frac{2a}{\pi d}$.

Примем, что активная зона дрены равна $0{,}5S$, т. е. соблюдается условие, наложенное С. Ф. Аверьяновым. В этом случае формула С. Ф. Аверьянова перепишется в виде

$$q_0 = \frac{k_1 HS}{S + \eta}, \qquad (5.23)$$

где $\eta = 1{,}47S \lg \frac{S}{\pi d}$.

Суммарный расход, поступающий в дрену с одной стороны, составит

$$q = q_1 + q_0. \qquad (5.24)$$

Произведем подсчеты по формулам (5.21), (5.23) и (5.24) и сравним результаты расчетов с размерами стока, полученного в натуре в колхозе «Искра» Краснознаменского района Калининградской области (данные А. И. Климко) при следующих расчетных характеристиках: $k_1 = 5 \cdot 10^{-6}$ см/сек, $k_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ см/сек, $M = 0{,}6$ м, $S = 6$ м.

Результаты расчетов сводим в таблицу 33.

Таблица 33

Напор над кровлей нижнего слоя, в см	H см	Модули стока, в л/сек га		$\frac{q_р}{q_ф}$
		расчетный $q_р$	фактический $q_ф$	
2	62	0,023	0,030	0,77
7	57	0,050	0,050	1,00
19	79	0,228	0,200	1,14
20	80	0,250	0,300	0,83
21	81	0,280	0,400	0,70

Анализ таблицы 33 показывает, что в среднем разница между фактическими и расчетными модулями стока составляет около $\pm 20\%$. Если принять во внимание малую точность полевых методов измерения коэффициентов фильтрации, можно считать, что при пользовании рекомендуемыми формулами получаются в общем удовлетворительные результаты и на минеральных грунтах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Попытка уточнения расчетов дренажных систем на основе учета неоднородности фильтрационных свойств среды, в которой происходит движение грунтовых вод, дает лишь первые и весьма приближенные решения. Поэтому нашу работу необходимо рассматривать как одну из первых и, быть может, далеко несовершенных попыток решения весьма сложного вопроса, имеющего большое практическое значение.

Можно с уверенностью утверждать, что вопросу расчета дренажей в неоднородных средах должно быть уделено значительно больше внимания, ибо уточнение расчетных формул дает возможность более правильно определять расстояния между дренами и сэкономить значительные суммы, исчисляемые десятками миллионов рублей (если учесть масштабы мелиоративных работ в условиях СССР), которые теряются народным хозяйством при недостаточном осушении за счет потерь урожая или (при избыточном осушении) за счет излишней густоты осушительной сети.

Предлагаемые приближенные решения, безусловно, еще несовершенны, но доступны для практического использования.

Точное решение задач по движению фильтрационных потоков в неоднородных средах несоизмеримо труднее, чем решение аналогичных задач при фильтрации в однородной среде. Насколько нам известно, такие решения получены пока только для простейших случаев, обычно не имеющих практического значения.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. К. Абрамов. Борьба с подтоплением промышленных площадок. Стройиздат. М., 1949.

1а. С. К. Абрамов, Л. Р. Найфельд, О. Б. Скиргелло. Дренаж промышленных площадок и городских территорий. ГИЗ литературы по строительству и архитектуре, М., 1954.

2. С. Ф. Аверьянов. Приближенная оценка фильтрации в зоне «капиллярной каймы». Доклады АН СССР, том 69, выпуск 3. М.—Л., 1949.

2а. С. Ф. Аверьянов. Методика расчета режима грунтовых вод при подтоплении. «Гидротехническое строительство», № 12, 1940.

3. С. Ф. Аверьянов. Горизонтальный дренаж при борьбе с засолением орошаемых земель. АН СССР, М., 1959.

4. С. Ф. Аверьянов. Расчет понижения и подъема грунтовых вод при осушении системой каналов (дрен). «Гидротехника и мелиорация», № 12, 1957.

5. С. Ф. Аверьянов. Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод. Сборник «Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод». АН СССР, М., 1956.

6. С. Ф. Аверьянов. Расчет осушительного действия глубоких дренажей. Научные записки МГМИ, том XV, М., 1948.

6а. С. Ф. Аверьянов и Цюй Син-е. Расчет дренажа при наличии инфильтрации. Известия АН СССР, ОТН, № 3, 1957.

7. В. И. Аравин. К вопросу о фильтрации в анизотропно-водопроницаемых грунтах. Труды Ленинградского индустриального института, выпуск № 9. Л., 1937.

7а. В. И. Аравин. Основные вопросы исследования грунтовых вод в щелевом лотке. Известия ВНИИГ, том 23, 1938.

8. В. И. Аравин, С. Н. Нумеров. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. ГИЗ ТТЛ. М., 1953.

8а. В. В. Ведерников. Теория фильтрации и ее применение в области ирригации и дренажа. Госстройиздат. М., 1939.

9. Н. Н. Веригин. Расчет дренажа в зоне подтопления водохранилищ и подпертых бьефов. «Гидротехника и мелиорация», № 4, 1949.

10. Н. Н. Веригин. В. М. Шестаков. Методы расчета движения грунтовых вод в двухслойной среде. Информационные материалы лаборатории инженерной гидрогеологии ВОДГЕО, № 6, М., 1954.

11. Н. К. Гиринский. Некоторые вопросы динамики подземных вод. Сборник «Гидрогеология и инженерная геология», № 9, М., 1947.

12. Н. К. Гиринский. Расчет фильтрации под гидротехническими сооружениями на неоднородных грунтах. Стройиздат Наркомстроя, М., 1941.

13. Н. К. Гиринский. Основы теории движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями в неоднородных грунтах. Научные записки МГМИ, выпуск 5, М., 1938.

14. Б. А. Глейзер. Расчеты систематического горизонтального дренажа при осушении. Информационный бюллетень Росгипроводхоза, № 6, 1958.

15. К. И. Добровольский. Теоретическое основание полевых методов исследования на водопроницаемость. Тифлис, 1932.

16. В. А. Ионат. Расчет совершенного дренажа в двухслойном грунте в условиях неустановившегося движения. «Бюллетень ЭНИИЗиМ», № 3. Таллин, 1959.

17. В. А. Ионат. Расчет головных дрен и систематического дренажа в вертикально-неоднородных грунтах. «Бюллетень ЭНИИЗиМ», № 4. Таллин. 1959.

18. В. А. Ионат. Расчет головных дрен в двухслойных грунтах. «Бюллетень ЭНИИЗиМ», № 5, Таллин, 1959.

19. Г. Н. Каменский. Основы динамики подземных вод. ГИЗ геологической литературы, М., 1943.

20. Г. Н. Каменский, Н. А. Корчебоков, К. И. Разин. Движение подземных вод в неоднородных пластах. ОНТИ, М.—Л., 1935.

21. Н. К. Калинин. Некоторые приближенные приемы решения задачи о фильтрации в двухслойной среде. Доклады АН СССР, том 30. выпуск 7, М., 1941.

22. К. Я. Кожанов. Исследование расстояний между осушителями при сельскохозяйственном использовании болот БССР. Автореферат диссертации, Минск, 1952.

23. А. Н. Костяков. Основы мелиораций. Сельхозгиз, М., 1951.

24. В. С. Козлов. К вопросу о движении воды под гидротехническими сооружениями в анизотропно-проницаемых грунтах. Изв. АН СССР, ОТН, № 3, М., 1940.

25. В. С. Козлов. Расчеты дренажных сооружений. Госстройиздат, М., 1940.

26. И. М. Кривоносов. Особенности дренирования слабоводопроницаемых почв. Труды СНИИГиМ. выпуск XII, Л., 1957.

27. И. М. Кривоносов. Дренаж слабопроницаемых глинистых почв. «Гидротехника и мелиорация». № 10, 1952.

28. И. П. Кусакин. Искусственное понижение уровня грунтовых вод. Л., 1930.

29. К. Е. Лембке. Движение грунтовых вод и теория водосборных сооружений. Журнал Министерства путей сообщения. СПБ, 1886, вып. 2, журнал Министерства путей сообщения, 1887, № 17—19.

30. Г. Н. Лубяко. Уравнение движения грунтовых вод в неоднородных грунтах. Сборник «Исследования деформаций каналов и влияния орошения на грунтовые воды в низовьях Аму-Дарьи». Изд. АН СССР, М., 1956.

31. А. В. Лавров. Осушение болот и заболоченных земель в Германской Демократической Республике. М., 1956.

32. В. П. Недрига. Методы расчета пространственной фильтрации к береговым дренам. Сборник «Вопросы фильтрационных расчетов гидротехнических сооружений». Гиз литературы по строительству и архитектуре, М., 1952.

33. С. Н. Нумеров. Неустановившаяся фильтрация грунтовых вод. Техархив ВНИИГ, 1956.

34. Н. Н. Павловский. Собрание сочинений, том I и II. М.—Л., 1955.

35. Х. А. Писарьков. К теории определения расстояний между дренами в неоднородных грунтах. СНИИГиМ. Материалы по поднятию производительности сельскохозяйственных земель посредством мелиорации. Гидротехнический сборник, выпуск V, Л., 1938.

36. Х. А. Писарьков. Влияние уклона поверхности осушаемых земель на расстояние между осушителями. Труды СНИИГиМ. выпуск XIV, Л., 1958.

37. П. Я. Полубаринова-Кочина. К теории неустановившегося движения в многослойной среде. Прикладная математика и механика. Том XV, выпуск 4. М.—Л., 1951.

38. П. Я. Полубаринова-Кочина. Теория движения грунтовых вод. ГИЗ ТТЛ, М., 1952.

39. П. Я. Полубаринова-Кочина. Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод. АН СССР. М., 1942.

40. П. Я. Полубаринова-Кочина. Простейшие случаи движения грунтовой воды в двух слоях с различными коэффициентами фильтрации. Известия АН СССР, ОТН, № 6, 1939.

41. Т. Н. Пузыревская. Просачивание воды через песчаные грунты. Известия ВНИИГ, том 1, Л., 1931.

42. А. В. Романов. Приток воды к водосборам подземных вод и дренам. Сборник статей. «Вопросы фильтрационных расчетов гидротехнических сооружений». Стройиздат, М. 1952.

43. Б. К. Ризенкампф. Об одном случае фильтрации воды в многослойном грунте. Ученые записки Саратовского госуниверситета, том V, выпуск 5.

44. А. В. Смирнов. Некоторые особенности работы глубокого открытого канала в торфяных грунтах. «Гидротехника и мелиорация», № 4, 1954.

45. Ю. Д. Соколов. Об одной задаче теории неустановившегося движения грунтовых вод. Укр. математический журнал, том. V, выпуск 3. Киев, 1953.

46. Ю. Д. Соколов. К теории плоской неустановившейся фильтрации. Укр. математический журнал. том VI, вып. 2, Киев, 1954.

47. У. Х. Томберг. Некоторые водно-физические свойства торфяных почв и их изменение при осушении болот в условиях Эстонской ССР. «Изв. АН ЭССР», том IV. вып. 3, Таллин, 1957.

48. К. Терцаги. Инженерная геология. М., 1932.

49. И. А. Чарный. Строгое доказательство формулы Дюпюи для безнапорной фильтрации с промежутком высачивания. Доклады АН СССР, том XXX, № 6, 1951.

50. Р. Р. Чугаев. Приток грунтовых вод к траншеям и горизонтальным водосборам, заложенным выше водонепроницаемого слоя. Известия ВНИИГ, том XXII, Л., 1938.

51. Цюй Син-е. Расчет осушительного действия горизонтального дренажа как мероприятия по борьбе с засолением орошаемых земель. Автореферат диссертации. М., 1955.

51а. Г. Д. Эркин. Водопроницаемость болот в связи с их осушением. Труды ВНИИБХ. Минск, 1940.

52. Д. П. Юневич. Мелиорация минеральных заболоченных земель. ОГИЗ Сельхозгиз, М., 1948.

53. Д. П. Юневич. Методы мелиорации болот и заболоченных земель Мещерской низменности. Сборник «Осушение и освоение земель Мещерской низменности». Сельхозгиз, М., 1955.

54. Е. Янке и Ф. Эмде. Таблицы функций. Физматгиз, М., 1959.

55. А. Т. Янголь. Кротовый дренаж и его действие в торфяном грунте. Сборник «Кротовый дренаж», под ред. А. Н. Костякова. Сельхозгиз, М., 1943.

55а. J. Grazis. Nuotakio modulio nustatimas molimiu vamzdiu drenazo sistemons skaiciuote Lietuvos TSR salygomis. Lietuvos Hidrotechnikos ir Melioracyos MT Jnstituto darbai, II—1958.

56. R. Dachler. Über Sicherwasserströmungen in Geschichten Material. Die Wasserwirtschaft Nr. 2.—1933.

57. S. B. Hooghoudt. Versl landb. onderz. 1936. № 42, 1940 № 46.
58. D. Kirkham. Seepage into drain tubes in stratified soils. Tr. of A. G. U. v. 32—1951.
59. Lueger. Theorie der Bewegung des Grundwassers. Stutgardt, 1893.
60. Lueger und Weyrauch. Die Wasserversorgung der Städte.
61. Remson Irwin, Fox G. S. Capillary losses from ground water. Trans. Amer. Ceopfis. Union 36, № 2, 1955.
62. Schulze. Die Grundwasserabsenkungen in Theorie und Praxis. Berlin—1927.
63. A. Thiem. DitErgiebigkeit artesischer Bohrlochen, Schlachtbrunnen und Filtergallerie. Journ. für Gasbeleistung und Wasserversorgung, 1870.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

ГЛАВА I. Краткий обзор предложений по расчету дренажей в неоднородных грунтах 7

ГЛАВА II. Основы расчета дренажей в неоднородных грунтах 34

§ 1. Установившееся движение потоков грунтовых вод в неоднородной среде (34). § 2. Уравнение неустановившегося движения в вертикально-неоднородном и изотропно-неоднородном грунтах (57). § 3. Несовершенный канал или дрена в напорном потоке (65). § 4. Несовершенный канал или дрена в потоке со свободной поверхностью (86). § 5. Учет расхода капиллярной каймы при фильтрационных расчетах (94).

ГЛАВА III. Расчет ловчих каналов, головных и береговых дрен при стационарном режиме грунтового потока 100

§ 1. Совершенный ловчий канал на горизонтальном водоупоре в двухслойном грунте (100). § 2. Совершенный ловчий канал или головная дрена на горизонтальном водоупоре в многослойном грунте (116). § 3. Совершенный канал или дрена на горизонтальном водоупоре в вертикально-неоднородном грунте (124). § 4. Дрена или канал в горизонтально-неоднородном грунте (126). § 5. Дрена или совершенный канал в изотропно-неоднородном грунте (129). § 6. Дрена или совершенный ловчий канал в двухслойном и многослойном грунтах при наклонном расположении водоупора (133). § 7. Несовершенная дрена или ловчий канал в двухслойном грунте (141). § 8. Несовершенная дрена или канал в вертикально-неоднородном грунте (149). § 9. Расчет головной дрены или совершенного канала при смешанном питании и наклонном водоупоре (155). § 10. Расчет неизолированных дрен (170).

ГЛАВА IV. Расчет систематического горизонтального дренажа при стационарном режиме грунтового потока 174

§ 1. Систематический дренаж в однородном грунте (174). § 2. Систематический дренаж в двухслойном грунте (184). § 3. Систематический дренаж в слабопроницаемом грунте (192). § 4. Систематический дренаж в многослойном (тонкослоистом) грунте (200). § 5. Систематический дренаж в вертикально-неоднородном грунте (204). § 6. Систематический дренаж в изотропно-неоднородном грунте (208). § 7. Расчет систематического дренажа в неоднородных грунтах с учетом напорного питания (211). § 8. Расчет систематического дренажа с учетом проницаемости засыпки (218).

ГЛАВА V. Расчет систематического дренажа при нестационарном режиме грунтового потока 221

§ 1. О точности метода последовательной смены стационарных состояний (221). § 2. Расчет систематического дренажа в двухслойном грунте (243). § 3. Расчет систематического дренажа в многослойных грунтах (275). § 4. Расчет систематического дренажа в вертикально-неоднородном грунте (282).

ГЛАВА VI. Экспериментальные исследования в щелевом лотке по притоку к дренам в неоднородных средах 286

§ 1. Вопросы экспериментирования в щелевом лотке с переменной шириной щели (286). § 2. Конструкция щелевого лотка и питательных установок (292). § 3. Об измерении расходов (295). § 4. Опытная проверка расчетных формул для случая грунтового питания и установившегося движения потока (297). § 5. Опытная проверка расчетных формул для случая неустановившегося движения (318).

Заключение 341

Литература 342

Сдано в набор 20/VII—61 г. Подписано в печать 17/V—62 г.
Т 1303919 Объем 22 п. л. Тир. 2000 Зак. 1127

Отпечатано в типографии Тимирязевской с.-х. академии

ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка или формула	Напечатано	Следует читать
2	2 сн.	31/V—62 г.	17/V—62
2	3 сн.	Сдано в набор 17/VII—61	Сдано в набор 20/VII—62
8	17 сн.	В. К. Ризенкампфом	Б. К. Ризенкампфом.
8	18 сн.	Н. К. Калининым [21], [22],	Н. К. Калининым [21],
20	(1.36)	$h(x,t)=H_0\eta-\frac{wt}{\mu}(1-4x)$	$h(x,t)=H_0\eta-\frac{wt}{\mu}(1-4x)$
24	17 св.	экстраполяции значение	экстраполяции значения
30	22 сн.	Н. К. Калинина [21], [22]	Н. К. Калинина [21]
33	6 св.	В. К. Ризенкампфом	Б. К. Ризенкампфом
80	5 св.	расход	расход i
111	7 сн.	углов поверхности	углов касательных к поверхности
113	14 сн.	$a/S\leqslant 0{,}2.$	$a/S\leqslant 0{,}2,\ a/H\leqslant 5.$
139	(6.42)	$\ln\frac{(h_p-H)\left(1+\alpha\frac{h_0+h_p}{2}\right)}{(h_p-h_0)\left(1+\alpha\frac{h_0+h_p}{2}\right)}$	$\ln\frac{(h_p-h_0)\left(1+\alpha\frac{H+h_p}{2}\right)}{(h_p-H)\left(1+\alpha\frac{h_0+h_p}{2}\right)}$
144	(7.9)	$\omega=\frac{\beta_1 a_1 a_2 h^{0{,}8}}{(a+0{,}5a_1)^2}$	$\omega=\frac{\beta_1 a_1 a_2 n^{0{,}8}}{(a+0{,}5a_2)^2}$
159	(9.16)	$=\left(S+\frac{q}{p}\right)e^{\frac{1}{\eta}\left[-\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\frac{2q-ikH}{\eta ikH}\right]}$	$=\sqrt{\frac{p}{k}}\left(S+\frac{q}{p}\right)e^{\frac{1}{\eta}\left[-\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\frac{2q-ikH}{\eta ikH}\right]}$
159	(9.17)	$H=\sqrt{S^2\frac{p}{k}+\frac{2q}{k}}$	$H=\sqrt{S^2\frac{p}{k}+\frac{2q}{k}}S$
159	7 сн.	$h=0$	$h_0=0$
179	15 св.	уравнения (1.1) и (1.2)	уравнения (1.11) и (1.12)

Страница	Строка или формула	Напечатано	Следует читать
203	(4.17)	$\frac{(n_1+0{,}001)M_1M_2(M_1n_1+M_2)\sigma_1}{n_1(M_2+3M_1)_2(M^2+2{,}2M_1)}$	$\frac{(n_1+0{,}001)M_1M_2(M_1n_1+M_2)\sigma_1}{n_1(M_2+3M_1)^2(M_2+2{,}2M_1)}$
205	(5.6)	$\frac{2\int_0^a k_0 10^{\gamma z}(H-z)dz}{S}$	$\frac{2\int_0^H k_0 10^{\gamma z}(H-z)dz}{S}$
214	(7.6)	$\sigma=\frac{k_1}{T}\left(H_0-\frac{H\sqrt{x}}{\sqrt{S}}\right)\frac{k_1}{T}(H_0-B\sqrt{x})$	$\sigma=\frac{k_1}{T}\left(H_0-\frac{H\sqrt{x}}{\sqrt{S}}\right)=\frac{k_1}{T}(H_0-B\sqrt{x})$
216	(7.17)	$\frac{d}{dy}\left(y\frac{dy}{dx}\right)=y_{\text{ср}}\frac{d^2y}{dx^2}$	$\frac{d}{dx}\left(y\frac{dy}{dx}\right)=y_{\text{ср}}\frac{d^2y}{dx^2}$
229	(1.31)	$-\frac{2\mu+\sigma}{\mu+\sigma}$	$-\frac{2\mu+\sigma}{\mu+\sigma}\eta'$
238	17 св.	$h_{\text{в}}\cong\frac{H_0}{S+H_0}$	$h_{\text{в}}\cong\frac{H_0^2}{S+H_0}$
267	21 св.	В формуле (2.96)	В формуле (2.86)
270	(2.98)	$T_2=\frac{0{,}432\delta_{\text{ср}}S_1^2A_2}{\mu_{\text{ср}}k_1\sqrt{\Delta_6}}$	$T_2=\frac{1{,}73\delta_{\text{ср}}S_1^2A_2}{\mu_{\text{ср}}k_1\sqrt{\Delta_6}}$
270	(2.99)	$T_2=\frac{0{,}216\delta_{\text{ср}}S_1^2B_2}{\mu_{\text{ср}}k_1\sqrt{-\Delta_6}}$	$T_2=\frac{0{,}865\delta_{\text{ср}}S_1^2B_2}{\mu_{\text{ср}}k_1\sqrt{-\Delta_6}}$
303	Таблица 15, графы 4 и 5, опыт 3	13,3 и 1,3	13,80 и 13,30
329	15 св.	$+0{,}65\frac{10^3}{5\cdot 225}$ 10 *см*	$+0{,}65\frac{10^3}{225}=1{,}29$
343	21 св.	29. К. Е. Лембке	29. К. Э. Лембке
345	2 св.	Dit Ergiebigkeit	Die Ergiebigkeit
347	2 св.	T 1303919	TB 03919